

EL PENSAMIENTO ALEATORIO COMO FUNDAMENTO PARA EL DESARROLLO
DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y SUS COMPONENTES

SILENI MARCELA CARRANZA CANTOR

MILADY ASTRID GUERRERO VELASCO

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.

2016

EL PENSAMIENTO ALEATORIO COMO FUNDAMENTO PARA EL DESARROLLO
DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y SUS COMPONENTES

Trabajo de grado de pregrado como requisito para obtener el título
Licenciadas en Matemáticas

SILENI MARCELA CARRANZA CANTOR

Código: 2011240016

C.C 1019090187

MILADY ASTRID GUERRERO VELASCO

Código: 2012140030

C.C 1023940844

Directora:
INGRITH ÁLVAREZ ALFONSO
Magister en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.
2016

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado de pregrado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	El pensamiento aleatorio como fundamento para el desarrollo del pensamiento matemático y sus componentes
Autor(es)	Carranza Cantor, Sileni Marcela; Guerrero Velasco, Milady Astrid
Director	Ingrith Álvarez Alfonso
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2016. 98 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.
Palabras Claves	PENSAMIENTO ALEATORIO, PENSAMIENTO MATEMÁTICO, PROCESOS, ESTÁNDARES, CONTEXTOS.

2. Descripción
<p>El trabajo formula una propuesta micro curricular que busca desarrollar el pensamiento matemático tomando como base el pensamiento aleatorio desde lo expuesto en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998). La propuesta se logra identificando y estableciendo relaciones entre los conceptos y procesos propios de cada pensamiento (aleatorio, variacional, numérico, espacial y métrico) y los procesos generales que permiten desarrollar el pensamiento matemático; se materializa al exponer una estructura curricular para cada uno de los conjuntos de grados y ejemplos de actividades para el aula, que han de poner en juego las relaciones que se reconocen entre los conceptos y procesos, con el fin de mostrar y brindar herramientas prácticas para que los docentes implementen en el aula el desarrollo del pensamiento matemático de manera integrada.</p> <p>A partir de lo anterior el documento se divide en seis capítulos los cuales se agrupan en tres conjuntos. En los capítulos 1 al 2 se presenta la finalidad y argumentación del trabajo por medio de los objetivos y la exposición de casos reales del manejo de los estándares, ofreciendo un corto recorrido del surgimiento de las orientaciones propuestas por el Ministerio de Educación Nacional [MEN] que fundamentan el trabajo (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [EBCM] y Lineamientos Curriculares de Matemáticas [LCM]). De los capítulos 3 al 5 se generan y presentan relaciones entre los</p>

conceptos y procesos de cada pensamiento y los procesos generales que se formulan y describen tanto en los LCM como en los EBCM. Finalmente en el capítulo 6 se exponen los resultados del trabajo y se hacen sugerencias para dar continuidad a éste a través de otros trabajos de licenciatura o posibles proyectos de investigación, con el fin de brindar al lector una propuesta en la cual se dé importancia a la estocástica, en específico al desarrollo del pensamiento matemático a partir del pensamiento aleatorio y su conjunción con los demás pensamientos.

3. Fuentes

Las principales fuentes de consulta se listan a continuación. Las restantes se pueden consultar en la bibliografía extensa de este documento.

Congreso de la República de Colombia. (1994). Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Ley General de Educación. Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2004). El desarrollo de la educación en el siglo XXI informe nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Principles and Standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ochoa, L. (s.f). Significado y sentido de los estándares básicos de competencias y su evaluación en la educación básica y media en Colombia. Universidad del Bosque. Recuperado de:

https://www.academia.edu/435262/SIGNIFICADO_Y_SENTIDO_DE_LOS_EST%C3%81NDARES_B%C3%81SICOS_DE_COMPETENCIAS_Y_SU_EVALUACION_EN_LA_EDUCACION_B%C3%81SICA_Y_MEDIA_EN_COLOMBIA

4. Contenidos

Este trabajo está dedicado al estudio del pensamiento aleatorio y su conexión con los pensamientos: variacional, métrico, espacial y numérico, y en general al desarrollo del pensamiento matemático, cuyas bases teóricas y enfoques se asumen de lo propuesto en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), documentos orientadores prescritos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

En el capítulo 1 se presenta el objetivo general y los objetivos específicos que se centran en la formulación de una propuesta curricular para el desarrollo del pensamiento matemático. En el capítulo 2, se plasman algunos antecedentes de la educación en Colombia informando al lector del cómo se llegó a la formulación de los orientadores LCM y EBCM, documentos rectores de este trabajo, y así mismo a la propuesta de llevar la enseñanza de la estadística a la educación básica y media.

En el capítulo 3 se comenta la metodología usada para el desarrollo del trabajo y cómo se identificaron y construyeron las relaciones que se muestra en el capítulo 4, ya en dicho capítulo se presentan conceptos y procesos que se pueden abordar y que se identificaron a partir de la revisión minuciosa de cada uno de los estándares propuestos para cada uno de los pensamientos expuestos para los diferentes conjuntos de grados.

En el capítulo 5 denominado propuesta micro curricular, se presenta la propuesta curricular micro y ejemplos de actividades que se pueden gestionar en el aula, materializando algunas de las relaciones que se establecen en el capítulo 4. Por último en el capítulo 6 se dan a conocer las conclusiones y recomendaciones enfocadas en los productos logrados a lo largo del trabajo realizado y los aportes de éste en la formación inicial de las profesoras de matemáticas autoras de éste trabajo.

5. Metodología

A partir de lo expuesto, particularmente en los EBCM (MEN, 2006), se reconocen los conceptos y procesos de cada pensamiento a partir de los estándares y el análisis detallado de los mismos, lo cual se sistematiza en una serie de tablas donde se codifica cada concepto y proceso con el uso de siglas. A continuación se establecen relaciones entre los elementos del pensamiento aleatorio a través de una red que acoge tanto conceptos como procedimientos de los diversos pensamientos teniendo como eje lo relacionado con el pensamiento aleatorio, relaciones que son detalladas a lo largo de los diferentes conjuntos de grados en los que se estructuran los EBCM. Como resultado de estas relaciones y su análisis, se genera una propuesta micro curricular para el desarrollo del pensamiento matemático, lo cual se materializa a través de esquemas y algunos ejemplos (actividades) originados a partir de relaciones encontradas.

6. Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones a partir de las relaciones y procesos identificados a lo largo del trabajo de grado y la propuesta micro curricular presentada.

Se observa que en todas las relaciones que se establecieron para los diferentes conjuntos de grados apareció el pensamiento numérico, por lo que este pensamiento se relaciona de forma directa y en mayor medida con el pensamiento aleatorio, a comparación con los demás pensamientos, además las relaciones entre los procesos y conceptos de los diferentes pensamientos dio como resultado una propuesta micro curricular de matemáticas a partir de un proceso secuencial entre conjuntos de grados en la cual se desarrolla el pensamiento matemático fundamentado en procesos del pensamiento aleatorio, también se evidenció que hay poco énfasis en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en el desarrollo de los procesos generales de comunicar (C) y modelar (M). No obstante, se tiene que hay fuerte trabajo y prioridad a los procesos generales de razonar (R) y el de resolución y planteamiento de problemas (P), por lo que se tiene que el proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos se trabaja de manera balanceada a lo largo de los once años escolares.

Es de resaltar, que el núcleo de las relaciones en particular entre los procesos del pensamiento aleatorio tienen como punto focal el proceso general de resolución y planteamiento de problemas (P) y también el de razonar (R), de manera similar como en las relaciones generales establecidas, por lo que en general han sido un eje central de las mismas. Sin embargo, se tiene también un importante enfoque sobre el proceso general de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E).

Elaborado por:	Sileni Marcela Carranza Cantor Milady Astrid Guerrero Velasco
Revisado por:	Ingrith Álvarez Alfonso

Fecha de elaboración del Resumen:	21	07	2016
--	----	----	------

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	13
JUSTIFICACIÓN.....	14
1. OBJETIVOS	20
1.1. OBJETIVO GENERAL.....	20
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	20
2. MARCO DE REFERENCIA	21
2.1 LA EDUCACIÓN EN COLOMBIA	21
2.2 CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA	22
2.3 ESTRUCTURA DE LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS	24
2.4 ESTRUCTURA DE LOS ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS	27
2.5 MICRO CURRÍCULO.....	28
3. METODOLOGÍA	30
4. RESULTADOS.....	32
4.1 PRIMERO A TERCERO.....	32
4.1.1 Conceptos y procesos de 1° a 3°.....	32
4.1.2 Relaciones de 1° a 3°.....	34
4.2 CUARTO A QUINTO.....	39
4.2.1 Conceptos y procesos de 4° a 5°.....	39
4.2.2 Relaciones de 4° a 5°.....	42
4.3 SEXTO A SÉPTIMO	47
4.3.1 Conceptos y procesos de 6° a 7°.....	47
4.3.2 Relaciones de 6° a 7°.....	50
4.4 OCTAVO A NOVENO.....	57
4.4.1 Conceptos y procesos de 8° a 9°.....	57
4.4.2 Relaciones de 8° a 9°.....	59
4.5 DÉCIMO A UNDÉCIMO	68
4.5.1 Conceptos y procesos de 8° a 9°.....	68
4.5.2 Relaciones de 10° a 11°.....	70
5. PROPUESTA MICRO CURRICULAR.....	75
5.1 EJEMPLOS DE ACTIVIDADES.....	81
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	85
BIBLIOGRAFÍA	88
ANEXOS	89

IMÁGENES

	pág.
Imagen 1. Relación entre procesos, contextos y conocimientos básicos.....	14
Imagen 2. Relación pensamiento métrico – espacial, 6° grado.....	16
Imagen 3. Relación pensamiento numérico – variacional, 8° grado.....	16
Imagen 4. Contenidos 8° grado.....	17
Imagen 5. Pensamiento numérico y variacional, 1° grado.....	18
Imagen 6. Contenidos abordados, 5° grado. Colegio 3.....	18
Imagen 7. Contenidos abordados, 9° grado. Colegio 3.....	19
Imagen 8. Consolidación información 1° a 3°.....	39
Imagen 9. Consolidación información 4° a 5°.....	46
Imagen 10. Consolidación información 6° a 7°.....	57
Imagen 11. Consolidación información 8° a 9°.....	67
Imagen 12. Consolidación información 10° a 11°.....	74
Imagen 13. Consolidación de pensamientos.....	85
Imagen 14. Consolidación de procesos generales.....	86

TABLAS

	pág.
Tabla 1. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio, de 1° a 3°	32
Tabla 2. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 1° a 3°	33
Tabla 3. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio de 4° a 5°.	39
Tabla 4. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 4° a 5°	40
Tabla 5. Conceptos y procesos del pensamiento de 6° a 7°.	47
Tabla 6. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 6° a 7°	48
Tabla 7. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio de 8° a 9°.	57
Tabla 8. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 8° a 9°	58
Tabla 9. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio de 10° a 11°.	68
Tabla 10. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 10° a 11°	69

GRÁFICOS

	pág.
Gráfico 1. Relaciones entre procesos del pensamiento aleatorio 1° a 3°	33
Gráfico 2. Relaciones con clasificar	34
Gráfico 3. Relaciones con organización de datos	35
Gráfico 4. Relaciones con interpretar cualitativamente datos	36
Gráfico 5. Relaciones con describir situaciones/eventos a partir de un conjunto de datos ..	36
Gráfico 6. Relaciones con representar datos relativos al entorno.....	37
Gráfico 7. Relaciones con identificar regularidades y tendencias de un conjunto de datos .	37
Gráfico 8. Relación con explicar la posibilidad/ imposibilidad, ocurrencia de un evento ...	37
Gráfico 9. Relaciones con la posibilidad de ocurrencia de un evento	38
Gráfico 10. Relaciones entre procesos del pensamiento aleatorio de 4° a 5°	40
Gráfico 11. Relaciones con representar datos usando tablas y gráficas	42
Gráfico 12. Relaciones con comparar diferentes representaciones.	42
Gráfico 13. Relaciones con interpretar información presentada en gráficas y/o tablas.	43
Gráfico 14. Relaciones con conjeturar predicciones	43
Gráfico 15. Relaciones con poner a prueba predicciones.....	44
Gráfico 16. Relaciones con describir como se distribuyen los datos de conjuntos	44
Gráfico 17. Relaciones con usar la media y la mediana.....	45
Gráfico 18. Relaciones con interpretar la media y la mediana	46
Gráfico 20. Relaciones con interpretar datos provenientes de diversas fuentes.....	50
Gráfico 21. Relaciones con reconocer relación entre conjunto de datos y representación ..	51
Gráfico 22. Relaciones con interpretar representaciones gráficas.....	51
Gráfico 23. Relación con producir representaciones gráficas	52
Gráfico 24. Relaciones con comparar representaciones gráficas	52
Gráfico 25. Relaciones con usar medidas de tendencia central.....	53
Gráfico 26. Relaciones con usar modelos para discutir la ocurrencia de un evento	54
Gráfico 27. Relaciones con predecir la ocurrencia de un evento	54
Gráfico 28. Relaciones con conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio ...	55

Gráfico 29. Relación, resolver problemas a partir de un conjunto de datos.....	55
Gráfico 30. Relación con formular problemas a partir de un conjunto de datos	56
Gráfico 31. Relaciones procesos del pensamiento aleatorio de 8° a 9°	58
Gráfico 32: Reconocer diferentes maneras de presentación de información	60
Gráfico 33: Relaciones con interpretar analítica y críticamente información estadística. ...	61
Gráfico 34: Relaciones con interpretar los conceptos de medidas de tendencia central	62
Gráfico 35: Relaciones con interpretar los conceptos de medidas de tendencia central	63
Gráfico 36: Seleccionar métodos estadísticos adecuado al tipo de problema	63
Gráfico 37: Seleccionar métodos estadísticos adecuado al tipo de problema	64
Gráfico 38: Relaciones con comparar resultados de experimentos aleatorios	65
Gráfico 39: Reconocer tendencias presentes en conjuntos de variables	65
Gráfico 40: Calcular probabilidades de eventos simples.....	66
Gráfico 41: Relaciones con usar conceptos básicos de probabilidad	67
Gráfico 42. Relaciones procesos del pensamiento aleatorio de 10° a 11°	69
Gráfico 43. Relaciones con justificar o refutar inferencias	71
Gráfico 44. Relación con describir tendencias que se observan en conjuntos de variables .	71
Gráfico 45. Relaciones con interpretar nociones con la información.....	71
Gráfico 46. Relación con usar comprensivamente las medidas	72
Gráfico 47. Relaciones con diseñar experimentos aleatorios	72
Gráfico 48. Relaciones con interpretar conceptos de probabilidad	72
Gráfico 49. Relaciones con problemas usando conceptos de conteo y probabilidad	73
Gráfico 50. Relación con plantear problemas usando conceptos de conteo y probabilidad	73
Gráfico 51. Relaciones con proponer inferencias.....	74
Gráfico 52. Micro currículo para 1° a 3°, basados en conceptos y procesos.....	76
Gráfico 53. Micro currículo para 4° a 5°, basados en conceptos y procesos.....	77
Gráfico 54. Micro currículo para 6° a 7°, basados en conceptos y procesos.....	78
Gráfico 55. Micro currículo para 8° a 9°, basados en conceptos y procesos.....	79
Gráfico 56. Micro currículo para 10° a 11°, basados en conceptos y procesos.....	80

ANEXOS

	pág.
Anexo 1: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 1° a 3°	89
Anexo 2: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 4° a 5°	89
Anexo 3: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 6° a 7°	89
Anexo 4: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 10° a 11°	90
Anexo 5: Actividad de primero a tercero	91
Anexo 6: Actividad de cuarto a quinto	93
Anexo 7: Actividad de décimo a undécimo.....	97

INTRODUCCIÓN

En primer lugar se tiene que el título del trabajo de grado, fue modificado puesto que inicialmente se denominó: “Desarrollo del pensamiento matemático a través del pensamiento aleatorio”, pero durante el desarrollo y elaboración del mismo se construyó una propuesta en la cual se involucraban los contenidos y procesos de otros pensamientos (numérico, variacional, métrico y espacial) en los cuales se profundizó, lo cual indicaba mayor caracterización del pensamiento matemático y los pensamientos que lo conforman, a partir de algunas orientaciones propuestas por el Ministerio de Educación Nacional [MEN], lo cual conllevó a que el trabajo se titulara: “El pensamiento aleatorio como fundamento para el desarrollo del pensamiento matemático y sus componentes”.

En este trabajo se expone una propuesta curricular micro con el objetivo de evidenciar la importancia de la estocástica en la educación básica, sustentando el desarrollo del pensamiento matemático fundamentado en el pensamiento aleatorio. Esto se realiza a partir de la revisión de directrices dadas por el MEN para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y con base en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [EBCM] (MEN, 2016) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas [LCM] (MEN, 1998) se establecen conceptos y procesos a desarrollar en cada conjunto de grados, determinando la relación horizontal entre los pensamientos: aleatorio, variacional, métrico, espacial y numérico, para generar y proponer ejemplos de actividades que materializan dichas relaciones.

Así, el documento se estructura en seis partes. La primera, presentan los objetivos general y específicos que se llevan a cabo en el desarrollo del trabajo; en la segunda se exhibe un marco de referencia a través del cual se hace una breve contextualización de las reformas educativas colombianas a lo largo de algunas épocas, y del cómo y por qué surgen los documentos que son una base para el desarrollo del trabajo, haciendo un reconocimiento de los temas centrales en matemáticas que se han trabajado en las diferentes épocas y de los fundamentos bajo los cuales se ha desarrollado el currículo de matemáticas en Colombia, añadiendo ejemplos vividos a través de la experiencia de las maestras en formación a lo largo de las prácticas iniciales y de profundización, dentro del programa de la Licenciatura en Matemáticas. En la tercera parte, se presenta la metodología de cómo se realiza el análisis de los EBCM que es presentado en la cuarta parte. En la quinta parte del documento se presenta la propuesta curricular micro y se proponen actividades para ciertos ciclos donde se ejemplifica la propuesta micro curricular formulada. Finalmente, se muestran conclusiones y recomendaciones dadas por las autoras.

JUSTIFICACIÓN

El trabajo de grado se origina en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística llevado a cabo en 2015-I, donde se compartió un video del profesor Arthur Benjamín (2009) quien afirma que la base de la pirámide del currículo en matemáticas debería ser la Estocástica. Además se estudiaron los *Principles and standards for school mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, p. 51) los cuales afirman que “el análisis de datos y la estadística permiten a profesores y alumnos establecer conexiones importantes entre ideas y procedimientos sobre Números, Álgebra, Medida y Geometría”. Igualmente a nivel nacional en los EBCM (MEN, 2006, p. 79) se propone que debe haber una coherencia horizontal entre los estándares de cada pensamiento, “(...) dada por la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos, dentro del mismo conjunto de grados”, donde dan un ejemplo que relaciona un estándar del pensamiento métrico con estándares del pensamiento numérico, geométrico y aleatorio. Igualmente en los LCM se establecen relaciones entre los cinco pensamientos lo que ha de permitir el desarrollo del pensamiento matemático, proponiendo que:

El hecho de que el pensamiento numérico requiera para su desarrollo de los sistemas numéricos, no quiere decir que estos lo agoten sino que es necesario ampliar el campo de su desarrollo con otros sistemas como los de medida, los de datos, etc. (MEN, 1998, p. 21)

Bajo la anterior idea, es posible afirmar que para el desarrollo de los pensamientos aleatorio, métrico, variacional, numérico y espacial, es decir, para el desarrollo del pensamiento matemático, es necesario y recomendable involucrar todos los pensamientos de manera simultánea o por lo menos dos o más de ellos, para lograr una consolidación del pensamiento matemático y no pensar en el conocimiento de manera aislada y fragmentada puesto que el fin de cada pensamiento es aportar al desarrollo del pensamiento matemático.

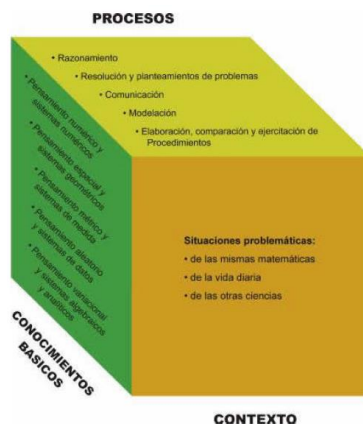


Imagen 1. Relación entre procesos, contextos y conocimientos básicos.

Por otra parte, el MEN (1998) representa en un cubo (imagen 1) la relación entre procesos, contextos y conocimientos básicos necesarios para el desarrollo del pensamiento matemático, por lo que se tendrán pequeños cubitos como resultado de la interacción entre los tres componentes. Sin embargo la dificultad que se tiene es que al tener muchas combinaciones entre los elementos de los tres ejes, ocasionalmente se restringe el currículo a un segmento o a una parte del mismo, centrando la atención en un sólo contexto o un sólo proceso, sin tener en cuenta la interacción y relación ente los elementos de los tres aspectos. Por ejemplo, si se desea trabajar con números fraccionarios no se puede restringir al razonamiento, y dejar de involucrar los otros procesos que están relacionados con la actividad matemática, así como los diferentes contextos, (matemático, vida cotidiana, etc.).

Basados en las afirmaciones y recomendaciones realizadas por el NCTM (2000), MEN (1998), MEN (2006) y lo mencionado por Benjamín (2009) es posible desarrollar una propuesta curricular en la cual la Estocástica y como tal el pensamiento aleatorio se asume como la base del desarrollo del pensamiento matemático, es decir, la Estocástica es la herramienta primordial sobre la que se fundamenta el desarrollo del pensamiento variacional, el espacial, el numérico y el métrico. Por lo cual al parecer es viable generar propuestas micro curriculares, que permitan materializar las relaciones que existen entre los estándares de los diferentes pensamientos.

Por otra parte con base en la experiencia que han tenido las maestras en formación a través de la práctica inicial y de profundización, dentro del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, se evidencian currículos de matemáticas que separan los contenidos por pensamientos, siendo poco relevante la enseñanza y aprendizaje de la Estadística a lo largo del periodo escolar, generando mallas curriculares que diversifican los contenidos sin establecer que algunos temas se pueden trabajar desde dos o tres pensamientos simultáneamente. Algunos ejemplos de dichos currículos se describen a continuación.

Un colegio privado ubicado en el sur-oriente de Bogotá trabaja con los niveles de primaria y secundaria, desglosando el plan de estudios en tablas que especifican contenidos a partir de los pensamientos propuestos en los LCM (MEN, 1998). El año escolar está dividido en cuatro periodos académicos donde se plantean los pensamientos a trabajar en cada uno de ellos. Por ejemplo, en transición, en el primer periodo se abordan los pensamientos numérico, espacial y métrico; en el segundo se estudian los pensamientos numérico, espacial, métrico y aleatorio; en el tercero se tratan los pensamientos numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, y en el cuarto los pensamientos métrico y espacial. Así, se observa la propuesta curricular conlleva a abordar los pensamientos de manera separada y que el pensamiento aleatorio solo es mencionado y al parecer abordado una vez al año. Para grado segundo se

propone el desarrollo los pensamientos métrico, numérico y espacial en los cuatro periodos. A lo largo de los diferentes grados de escolaridad se enfatiza en diferentes pensamientos dando en general menor relevancia al desarrollo del pensamiento aleatorio. En algunos casos se evidencian relaciones entre dos pensamientos, por ejemplo para grado sexto se propone el pensamiento métrico-espacial (imagen 2) y en el grado octavo el pensamiento numérico-variacional (imagen 3), pero no hay relaciones entre el pensamiento aleatorio y otro(s) pensamiento(s).

PERIODO	Estándares	Contenidos Temáticos	Competencias	Habilidades	Desempeños
PRIMERO	<p>PENSAMIENTO METRICO-ESPACIAL</p> <p>Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.</p> <p>Clasifico polígonos en relación con sus propiedades</p>	<p>Unidades de longitud</p> <p>*Sistema métrico decimal</p> <p>*Conversión de unidades</p> <p>Elementos de la geometría</p> <p>Puntos, rectas, planos y ángulos</p> <p>Longitud y perímetro</p>	<p>*Identifica, comprende y utiliza las relaciones entre las diferentes unidades para medir magnitudes.</p> <p>*Determina e interpreta los conceptos básicos de la geometría.</p>	<p>*Identifica y convierte unidades de longitud</p> <p>*Identifica y clasifica los ángulos.</p> <p>*Utiliza técnicas y herramientas para la construcción de ángulos</p>	<p>Bajo: Se me dificulta usar las unidades estandarizadas del sistema métrico decimal y determinar los conceptos básicos de la geometría.</p> <p>Básico: Identifico las unidades estandarizadas del sistema métrico decimal y interpreto los conceptos básicos de la geometría.</p> <p>Alto: Identifico y uso las unidades estandarizadas del sistema métrico decimal e interpreto los conceptos básicos de la geometría.</p> <p>Superior: Propongo situaciones donde intervienen como solución uso las unidades estandarizadas del sistema métrico decimal y determino e interpreto los conceptos básicos de la geometría.</p>

Imagen 2. Relación pensamiento métrico – espacial, 6° grado.

PERIODO	Estándares	Contenidos Temáticos	Competencias	Habilidades	Desempeños
SEGUNDO	<p>PENSAMIENTO NUMERICO-VARIACIONAL</p> <p>Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.</p> <p>Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.</p>	<p>Polinomios II:</p> <p>*Productos notables</p> <p>*División de polinomios</p> <p>*Polinomio por monomio.</p> <p>*Polinomio por polinomio.</p> <p>*Regla de Ruffini</p> <p>*Teorema del residuo</p> <p>*Teorema de factor</p> <p>*Raíces de polinomios</p> <p>*Factorización I:</p> <p>*Factorización</p> <p>*Casos de factorización (5 primeros casos)</p>	<p>Identifica productos notables en una expresión algebraica</p> <p>Utiliza los algoritmos de factorización en expresiones algebraicas.</p>	<p>Identificar y aplicar los algoritmos de los productos notables.</p> <p>Realizar división entre polinomios.</p> <p>Aplicar los casos de factorización para obtener productos equivalentes a un polinomio dado.</p>	<p>Bajo: No aplico los criterios de factorización ni de productos notables..</p> <p>Básico: Aplica los criterios de factorización y los productos notables.</p> <p>Alto: Identifico y aplico los criterios de factorización y los productos notables.</p> <p>Superior: Identifico y aplico los criterios de factorización y los productos notables viendo las relaciones entre estos.</p>

Imagen 3. Relación pensamiento numérico – variacional, 8° grado.

Un segundo plan de estudios revisado tiene como ejes de articulación los cinco pensamientos con sus correspondientes sistemas, desplegando los contenidos en una lista a partir de los respectivos estándares. Además las habilidades que se pretenden desarrollar corresponden a los procesos generales que se mencionan en los LCM (MEN, 1998), abordando criterios de evaluación cognitivos, procedimentales y actitudinales.

Por ejemplo, para grado octavo (imagen 4) se presenta una serie de contenidos para todo el año escolar pero que son asociados a cada pensamiento, lo que no evidencia relación entre dos o más pensamientos, y al parecer el desarrollo de los mismos se adhiere a una lista de contenidos sin conexión entre procesos y contextos. Además por la experiencia de práctica en dicha institución se sabe que no se hace énfasis en la enseñanza de la Estadística y que en general los estudiantes no trabajan este campo del conocimiento, lo cual se ve reflejado en los resultados de los simulacros de pruebas saber en los asuntos relacionados con la interpretación de gráficos estadísticos.

CICLO 3 GRADO OCTAVO AREA MATEMÁTICAS RESPONSABLE	
SUGERENCIA DE IMPRONTA: CICLO 1: Infancia y construcción de sujetos / CICLO 2: Cuerpo, creatividad y cultura CICLO 3: Integración Social y Construcción de Mundos Posibles / CICLO 4: Proyecto de Vida / CICLO 5: Proyecto Profesional y Laboral	
EJES DE DESARROLLO: CICLO 1: Estimulación y exploración CICLO 2: Descubrimiento y experiencia CICLO 3: Integración y Experimentación CICLO 4: Vocación y Exploración Vocacional CICLO 5: Investigación y Desarrollo de la Cultura para el Trabajo	
PROPOSITOS	
POR CICLO	POR AREA
"...orientar a la construcción del proyecto de vida, lo que implica iniciar la exploración de habilidades y competencias que oriente su vocación o desarrollo profesional y laboral."	Brindar los conceptos matemáticos básicos generales y los conceptos matemáticos específicos necesarios para el desempeño acorde con las necesidades de cada una de las modalidades
EJES DE ARTICULACIÓN GENERAL (Estándares y/o Lineamientos)	
Pensamiento numérico y los sistemas numéricos: Números reales	
Pensamiento espacial y los sistemas geométricos: Ángulos, triángulos, ángulos determinados por dos paralelas y una secante, congruencia de triángulos, teorema de Pitágoras	
Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas: Sistema Internacional de medidas	
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos: proporcionalidad, expresiones algebraicas, polinomios, productos notables, factorización, ecuaciones, función lineal	
Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos: estadística descriptiva. Combinatoria: permutaciones y combinaciones	

Imagen 4. Contenidos 8° grado.

Por otra parte, en el plan de estudios de otra institución educativa de la ciudad de Bogotá, el año escolar se divide en tres periodos académicos evidenciando una relación entre los pensamientos variacional y numérico, del grado primero a tercero (imagen 5 sin embargo se observa que en este grupo de grados se aborda el pensamiento aleatorio en el último periodo, pero este no se relaciona con otros pensamientos. Para grado quinto se propone desarrollar, por primera vez en el plan de estudios, el pensamiento aleatorio, sin embargo con base en la experiencia de las maestras en formación a lo largo de su práctica dentro de dicha institución, se tiene que tales contenidos de Estadística se tratan en el último periodo del año (imagen 5), y de la misma manera este pensamiento no se relaciona con algún otro pensamiento.

GRADOS	PRIMER PERIODO		SEGUNDO PERIODO		TERCER PERIODO	
	EJE	TEMA	EJE	TEMA	EJE	TEMA
PRIMERO	pensamiento numérico y variacional	<p>Comparación de cantidades. Solución de restas y sumas. Formulación y solución de situaciones problemáticas. Características para formar conjuntos (pertenecer, no pertenecer).</p> <p>Formar conjuntos teniendo en cuenta el cardinal. Solución de problemas de acuerdo a una característica dada. comparación de cantidades estableciendo relaciones</p> <p>Noción espacial concreta y abstracta. Forma, color, tamaño. lateralidad identificación de fichas del tangram y elaboración de figuras libres</p>	<p>pensamiento numérico y variacional</p> <p>pensamiento espacial y sistema geométrico</p>	<p>La decena descomposición de números con dos cifras. Sumas y restas. problemas con operaciones básicas</p> <p>identifica y representa la decena, suma y resta centenas completas Lee y escribe números con tres cifras. Plantea y soluciona problemas con suma llevando, resta prestando.</p> <p>Trazo de líneas rectas, curvas, abiertas y cerradas. Construcción de dibujos y figuras planas con líneas poligonales abiertas y cerradas.</p>	<p>pensamiento numérico y variacional</p> <p>pensamiento aleatorio</p> <p>pensamiento espacial y sistema geométrico</p>	<p>Números hasta 999. Soluciona problemas con operaciones. Plantea soluciones problemáticas a partir de una operación dada. Plantea los pasos para dar solución a situaciones dadas</p> <p>Elabora encuestas y organiza datos. Interpreta información presentada en tablas. Representa datos en tablas.</p> <p>Reconoce y utiliza patrones de medidas arbitrarias de longitud en su entorno. Mide el largo, ancho y alto de un objeto. Divide objetos del entorno en partes iguales los representa gráficamente Reconoce mitad y tercera parte de un todo</p> <p>Secuencia de figuras geométricas. Determina el número de lados y vértices de una figura.</p>

Imagen 5. Pensamiento numérico y variacional, 1° grado.

QUINTO	<p>PENSAMIENTO NUMERICO</p> <p>PENSAMIENTO ESPACIAL</p>	<p>NÚMEROS NATURALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Operaciones con naturales: -La adición y la sustracción -la multiplicación - L a división - Solución de problemas <p>TEORIA DE NUMEROS:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Múltiplos y m.c.m -Divisores y M.C.D. -Criterios de divisibilidad -Números primos y números compuestos -problemas combinados -Potenciación -logaritmación-radición <p>ANGULOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Construcción de ángulos -Medición de ángulos -Clases de ángulos 	<p>PENSAMIENTO NUMERICO</p> <p>PENSAMIENTO ESPACIAL</p>	<p>FRACCIONES:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Fracciones -Fracción de un número -fracciones propias e impropias -Números mixtos -Fracciones equivalentes -Comparación de fracciones <p>OPERACIONES:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Adición y sus tracción de fracciones -Multiplicación de fracciones -División de fracciones -Problemas con fracciones <p>POLIGONOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Polígonos regulares y polígonos irregulares -triángulos -cuadriláteros <p>SUPERFICIE:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Áreas y superficies -Áreas de algunos polígonos <p>Probabilidad</p> <p>Ecuaciones</p>	<p>PENSAMIENTO NUMERICO</p> <p>PENSAMIENTO ESPACIAL</p> <p>PENSAMIENTO METRICO Y SISTEMA DE MEDIDAS</p> <p>PENSAMIENTO ALEATORIO Y SITEMA DE DATOS</p> <p>PENSAMIENTO VARIACIONAL</p>	<p>NUMEROS DECIMALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Fracciones decimales -Números decimales <p>-OPERACIONES CON DECIMALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Adición y sustracción -Multiplicación de decimales -División de decimales -Porcentajes -ejercicios y problemas combinados <p>-RAZONES Y PROPORCIONES:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Razones -Proporciones -Propiedad fundamental de las proporciones <p>SOLIDOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> -sólidos geométricos
	<p>PENSAMIENTO METRICO Y SISTEMA DE MEDIDAS</p> <p>PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS</p> <p>PENSAMIENTO VARIACIONAL</p>	<p>Medidas de longitud. Perímetro</p> <p>Tablas y diagramas de barras</p> <p>Patrones geométricos y numéricos</p>	<p>PENSAMIENTO METRICO Y SISTEMA DE MEDIDAS</p> <p>Pensamiento Aleatorio Y Sistemas De Datos</p> <p>PENSAMIENTO VARIACIONAL</p>		<p>MOVIMIENTOS :</p> <ul style="list-style-type: none"> -Traslación y rotación -Congruencia y semejanza <p>VOLUMEN:</p> <ul style="list-style-type: none"> -medición de volumen <p>MASA:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Mediciones de masa <p>DIAGRAMAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Diagramas circulares <p>DATOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Diagramas lineales -moda y promedio <p>VARIACION Y CAMBIO:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Situaciones de cambio <p>MAGNITUDES:</p> <ul style="list-style-type: none"> Directamente proporcionales Inversamente proporcionales Problemas de aplicación 	

Imagen 6. Contenidos abordados, 5° grado. Colegio 3

De séptimo a undécimo se propone trabajar el pensamiento aleatorio en el último periodo académico, con nociones de probabilidad y reconocimiento de conceptos como eventos, frecuencia relativa, etc. (imagen 6), evidenciando que el estudio de la Estadística no es de manera constante a lo largo del año.

NOVENO	Pensamiento numérico,	Reducción, simplificación y operaciones con fracciones algebraicas	Pensamiento variacional.	Potenciación y radicación	Pensamiento numérico	Funciones Cuadrática, exponencial y logarítmica
	Pensamiento variacional.	Concepto de función. Concepto de función lineal. Problemas sobre funciones.		Propiedades Radicales, racionalización Sucesiones y progresiones		
	Geométrico y variacional.	Ecuaciones lineales. Métodos de resolución de ecuaciones lineales. Resolución de problemas que involucran ecuaciones lineales,	Geométrico y variacional.	Término n-simo Suma n-sima Interpolación de términos Números complejos. Operaciones con números complejos Área y volumen de cuerpos geométricos.	Pensamiento geométrico Pensamiento variacional y aleatorio.	Tablas y graficas. Estadísticas Técnicas de conteo. Frecuencia relativa y probabilidad.

Imagen 7. Contenidos abordados, 9º grado. Colegio 3

Con base en los ejemplos expuestos se tiene que en general existen pocas relaciones entre los pensamientos y específicamente entre el pensamiento aleatorio y algún otro pensamiento. No obstante los contenidos que se presentan de Estadística se proponen para los últimos grados de la educación básica o media, o para los últimos periodos del año escolar en un determinado grado, sin tener un estudio constante de este pensamiento. De igual forma se observa que se da prioridad al desarrollo del pensamiento matemático por medio de los pensamientos variacional, numérico y métrico.

De lo anterior se tiene que el desarrollo del pensamiento matemático no se fundamenta en la Estocástica y menos en el desarrollo del pensamiento aleatorio, sino que se soporta en otros énfasis, sin priorizar o relacionar los contenidos estocásticos con los demás contenidos matemáticos, resultado que no es un capricho de las instituciones sino que es un reflejo de la historia la educación en Colombia, ya que aunque esta ha sufrido varios cambios desde sus normativas y fines, la historia sigue influenciando en la propuesta y desarrollo mismo de los currículos, pero que de igual forma cabe la posibilidad de emprender acciones que generen cambios y materialicen en el aula de clase la posibilidad de desarrollar de forma completa y conexas el pensamiento matemático a partir de los diversos pensamientos en que se estructura según los LCM (MEN, 1998).

1. OBJETIVOS

1.1. OBJETIVO GENERAL

Formular una propuesta curricular micro para la educación básica con el fin de desarrollar el pensamiento métrico, el variacional, el geométrico, y el algebraico a partir del pensamiento aleatorio.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconocer relaciones entre los estándares básicos de competencias por conjuntos de grados, teniendo como fundamento el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
- Plantear una propuesta curricular micro partiendo de algunas de las relaciones encontradas entre los estándares básicos de competencias.
- Materializar parte de la propuesta curricular micro por medio de tareas que pueden ser llevadas al aula para el desarrollo del pensamiento matemático.

2. MARCO DE REFERENCIA

A continuación se expone un breve recuento histórico sobre el currículo colombiano y algunas de sus reformas educativas con el fin de ver la importancia que le dan a ciertos contenidos en matemáticas y del cómo la Estadística no ha sido un campo de estudio fuerte en la educación básica y media en Colombia. Dicho recorrido desemboca en el surgimiento de los LCM y los EBCM, y la descripción de sus estructuras, reconociendo cada pensamiento, pues son estos el referente teórico que fundamenta este trabajo.

2.1 LA EDUCACIÓN EN COLOMBIA

La educación y por ende la enseñanza y el aprendizaje surge a partir del entorno social y la necesidad de su avance desde diferentes fines; por lo que es importante resaltar y especificar la época y el entorno social en el cual surge el sistema educativo y en específico los Estándares Básicos de Competencias y los Lineamientos Curriculares, en particular los de matemáticas.

Según Patiño (2014) la educación se desarrolló a partir de la enseñanza de doctrinas cristianas lo que dio paso a las escuelas literarias. En el siglo XVIII se constituye el término: “escuela pública”, puesto que se obtienen apoyos económicos para la educación por parte del estado; sin embargo, el sostenimiento de las “escuelas públicas” dependió de sus propias utilidades, y a partir de la situación social de estas se separaron los estudiantes por estatus y condición étnica. En la mayoría de casos los aprendizajes fueron impartidos por la iglesia. Con base en las problemáticas evidenciadas en esta época (Siglo XVII - XVIII) se fija la mirada en introducir las ciencias en la educación. En 1820 se concreta el sistema educativo con la determinación de que se debe enseñar aritmética, lectura, escritura y fundamentos cristianos. Al inicio del siglo XIX se discute y se habla acerca de la necesidad de la escolaridad en todos los lugares del país lo cual da origen a la educación obligatoria, gratuita y neutral. Surgen las primeras divisiones de las escuelas, en primarias, primarias superiores, normales, entre otras.

Entre 1934 y 1938 el estado brinda recursos para la educación dando importancia a las escuelas rurales y se hacen estudios para proponer cambios en las metodologías de enseñanza. En 1962 surge oficialmente la Federación Colombiana de Educadores (Fecode) la cual aporta a los cambios en las metodologías de enseñanza, lo cual es un primer paso para en el proceso educativo. En 1986 surgen los lineamientos generales de los procesos curriculares con el fin de organizar y plantear un esquema educativo unificado.

La Constitución Política consagra la educación como un derecho y un servicio público con función social. En 1993 la Ley 60 establece las competencias y fines de la educación. En

1994 se expide la Ley 115 (Ley General de Educación) dando autonomía a las instituciones para formular los planes de estudio; y en el decreto 1860 de 1994 se reglamenta lo que tiene que ver con el proceso pedagógico y de organización de la institución educativa (Proyecto Educativo Institucional [PEI], gobierno escolar, normas de evaluación y promoción, etc.). La resolución 2343 de 1996 como lo menciona Ochoa (s.f) adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y establece los indicadores de logros curriculares para la educación formal, haciendo énfasis en el pragmatismo cognitivo lo cual condujo a la visión de competencia. Los Lineamientos Curriculares se publican desde 1998 a partir de interrogantes sobre qué enseñar y qué aprender en la escuela, centrando las reflexiones en los temas del currículo, de tal manera que se orienta y se dan criterios nacionales para la formulación de los currículos en las instituciones educativas a nivel general, para las diferentes áreas.

Teniendo en cuenta el compromiso del estado de formular directrices generales (normas técnicas curriculares y pedagógicas) para acompañar la autonomía institucional en relación con la formulación de currículos y planes de estudio, se generan desde el 2002 orientaciones para la elaboración del currículo, trabajo que una vez compartido con la comunidad académica se publica en el 2006 bajo el nombre de Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, el cual se ha convertido en guía acerca de lo que los estudiantes deben saber, y saber hacer con lo que aprenden.

Con este breve recuento se observa que la formulación de planes de estudio a nivel nacional pasó de la imposición por parte del estado a la formulación de propuestas curriculares autónomas orientadas por los LCM y EBCM, lo que permite tener diferentes puntos de vista para el planteamiento de currículos, en particular de matemáticas, dependiendo de los objetivos de enseñanza y aprendizaje, y el tipo de individuos que se quieren promover.

2.2 CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA

Según Gómez (2014) se tiene que de manera particular hasta los años cincuenta no se conocen reformas específicas acerca de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. Se tiene que en primaria se enseñaba algo de aritmética y nociones de geometría, en cambio en bachillerato se enseñaba aritmética donde se abordaban números enteros (primer año), números racionales –fracciones– (segundo año), expresiones algebraicas (tercer año), ecuaciones y polinomios (cuarto año), y geometría euclidiana (quinto año).

En 1962 se realizó en Budapest el Simposio de Investigación sobre Matemática Educativa, donde se moldea una reforma para la enseñanza de la matemática a nivel mundial, introduciendo la matemática moderna en la educación primaria. Sus estructuras eran

definidas por las relaciones de equivalencia y de orden, algunas estructuras algebraicas y topológicas, alrededor de la lógica y la teoría de conjuntos, evidenciando contenidos como: noción y cardinal de un conjunto, y sus operaciones, producto cartesiano, clase de equivalencia, funciones y su álgebra, proposiciones, conectivos, tablas de verdad, implicación y equivalencia lógica, cuantificadores, entre otros. En 1963 se establece un plan único de estudios con la posibilidad de adoptar los programas de las asignaturas a las necesidades del medio, estudiando contenidos de aritmética y geometría, específicamente para matemáticas el MEN publicó manuales donde vislumbraba lo relacionado con la enseñanza de los números naturales, números racionales vistos como fraccionarios y decimales positivos, figuras geométricas, áreas y volúmenes.

En 1968 se crea el Instituto Colombiano de Pedagogía (ICOLPE) cuyo trabajo durante los setenta fue fundamental para la enseñanza de las matemáticas, puesto que allí se dicta el primer curso de pedagogía y se permite en las escuelas departamentales la implementación de la matemática moderna. En 1978 se proclama el decreto 1419 que contempla para el área de matemáticas, la división del contenido en siete temas centrales para cada curso: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas métricos, sistemas de datos (por primera vez mencionados en los currículos colombianos), sistemas lógicos, conjuntos, relaciones y operaciones. Se retoma la formulación del plan de estudios emitiendo el decreto 1002 de 1984 que tiene como objetivo principal garantizar la secuencia y la coherencia de la estructura educativa extinguiendo la enseñanza de la matemática moderna orientada bajo el enfoque de sistemas, retomando el enfoque tradicional de temas relacionados con la geometría y la aritmética.

Atendiendo al artículo 78 de la Ley 115 se elaboran y publican los lineamientos curriculares para las áreas obligatorias, entre ellos los de matemáticas en 1998, en donde uno de los objetivos según Gómez (2014) fue ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana, a través de diferentes pensamientos, introduciendo con este documento la enseñanza de la Estadística como un campo esencial en el desarrollo del pensamiento matemático, formulando así el pensamiento aleatorio y sistemas datos. En consonancia los EBCM (MEN, 2006) materializan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, brindando información común a las instituciones educativas, siendo guía para el desarrollo de planes de estudios, involucrando de forma explícita la enseñanza de la Estocástica a partir de la formulación de contenidos precisos para este pensamiento.

En particular, el currículo de matemáticas a lo largo de la historia se ha visto centrado en la aritmética, el álgebra y la geometría, teniendo como prioridad la primera de estas áreas. En Colombia la introducción en la escuela de contenidos relacionados con la Estocástica

(estadística y probabilidad), se realiza oficialmente solo hasta finales del siglo XX con los LCM, por lo cual se cree que el tiempo de madurez de dicho documento en relación con el pensamiento aleatorio ha sido poco y no lo suficiente explotado, pues por historia patria se sigue dando mayor importancia a lo numérico y algo a lo geométrico, dejando de lado lo aleatorio y lo referido a los conjuntos de datos.

2.3 ESTRUCTURA DE LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS

Los LCM (MEN, 1998) como orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el Ministerio de Educación Nacional con el apoyo de la comunidad académica, propone criterios para la construcción y orientación de los currículos particulares de las instituciones educativas, con el fin de dar un enfoque a la Educación Matemática en Colombia. Dichos lineamientos se estructuran desde tres aspectos: procesos generales, conocimientos básicos y contextos.

Los *procesos generales* hacen referencia al aprendizaje y se relacionan con las actividades propias de hacer matemáticas, entre ellos:

- *El razonamiento.* Se tiene que la actividad matemática de razonar significa justificar el cómo y porqué de los procedimientos que se ponen en acción, implica la formulación de hipótesis y exposición de ideas, potenciando la capacidad de pensar. Se debe tener en cuenta la edad, el nivel de desarrollo de los estudiantes, y los logros alcanzados en un grado para que sean ampliados en grados superiores, lo cual implica partir de niveles informales de razonamiento en los grados inferiores.
- *La resolución y planteamientos de problemas.* Este proceso debe permear en su totalidad el currículo de tal manera que provea un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos. Aquí se tienen en cuenta la formulación de situaciones en diferentes contextos, uso de diversas estrategias para resolver y generar un problema, y las diferentes interpretaciones que se pueden tener al solucionar y plantear un problema, siendo un objetivo fundamental de toda la educación básica y media.
- *La comunicación.* Es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas. Este proceso posibilita que los estudiantes adquieran seguridad para hacer conjeturas, argumenten y expliquen su forma de razonar, para tener un pensamiento crítico frente a lo que se realiza en un ambiente de aprendizaje (MEN, 1998).
- *La modelación.* Es la forma de descubrir la interrelación entre el mundo real y las matemáticas, donde el punto de partida de este proceso es una situación problemática real, donde se tiene en cuenta el lenguaje de los niños, por lo cual se deben hacer preguntas

para que los estudiantes reflexionen, expliquen y predigan el modelo que explica la situación real estudiada.

- *La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.* Es importante que los estudiantes ejecuten tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales, refiriéndose a las acciones, destrezas, estrategias, métodos y técnicas para resolver un problema con sus propias actuaciones. Se tienen procedimientos de tipo aritmético, métrico, geométrico y analítico, resaltando que no se debe descuidar el conocimiento conceptual. El aprendizaje de procedimientos o “modos de saber hacer” es importante en el currículo ya que estos facilitan aplicaciones de la matemática en la vida cotidiana.

Los *conocimientos básicos*, hacen referencia a los conceptos específicos del pensamiento matemático y de cada uno de los pensamientos y sus respectivos sistemas:

- *Pensamiento numérico y sistemas numéricos.* Se propone una secuencia para la construcción del número, sus representaciones y relaciones, además se de un proceso inductivo para aprovechar las nociones y conocimientos previos del estudiante, para así introducir las operaciones y procesos requeridos. El desarrollo del pensamiento numérico exige dominar procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías a través de los diferentes contextos, permitiendo configurar las estructuras conceptuales de número, sus relaciones u operaciones, lo que requiere acompañamiento pedagógico de tal forma que se logre recorrer doce milenios de historia en su periodo escolar.
- *Pensamiento espacial y sistemas geométricos.* Se plantea trabajar la geometría desde una postura intuitiva, con el fin de establecer representaciones y manipular información para la resolución de problemas; buscando desarrollar la inteligencia espacial (orientación, distribución de espacios, ubicación). Según los EBCM (MEN, 2006) se tienen dos momentos, debe darse relevancia a la relación de los objetos y su ubicación en el espacio. Luego cuando se complejizan los temas y las representaciones geométricas, se debe hacer un salto de lo cualitativo a lo cuantitativo generando propiedades y relaciones entre los objetos con el uso de los teoremas de la geometría euclidiana. Lo anterior implica referirse el estudio de la geometría en diferentes ambientes de aprendizaje y contextos, relacionando contenidos como: sólidos, caras, bordes, vértices, superficies, regiones, lados, volumen, área y perímetro, utilizando diferentes registros de representación. Además, se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, lenguaje ordinario, gestos y movimientos corporales.
- *Pensamiento métrico y sistemas de medida.* A través de este se busca la construcción del significado de magnitud y el desarrollo de procesos de medición, lo cual se puede trabajar a partir de las nociones de los estudiantes. En los LCM (MEN, 1998) se especifican conceptos y procedimientos en relación con este pensamiento como lo son: construcción del concepto de cada magnitud, conservación de magnitudes, estimación de la medida,

apreciación del rango de las magnitudes, selección de unidades de medida, diferencia entre la unidad y los patrones de medición, asignación numérica y el trasfondo social de la numeración.

- *Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.* Se propone que los estudiantes planteen situaciones problema que puedan ser analizadas por medio del tratamiento de datos (ordenar, agrupar, representar, y hacer uso de modelos y métodos estadísticos). Se establece que para el desarrollo de este pensamiento se debe trabajar con ambientes reales y significativos, puesto que los estudiantes tienen nociones de conceptos estocásticos, con el objetivo de que se haga uso de estos para razonar críticamente frente a situaciones de incertidumbre o riesgo. Así, como lo mencionan los EBCM (MEN, 2006) no es necesario que los estudiantes aprendan fórmulas y procedimientos matemáticos, sino que es importante avanzar gradualmente en el desarrollo de habilidades para encontrar todas las situaciones posibles dadas ciertas condiciones, dominar conceptos y procedimientos necesarios para la recolección y estudio de sistemas de datos estadísticos.
- *Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.* Se fundamenta en el desarrollo de la noción de cambio y acumulación, en diferentes contextos para modelar situaciones problemáticas, reconociendo representaciones y la transición entre ellas (verbal, gráfico, icónico, entre otros). Este pensamiento debe irse desarrollando desde la primaria para empezar construir el significado y comprensión de los conceptos y procesos relacionados con la variación, y su relación estrecha con los otros pensamientos ya que la variación y el cambio (aunque su representación está dada por sistemas algebraicos y analíticos), requieren de conceptos y procedimientos que se relacionan con distintos sistemas numéricos, por ejemplo el conjunto de los números reales en la construcción de las funciones de variable real.

De otra parte, los *contextos* como lo mencionan los LCM hacen referencia a los ambientes de aprendizaje que rodean al estudiante y que favorecen el desarrollo del pensamiento matemático, por lo cual se sugiere proponer situaciones problemáticas en donde los estudiantes puedan explorar, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos, siendo la solución de problemas el ambiente propicio y significativo para poner en práctica el aprendizaje. Entre dichos contextos se tiene:

- Las mismas matemáticas, viendo la importancia de distintos tópicos de las matemáticas, donde los estudiantes tienen la posibilidad de desarrollar actividades propias de los matemáticos.
- La vida diaria donde se usan las matemáticas, para descubrir qué matemáticas son relevantes para la educación, desarrollando una actitud crítica y flexible ante el uso de estas en problemas que se deben afrontar en la vida real.
- Las otras ciencias, donde el estudiante se prepara para los nuevos retos de la tecnología y la ciencia, para un proceso efectivo de adaptación, el cual no se limita al mundo de las

matemáticas y lo impulsa a emplear estrategias informales y de sentido común aplicables en diferentes áreas del conocimiento.

Al tener clara la estructura de los LCM, estos se toman fundamento que orienta el desarrollo de la propuesta curricular, para establecer las relaciones entre pensamientos y sus sistemas de tal manera que aporte al desarrollo del pensamiento matemático.

2.4 ESTRUCTURA DE LOS ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS

En primer lugar se tiene un borrador de los estándares básicos de competencias que fue escrito en el año 2003 como primer versión del documento, la cual fue revisada como se mencionó anteriormente, lo que permitió producir la versión y publicación de los estándares básicos de competencias del año 2006, de los cuales se hará la estructuración, y es el documento base para el trabajo elaborado.

A partir del documento publicado en el 2006 por el MEN, se tiene que el objetivo de la Educación Matemática es responder a las demandas de la sociedad, atendiendo a una educación para todos y desarrollando en el aprendiz competencias para ejercer sus derechos y deberes democráticos, desde la formación matemática.

En este mismo documento se estructura el conocimiento matemático desde dos tipos básicos de conocimientos: el conceptual que se caracteriza por un conocimiento teórico producido por la actividad cognitiva, asociándose al saber qué y al saber por qué; y el conocimiento procedimental que se acerca a la acción y a las técnicas para representar los objetos y hacer a la vez una transformación de las representación de cada uno, para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos, asociándose al saber cómo. Esto implica que ser matemáticamente competente según MEN (2006), atañe a formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de diferentes contextos.

Por otra parte, se describen los cinco procesos generales de la actividad matemática que también se contemplan en los LCM y se presentan desde las particularidades de la actividad matemática. Además se describen los cinco tipos de pensamiento que estructura el pensamiento matemático, los cuales se expusieron anteriormente, donde se muestra la variedad y riqueza de la expresión “ser matemáticamente competente”, a través de los tres contextos en los que se reconoce la utilidad de las matemáticas.

Finalmente se tiene que los Estándares se organizan en cinco conjuntos de grados (1° a 3°; 4° a 5°; 6° a 7°; 8° a 9°, y 10° y 11°) para dar mayor flexibilidad a la distribución de las

actividades dentro del tiempo escolar y para apoyar al docente en la organización de ambientes y situaciones de aprendizajes significativo, partiendo de la secuenciación y profundización de las temáticas a lo largo de la escolaridad, por lo cual el conjunto de estándares se entiende en términos de procesos de desarrollo de competencias, las cuales se generan gradual e integradamente. Se destaca que los estándares que se presentan no se limitan a un tiempo y momento determinado para la enseñanza, sino que se proponen a través de niveles de avance, a lo largo de la vida escolar. Cada estándar se estructura desde procesos generales, conceptos y contextos, y con una perspectiva de espiral (pasar por un mismo punto desde un nivel superior), teniendo una coherencia y secuencia vertical (relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los diferentes conjuntos de grados) y horizontal (relación de un estándar con los estándares de los demás pensamientos del mismo conjunto de grados).

Dada la descripción de los cinco pensamientos en los que se subdivide el pensamiento matemático, se evidencia una relación explícita entre ellos y la importancia de su desarrollo en cada grado de escolaridad, por medio de diferentes ambientes de aprendizaje, situaciones problemáticas y contextos.

Todo lo descrito en este capítulo es la base para el desarrollo del presente trabajo, donde se toma como fundamentos teóricos los LCM y los EBCM centrado la mirada en el pensamiento aleatorio, base para la propuesta curricular donde se tienen en cuenta los procesos y conceptos que se trabajan alrededor del dicho pensamiento y como a través de este se logra abordar asuntos de los otros pensamientos.

2.5 MICRO CURRÍCULO

Según lo propuesto por Rico (1997) citado en Gómez (2002) se reconocen cuatro niveles de reflexión sobre el currículo escolar: Planificación para los profesores, sistema educativo, disciplinas académicas, y teleológico o de fines. En cada nivel se atienden determinadas dimensiones del currículo, (cultural/conceptual, cognitivo, ético y lo social) a partir de la combinación entre niveles y dimensiones, teniendo diferentes componentes para abordar. Bajo esta mirada, para proponer la propuesta micro curricular que se tiene como objeto en este trabajo, se centra la atención en el primer nivel que es la planificación para los profesores desde sus diferentes dimensiones, dicha combinación genera los contenidos, los objetivos, la metodología y la evaluación, siendo componentes del currículo en general.

Según Gómez (2002) los Contenidos (cultural/conceptual): son el componente donde se determinan los objetos matemáticos específicos que se van a tratar en el aula, lo cual implica relacionar los conceptos matemáticos desde la estructura matemática escolar junto con sus

procesos, asunto que cobija la propuesta curricular que se plantea en el presente trabajo, y, siendo este el asunto a tratar de manera más profunda.

Es importante ver que la estructura conceptual como lo menciona Gómez, Lupiañez, Rico y Marín (2007) se refiere a tres aspectos de todo concepto matemático escolar, como lo son:

1. Estructuras matemáticas involucradas: Todo concepto matemático está relacionado con al menos dos estructuras matemáticas: i. la estructura matemática que el concepto configura y ii. las estructuras matemáticas de las que él forma parte.
2. Relaciones conceptuales: Aquellas que se establecen entre el concepto, i. a partir de su estructura matemática y ii. de los objetos que son casos particulares de dicho objeto, produciendo con estas relaciones diversos procesos.
3. Relaciones de representaciones: La exploración de los significados de un concepto requiere de los sistemas de representación, puesto que con ellos es posible identificar los modos en que el concepto se hace presente.

Lo que fundamenta la estructura conceptual en general son las posibles relaciones que un docente puede realizar con diversos conceptos y procesos a partir de sus diferentes aspectos matemáticos escolares.

Según Gómez (2001) Los Objetivos (cognitivo o de desarrollo): son el componente donde se determinan cuál es el aprendizaje y comprensión en matemáticas, dando un análisis de errores y dificultades, teniendo que uno de los objetivos principales es tener una comprensión de las matemáticas escolares y en general del desarrollo del pensamiento matemático con base en el pensamiento aleatorio.

La Metodología (ético o formativo): es el componente de materiales y recursos que juegan un papel importante en la resolución de problemas a partir de una secuenciación, donde la intervención del docente es importante en este proceso, para lograr el desarrollo del pensamiento matemático a nivel general.

La Evaluación (social): es el componente donde se analizan las tareas, construyendo así, una evaluación formativa en el desarrollo del proceso escolar. Sin embargo es importante aclarar que esta dimensión no se aborda en este trabajo, puesto que no se realiza un acercamiento en el aula.

Se asume el nombre de micro-currículo o plan de formación, como la propuesta de organización de contenidos que está a cargo del docente, la propuesta de una metodología y de unos objetivos para el desarrollo del pensamiento matemático.

3. METODOLOGÍA

En este capítulo se hace una descripción detallada de cómo establecen las relaciones entre conceptos y procesos identificados en cada estándar para cada uno de los pensamientos y conjuntos de grados, tomando como eje central los estándares del pensamiento aleatorio, dichas relaciones se abordan en el siguiente capítulo.

El análisis realizado a cada uno de los estándares propuestos en los EBCM (MEN, 2006) permite generar tablas en las cuales se listan detalladamente conceptos y procesos inmersos en cada uno de los pensamientos (aleatorio, variacional, numérico, métrico y espacial), desde los diferentes conjuntos de grados, identificando el que se consideró el proceso principal de cada estándar asociándolo a uno de los procesos generales descritos en los LCM. Además se instauraron siglas para cada concepto y proceso identificado, las respectivas siglas se asignan de la siguiente manera:

- Las siglas de la columna *Conceptos* se elaboran de tal manera que se hace una correspondencia con cada pensamiento en el que se encuentra inmerso el concepto, es decir, los conceptos del pensamiento aleatorio tienen como sigla Ca, los del pensamiento métrico tienen como sigla Cm, los del pensamiento numérico tienen como sigla Cn, los del pensamiento variacional tienen sigla Cv, y los conceptos del pensamiento espacial tienen como sigla Ce. Cada concepto está enumerado para distinguirlos entre ellos. (Ejemplo: Ca1 hace referencia al primer concepto identificado, dentro del pensamiento aleatorio).
- De igual manera se elaboran las siglas de los *Procesos* donde se hace una correspondencia con cada pensamiento. Es decir, los procesos de pensamiento aleatorio tienen como sigla Pa, los del pensamiento variacional tienen como sigla Pv, los del pensamiento numérico Pn, los del pensamiento métrico Pm, y los del pensamiento espacial Pe. De manera análoga cada proceso está enumerado para distinguirlos entre sí, esta notación corresponde a la segunda parte de la sigla de los procesos. (Ejemplo: Pv1 corresponde al primer proceso identificado dentro del pensamiento aleatorio).
- Finalmente, para generar la primera parte de la sigla de los procesos, se generan siglas para los procesos generales: [P]: Resolución y planteamiento de problemas, [M]: Modelación, [C]: Comunicación, [R]: Razonamiento y [E]: Elaboración, comparación y ejercitación de los procedimientos. Así, por ejemplo la sigla E-Pa1 indica que el proceso general inmerso en dicho objeto es la Elaboración, comparación y ejercitación de los procedimientos, y que se relaciona con un proceso específico inmerso en el pensamiento aleatorio, el cual fue identificado como Pa1 (*clasificar datos*), estableciendo de esta manera la relación entre procesos propios del

pensamiento aleatorio con los procesos generales que permiten desarrollar el pensamiento matemático.

Las siglas asignadas tienen como fin poder representar gráficamente y de manera concisa las relaciones entre conceptos y procesos del pensamiento aleatorio, con los conceptos y proceso de los demás pensamientos.

1. Después de asignar las siglas según la codificación antes mencionada, y previo a hacer las relaciones globales, se generan esquemas gráficos para relacionar los procesos específicos del pensamiento aleatorio, según el conjunto de grados, Esto a partir de reconocer los aportes de un proceso con respecto al otro, puesto que así se determina el hilo conductor de dichos procesos.
2. Establecidas dichas relaciones se elaboran esquemas que relacionan procesos y conceptos de los demás pensamientos tomando como eje central procesos del pensamiento aleatorio. Teniendo que en cada gráfico aparecen siglas o códigos que buscan describir las relaciones encontradas. Dichas relaciones surgen al identificar las necesidades del proceso principal, los conceptos que directa e indirectamente se relacionan o se implementan y los procesos generales que se involucran y/o aportan para el desarrollo del proceso específico del pensamiento aleatorio.

4. RESULTADOS

Atendiendo a la metodología expuesta, a continuación se exponen los conceptos y procesos que están inmersos en cada conjunto de grados a partir del análisis realizado a cada estándar. Dichos resultados se tienen en cuenta para establecer relaciones entre los diversos pensamientos y posteriormente presentar la propuesta curricular y actividades de aula que posibiliten la materialización de la misma.

4.1 PRIMERO A TERCERO

Primero se presentan las tablas que describen los conceptos y procesos inmersos en los estándares de los pensamientos de primero a tercero (aleatorio, variacional, métrico, numérico y espacial) descritos en los EBCM (MEN, 2006), con sus correspondientes siglas, para posteriormente presentar los gráficos que muestran las relaciones identificadas.

4.1.1 Conceptos y procesos de 1° a 3°

La Tabla 1 presenta conceptos y procesos identificados en los estándares formulados para los grados primero a tercero, para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Tabla 1. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio, de 1° a 3°.

<i>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</i>	
Conceptos	Procesos
Ca1: Conjunto de datos (Objeto de estudio).	E-Pa1: Clasificar datos. E-Pa2: Organizar datos. R-Pa3: Interpretar cualitativamente datos (caracterizar). C-Pa4: Describir situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos. M-Pa5: Representar datos relativos al entorno.
Ca2: Pictogramas y diagramas de barra.	R-Pa6: Identificar regularidades y tendencias de un conjunto de datos. C-Pa7: Explicar la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento. R-Pa8: Predecir la posibilidad de ocurrencia de un evento. P-Pa9: Resolver preguntas. P-Pa10: Formular preguntas para recoger información y resolver problemas.

A partir de la información reportada en la Tabla 1 se relacionan los procesos propios del pensamiento aleatorio y los procesos generales: elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (aparece dos veces), comunicación (aparece dos veces), modelación (aparece una vez), razonamiento (aparecen tres veces), y resolución y planteamiento de problemas (aparece dos veces).

De manera particular algunas relaciones que se pueden establecer entre procesos, se representan en el Gráfico 1. Se centra en que los estudiantes formulen preguntas que se puedan resolver a partir de recolección de información, de tal forma que bajo la combinación apropiada de los procesos particulares se logre aportar al desarrollo de procesos generales, los cuales se organizan en dos grupos, por un lado están los procesos que intervienen directamente con la formulación de preguntas (E-Pa1, E-Pa2 y R-Pa3) y por otro los procesos que median directamente con la resolución de problemas (C-Pa4, M-Pa5, R-Pa6, C-Pa7 y R-Pa8).

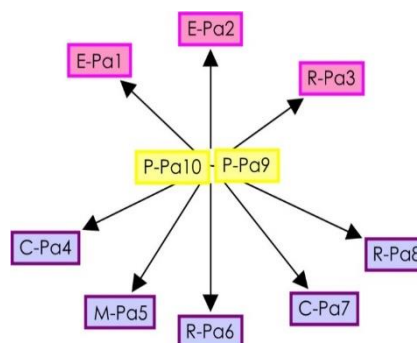


Gráfico 1. Relaciones entre procesos del pensamiento aleatorio 1° a 3°

En la Tabla 2 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los estándares formulados para los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional.

Tabla 2. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 1° a 3°.

Conceptos	Procesos
<i>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>	
Cn1: Número. Cn2: Medidas relativas. Cn3: Fracciones comunes. Cn4: Sistema de numeración decimal. Cn5: Gráficos pictóricos y concretos. Cn6: Variación proporcional.	R-Pn1: Reconocer el significado del número. C-Pn2: Describir situaciones con números. E-Pn3: Comparar situaciones con números. M-Pn4: Cuantificar situaciones con números. C-Pn5: Describir situaciones con medidas relativas y/o fracciones comunes. E-Pn6: Usar representaciones pictóricas y concretas de los números. R-Pn7: Reconocer las propiedades de los números. P-Pn8: Resolver problemas en situaciones aditivas de composición, transformación y de variación proporcional. P-Pn9: Formular problemas en situaciones aditivas de composición, transformación y de variación proporcional. P-Pn10: Usar diversas estrategias de estimación para resolver situaciones aditivas y multiplicativas. R-Pn11: Identificar regularidades y propiedades de los números.
<i>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</i>	
Ce1: Objetos (cuerpos o figuras) tridimensionales. Ce2: Horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad.	E-Pe1: Diferenciar atributos y propiedades de los objetos tridimensionales. E-Pe2: Dibujar figuras tridimensionales. R-Pe3: Describir figuras tridimensionales. R-Pe4: Reconocer nociones de perpendicularidad y paralelismo. M-Pe5: Representar el espacio circundante. R-Pe6: Reconocer traslaciones y simetrías.

<p>Ce3: Traslaciones y simetrías de una figura.</p> <p>Ce4: Congruencia y semejanza entre figuras.</p> <p>Ce5: Figuras geométricas bidimensionales.</p> <p>Ce6: Dirección, distancia y posición en el espacio.</p>	<p>E-Pe7: Aplicar traslaciones y simetrías.</p> <p>C-Pe8: Valorar traslaciones y simetrías.</p> <p>R-Pe9: Reconocer semejanza y congruencia entre figuras.</p> <p>E-Pe10: Realizar construcciones y diseños con figuras geométricas tridimensionales y bidimensionales.</p> <p>E-Pe11: Relacionar distancia, dirección y posición en el espacio.</p>
<i>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</i>	
<p>Cm1: Longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa (magnitudes).</p> <p>Cm2: Unidades de medida.</p>	<p>R-Pm1: Reconocer en los objetos propiedades o atributos medibles.</p> <p>E-Pm2: Comparar objetos según sus atributos medibles.</p> <p>E-Pm3: Ordenar objetos según sus atributos medibles.</p> <p>E-Pm4: Realizar procesos de medición.</p> <p>C-Pm5: Describir procesos de medición.</p> <p>R-Pm6: Analizar la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.</p> <p>C-Pm7: Explicar la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.</p> <p>E-Pm8: Realizar estimaciones de medidas.</p> <p>R-Pm9: Reconocer el uso de las magnitudes y unidades de medida.</p>
<i>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</i>	
<p>Cv1: Cambio y variación.</p> <p>Cv2: Secuencias numéricas y geométricas.</p>	<p>R-Pv1: Reconocer regularidades y patrones.</p> <p>C-Pv2: Describir regularidades y patrones.</p> <p>C-Pv3: Describir cualitativamente situaciones de cambio y variación.</p> <p>R-Pv4: Reconocer equivalencias entre expresiones numéricas.</p> <p>R-Pv5: Generar equivalencias entre expresiones numéricas.</p> <p>P-Pv6: Construir secuencias numéricas y geométricas.</p>

4.1.2 Relaciones de 1° a 3°

En esta sección se presenta las relaciones establecidas entre los conceptos y procesos de los pensamientos variacional, numérico, espacial y métrico, teniendo como eje central el proceso Clasificar datos (E-Pa1).

Dichas relaciones se materializan en el Gráfico 2, en el cual se observa que a través del estudio de los conjuntos de datos (Ca1) (eje del gráfico) se pueden abordar conceptos propios del pensamiento aleatorio tal como el concepto de pictograma (Ca2); y conceptos de otros pensamientos: concepto de número (Cn1) el cual está asociado al desarrollo de nociones entorno a los sistemas de numeración

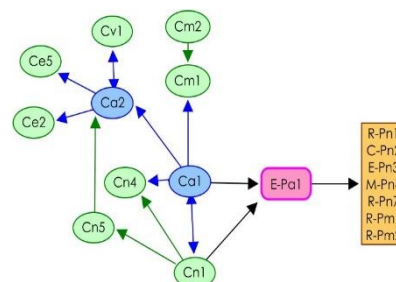


Gráfico 2. Relaciones con clasificar

decimal (Cn4) y gráficos pictóricos (Cn5), conceptos relacionados con magnitudes (Cm1) y unidades de medida (Cm2). Además, a partir de los conceptos relacionados con pictogramas y diagramas de barra (Ca2) se puede abordar con figuras geométricas bidimensionales (Ce5) pues como bien se sabe en los diagramas de barras se hace uso de rectángulos donde la altura de estos representan la frecuencia de repetición de los valores que toma la variable de estudio, nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicular (Ce2) cuando se hace uso del plano cartesiano; y las nociones de cambio y variación (Cv1).

Teniendo en cuenta lo anterior se establecen relaciones entre los conceptos Ca1 y Cn1 proceso particular de clasificación de datos (E-Pa1), para así aportar al desarrollo de procesos específicos del pensamiento numérico como: reconocer el significado del número (R-Pn1), describir situaciones con números (C-Pn2), comparar situaciones con números (E-Pn3), cuantificar situaciones con números (M-Pn4) y reconocer las propiedades de los números (R-Pn7), lo que permite concluir que el mayor énfasis de este proceso del pensamiento aleatorio se hace con el pensamiento numérico, a partir del proceso general de razonar, sin dejar de lado un trabajo paralelo con otros procesos generales.

Otra posible relación se representa en el Gráfico 3, parte del proceso de organización de datos (E-Pa2) y se entrelaza con procesos del pensamiento numérico, espacial, métrico y variacional, por ejemplo, reconocer el significado del número (R-Pn1), reconocer nociones de perpendicularidad y paralelismo (R-Pe4), ordenar sus objetos según sus atributos medibles (E-Pm3) y describir cualitativamente situaciones de cambio y variación (C-Pv3). Lo que implica que por medio de diferentes conceptos se tiene el proceso E-Pa2. Hay relaciones entre conceptos del pensamiento variacional y numérico como por ejemplo el concepto de número (Cn1) y la noción de cambio y variación (Cv1), puesto que a través de la organización de datos se tiene en cuenta la caracterización de variables lo que permite ver la variación entre estas y la noción de número, por otro lado también hay relaciones indirectas con E-Pa2 entre sistema de numeración decimal (Cn4) o nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo, y perpendicularidad (Ce2).

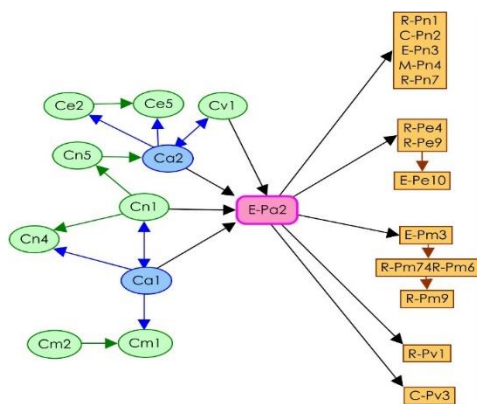


Gráfico 3. Relaciones con organización de datos

Se concluye que a partir del proceso general elaboración (E) se puede hacer énfasis en el proceso general de razonar que es el que más se repite, sin dar mayor peso al proceso de modelación, ya que este aparece una sola vez (M-Pn4) en el desarrollo del pensamiento matemático.

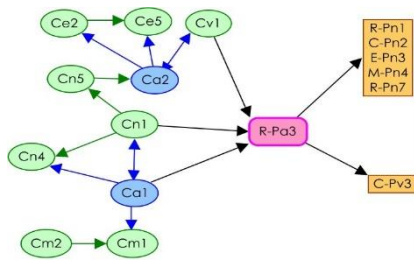


Gráfico 4. Relaciones con interpretar cualitativamente datos

La relación que se representa en el Gráfico 4 está dada a partir del proceso del pensamiento aleatorio de interpretar cualitativamente datos (caracterizar) (R-Pa3). Se determinan relaciones directas entre conceptos de los pensamientos numérico y variacional (concepto de número (Cn1), noción de cambio y variación (Cv1), sistema de numeración decimal (Cn4) y figuras geométricas (Ce5)), pues en el momento en el que se interpretan los datos se caracterizan los mismos,

dependiendo de cómo estos se representen, ya sea en tablas o en gráficos. Además surgen relaciones de este proceso con procesos del pensamiento numérico y variacional, entre ellas: reconocer el significado del número (R-Pn1) y describir cualitativamente situaciones de cambio, y variación (C-Pv3). Concluyendo que hay énfasis en los procesos generales de razonar (R) y comunicar (C), sin dar mayor peso a los procesos de modelación (M) y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E), ya que aparecen una sola vez en M-Pn4 y E-Pn3 respectivamente.

Se representa otra relación en el Gráfico 5, desde del proceso de describir situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos (C-Pa4), teniendo relaciones indirectas con conceptos como la noción de número (Cn1) y la congruencia y semejanza entre figuras (Ce4). Se relaciona con un proceso del pensamiento variacional (describir cualitativamente situaciones de cambio y variación (C-Pv3)) y con dos procesos del pensamiento numérico (cuantificar situaciones con números (M-Pn4) y describir situaciones con números (C-Pn2)), pues se tiene que los conjuntos de datos se pueden presentar en tablas y gráficos los cuales en general se construyen con rectángulos semejantes y congruentes, además de la identificación de la caracterización de los números. Concluyendo así, que hay mayor relevancia en el proceso general de comunicar (C) sin dar mayor peso al proceso de modelar (M).

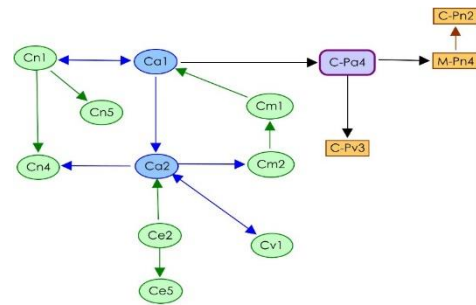


Gráfico 5. Relaciones con describir situaciones/eventos a partir de un conjunto de datos

En el Gráfico 6 se representa otra relación la cual surge a partir del proceso de representar datos relativos al entorno (M-Pa5), el cual no tiene relaciones directas con conceptos de otros pensamientos, es decir, de manera directa no se podría desarrollar el proceso M-Pa5 desde conceptos de otros pensamientos, sin tener que pasar por un concepto del pensamiento aleatorio. Algunas relaciones indirectas, son: con conceptos de longitud, volumen, área,

capacidad, peso y masa (Cm1), gráficos pictóricos y concretos (Cn5), y cambio y variación (Cv1).

Sin embargo, se tiene relación con el proceso de reconocer el uso de las magnitudes y unidades de medida (R-Pm9) que pertenece al pensamiento métrico, además se hace énfasis en el proceso general de razonar (R).

Otra relación se representa en el Gráfico 7, estableciendo relaciones indirectas entre conceptos de diferentes pensamientos (por ejemplo unidades de medida (Cm2), cambio y variación (Cv1), y el sistema de numeración decimal (Cn4))

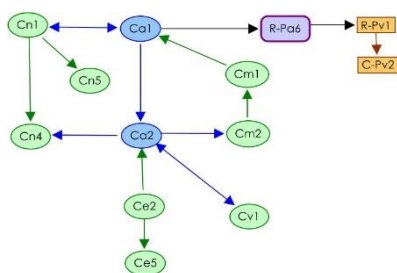


Gráfico 7. Relaciones con identificar regularidades y tendencias de un conjunto de datos

Se representa otra relación en el Gráfico 8, que permite ver de manera similar a los anteriores gráficos relaciones ligadas de varios conceptos de diferentes pensamientos con los conceptos del pensamiento aleatorio (por ejemplo los conceptos de número (Cn1), horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad (Ce2), y longitud, volumen, área, capacidad, peso y masa (Cm1)) puesto que el eje central es el proceso de explicar la posibilidad o imposibilidad de un ocurrencia de un evento (C-Pa7), que se relaciona con el proceso del pensamiento métrico (reconocer el uso de las magnitudes y unidades de medida (R-Pm9)) y del pensamiento espacial (representar el espacio circundante (M-Pe5)), teniendo por ejemplo que a partir de los diagramas de barras (Ca2) se trabajan unidades de longitud en la construcción del plano cartesiano, y se puede establecer

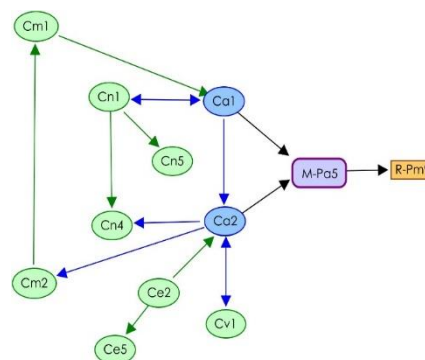


Gráfico 6. Relaciones con representar datos relativos al entorno

con el proceso de identificar regularidades y tendencias de un conjunto de datos (R-Pa6), relaciones similares como se presentaron en el Gráfico 6, el eje central que en este caso es R-Pa6 se relaciona con dos procesos del pensamiento variacional: reconocer regularidades y patrones (R-Pv1), y describir regularidades y patrones (C-Pv2). Concluyendo que hay énfasis de manera equitativa en los procesos generales de razonar (R) y comunicar (C).

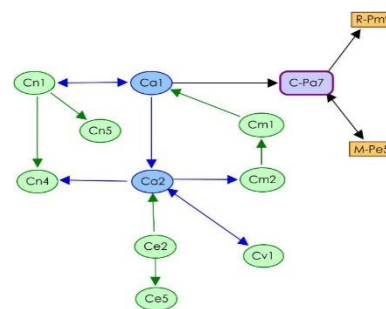


Gráfico 8. Relación con explicar la posibilidad/ imposibilidad, ocurrencia de un evento

áreas de los rectángulos. En particular, para esta relación hay un trabajo enfocado en los procesos de razonar (R) y modelar (M) de manera equitativa.

Finalmente otra posible relación se representa en el Gráfico 9, además de las relaciones que hay entre los conceptos de los diferentes pensamientos de manera indirecta (por ejemplo concepto de número (Cn1), unidades de medida (Cm2) y cambio y variación (Cv1)), se tiene que el proceso de predecir la posibilidad de ocurrencia de un evento (E-Pa8) se relaciona con el pensamiento variacional, numérico y métrico a través de, reconocer equivalencias entre expresiones numéricas (C-Pv4), reconocer el uso de las magnitudes y unidades de medida (R-Pm9) y formular problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, y de variación proporcional (P-Pn9). Concluyendo un mayor énfasis en el proceso de resolución y planteamiento de problemas (P), y en menor medida en los procesos de comunicación (C), razonamiento (R) y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E) que están una sola vez (C-Pv4, R-Pm9 y E-Pm8 respectivamente).

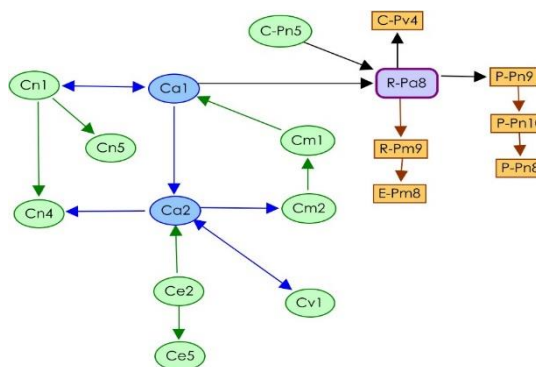


Gráfico 9. Relaciones con la posibilidad de ocurrencia de un evento

Finalizada esta revisión, y plasmadas algunas relaciones, en el Anexo 1 se presenta una tabla con los procesos presentados para el conjunto de grados de 1° a 3° que no pudieron ser relacionados de forma directa o indirecta con asuntos propios del pensamiento aleatorio.

La imagen 8 presenta la consolidación de la información sobre la cantidad de relaciones establecidas entre procesos de cada pensamiento, en las cuales se evidencia que se da mayor énfasis al proceso de razonar (R) y en menor medida al proceso general de resolución y planteamiento de problemas (P).

Además se observa una estrecha relación entre el pensamiento aleatorio y el pensamiento numérico, puesto este último aparece en todas las relaciones establecidas y los conceptos de ambos pensamientos se relacionan de manera directa. En el pensamiento espacial es donde quedó la mayor cantidad de procesos sin relacionar, ya que no fue fácil o evidente encontrar cómo relacionar asuntos de transformaciones geométricas como las rotaciones, traslaciones y simetrías con los asuntos propios de la estadística y la probabilidad.

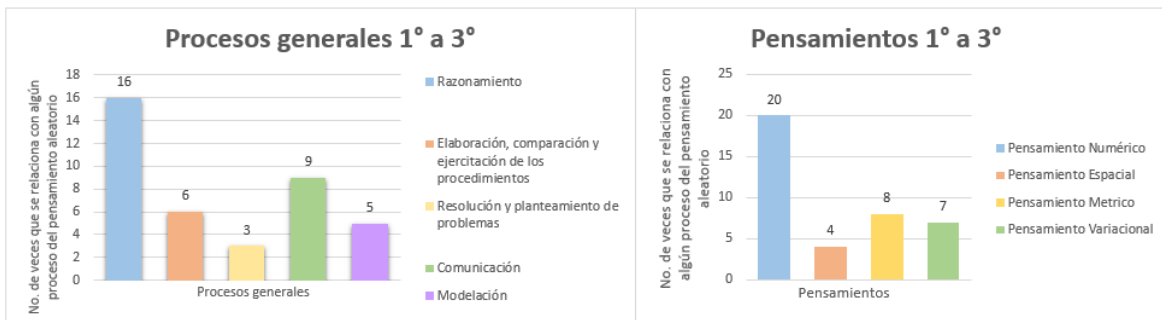


Imagen 8. Consolidación información 1° a 3°.

4.2 CUARTO A QUINTO

Se presentan tablas que describen los conceptos y procesos inmersos en los estándares de de cuarto a quinto grado (aleatorio, variacional, métrico, numérico y espacial) con sus correspondientes siglas, para posteriormente presentar los gráficos que muestran las relaciones encontradas.

4.2.1 Conceptos y procesos de 4° a 5°

En la Tabla 3 se presentan conceptos y procesos identificados en los diversos estándares formulados para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Tabla 3. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio de 4° a 5°.

<i>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</i>	
Conceptos	Procesos
Ca3: Gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).	M-Pa11: Representar datos usando tablas y gráficas.
Ca4: Evento.	E-Pa12: Comparar diferentes representaciones.
Ca5: Media y mediana.	R-Pa13: Interpretar información presentada en gráficas y/o tablas.
Ca6: Experimentos.	R-Pa14: Conjeturar predicciones.
	R-Pa15: Poner a prueba predicciones.
	C-Pa16: Describir la manera como se distribuyen los datos de un conjunto.
	E-Pa17: Usar la media y la mediana.
	R-Pa18: Interpretar la media y la mediana.
	P-Pa19: Resolver problemas a partir de un conjunto de datos.
	P-Pa20: Formular problemas a partir de un conjunto de datos.

A partir de la información de la Tabla 3 se relacionan los procesos propios del pensamiento aleatorio y los procesos generales que mencionan para el desarrollo del pensamiento matemático. Así se logra identificar que los procesos propios del pensamiento aleatorio, para este conjunto de grados, atañen directamente a los procesos de modelación, resolución y planteamiento de problemas, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, comunicación, y razonamiento.

De forma específica algunas las relaciones que se pueden establecer se representan en el Gráfico 10, donde se establecen relaciones centradas en la resolución y formulación de problemas a partir de conjuntos de datos (P-Pa19 y P-Pa20), lo cual da origen a tres grupos de procesos: i) representar, comparar e interpretar diferentes representaciones (M-Pa11, E-Pa12 y R-Pa13), ii) análisis de datos y determinar las conclusiones a partir de predicciones (R-Pa14 y R-Pa15), y iii) uso y reconocimiento de conceptos como lo son la media y mediana para determinar datos representativos (C-Pa16, E-Pa17 y R-Pa18).

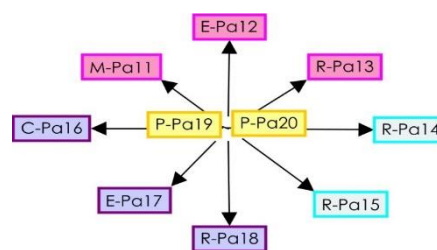


Gráfico 10. Relaciones entre procesos del pensamiento aleatorio de 4° a 5°

En la Tabla 4 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los estándares formulados para el conjunto de grados cuarto a quinto, para los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional.

Tabla 4. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 4° a 5°.

Conceptos	Procesos
<i>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>	
Cn7: Fracciones (cocientes, razones y proporciones). Cn8: Medidas relativas. Cn9: Notación decimal. Cn10: Números naturales y sus operaciones. Cn11: Proporcionalidad directa, inversa. Cn12: Potenciación y radicación.	R-Pn12: Interpretar las fracciones. R-Pn13: Identificar medidas relativas. E-Pn14: Usar medidas relativas. E-Pn15: Utilizar la notación decimal para expresar fracciones. R-Pn16: Justificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. P-Pn17: Resolver problemas con soluciones que requieran propiedades de los números naturales y sus operaciones. P-Pn18: Formular problemas con soluciones que requieran propiedades de los números naturales y sus operaciones. P-Pn19: Resolver problemas en situaciones de proporción directa e inversa. P-Pn20: Formular problemas en situaciones de proporción directa e inversa. R-Pn21: Identificar la potenciación y radicación. M-Pn22: Modelar situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa. R-Pn23: Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación. R-Pn24: Identificar en el contexto de situaciones la necesidad de un cálculo estimado o exacto. R-Pn25: Justificar regularidades y propiedades de los números.

<i>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</i>	
<p>Ce7: Objetos tridimensionales. Ce8: Caras y lados. Figuras bidimensionales Ce9: Ángulos y vértices. Ce10: Congruencia. Ce11: Semejanza. Ce12: Transformaciones.</p>	<p>E-Pe12: Comparar objetos tridimensionales y bidimensionales. E-Pe13: Clasificar objetos tridimensionales y bidimensionales. R-Pe14: Identificar ángulos en giros, inclinaciones, figuras, esquinas, entre otras. M-Pe15: Representar ángulos en giros, inclinaciones, figuras, esquinas, entre otras. E-Pe16: Utilizar ángulos en giros, inclinaciones, figuras, esquinas, entre otras. E-Pe17: Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones. R-Pe18: Identificar relaciones de congruencia y semejanza R-Pe19: Justificar relaciones de congruencia y semejanza. E-Pe20: Construir y descomponer figuras y sólidos. R-Pe21: Conjeturar los resultados de aplicar transformaciones. R-Pe22: Verificar los resultados de aplicar transformaciones. P-Pe23: Construir objetos tridimensionales a partir de objetos bidimensionales.</p>
<i>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</i>	
<p>Cm3: Longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos, capacidades, peso, masa, amplitud de ángulos, unidades. Cm4: Rangos de variación. Cm5: Relaciones de dependencia. Cm6: Magnitudes.</p>	<p>E-Pm10: Diferenciar objetos y eventos, propiedades o atributos medibles. E-Pm11: Ordenar objetos y eventos, propiedades o atributos medibles. R-Pm12: Seleccionar unidades de medida convencionales o estandarizadas apropiadas. E-Pm13: Utilizar la estimación. R-Pm14: Justificar el uso de la estimación. E-Pm15: Utilizar diferentes procedimientos de cálculo. R-Pm16: Justificar las relaciones de dependencia del área y volumen. R-Pm17: Reconocer el uso de algunas magnitudes. C-Pm18: Describir relaciones entre el perímetro y el área. R-Pm19: Argumentar relaciones entre el perímetro y el área.</p>
<i>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</i>	
<p>Cv3: Variación. Cv4: Representaciones gráficas. Cv5: Secuencia numérica, geométrica y gráfica. Cv6: Patrones numéricos. Cv7: Igualdades y desigualdades numéricas.</p>	<p>C-Pv7: Describir variaciones representadas en gráficos. R-Pv8: Interpretar variaciones representadas en gráficos. R-Pv9: Predecir patrones de variación. R-Pv10: Relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales. M-Pv11: Representar patrones numéricos con tablas y reglas verbales. R-Pv12: Analizar relaciones de dependencia entre cantidades que varían. C-Pv14: Explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían. P-Pv15: Construir igualdades y desigualdades numéricas.</p>

4.2.2 Relaciones de 4° a 5°

El presente apartado presenta las relaciones establecidas entre los conceptos y procesos de los pensamiento variacional, métrico, numérico y espacial, teniendo como eje los procesos del pensamiento aleatorio.

Se pueden abordar conceptos propios del pensamiento aleatorio como la media y mediana (Ca5) y trabajar conceptos de los pensamientos numérico, métrico, variacional y espacial: notación decimal (Cn9), semejanza (Ce11), y el estudio de los números naturales y sus operaciones, pues bien se sabe que a partir de la moda y mediana se pueden abordar números naturales y sus propiedades, complementándolo con la notación decimal que no pertenece a este conjunto de números. Por lo que se generan relaciones que se pueden evidenciar en el Gráfico 11.

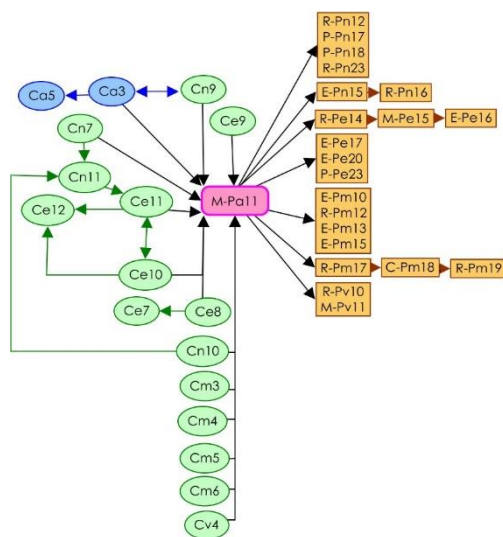


Gráfico 11. Relaciones con representar datos usando tablas y gráficas

Además se establece relación entre el proceso de representar datos usando tablas y gráficas (M-Pa11) y procesos del pensamiento numérico, espacial, métrico y variacional, como por ejemplo: interpretar fracciones (R-Pn12), utilizar la notación decimal para expresar fracciones (E-Pn15), diferenciar objetos y eventos, propiedades o atributos medibles (E-Pm10) y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales (R-Pv10). Esto permite concluir que hay mayor énfasis en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E), y que en menor medida se aborda el proceso general de modelación (M).

Otra relación se representa en el Gráfico 12, la cual surge del proceso de comparar diferentes representaciones (E-Pa12) y desemboca en relaciones con procesos del pensamiento numérico, espacial, métrico y variacional, como por ejemplo justificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal (R-Pn16),

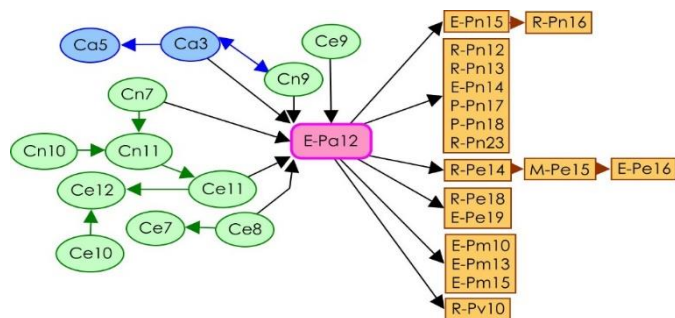


Gráfico 12. Relaciones con comparar diferentes representaciones.

representar ángulos en giros, inclinaciones, figuras, esquinas, entre otras (M-Pe15), utilizar diferentes procedimientos de cálculo (E-Pm15) y relacionar patrones numéricos con tablas y

reglas verbales (R-Pv10). Además se determinan relaciones directas de algunos conceptos de los pensamientos numérico (notación decimal (Cn9)) y espacial (ángulos y vértices (Ce9)) con el eje central, con lo cual se determina que este eje tiene mayor relación con dichos pensamientos, puesto que se tiene que a partir de las diferentes representaciones en las que se puede presentar la información estadística, una de ellas los gráficos y en general las formas geométricas que se trabajan en ellos son polígonos los cuales tienen ángulos y vértices, y la notación decimal puede abordarse a partir de la elaboración del plano cartesiano. Con base en las relaciones establecidas se evidencia que el proceso de comparar diferentes representaciones apoya en mayor grado el desarrollo de los procesos generales de razonamiento (R) y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E), y en menor nivel el de resolución y planteamiento de problemas (P).

Otra relación se representa a través del Gráfico 13. Parte del proceso de interpretar información presentada en gráficas y/o tablas

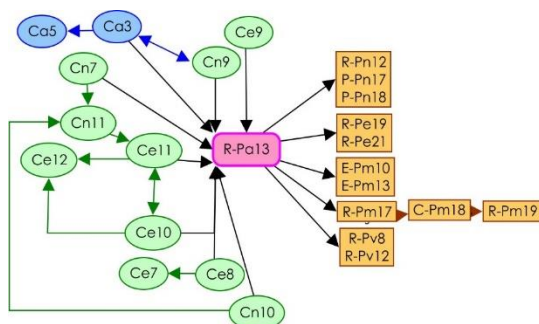


Gráfico 13. Relaciones con interpretar información presentada en gráficas y/o tablas.

que pertenece al pensamiento aleatorio, y se relaciona con conceptos de los pensamientos numérico y espacial, teniendo como eje central el proceso R-Pa13 (algunas de ellas son con los conceptos de ángulos y vértices (Ce9), semejanza (Ce11) y notación decimal (Cn9)), además se establecen relaciones de este proceso con procesos del pensamiento numérico, espacial, métrico y variacional, como por ejemplo de resolver

problemas con situaciones que requieran propiedades de los números naturales y sus operaciones (P-Pn17), reconocer el uso de algunas magnitudes (R-Pm17) e interpretar variaciones representadas en gráficos (R-Pv8).

En el Gráfico 14 se representa otra relación que surge a partir del proceso de conjeturar predicciones (R-Pa14), el cual relaciona procesos del pensamiento numérico, espacial, métrico y variacional, como por ejemplo con los procesos de justificar regularidades y propiedades de los números (R-Pn25), justificar relaciones de congruencia y semejanza (E-Pe19), describir conexiones entre el perímetro y el área (C-Pm18) e interpretar representaciones en gráficos (R-Pv8), por lo que se tiene relaciones directas con

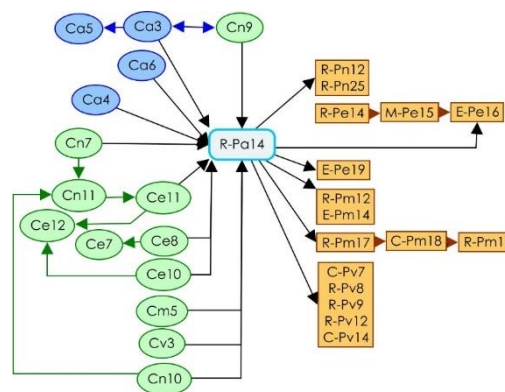


Gráfico 14. Relaciones con conjeturar predicciones

conceptos del pensamiento espacial (concepto de semejanza (Ce11)) y numérico (concepto de notación decimal (Cn9)), teniendo que a partir de la conjeturación de alguna predicción con base en información estadística, se pueden estudiar las regularidades y propiedades de los números de manera directa, puesto que a través de este proceso se puede verificar o mejorar la hipótesis. Concluyendo así, que en esta relación se da mayor relevancia al proceso general de razonar (R), sin mayor peso a modelar (M), puesto que aparece una sola vez en M-Pe15.

A continuación en el Gráfico 15 se determinan relaciones a partir del proceso de poner a prueba predicciones (R-Pa15) y se evidencia relaciones directas con conceptos de los demás pensamientos (conceptos de notación decimal (Cn9), relaciones de dependencia (Cm5) y variación (Cv3)); además se determinan relaciones con procesos del pensamiento numérico, espacial y métrico, tales como el proceso de resolver problemas en situaciones de proporción directa (P-Pn19), construir y descomponer figuras y sólidos (E-Pe20), utilizar la estimación (E-Pm13) y reconocer el uso de algunas magnitudes (R-Pm17). Se

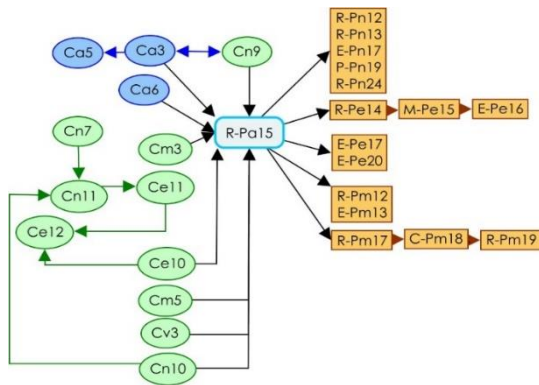


Gráfico 15. Relaciones con poner a prueba predicciones.

evidencia relaciones directas con conceptos de los demás pensamientos (conceptos de notación decimal (Cn9), relaciones de dependencia (Cm5) y variación (Cv3)); además se determinan relaciones con procesos del pensamiento numérico, espacial y métrico, tales como el proceso de resolver problemas en situaciones de proporción directa (P-Pn19), construir y descomponer figuras y sólidos (E-Pe20), utilizar la estimación (E-Pm13) y reconocer el uso de algunas magnitudes (R-Pm17). Se

evidencia que hay mayores relaciones con el pensamiento numérico, y con el proceso general de razonar (R), y en menor proporción con comunicar (C) y modelar (M).

El Gráfico 16 explicita relaciones a partir del proceso de describir la manera como se distribuyen los datos de un conjunto (C-Pa16), con el cual se relacionan directamente conceptos del pensamiento aleatorio, numérico y espacial (proporcionalidad directa e inversa (Cn11) y semejanza (Ce11)), además se evidencia la relación del proceso principal C-Pa16 con procesos del pensamiento numérico, espacial, métrico y variacional: justificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal (R-Pn16), utilizar ángulos en giros, inclinaciones, figuras, esquinas, entre otras (R-Pe16), utilizar diferentes procedimientos de cálculo (E-Pm15) y describir variaciones representadas en gráficos (C-Pv7). Por lo cual hay mayor

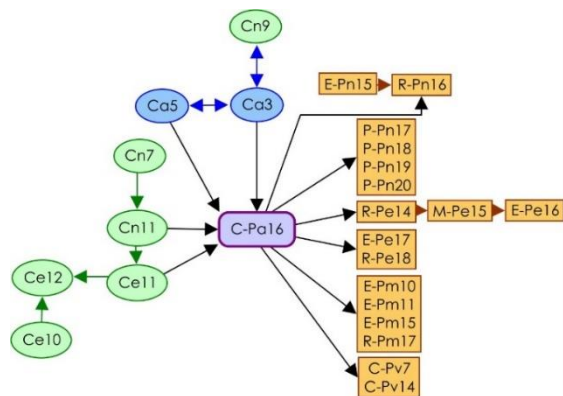


Gráfico 16. Relaciones con describir como se distribuyen los datos de conjuntos

énfasis en el proceso general de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E), sin dar mayor relevancia al proceso general de modelar (M) puesto que aparece una sola vez en M-Pe15.

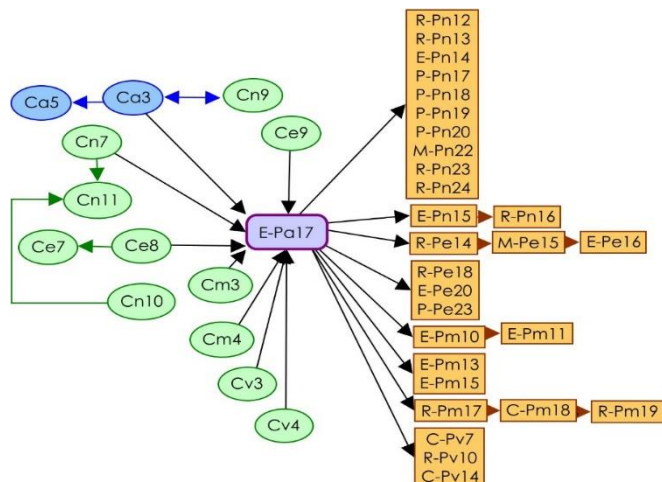


Gráfico 17. Relaciones con usar la media y la mediana

Se representa otra relación a través del Gráfico 17, el cual permite evidenciar interacciones entre conceptos de diferentes pensamientos teniendo como eje central usar la media y la mediana (E-Pa17). Por ejemplo con los conceptos de notación decimal (Cn9), caras y lados, figuras tridimensionales (Ce8), rangos de variación (Cm4) y variación (Cv3).

A partir de este eje se encuentran relaciones con algunos procesos de los pensamientos variacional, métrico, espacial y numérico, como por ejemplo: modelar situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa (M-Pn22), construir objetos tridimensionales a partir de objetos bidimensionales (P-Pe23), utilizar la estimación (E-Pm13) y explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían (C-Pv14); puesto que el uso de la media y mediana son datos representativos teniendo en cuenta el conjunto de datos que se tengan, que se pueden ver afectados por la variabilidad que se exista entre ellos (relación directa e inversa de los mismos), además de que el uso de esos conceptos se logran identificar en las representaciones gráficas bidimensionales, de las cuales se pueden construir representaciones tridimensionales teniendo cuenta las características mismas de la representación (gráficos). Se trabaja en mayor medida con los procesos del pensamiento numérico, se evidencia que hay un mayor foco en el proceso general de razonar (R) y se enfatiza en menor medida en el proceso general de modelación (aparece sólo dos veces en M-Pn22 y M-Pe15).

Finalmente el Gráfico 18 evidencia la relación desde el proceso del pensamiento aleatorio interpretar la media y la mediana (R-Pa18), que se relaciona directamente con conceptos de los demás pensamientos (variación (Cv3), longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos, capacidades, peso, masa, amplitud de ángulos y unidades (Cm3) y ángulos y vértices (Ce9)); y además se identifican relaciones con procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, como por ejemplo con los procesos de identificar en el contexto de situaciones la necesidad de un

cálculo estimado o exacto (R-Pn24), representar ángulos en giros, inclinaciones, figuras, esquinas, entre otras (M-Pe15), justificar el uso de la justificación (R-Pm14) y analizar relaciones de dependencia entre cantidades que varían (R-Pv12). Sin embargo, se identificó una única relación con el pensamiento métrico, concluyendo que se enfatiza en el proceso de razonar (R), sin mayor peso en el proceso de modelar (M) puesto que aparece una sola vez en M-Pe15.

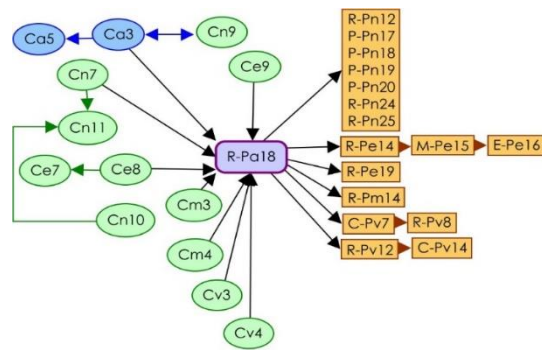


Gráfico 18. Relaciones con interpretar la media y la mediana

Finalizada esta revisión y plasmadas las relaciones que se lograron identificar, en el Anexo 2 se presenta una tabla con procesos y conceptos presentados para el conjunto de grados de 4° a 5°, que no pudieron ser relacionados de forma directa o indirecta con los asuntos del pensamiento aleatorio. Teniendo en cuenta las diferentes relaciones entre procesos de cada pensamiento se observa (imagen 9) que estas se da con mayor énfasis a través del proceso de razonar (R), pero en el que menos se enfatiza es el proceso general de modelar (M).

También se ve que hay una estrecha relación entre el pensamiento aleatorio y el pensamiento numérico, puesto este último aparece en todas las relaciones, además de que los conceptos de ambos pensamientos se dan de manera directa al tener la necesidad de realizar representaciones de información estadística, introducir algunas medidas de tendencia central y nociones de probabilidad por lo que se hace uso del conjunto de los números naturales, racionales y las propiedades de dichos conjuntos. Sin embargo se identifican relaciones de manera paralela con los pensamientos espacial y métrica, asunto que no llega a suceder con el pensamiento variacional, pues es en este donde los procesos no se relacionaron suficientemente con los procesos del pensamiento aleatorio, pues no fue fácil o evidente relacionar asuntos de patrones numéricos, secuencias numéricas, gráficas y geométricas, igualdades y desigualdades con temas propios de aleatoriedad.

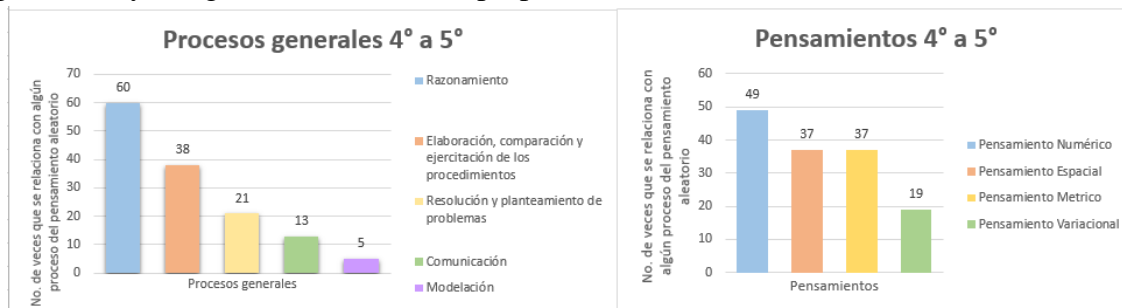


Imagen 9. Consolidación información 4° a 5°.

4.3 SEXTO A SÉPTIMO

Inicialmente se presentan las tablas que describen los conceptos y procesos inmersos en los estándares de los pensamientos de sexto a séptimo grado (aleatorio, variacional, métrico, numérico y espacial) descritos en los EBCM (MEN, 2006), con sus correspondientes siglas, para posteriormente presentar los gráficos que muestran las relaciones identificadas.

4.3.1 Conceptos y procesos de 6° a 7°

En la Tabla 5 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los diversos estándares formulados para el conjunto de los grados sexto a séptimo, para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Tabla 5. Conceptos y procesos del pensamiento de 6° a 7°.

<i>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</i>	
Conceptos	Procesos
Ca7: Representaciones de conjuntos de datos. Ca8: Medidas de tendencia central. Ca9: Experimento aleatorio.	E-Pa21: Comparar datos provenientes de diversas fuentes. R-Pa22: Interpretar datos provenientes de diversas fuentes. R-Pa23: Reconocer la relación entre conjunto de datos y su representación. R-Pa24: Interpretar representaciones gráficas. M-Pa25: Producir representaciones gráficas. E-Pa26: Comparar representaciones gráficas. E-Pa27: Usar medidas de tendencia central. E-Pa28: Usar modelos para discutir la ocurrencia de un evento. R-Pa29: Predecir la ocurrencia de un evento. R-Pa30: Conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio. P-Pa31: Resolver problemas a partir de un conjunto de datos, presentado en tablas o gráficas. P-Pa32: Formular problemas a partir de un conjunto de datos, presentado en tablas o gráficas. R-Pa33: Predecir razonamientos y conclusiones usando información estadística. R-Pa34: Justificar razonamientos y conclusiones usando información estadística.

A partir de lo reportado en la Tabla 5, se establecen relaciones entre los procesos propios del pensamiento aleatorio y los procesos generales que mencionan los LCM (MEN, 1998). Así, se logra identificar que los procesos propios del pensamiento aleatorio para este conjunto de grados, se relacionan directamente con los procesos generales de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (aparece cuatro veces), modelación (aparece sola una vez), razonamiento (aparece siete veces), y resolución y planteamiento de problemas (aparece dos veces), es decir, cuatro de los cinco procesos generales, puesto que no aparece el proceso de comunicación.

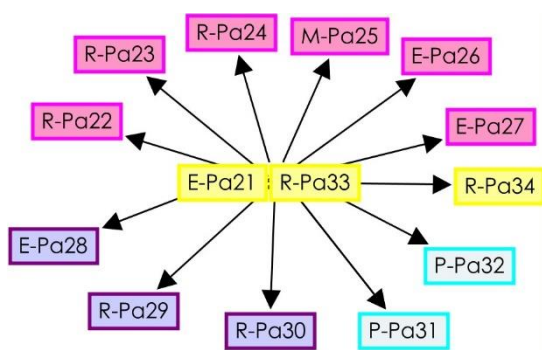


Gráfico 19. Relaciones procesos del pensamiento aleatorio de 6° a 7°

Algunas de las relaciones que se pueden establecer entre procesos de los pensamientos a partir del pensamiento aleatorio se representan en el Gráfico 19, Estas relaciones se centran en que los estudiantes comparen datos provenientes de diversas fuentes, para lograr predecir y justificar razonamientos, y conclusiones usando información estadística; de tal forma que bajo estos procesos particulares se logran asociar cuatro de los procesos

generales en tres grupos. Por un lado están los procesos que intervienen con la comparación de datos (R-Pa22, R-Pa23, R-Pa24, M-Pa25, E-Pa26 y E-Pa27), en el segundo grupo están los procesos que median con la comparación y predicción con base en información estadística (E-Pa28, R-Pa29 y R-Pa30), y en el tercer grupo están los procesos que se asocian con la predicción de datos provenientes de diversas fuentes (P-Pa31 y P-Pa32).

En la Tabla 6 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los diversos estándares formulados para el conjunto de grados sexto a séptimo, para los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional.

Tabla 6. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 6° a 7°.

Conceptos	Procesos
<i>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>	
Cn13: Medidas relativas. Cn14: Números racionales (fracciones, razones, decimales o porcentajes). Cn15: Relaciones entre números racionales. Cn16: Operaciones entre números racionales. Cn17: Propiedades básicas de la teoría de números. Cn18: Potenciación y radicación. Cn19: Proporcionalidad directa e inversa.	P-Pn26: Resolver problemas en contextos de medidas relativas. P-Pn27: Formular problemas en contextos de medidas relativas. E-Pn28: Utilizar números racionales, en sus distintas expresiones. R-Pn29: Justificar la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales. R-Pn30: Reconocer propiedades de las relaciones entre números racionales. R-Pn31: Generalizar propiedades de las relaciones entre números racionales. P-Pn32: Resolver problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números. P-Pn33: Formular problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números. R-Pn34: Justificar procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones. P-Pn35: Formular problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. P-Pn36: Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

	<p>P-Pn37: Resolver problemas cuya solución requiera de la potenciación y/o radicación.</p> <p>P-Pn38: Formular problemas cuya solución requiera de la potenciación y/o radicación.</p> <p>R-Pn39: Justificar el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p>R-Pn40: Justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema.</p> <p>R-Pn41: Establecer conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números.</p> <p>R-Pn42: Justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo.</p> <p>R-Pn43: Reconocer argumentos combinatorios como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo.</p>
<i>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</i>	
<p>Ce13: Objetos tridimensionales.</p> <p>Ce14: Cuerpos generados por cortes.</p> <p>Ce15: Polígonos.</p> <p>Ce16: Transformaciones rígidas y homotecias.</p> <p>Ce17: Semejanza y congruencia.</p> <p>Ce18: Modelos geométricos.</p> <p>Ce19: Gráfica cartesiana y geográfica.</p>	<p>M-Pe24: Representar objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.</p> <p>E-Pe25: Identificar figuras y cuerpos geométricos.</p> <p>R-Pe26: Describir figuras y cuerpos geométricos.</p> <p>R-Pe27: Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.</p> <p>R-Pe28: Predecir los resultados de aplicar transformaciones rígidas.</p> <p>E-Pe29: Comparar los resultados de aplicar transformaciones rígidas.</p> <p>P-Pe30: Resolver problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia.</p> <p>P-Pe31: Formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia.</p> <p>P-Pe32: Resolver problemas usando modelos geométricos.</p> <p>P-Pe33: Formular problemas usando modelos geométricos.</p> <p>R-Pe34: Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.</p>
<i>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</i>	
<p>Cm7: Figuras planas y cuerpos.</p> <p>Cm8: Escalas.</p> <p>Cm9: Áreas y volúmenes.</p> <p>Cm10: Composición y descomposición.</p> <p>Cm11: Magnitud.</p>	<p>E-Pm20: Utilizar técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos.</p> <p>P-Pm21: Resolver problemas que involucren factores escalares.</p> <p>P-Pm22: Formular problemas que involucren factores escalares.</p> <p>E-Pm23: Calcular áreas y volúmenes a partir de la composición y descomposición.</p> <p>R-Pm24: Identificar relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.</p> <p>P-Pm25: Resolver problemas que requieren técnicas de estimación.</p> <p>P-Pm26: Formular problemas que requieren técnicas de estimación.</p>
<i>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</i>	
<p>Cv8: Variación.</p> <p>Cv9: Representaciones.</p>	<p>C-Pv16: Describir situaciones de variación.</p> <p>M-Pv17: Representar situaciones de variación.</p> <p>E-Pv18: Relacionar diferentes representaciones.</p>

Cv10: Correlación positiva y negativo. Cv11: Variable. Cv12: Variación lineal. Cv13: Proporcionalidad directa e inversa. Cv14: Ecuaciones. Cv15: Graficas cartesianas.	R-Pv19: Reconocer el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí. R-Pv20: Analizar las propiedades de correlación entre variables. E-Pv21: Utilizar métodos informales en la solución de ecuaciones. R-Pv22: Identificar las características de las diversas gráficas cartesianas.
---	--

4.3.2 Relaciones de 6° a 7°

En esta sección se presenta las relaciones establecidas entre conceptos y procesos de los pensamiento variacional, métrico, numérico y espacial, teniendo como centro procesos del pensamiento aleatorio.

A través del estudio de las representaciones de conjuntos de datos (Ca7) se pueden abordar conceptos propios del pensamiento aleatorio (medidas de tendencia central (Ca8) y noción de experimento aleatorio (Ca9)). A partir de los tres conceptos mencionados se puede abordar conceptos de los pensamientos numérico, métrico, variacional y espacial, algunas de ellos: gráfica cartesiana y geográfica (Ce19), potenciación y radicación (Cn18), representaciones (Cv9) y figuras planas y cuerpos (Cm7); formulando diferentes relaciones que se materializan en el Gráfico 20. Además se tiene en particular que mediante el proceso de interpretar datos provenientes de diversas fuentes (R-Pa22) hay relaciones con procesos de reconocer las propiedades de las relaciones entre números racionales (R-Pn30), identificar figuras y cuerpos geométricos (E-Pe25), resolver problemas que requieran técnicas de aproximación (P-Pm25) y relacionar diferentes representaciones (E-Pv18), de tal forma que se reconozcan

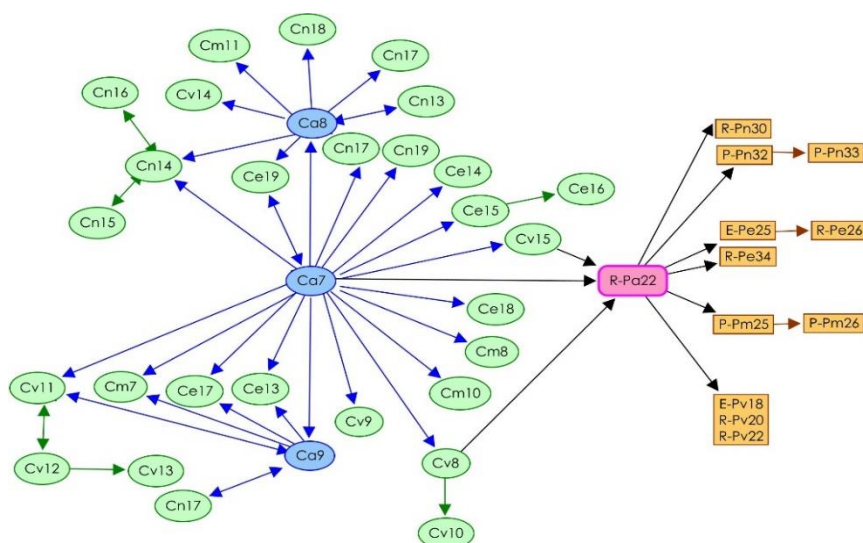


Gráfico 20. Relaciones con interpretar datos provenientes de diversas fuentes

representaciones del objeto matemático a trabajar y se realice una abstracción e interpretación de información. Con esto se concluye que hay un énfasis en el proceso general de razonar (R) y no se alude de manera directa al proceso de comunicar (C) puesto que no aparece.

Otra posible relación para este conjunto de grados se representa en el Gráfico 21 la cual parte del proceso reconocer la relación entre conjunto de datos y su representación (R-Pa23) y se entrelaza con procesos del pensamiento numérico, espacial y variacional (utilizar números racionales en sus diferentes expresiones (E-Pn28), clasificar polígonos en relación con sus propiedades (R-Pe27) y reconocer el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí (R-Pv19)), esto se logra cuando se abordan las representaciones de datos y se evidencian las características de los polígonos.

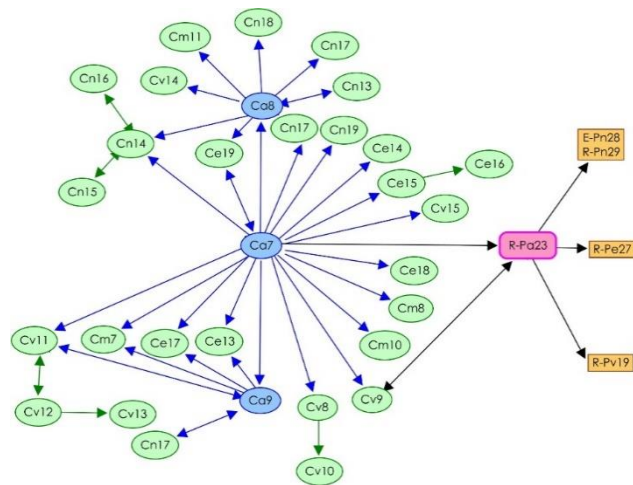


Gráfico 21. Relaciones con reconocer relación entre conjunto de datos y representación

Lo anterior conlleva a relaciones directas con conceptos del pensamiento variacional a partir del eje (R-Pa23), una de estas relaciones es con el concepto de representaciones (Cv9). Finalmente se concluye que en esta relación se hace énfasis en el proceso de razonar (R) sin dar mayor énfasis al proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E), ya que este aparece una sola vez (E-Pn28) y los demás procesos no se logran asociar en esta relación.

Otra relación que observa en el Gráfico 22 el cual tiene origen en el proceso de interpretar representaciones graficas (R-Pa24) que pertenece al pensamiento aleatorio, se determina una relación directa de dos conceptos del pensamiento variacional (gráficas cartesianas (Cv15) y representaciones (Cv9)) con el eje central,

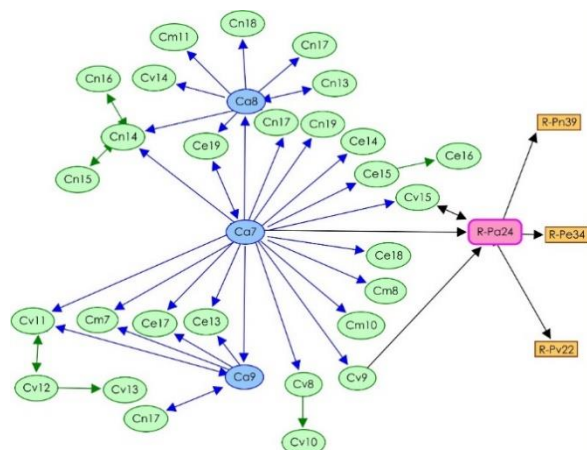


Gráfico 22. Relaciones con interpretar representaciones graficas

además se evidencian relaciones de este proceso con procesos del pensamiento numérico, espacial y variacional: justificar el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa (R-Pn39), identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica (R-Pe34), e identificar características de las diversas gráficas cartesianas (R-Pv22)

respectivamente. Con estas relaciones se concluye que se enfatiza en el proceso de razonar (R) puesto que es el único proceso que aparece de manera directa y explícita en este gráfico.

A continuación en el Gráfico 23 se presenta otra relación la cual se origina desde el proceso

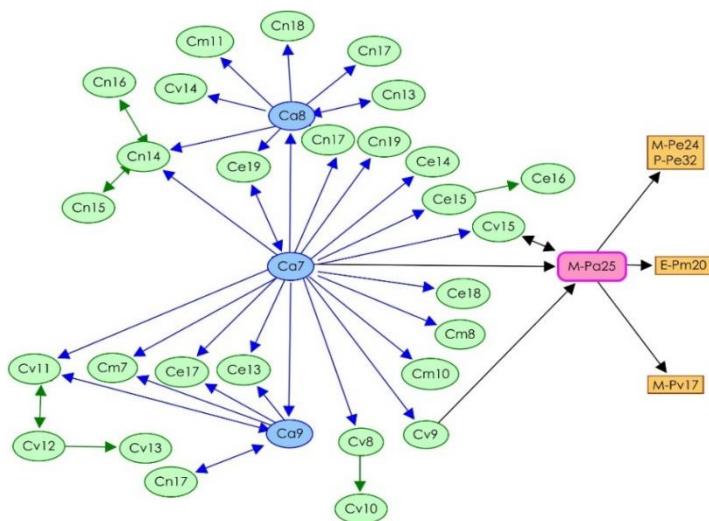


Gráfico 23. Relación con producir representaciones gráficas

de producir representaciones gráficas (M-Pa25), el cual se relaciona de manera directa con dos conceptos del pensamiento variacional (representaciones (Cv9) y gráficas cartesianas (Cv15)), adicionalmente se relaciona con dos procesos del pensamiento espacial (representar objetos tridimensionales desde diferentes posiciones de vistas (M-Pe24) y resolver problemas usando modelos geométricos (P-Pe32)), uno del pensamiento

métrico (utilizar técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos (E-Pm20)) y uno del pensamiento variacional (representar situaciones de variación (M-Pv17)). Estas relaciones se pueden asociar al proceso de producción de gráficos con énfasis en los procesos que con llevan a la construcción adecuada de gráficos estadísticos tales como las propiedades de polígonos y elementos geométricos, y el reconocimiento de las variables dependientes e independientes que se abordan en la gráfica. A partir de las relaciones se concluye que hay mayor relevancia en el proceso de modelar (M), sin dar mayor peso los procesos de elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento (E), y planteamiento y resolución de problemas (P), puesto que aparecen una vez en P-Pe32 y E-Pm20. En cuanto a los otros procesos no se logran relacionar con el proceso M-Pa25.

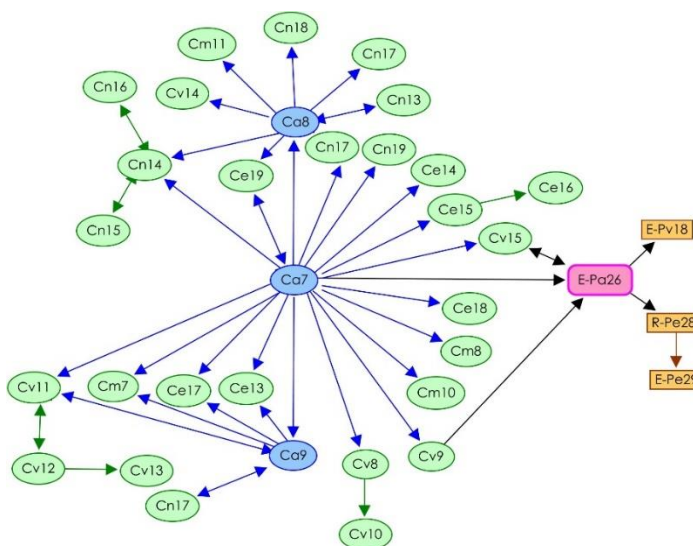


Gráfico 24. Relaciones con comparar representaciones gráficas

En el Gráfico 24 se representa una relación la cual surge a partir del proceso de comparar representaciones gráficas (E-Pa26), relacionándose con un proceso del pensamiento variacional (relacionar diferentes representaciones (E-Pv18)) y con dos del pensamiento espacial (predecir los resultados de aplicar transformación rígidas (R-Pe28) y comparar los resultados de aplicar transformación rígidas (E-Pe29)), puesto que las estrategias que se espera surjan al comparar las representaciones, se pueden orientar a partir de transformaciones en el plano cartesiano; además se evidencia que se enfatiza en el proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E) y en menor medida en el proceso de razonar (R), puesto que aparece una sola vez (R-Pe28). Se tiene que hay relaciones directas con dos conceptos del pensamiento variacional, los cuales son: representaciones (Cv9) y gráficas cartesianas (Cv15); sin embargo los procesos generales faltantes no se lograron relacionar con el proceso (E-Pa26).

Otra relación se representa en el Gráfico 25, estableciendo conexión entre conceptos de los pensamientos numérico y variacional, las cuales surgen a partir del proceso de usar medidas de tendencia central (E-Pa27) y los conceptos de ecuaciones (Cv14) y medidas relativas (Cn13). El eje central E-Pa27 se entrelaza con procesos del pensamiento métrico, numérico, espacial y variacional, como por ejemplo: resolver problemas que requieren técnicas de estimación (P-Pm25), utilizar números racionales, en sus distintas expresiones (E-Pn28), resolver problemas usando problemas geométricos (P-Pe32) y utilizar métodos informales en la solución de ecuaciones (E-Pv21); lo cual se aborda a partir del manejo de las generalizaciones de las medidas de tendencia central y de su representación, lo que permite concluir que hay un énfasis en el proceso general de planteamiento y resolución de problemas (P), y se da menor relevancia al proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E) puesto que aparece sólo dos veces (E-Pn28 y E-Pv21).

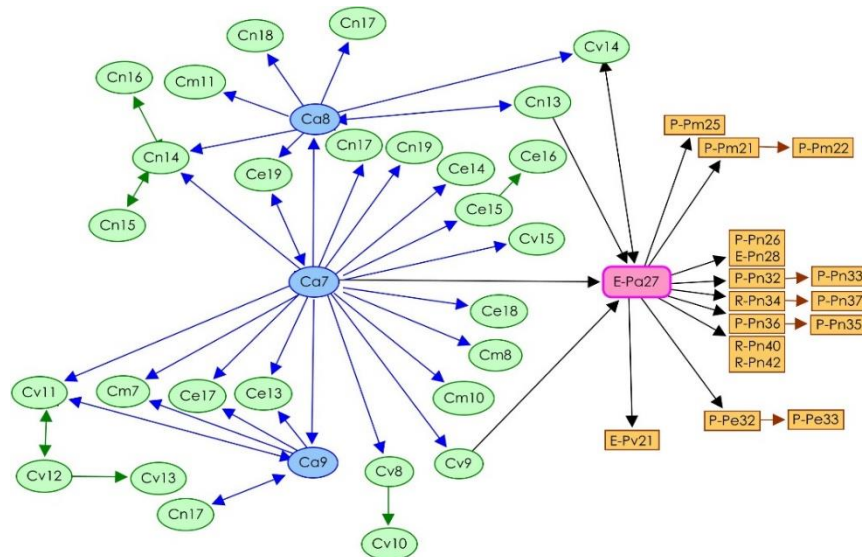


Gráfico 25. Relaciones con usar medidas de tendencia central

Se representa otra relación en el Gráfico 26 que permite ver de manera similar a los anteriores que hay relaciones ligadas a varios conceptos de diferentes pensamientos (algunas de ellas con conceptos de números racionales (Cn14), figuras planas y cuerpos (Cm7), objetos tridimensionales (Ce13) y correlación positiva y negativa (Cv10)). El eje central es el usar modelos para discutir la ocurrencia de un evento (E-Pa28), que se relaciona con tres procesos del pensamiento numérico, los cuales son: resolver problemas en contextos de medidas relativas (P-Pn26), justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema (R-Pn40) y justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo (R-Pn42), por lo cual se tiene que hay un énfasis en el proceso general de razonar (R) sin mayor peso en el proceso de planteamiento y resolución de problemas (P) ya que aparece una sola vez (P-Pn26).

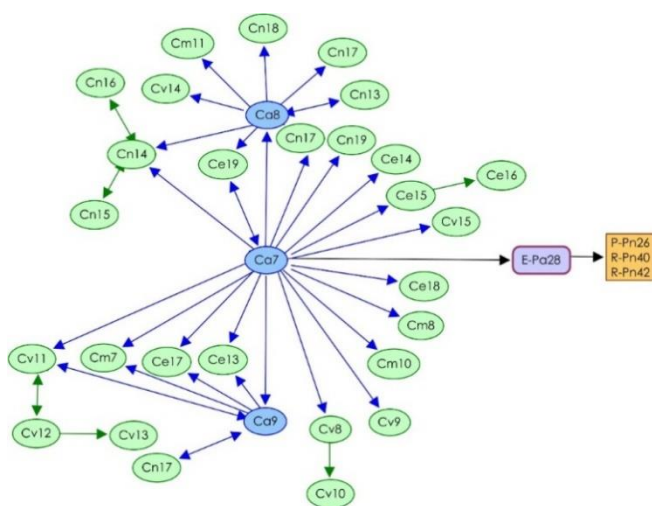


Gráfico 26. Relaciones con usar modelos para discutir la ocurrencia de un evento

El Gráfico 27 presenta otra posible relación, la cual parte del proceso de predecir la ocurrencia de un evento (R-Pa29) que se relaciona con diversos conceptos, por ejemplo: propiedades básicas de la teoría de números (Cn17), variable (Cv11), composición y descomposición (Cm10) y polígonos (Ce15), lo que permite que el eje central R-Pa29 se entrelace con procesos del pensamiento numérico (generalizar propiedades de las relaciones entre números racionales (R-Pn31) y establecer conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números (R-Pn41)) y el pensamiento espacial (predecir los resultados de aplicar transformaciones rígidas (R-Pe28)). Así, se concluye que se hace mayor énfasis en el proceso general de

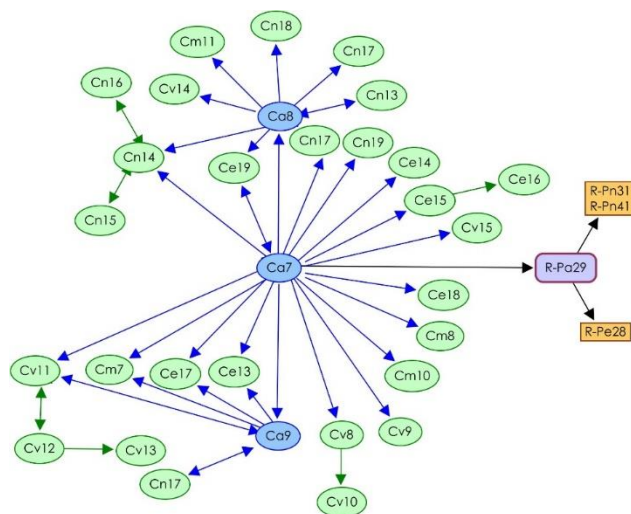


Gráfico 27. Relaciones con predecir la ocurrencia de un evento

Así, se concluye que se hace mayor énfasis en el proceso general de

razonar (R), puesto que es el único proceso que aparece y los demás procesos generales no se lograron enlazar con el eje central.

Otra relación se tiene se presente en el Gráfico 28, se determina a partir del proceso de conjeturar el resultado acerca de un experimento aleatorio (R-Pa30), hay relaciones directas con tres procesos del pensamiento numérico (generalizar propiedades de las relaciones entre números racionales (R-Pn31), formular problemas cuya solución requiera de la potenciación y/o radicación (P-Pn38) y justificar procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones (R-Pn34)). Hay relaciones indirectas con conceptos, como por ejemplo con cuerpos generados por cortes (Ce14), relaciones entre números racionales (Cn15) y escalas (Cm8), y esto se puede abordar a partir de las nociones de probabilidad y técnicas de conteo. Se concluye que hay énfasis en el proceso general de razonar (R) y menor relevancia en el proceso de planteamiento y resolución de problemas (P), aparece sólo una vez.

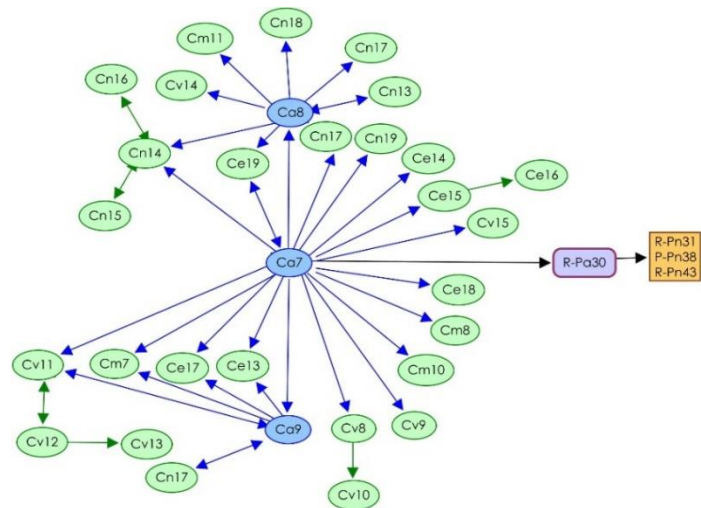


Gráfico 28. Relaciones con conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio

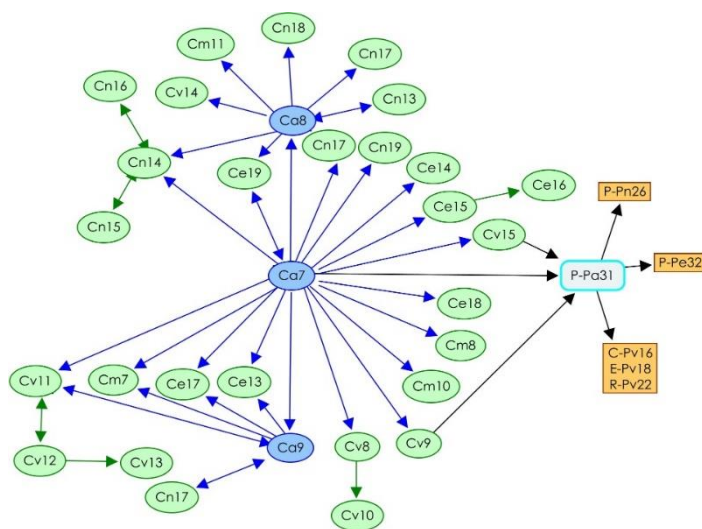


Gráfico 29. Relación, resolver problemas a partir de un conjunto de datos

La siguiente relación se presenta en el Gráfico 29, a partir del proceso de resolver problemas a partir de un conjunto de datos, presentado en tablas o gráficas (P-Pa31), el cual se conecta con un proceso del pensamiento numérico (resolver problemas en contextos de medidas relativas (P-Pn26)), uno del pensamiento espacial (resolver problemas usando modelos geométricos (P-Pe32)) y tres del pensamiento variacional (describir situaciones de variación (C-Pv16), relacionar diferentes

representaciones (E-Pv18) e identificar las características de las diversas gráficas cartesianas (R-Pv22)); además se evidencian relaciones directas con los conceptos de representaciones (Cv9) y gráficas cartesianas (Cv15). Finalmente se concluye que hay mayor representatividad del proceso general de planteamiento y resolución de problemas (P), y que no aparece el proceso de modelar (M).

La última relación que se establece para el conjunto de grados de sexto a séptimo, se

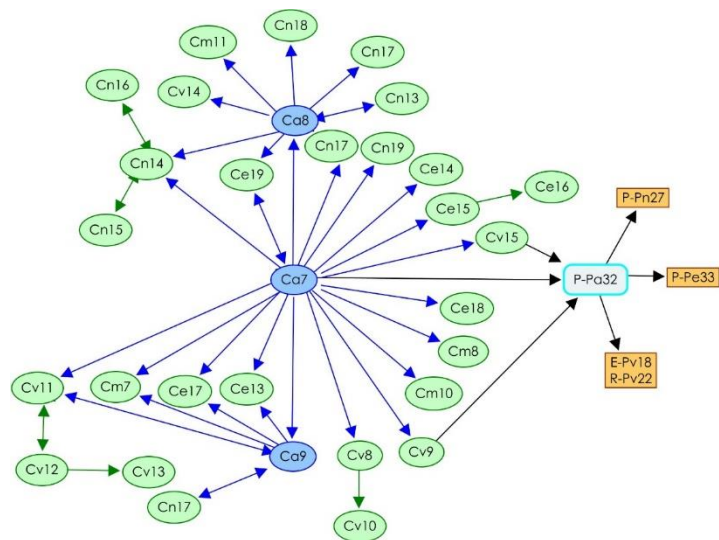


Gráfico 30. Relación con formular problemas a partir de un conjunto de datos

representa en el Gráfico 30, donde además de las relaciones indirectas que hay entre los conceptos de los diferentes pensamientos, se tiene dos relaciones directas con conceptos del pensamiento variacional (gráficas cartesianas (Cv15) y representaciones (Cv9)), por lo cual el proceso de formular problemas a partir de un conjunto de datos, presentado en tablas o gráficas (P-Pa32) se relaciona con procesos del pensamiento variacional, numérico y espacial, como por

ejemplo: formular problemas en contextos de medidas relativas (P-Pn27), formular problemas usando modelos geométricos (P-Pe33), y formular problemas que involucren factores escalares (R-Pv22). Por lo cual se evidencia que hay mayor énfasis en el proceso general de resolución y planteamiento de problemas (P), sin mayor peso en los procesos de razonar (R), y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E), puesto que aparecen una sola vez en R-Pv22 y E-Pv18 respectivamente.

Con base en el proceso de identificar las relaciones para este conjunto de grados se evidenciaron procesos que no se lograron vincular con los procesos centrales del pensamiento aleatorio, los cuales se presentan en el Anexo 3. A partir de la revisión de las relaciones entre procesos y conceptos se observa que surgen a partir del proceso general razonar (R) y que se enfatiza menos en los procesos de comunicar (C) y modelar (M), puesto que sólo aparecen una y dos veces respectivamente (Imagen 10). Se evidenció la estrecha relación entre el pensamiento aleatorio y el pensamiento numérico, puesto que este último aparece en todas las relaciones establecidas, además sus conceptos se relacionan de forma directa con conceptos del pensamiento aleatorio, siguiendo una menor relación con el pensamiento métrico.

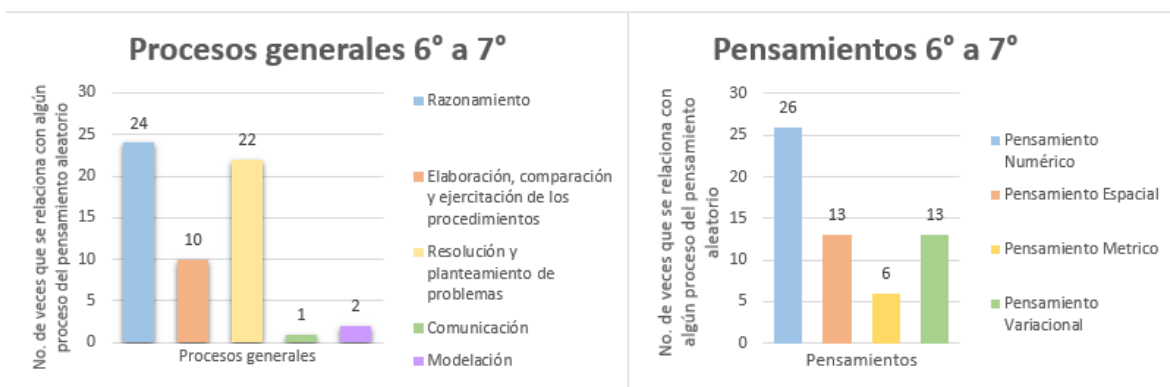


Imagen 10. Consolidación información 6° a 7°.

4.4 OCTAVO A NOVENO

Inicialmente se presentan las tablas que describen los conceptos y procesos inmersos en los estándares de los pensamientos de octavo a noveno grado (aleatorio, variacional, métrico, numérico y espacial) descritos en los EBCM (MEN, 2006), con sus correspondientes siglas, para así presentar los gráficos que muestran las relaciones establecidas.

4.4.1 Conceptos y procesos de 8° a 9°

En la Tabla 7 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los diversos estándares formulados para el conjunto de los grados octavo a noveno, para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Tabla 7. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio de 8° a 9°.

<i>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</i>	
Conceptos	Procesos
Ca10: Medidas de tendencia central. Ca11: Nominal, ordinal, de intervalo o de razón. Ca12: Experimentos aleatorios. Ca13: Probabilidad. Ca14: Eventos simples. Ca15: Espacio muestral. Ca16: Independencia.	E-Pa35: Reconocer diferentes maneras de presentación de información. R-Pa36: Interpretar analítica y críticamente información estadística. R-Pa37: Interpretar los conceptos de medidas de tendencia central. E-Pa38: Utilizar los conceptos de medidas de tendencia central. R-Pa39: Seleccionar métodos estadísticos adecuados al tipo de problema. E-Pa40: Utilizar métodos estadísticos adecuados al tipo de problema. E-Pa41: Comparar resultados de experimentos aleatorios. P-Pa42: Resolver problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos. P-Pa43: Formular problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos. R-Pa44: Reconocer tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas. E-Pa45: Calcular probabilidades de eventos simples. E-Pa46: Usar conceptos básicos de probabilidad.

A partir de la información reportada en la Tabla 7 se hace una correspondencia entre los procesos propios del pensamiento aleatorio y los procesos generales que mencionan los LCM (MEN, 1998). Así se logra identificar que los procesos del pensamiento aleatorio se relacionan directamente con los procesos generales de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (aparece cinco veces), razonamiento (aparece cuatro veces), y resolución y planteamiento de problemas (aparece dos veces), es decir con tres de los cinco procesos generales.

Las relaciones para este conjunto de grados se definen en el Gráfico 31, donde los procesos se centran en la interpretación analítica y crítica de información estadística para resolver y formular problemas a partir de información relevante de un conjunto de datos; de tal forma que a partir de estos procesos particulares se logran desplegar tres grupos de procesos, por un lado se determinan los procesos en los cuales se hacen explícitos el uso y aplicación de las medidas de tendencia central (E-Pa35, R-Pa37 y E-Pa38) y por otro lado, están los procesos que hacen referencia a la selección y reconocimiento de los métodos estadísticos (R-Pa39 y E-Pa40), y finalmente el grupo en el cual se evidencia el grupo de procesos referente a la probabilidad (E-Pa41, R-Pa44, E-Pa45 y E-Pa46).

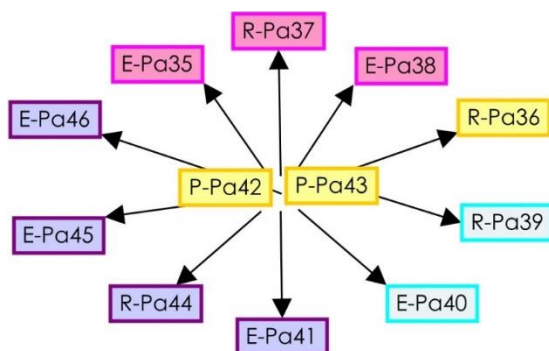


Gráfico 31. Relaciones procesos del pensamiento aleatorio de 8° a 9°

En la Tabla 8 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los diversos estándares para los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional.

Tabla 8. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 8° a 9°.

Conceptos	Procesos
<i>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>	
Cn20: Números reales. Cn21: Notación científica Cn22: Potenciación. Cn23: Radicación. Cn24: Logaritmicación.	E-Pn44: Utilizar los números reales en diferentes representaciones. P-Pn45: Resolver problemas a partir de propiedades y relaciones entre los números reales. P-Pn46: Simplificar problemas a partir de propiedades y relaciones entre los números reales. E-Pn47: Utilizar la notación científica para representar medidas de cantidades de diferentes magnitudes. R-Pn48: Identificar la potenciación, radicación y logaritmicación. E-Pn49: Utilizar la potenciación, radicación y logaritmicación.

<i>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</i>	
<p>Ce20: Congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales.</p> <p>Ce21: Propiedades y relaciones geométricas.</p> <p>Ce22: Teoremas básicos (Pitágoras y Tales).</p> <p>Ce23: Congruencia y semejanza entre triángulos.</p> <p>Ce24: Representaciones geométricas.</p>	<p>R-Pe35: Conjeturar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras.</p> <p>R-Pe36: Verificar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales.</p> <p>R-Pe37: Reconocer propiedades y relaciones geométricas.</p> <p>E-Pe38: Contrastar propiedades y relaciones geométricas.</p> <p>E-Pe39: Aplicar criterios de congruencia y semejanza entre triángulos.</p> <p>R-Pe40: Justificar criterios de congruencia y semejanza entre triángulos.</p> <p>P-Pe41: Usar representaciones geométricas para resolver y problemas.</p> <p>P-Pe42: Usar representaciones geométricas para formular problemas.</p>
<i>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</i>	
<p>Cm12: Área de regiones planas.</p> <p>Cm13: Volumen de sólidos.</p> <p>Cm14: Unidades de medida.</p>	<p>R-Pm27: Generalizar procedimientos de cálculo.</p> <p>P-Pm28: Seleccionar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente.</p> <p>E-Pm29: Usar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente.</p> <p>R-Pm30: Justificar la pertinencia de utilizar unidades estandarizadas.</p>
<i>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</i>	
<p>Cv16: Ecuaciones algebraicas.</p> <p>Cv17: Funciones polinómicas.</p> <p>Cv18: Ecuaciones lineales.</p> <p>Cv19: Pendiente.</p> <p>Cv20: Funciones racionales.</p> <p>Cv21: Funciones exponenciales.</p> <p>Cv22: Funciones logarítmicas.</p>	<p>R-Pv23: Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y de las ecuaciones algebraicas.</p> <p>E-Pv24: Construir ecuaciones algebraicas equivalentes.</p> <p>R-Pv25: Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.</p> <p>M-Pv26: Modelar situaciones de variación.</p> <p>E-Pv27: Identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>R-Pv28: Analizar procesos infinitos.</p> <p>R-Pv29: Identificar diferentes maneras de definir y medir la pendiente de la curva.</p> <p>E-Pv30: Utilizar diferentes maneras de definir y medir la pendiente de la curva.</p> <p>R-Pv31: Identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica y cambios en las gráficas que las representan.</p> <p>R-Pv32: Analizar en las representaciones gráficas los comportamientos de cambio de las funciones.</p>

4.4.2 Relaciones de 8° a 9°

En esta sección se exhiben las relaciones entre conceptos y procesos de los pensamientos variacional, numérico, espacial y métrico para los grados de octavo y noveno, teniendo como

ejes procesos del pensamiento aleatorio, en primer lugar con el proceso denominado reconocer diferentes maneras de presentación de información (E-Pa35).

En primera instancia se establece que a través de las medidas de tendencia central (Ca10) se pueden abordar conceptos de los pensamientos espacial y variacional, tales como: propiedades y relaciones geométricas (Ce21), representaciones geométricas (Ce24) y ecuaciones algebraicas (Cv16). Además se pueden trabajar conceptos de los pensamientos numérico, métrico, variacional y espacial (área de regiones

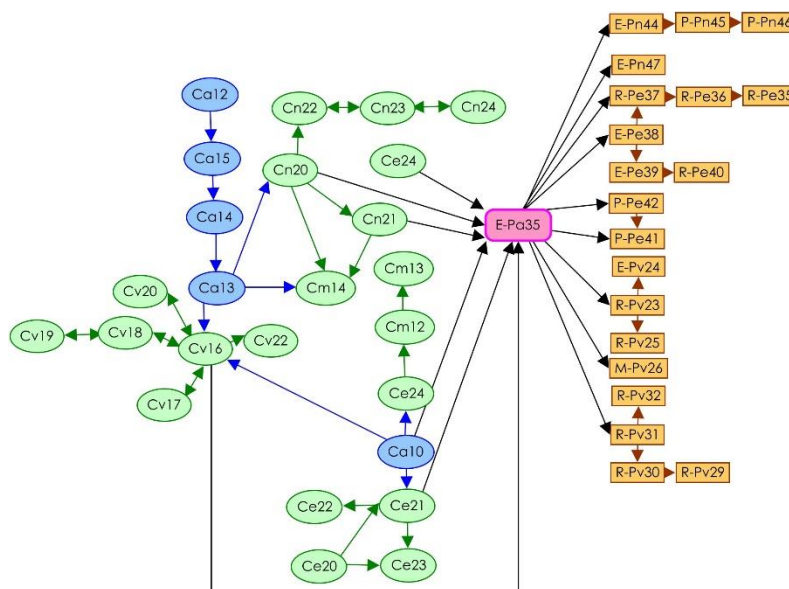


Gráfico 32: Reconocer diferentes maneras de presentación de información

planas (Cm12), potenciación, radicación y logaritmación (Cn22, Cn23 y Cn24), funciones racionales (Cv20) y representaciones geométricas (Ce24)), relaciones que se materializan en el Gráfico 32, en el cual también se evidencia que mediante el proceso de reconocer diferentes maneras de presentación de información (E-Pa35) hay conexiones con procesos de los pensamientos numérico, espacial y variacional, (por ejemplo: utilizar números reales en diferentes representaciones (E-Pn44), contrastar propiedades y relaciones geométricas (R-Pe37) e identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y de las ecuaciones algebraicas (R-Pv23)), y relaciones indirectas como con el proceso simplificar problemas a partir de propiedades y relaciones entre números reales (P-Pn46). Con lo cual se observa énfasis en el proceso de razonar (R), más no con el proceso de comunicar (C).

También se establece que a través de las propiedades y relaciones geométricas (Ce21) se pueden abordar conceptos propios del pensamiento espacial, como los teoremas básicos (Ce22) y congruencia y semejanza entre triángulos (Ce23); lo que aporta de manera directa al desarrollo del proceso R-Pa36 que trata de la interpretación analítica y crítica del pensamiento aleatorio. Además hay relaciones indirectas entre los conceptos de los pensamientos numérico, métrico, variacional y espacial, por ejemplo: los conceptos radicación (Cn23), volumen de solidos (Cm13), ecuaciones lineales (Cv18) y congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales (Ce20) en problemas o ejercicios tales como reconocer información a partir de representaciones gráficas, para

establecer características de figuras planas, y relacionar las figuras tridimensionales, con lo cual se establecen relaciones presentes en el Gráfico 33.

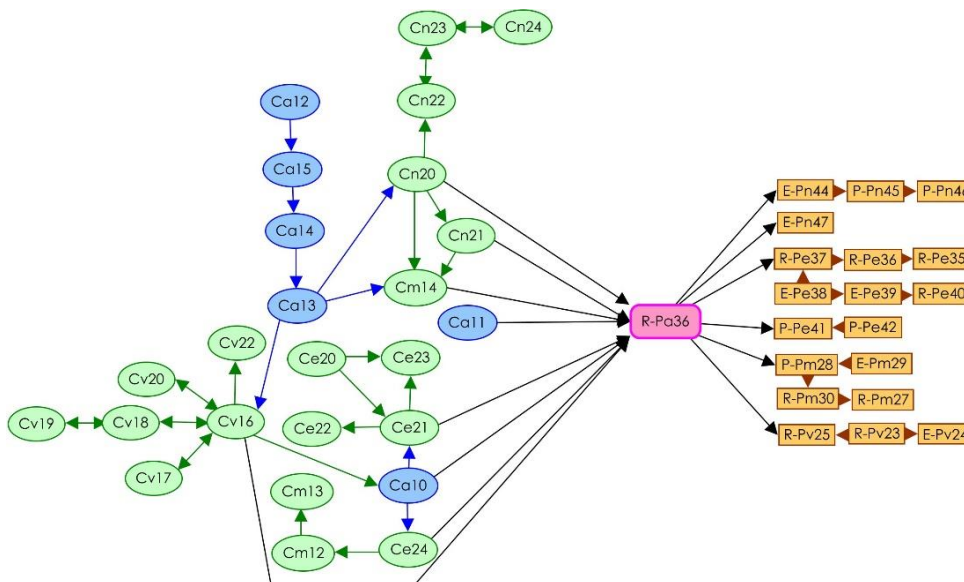


Gráfico 33: Relaciones con interpretar analítica y críticamente información estadística.

En dicho gráfico se evidencia que mediante el proceso central de interpretar analítica y críticamente información estadística (R-Pa36) se aporta al desarrollo de procesos: de utilizar números reales en diferentes representaciones (E-Pn44), reconocer propiedades y relaciones geométricas (R-Pe37), seleccionar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (P-Pm28) y usar procesos inductivos para y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas (R-Pv25); y relaciones indirectas con el proceso de construir ecuaciones algebraicas equivalentes (E-Pv4); esto se puede lograr cuando se tratan temas como conjeturar a partir de información presentada en diferentes representaciones.

Se concluye que se enfatiza en el proceso de razonar (R), seguido del proceso de elaboración, comparación y ejercitación de los procedimientos (E) sin lograr identificar relaciones con los procesos de comunicar (C) y modelar (M).

Por otro lado se evidencia que a través de los números reales (Cn20), se pueden abordar directamente conceptos del pensamiento numérico y métrico como la potenciación (Cn22) y unidades de medida (Cm14) los cuales se relacionan de forma directa con el proceso central de interpretar los conceptos de medidas de tendencia central (R-Pa37) lo que permite relacionar de manera indirecta los conceptos del pensamiento numérico, por ejemplo: el concepto de radicación (Cn23) y se presentan en el Gráfico 34. Se evidencia en particular, que mediante el proceso central hay relaciones con procesos de los demás pensamientos (numérico, métrico, espacial y variacional), como por ejemplo con los procesos resolver

problemas a partir de propiedades y relaciones entre números reales (P-Pn45), seleccionar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (P-Pm28), usar representaciones geométricas para resolver problemas (P-Pe41) e identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica y cambios en las gráficas que las representan (R-Pv31), y relaciones indirectas como con el proceso conjeturar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras (R-Pe35), y con esto se concluye que hay mayor énfasis en el proceso general de razonar (R) y no se reconocen relaciones con el proceso general de comunicar (C) y modelar (M) puesto que no aparecen.

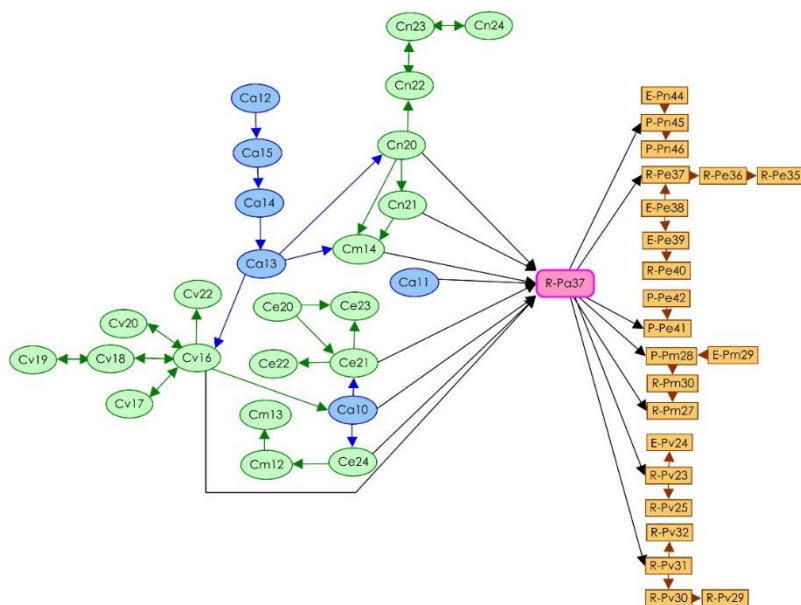


Gráfico 34: Relaciones con interpretar los conceptos de medidas de tendencia central

En el Gráfico 35 se establecen relaciones entre conceptos, por ejemplo desde el concepto de probabilidad (Ca13), se pueden abordar directamente conceptos propios del pensamiento numérico, variacional y métrico tales como números reales (Cn20), ecuaciones algebraicas (Cv16) y unidades de medida (Cm14); lo cual permite establecer diferentes relaciones entre procesos de los pensamientos, en particular mediante el proceso central de utilizar conceptos de medidas de tendencia central (E-Pa38) se abordan relaciones con procesos de los demás pensamientos (numérico, métrico, espacial y variacional), como por ejemplo con los procesos utilizar los números reales en diferentes representaciones (E-Pn44), reconocer propiedades y relaciones geométricas (R-Pe37), seleccionar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (P-Pm28) y usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas (R-Pv35), con esto se concluye que hay mayor énfasis en el proceso general de razonar (R) y no se reconocen relaciones con el proceso general de comunicar (C) y modelar (M) puesto que no aparecen.

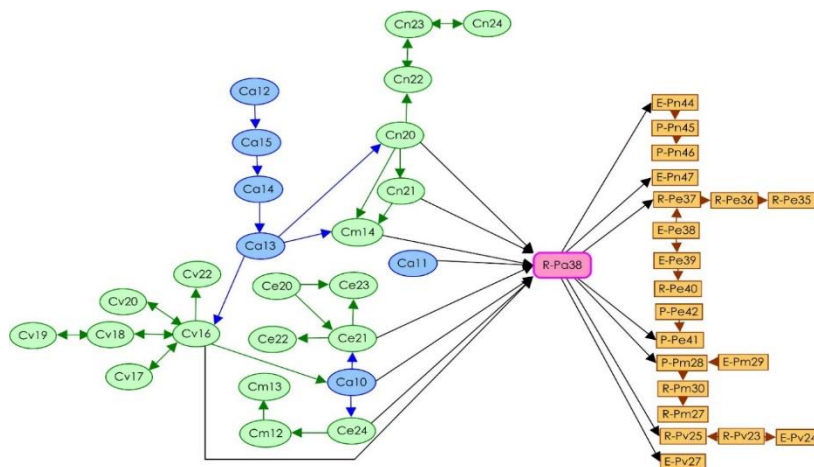


Gráfico 35: Relaciones con interpretar los conceptos de medidas de tendencia central

Se presenta el Gráfico 36 en el cual se tienen relaciones entre conceptos; desde las medidas de tendencia central (Ca10), se pueden abordar directamente conceptos propios del pensamiento espacial y variacional como la propiedades y relaciones geométricas (Ce21), representaciones geométricas (Ce24) y ecuaciones algebraicas (Cv16); además se pueden trabajar de manera directa y/o indirecta conceptos de los pensamientos numérico, métrico, variacional y espacial, por ejemplo: los conceptos de área de regiones planas (Cm12), potenciación, radicación y logaritmación (Cn22, Cn23 y Cn24), funciones racionales (Cv20) y representaciones geométricas (Ce24); lo que permite establecer diferentes relaciones entre procesos, en particular mediante el proceso central de seleccionar métodos estadísticos

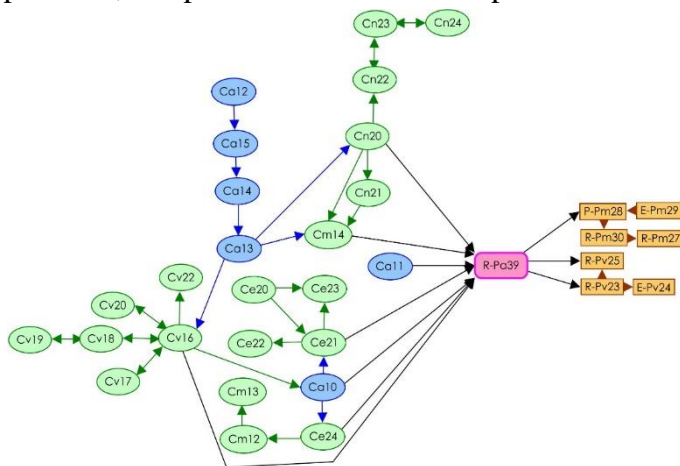


Gráfico 36: Seleccionar métodos estadísticos adecuado al tipo de problema

adecuados al tipo del problema (R-Pa39) se establecen relaciones con procesos de los pensamientos (métrico y variacional), como con procesos de seleccionar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (P-Pm28) e identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y de las expresiones algebraicas (R-Pv23), se concluye que hay mayor énfasis en el proceso general de razonar (R).

Otras relaciones se presentan en el Gráfico 37 las cuales parten de los conceptos como los números reales (Cn20), abordando directamente conceptos del pensamiento numérico y

métrico como la potenciación (Cn22) y unidades de medida (Cm14); además se evidencian relaciones de manera indirecta entre los conceptos del pensamiento numérico, por ejemplo: el concepto (Cn20) se relaciona indirectamente con el de radicación (Cn23); en particular mediante el proceso central de utilizar métodos estadísticos adecuados al tipo de problema (E-Pa40) da paso a establecer relaciones con procesos de los pensamientos numérico, métrico, espacial y variacional, como los procesos simplificar problemas a partir de propiedades y relaciones de números reales (P-Pn46), usar representaciones geométricas para formular problemas (P-Pe42), usar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (E-Pm29), y usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas (R-Pv25), concluyendo que hay énfasis en el proceso de planteamiento y resolución de problemas (P) y no se reconocen relaciones con el proceso general de comunicar (C) y modelar (M).

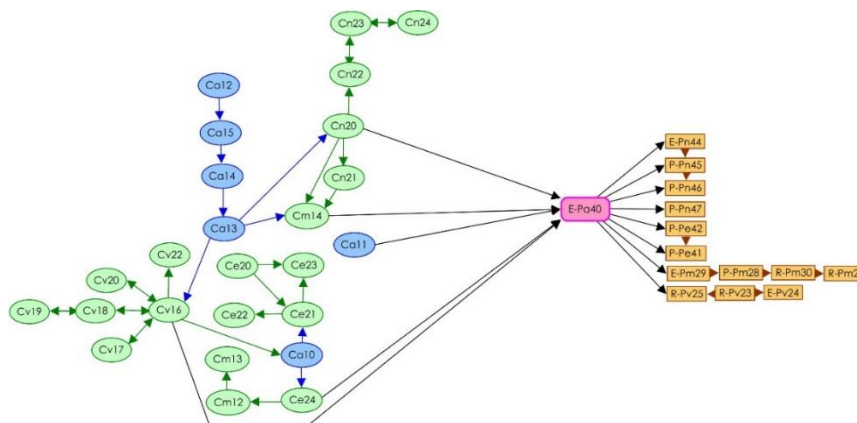


Gráfico 37: Seleccionar métodos estadísticos adecuado al tipo de problema

En el Gráfico 38 se presentan algunas relaciones las cuales parten de los conceptos como los experimentos aleatorios (Ca12), lo que permite abordar conceptos propios del pensamiento aleatorio como lo son el espacio muestral (Ca15), eventos simples (Ca14) y probabilidad (Ca13); además también se evidencian relaciones entre procesos de los pensamientos, en particular que mediante el proceso central de comparar resultados de experimentos aleatorios (E-Pa41) que da paso a establecer relaciones con procesos de los pensamientos (numérico, métrico, espacial y variacional), tales como los procesos de resolver problemas a partir de propiedades y relaciones entre los números reales (P-Pn45), reconocer propiedades y relaciones geométricas (R-Pe37), usar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (E-Pm29), e identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica y cambios en las gráficas que las representan (R-Pv31), a partir de esto se concluye que hay mayor énfasis en el proceso general de planteamiento y resolución de problemas (P) y no se reconocen relaciones con el proceso general de comunicar (C) puesto que no aparece.

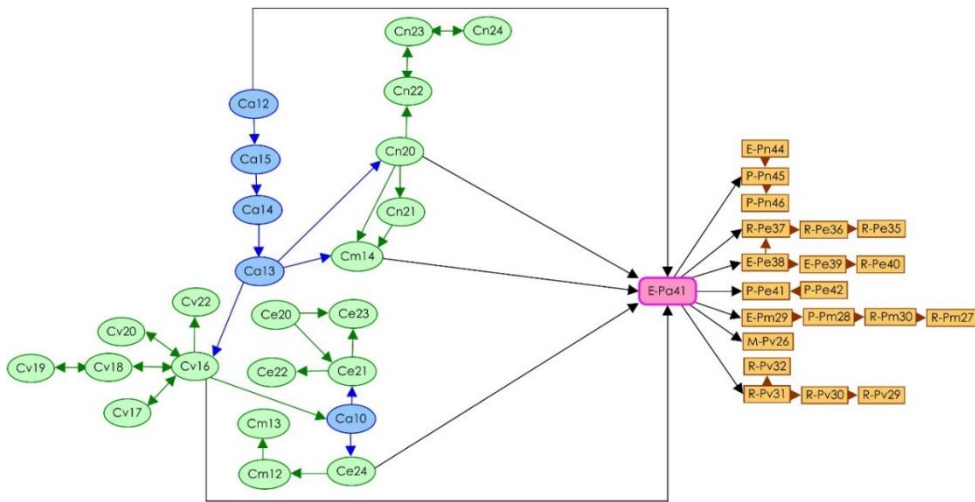


Gráfico 38: Relaciones con comparar resultados de experimentos aleatorios

En el Gráfico 39 se establecen algunas relaciones que parten del concepto de ecuaciones algebraicas (Cv16), lo que permite abordar conceptos del pensamiento variacional y aleatorio como la función racional (Cv20) y medidas de tendencia central (Ca10), que se fundamentan

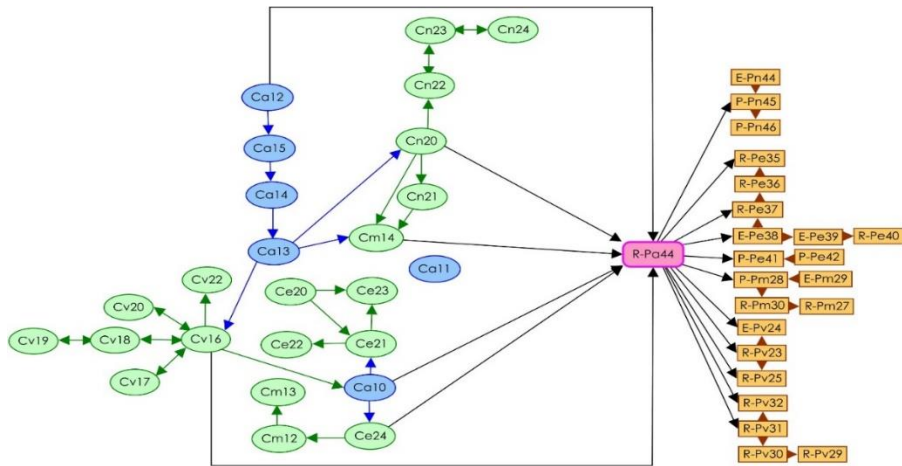


Gráfico 39: Reconocer tendencias presentes en conjuntos de variables

desde el eje central de reconocer tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas (R-Pa44) estableciendo relaciones con procesos de los pensamientos numérico, métrico, espacial y variacional, como resolver problemas a partir de propiedades y relaciones entre los números reales (P-Pn45), conjeturar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras (R-Pe35), seleccionar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (P-Pm28), y analizar en las representaciones gráficas los comportamientos de cambio de las funciones (R-Pv32), teniendo que se enfatiza en el proceso de planteamiento y resolución de problemas (P) y no se hay relaciones con el proceso general de comunicar (C) y modelar (M).

Por otra parte en el Gráfico 40 se presentan las relaciones que parten de conceptos como ecuaciones algebraicas (Cv16), lo que permite abordar conceptos del pensamiento variacional y aleatorio como la función racional (Cv20) y medidas de tendencia central (Ca10); las relaciones se fundamentan desde el proceso central de calcular probabilidades de eventos simples (E-Pa45) que permite establecer relaciones con procesos de los pensamientos numérico, métrico, espacial y variacional, como resolver problemas a partir de propiedades y relaciones entre los números reales (P-Pn45), reconocer propiedades y relaciones geométricas (R-Pe37), generalizar procedimientos de cálculo (R-Pm27), y analizar en las representaciones gráficas los comportamientos de cambio de las funciones (R-Pv32), por lo que hay énfasis en el proceso de planteamiento y resolución de problemas (P) y no se reconocen relaciones con el proceso de comunicar (C) y modelar (M).

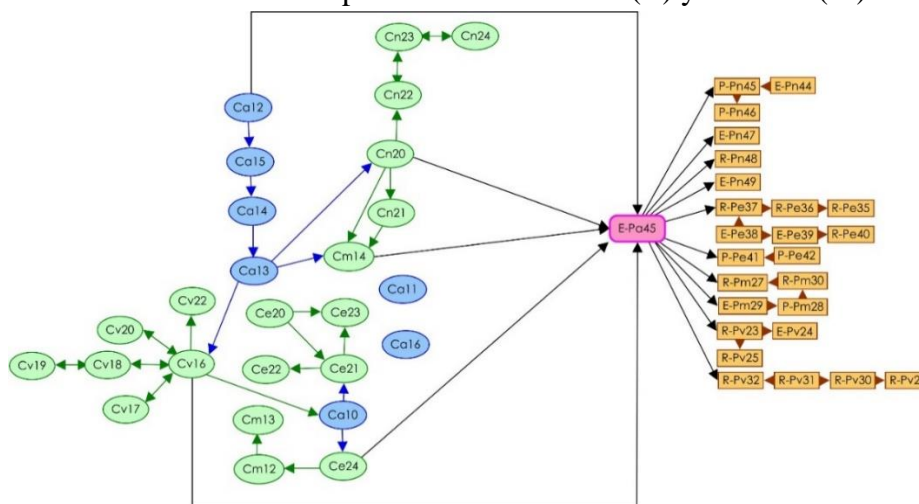


Gráfico 40: Calcular probabilidades de eventos simples

Finalmente en el Gráfico 41 se evidencia que a través de los números reales (Cn20), se pueden abordar directamente conceptos como la potenciación (Cn22) y unidades de medida (Cm14). En particular, mediante el proceso central de usar conceptos básicos de probabilidad (E-Pa46) hay relaciones con procesos de los demás pensamientos numérico, métrico, espacial y variacional, por ejemplo con los procesos de resolver problemas a partir de propiedades y relaciones entre números reales (P-Pn45), usar técnicas e instrumentos para medir apropiadamente (E-Pm29), usar representaciones geométricas para resolver problemas (P-Pe41) e identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica y cambios en las gráficas que las representan (R-Pv31), y relaciones indirectas como con el proceso justificar la pertinencia de utilizar unidades estandarizadas (R-Pm30), y con esto se concluye que hay énfasis en el proceso de razonar (R) y no se reconocen relaciones con el proceso general de comunicar (C) puesto que no aparece.

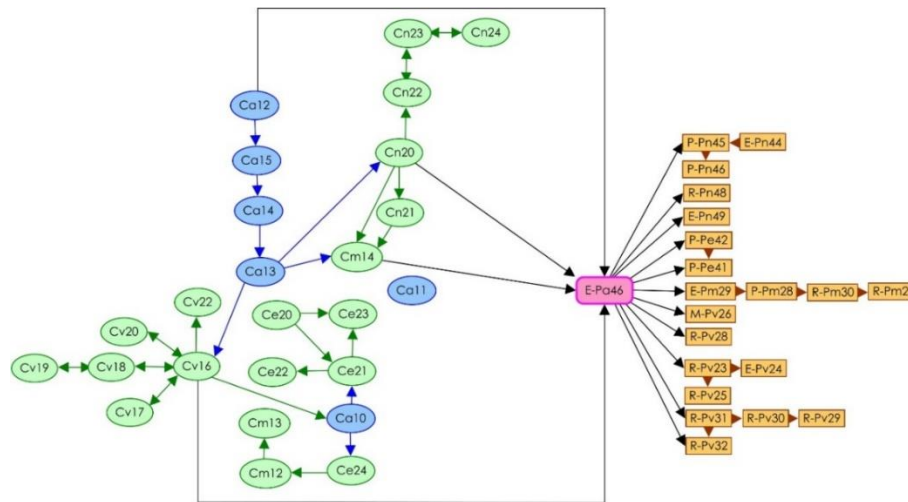


Gráfico 41: Relaciones con usar conceptos básicos de probabilidad

Al realizar el recuento de las relaciones establecidas para el conjunto de grados de 8° a 9° se presentan en el Anexo 4 los procesos y conceptos que no se lograron relacionar con los del pensamiento aleatorio. A partir del reconocimiento de las relaciones entre conceptos y procesos de los demás pensamientos con procesos del pensamiento aleatorio de manera directa e indirecta, se presenta (Imagen 11) que para este conjunto de grados el proceso general que más se trabaja es el proceso de razonar (R) y en el que menos se enfatiza, es el proceso comunicar (C), puesto que no aparece para este conjunto de grados.

De igual manera se evidencia que hay una estrecha relación entre el pensamiento aleatorio y el pensamiento espacial y variacional, puesto que los procesos de estos pensamientos se relacionaron en mayor medida, es decir, en la mayoría de gráficos estos procesos se relacionan con los procesos centrales, además los conceptos inmersos de estos pensamientos se relacionan de manera directa e indirecta con conceptos y procesos del pensamiento aleatorio.

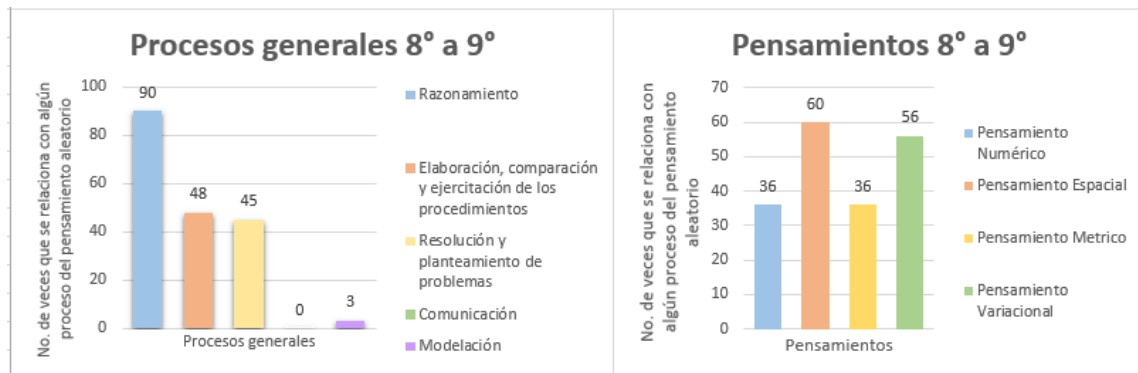


Imagen 11. Consolidación información 8° a 9°.

4.5 DÉCIMO A UNDÉCIMO

Inicialmente se presentan las tablas que describen los conceptos y procesos inmersos en los estándares de los pensamientos de décimo a undécimo grado (aleatorio, variacional, métrico, numérico y espacial) descritos en los EBCM (MEN, 2006), con sus correspondientes siglas, para así presentar los gráficos que muestran las relaciones establecidas.

4.5.1 Conceptos y procesos de 8° a 9°

En la Tabla 9 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los diversos estándares formulados para el conjunto de los grados primero a tercero, para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Tabla 9. Conceptos y procesos del pensamiento aleatorio de 10° a 11°.

<i>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</i>	
Conceptos	Procesos
Ca17: Medidas de centralización, localización, dispersión y correlación. Ca18: Experimentos aleatorios. Ca19: Muestra, población, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos. Ca20: Combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio y muestreo con remplazo.	R-Pa47: Interpretar resultados de estudios con información estocástica. E-Pa48: Comparar resultados de estudios con información estocástica. R-Pa49: Justificar o refutar inferencias basadas en razonamientos estadísticos. E-Pa50: Describir tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas. R-Pa51: Interpretar nociones básicas relacionadas con el manejo de información. E-Pa52: Usar comprensivamente las medidas de centralización, dispersión, localización y correlación. M-Pa53: Diseñar experimentos aleatorios. R-Pa54: Interpretar conceptos de probabilidad. P-Pa55: Resolver problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad. P-Pa56: Plantear problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad. R-Pa57: Proponer inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.

A partir de la información reportada en la Tabla 9 se relacionan los procesos propios del pensamiento aleatorio y los procesos generales: elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (aparece dos veces), modelación (aparece una vez), razonamiento (aparecen cuatro veces), y resolución y planteamiento de problemas (aparece dos veces).

En particular, algunas relaciones que se pueden establecer se representan en el Gráfico 42, donde la atención se centra en que los estudiantes interpreten y comparen resultados de estudios con información estocástica; de tal forma que bajo estos procesos particulares se logran asociar tres procesos generales en dos grupos, por un lado están procesos que intervienen directamente con la interpretación y comparación de la información mediante la información estadística (P-Pa49, E-Pa50, R-Pa51 y E-Pa52) y en el segundo grupo están los procesos que median directamente con la interpretación y comparación de la información a través de la información probabilística (M-Pa53, R-Pa54, P-Pa55, P-Pa56 y R-Pa57).

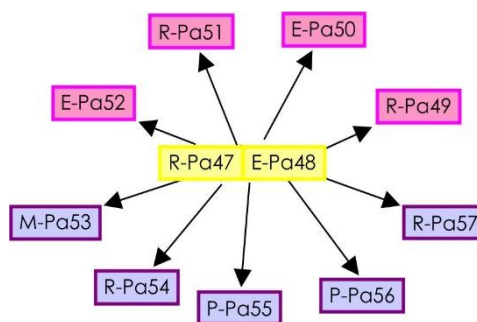


Gráfico 42. Relaciones procesos del pensamiento aleatorio de 10° a 11°

En la Tabla 10 se presenta la lista de conceptos y procesos identificados en los estándares formulados para los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional.

Tabla 10. Conceptos y procesos de los pensamientos numérico, espacial, métrico y variacional, de 10° a 11°.

Conceptos	Procesos
<i>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>	
Cn25: Números reales, racionales e irracionales. Cn26: Propiedades de los números.	R-Pn50: Analizar representaciones decimales de los números reales. E-Pn51: Diferenciar entre los números racionales e irracionales. E-Pn52: Reconocer la densidad e incompletitud de los números racionales. E-Pn53: Comparar las propiedades de los números. E-Pn54: Contrastar las propiedades de los números. R-Pn55: Utilizar argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales. E-Pn56: Establecer relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de los números reales.
<i>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</i>	
Ce25: Curvas y figuras cónicas. Ce26: Representación cartesiana, cilíndrica, esférica y polar. Ce27: Transformaciones de las representaciones algebraicas.	R-Pe43: Identificar en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas y de las figuras cónicas. R-Pe44: Identificar características de localización de objetos en diferentes representaciones. P-Pe45: Resolver problemas en las que se usen propiedades geométricas de figuras cónicas. P-Pe46: Usar argumentos geométricos para resolver problemas. P-Pe47: Usar argumentos geométricos para formular problemas. C-Pe48: Describir fenómenos periódicos del mundo real. M-Pe49: Modelar fenómenos periódicos del mundo real.

Ce28: Funciones trigonométricas. Ce29: Lugar geométrico.	R-Pe50: Reconocer curvas y/o lugares geométricos. C-Pe51: Describir curvas y/o lugares geométricos.
<i>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</i>	
Cm15: Magnitud (velocidad, media, aceleración, entre otras). Cm16: Rangos de variación	P-Pm31: Diseñar estrategias para abordar situaciones de medición. P-Pm32: Resolver problemas que involucren magnitudes. P-Pm33: Formular problemas que involucren magnitudes. R-Pm34: Justificar resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva.
<i>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</i>	
Cv23: Aproximación. Cv24: Derivada. Cv25: Razón de cambio. Cv26: Pendiente. Cv27: Tangente. Cv28: Función polinómica. Cv29: Funciones trigonométricas.	E-Pv33: Utilizar técnicas de aproximación. R-Pv34: Interpretar la noción de derivada como razón de cambio y valor de la pendiente de la tangente a la curva. R-Pv35: Analizar las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y sus gráficas. M-Pv36: Modelar situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas. R-Pv37: Interpretar las derivadas. E-Pv38: Utilizar las derivadas.

4.5.2 Relaciones de 10° a 11°

En esta sección se presenta relaciones establecidas con conceptos y procesos de los pensamientos variacional, espacial, métrico y numérico, teniendo como eje los procesos del pensamiento aleatorio.

Se tiene que a través del estudio de objetos estadísticos, se pueden abordar diferentes conceptos, como las medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (Ca17), se desarrollan conceptos: números reales, racionales e irracionales (Cn25), la representación cartesiana (Ce26), las transformaciones de las representaciones algebraicas (Ce27), Las magnitudes (Cm15), la noción de aproximación (Cv23) y las funciones polinómicas (Cv 28). En segundo lugar se tiene que a través de los Experimentos aleatorios (Ca18), se pueden abordar conceptos propios del pensamiento aleatorio como los conceptos de muestra, población, variable aleatorio, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos (Ca19), combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio y muestreo con remplazamiento (Ca20); además conceptos de otros pensamientos como números reales, racionales e irracionales (Cn25), y magnitud (Cm15). Finalmente los conceptos Ca19 y Ca20, se relacionan directamente con la representación cartesiana (Ce26), y las propiedades de los números (Cn26), dichas relaciones se materializan en los gráficos siguientes.

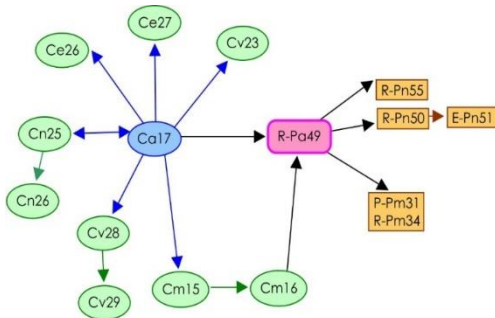


Gráfico 43. Relaciones con justificar o refutar inferencias

Por una parte en el Gráfico 43, se establecen relaciones directas entre Ca17 y Cm16 con el proceso de justificar o refutar inferencias basadas en razonamientos estadísticos (R-Pa49), desarrollando procesos del pensamiento numérico y métrico, como analizar representaciones decimales de los números reales (R-Pn50) y el diseñar estrategias para abordar situaciones de medición (P-Pm31). El proceso en el que más se trabaja es de razonar (R), sin dar

mayor peso al proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E).

En el Gráfico 44, del proceso de describir tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas (E-Pa50), se relaciona de manera directa con el concepto Ca17, y otros conceptos como: transformaciones de las representaciones algebraicas (Ce27), números reales, racionales e irracionales (Cn 25) y rangos de variación (Cm16), además de que este proceso se entrelaza con procesos del pensamiento numérico y espacial, por ejemplo comparar las propiedades de los números (E-Pn53) y describir fenómenos periódicos del mundo real (C-Pe48). Hay énfasis en el proceso general de razonar (R), sin dar mayor referencia al proceso general de comunicar (C) y en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E).

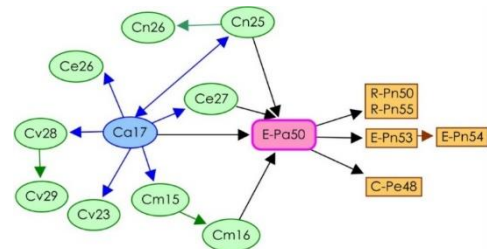


Gráfico 44. Relación con describir tendencias que se observan en conjuntos de variables

Por otra parte, en el Gráfico 45 y como eje central el proceso de interpretar nociones básicas relacionadas con el manejo de información (R-Pa51), hay relaciones directas con conceptos de otros pensamientos como: la representación cartesiana (Ce26), los rangos de variación (Cm16) y la función polinómica (Cv28), por lo cual hay relaciones directas con procesos de los pensamientos numérico, espacial y variacional, unas de estas relaciones son: el análisis de las representaciones decimales de los números reales (R-Pn50) y el análisis de las relaciones y propiedades entre

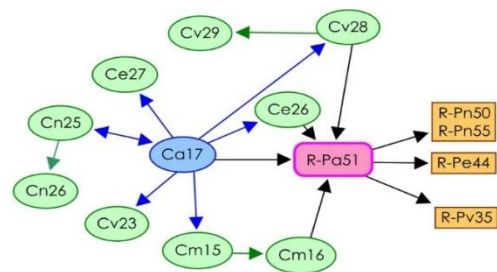


Gráfico 45. Relaciones con interpretar nociones con la información

las expresiones algebraicas y sus gráficas (R-Pv35). Se concluye que hay único énfasis en el proceso de razonar.

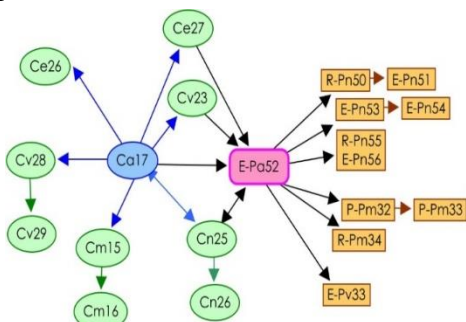


Gráfico 46. Relación con usar comprensivamente las medidas

Otra relación está en el Gráfico 46, se fundamenta en usar comprensivamente las medidas de centralización, dispersión, localización y correlación (E-Pa52), el cual se ve alimentando de manera directa con conceptos como: números reales, racionales e irracionales (Cn25), transformaciones de las representaciones algebraicas (Ce27) y de manera indirecta con el concepto de rangos de variación (Cm16). Este proceso genera implicaciones en procesos del pensamiento numérico, métrico y

variacional (no hay relaciones con procesos del pensamiento espacial, aunque si se presentan conceptos del mismo), como utilizar argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucren números naturales (R-Pn55), resolver problemas que involucren magnitudes (P-Pm32) y utilizar técnicas de aproximación (E-Pv33). Así, se alude al proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E) y tiene un menor peso el proceso de resolución y planteamiento de problemas (P).

Por otra parte se presenta una relación en el Gráfico 47, donde se tienen relaciones directas de los conceptos de números reales, racionales e irracionales (Cn25), magnitud (Cm15) y razón de cambio (Cv25) con el proceso de diseñar experimentos aleatorios (M-Pa53), por lo que surgen relaciones con procesos de los pensamientos numérico, espacial y métrico (no hay relaciones con procesos del pensamiento variacional, a pesar de que hay un concepto del mismo relacionado), como modelar

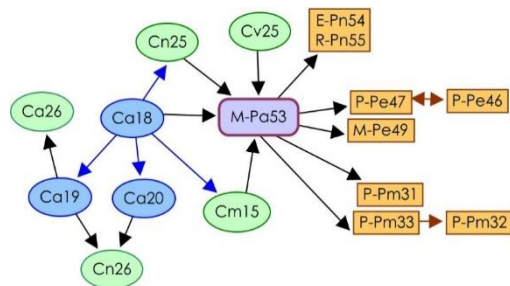


Gráfico 47. Relaciones con diseñar experimentos aleatorios

fenómenos periódicos del mundo real (M-Pe49) y diseñar estrategias para abordar situaciones de medición (P-Pm31). Y se tiene que hay énfasis en el proceso de planteamientos y resolución de problemas (P) puesto que aparece en mayor cantidad, sin dar mayor peso al proceso de modelar (M).

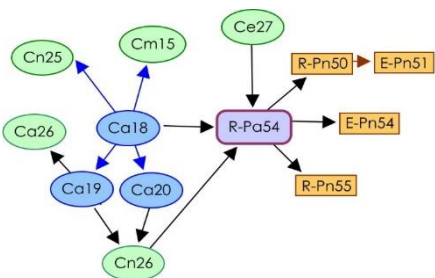


Gráfico 48. Relaciones con interpretar conceptos de probabilidad

Otra relación se evidencia en el Gráfico 48, de interpretar conceptos de probabilidad (R-Pa54), se tienen relaciones directas con los conceptos de

transformaciones de representaciones algebraicas (Ce27) y propiedades de los números (Cn26), y hay relaciones con procesos del pensamiento numérico, ejemplo: contrastar las propiedades de los números (E-Pn54) y utilizar argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales (R-Pn55). Se resaltan los procesos de razonar (R) y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E).

En el Gráfico 49, hay conexiones entre los conceptos de transformaciones de representaciones algebraicas (Ce27), propiedades de los números (Cn26) y magnitud (Cm15) con resolver problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (P-Pa55) de donde nacen relaciones con procesos de los pensamientos numérico, espacial y métrico, por ejemplo: utilizar argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales (R-Pn55), y resolver problemas que involucren magnitudes (P-Pm32). Se alude al proceso de planeamiento y resolución de problemas (P), sin dar peso a los procesos de comunicar (C) y razonar (R) puesto que aparecen solo una vez cada uno.

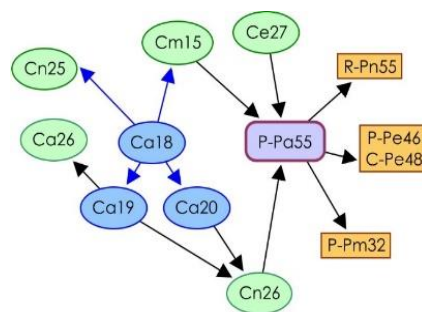


Gráfico 49. Relaciones con problemas usando conceptos de conteo y probabilidad

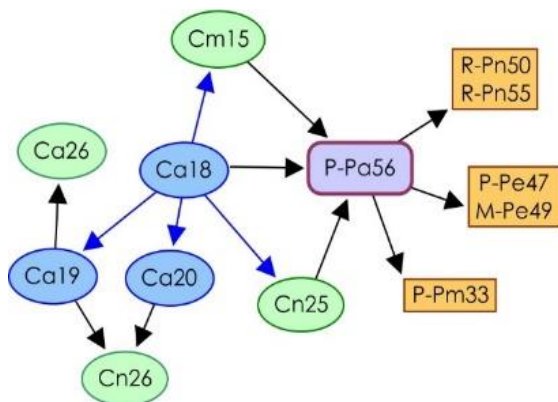


Gráfico 50. Relación con plantear problemas usando conceptos de conteo y probabilidad

En particular se tiene que la relación representada en el Gráfico 50 muestra relaciones directas con conceptos como: números reales, racionales e irracionales (Cn25) y magnitud (Cm15) a partir de plantear problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (P-Pa56) de lo que surgen relaciones con procesos de los pensamientos numérico, espacial y métrico, por ejemplo, analizar representaciones decimales de los números reales (R-Pn50), usar argumentos geométricos para formular

problemas (P-Pe47) y formular problemas que involucren magnitudes (P-Pm33). Donde hay énfasis en los procesos de razonar (R) y en el planteamiento y resolución de problemas (P), sin dan peso al proceso general de modelar, puesto que aparece una sola vez en M-Pe49.

Finalmente, se muestra la relación del Gráfico 51 que parte de proponer inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas (R-Pa57) el cual tiene relaciones con el concepto de números reales, racionales e irracionales (Cn25), además hay relaciones con procesos de los pensamientos numérico, espacial y métrico, algunas de ellas son: contrastar las propiedades de los números (E-Pn54), modelar fenómenos periódicos del mundo real (M-Pe49) y justificar resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva (R-Pm34). Hay énfasis en el proceso general de razonar (aparece dos veces) y no se da mayor relevancia a los procesos generales de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (E) y el de modelar (M).

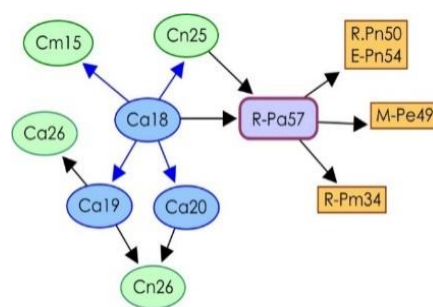


Gráfico 51. Relaciones con proponer inferencias

Con base en las relaciones establecidas y concretadas en los gráficos se determinan los procesos y conceptos que no se logran asociar que se presentan en el Anexo 5.

Se evidencia (imagen12) que el proceso general en el que se enfatiza es en el proceso de razonar (R) puesto que este proceso aparece casi en todas los gráficos establecidos brindando prioridad al proceso de razonamiento, y en el que menos fundamenta, es el proceso general de comunicar (C) puesto que es el que menos se relacionó con los procesos específicos y centrales de cada gráfico. También se identifica una estrecha relación entre el pensamiento aleatorio y el pensamiento numérico, puesto que el pensamiento numérico aparece en todas las relaciones establecidas, y la mayoría de los procesos de este pensamiento están relacionados con el pensamiento aleatorio y además de sus los conceptos se encuentran en dichas relaciones y aún más relevante se relacionan de forma directa con el pensamiento aleatorio.

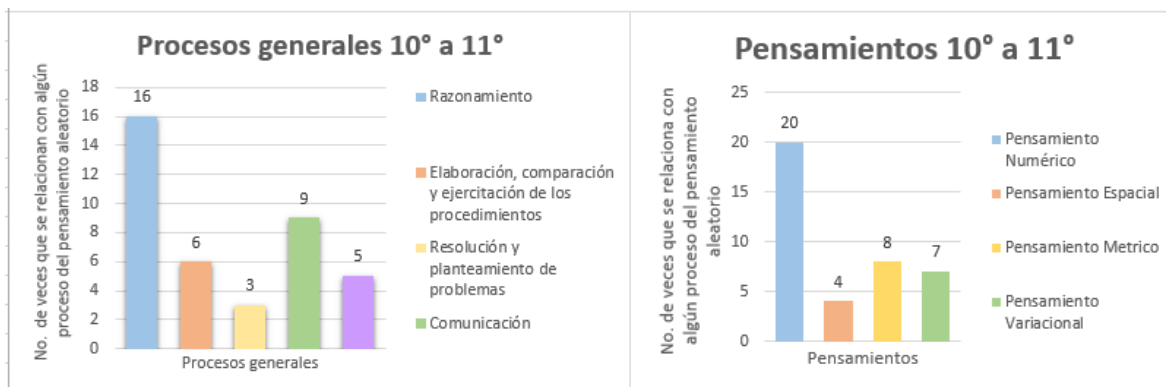


Imagen 12. Consolidación información 10° a 11°.

5. PROPUESTA MICRO CURRICULAR

En la presente sección se expone una propuesta micro curricular, fruto de los análisis realizados en el capítulo anterior, junto con ejemplos de actividades a través de los cuales se pretende mostrar diversas formas del cómo se puede trabajar fragmentos específicos de algunas de las relaciones presentadas en el capítulo anterior.

La propuesta micro curricular centrada en contenidos tiene como objetivo principal desarrollar el pensamiento matemático donde el eje central es el pensamiento aleatorio; asumiendo como propósito guía el desarrollo de procesos y descentralizando la formación referida a conceptos o definiciones. En este caso se centra la atención en procesos del pensamiento aleatorio, que a su vez se ligan directamente con los procesos generales propuestos por los LCM (MEN, 1998). Así, se propone que la secuencialidad de contenidos para el desarrollo del pensamiento matemático se dé según el orden en que se presentaron los respectivos gráficos a lo largo de todo el documento.

Se espera que a partir de cada conjunto de relaciones, se propongan proyectos (bajo alguna de los modelos para la enseñanza de la estocástica) de tal forma que a medida que se avance en su implementación se integre el desarrollo de cada uno de los demás procesos y pensamientos, de tal forma que el tiempo estimado para el desarrollo de cada gráfico dependa del proceso específico, la manera de trabajar del grupo de estudiantes, y la profundidad y alcance que se dé a cada uno de los demás pensamientos (variacional, numérico, métrico y espacial), teniendo en cuenta que abordar las relaciones expuestas en determinados gráficos puede tomar más tiempo de lo tradicionalmente previsto en un plan de estudios estructurado por pensamientos separados, periodos académicos y unidades temáticas; tiempo que se puede ver compensado a la hora de valorar los aprendizajes de los estudiantes, los cuales estarán enmarcados en situaciones macro que develarán un conocimiento integral de las matemáticas y del desarrollo del pensamiento matemático.

Para los diferentes conjuntos de grados, durante el transcurso de los años escolares se deben trabajar los procesos y conceptos establecidos, partiendo del eje central del pensamiento aleatorio, lo que implica plantear actividades como las presentadas más adelante (ver primer ejemplo) en las que se hacen uso de herramientas para estudios estocásticos, desarrollando y/o relacionando los procesos de los demás pensamientos. Puesto que los gráficos se relacionan entre ellos, se genera la propuesta a través de lo que se presenta en los gráficos 52, 53, 54, 55, y 56. Teniendo la propuesta global de cómo se puede abordar todos los contenidos tratados en el capítulo 4.

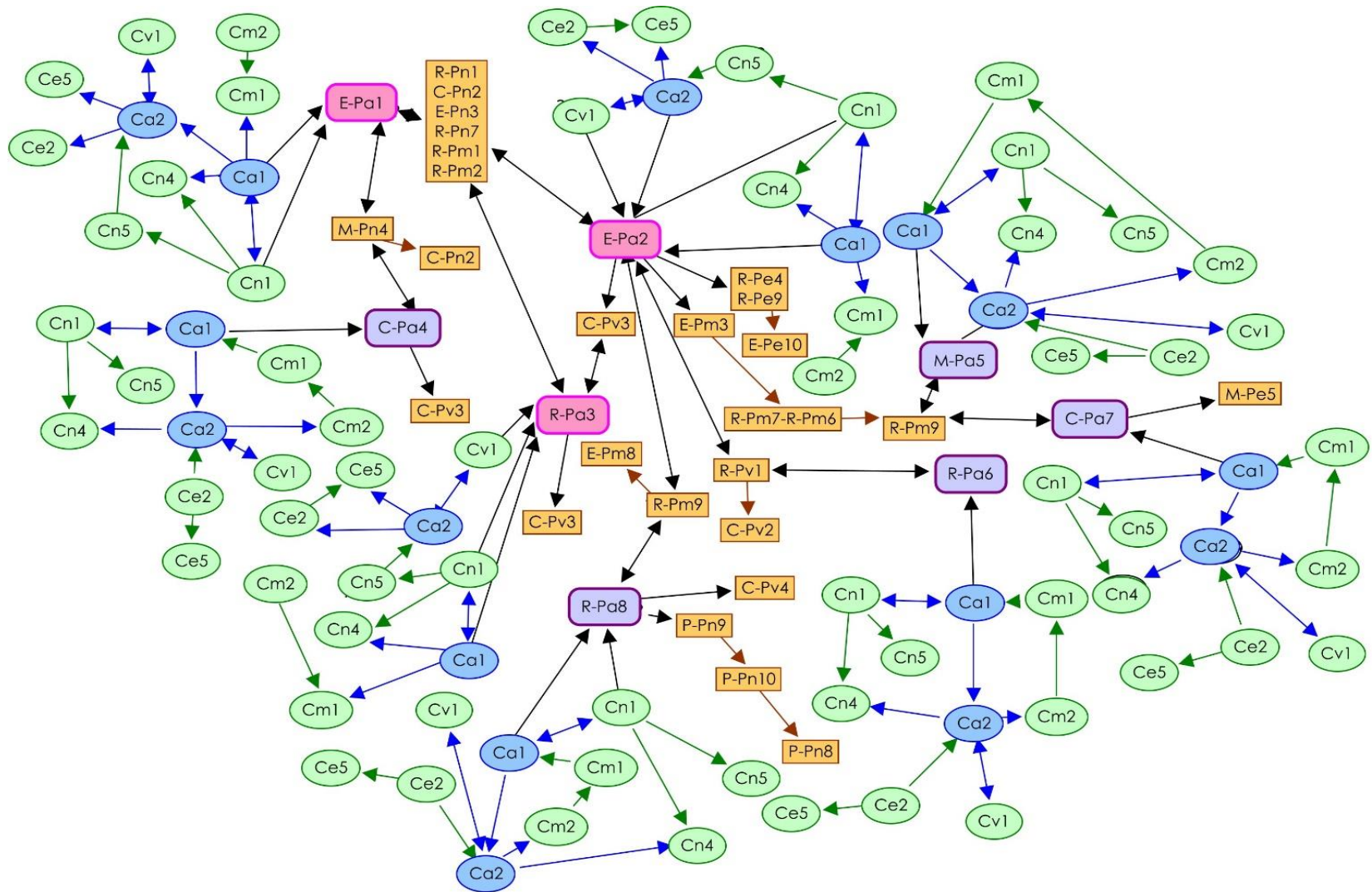


Gráfico 52. Micro currículo para 1° a 3°, basados en conceptos y procesos.

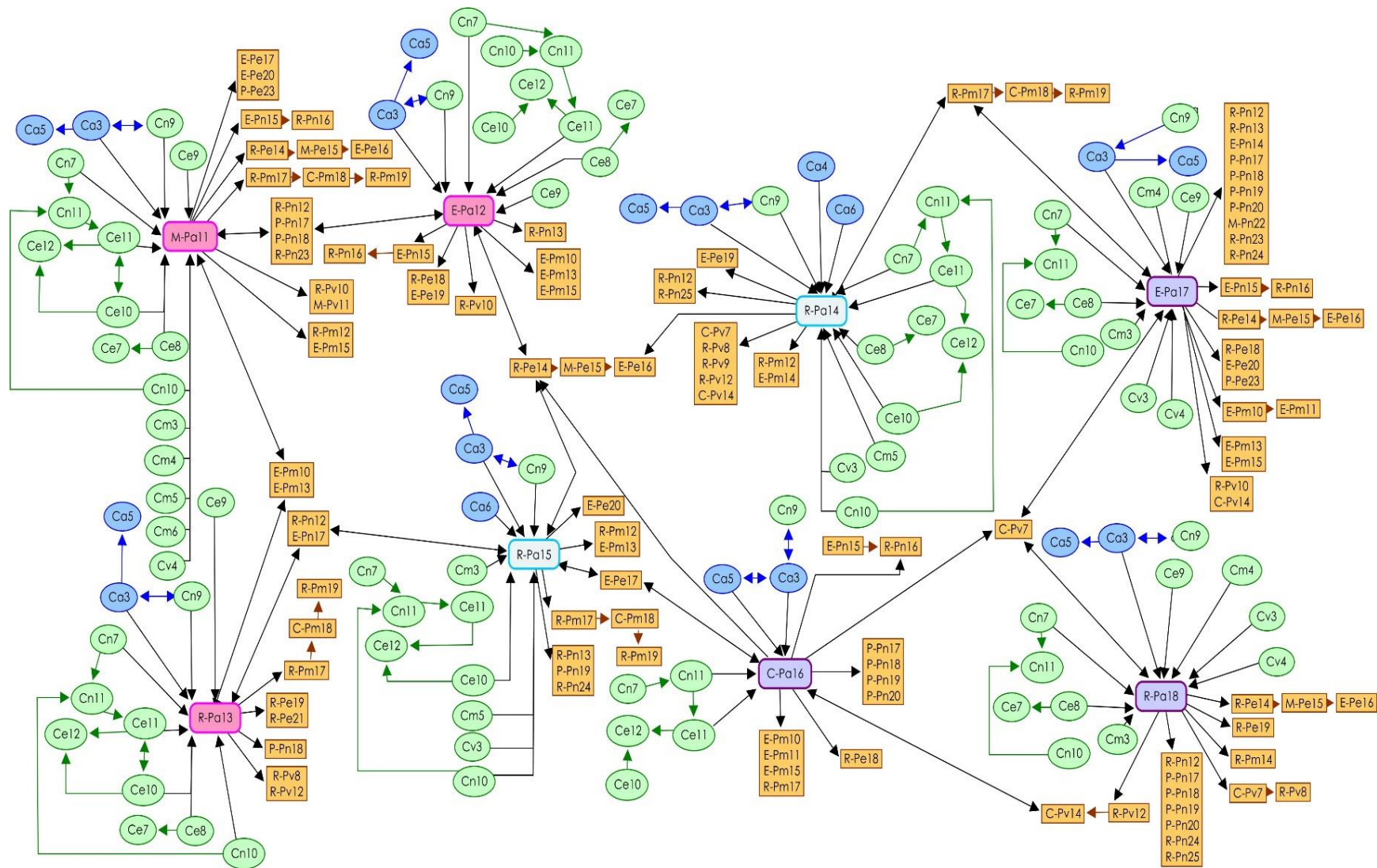


Gráfico 53. Micro currículo para 4° a 5°, basados en conceptos y procesos.

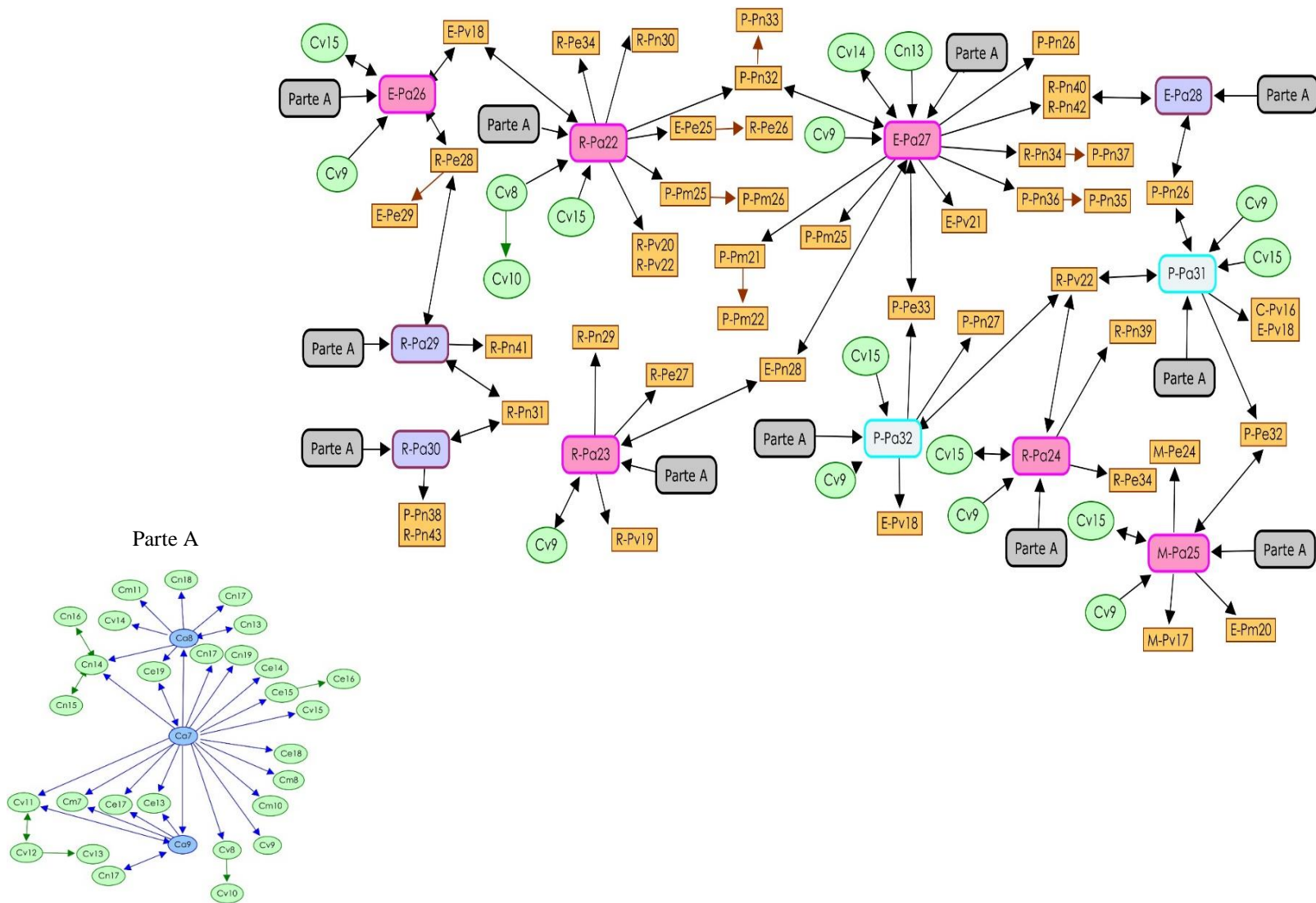


Gráfico 54. Micro currículo para 6° a 7°, basados en conceptos y procesos.

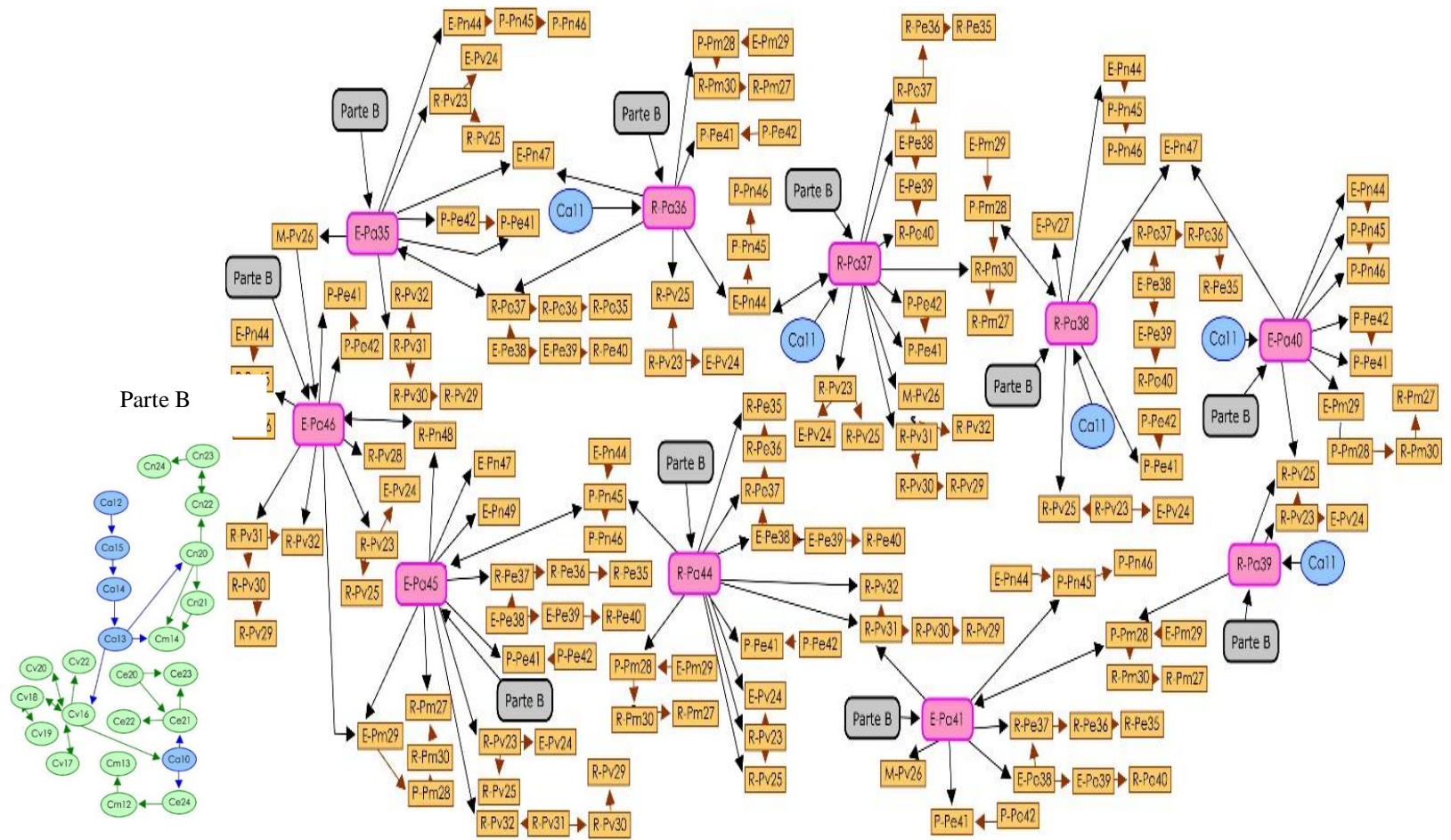


Gráfico 55. Micro currículo para 8° a 9°, basados en conceptos y procesos.

el currículo en la cual se desarrolle la cantidad de gráficos posibles, teniendo previsto desarrollar el plan de formación o micro currículo de cada conjunto de grados en los dos o tres años escolares determinados por ley para ello.

5.1 EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

A continuación se presenta algunos ejemplos de actividades que proponen el cómo se puede dar inicio a desarrollar la propuesta micro curricular para algunos conjuntos de grados a partir de alguna actividad guiada por el docente.

La primera actividad que se propone corresponde al conjunto de grados de primero a tercero y se realiza a partir de algunas de las relaciones que se establecen en el gráfico 3.

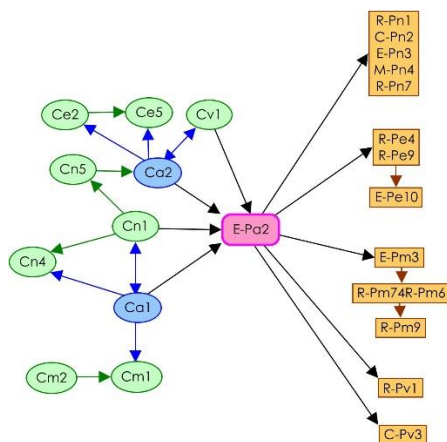


Gráfico 3. Relaciones con organización de datos

Actividad y descripción	Conceptos – Procesos y relaciones
<p>(Anexo 5) Esta actividad consta de 4 puntos, teniendo que son importantes las orientaciones que se den por parte del docente para su desarrollo.</p> <p>En el primer punto de la actividad se espera que los estudiantes realicen un conteo de los animales que ven en las representaciones y llenen la tabla. Se pueden hacer preguntas como: ¿Qué forma tiene la tabla? ¿Qué representa la segunda columna?</p> <p>En el segundo punto, se espera que con base en el gráfico de barras presentado, los estudiantes reconozcan que cada columna representa el total de la venta de cada producto, en un día en una tienda; los estudiantes deben identificar las frecuencias de</p>	<p>E-Pa2: Organizar datos, proceso general de la actividad mediante tablas y gráficos de barras.</p> <p>Cn1, R-Pn1 y C-Pn2: Cuando se realiza el conteo de los diferentes animales y objetos presentados en imágenes, tablas y gráficos, describiendo las situaciones en las que presenta y cuantificando las mismas, el número es usado bajo su significado de cantidad.</p> <p>Cn5: En general en la desarrollo de la actividad se hace uso de este concepto (Gráficos pictóricos y concretos), puesto que se tiene en cuenta la edad promedio y el desarrollo cognitivo de los niños de primero a tercero, donde las representaciones</p>

los valores que toma la variable, para completar cada cuadro. Se pueden hacer preguntas como: Dado los ejes donde se muestran los productos y el total, ¿qué ángulo forman? ¿Qué figura geométrica representa el espacio donde se debe poner el total de los productos del día? ¿Qué formas geométricas se tienen en el gráfico de barras? La escala numérica de la cantidad de productos, ¿qué secuencia tiene? ¿Cuántos productos hay?

En el tercer punto es un proceso análogo al punto 1, sin embargo a partir de este ejercicio se realiza el punto 4, donde con base en lo trabajado en los dos puntos anteriores los estudiantes realizan un cambio de representación de lo tabular a lo gráfico (haciendo uso de un gráfico de barras), los estudiantes completan el respectivo gráfico puesto que deben colorear cada barra según corresponda en la tabla (tabla de frecuencias), inclusive la palabra “frecuencias” puede mencionarse, viéndose esta, como los totales de cada uno de los juguetes preferidos. Los dos puntos anteriores se realizan con orientación del docente, de tal forma que con los cuestionamientos realizados por el profesor se desarrolle el trabajo continuo y autónomo de los estudiantes, puesto que generaran estrategias para la respuesta a las preguntas.

gráficas y concretas tienen gran importancia, por lo que la actividad evidencia diferentes representaciones de este tipo.

Ce2 y R-Pe4: en este caso en particular, se trabaja la noción de perpendicular en el gráfico de barras y el paralelismo en las figuras geométricas. Este asunto está influenciado en gran medida en las preguntas y/o orientaciones que lleve a cabo el docente.

Ce5 y R-Pe9: Algunas figuras geométricas se trabajan a partir de los gráficos de barras, en los espacios donde se deben ubicar para completar las frases (cuadrados y rectángulos), en la construcción misma de la tabla de frecuencias. Además de que se pueden reconocer la semejanza entre cada columna del gráfico de barras (semejanza entre rectángulos), o en la representación misma de los objetos o animales, ya que tanto en la tabla de frecuencias como en las figuras iniciales, se presentan las mismas imágenes pero con diferentes tamaños.

R-Pv1: En específico se tiene que la regularidad o secuencia que se pueden ver en los ejes que representan la frecuencia absoluta en un gráfico de barras, siendo esta, los números pares (punto 2).

La segunda actividad que se propone corresponde al conjunto de grados de cuarto a quinto y se realiza a partir de algunas de las relaciones que se establecen en el gráfico 11.

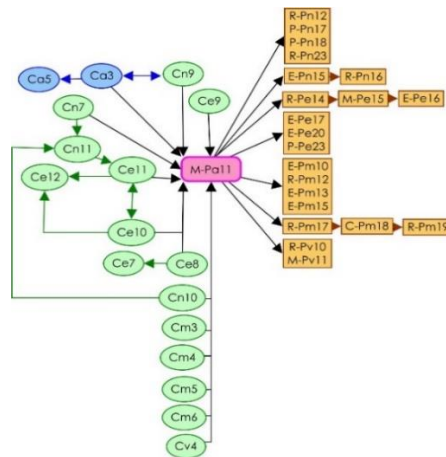


Gráfico 11. Relaciones con representar datos usando tablas y gráficas

Actividad y descripción	Conceptos – Procesos y relaciones
<p>(Anexo 6) La actividad consta de 9 puntos, los cuales deben ser dirigidos y potenciados por el docente, puesto que a partir de las construcciones y análisis, se pueden desarrollar diferentes procesos específicos.</p> <p>En el primer punto se propone reconocer los tipos de variable estadística a partir de un listado dado o si se prefiere un listado recolectado (recomendado), en este punto se espera apoyar y socializar lo referente a variables estadísticas.</p> <p>En el segundo punto, se propone la construcción del diagrama circular de tal forma que se reconozcan las características y propiedades de la circunferencia y se aborden conceptos como porcentaje, diámetro, radio y ángulo, esto por medio de la construcción y descripción de dicha gráfica.</p> <p>En el tercer ítem, se propone la construcción y reconocimiento de las características del histograma determinando el tipo de variable que se relaciona con esta representación, además la intención es trabajar conceptos como área, semejanza, congruencia, entre otros, esto a partir del análisis y descripción de los componentes del histograma.</p> <p>En el cuarto ítem, la representación tabular ha de permitir abordar diferentes conceptos tales como frecuencia relativa, decimal, fraccionario, entre otros ¿Qué tipo de variable se trabaja en cada columna?, ¿Cómo se pasa de una columna a otra?, entre otras, con estas preguntas se abordarían los conceptos dando significado a las operaciones como lo son la división, teniendo en cuenta que a partir de la fracción se realiza la división y se determina el decimal, lo cuales permiten profundizar en los conjuntos de números, además se deben establecer los aportes de la representación tabular a otras representaciones estadísticas, como lo son los porcentajes para el diagrama circular, las frecuencias para el polígono de frecuencias, entre otras.</p> <p>En el quinto punto se debe relacionar el diagrama de barras con el histograma y establecer (reconocer) características de las barras para determinar, en caso de ser posible congruencia y semejanza entre las mismas.</p> <p>En el sexto punto se hace uso del pictograma para introducir y profundizar en los conceptos de proporcionalidad y magnitud lo que se logra por medio de la construcción y descripción de dicha representación, puesto que los pictogramas deben ser coherentes con la cantidad de datos que representan, estos conceptos se podrán tratar con preguntas problema como: ¿Cuál es la relación entre un pictograma y otro?</p> <p>El séptimo punto tiene el propósito abordar temas relacionados con la dependencia entre la información de un eje y otro, por lo cual se introducen conceptos de plano cartesiano, número entero, segmento,</p>	<p>Ca3, Cm3 y Ca5: Al reconocer las características de cada uno de los gráficos y/o representaciones propuestas.</p> <p>Cm4: Se pueden abordar cuando se construye la representación tabular e histograma.</p> <p>Cm5: Al describir las características del diagrama de barras, histograma y polígono de frecuencias determinando relaciones entre cada una de las componentes de las gráficas.</p> <p>Cm6: En general en la construcción y descripción de las representaciones y/o gráficos estadísticos.</p> <p>Cn7 y Cn9: En la construcción de la representación tabular, al determinar la frecuencia relativa, absoluta y porcentual.</p> <p>Cn10: Construcción de las representaciones, especialmente en la representación tabular, al realizar el conteo (sumas, restas, entre otras).</p> <p>Ce8, Ce9, Ce10 y Ce11: Se aborda en la construcción y descripción del diagrama circular, el diagrama de barras e histograma, ya que se especifican características de las figuras geométricas.</p> <p>R-Pn12, R-Pn23, E-Pn15 y R-Pm12: Se desarrollan a partir de la construcción, análisis y descripción de la representación tabular, puesto</p>

punto, entre otros, además de buscar reconocer relaciones entre los gráficos de barras, histogramas y la representación tabular.

En el octavo punto se propone el uso de un mapa para establecer relaciones con los temas de localización, magnitudes, ubicación espacial y demás asuntos relacionados con el pensamiento espacial y el pensamiento métrico.

Finalmente, en el noveno punto se propone la construcción de la pirámide poblacional en la cual se debe realizar un análisis entre algunos datos y determinar conclusiones o conjeturas a partir de los resultados presentados en el gráfico, además de abordar conceptos como área por descomposición, es decir, si se toma la pirámide como un total (figura original), y cada una de las barras horizontales una descomposición, introduciendo el área de diversas figuras, con el uso de preguntas orientadoras tales como: Si se tiene un cuadrado, ¿Con qué figuras se puede descomponer?, Si se tiene un trapecio (definir trapecio), ¿Con qué figuras se puede descomponer para determinar el área de forma más “fácil”?

Para institucionalizar los conceptos trabajados se propone compartir, paulatinamente, los resultados de los estudiantes y realizar cuestionamientos generales para identificar y contrarrestar errores, obstáculos y/o dificultades, al mismo tiempo que se formalizan definiciones, conceptos y procesos de los diferentes pensamientos.

Como se observa, esta actividad puede llevar bastantes sesiones de clase, las cuales en algún momento pueden tomar rumbos hacia el desarrollo de conceptos de otros pensamientos, pero luego se retoma la esencia del taller para abordar en lo referente a representaciones gráficas de conjuntos de datos.

que para determinar conclusiones y/o conjeturas deben interpretar el diferente tipo de información presentada, además se realizan diferentes operaciones e interpretaciones de los procesos.

R-Pe14, E-Pm10, E-Pm13, E-Pm15 y R-Pm17: Al realizar e interpretar las diferentes gráficas se hace uso de magnitudes, se reconocen características de cada una de las figuras geométricas involucradas, además se abarcan procesos de cálculo para determinar las alturas de los rectángulos o las secciones del diagrama circular, lo que también implica hacer uso de la estimación y/o aproximación.

R-Pn17 y R-Pn18: Se involucra la resolución y planteamiento de problemas si se realiza la recolección de los datos y se determinan situaciones o preguntas problemas para realizar las construcciones de las representaciones.

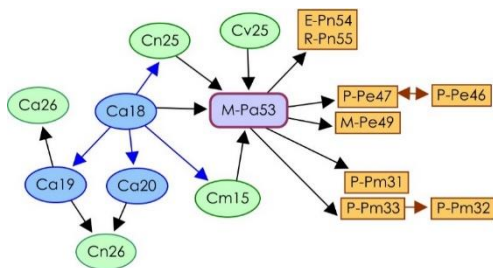


Gráfico 47. Relaciones con diseñar experimentos aleatorios

En el Anexo 7 se propone otra actividad, la cual parte de un juego de “picas y fijas”, tomada de Díaz, López, Montes y Rodríguez (2016), la cual ha sido pensada para el conjunto de grados décimo y undécimo. Se deja abierto el trabajo para que los docentes determinen qué conceptos y procesos se pueden abordar teniendo en cuenta que el gráfico bajo el cual se estructuró la idea es el 47.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta sección se presentan los resultados y conclusiones del trabajo de grado. En primer lugar se dan a conocer las conclusiones que surgen en cumplimiento de los objetivos del trabajo, luego los resultados a partir de las relaciones establecidas por conjunto de grados; posterior a ello se comunican las conclusiones relacionadas con la formación inicial de las autoras y finalmente las recomendaciones que surgen a partir del desarrollo del trabajo.

CONCLUSIONES

Para el objetivo específico: “Reconocer relaciones entre los estándares correspondientes a cada pensamiento y conjunto de grados, teniendo como fundamento el pensamiento aleatorio y sistemas de datos”, se tiene que al estudiar cada uno de los pensamientos que componen el pensamiento matemático, se fueron reconociendo relaciones entre conceptos, procesos particulares de cada pensamiento y los cinco procesos generales, observando que en todas las relaciones que se establecieron, siempre estuvo presente el pensamiento numérico, por lo que se puede concluir que este pensamiento se relaciona de forma directa y en mayor medida con el pensamiento aleatorio, a comparación con los demás pensamientos, como se puede observar en la imagen 13.

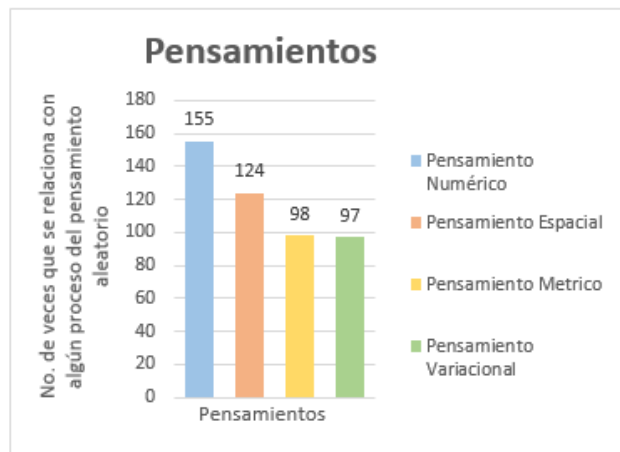


Imagen 13. Consolidación de pensamientos.

Para el objetivo específico: “Plantear una propuesta curricular micro partiendo de algunas de las relaciones encontradas entre los estándares de los diferentes pensamientos”, se observa que el proceso llevado a cabo para determinar las relaciones entre los procesos y conceptos de los diferentes pensamientos dio como resultado una propuesta micro curricular para el área de matemáticas a partir de un proceso secuencial en el cual se desarrolla el pensamiento matemático fundamentado en procesos particulares del pensamiento aleatorio, que permite estudiar las diferentes áreas de las matemáticas en los contextos brindados por el pensamiento aleatorio, bajo una estructura curricular flexible y no enmarcada en temáticas, conceptos y periodos académicos predeterminados. Dicha propuesta se consolida en los gráficos 52 al 56.

Para el objetivo específico: “Evidenciar la posibilidad de desarrollo de la propuesta curricular micro a partir de ejemplos de tareas que se puedan llevar al aula”, se tiene que en el

planteamiento de algunas actividades se enfatiza la importancia de la intervención del docente con preguntas y tareas claves, las cuales pueden permitir el desarrollo de conceptos y procesos de los pensamiento variacional, métrico, numérico y espacial, teniendo en cuenta que la base es el pensamiento aleatorio, buscando desarrollar el pensamiento matemático a lo largo de la educación básica y media, esto se evidencia a través de las actividades la viabilidad de la propuesta curricular formulada en el capítulo 5 del presente trabajo.

De forma general, se puede observar que a lo largo de los años escolares, cuando los objetos de estudio se complejizan, las relaciones entre los objetos propios de los pensamiento métrico, variacional, numérico y especial, son más difíciles y a veces imposibles de establecer respecto a los objetos propios del pensamiento aleatorio, especialmente desde los conceptos, y en particular se complejizan más las relaciones cuando se trata de relacionar el pensamiento espacial y sistemas geométricos. Esto se evidencia con mayor claridad, en grado undécimo ya que al relacionar el pensamiento aleatorio con el pensamiento variacional y sistemas algebraicos, y analíticos, las dificultades se hicieron evidentes, pues la naturaleza de cada uno de los objetos de estudio empieza a marcar diferencia, lo que implica tomar caminos distintos para el desarrollo de cada uno de los pensamientos.

A partir de las relaciones que se pueden reconocer entre los procesos de cada pensamiento, con los procesos generales descritos en los LCM (MEN, 1998) se evidenció que hay poco énfasis en el desarrollo de los proceso generales de comunicar (C) y modelar (M). No obstante, se tiene que hay fuerte trabajo y prioridad respecto a los procesos generales de razonar (R) y el de resolución y planteamiento de problemas (P), observando que el proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento (E) se trabaja de manera balanceada a lo largo de la vida escolar. Es de resaltar, que el núcleo de las relaciones entre los procesos del pensamiento aleatorio tienen como punto focal el proceso general de resolución y planteamiento de problemas (P) y también el de razonar (R) a lo largo de toda la escolaridad, por lo que en general han sido un eje central de las relaciones establecidas. Lo cual se evidencia en la imagen 14.

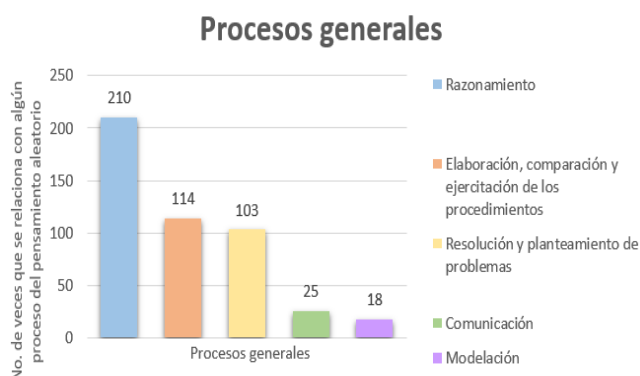


Imagen 14. Consolidación de procesos generales.

RECOMENDACIONES

Finalmente se sugiere profundizar en las relaciones y reconocer cómo se podrían involucrar los procesos y conceptos que al momento no se lograron incluir. Además con base en las relaciones encontradas y los ejemplos propuestos, se considera que el trabajo de grado permitiría generar un libro de texto en el cual estén contenidas actividades específicas para el desarrollo de cada uno de los gráficos con sus respectivas relaciones a partir del pensamiento aleatorio o proponer nuevos trabajos de grado en donde se diseñen actividades que materialicen las relaciones y estas se lleven al aula para su respectiva experimentación y valoración práctica de esta propuesta.

REFLEXIONES

Es posible que los conocimientos matemáticos que las maestras en formación han adquirido a lo largo de su vida académica, influyan de forma poco afortunada para reconocer posibles relaciones entre los elementos que quedaron fuera de los gráficos, puesto que el no poder establecer relaciones entre algunos de los conceptos y procesos no implica que estas no se puedan dar, sino que posiblemente el conocimiento que tienen las maestras en formación sobre dichos objetos no es el suficiente para poder reconocer las conexiones entre dichos objetos, por lo cual se recomienda para trabajos futuros la revisión y posible replanteamiento de algunas de las relaciones para que dichos conceptos y procesos sean incluidos con relaciones directas o indirectas al pensamiento aleatorio y se formule una segunda versión de la propuesta curricular aquí expuesta.

BIBLIOGRAFÍA

- Benjamín, A. (2009). La fórmula de Arthur Benjamín para cambiar la enseñanza de las Matemáticas. Recuperado de:
https://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_s_formula_for_changing_math_education?language=es
- Congreso de la República de Colombia. (1994). Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Ley General de Educación. Colombia.
- Díaz, R, López, C, Montes, S & Rodríguez, D. (2016). Tareas del tema probabilidad condicional. Fichas tareas. Pág 3-5.
- Gómez, P. (2001). Conocimiento didáctico del profesor y organizadores del currículo en matemáticas. Departamento de didáctica de la Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2002). Análisis Didáctico y Diseño Curricular en Matemáticas. Revista EMA: pág 251-292.
- Gómez, P, Lupiañez, J, Rico, L & Marín, a. (2007). Capacidades que contribuyen a la competencia de planificación del profesor de matemáticas de secundaria.
- Gómez, A. (2014). Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica: cincuenta años de reforma en el currículo colombiano de Matemática en los niveles básico y medio de educación. Revista Iberoamericana de Educación Matemática: UNIÓN. Pág 155-176.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). El desarrollo de la educación en el siglo XXI informe nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Bogotá, Colombia.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Principles and Standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ochoa, L. (s.f). Significado y sentido de los estándares básicos de competencias y su evaluación en la educación básica y media en Colombia. Universidad del Bosque. Recuperado de:
https://www.academia.edu/435262/SIGNIFICADO_Y_SENTIDO_DE_LOS_EST%C3%81NDARES_B%C3%81SICOS_DE_COMPETENCIAS_Y_SU_EVALUACION_EN_LA_EDUCACION_BASICA_Y_MEDIA_EN_COLOMBIA
- Patiño, C. (2014). Apuntes para una historia de la educación en Colombia. Escuela de comunicación social, CELYC, Universidad del Valle.
- Ramírez, M. & Téllez, J. (2006). La educación primaria y secundaria en Colombia en el siglo XX. Recuperado de: <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra379.pdf>

ANEXOS

Anexo 1: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 1° a 3°

<i>Procesos</i>
R-Pn11: Identificar regularidades y propiedades de los números.
E-Pm2: Comparar objetos según sus atributos medibles. E-Pm4: Realizar procesos de medición. C-Pm5: Describir procesos de medición.
R-Pe6: Reconocer traslaciones y simetrías. E-Pe7: Aplicar traslaciones y simetrías. C-Pe8: Valorar traslaciones y simetrías. R-Pe6: Reconocer traslaciones y simetrías. E-Pe7: Aplicar traslaciones y simetrías. C-Pe8: Valorar traslaciones y simetrías. E-Pe11: Relacionar distancia, dirección y posición en el espacio.
R-Pv5: Generar equivalencias entre expresiones numéricas. P-Pv6: Construir secuencias numéricas y geométricas.

Anexo 2: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 4° a 5°

<i>Conceptos</i>	<i>Procesos</i>
Cn12: Potenciación y radicación. Cv5: Secuencia numérica, geométrica y gráfica. Cv6: Patrones numéricos. Cv7: Igualdades y desigualdades numéricas.	R-Pn21: Identificar la potenciación y radicación.
	E-Pe12: Comparar objetos tridimensionales y bidimensionales.
	E-Pe13: Clasificar objetos tridimensionales y bidimensionales.
	R-Pe22: Verificar los resultados de aplicar transformaciones.
	R-Pm16: Justificar las relaciones de dependencia del área y volumen.
	P-Pv15: Construir igualdades y desigualdades numéricas.

Anexo 3: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 6° a 7°

<i>Procesos</i>
P-Pe30: Resolver problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia. P-Pe31: Formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia.
E-Pm23: Calcular áreas y volúmenes a partir de la composición y descomposición. R-Pm24: Identificar relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.

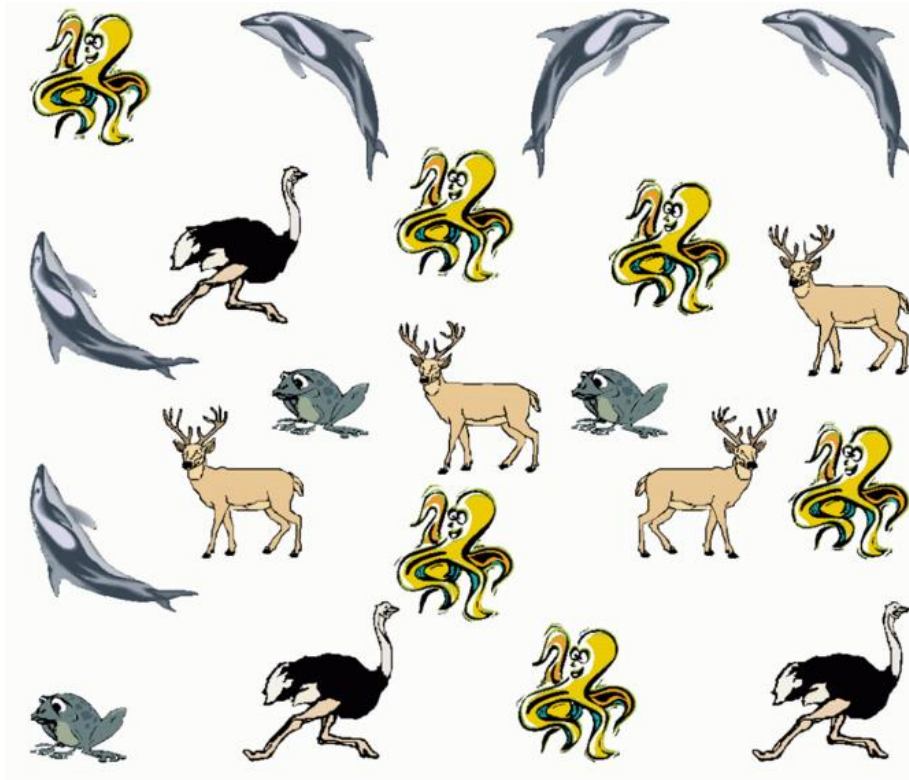
Anexo 4: Conceptos y procesos no relacionados para el conjunto de grados 10° a 11°






<i>Conceptos</i>	<i>Procesos</i>
Ce25: Curvas y figuras cónicas. Ce28: Funciones trigonométricas. Ce29: Lugar geométrico. Cv24: Derivada. Cv25: Razón de cambio. Cv26: Pendiente. Cv27: Tangente.	E-Pn52: Reconocer la densidad e incompletitud de los números racionales. R-Pv34: Interpretar la noción de derivada como razón de cambio y valor de la pendiente de la tangente a la curva. M-Pv36: Modelar situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas. R-Pv37: Interpretar las derivadas. E-Pv38: Utilizar las derivadas.

Anexo 5: Actividad de primero a tercero

Actividad 1

1. ¿Cuántos animales hay de cada especie?

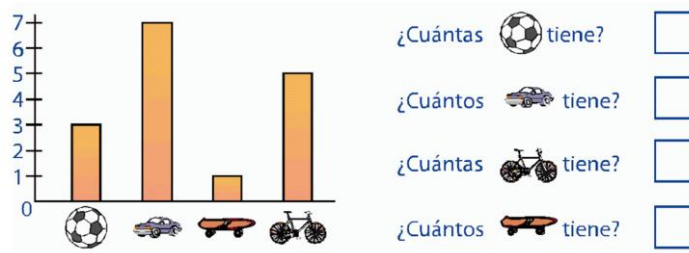


Especie	Total
	
	
	
	
	



¡A jugar con los gráficos de barras!

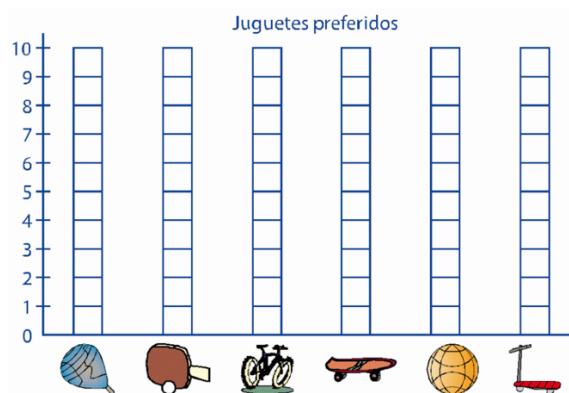
2. Observa el gráfico de barras que hizo Juan para contabilizar los juguetes que tiene y luego, completa:



3. Cuenta los juguetes preferidos por los niños de primer grado y completa el cuadro.

Juguete						
Conteo de palotes	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
En números	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

4. Ahora, teniendo en cuenta el punto 3, colorea un cuadradito por cada juguete que contaste.



Anexo 6: Actividad de cuarto a quinto

Actividad 2

A partir de los siguientes datos, realice las gráficas solicitadas y responda las preguntas.

Género	Edad Aprox	Gusto por las matemáticas	Cantidad de hermanos	Peso (Kg)	Barrio de Vivienda
Hombre	8	Si me gusta	2	29,7	El Refugio
Hombre	10	No me gusta	1	37,3	San Isidro Patios
Mujer	9	Si me gusta	3	33,2	Pardo Rubio
Mujer	10	Si me gusta	1	43,9	San Isidro Patios
Hombre	10	Si me gusta	2	36,9	Chico Lago
Mujer	8	No me gusta	3	34	Chapinero
Mujer	9	No me gusta	3	38	Pardo Rubio
Mujer	10	No me gusta	3	37,8	Chapinero
Hombre	10	Más o menos	1	42,5	Pardo Rubio
Mujer	8	Más o menos	1	32,5	Chapinero
Mujer	8	Más o menos	1	31,8	Pardo Rubio
Hombre	10	Más o menos	1	41,9	Chapinero
Mujer	9	No me gusta	4	34	San Isidro Patios
Mujer	10	Si me gusta	2	38,2	Chapinero
Hombre	9	Si me gusta	1	35,7	El Refugio
Mujer	10	No me gusta	2	39,2	Chico Lago
Mujer	8	No me gusta	2	30,8	El Refugio
Hombre	10	No me gusta	2	41,8	Chapinero
Mujer	8	Más o menos	3	29,8	El Refugio
Mujer	10	Más o menos	4	43,6	Chapinero
Mujer	8	No me gusta	7	33,2	San Isidro Patios
Hombre	10	No me gusta	1	43,5	Chapinero
Hombre	10	No me gusta	2	39,4	Chapinero
Hombre	9	No me gusta	3	34,2	El Refugio
Mujer	9	No me gusta	2	35,8	Chapinero
Mujer	10	No me gusta	2	38,9	El Refugio
Hombre	10	Más o menos	5	40,9	San Isidro Patios
Mujer	8	Más o menos	1	32,3	Chapinero
Mujer	10	Si me gusta	1	42,2	Chico Lago
Mujer	10	Más o menos	1	39,9	Chico Lago
Hombre	8	Si me gusta	3	30,8	San Isidro Patios
Mujer	10	Más o menos	3	38,3	El Refugio
Hombre	9	Si me gusta	2	37,2	Chico Lago
Mujer	9	No me gusta	2	36,9	Chapinero
Mujer	10	No me gusta	1	39,2	Pardo Rubio
Mujer	10	No me gusta	1	41,8	Chico Lago
Mujer	9	No me gusta	1	34,5	El Refugio
Mujer	10	No me gusta	1	40,6	Chapinero

Hombre	8	Si me gusta	2	29,6	San Isidro Patios
Mujer	10	Más o menos	2	43,8	El Refugio

1. ¿Qué tipo de variable se trabaja en cada columna?
2. Escoja una de las columnas, tales que los datos de dicha columna permita la construcción de un gráfico de sectores o diagrama circular.
 - a) Describa las características del gráfico (forma, partes, etc.).
 - b) Analice la información reportada en el gráfico y concluya sobre el conjunto de personas que dieron a conocer su información.
3. Escoja alguna de las columnas que contienen datos y a partir de ellos realice un histograma (se debe tener en cuenta el tipo de variable) y responda:
 - a) Describa las características del gráfico (forma, partes, etc.).
 - b) ¿Cuándo dos barras son iguales?
 - c) ¿Cuándo dos barras son parecidos (semejantes)?
 - d) Analice y/o concluya a partir de la información en el gráfico.
4. Usando los datos de alguna de las columnas realice una representación tabular (tabla de frecuencias) y responda:
 - a) ¿Qué tipos de variable se pueden utilizar en la representación tabular?
 - b) Describa cada columna de la representación tabular.
 - c) Describa y concluya a partir de la información en la representación tabular.
5. Escogiendo alguna de las variables expresadas en la tabla realice un diagrama de barras.
 - a) ¿Para qué tipo de variable se puede emplear el diagrama de barras?
 - b) ¿Qué diferencias hay entre el histograma y el diagrama de barras?
 - c) Describa las características del diagrama de barras (Forma, tipos de figuras, etc.).
 - d) Describa, conjeture (concluya) y analice la gráfica y la información consignada.
6. A partir de la información de una de las columnas de la tabla inicial, realice un pictograma teniendo en cuenta la proporción (relación entre los tamaños).
 - a) Describa las características del pictograma (forma, tamaño, relación entre los tamaños, etc.).

- b) Describa y analice la información brindada a partir del pictograma.
7. Realice un polígono de frecuencias haciendo uso de la información establecida y encontrada en el punto 4 (representación tabular).
- a) Describa las características del polígono de frecuencias.
 - b) Describa y analice la información presentada en el polígono de frecuencias en relación con el grupo de individuos reportados en la tabla.
8. Haciendo uso del mapa por localidades y barrios (Imagen1), y la información de la tabla inicial realice un cartograma.
- a) Describa el cartograma (forma, tamaño, etc.).
 - b) Describa y analice la información presentada en el cartograma.
9. Realice una pirámide poblacional con el uso de alguna de la información inicial.
- a) Describa las características de la pirámide poblacional (figuras que lo conforman, entre otras).
 - b) Describa y analice la información presentada en la pirámide poblacional construida.

Entre la localidad y el barrio: Unidades de Planeamiento Zonal

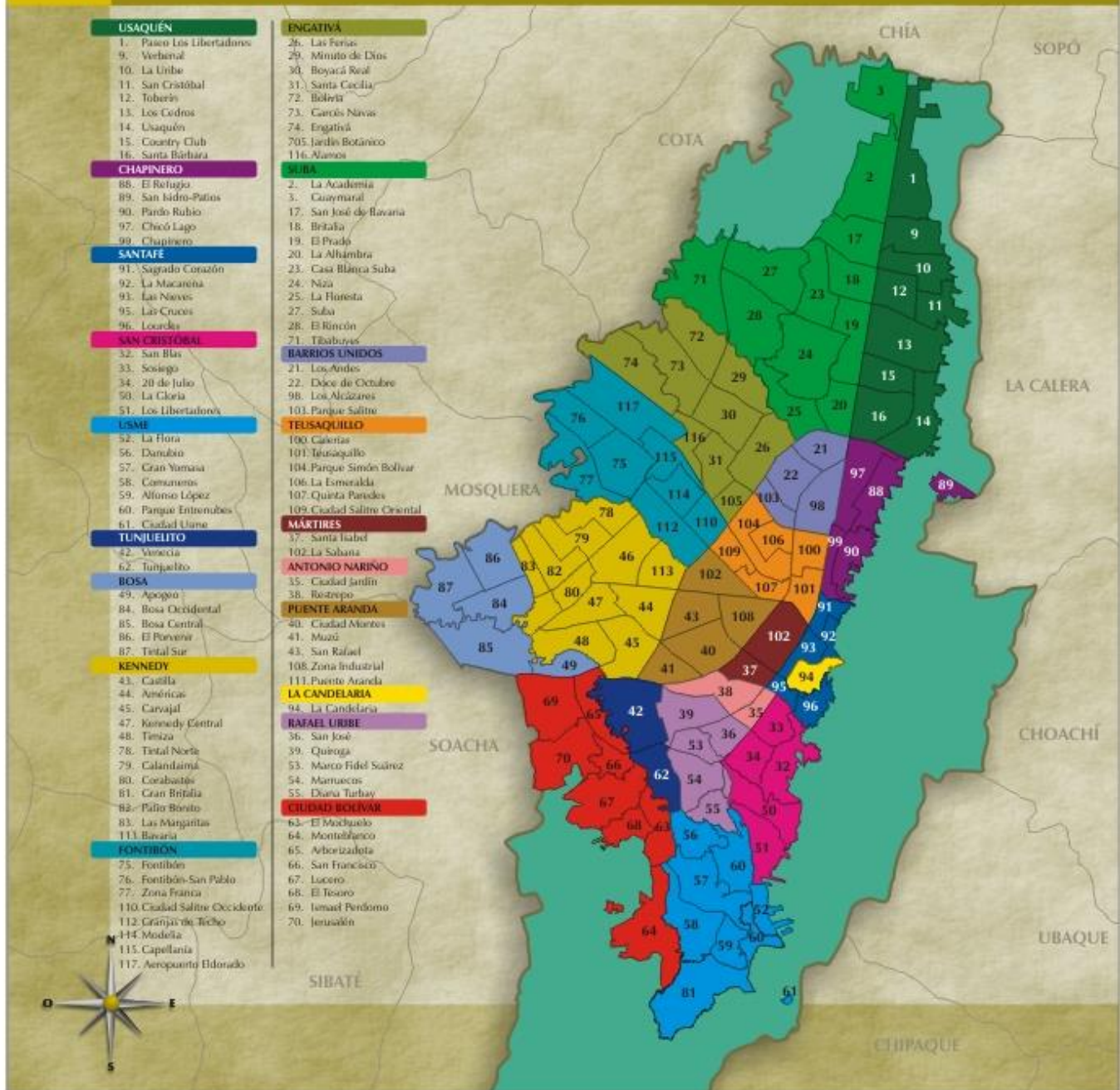


Imagen 1: Mapa de localidades y barrios de Bogotá.¹

1

Tomada de: <http://www.sdp.gov.co/portal/page/portal/PortalSDP/OrdenamientoTerritorial/upzenprocesoderevision/QueEs>

Anexo 7: Actividad de décimo a undécimo

Introducción

Picas y Fijas es un juego que requiere de dos oponentes. Cada quien debe pensar un número de tres cifras en el cual no se puede repetir dígito en ninguna cifra y anotarlo en una hoja sin dejarlo ver del otro jugador. El juego comienza cuando uno de los dos jugadores dice “al azar” un número de tres cifras intentando “adivinar” el número de su competidor. Cuando el jugador compara el número de su hoja con el número que ha dicho su contrincante debe mirar las coincidencias que se presentan, de tal manera que si existen, debe notificarse al contrincante utilizando los comandos “picas o fijas” así: cuando uno de los dígitos corresponde al número del papel y está en el mismo lugar se hablará de una fija y si el dígito está en el número pero no se encuentra en la misma posición se hablará de una pica. Veamos un breve ejemplo. Supongamos que el número elegido sea 342, en la tabla hemos registrado algunas situaciones de juego suponiendo que el primer número con el que se intentó adivinar fue el 248.

248	1 pica y 1 fija
847	1 fija
159	Ninguna
842	2 fijas
872	1 fija

El juego funciona con la modalidad “tiro y tiro”, que consiste en tomar turnos de manera alternada y finaliza cuando algún jugador “adivina” el número de su contrincante. Ahora que ya sabemos cómo funciona picas y fijas es el momento de empezar a jugar. ¡Veamos que tan buen adivino eres!

Para jugar, observar y analizar:

En una hoja diferente escribe tu número secreto y no lo dejes ver de tu compañero. Es muy importante que verifiques bien los resultados antes de dar los datos de las picas y las fijas, pues esta información es determinante en el juego. Cuando exista un ganador los dos jugadores revelarán sus números secretos y se debe verificar que la información registrada era verídica. Si se constatan errores el jugador que se equivocó perderá automáticamente.

JUGADOR 1	RESULTADOS	JUGADOR 2	RESULTADOS

Para hacer, analizar y concluir:

1. ¿Por qué a medida que avanza el juego y se han hecho varios intentos parece ser más fácil “adivinar” el número?
2. Cuando jugamos picas y fijas ¿Realmente estamos adivinando? ¿En qué momento del juego se adivina y en qué momento no?
3. Si el número oculto es 123 y en el primer intento se obtienen tres picas, ¿Cuántos intentos debe hacer como mínimo un jugador para encontrar el número oculto?, ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el número en el primero de estos intentos?
4. Si el número oculto es 123 y en el primer intento se obtienen una pica y una fija ¿Cuál es la probabilidad de “adivinar el número” en el siguiente intento sabiendo que la fija es 2?
5. ¿Cuál es la probabilidad de ganar, si se sabe que los tres números son primos?