

DESCRIPTORES DEL DESARROLLO DE UNA MIRADA PROFESIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES PARA MAESTRO

Benchmarks of pre-service primary teachers' development of professional noticing about mathematics teaching and learning

Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S.

Universidad de Alicante

Resumen

Este estudio tiene como objetivo generar descriptores del desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Analizamos las narrativas escritas por 39 estudiantes para maestro de educación primaria durante su periodo de prácticas en las que se les solicitaba identificar una situación en la que los estudiantes estuvieran desarrollando algún aspecto de la competencia matemática, la interpretarían desde la perspectiva del aprendizaje pretendido y propusieran una actividad para apoyar la progresión del aprendizaje. Los resultados han permitido generar tres descriptores del desarrollo de la competencia docente: identificar los elementos matemáticos relevantes en la situación, usarlos para interpretar niveles de progresión en el aprendizaje, y apoyar las decisiones de enseñanza en las características de la progresión del aprendizaje pretendido.

Palabras clave: *mirada profesional, narrativas, estudiantes para maestro de primaria.*

Abstract

The goal of this study is to generate benchmarks of the development of the skill of noticing mathematics teaching and learning situations. We analyze the narratives written by 39 pre-service primary school teachers during their period of practices at schools in which they were asked to identify a situation where students were developing some aspects of the mathematics competence, interpret it from the perspective of the intended learning and propose a teaching decision to support the students' learning progression. Our results allow us to generate three benchmarks of the development of the noticing skill: identifying relevant mathematical elements in the situation, using them to interpret levels of progression in students' learning and supporting the teaching decisions on the characteristics of the intended learning progression.

Keywords: *professional noticing, narratives, pre-service primary teachers.*

INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

Las situaciones e interacciones que surgen en un aula se superponen y suceden simultáneamente generando en los maestros dificultades para atenderlas con la misma intensidad. Sin embargo, un maestro debería ser capaz de identificar y focalizar su atención sobre aquellas situaciones de aula que sean más provechosas y potencialmente ricas para promover el aprendizaje de los estudiantes (Mason, 2002; Sherin y van Es, 2005; van Es y Sherin, 2002). En este sentido, para un maestro mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes es una competencia crucial. Jacobs, Lamb y Philipp (2010) conceptualizan esta competencia como tres destrezas

Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S. (2016). Descriptores del desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas en estudiantes para maestro. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 305-314). Málaga: SEIEM.

interrelacionadas: (i) describir las estrategias usadas por los estudiantes identificando los elementos matemáticos importantes, (ii) interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes en función de los elementos matemáticos usados en las estrategias y (iii) decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

En las últimas décadas se ha desarrollado una línea de investigación que ha identificado diferentes contextos en los que esta competencia docente puede desarrollarse (Callejo y Zapatera, 2016; Coles, 2013; Fernández, Llinares y Valls, 2012; Fernández, Valls y Llinares, 2011; Fortuny y Rodríguez, 2012; Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares, 2015; Zapatera y Callejo, 2013). Por ejemplo, van Es y Sherin (2002) mostraron que el análisis de situaciones de aula recogidas en video clips propició cambios en los aspectos de la situación de enseñanza que los maestros eran capaces de identificar y en cómo discutían sobre dichos aspectos cambiando el foco de la discusión desde la evaluación a la interpretación basada en evidencias. En esta misma línea, Coles (2013) mostró que el uso de videoclips permitía a los maestros reconstruir las interacciones del aula de manera cronológica para realizar interpretaciones aportando evidencias. Fernández et al., (2012) mostraron que los debates virtuales permitieron a los estudiantes para maestro trasladarse desde la descripción de aspectos generales de las estrategias usadas por los estudiantes en la resolución de problemas a detallar evidencias relevantes de la manera en la que los alumnos desarrollaban el razonamiento proporcional. Schack y sus colegas (2013) mostraron que el visionado de video-clips recogiendo interacciones entre docentes y sus alumnos ayudó a los estudiantes para maestro a atender, interpretar y tomar decisiones de acción en el dominio de la numeración temprana. Coles, Fernández y Brown (2013) mostraron que las reuniones entre maestros de primaria en servicio donde se compartía el trabajo que realizaban en las escuelas en relación a cómo los estudiantes resolvían determinadas tareas también propiciaba el desarrollo de esta competencia.

Estos estudios indican que mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas implica trasladarse desde la descripción de acciones del profesor a las conceptualizaciones de los estudiantes y desde comentarios evaluativos a comentarios interpretativos basados en evidencias (Bartell, Webel, Bowen y Dyson, 2013; van Es, 2011) pero tenemos menos información sobre descriptores del desarrollo de esta competencia. Siguiendo esta línea de investigación, el objetivo de nuestra investigación es generar descriptores del desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente” cuando los estudiantes para maestro escriben narrativas durante los periodos de prácticas de enseñanza.

Escribir narrativas en formación inicial de maestros

Las narrativas son historias en las que el autor relata, de manera secuencial, una serie de acontecimientos que cobran sentido para él a través de una lógica interna (Chapman, 2008; Ponte, Segurado y Oliveira, 2003). Escribir narrativas ha sido identificada como un mediador de aprendizaje, capaz de “desarrollar funciones cognitivas superiores, como el análisis y la síntesis” (Emig, 1977, p. 122). En este contexto, escribir es vista como una poderosa herramienta para la construcción del conocimiento cuya función principal es mediar entre el recuerdo y la reflexión ya que, por su abstracción, y en comparación con el habla, obliga al escritor a actuar más intelectualmente (Wells, 1999). Para Wells la escritura desarrolla “el modo abstracto y racional de pensar considerado como el punto final del desarrollo mental” (p.278). Las narrativas pueden ser consideradas como “la forma primaria que da sentido a la experiencia humana” (Polkinghorne, 1988, p. 1) permitiendo comprender cómo los docentes organizan su trabajo y actúan en contextos profesionales.

Desde estas referencias, podemos considerar que durante la formación inicial de maestros, escribir narrativas durante las prácticas de enseñanza para describir sucesos relevantes sobre la enseñanza de las matemáticas puede ser una buena herramienta que potencie el aprendizaje de los estudiantes para maestro. Chapman (2008) indica que los estudiantes para maestro pueden ser considerados

narradores de sus propias historias y de las de otros en el contexto de los programas de formación de maestros, siendo las narrativas herramientas que les ayuden a dar sentido a su experiencia durante su periodo de prácticas.

En este estudio analizamos la relación entre la tarea de escribir narrativas durante las prácticas y el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes con el objetivo de generar descriptores del desarrollo de esta competencia. Las preguntas de investigación que nos planteamos son:

- ¿En qué aspectos de la enseñanza de las matemáticas centran la atención los estudiantes para maestro y cómo son interpretados?
- ¿De qué manera los estudiantes para maestro apoyan sus propuestas de acción en su interpretación previa del pensamiento matemático de los niños?

MÉTODO

Participantes y contexto

En este estudio participaron 39 estudiantes para maestro en su último año de formación en el Grado en Maestro en Educación Primaria durante su periodo de prácticas en los centros (practicum de 8 semanas). Las dos primeras semanas consistían en un periodo de observación del proceso de enseñanza-aprendizaje, y en la segunda parte (6 últimas semanas) debían diseñar e implementar una unidad didáctica. Durante el periodo de observación se pidió a los estudiantes para maestro que escribieran una narrativa en la que identificaran y describieran sucesos del aula que podían ser considerados potencialmente relevantes para explicar el aprendizaje matemático de los estudiantes que se estaba generando en las aulas.

Instrumento: Narrativas

Con la intención de facilitar la estructuración de la información y la generación de las narrativas se facilitó a los estudiantes para maestro unas preguntas guía (Figura 1). Estas preguntas se fundamentaban en las tres destrezas de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs et al., 2010): describir, interpretar y decidir.

La narrativa debía consistir en una descripción e interpretación de una situación de enseñanza-aprendizaje considerada por el estudiante para maestro con potencial para explicar lo que estaba sucediendo en el aula desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas. La interpretación debía estar fundamentada en los conocimientos sobre didáctica de la matemática que los estudiantes para maestro podían conocer desde las asignaturas del Grado en Maestro en Educación Primaria. El uso de estos conocimientos les podría ayudar a identificar e interpretar las situaciones de aula relevantes, así como destacar evidencias sobre la comprensión matemática de los estudiantes. La narrativa debía terminar con una propuesta de tareas que permitiera seguir la lección observada y que apoyara la progresión en el aprendizaje de los estudiantes (Battista, 2011; Clements y Sarama 2010).

Análisis

Para el análisis de las narrativas escritas por los estudiantes para maestro consideramos como unidad de análisis frases y párrafos que expresaran una idea. Inicialmente, tres investigadores de manera individual identificaron y categorizaron las unidades de análisis desde una muestra de narrativas en tres dominios: cómo describían, cómo interpretaban y qué decisiones de acción tomaban. Las categorías inicialmente generadas para cada uno de estos dominios fueron discutidas y consensuadas para generar criterios de categorización para el resto de las narrativas. En este proceso de análisis inductivo consideramos:

- Si en sus descripciones de las respuestas de los alumnos los estudiantes para maestro incluían elementos matemáticos que ayudaban a explicar lo que estaban observando.
- Si los estudiantes para maestro interpretaban la comprensión del estudiante relacionando su comprensión con los elementos matemáticos específicos de la situación previamente descrita.
- Si los estudiantes para maestro tomaban decisiones basadas en la comprensión del estudiante proporcionando tareas específicas para la situación.

a. Describe la situación

la tarea/actividad. Por ejemplo, puedes indicar los contenidos específicos, materiales, uso de las TIC,...

qué hacen los alumnos. Por ejemplo, puedes indicar respuestas de los alumnos a la tarea propuesta, dificultades,...

qué hace el maestro. Por ejemplo, puedes indicar como trabaja la actividad en el aula (agrupación de los alumnos, interacciones...) o si ante las respuestas de los alumnos (o dificultades), propone otras tareas, insiste en algún aspecto de la actividad,...

b. Interpreta la situación

Indica qué objetivos del área de matemáticas se trabajan explicitando qué aspectos de la situación te hacen pensar que se están desarrollando los objetivos identificados.

Indica, a través de las respuestas de los estudiantes, evidencias que muestren la manera en que se están consiguiendo los objetivos propuestos, es decir, evidencias que muestren como los estudiantes están logrando la comprensión de los conceptos matemáticos.

Indica si se desarrollan otras competencias básicas. Muestra evidencias del desarrollo de otras competencias trabajadas en la situación.

c. Completa la situación

Intenta complementar de alguna manera la situación descrita para potenciar el desarrollo de la competencia matemática identificada o algún otro aspecto de la competencia que no se haya contemplado inicialmente.

Figura 1. Guía para la elaboración de narrativas

RESULTADOS

El análisis realizado nos permitió identificar tres grupos de estudiantes para maestro en función de las evidencias mostradas en las narrativas escritas:

- cuando solo describían los sucesos de aula de manera general sin interpretar la comprensión de los estudiantes.
- cuando identificaban los elementos matemáticos de la tarea en la situación de enseñanza-aprendizaje interpretando la comprensión de los estudiantes, pero proponían y justificaban decisiones relativas a la enseñanza de manera general que no estaban basadas en la comprensión de los estudiantes.
- cuando identificaban los elementos matemáticos importantes, interpretaban la comprensión de los estudiantes y proponían tareas específicas en relación a la interpretación de la comprensión inferida previamente y las justificaban para apoyar la progresión del aprendizaje de los estudiantes.

A continuación, ejemplificamos cada grupo de estudiantes para maestro considerando la manera en la que miraban profesionalmente la situación de enseñanza-aprendizaje.

Estudiantes para maestro que solo describían los sucesos de aula de manera general

De los 39 estudiantes para maestro que participaron en el estudio, 18 escribieron una narrativa en la que se describía una interacción de aula que incluía descripciones de dificultades presentadas por los estudiantes. Sin embargo, estos estudiantes para maestro no identificaron elementos matemáticos en la tarea que pudiera ayudarles a generar una explicación de lo que estaba sucediendo. Estos estudiantes para maestro no fueron capaces de interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes ni generaron explicaciones sobre lo que estaba pasando más allá de generar expresiones generales. Tampoco fundamentaron sus decisiones de acción desde el punto de vista de la progresión en el aprendizaje de los estudiantes. Estas narrativas mostraban comentarios descriptivos y evaluativos.

Así, por ejemplo, en la siguiente narrativa el estudiante para maestro comienza describiendo el contexto de aula y el contenido curricular: *“La siguiente actividad se realizó en 2° curso de Educación Primaria en una clase de 21 alumnos. La tarea que he observado trata sobre la resta llevando.”* Seguidamente continúa con la descripción de una interacción de aula,

En primer lugar, la maestra pone un ejemplo en la pizarra de una resta llevando para ayudar a los alumnos a entenderla mejor. Después, reparte la ficha y hacen las dos primeras restas todos juntos. Para hacer esto, la maestra elige una alumna para salir a hacer la resta en la pizarra. La resta es 23-14:

Maestra: “Yo a 3 melones puedo quitarle 4?”

Alumna: “No.”

Maestra: “Entonces...”

Alumna: “Le pido una decena al 2.”

Maestra: “Como por ejemplo ya puedo...”

(Cuentan todos juntos: 5, 6, 8...hasta llegar al 13)

Alumna: “De 4 a 13, 9”.

Maestra: “Ahora ya estamos en las decenas, pero tienes que devolverme la decena que te he dado”.

Alumna: “Ahora de 2 a 2, 0”

El estudiante para maestro no menciona el algoritmo que está introduciendo la maestra ni los elementos matemáticos que lo definen, y simplemente describe lo que observa. En este caso el discurso de la maestra y la interacción verbal entre la maestra y la alumna parece mezclar dos algoritmos. Por una parte, al considerar el 23 como $10+13$ (*“le pido una decena al 2”*, ..., y contar desde 4 hasta 13). Posteriormente, cuando la alumna dice *“ahora de 2 a 2, 0”* que se apoya en la propiedad $(a-b) = (a+k) - (b+k)$ en el caso particular de sumar 10 unidades al minuendo y una decena al sustraendo. El estudiante para maestro no menciona esta discrepancia ni ninguno de los elementos matemáticos que caracterizan los dos algoritmos. A continuación, identifica algunas dificultades generando comentarios descriptivos, pero sin relacionarlos con los elementos matemáticos de ninguno de los dos algoritmos:

“La mayoría de los alumnos cuando están haciendo las restas en la pizarra lo comprenden, pero a la hora de hacer la actividad solos, les cuesta algo más. Algunos de ellos suman, tienen dificultades con el nuevo modo de realizar las restas o no recuerdan cuánto vale el puntito que le ponen a la decena del número de abajo. Para resolver estas dificultades la maestra los ayuda con preguntas y volviendo a explicarles cómo se hacen...”. [énfasis añadido]

Para finalizar, este estudiante para maestro indica una propuesta genérica centrada en el uso de los bloques multibase para explicar el algoritmo de la resta llevando, pero sin justificar cómo lo haría:

“No completaría la sesión con otras actividades, sino que daría la explicación de las restas llevando de otra manera: utilizando los bloques multibase...”

La propuesta realizada busca introducir una alternativa en la situación de aula apoyada por el uso de los bloques multibase, pero sin clarificar la discrepancia en la interacción entre la maestra y los alumnos descrita que muestra la convivencia errónea de los dos algoritmos. El estudiante para maestro no justifica su decisión y busca crear una situación diferente. Las narrativas de este grupo de estudiantes para maestro parecen indicar que la identificación de los elementos matemáticos en una situación de aprendizaje es necesaria para generar información sobre el aprendizaje matemático de manera relevante. La falta de estos puntos de apoyo (en estos casos, la no identificación de la diferencia entre los dos algoritmos de la resta llevando) parece impedir la generación de una mirada estructurada que favorece la propuesta de comentarios generales y poco relevantes para apoyar la progresión del aprendizaje conceptual de los estudiantes.

Estudiantes para maestro que identificaban los elementos matemáticos de la situación de enseñanza-aprendizaje e interpretaban la comprensión de los estudiantes, pero no usan dicha información para proponer tareas que apoyen la progresión en el aprendizaje

Diez estudiantes para maestro, después de describir una situación de enseñanza-aprendizaje, identificaron elementos matemáticos relevantes en la situación e interpretaron la comprensión matemática de los estudiantes. Sin embargo, estos estudiantes para maestro no justificaron sus decisiones teniendo en cuenta las inferencias realizadas previamente sobre la comprensión de los estudiantes. En este sentido, este grupo de estudiantes para maestro ejemplifica una desconexión entre lo que podían estar interpretando en relación al aprendizaje y las decisiones instruccionales que podían tomar. Por ejemplo, la siguiente estudiante para maestro escribió una narrativa en la que describe una situación en una clase de 2º curso en la que se estaban realizando restas llevando. Esta estudiante para maestro describe la respuesta de un alumno a la tarea 45-9:

“Como en la primera columna tenemos cinco y abajo nueve, tenemos que pedirle ayuda a la otra columna, la de las decenas. Porque si yo tengo 5 lápices no puedo dar 9. Entonces, tacho el 4 y se me queda 3. Y la decena que he cogido como son 10 unidades, pues en la primera columna ahora tengo 15. Ahora ya puedo restar 15 menos 9 que son 6. Y luego como al 3 no hay que quitarle nada se queda el 3. En total son 36”

La estudiante para maestro indica:

En esta actividad se trabaja el valor de posición y la transformación de una decena a diez unidades.

El alumno, como bien se puede observar a través de sus respuestas, logró justificar correctamente todo el proceso que empleó para resolver el algoritmo de la resta. Concretó que al no poder restar las unidades debía transformar una decena; una decena que reconoce que equivalía a 10 unidades y ve el 45 como 3 decenas y 15 unidades. Además, mediante sus explicaciones demuestra que identifica el valor de posición tanto de las decenas como de las unidades.

La estudiante para maestro identificó elementos matemáticos que intervenían, la idea de valor de posición, las transformaciones de decenas en unidades (o idea de agrupamiento) y la necesidad de realizar una descomposición no canónica para poder resolver la resta ($45 = 40 + 5 = 30 + 15$). Sin embargo, esta estudiante para maestro no fue capaz de proponer una decisión concreta que ayudara a este alumno a seguir progresando. En su narrativa, esta estudiante para maestro propone:

Para complementar esta tarea se podrían plantear diferentes situaciones problematizadas para trabajar los números en diferentes contextos. Además, en cualquiera de los casos se podría emplear los bloques multibase o los ábacos. De ese modo, los alumnos podrían manipular las cantidades que se están trabajando y, por tanto, se contribuiría a un aprendizaje más empírico y vivencial. Dado que les permitiría asentar y afianzar los conceptos que subyacen a esta tarea.

Esta propuesta de acción es genérica sin considerar los elementos matemáticos que deben ser tenidos en cuenta en la progresión de los aprendizajes de los estudiantes. Por ejemplo, proponiendo ejercicios en los que hubiera un cero en el minuendo, $704 - 36 = \square$, que exigiera un uso más sofisticado de la idea de desagrupar centenas y decenas y del reconocimiento de la descomposición y representación no canónica de los números, $704 = 7C + 4U = 6C + 10D + 4U = 6C + 9D + 14U$).

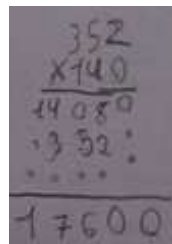
La categorización de este grupo de estudiantes para maestro pone de manifiesto que la conexión entre la información generada sobre la comprensión de los estudiantes en una situación de enseñanza no siempre es fácilmente usada para fundamentar las decisiones de enseñanza que deben apoyar la progresión en el aprendizaje.

Estudiantes para maestro que identificaban los elementos matemáticos, interpretaban la comprensión de los estudiantes y proponen tareas justificadas desde la progresión en el aprendizaje

Once estudiantes para maestro describieron situaciones de aula, identificaron los elementos matemáticos de la situación interpretando la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y propusieron decisiones de acción específicas para apoyar el progreso en el aprendizaje de los estudiantes. Por ejemplo, una estudiante para maestro describe un suceso en una clase de 4° curso en la que los niños están realizando multiplicaciones de números de dos o tres cifras e identifica algunas dificultades. En su narrativa esta estudiante para maestro identifica elementos matemáticos relevantes en la resolución de este tipo de tareas (el valor de posición y la descomposición canónica del número):

Las dificultades que presentan la mayoría de los alumnos/as son la mala colocación de las cifras por no entender el valor posicional de estas, lo que provoca que la suma esté mal.

$$\begin{array}{r} 1314 \\ \times 29 \\ \hline 11826 \\ 2628 \\ \hline 28106 \end{array}$$


$$\begin{array}{r} 352 \\ \times 40 \\ \hline 14080 \\ 1352 \\ \hline 17600 \end{array}$$

Además, cuando el segundo factor acaba en cero no entienden por qué se debe poner fuera de la multiplicación. A la mayoría de ellos, se les olvida ese detalle y lo colocan en la columna de las unidades, lo que provoca que al llegar a la multiplicación de las centenas del segundo factor coloquen el resultado en la columna de las decenas.

En la descripción de la situación este estudiante para maestro identifica lo que parece provocar las dificultades en los niños y lo relaciona con la no comprensión de la manera en la que se representan los números. La identificación de la idea del valor de posición de las cifras en los números y el papel que desempeñan en la realización del algoritmo le permite generar una explicación sobre la comprensión de los niños vinculada a los elementos matemáticos relevantes en la situación de aprendizaje:

Las dificultades de estos estudiantes suceden porque el algoritmo no se ha explicado utilizando la descomposición canónica del número y por tanto, no saben cómo colocar los números (no conocen el valor de posición de cada cifra). Cuando el segundo factor acaba en cero no lo ponen en la columna de las unidades.

Además, propone una decisión de acción que tiene en cuenta su interpretación de la comprensión de los estudiantes. La descripción de cómo podría continuar la lección con estos estudiantes se apoya en su interpretación de lo que puede ser la falta de comprensión del elemento matemático que provoca la dificultad en los niños. De esta manera propone presentar el algoritmo de la multiplicación a partir del significado de las operaciones utilizando las descomposiciones canónicas y utilizando estrategias que permitan utilizar el pensamiento relacional:

Resolver el algoritmo a partir de la descomposición canónica del número para trabajar el valor de posición de cada número

$$\begin{array}{r}
 3.652 \longrightarrow 3.000+600+50+2 \\
 \times \quad 8 \\
 \hline
 24.000 \longrightarrow 8 \times 3.000 = 24.000 \\
 4.800 \longrightarrow 8 \times 600 = 4.800 \\
 400 \longrightarrow 8 \times 50 = 400 \\
 + \quad 16 \longrightarrow 8 \times 2 = 16 \\
 \hline
 29.216
 \end{array}$$

Potenciar el pensamiento relacional proponiendo maneras alternativas de resolver el algoritmo 181×357 por ejemplo, multiplicando 60×357 sumando el resultado tres veces, porque 180 es 3×60 , y sumando a continuación 357.

Los estudiantes para maestro de este grupo empiezan a generar una mirada estructurada de las situaciones de enseñanza en la que hacen uso del conocimiento de didáctica de las matemáticas no solo para interpretar la comprensión de las matemáticas de los estudiantes puesta de manifiesto por la manera en la que resuelven las actividades, sino también apoyando sus propuestas de enseñanza en estas interpretaciones para apoyar la progresión en el aprendizaje conceptual de los estudiantes.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El objetivo de este estudio es generar descriptores del desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente” cuando los estudiantes para maestro escriben narrativas durante los periodos de prácticas de enseñanza.

Desde el análisis de las narrativas hemos podido generar tres descriptores del desarrollo de una mirada profesional. En primer lugar, el ser capaz de reconocer e identificar los elementos matemáticos característicos de la situación de aprendizaje. Es decir, los elementos matemáticos que deben ser considerados en la progresión del aprendizaje conceptual en los estudiantes. En los casos que hemos descrito se refiere a las descomposiciones no canónicas de los números y su papel en la articulación de los algoritmos de las operaciones de los números naturales. En segundo lugar, la manera en la que se deben usar los elementos matemáticos característicos de la situación para determinar los niveles de progresión en el aprendizaje conceptual. Es decir, en la manera en la que se puede interpretar el nivel de comprensión de los estudiantes al considerar cómo los elementos matemáticos son usados por los estudiantes para resolver las actividades propuestas por el maestro. En los casos descritos se refiere a la manera en la que las dificultades evidenciadas por los estudiantes se relacionaban a la falta de comprensión de los elementos matemáticos que caracterizaban la actividad propuesta en la lección. Finalmente, el que las decisiones de enseñanza dirigidas a apoyar la progresión en el aprendizaje se apoyen en la interpretación de la comprensión de los elementos matemáticos generada previamente.

De los 39 participantes 21 aportaron evidencias de la identificación de elementos matemáticos relevantes en la situación lo que les permitió interpretar la comprensión (o dificultades) que tenían los estudiantes sobre un determinado contenido matemático. Este resultado pone de manifiesto que

la utilización de las narrativas en los periodos de prácticas de los estudiantes para maestro, pueden ayudarles a estructurar su mirada sobre los sucesos específicos de aula y por tanto desarrollar la competencia mirar profesionalmente. Únicamente 11 de estos estudiantes para maestro que consiguieron interpretar el pensamiento matemático de los alumnos fueron capaces, además, de proponer una decisión de acción fundamentada en la comprensión del estudiante y que propiciara el desarrollo conceptual de éstos. Estos datos subrayan la dificultad que entraña la tarea de proponer decisiones de acción, una de las destrezas para el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs et al., 2010).

A pesar de considerar que la instrucción recibida por los estudiantes para maestro puede incidir en la creación y estructura de sus narrativas (Chapman, 2008), las descripciones aportadas y las interpretaciones realizadas por los participantes en esta investigación, ponen de relieve la dificultad que tienen los estudiantes para maestro en utilizar los conocimientos teóricos para interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes y para justificar sus decisiones de acción. Aun así, consideramos que las narrativas escritas durante su periodo de prácticas en los centros les puede ayudar a teorizar la práctica en contextos prácticos (Smith, 2003) evidenciando la función mediadora del acto de escribir en su proceso de aprendizaje (Wells, 1999).

En relación a futuras investigaciones, consideramos que los resultados obtenidos por el grupo de estudiantes que solo aportaron en sus narrativas descripciones de lo observado denota cómo, en ocasiones, los estudiantes para maestro ignoran los aspectos particulares de una situación de enseñanza-aprendizaje que pueden ser relevantes (Mason, 1988). Es posible que este grupo de estudiantes pudiera focalizar su atención y estructurar su mirada en relación a las situaciones de enseñanza-aprendizaje reflejadas en sus narrativas con la ayuda de comentarios del tutor o de los compañeros. Por ello sería interesante analizar si el hecho de compartir sus narrativas en reuniones presenciales o debates virtuales con sus compañeros (o tutor), en las que se propiciara la discusión de las mismas (Coles et al., 2013) apoyaría el desarrollo de esta competencia docente.

Reconocimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo del Proyecto EDU2014-54526-R del Ministerio de Economía y Competitividad, España; y del proyecto para grupos de investigación emergentes GV/2014/075 de la Conselleria de Educación, Cultura y Deporte de la Generalitat Valenciana.

Referencias

- Bartell, T.G., Webel, C., Bowen, B. y Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 57-79.
- Battista, M. (2011). Conceptualizations and issues related to Learning Progressions, Learning Trajectories, and Levels of Sophistication. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 507-570.
- Callejo, M.L. y Zapatera, A. (2016). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, DOI 10.1007/s10857-016-9343-1
- Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (Vol. 2, pp. 15-38). Taiwan/Rotterdam: Sense Publishers.
- Clements, D. H. y Sarama J. (2010). Learning Trajectories in early mathematics – sequences of acquisition and teaching. En *Encyclopedia on Early Childhood Development*.
- Coles, A. (2013). Using video for professional development: the role of the discussion facilitator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(3), 165-184.

- Coles, A., Fernández, C. y Brown, L. (2013). Teacher noticing and growth indicators for mathematics teachers development. En A. M. Lindmeier, y A. Heinze, (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 209-216). Kiel, Germany: PME.
- Emig, J. (1977). Writing as a Mode of Learning. *College Composition and Communication*, 28(2), 122–128
- Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44, 747-759.
- Fernández, C., Valls, J. y Llinares, S. (2011). El desarrollo de un esquema para caracterizar la competencia docente “mirar con sentido” el pensamiento matemático de los estudiantes. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 351-360). Ciudad Real: SEIEM.
- Fortuny, J. M., y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 23-37.
- Jacobs, V.R., Lamb, L.C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.
- Polkinghorne, D. E. (1988). *Narrative Knowing and the Human Sciences*. Suny Press.
- Ponte, J.P., Segurado, I. y Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work of mathematical investigations? En A. Peter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen y A. Begg (Eds.), *Collaboration in Teacher Education: Examples from the Context of Mathematics Education* (pp. 85-97). Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C. y Llinares, S. (2015). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(6), 1305-1329.
- Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J. N., Eisenhardt, S., Tassell, J., y Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379-397.
- Sherin, M. y van Es, E. (2005). Using video to support teachers' ability to notice classroom interactions. *Journal of technology and teacher education*, 13(3), 475-491
- Smith, T. (2003). Connecting theory and reflective practice through the use of personal theories. En N. Pateman, B. Dougherty y J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 215-222). CRDG, College of Education, University of Hawai: PME.
- van Es, E. A. y Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- van Es, E. (2011). A framework for learning to notice student thinking. En M. G. Sherin, V.R. Jacobs, y R. Philipp, (Eds.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing through Teachers' eyes* (pp. 134-151). New York: Routledge.
- Wells, G. (1999). *Dialogic Inquiry: Towards a Socio-cultural Practice and Theory of Education*. Cambridge University Press.
- Zapatera, A., y Callejo, M. L. (2013). Cómo interpretan los estudiantes para maestro el pensamiento matemático de los alumnos sobre el proceso de generalización. En A. Berciano, G. Gutiérrez, N. Climent y A. Estepa (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 535-544) Bilbao: SEIEM.