

APROXIMACIÓN ONTOSEMIÓTICA DE PRÁCTICAS DE AULA SOBRE LA MEDIDA EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Onto-semiotic Approach of Classroom Practices on Measurement in Primary Education

Nogueira, I. C.^a, Blanco, T. F.^b, Rodríguez Vivero, D.^b y Diego-Mantecón, J. M.^c

^aEscola Superior de Educação de Paula Frassinetti / CIPAF, ^bUniversidad de Santiago de Compostela, ^cUniversidad de Cantabria

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio exploratorio sobre prácticas de aula, relacionadas con las magnitudes longitud, tiempo y masa, llevadas a cabo en Educación Primaria en Portugal.

El estudio fijó como objetivos determinar qué objetos y procesos matemáticos están implicados en esas prácticas y qué funciones ejecutan profesor y alumnos durante la realización de las mismas.

Los resultados han evidenciado el predominio del conocimiento procedimental y algorítmico y el uso de situaciones extramatemáticas o de la vida cotidiana. El profesor es el gestor sistemático del trabajo de los alumnos así como de los tiempos, espacios y materiales disponibles en el aula.

Palabras clave: *análisis didáctico, enfoque ontosemiótico, medida, educación primaria*

Abstract

The comprehension of classroom practices about Measurement in Primary Education was established as the main purpose for this exploratory research.

The study fixed as objectives to determine which mathematical objects and processes are involved in these practices and what functions teacher and students carry out while performing those classroom practices.

The results showed the prevalence of procedural and algorithmic knowledge and the use of extra mathematical situations and from daily life. The teacher is the systematic manager of students' work and of time, space and resources available in classes.

Keywords: *didactical analysis, onto-semiotic approach, measurement, primary education*

INTRODUCCIÓN

La descripción de las prácticas impartidas en las aulas y la ulterior reflexión sobre las mismas nos parecen fundamentales para la comprensión de las situaciones de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas. Sin descuidar la importancia de las actividades situadas antes de ese momento – por ejemplo, aquellas que definen objetivos para esta área disciplinaria, guiando su desarrollo curricular, o las prácticas de evaluación del aprendizaje de los alumnos –, la comprensión y la reflexión sobre las prácticas parecen ser, en este sentido, de importancia sin precedentes en la construcción de un escenario ilustrativo del desarrollo curricular de esta disciplina, contribuyendo así a una ampliación del corpus de conocimientos en el marco de la Educación Matemática.

El creciente desarrollo y despliegue de las perspectivas de la naturaleza sociocultural y de la cognición situada, relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza, han venido a despertar interés en los estudios acerca de las prácticas educativas. Estas perspectivas conciben la práctica educativa como una fuente indiscutible de conocimiento y la entienden como un contexto de enseñanza y

aprendizaje, construido por alumnos y profesores a través de la realización de las actividades desarrolladas en dichas prácticas. Por lo tanto, cuando tratamos de comprender las interacciones entre los diversos actores que intervienen en las situaciones de enseñanza y aprendizaje y cuando deseamos contribuir con conocimientos teóricos sobre estas dichas prácticas, el estudio de la configuración de las prácticas de aula, mediante su descripción y análisis, se presenta como un procedimiento apropiado.

Describir y analizar en detalle las prácticas específicas de matemáticas puede permitir detectar las dificultades encontradas en su aprendizaje, así como los aspectos que influyen en las mismas, contribuyendo a una mejor comprensión de estas situaciones de enseñanza y a la aclaración de desarrollo curricular en esta área, en particular en lo que respecta a la exploración de la Medida.

CONTEXTUALIZACIÓN TEMÁTICA

En el panorama internacional de la investigación en Didáctica de la Matemática, la producción reciente relacionada con las prácticas sobre magnitudes y medida en contextos de educación primaria ha sido muy reducida. En el contexto portugués, y a pesar de los esfuerzos que hemos presenciado en los últimos años, todavía existe la necesidad de realizar estudios sobre los procedimientos desarrollados en las prácticas educativas de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas, la escasez de estudios específicos sobre la enseñanza de las magnitudes y su medida en contexto de aula para la Educación Primaria es una realidad (Gomes, Ralha y Hirst, 2001).

La percepción, como formadores de profesores de Educación Primaria, así como las reflexiones frecuentes con otros profesores e investigadores de esta área, de que las tareas de naturaleza rutinaria – como la aplicación de fórmulas o la conversión de unidades de medida – constituían las actividades de aula más frecuentes en la enseñanza de la medida, están plasmados en la literatura existente. Junto con el uso poco significativo de los instrumentos de medición, la insistencia y la prevalencia de este tipo de tareas en los diferentes temas de la Medida se señala como origen de su aprendizaje conceptualmente deficitaria y basada en aplicación de fórmulas y de la repetición de los procedimientos (Battista y Clements, 1996; Kamii y Clark, 1997; Outhred y Mitchelmore, 2000; Chamorro, 2001; Clements y Bright, 2003; Kamii, 2006; Liñán García y Contreras González, 2013).

En esta investigación nos centramos en la ejecución de los planteamientos curriculares definidos para la Medida en Educación Primaria. La complejidad inherente a la formalización de los conceptos integrados en la Medida hace su aprendizaje y su enseñanza tradicionalmente difíciles: para los alumnos, que no llegan a entenderlos y los reducen solo a la manipulación y a la memorización de reglas aritméticas del sistema métrico decimal; para los profesores, en la tarea de presentar dichos conceptos a sus alumnos de forma comprensible. Además, el uso frecuente de los instrumentos de medición tecnológicamente sofisticados que sustituyen medidas por números y no dan muestra de los procesos de medición – balanzas digitales, por ejemplo – permiten hablar de una creciente “*aritmétización de la medida*” (Chamorro, 1995, p. 36), excluyendo la distinción entre espacio topológico y métrico, haciendo mitigar los entornos inherentes a la conservación de la cantidad de magnitud y haciendo la transposición de la ordenación de los objetos en función de una determinada cantidad de magnitud por una ordenación numérica, entre otras reducciones.

La comprensión de las relaciones que se establecen entre los conceptos, tanto por parte del profesor como por parte de los alumnos, en el aula, se revela, por lo tanto, esencial para el tratamiento didáctico de estos temas. Sobre el aprendizaje de los conceptos de magnitud y su medida, Aires y Campos (2011) señalan no solo las dificultades más frecuentes involucradas en las prácticas sobre este tema sino también los errores más comunes realizados por los alumnos en las actividades que llevan a cabo. El no reconocimiento de una relación de proporcionalidad inversa entre la unidad de medida y el valor de la medida ocurre muy a menudo y es también muy común la confusión entre los conceptos de perímetro y área; el uso excesivo de valores enteros en las situaciones exploradas

es destacado como uno de los motivos que lleva a los alumnos a tomar solo los números enteros como mediciones precisas. Un inadecuado análisis sensorial puede, algunas veces, justificar la selección incorrecta del instrumento de medición que se va a utilizar en cada situación, que también indican la baja utilización de los instrumentos de medición en diversas situaciones como la causa de la manipulación incorrecta de los mismos y, consecuentemente, para obtener valores erróneos en las mediciones.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Para concretizar el objetivo general de esta investigación, análisis de las prácticas de aula sobre las magnitudes longitud, masa y tiempo y su medida en la Educación Primaria, se formularon las siguientes preguntas de investigación:

P1 ¿Qué objetos y procesos matemáticos intervienen en las situaciones de enseñanza destinadas a la exploración de las magnitudes y su medida en Educación Primaria?

P2 ¿Cuáles son las funciones desempeñadas por el profesor en las aulas planificadas para la exploración de las magnitudes y su medida en Educación Primaria?

P3 ¿Cómo responden los alumnos de Educación Primaria a las solicitudes que se hacen en el aula vinculadas a la exploración de las magnitudes y sus técnicas de medida?

MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA

La amplitud y complejidad que caracteriza el estudio de las prácticas impartidas en aulas han guiado la búsqueda de un marco teórico que, en la Educación Matemática, fuera capaz de proporcionar herramientas adecuadas para describir, analizar e interpretar dichas prácticas. El Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), descrito por ejemplo en Godino, Contreras y Font (2006) y en Godino (2012, 2014) parece adecuado a estas demandas.

El EOS considera los objetos matemáticos como entidades emergentes de "sistemas de prácticas manifestados por un sujeto (o en el seno de una institución) ante una clase de situaciones-problemas" (Godino, 2002, p. 242). Centrándose en las matemáticas y en sus prácticas de enseñanza y de aprendizaje, para el EOS la realización de cualquier práctica matemática implica la movilización de un conjunto de objetos y de los procesos involucrados o emergentes de tales prácticas, con normas y metanormas que sustentan y regulan dichas prácticas instruccionales. Conceptualizando nociones y ofreciendo técnicas e instrumentos para la descripción y el análisis de la actividad matemática, el EOS posibilita la comprensión de situaciones instruccionales en su complejidad y por ello fue asumido como marco teórico de referencia de esta investigación.

Este enfoque propone diferentes niveles de análisis didáctico para situaciones de enseñanza y aprendizaje: (i) identificación de las prácticas de naturaleza operativa o discursiva realizadas en la resolución de las situaciones problemáticas planteadas a los alumnos; (ii) identificación de objetos (lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos) y procesos matemáticos primarios (comunicación, definición, enunciación, algoritmización, argumentación) o secundarios (con respecto las dualidades representación/significación, personalización/institucionalización, materialización/idealización, descomposición/reificación) presentes en las prácticas; (iii) descripción de las interacciones didácticas que incorporan patrones de interacción de los actores en las prácticas producidas; (iv) identificación de las normas que regulan las prácticas y las interacciones en las situaciones de enseñanza, visibles en las relaciones profesor/alumno y entre los propios alumnos; (v) valoración de la idoneidad didáctica de esas situaciones instruccionales, dirigida a la identificación de buenas prácticas y de circunstancias que pueden/deben ser objeto de ajustes en posteriores implementaciones de actividades de enseñanza similares.

En este texto presentaremos resultados parciales de la aplicación de los niveles (ii), (iii) y (iv) al análisis de prácticas impartidas en diferentes aulas de Educación Primaria acerca de las magnitudes

longitud, masa y tiempo y su medida, respecto a los objetos y procesos matemáticos presentes en las prácticas y a las funciones desempeñadas por alumnos y profesor en dichas prácticas.

OPCIONES METODOLÓGICAS

Entendiendo la investigación sobre la práctica como medio de acceso a los conocimientos acerca de las prácticas y como forma de contribuir a la resolución de problemas profesionales (Ponte, 2002), se estableció como eje de guía para esta investigación la comprensión de las prácticas de clases sobre la exploración de magnitudes y de la medida en la enseñanza primaria.

Se desarrolló un estudio de casos, desde un marco interpretativo-descriptivo. Ponte (2002) considera las tres características siguientes como fundamentales para el estudio de casos: (i) deben presentar una fuerte índole descriptiva; (ii) el investigador no pretende cambiar la situación, sino entender como es y (iii) es una investigación empírica esencialmente basada en el trabajo de campo o el análisis de documentos. Clasificamos esta investigación como un estudio de casos agregado (Stake, 1994), dado que las actividades analizadas son provenientes de varios y distintos contextos.

Técnicas y procedimientos para la recogida de datos

Optamos por la observación de los fenómenos en la acción que nos ha conducido a la "observação directa e a coligir dados em ambientes naturais" (Yin, 2005, p. 381). La confrontación de la información de distintas fuentes es un tipo de triangulación propuesta para estudios cualitativos (Ludke y André, 1986; Erickson, 1989), de ahí que se procediese a una triangulación de los datos recogiendo información en diferentes aulas, de distintos años de enseñanza y cubriendo prácticas centradas en la exploración de diversas magnitudes.

Este estudio se limita a la descripción y el análisis de prácticas específicas sobre las magnitudes fundamentales longitud, masa y tiempo, seleccionadas por criterios curriculares o didácticos:

- La longitud, la masa y el tiempo son las magnitudes básicas o fundamentales que son exploradas en el nivel de escolaridad en que se centra el presente estudio.
- La magnitud longitud se puede decir que es la más próxima a los niños desde edades tempranas, debido a que su percepción y su reconocimiento no requieren de procesos de abstracción complejos, al contrario, surgen de manera natural debido a la constante presencia de esta magnitud en la vida cotidiana. Además, ya en la etapa de educación infantil, los estudiantes aprenden y practican estrategias muy variadas para su medida de un modo informal utilizando unidades de medida antropométricas. Ejemplos de aplicación en toda la etapa de Educación Primaria los podemos encontrar en la medida directa e indirecta de longitud de objetos, en cálculos matemáticos como la determinación del perímetro de figuras planas o en la definición de magnitudes derivadas de ésta como la superficie, el volumen, la velocidad y la densidad, entre otras.
- Los fenómenos de adaptación didáctica que conducen repetidamente las prácticas escolares de la magnitud escalar masa para las exploraciones de magnitud vectorial peso puede impedir la construcción adecuada de conocimientos acerca de estas magnitudes.
- El enfoque matemático de la magnitud tiempo solamente se lleva a cabo en los primeros cursos de Educación Primaria y posteriormente sus usos y aplicaciones escolares suceden en otras disciplinas. Además, el hecho de que las operaciones con esta magnitud estén asociadas con habilidades de naturaleza muy distintas (como la ordenación de una sucesión de eventos), a menudo resultan en meros aprendizajes operativos sobre bases de numeración no decimales.

Se utilizó una muestra intencional (Ghiglione y Matalon, 1989) y las observaciones fueron desarrolladas en tres centros escolares, dos públicos y uno privado. A pesar de ser llevadas a cabo en diferentes momentos cronológicos, todos los grupos seleccionados son del mismo año escolar. El estudio se lleva a cabo en el primer ciclo de la Educación Primaria en Portugal (que equivalen a los

cursos de primero a cuarto de la Educación Primaria en España) y fueron dirigidas por profesores que accedieron a cooperar en esta investigación.

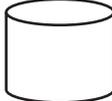
PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En este apartado serán presentados los resultados del análisis efectuado, respondiendo a las preguntas de investigación previamente presentadas.

P1 ¿Qué objetos y procesos matemáticos intervienen en las situaciones de enseñanza destinadas a la exploración de las magnitudes y su medida en educación primaria?

Las actividades se apoyan en procesos de comunicación y representación de conceptos, procedimientos y propiedades matemáticas (objetos matemáticos), visibles a través de procesos de materialización: los conceptos y las proposiciones enunciadas, esencialmente de carácter no ostensivo, son realizados verbalmente (ya sea en el registro oral o escrito) y a veces en un lenguaje simbólico, como se puede observar en la Tabla 1.

Tabla 1. Objetos matemáticos y su materialización

Extracto de la transcripción de una clase de 2º curso de primaria	
P: Hace mucho tiempo utilizamos nuestro cuerpo para medir longitudes. E1: Las manos: los palmos. <i>La profesora ejemplifica en la pizarra cómo se efectúa la medición en palmos.</i> P: La longitud es la distancia entre dos puntos. Imagínense que queríamos medir la distancia entre estos dos puntos.	
Extracto de la transcripción de una clase de 3º curso de primaria	
P: Entonces, M, ¿cuántas horas tiene un día? E1: Veinticuatro. <i>Una alumna completa en la pizarra: Un día tiene 24 horas</i> E2: Un día tiene veinticuatro horas, pero en vez de hacer la suma de veinticuatro horas siete veces ¡multiplicamos veinticuatro por siete! E3: Sabemos que una semana tiene siete días y un día veinticuatro horas, entonces hacemos directamente siete veces veinticuatro. (...)	
<i>En la pizarra, el alumno resuelve la multiplicación y escribe $24 \times 7 = 168$, concluyendo: Una semana tiene 168 horas</i>	
Extracto de la transcripción de una clase de 4º curso de primaria	
<i>El profesor se dirige a la pizarra donde representa:</i>	
	<i>Medición de perímetros de bases circulares</i> $P = ___ m$

En el caso particular de procedimientos matemáticos de naturaleza algorítmica – comparación de cantidades de magnitud, determinación de cantidades de magnitud mediante su medida; y resolución de operaciones de cálculo – estos se apoyan en registros materializados en lenguaje simbólico y gráfico como se puede ver en la Tabla 2:

Tabla 2. Materialización de procedimientos de naturaleza algorítmica

Registro de los valores de medición de longitud (2º curso de primaria)			Cálculo de valores horarios (4º curso de primaria)
	<i>Clips</i>	<i>Hilos</i>	
<i>Grupo 1</i>	<i>8 y medio</i>	<i>3 y medio</i>	<i>4 h 55 min</i>
<i>Grupo 2</i>	<i>9 y medio</i>	<i>2 y un tercio</i>	<i>- 1 h 20 min</i>
<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>	<i>3 y medio</i>	<hr style="width: 100%;"/>
<i>Grupo 4</i>	<i>11 y medio</i>	<i>3 y medio</i>	<i>3 h 35 min</i>
<i>Grupo 5</i>	<i>6 y medio</i>	<i>5 y medio</i>	

Se observan procesos de generalización y particularización, tanto con respecto a las situaciones-problemas planteadas, como con respecto a los mecanismos algorítmicos experimentados en situaciones específicas, y además han de elucidar/aplicarse a otras situaciones similares, por ejemplo, véase la Tabla 3:

Tabla 3. Procesos matemáticos de generalización

Extracto de la transcripción de una clase de 1º curso de primaria
P: Ahora ya saben que podemos usar los palmos y los pies para medir. ¡Hasta las usamos para algunos juegos! <i>Los alumnos hacen referencia a algunos juegos tradicionales donde se usan esas unidades de medida.</i>
E1: Mi padre también mide cosas con los pies.
E2: Mi padre cuando quiere vender las casas.

Los procesos de argumentación son provocados sobre todo por el profesor, pero las trayectorias argumentativas – en que profesor y alumnos alternan las funciones de proponente/oponente – parecen ser medios dirigidos a la institucionalización del conocimiento y están relacionados con el establecimiento de relaciones entre unidades de medida y técnicas de aplicación de procedimientos para determinar cantidades de magnitud, como se pone de manifiesto en la Tabla 4:

Tabla 4. Procesos matemáticos de argumentación e institucionalización

Extracto de la transcripción de una clase de 3º curso de primaria
P: Un centímetro sólo es un trocito pequeñito de los que tiene el metro articulado. ¿Cuántos centímetros tiene vuestro metro articulado?
E1: Cien.
P: ¿Cómo se llama este trocito (refiriéndose a un decímetro)?
Ests: Decímetro.
P: Entonces, ¿un decímetro en cuántos centímetros está dividido?
Ests: Diez.
P: Entonces el decímetro está dividido en diez partes iguales.
(...)
P: ¿Un centímetro es la décima parte del metro? Un metro tiene cien centímetros; ¿cuántas veces es más pequeño el centímetro que el metro?
Ests: Cien.
P: Entonces, un centímetro es una ... del metro.
<i>Los alumnos no responden y van "saltando" con el metro articulado, doblándolo y alargándolo.</i>
P: ¿Un centímetro es la centésima parte del metro!

P2 ¿Cuáles son las funciones desempeñadas por el profesor en las aulas planificadas para la exploración de las magnitudes y su medida en Educación Primaria?

El recurrir a contextos extramatemáticos y situaciones cotidianas puede ser entendido como un medio para la construcción de una visión utilitaria y pragmática de las actividades matemáticas escolares. Sobre esta base, la motivación de los alumnos para las tareas de clase parece ser una de las principales funciones del profesor; véanse ejemplos en la Tabla 5.

Tabla 5. Función de motivación

Extracto de la transcripción de una clase de 1º curso de primaria
Ests: Mira, ¡balanzas!
P: Ustedes están en lo cierto, son balanzas. ¿Para qué sirven?
Ests: ¡Para pesar!
P: ¡Muy bien! Entonces, ¿para qué sirven?
E1: ¡Para pesar personas!
E2: ¡Para pesar la fruta!
E3: Para pesar, cuando queremos hacer una tarta... ¡el azúcar!
Extracto de la transcripción de una clase de 2º curso de primaria
P: Entonces, ¿van todos a la Primera Comunión?
Ests: ¡Sí!
P: Entonces, ahora imagínense que soy su madre y estoy organizando su fiesta.

(...)
P: Para ir de compras, tengo que saber las cantidades que necesito: cuánto hilo, la cantidad de naranjas,...
Extracto de la transcripción de una clase de 4º curso de primaria
P: Denme ejemplos de bases circulares, Ests: Latas, tazas, tapas de botellas,...
P: Imagínense que llegamos a un pinar, estamos allí y les piden medir el diámetro de un pino.

Es el profesor quien realiza la orientación de prácticamente todos los aspectos del proceso de estudio, encargándose de decidir y definir qué se va a hacer y cómo de asignar tiempos y espacios, autorizar el uso de los recursos materiales y gestionar la realización de las tareas, como se pone de manifiesto en la Tabla 6.

Tabla 6. Función de gestión de la clase

Extracto de la transcripción de una clase de 2º curso de primaria
P: Hoy vamos a hacer un trabajo en grupo. Vamos a medir longitudes en palmos, con las manos y con los pies. (...)
P: Como ya dije, hoy vamos a trabajar en grupo. Cada grupo va a tener que medir con palmos dos objetos a elegir entre los siguientes: las dimensiones de la pizarra, las dimensiones del marco de la pizarra, las dimensiones del tablero de la mesa de la profesora, las dimensiones de la clase,...
(...)
P: Una vez hecho esto, vamos a medir algunos objetos a mayores. Cada grupo va a buscar una tapa de una libreta de color amarillo. Voy a pedir también que cada grupo que coloque el cuaderno de matemáticas sobre la mesa. <i>Mientras los alumnos van a buscar los materiales solicitados, la profesora distribuye una pajita por cada grupo.</i>
Extracto de la transcripción de una clase de 3º curso de primaria
P: Pongan nombre y la fecha a bolígrafo y tomen nota de los resultados a lápiz en su cuaderno. Después observaremos quién y qué dificultades aparecen.
Extracto de la transcripción de una clase de 4º curso de primaria
P: Vamos a recordar la circunferencia. Recordaremos los conceptos de diámetro y radio y, posteriormente, procederemos a medir el perímetro de unos objetos circulares que les voy a dar. (...)
P: Recordemos: Colocamos el hilo en la base circular, unimos ambos extremos, cortamos el hilo y con la regla medimos la longitud del hilo. ¿Lo entienden? Ahora, ¡vamos a hacerlo!

Las normas que regulan las relaciones establecidas por los intervinientes y la utilización de materiales son establecidas por el profesor; esta dimensión normativa también pone de relieve normas de naturaleza meta-epistémica, que de alguna manera componen los significados pretendidos para las prácticas institucionales, con implicaciones para la relación de los alumnos con el conocimiento matemático.

En la Tabla 7 se presentan algunos ejemplos de normas y metanormas identificadas en estas aulas.

Tabla 7. Normas y metanormas

Extracto de la transcripción de una clase de 3º curso de primaria
<i>La profesora se dirige a la pizarra para escribir:</i> $mm < cm < dm < m < dam < hm < km$ P: Vamos a escribir esta escala siempre de esta forma pues éstos son los nombres de las unidades y el orden que guardan.
Extracto de la transcripción de una clase de 4º curso de primaria
<i>Un alumno va a la pizarra y completa la igualdad:</i> $P=6+6+4+4=20cm.$ <i>El profesor se dirige a la pizarra y añade</i> $P=6+6+4+4=12+8=20 cm.$ P: No pretendo complicarles, pero prefiero que lo escriban como hice yo. Es necesario aclarar que esta forma es correcta [señalando la igualdad escrita por el alumno] pero es mejor que se acostumbren a hacerlo de esta forma [señalando para lo que él escribiera en la pizarra] porque con valores más altos es más fácil hacerlo de esta forma.

Los procesos de evaluación llevados a cabo son de responsabilidad del profesor al supervisar la aplicación de técnicas y validando los resultados de los alumnos; se registran puntualmente evaluación de procedimientos y de las soluciones encontradas de la responsabilidad de los alumnos.

P3 ¿Cómo responden los alumnos de Educación Primaria a las solicitudes que se hacen en el aula vinculadas a la exploración de las magnitudes y sus técnicas de medida?

En las actividades desarrolladas dominan las acciones de recepción de información y de procedimientos de algoritmización, acompañados a veces por la formulación de propuestas de resolución y presentación de resultados. En los dos primeros cursos los alumnos toman las funciones de recepción de información de las estructuras conceptuales y procedimentales; en los últimos dos cursos la información que se recibe, tanto de forma oral como por escrito, incluye además proposiciones asociadas con las magnitudes en estudio y con técnicas de ejercitación, como se ve en la Tabla 8.

Tabla 8. Funciones desempeñadas por los alumnos

Extractos de transcripciones de clases de 1º curso de primaria
<p>P: Vamos a pesar el estuche de J.M. <i>La profesora coloca el estuche en uno de los platos de la balanza y en el otro, un cono de revolución de madera.</i></p>
<p>P: ¿Aún recuerdan cuántos palmos mide el largo de sus mesas? Ests: Sí. P: Ahora quiero que midan la mesa con los pies. <i>La profesora se coloca al lado de la mesa de un alumno y le explica cómo se debe desplazar a lo largo de la mesa para conseguir medirla.</i></p>
Extractos de la transcripción de una clase de 2º curso de primaria
<p><i>Se forman cinco grupos de trabajo. La profesora distribuye una hoja detallando las tareas a realizar por cada grupo. Los grupos comienzan a trabajar; uno mide las dimensiones de la pizarra y del tablero de la mesa de la profesora, otro mide las dimensiones de la clase y del marco de la ventana. Todos los miembros de cada grupo realizan las tareas propuestas, comparando los resultados obtenidos con los de los compañeros de grupo. Registran en los cuadernos los resultados obtenidos.</i></p>
Extracto de la transcripción de una clase de 3º curso de primaria
<p><i>La profesora se coloca al lado de la pizarra.</i> P: Es medianoche (representando esa hora con las agujas de un reloj de papel que está pegado a la pizarra) y estoy durmiendo. Duermo una hora, dos horas (va girando las agujas del reloj a medida que va hablando)... y me despierto a las... Ests: ¡Ocho horas! P: Voy para la escuela, hago las tareas y llega el... E1: Mediodía. P: Como dice E1, ya pasó la mitad del día. <i>La profesora va representando el tempo en el reloj en papel pegado a la pizarra.</i></p>
Extracto de la transcripción de una clase de 4º curso de primaria
<p><i>El profesor se dirige a la pizarra donde representa simbólicamente esta nueva situación:</i></p> $\begin{array}{r} 11 \text{ h } 120 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline \end{array}$ <p><i>A continuación transforma el minuendo, efectuando la sustitución:</i></p> $\begin{array}{r} 12 \text{ h } 60 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline \end{array}$ <p>P: Si volvemos a sustituir, queda... E: Trece. <i>El profesor se dirige a la pizarra donde escribe:</i></p> $\begin{array}{r} 13 \text{ h } 00 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 00 \text{ m} \\ \hline 13 \text{ h } 00 \text{ m} \end{array}$ <p>P: Cuando sobrepasa sesenta, vamos restando sesenta repetidamente hasta tener valores adecuados.</p>

En ocasiones, las soluciones formuladas por los alumnos emergen de las actividades que ellos mismos ejecutan y son también consecuencia de las interpelaciones que parecen ser provocadas intencionadamente por el profesor para este fin.

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

El análisis detallado de las actividades desarrolladas en las situaciones de enseñanza y aprendizaje sobre la Medida en Educación Primaria mostraron algunas características destacables que se presentan a continuación.

La prevalencia de prácticas algorítmicas, ya sea de naturaleza manipulativa, asociada al manejo de los instrumentos de medición, o de naturaleza operativa, relacionada con la determinación de valores de cantidades de medida, en lugar de exploración conceptual, no menos importante en la construcción global de significados.

Existe un claro predominio de objetos y procesos matemáticos apoyados en elementos lingüísticos verbales en los primeros cursos de escolaridad y el lenguaje simbólico y gráfico en los cursos tercero y cuarto. Se observa también la presencia residual de actividades promotoras del razonamiento lógico-matemático apoyadas en definiciones y propiedades formales a través de trayectorias argumentativas.

Se concede una baja autonomía a los alumnos en la gestión y ejecución de las actividades de aula, con el tiempo, espacio y recursos didácticos definidos casi exclusivamente por el profesor. Las normas que regulan la participación y las intervenciones de los alumnos no difieren sustancialmente de año en año y se relacionan con el tipo de organización de los alumnos (trabajo individual o en grupo), los tiempos fijados para su ejecución (dónde y cuándo las tareas deben ser realizadas) y las responsabilidades asignadas a cada estudiante (de presentación de soluciones a los procedimientos de demostración y justificación de resultados).

La aplicación de herramientas facilitadas por el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), presentada, en este texto permite dar una mayor visibilidad al aula, visto como un contexto para la enseñanza y el aprendizaje construido por las actividades compartidas por el profesor y los alumnos. Esto hace posible tornar más explícito *qué* y *cómo* aprenden los alumnos y *qué* y *cómo* enseñan los profesores matemáticas en la Educación Primaria.

El análisis y comprensión de prácticas centradas en una magnitud específica transversal a los cuatro primeros cursos de la Educación Primaria (equivalentes en edad en España y Portugal), implementadas en aulas de diversos centros educativos del mismo curso de escolaridad o realizadas bajo la orientación de un único profesor con todo su alumnado, se presentan como posibilidades de futuras investigaciones. Un estudio centrado en la integración de recursos didácticos en las prácticas escolares sobre la Medida, expresamente sobre las potencialidades y los posibles obstáculos asociados a su utilización, constituirían también otra interesante posibilidad.

Referencias

- Aires, A.P., Campos, H. (2011). Construção intuitiva do conceito de medida. En P. Palhares, A. Gomes, E. Amaral (Coords.), *Complementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 47-62). Lisboa: Lidel-Edições Técnicas, Lda.
- Battista, M. T., Clements, D. H. (1998). Students' understanding of three-dimensional cube arrays: Findings from a research and curriculum development project. En R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 227-248). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Chamorro, M.C. (1995). Aproximación a la medida de magnitudes en la Enseñanza Primaria. *Uno*, 3, 31-53.

- Chamorro, M.C. (2001). Las dificultades en la enseñanza aprendizaje de las magnitudes en educación primaria y E.S.O. En E. Fernández González (Coord.), *Dificultades del Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 79-122). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura e Deporte-Instituto Superior de Formación del Profesorado.
- Clements, D. H., Bright, G. (Eds.). (2003). *Learning and teaching measurement, 2003 yearbook*. Reston, VA: NCTM.
- Erickson, F. (1989). Métodos Cualitativos de Investigación sobre la Enseñanza. En M. Wittrock (Ed.), *La Investigación de la Enseñanza, II. Métodos Cualitativos y de Observación*. Barcelona: Paidós.
- Ghiglione, R., Matalon, B. (1989). *Las encuestas sociológicas*. México: Trillas.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22, (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Granada: Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Contreras, A., Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.
- Gomes, A., Ralha, E., Hirst, K. (2001). Sobre a formação matemática dos professores do 1º Ciclo: Conhecer e compreender as possíveis dificuldades. En I. Lopes, M. C. Costa (Orgs.), *Actas do XII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. (pp. 175-196). Lisboa: APM.
- Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching Children Mathematics*, 154-158.
- Kamii, C., Clark, F. B. (1997). Measurement of length: The need for a better approach to teaching. *School Science and Mathematics*, 97 (3), 116-121.
- Liñán García, M. M., Contreras González, L. C. (2013). Debilidades y Fortalezas en el Conocimiento de los Temas Matemáticos en Geometría de los Estudiantes para Maestro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 337-344). Bilbao: SEIEM.
- Lüdke, M., André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. S. Paulo: Editora Pedagógica Universitária.
- Outhred, L. N., Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (2), 144-167.
- Ponte, J.P. (2002). Investigar a nossa prática. En GTI (Ed.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Stake, R. (1994). Case studies. In Norman Denzin e Yvonna Lincoln (Eds.) *Handbook of qualitative research*. London: Sage Publications.
- Yin, R. (2005) (Editor). *Introducing the world of education. A case study reader*. Thousand Oaks: Sage Publications.