

UNA APROXIMACIÓN A LAS ACCIONES MATEMÁTICAS DE NIÑOS DE 1 A 3 AÑOS

An approach to mathematical actions in children from 1 to 3-year-old

Alsina, A.^a y Berciano, A.^b

^aUniversidad de Girona, ^bUniversidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea

Resumen

Se analizan las acciones vinculadas a los conocimientos matemáticos intuitivos que los niños menores de 3 años recopilan en el marco de experiencias informales. Para ello, se lleva a cabo un estudio exploratorio a partir de una metodología cuantitativa para analizar la frecuencia con la que 85 niños de 1 a 3 años realizan acciones asociadas a las matemáticas intuitivas e informales. Los resultados muestran: a) las acciones relacionadas con las cualidades sensoriales y los números y operaciones son las más habituales en todas las edades; b) las acciones vinculadas con las posiciones y las formas aparecen alrededor de los 2 años, y las acciones asociadas a atributos medibles en los 3 años aproximadamente.

Palabras clave: *educación matemática infantil, matemáticas intuitivas e informales, escuela infantil, conocimientos matemáticos, contenidos matemáticos.*

Abstract

The actions associated with intuitive mathematical skills in informal experiences of children under 3-year-old are analyzed. According to this objective, an exploratory study with 85 children aged from 1 to 3-year-old is designed. Using a quantitative methodology, the frequency of the actions associated with the intuitive and informal mathematics is analyzed. The results show: a) the actions related to the sensory qualities and number and operations are the most common; b) actions related to the positions and forms appear around age 2, and the actions of measurable attributes appear from approximately 3 years.

Keywords: *childhood mathematics education, intuitive and informal mathematics, nursery school, mathematical skills, mathematical content.*

INTRODUCCIÓN

Actualmente existe un acuerdo generalizado sobre la importancia de la educación en general y la educación matemática en particular durante la primera infancia (Alsina, 2015). Hace ya una década, los ministros de la Unión Europea manifestaron que la educación y los cuidados de la primera infancia pueden producir rendimientos más elevados a lo largo del proceso de aprendizaje durante toda la vida, especialmente para los más desfavorecidos (Consejo de la Unión Europea, 2006). En la misma línea, en las conclusiones del Consejo de la Unión Europea sobre educación infantil y atención a la infancia se pone de relieve que un elevado nivel de calidad ofrece una amplia gama de beneficios a corto y largo plazo tanto para los niños como para la sociedad en general (Consejo de la Unión Europea, 2011). Por otro lado, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico ha revelado que está claramente demostrado que los niños que tienen acceso a servicios de educación y cuidados de calidad durante la primera infancia obtienen resultados mucho mejores,

equivalente a un avance de uno o dos años escolares, en pruebas internacionales sobre competencias básicas, como PISA y PIRLS (OECD, 2007).

En el ámbito de la Educación Matemática, tal como señalan de Castro, Flecha y Ramírez (2015), varios autores de prestigio (Clements, 2004; Clements y Sarama, 2009) y diversas instituciones de referencia internacional, como el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de EEUU (NCTM), la Asociación Nacional para la Educación de la Primera Infancia (NAEYC) y el Consejo Nacional de Investigación (NRC), han ido extendiendo paulatinamente su reflexión sobre la educación matemática infantil a edades cada vez menores, llegando a incluir el periodo de 0 a 3 años (Fuson, Clements y Beckman, 2009; NAEYC y NCTM, 2013; NRC, 2014). Como resultado, los currículos empiezan a reflejar también la presencia y la relevancia de la actividad matemática infantil desde el nacimiento (Fuson, Clements y Beckman, 2009).

En este contexto, son necesarias investigaciones que establezcan cada vez con mayor precisión qué matemáticas intuitivas e informales aprenden y usan los niños menores de 3 años. Los resultados de estos estudios deberían permitir una mayor profesionalización de los maestros y educadores que trabajan en el primer ciclo de la etapa de Educación Infantil, en el sentido expuesto por el NCTM (2015, p. 99): “los maestros de matemáticas reconocen que su propio aprendizaje nunca termina y buscan mejorar y perfeccionar su conocimiento matemático para la enseñanza, de la pedagogía matemática y su cognición de los estudiantes en cuanto aprendices de matemáticas”. Con este propósito, Alsina (2015) ha presentado recientemente los resultados de un estudio longitudinal realizado con los alumnos de siete Escuelas Infantiles durante el periodo 2011-2014, en el que se han concretado las primeras acciones vinculadas a conocimientos matemáticos que realizan los niños de 0 a 3 años.

Desde este marco, el objetivo de este nuevo estudio es determinar la aparición progresiva de estos primeros conocimientos matemáticos y su frecuencia, en función de la edad.

MATEMÁTICAS INTUITIVAS E INFORMALES ANTES DE LOS 3 AÑOS

El término “matemáticas informales” fue incorporado por Baroody (1987) en el ámbito de la educación matemática infantil para referirse a los conocimientos intuitivos que los niños recopilan en el marco de experiencias informales, y que permiten ir desarrollando su pensamiento matemático. El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos hace referencia también a las matemáticas intuitivas e informales, y considera que son un eslabón necesario para acceder a las matemáticas más formales: “la conexión más importante en los primeros aprendizajes matemáticos es la existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños han aprendido a través de sus experiencias, y las que están aprendiendo en la escuela” (NCTM, 2003, p. 136).

Diversos estudios han señalado algunos conocimientos matemáticos informales que adquieren los niños durante la primera infancia. Anderson (1997), por ejemplo, describe una gran variedad de experiencias numéricas informales en las que se implican niños de familias americanas de nivel medio-alto: actividades de conteo, nombrar y estimar cantidades de objetos, reconocer números escritos, operaciones de suma y resta con pocos elementos, usar números ordinales, estimar la igualdad numérica de dos colecciones y escribir números. De todas las actividades mencionadas, este autor indica que las actividades más frecuentes son las de conteo, nombrar cantidades de objetos y reconocer números escritos, mientras que las actividades de escritura de números son escasas. En la misma línea, Ginsburg, Klein y Starkey (1998) ponen de manifiesto que los niños interactúan con representantes escritos de los números a través de prácticas informales que son muy diversas: indicar la edad con los dedos, poner velas en un pastel, etc. Así mismo, como se ha indicado en la introducción, otros autores como Clements (2004), Clements y Sarama (2009), Fuson, Clements y Beckman (2009) y organismos como el NCTM, la NAEYC o el NRC han ido

incorporando también la idea de que los niños adquieren conocimientos matemáticos informales antes de los 3 años (NAEYC y NCTM, 2013, NRC, 2014).

Con el propósito de avanzar hacia una mayor concreción de estos primeros conocimientos matemáticos, Alsina (2015, p. 34) indica que se refieren a las acciones recogidas en la tabla 1:

Tabla 1. Principales conocimientos matemáticos en la Escuela Infantil (Alsina, 2015, p. 34)

	Identificación	Comparación	Observación de cambios
Cualidades sensoriales	Reconocimiento de las características sensoriales de los objetos. Agrupaciones por criterios cualitativos.	Clasificaciones por criterios cualitativos. Ordenaciones por criterios cualitativos. Correspondencias cualitativas. Seriaciones.	Cambios cualitativos en los objetos y el entorno inmediato.
Números y operaciones	Comprensión de cuantificadores (muchos, pocos y algunos) y de cantidades de objetos (uno, dos, tres). Inicio del conteo de los elementos de una colección. Distinción entre números escritos y otros tipos de representaciones externas (letras, dibujos, etc.).	Correspondencias cuantitativas. Seriaciones.	Juntar, añadir, unir o reunir, agrupar, sumar, etc. Quitar, separar, restar.
Posiciones y formas	Reconocimiento de la posición relativa, la dirección y la distancia en el espacio. Reconocimiento de algunas propiedades geométricas elementales de las formas.	Relaciones espaciales. Relaciones simples a partir de las propiedades geométricas de las formas: clasificaciones, correspondencias y seriaciones.	Observación de cambios de posición (a través de giros, etc.) Observación de cambios de forma (deformaciones, composición y descomposición de formas).
Atributos medibles	Reconocimiento de algunos atributos medibles de los objetos (tamaño, masa, capacidad, temperatura, etc.). Identificación del tiempo (día, noche, mañana, tarde, etc.).	Relaciones simples a partir de los atributos medibles de los objetos: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias y seriaciones. Secuencias temporales.	Observación de algunos cambios a partir de composiciones y descomposiciones.

Los datos de estos estudios previos evidencian que los niños menores de 3 años tienen nociones intuitivas sobre matemáticas informales que sirven como fundamento para un posterior aprendizaje formal de las matemáticas en la escuela. El objetivo del estudio que presentamos, tal como se ha indicado, es determinar la aparición progresiva de estos primeros conocimientos matemáticos y su frecuencia, en función de la edad.

MÉTODO

Se ha llevado a cabo un estudio exploratorio a partir de una metodología cuantitativa para analizar la frecuencia con la que los niños menores de 3 años realizan acciones asociadas a las matemáticas intuitivas e informales.

Participantes

El estudio se ha llevado a cabo con 85 niños de cinco aulas (47 niñas y 38 niños) de una Escuela Infantil de la provincia de Girona (España), en un centro educativo de titularidad municipal que ofrece servicios a niños desde los cuatro meses hasta los tres años.

Tabla 2. Participantes en el estudio

Aula	Edad aproximada	Nº alumnos
1	1 año	12
2	1 año y medio	15
3	2 años	18
4	2 años y medio	20
5	3 años	20

Diseño y procedimiento

Para la obtención de datos se ha diseñado una instalación artística (figura 1), que se considera un espacio estético que fomenta la participación y el desarrollo de los niños (Abad y Ruiz de Velasco, 2014). La puesta en práctica de la propuesta educativa se ha dividido en cuatro fases:

1. Planificación del espacio: se construye la instalación en un espacio polivalente de la escuela, libre de otros estímulos y diferente del aula habitual de los niños. Los objetos (14 tiras de tela blanca o negra de 1'5 m. x 10 cm. cada una y 55 cojines de cinco colores, de 10 cm. x 10 cm. cada uno) se disponen ordenadamente, permitiendo que los niños puedan interactuar libremente con ellos.



Figura 1. Instalación artística

2. Presentación de la instalación artística: los niños de cada aula se dirigen, por turnos, al espacio polivalente. Se sientan alrededor de la instalación y se inicia un diálogo a partir de preguntas que incidan en las características de los objetos (¿cuántos cojines hay?, ¿de qué forma o color son?, etc.). A continuación se les invita a interactuar con los objetos durante un tiempo limitado, procurando finalizar la actividad antes de que decaiga el interés.

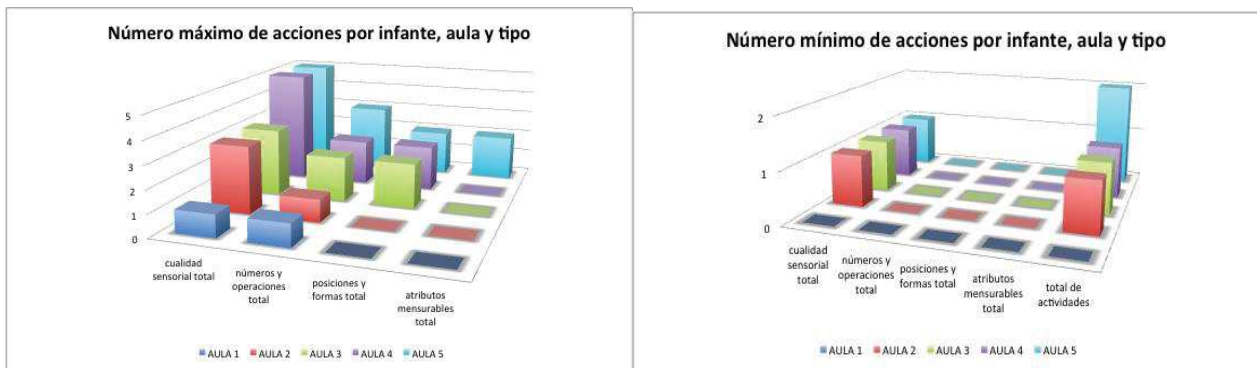
3. Exploración libre: los niños se mueven libremente por el espacio y manipulan, experimentan y juegan con los cojines de la instalación. En esta fase el papel de la educadora consiste en observar y documentar las acciones de los niños a través de fotografías, videos y notas para la obtención de datos, de acuerdo con el objetivo del estudio.

4. Recogida del material: la educadora, con la ayuda de los alumnos, recoge el material. Una vez recogido, el grupo de alumnos se dirige de nuevo a su aula habitual.

RESULTADOS

Resultados globales

Se presentan los datos relativos al número total de acciones documentadas, organizadas por bloques de contenido y edades respectivamente:



Gráficos 1 y 2: número máximo y mínimo de acciones

Si se examina el número máximo de acciones por infante en cada aula, se observa que los niños de las aulas 1 y 2 no realizan ninguna tarea relacionada con las posiciones y formas, mientras que en las siguientes edades algunos sí las realizan. En el caso de tareas relacionadas con los atributos mesurables, éstas no se dan hasta el aula 5, que corresponde a niños de 3 años aproximadamente (ver Gráfico 1).

Por otro lado, respecto al número mínimo de acciones por infante en cada aula, a partir del aula 2 todos los niños realizan al menos una acción relacionada con cualidades sensoriales, no así en el resto de tipos (ver Gráfico 2).

Media de acciones según aula y tipología

En el gráfico 3 se ve claramente como con el avance de la edad, de media, los niños interactúan más con la instalación, dando lugar a un mayor número de acciones y de variedad de las mismas. Igualmente se puede ver que de media las acciones relacionadas con posiciones y formas o atributos mesurables aparecen muy esporádicamente.



Gráfico 3. Media de acciones por aula y bloque de contenidos

Datos estadísticos generales: análisis por aula

Los alumnos del aula 1 (1 año) realizan acciones de identificación (I.) y de comparación (C.) relacionadas con las cualidades sensoriales y los números y operaciones. Por ejemplo: reconocen las características sensoriales de los cojines (sobre todo el color) y en algunos casos identifican la cantidad de cojines (muchos, uno, etc.). De media, cada infante realiza 1.33 acciones y, en su mayoría, se refieren a la identificación de cualidades sensoriales (Gráfico 4). Igualmente, destaca que ningún niño realiza ninguna acción destinada a la observación de cambios (O.C.).

Tabla 3. Datos estadísticos de las acciones de los niños del aula 1

	Cualidades sensoriales			Números y operaciones			Total de acciones
	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	Total
Media	1	0,25	0	0	0,08	0	1,33
D.T.	-	-	0	0	-	0	-
Total	12	3	0	0	1	0	16



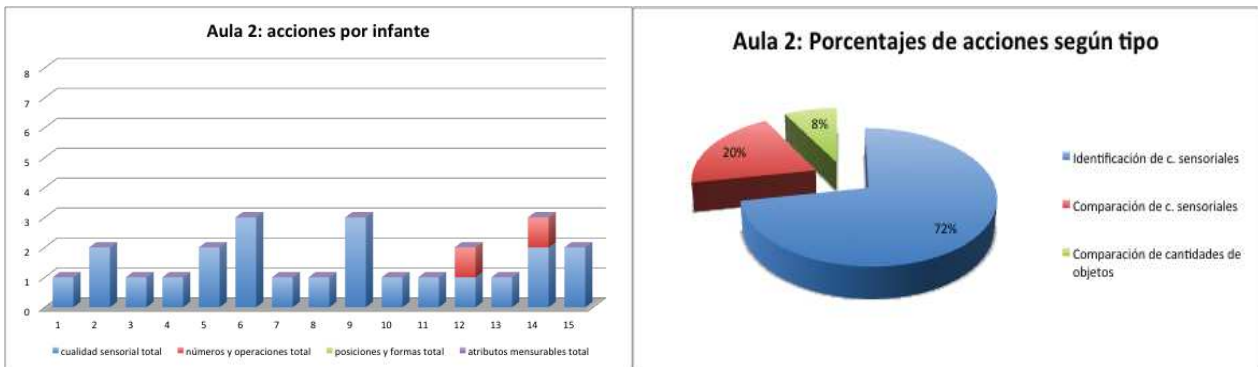
Gráfico 4. Porcentajes totales de tipos de acciones de los niños del aula 1

Los alumnos del aula 2 (1 año y medio) también realizan acciones de identificación y de comparación relacionadas con las cualidades y los números y operaciones: reconocen las características de los cojines y hacen algunas agrupaciones y clasificaciones; usan términos para denominar la cantidad de cojines (muchos, uno, etc.). De media, cada infante realiza 1.66 acciones y, en su mayoría, se refieren a la identificación de cualidades sensoriales (Tabla 4 y Gráficos 5 y 6). De forma más concreta, un 86% de los infantes sólo realizan acciones relacionadas con cualidades sensoriales, y el 14% que realiza dos acciones, están relacionadas con cantidades de objetos.

Tabla 4. Datos estadísticos de las acciones de los niños del aula 2

	Cualidades sensoriales			Números y operaciones			Total de acciones
	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	Total
Media	1,2	0,33	0	0	0,13	0	1,66
D.T.	0,41	0,48	0	0	0,35	0	0,81

Total 18 5 0 0 2 0 25



Gráficos 5 y 6. Acciones por infante y porcentajes totales de tipos de acciones (Aula 2)

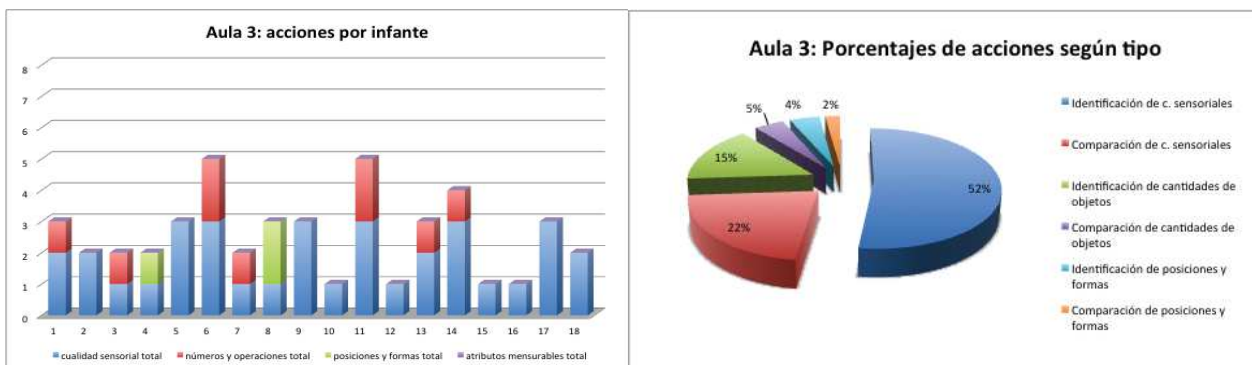
Los datos correspondientes a los niños del aula 3 (2 años) son los siguientes:

Tabla 5. Datos estadísticos de las acciones de los niños del aula 3

	Cualidades sensoriales			Números y operaciones			Posiciones y formas			Total de acciones
	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	
Media	1,33	0,55	0	0,38	0,11	0	0,11	0,05	0	2,55
D.T.	0,59	0,70	0	0,50	0,32	0	0,32	0,23	0	1,24
Total	24	10	0	7	2	0	2	1	0	46

En este grupo de edad ya aparecen acciones, aunque minoritarias, relacionadas con las posiciones y las formas: por ejemplo, los infantes reconocen su posición relativa (dentro, fuera) dentro de la instalación artística. Destaca que cada alumno realiza 2.55 acciones de media, pero ninguno realiza acciones destinadas a la observación de cambios. Finalmente, el porcentaje de acciones dedicadas a identificar las cualidades sensoriales y las cantidades de objetos es predominante.

En un 50% de los casos, los alumnos realizan al menos dos acciones distintas, mientras que el 50% restante se queda exclusivamente en aspectos relacionados con cualidades sensoriales. Del 50% que realiza dos acciones distintas, un 38,88% (7 de 18) realizan tareas relacionadas con los números y operaciones y el 11,11% restante (2 de 18), sobre posiciones y formas.



Gráficos 7 y 8. Acciones por infante y porcentajes totales de tipos de acciones (Aula 3)

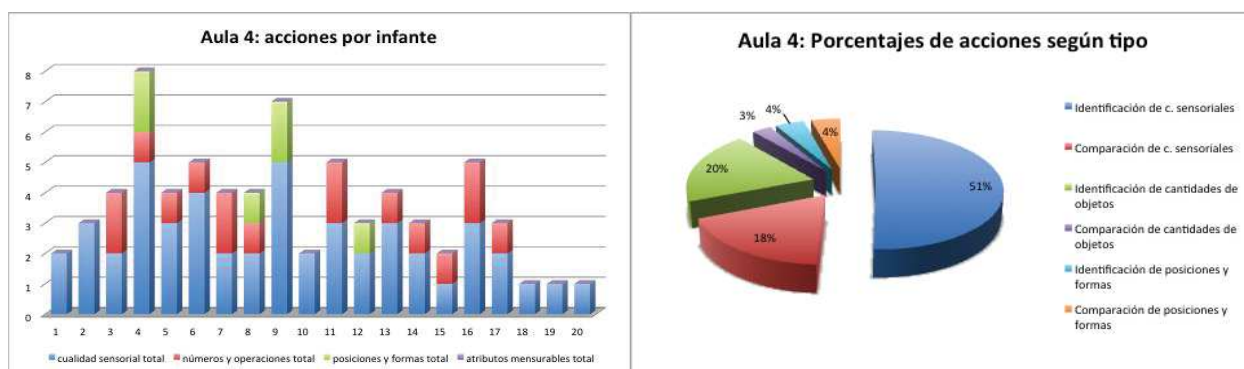
En relación a los niños del aula 4 (dos años y medio), los datos obtenidos son los siguientes:

Tabla 6. Datos estadísticos de las acciones de los niños del aula 4

	Cualidades sensoriales			Números y operaciones			Posiciones y formas			Total de acciones
	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	Total
Media	1,8	0,65	0	0,7	0,1	0	0,15	0,15	0	3,55
D.T.	0,69	0,74	0	0,73	0,307	0	0,36	0,36	0	1,87
Total	36	13	0	14	2	0	3	3	0	71

Al igual que en el grupo anterior, en esta edad se observan acciones tanto de cualidades sensoriales, de números y operaciones como relacionadas con las posiciones y las formas. Por ejemplo, asocian cojines según el color; empiezan a construir series con un patrón de repetición elemental; realizan actividades de conteo; construyen líneas rectas con los cojines; etc. De media, cada infante realiza 3.55 acciones, pero ninguno de ellos realiza ninguna acción destinada a la observación de cambios. Finalmente, el porcentaje de acciones dedicadas a identificaciones tanto de cualidades sensoriales como de números y operaciones es predominante.

En un 70% de los casos, los infantes realizan al menos dos acciones distintas, mientras que el 30% restante se queda exclusivamente en aspectos relacionados con cualidades sensoriales.



Gráficos 9 y 10. Acciones por infante y porcentajes totales de tipos de acciones (Aula 4)

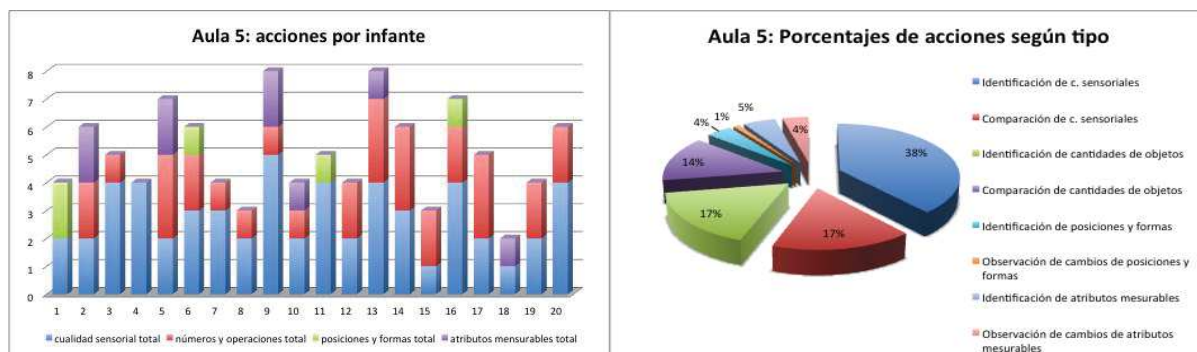
Los datos correspondientes a los niños del aula 5 (3 años), son los siguientes:

Tabla 7. Datos estadísticos de las acciones de los niños del aula 5

	Cualidades sensoriales			Números y operaciones			Posiciones y formas			Atributos mensurables			Totales
	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	I.	C.	O.C.	total
Media	1,95	0,85	0	0,85	0,7	0	0,2	0	0,05	0,25	0	0,2	5,05
D.T.	0,60	0,87	0	0,67	0,73	0	0,41	0	0,22	0,44	0	0,41	1,66
Total	39	17	0	17	14	0	4	0	1	5	0	4	101

En los alumnos de aproximadamente 3 años ya aparecen acciones, aunque minoritarias, relacionadas con los atributos mensurables, como por ejemplo reconocer la longitud de una fila de cojines (larga). De media cada infante realiza 5.05 acciones, pero ninguno realiza acciones destinadas a la observación de cambios de cualidades sensoriales o de cantidades de elementos; pero sí en el caso de posiciones y formas o de atributos mensurables. Finalmente, el porcentaje de acciones dedicadas a identificaciones no es tan predominante como en edades anteriores, dando lugar a una mayor diversidad de acciones.

También cabe destacar que, salvo en el caso de un alumno, en esta edad realizan al menos dos tipos de acciones distintas, estando una de ellas relacionada con cualidades sensoriales y la segunda con los números y operaciones en un 84%.



Gráficos 11 y 12. Acciones por infante y porcentajes totales de tipos de acciones (Aula 5)

CONCLUSIONES

Los datos obtenidos constatan que los niños menores de 3 años realizan acciones vinculadas a las matemáticas intuitivas e informales, en sintonía con los planteamientos de diversos organismos asociados tanto a la educación matemática como a la infancia (NCTM, 2003; NAEYC y NCTM, 2013; NRC, 2014). En relación a la frecuencia, se ha observado que la cantidad y variedad de acciones relacionadas con los distintos bloques de contenido aumenta con la edad, lo cual es una tendencia lógica que se puede explicar tanto a partir de factores psicoevolutivos como por el efecto del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La aportación quizás más novedosa, pues, es haber podido establecer el momento de aparición de las distintas acciones. Sin pretender generalizar, dado que somos conscientes que es preciso realizar nuevos estudios con otras muestras de niños y otras propuestas educativas, parece que la tendencia apunta hacia la siguiente dirección:

Cualidades sensoriales: en todas las edades se realizan acciones vinculadas a este bloque de contenidos, y en todos los casos son las más frecuentes. A medida que aumenta la edad se diversifican las acciones: los niños menores de 1 año y medio básicamente reconocen características sensoriales de los objetos, mientras que a partir de esta edad son capaces de realizar agrupaciones y otras acciones vinculadas a la comparación de dichas cualidades (clasificaciones, correspondencias cualitativas e incluso seriaciones con patrones de repetición muy simples).

Números y operaciones: los infantes de todas las edades analizadas realizan acciones vinculadas a aspectos cuantitativos. Sin embargo, las acciones de los niños de 1 año son muy limitadas y se reducen exclusivamente a comparar (perceptivamente) colecciones en función de la cantidad de objetos, mientras que a partir de los 2 años empiezan ya a realizar otras acciones más complejas como correspondencias cuantitativas, etc.

Posiciones y formas: las acciones asociadas con este bloque de contenido aparecen más tarde, a partir de los 2 años aproximadamente. Básicamente llevan a cabo acciones de identificación y de comparación (principalmente la posición relativa y algunas formas elementales).

Atributos medibles: se han observado acciones asociadas a las magnitudes exclusivamente en los niños de mayor edad (3 años aproximadamente). Las primeras acciones se asocian a la identificación de los atributos mensurables y a la observación de cambios por el efecto producido por el hecho de añadir o bien quitar.

Como decíamos, serán precisos nuevos estudios comparativos que permitan seguir concretando el momento de aparición y la frecuencia de las acciones asociadas a los conocimientos matemáticos

intuitivos e informales, no para marcar el momento cronológico en el que todos los niños deben realizar una determinada acción, sino para ofrecer una orientación aproximada a los profesionales del primer ciclo de Educación Infantil que contribuya a una mayor comprensión de qué matemáticas pueden aprender y usar de forma comprensiva los niños menores de 3 años en la Escuela Infantil.

Referencias

- Abad, J. y Ruiz de Velasco, A. (2014). Contexto de simbolización y juego. La propuesta de las instalaciones. *Aula de Infantil*, 77, 11-15.
- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Madrid: Narcea.
- Anderson, A. (1997). Families and mathematics: A study of parent-child interactions. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28(4), 484-511.
- Baroody, A. (1987). *Children's Mathematical Thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Nueva York: Teachers College Press.
- Clements, D.H. (2004). Major themes and recommendations. En D.H. Clements, J. Sarama y A.M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D.H. y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Nueva York: Routledge.
- Consejo de la Unión Europea (2006). Conclusiones del Consejo sobre eficiencia y equidad en educación y formación (DO C 298 de 8.12.2006).
- Consejo de la Unión Europea (2011). Conclusiones del Consejo sobre educación infantil y atención a la infancia: ofrecer a todos los niños la mejor preparación para el mundo de mañana (DO C 175 de 15.6.2011).
- de Castro, C., Flecha, G. y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 26, 89-108.
- Fuson, K. C., Clements, D. H. y Beckman, S. (2009). *Focus in prekindergarten: Teaching with curriculum focal points*. Reston, VA/Washington, DC: NCTM& NAEYC.
- Ginsburg, H. P., Klein, A., y Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: Connecting research and practice. En I.E. Siegel y A. Renninger (Eds.), *Handbook of child psychology: Child psychology in practice* (Vol. 4, pp. 401-476). Nueva York: John Wiley y Sons.
- NAEYC y NCTM (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23.
- NCTM (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático de todos*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Thales.
- NRC (2014). Fundamentos cognitivos para la iniciación en el aprendizaje de las matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 21-48.
- OECD (2007). *PISA 2006 Science competence for tomorrow's world*. París: OECD.