

EVALUACIÓN DEL CONOCIMIENTO COMÚN DEL CONTENIDO PARA ENSEÑAR PROBABILIDAD DE PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Evaluation of primary teachers' common knowledge of contents to teach probability

Vásquez, C.^a y Alsina A.^b

^aPontificia Universidad Católica de Chile, ^bUniversidad de Girona

Resumen

En este estudio se evalúa el conocimiento común del contenido de profesores de Educación Primaria en activo para enseñar probabilidad. Para ello se analizan las prácticas matemáticas presentes en las respuestas de 93 profesores de primaria al cuestionario CDM-Probabilidad, fundamentado en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM). Los resultados muestran que la gran mayoría de los participantes en el estudio presentan un conocimiento común del contenido insuficiente, sobre todo en lo que respecta a la independencia de sucesos vinculada al cálculo de probabilidades (3,2% de respuestas correctas), la independencia de sucesos en ensayos repetidos (5,3% de respuestas correctas) y la comprensión de suceso seguro (5,4%). Se concluye que urge desarrollar instancias de perfeccionamiento que permitan adquirir un conocimiento adecuado para una enseñanza idónea de la probabilidad.

Palabras clave: *probabilidad, modelo CDM, conocimiento común del contenido, profesorado, educación primaria*

Abstract

This study evaluates the level of knowledge held by in-service primary school teachers for teaching probability. In order to do this, we analyse the mathematical practices present in the answers given by 93 primary teachers to the CDM-Probability questionnaire, based on the Didactic-Mathematical Knowledge model (CDM). Results show that the vast majority of the study participants show insufficient understanding of content, especially in regard to the independence of events linked to the calculation of probabilities (3.2% of answers correct), the independence of events in repeated trials (5.3% of answers correct) and the understanding of certain events (5.4%). It is concluded that the development of ongoing teacher training is urgently required to enable teachers to acquire adequate knowledge to be able to teach probability effectively.

Keywords: *probability, DMK model, common content knowledge, school teachers, primary education*

INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas la probabilidad se ha incorporado desde muy temprana edad en los currículos de numerosos países. Un aspecto clave para asegurar que estas nuevas propuestas curriculares tengan éxito es la formación del profesorado, pues la mayoría de maestros de Educación Primaria tienen poca o ninguna preparación sobre probabilidad y su didáctica. Debido a esta falta de preparación, en muchas ocasiones la enseñanza de la probabilidad se omite, y cuando se realiza, se focaliza principalmente en la enseñanza de fórmulas, dejando de lado la experimentación con fenómenos aleatorios y la resolución de problemas (Batanero, Ortiz, Serrano, 2007). Esta situación impide el desarrollo de una experiencia estocástica basada en una metodología

activa y exploratoria de fenómenos aleatorios que permita el desarrollo de un razonamiento probabilístico desde la infancia (Sthol, 2005).

A pesar de que en los últimos años las investigaciones en torno al tema han empezado a aumentar debido al impulso dado por el *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) Study 18*, “*Statistics Education in School Mathematics, Challenges for Teaching and Teacher Education*” (Batanero, Burrill, Reading y Rossman, 2008; Batanero, Burrill y Reading, 2011), todavía siguen siendo escasas, sobre todo en relación al profesorado en activo de Educación Primaria. Desde esta perspectiva, en este trabajo presentamos un estudio centrado en evaluar y analizar el conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad de maestros de Educación Primaria en activo. Para ello se asume el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático CDM (Godino, 2009; Godino y Pino-Fan, 2013; Pino-Fan, Godino y Font, 2013), que se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática EOS (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007).

FUNDAMENTOS

Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de matemáticas

Godino (2009) propone un modelo integrador para el conocimiento del profesor de matemáticas que denomina modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) e incluye las distintas facetas y componentes implicadas en el análisis didáctico-matemático. Dicho modelo considera tres categorías globales del conocimiento sobre el contenido matemático (Pino-Fan et al., 2013):

1. *Conocimiento común del contenido*: se refiere a los conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que el profesor debe poner en juego para resolver situaciones-problema en relación a un tema de un nivel educativo determinado en el que se enmarca la situación-problema, y se analiza a través de la faceta epistémica.
2. *Conocimiento avanzado del contenido*: es también un conocimiento de tipo matemático que se refiere a que el profesor, además de saber resolver situaciones problemas sobre un determinado tema y nivel, debe poseer conocimientos más avanzados del currículo. Se analiza a través de la faceta epistémica.
3. *Conocimiento especializado*: se refiere al conocimiento adicional que diferencia al profesor de otras personas que saben matemáticas. Este conocimiento es interpretado desde la faceta epistémica, y considera cuatro subcategorías: conocimiento del contenido especializado, conocimiento del contenido en relación con los estudiantes, conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, y conocimiento del contenido en relación con el currículo.

En la figura 1 (Godino, 2014) se muestra una representación del modelo CDM, en la que se usan las facetas, componentes y criterios de la noción de idoneidad didáctica (Godino, 2011) para categorizar los conocimientos del profesor de matemáticas descritos.

Así, a través de las categorías que propone el modelo CDM y mediante la utilización de las herramientas teóricas y metodológicas que proporciona el EOS, es posible analizar, interpretar y caracterizar los conocimientos del profesor de matemáticas.

Conocimiento probabilístico del profesorado de Educación Primaria

Una de las primeras investigaciones en torno a las concepciones y el conocimiento probabilístico fue realizada por Azcárate (1995), quien detectó concepciones erróneas y dificultades en relación a la noción de probabilidad, además de una baja comprensión de la noción de aleatoriedad y del conocimiento probabilístico en 57 futuros maestros. Posteriormente, Azcárate, Cardeñoso y Porlán (1998) analizan las respuestas a un cuestionario sobre sucesos aleatorios, encontrando que la

mayoría de participantes no reconocen la aleatoriedad de los fenómenos presentados, sobre todo cuando están vinculados al contexto cotidiano.

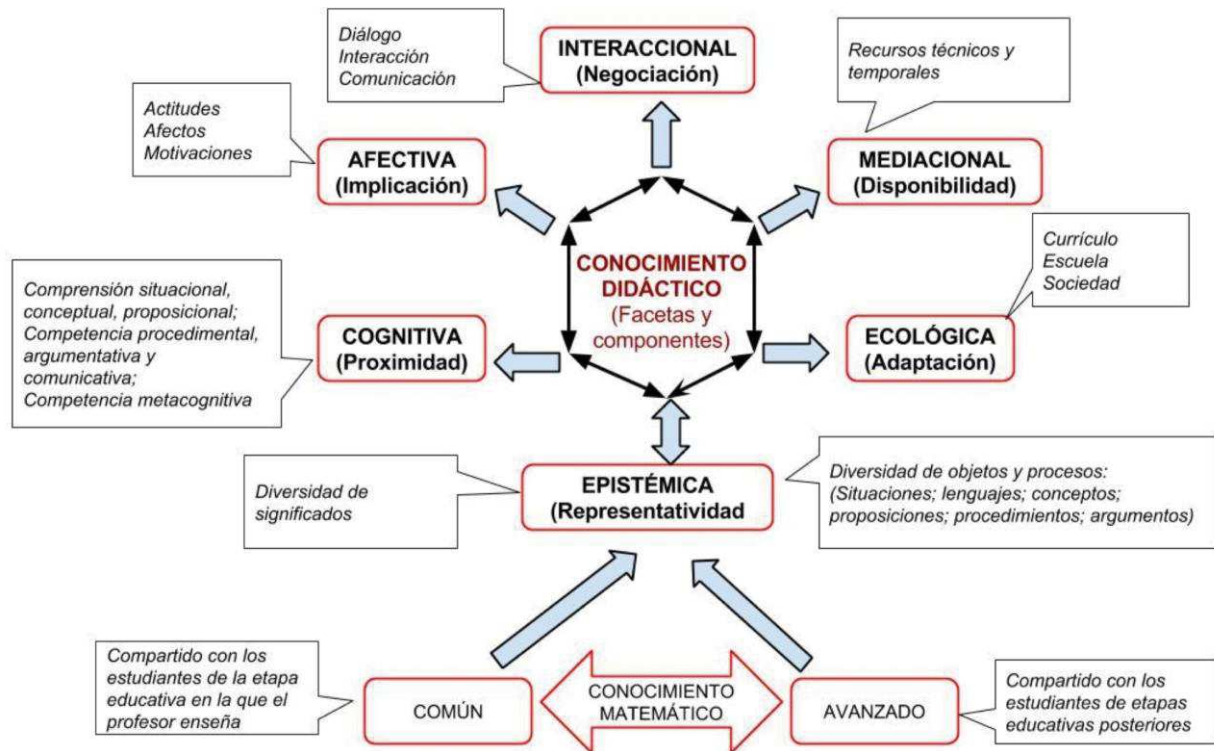


Figura 1. Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, 2014, pág. 52).

Begg y Edward (1999) realizan entrevistas y aplican un cuestionario a 22 maestros australianos, y los resultados indican una escasa comprensión de la probabilidad y de las nociones que subyacen a ella, evidenciando la presencia de la heurística de la representatividad, el sesgo de la equiprobabilidad y dificultades para interpretar un enunciado de probabilidad de manera no probabilística.

Batanero, Godino y Cañizares (2005) evalúan la presencia de sesgos en el razonamiento probabilístico de 132 futuros maestros, obteniendo que un 60% razonan según la heurística de la representatividad, otro 60% presenta el sesgo de equiprobabilidad y un 23% muestradificultades para interpretar un enunciado probabilístico en forma no probabilística (estos sesgos fueron reducidos y mejorados al utilizar metodologías de enseñanza basadas en la simulación). En esta misma línea, Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez (2006) evalúan las estrategias para resolver problemas elementales de comparación de probabilidades en 102 futuros maestros. Los resultados evidencian una mejora con respecto a investigaciones anteriores, aun cuando se observa que un grupo importante muestra una falta de razonamiento proporcional.

Ortiz, Batanero y Contreras (2012) evalúan el conocimiento sobre la idea de juego equitativo de 167 futuros maestros a partir de las soluciones a dos problemas de respuesta abierta. Los resultados muestran que tienen un conocimiento suficiente y que aplican estrategias en su mayoría correctas para decidir si un juego es o no equitativo. Batanero, Gómez, Serrano y Contreras (2013), a partir de la aplicación de un problema sobre percepción subjetiva de la aleatoriedad a 157 futuros maestros, observan que se produce una mezcla de intuiciones y creencias correctas e incorrectas sobre la forma de percibir la aleatoriedad. Asimismo, detectan sesgos como la falacia del jugador o el enfoque en los resultados, además de concepciones erróneas sobre la equiprobabilidad o la falta de comprensión de la independencia de sucesos. Mohamed (2012) evalúa el conocimiento común del contenido de 283 futuros maestros en relación a la idea de juego equitativo, a través de un problema extraído de un libro de texto de Educación Primaria. Los resultados evidencian que la

mayoría tienen un escaso conocimiento, y los errores y dificultades más comunes son el sesgo de la equiprobabilidad y la falacia del jugador. También Gómez (2014) evalúa el conocimiento común del contenido sobre probabilidad según sus distintos significados y, aunque los resultados son bastante alentadores, indican un pobre razonamiento probabilístico y un predominio de las estrategias aritméticas.

En síntesis, los resultados de las investigaciones vinculadas al conocimiento matemático para enseñar probabilidad en Educación Primaria evidencian que en general es muy deficiente, presentando en algunos casos los mismos errores y dificultades que los alumnos de la etapa escolar.

MÉTODO

Con el fin de evaluar y analizar el conocimiento común del contenido sobre probabilidad que poseen los profesores de Educación Primaria en activo, se diseñó y validó el cuestionario CDM-Probabilidad, el cual se basa en el modelo del conocimiento didáctico-matemático y en la metodología que este modelo propone, que incluye dos fases: en primer lugar se elige una tarea matemática que lleve a los profesores a poner en juego, por medio de la solución de la tarea o situación, los aspectos más relevantes en relación al tema probabilidad que se pretende evaluar; y en segundo lugar, se formulan ítems de evaluación o propuestas de actividades que contemplen las distintas facetas del conocimiento del profesor que se desean evaluar y analizar. Desde esta perspectiva, se obtuvo la definición semántica de la variable objeto de medición, que considero dos componentes, por un lado una de tipo curricular que contempla el contenido de probabilidad, y por otro, una de tipo ontosemiótico referida al significado institucional del contenido de probabilidad. Con este propósito se analizaron distintos aspectos vinculados a estos componentes, que son de interés para este estudio (análisis histórico-epistemológico, significados, orientaciones curriculares, análisis de libros de texto escolar, investigaciones previas, etc.). A partir del análisis de los puntos antes señalados, se elaboró una tabla de contenidos (Tabla 1), en la cual se reflejan los aspectos centrales del significado de referencia que se pretende evaluar.

Tabla 1. Contenidos que se espera movilizar en el conjunto de ítems que conforman el cuestionario del conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad.

Contenidos	Ítems						
	1	2	3	4	5	6	7
Experimento y suceso aleatorio	x	x	x	x		X	x
Espacio muestral	x	x	x	x	x	X	x
Posibilidad de ocurrencia (seguro, posible, imposible)		x	x		x		
Significados de la probabilidad	x	x	x	x	x	x	x
Cálculo de probabilidad	x	x		x		x	x
Comparación de probabilidades		x		x		x	
Independencia de sucesos	x				x		x
Equiprobabilidad	x			x		x	x

Una vez diseñado dicho cuestionario, se procedió a su validación por medio de una aplicación piloto a un grupo reducido de profesores y la evaluación de juicio de expertos, lo que permitió, finalmente, disponer la versión definitiva del instrumento. Dicho instrumento compuesto por siete ítems de elaboración propia o reformulados a partir de investigaciones previas (Cañizares, 1997; Fischbein y Gazit, 1984; Green, 1983), permite explorar ciertos aspectos parciales o iniciales de las distintas categorías y subcategorías que componen el modelo del conocimiento didáctico-matemático de los profesores, por medio del planteamiento de situaciones problemáticas de enseñanza hipotéticas, a los profesores, para analizar sus prácticas matemáticas operativas y discursivas ligadas a sus configuraciones cognitivas. Específicamente, para evaluar el conocimiento común del contenido se pidió a los maestros que resolvieran las situaciones-problema planteadas

(Figura 2) o bien que respondieran a preguntas del tipo: ¿Qué respuestas debería aceptar el profesor como correctas?, ¿Considera correcta la respuesta de este alumno?, etc.

El cuestionario CDM-Probabilidad fue aplicado a 93 profesores de Educación Primaria de 22 centros educativos que imparten clases de matemáticas de 1º a 6º en la región de La Araucanía (Chile). Estos profesores asistieron a un Seminario-Taller gratuito sobre “Enseñanza de la probabilidad en la Educación Básica” realizado por una universidad del sur de Chile. Los profesores accedieron a responder voluntariamente el cuestionario CDM-Probabilidad después de la firma del consentimiento informado y de la revisión de las instrucciones.

Ítem 1: La profesora Gómez plantea la siguiente situación a sus alumnos de sexto año básico:

Una persona lanza 8 veces la misma moneda, obteniendo en orden, los siguientes resultados: cara, sello, cara, sello, sello, sello, sello, sello. Si lanza la moneda por novena vez, ¿qué es más probable que pase en el noveno lanzamiento?

Algunos de los alumnos de la profesora Gómez dan las siguientes respuestas:

Luís: *es más probable que salga cara, puesto que han salido demasiados sellos y ya es hora de que salga cara.*

Andrés: *es igual de probable que salga cara o sello.*

Lucía: *es más probable que salga sello, puesto que ha salido sello en cinco lanzamientos sucesivos.*

Responda:

a) Resuelva el problema planteado por la profesora Gómez

Ítem 2: La profesora María Eugenia presenta el siguiente juego a sus alumnos:

Deben sacar una bola de una de las cajas siguientes con los ojos cerrados. Ganan si obtienen una bola blanca. ¿De qué caja es preferible hacer la extracción?

Caja A: 3 bolas blancas y 3 negras

Caja B: 3 bolas blancas y 5 negras

Responda:

a) Resuelva el problema

Ítem 3: El profesor Ramírez plantea el siguiente problema a sus alumnos:

En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿Cuántas bolas se deben sacar para estar seguro de que se obtendrá una bola de cada color?

Las respuestas obtenidas por parte de algunos de sus alumnos son las siguientes:

Carla: *tres porque hay tres tipos de colores.*

Antonio: *tendrá que cogerlas todas y así estará lo más seguro posible.*

Raúl: *si se sacaran primero las bolas rojas y verdes, serían siete, pero como son una de cada color, pues ocho.*

Karina: *para estar segurísimo habrá que sacar seis bolas, porque si hay nueve en total y hay de tres colores, hay que dejar tres bolas en la caja, una de cada color.*

Responda:

a) ¿Qué respuestas debería aceptar el profesor como correctas? ¿Por qué?

Ítem 4: Usted se encuentra en quinto año básico y ha planteado el siguiente problema a sus alumnos:

En una clase de matemáticas hay 13 niños y 16 niñas. Cada alumno escribe su nombre en un trozo de papel y todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno sin mirar y pregunta a sus alumnos: ¿qué es más probable que suceda?

Uno de los alumnos da la siguiente respuesta:

"Es la suerte quien decide. Aunque haya más niñas, la suerte es igual. En parte podría ganar una niña".

Responda:

a) ¿Considera correcta la respuesta de este alumno? Justifique su veracidad o falsedad.

Ítem 5: Pedro ha participado en una lotería semanal durante los dos últimos meses. Hasta ahora no ha ganado nunca, pero decide continuar por la siguiente razón:

"la lotería es un juego basado en la suerte, algunas veces gano, algunas veces pierdo. Yo ya he jugado muchas veces y nunca he ganado. Por lo tanto, estoy más seguro que antes de que ganaré en alguna partida próxima".

¿Cuál es su opinión sobre la explicación de Pedro?

Ítem 6: Eduardo tiene en su caja 10 bolas blancas y 20 negras. Luis tiene en su caja 30 bolas blancas y 60 negras. Juegan una partida de azar. El ganador es el niño que saque primero una bola blanca. Si ambos sacan simultáneamente una bola blanca o una bola negra, ninguno gana, devuelven las bolas a las cajas y la partida continua.

Eduardo afirma que el juego no es justo porque en la caja de Luis hay más bolas blancas que en la suya.

¿Considera correcta la respuesta de este alumno? Justifique su veracidad o falsedad.

Ítem 7: Usted ha seleccionado el siguiente problema para sus alumnos de 6° básico:

Al lanzar un dado 10 veces han salido los siguientes valores: 3, 6, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 6, 2. Si se lanza el dado otra vez, ¿qué número es más probable que salga?

Responda:

a) Resuelva el problema

Figura 2. Ítems y preguntas del CDM-Probabilidad que evalúan el conocimiento común del contenido.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para analizar el conocimiento común del contenido sobre probabilidad que poseen los profesores de educación primaria en activo se analizaron las prácticas matemáticas presentes en las respuestas obtenidas a las distintas preguntas y situaciones problemáticas presentadas en los ítems 1a), 2a), 3a), 4a) y 7a), 5 y 6 del Cuestionario CDM-Probabilidad, que cubren los distintos contenidos explicitados en la tabla 1. De acuerdo a lo planteado por Godino, Batanero y Font (2007), este conocimiento es inobservable, no obstante el conjunto de prácticas presentes en las respuestas de los profesores a las situaciones problemáticas planteadas permitió obtener indicadores empíricos para la evaluación del conocimiento común del contenido.

De este modo, una vez recogidos los datos se analizaron las respuestas y los argumentos presentes en ellas, codificándolas según el "grado de corrección", asignando las siguientes puntuaciones: "2" si la respuesta es correcta, "1" si es parcialmente correcta y "0" si es incorrecta. Los porcentajes de acuerdo con el grado de corrección así como el porcentaje de respuestas sin responder para cada una de las preguntas que evalúan el conocimiento común del contenido se muestran en la figura 3.

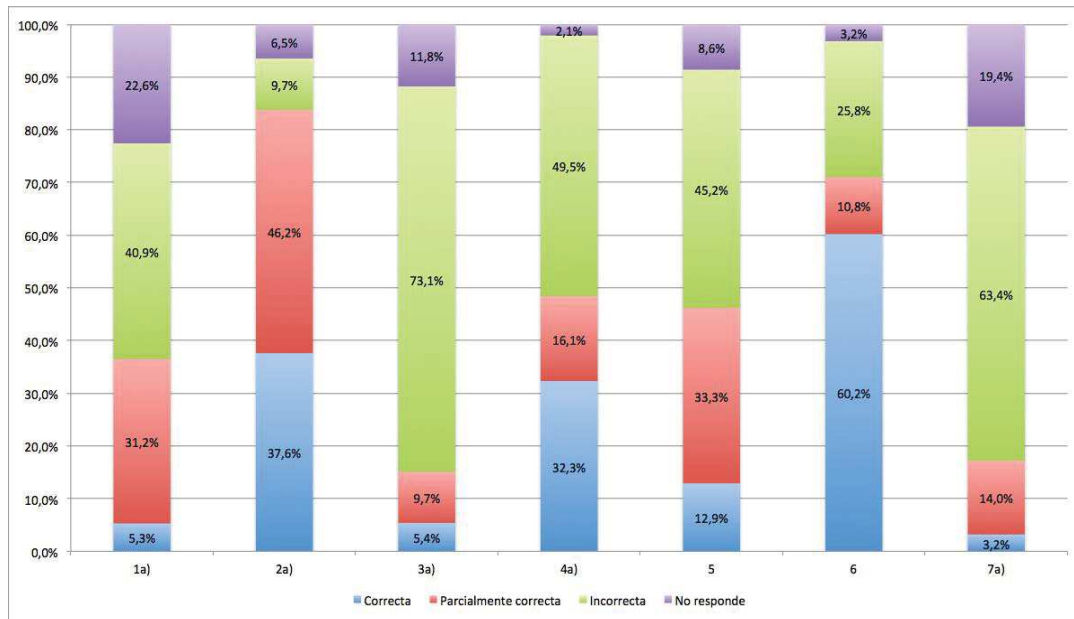


Figura 3. Composición de los distintos tipos de respuestas para el conocimiento común del contenido de acuerdo con el grado de corrección.

Los resultados muestran que el conocimiento común del contenido sobre probabilidad de gran parte de los participantes es de un nivel muy insuficiente, pues el porcentaje promedio de respuestas correctas no supera el 22,4%, lo que denota que los profesores presentan serias dificultades para resolver correctamente las situaciones problemas planteadas producto de concepciones erróneas y de la presencia de heurísticas y sesgos probabilísticos.

En lo que respecta a la comprensión de la independencia de sucesos en ensayos repetidos, bajo las mismas condiciones de un experimento aleatorio (pregunta 1a) resultó ser de gran dificultad, pues solo un 5,3% de los participantes responden de forma correcta, mientras que un alto porcentaje (37,6%) deja influenciar su respuesta ya sea por el sesgo de la recencia positiva o negativa, o bien fundamentan su respuesta en argumentos incorrectos (3,3%).

En el caso del cálculo de probabilidades y comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables (pregunta 2a), si bien los resultados son más alentadores, ya que un 37,6% otorga una respuesta correcta, éstos evidencian estrategias de resolución muy elementales (como por ejemplo la comparación del número de casos desfavorables) características de la etapa pre-operacional (Piaget e Inhelder, 1951). Además, en algunas de las situaciones problemáticas vinculadas a este contenido se observa la presencia del sesgo de la equiprobabilidad, que provoca que un alto porcentaje realicen una incorrecta generalización de la regla de Laplace, obviando el supuesto de la equiprobabilidad de sucesos.

Del mismo modo ocurre con la comprensión del concepto de suceso seguro (pregunta 3a), dado que del 15,1% de los profesores que identifica la respuesta correcta, solo un 5,4% lo hace en base a nociones básicas de combinatoria que permiten enumerar las distintas posibilidades para extraer bolas de la caja.

En el caso de la pregunta 4a) que se centra en el cálculo y comparación de probabilidades de sucesos elementales de un experimento aleatorio simple de sucesos no equiprobables, un 32,3% de los profesores identifica que el experimento aleatorio presenta dos resultados no equiprobables, argumentando su respuesta en la comparación de las cantidades absolutas del número de niñas y niños. Mientras que un 16,1% presenta el sesgo de la equiprobabilidad obviando que los sucesos simples a comparar no son equiprobables, aplicando en sus cálculos incorrectamente la regla de Laplace.

En relación a la independencia de sucesos en la asignación de probabilidades, y noción de aleatoriedad (ítem 5), la situación planteada resultó de gran dificultad, pues solo un 12,9% de los profesores argumenta que la probabilidad de ganar o de perder no depende de los resultados anteriores ya que se trata de sucesos independientes. Mientras que del 45,2% de respuestas incorrectas, un 33,3% manifiesta de manera explícita el efecto de recencia negativa o falacia del jugador, y un 11,9% considera que la suerte juega un rol importante en la asignación de probabilidades.

Para la comparación de probabilidades simples, así como la noción de juego equitativo (ítem 6), los resultados son bastante alentadores, pues un 60,2% de los sujetos distingue el espacio muestral correspondiente a dos sucesos simples no equiprobables, y de este modo a partir del cálculo y comparación de probabilidades logra establecer si el juego es o no justo.

Finalmente, en el caso de la independencia de sucesos vinculada al cálculo de probabilidades, para la posterior formalización de la regla de Laplace (pregunta 7a) un 3,2% enfoca su argumento en la independencia y en la equiprobabilidad de los sucesos, y al igual que en la pregunta 1a) se observa una fuerte incidencia del sesgo de la recencia positiva y negativa.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha evaluado el conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad de acuerdo con el modelo CDM (Godino, 2009), por medio de la aplicación del cuestionario CDM-Probabilidad. A partir de los datos obtenidos se ha puesto de manifiesto que prácticamente la totalidad de los profesores de primaria que han participado en el estudio poseen un conocimiento común del contenido sobre probabilidad a un nivel muy elemental y extremadamente insuficiente, lo que les impediría llevar a cabo un proceso de instrucción idóneo de la probabilidad.

Estos resultados son similares, y en algunos casos más alarmantes, a los obtenidos en investigaciones que al igual que la nuestra miden el conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad. Tal es el caso de la investigación de Mohamed (2012), quien también evidencia que la resolución de problemas sobre probabilidad es una tarea difícil para los futuros profesores. Sin embargo, nuestros resultados se encuentran muy por debajo a los obtenidos por los futuros profesores. Del mismo modo ocurre si comparamos nuestros resultados con los obtenidos por Gómez (2014) quien evidencia un conocimiento matemático y didáctico insuficiente sobre probabilidad en futuros profesores de primaria, con un fuerte predominio del sesgo de la equiprobabilidad y la heurística de la representatividad. Incluso si contrastamos las respuestas de los profesores de primaria con las obtenidas en Cañizares (1997) con alumnos de primaria en la resolución de problemas de probabilidad de características muy similares a los nuestros, se observa que los resultados de éstos últimos superan a los nuestros. Esta situación es alarmante, si consideramos que en nuestro caso se trata de profesores de primaria en activo, es decir, que ya se encuentran enseñando probabilidad en la Educación Primaria, y que podrían transmitir tales sesgos a sus alumnos. En consecuencia, urge realizar un programa de intervención que permita mejorar el nivel del conocimiento sobre probabilidad en el profesorado de Educación Primaria en activo.

REFERENCIAS

- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Cádiz.
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. y Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1), 85-97.
- Batanero, C., Burrill, G., Reading, C. y Rossman, A. (2008). *Joint ICMI and IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, CA: ICMI and IASE.

- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study*. Nueva York: Springer.
- Batanero, C., Godino, J. D. y Cañizares, M. J. (2005) Simulation as a tool to train Pre-service School Teachers. En J. Addler (Ed.), *Proceedings of ICMI First African Regional Conference*. CD ROM. Johannesburg, Sudáfrica: International Commission on Mathematical Instruction.
- Batanero, C., Gómez, E., Serrano, L. y Contreras, J. M. (2013, febrero). *Reconocimiento de la aleatoriedad por futuros profesores españoles de educación primaria*. Presentado en el Simposio de matemáticas y educación matemática. III Congreso internacional de matemáticas asistida por computador, Bogotá, Colombia.
- Batanero, C., Ortiz, J. J. y Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *UNO*, 44, 7-16.
- Begg, A. y Edwards, R. (1999, diciembre). *Teachers' ideas about teaching statistics*. Presentado en the 1999 combined conference of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education, Melbourne. Disponible en <http://www.aare.edu.au/99pap/beg99082.htm>.
- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). *Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. (2011, junio). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Presentado en XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque onto-semiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Granada: Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D. y Pino-Fan, L. (2013). The mathematical knowledge for teaching. A view from onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 3325 - 3326). Antalya, Turkey: CERME.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Green, D. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. En D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett y G. M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (pp. 766-783). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L. y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM.
- Ortiz, J. J., Batanero, C., y Contreras, C. (2012). Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. *Revista Latino Americana de Matemática Educativa (RELIME)*, 15(1), 63-91.

- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. París: Presses Universitaires de France.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (Parte 1). *REVEMAT*, 8(2), 1-49.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 297-324). Nueva York: Springer.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Revista Números*, 85, 5-23.