

CONSTRUCCIÓN DE SERIACIONES EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UN ESTUDIO DE CASO

Construction of sequences at elementary school: A case of study

Morales R., Cañadas, M. C. y Castro E.

Universidad de Granada

Resumen

Presentamos un estudio de caso cuyo objetivo es describir las seriaciones que construye una alumna de 7 años. Pedimos a la alumna que continuara 14 seriaciones diferentes, conociendo dos elementos iniciales dados. La recogida de datos se llevó a cabo a través de una entrevista semiestructurada. En este trabajo describimos el tipo de seriaciones que la alumna construyó atendiendo a las variables de tarea consideradas en esta investigación para el diseño de las seriaciones. Mostramos algunos ejemplos de las producciones de la alumna. Entre los resultados, destacamos que la alumna construyó seriaciones reiterativas y no reiterativas, atendiendo a diferentes patrones y distinto número de elementos en el núcleo.

Palabras clave: *educación primaria, patrones, pensamiento lógico matemático, seriaciones*

Abstract

We present a case of study whose objective is to describe the sequences made by a 7 years old student. We asked the student to continue 14 different sequences, given the first two figures. The data collection was performed through a semi-structured interview. In this work, we describe the kind of sequences constructed by the student, attending to the tasks variables considered in the research design. We show some examples of the student's work. Among the results, we highlight that the student construct reiterative and non-reiterative sequences, with different patterns and different number of element in the nucleus.

Keywords: *logical-mathematical thinking, patterns, primary education, sequences*

INTRODUCCIÓN

El pensamiento lógico matemático es fundamental en los estudiantes de los primeros niveles educativos, debido a que les permite estructurar la mente, desarrollar la capacidad de razonar, entender el mundo que les rodea y posibilita la construcción de nociones que sirven para designar aspectos cuantitativos de la realidad (Alsina, 2006; Canals, 1980; Castro, del Olmo y Castro, 2002; Dienes y Golding, 1971). El desarrollo del pensamiento lógico matemático infantil debe ser fundamentado en las estructuras lógicas básicas de: clasificación, seriación y ordenación (Piaget e Inhelder, 1976). Estos autores consideran que las seriaciones constituyen un conocimiento básico para el estudio de posteriores conceptos matemáticos. Para continuar una seriación es necesario identificar un patrón. Por ello, la identificación de patrones es importante para lograr construir estructuras lógicas coherentes. Threlfall (1999) y Radford (2010), entre otros, destacan que la

identificación de patrones en las primeras edades escolares puede contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico, a través de la generalización. En esta línea, han avanzado en sus trabajos algunos investigadores como Papic y Mulligan (2005), Papic (2007), y Sarama y Clements (2009). Papic (2007) enfatiza la transcendencia del trabajo con patrones en los primeros niveles educativos, debido a que permiten construir seriaciones, ordenaciones, comparaciones y clasificaciones, sobre la base de la habilidad para identificar, describir y diferenciar atributos de objetos.

Pese a la importancia reconocida del trabajo con patrones y seriaciones considerando atributos cualitativos de objetos en las primeras edades escolares, existen pocos estudios sobre esta temática (Mulligan y Vergnaud, 2006) y diferentes autores manifiestan la necesidad de realizar investigaciones para profundizar en los patrones que son capaces de identificar los alumnos de los primeros cursos (e.g., Clements y Sarama, 2009). Piaget e Inhelder (1976) tratan de desvelar la génesis de las estructuras lógicas básicas de clasificación y seriación; trabajando con más de 2000 niños concluyen que los niños son capaces de realizar seriaciones operatorias de longitudes (elementos con atributos cuantitativos) entre los 7-8 años de edad. Papic y Mulligan (2005) estudian el desarrollo de las habilidades para identificar patrones en niños con edades de entre 4 y 5 años y concluyen que existe una fuerte relación entre la capacidad de los niños para identificar patrones y el desarrollo de sus habilidades pre-algebraicas y de razonamiento. Da Ponte y Velez (2011) muestran los patrones que reconocen dos alumnos (7-8 años) en una tarea de patrones cualitativos. Se centran en analizar la relación que establecen los alumnos entre diferentes tipos de patrones y cómo los representan. Una alumna utilizó la representación pictórica y simbólica para representar un patrón y fue capaz de relacionarlas.

Nuestro interés se centra en los tipos de seriaciones cualitativas que una alumna de siete años construye y los tipos de patrones que identifica y utiliza para continuar seriaciones.

MARCO CONCEPTUAL

El pensamiento lógico matemático es un conjunto de procesos mentales a través de los cuales se establecen relaciones entre objetos, situaciones y conceptos que permiten estructurar la realidad (Soriano, 2008). Este pensamiento es primordial porque aporta fundamentación necesaria para adquirir conocimiento matemático (Canals, 1992, citado por Alsina, 2006).

El pensamiento lógico matemático se organiza mediante estructuras y la maduración de tales estructuras contribuye al desarrollo del pensamiento lógico matemático. Autores como Alsina (2006) asocian estas estructuras con aquella capacidad que construye el niño para analizar las cualidades sensoriales de objetos (color, forma, textura, tamaño...) permitiéndole razonar e interpretar el mundo que lo rodea. Dichas capacidades se asocian con acciones. Entre las acciones que los niños realizan se encuentran: identificar, reconocer, definir; relacionar, y operar, con las cualidades sensoriales de objetos.

Según Piaget (1977) una estructura lógico matemática es una forma de organizar los elementos según sus atributos y las seriaciones son una estructura lógico matemática básica. Adoptamos la definición de seriación de Castro, del Olmo y Castro (2002), quienes señalan que “seriar es ordenar colecciones de objetos manteniendo constante unos atributos de los objetos a excepción de otros (uno o varios) que sirven de comparación” (p. 44). Las seriaciones se pueden formar de acuerdo a

los diferentes atributos que tienen los elementos a seriar. Nuestro foco de atención son las seriaciones cuyo criterio atiende a atributos cualitativosⁱ, recomendadas para las primeras edades. Fernández (2008) distingue entre seriaciones reiterativas, no reiterativas y seriaciones constantes. Las primeras son aquellas en que se fija la unidad de repetición o núcleo. La figura 1 muestra un ejemplo de seriación reiterativa donde los dos elementos iniciales se repiten constantemente.



Figura 1. Seriación reiterativa

Las seriaciones no reiterativas son aquellas en las que se observan diferencias de uno o más atributos entre elementos. En este tipo de seriación se observa una regularidad de acuerdo a las diferencias y semejanzas de atributos entre elementos consecutivos, por lo que no tienden a repetirse de la misma forma. La figura 2 muestra una seriación no reiterativa; cada elemento se diferencia del anterior o sucesor en forma y color y se mantiene el tamaño y textura.



Figura 2. Seriación no reiterativa

Las seriaciones constantes son aquellas en las que cada elemento de la seriación es igual al anterior o sucesor.

Las seriaciones se constituyen por núcleos en los cuales se percibe un patrón. Por tanto, el núcleo es el conjunto de menor número de elementos de una seriación donde se observan patrones que permite generar la seriación (Castro, 1994). En las seriaciones reiterativas el núcleo está conformado por aquellos elementos que se repiten. Por ejemplo, el núcleo de la seriación de la figura 2 está conformado por el cuadrado rojo y el círculo azul. La idea de patrón aparece continuamente cuando trabajamos con seriaciones y no es tarea fácil definir su significado (Liljedahl, 2004). Como idea general, se suele considerar que un patrón se produce ante una situación en la que se observa algo que se repite con cierta regularidad. Identificar un patrón consiste en ver lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse (Castro, Cañadas y Molina, 2010). Por ejemplo, en las seriaciones no reiterativas explorar un patrón es identificar aquellas semejanzas y diferencias entre los núcleos o elementos y continuar de acuerdo a la regularidad identificada.

Para avanzar en el conocimiento de las seriaciones que abordan alumnos de los primeros niveles educativos planteamos los siguientes objetivos de investigación:

- Describir tipos de seriaciones cualitativas que construye una alumna de 7 años.
- Describir los núcleos que identifica una alumna de 7 años en seriaciones cualitativas.

MÉTODO

Llevamos a cabo un estudio de caso con una alumna de 7 años. La finalidad es conocer en profundidad lo que realiza esta alumna en tareas de seriaciones (Stake, 1999). La alumna, seleccionada intencionalmente, cursaba segundo curso de educación primaria en un colegio en Granada (España) y tenía resultados académicos medios respecto a su curso. La alumna, tras haber cursado educación infantil, tenía algunos conocimientos previos sobre seriaciones cualitativas y había manipulado los bloques lógicos de Dienes.

Llevamos a cabo una entrevista semiestructurada en la que la alumna resuelve catorce tareas sobre seriaciones. La sesión tiene una duración de hora y media. Realizamos grabaciones con videocámara y audio, y fotografías para registrar la información. El primer autor de este trabajo realizó la entrevista, y las grabaciones fueron hechas por la segunda autora.

Diseñamos las tareas atendiendo a tres variables de tarea: (a) cantidad de elementos en el núcleo, (b) atributos (color; forma; tamaño y textura) y (c) variación de atributos entre los elementos de núcleos diferentes. Las preguntas de la entrevista fueron parte de la propuesta de tarea de seriaciones y algunas de ellas las construimos con base en las actividades relativas al operador directo e inverso (Alsina, 2006). Inicialmente, proponíamos a la alumna dos elementos iniciales de la seriación y le pedíamos poner las figuras que iban a continuación observando las dos primeras, sin darle ninguna indicación. A continuación, para ver si identificaba otro patrón, les preguntábamos sobre sus diferencias y semejanzas o le mencionamos que los elementos están ubicados de acuerdo a un criterio y que debía descubrirlo; luego le pedíamos que ubicara más elementos.

Las tareas tienen un elemento en el núcleo y responden a tres niveles hipotéticos de complejidad, según el número de atributos que varían entre dos elementos consecutivos. Estos niveles de complejidad atienden a criterios basados en los trabajos de Threlfall (1999) y Zazquis y Liljedahl (2002). De las 14 tareas que planteamos: las primeras cuatro son de nivel 1 (variación de un atributo y tres fijos), las seis siguientes de nivel 2 (variación dos atributos y dos fijos) y las últimas cuatro de nivel 3 (variación tres atributos y uno fijo). La figura 3 muestra un ejemplo de tarea de nivel 2.



Figura 3. Ejemplo tarea seriación no reiterativa

Utilizamos varias cajas de bloques lógicos de Dienes por ser un material didáctico familiar para la alumna.

Analizamos las transcripciones de la entrevista y fotografías tomadas durante la misma, con base en las siguientes categorías:

- Construcción de seriaciones: tipo de seriación construida a partir de dos elementos dados.
- Consideración del número de elementos en el núcleo.
- Identificación de patrones: atributos que cambia y que mantiene de los elementos del núcleo.

RESULTADOS GENERALES

Presentamos los tipos de seriaciones construidas por la alumna en las 14 tareas. También presentamos ejemplos del trabajo y de los argumentos que utiliza para justificar sus respuestas durante la entrevista. Seleccionamos estos ejemplos y argumentos por tener más riqueza, ser más representativos y porque ilustran de mejor forma los argumentos de la alumna que nos informan acerca de nuestros objetivos de investigación.

La alumna construyó diversos tipos de seriaciones, tanto reiterativas como no reiterativas en las tareas propuestas, atendiendo a diferente número de elementos en el núcleo: uno, dos, tres y cinco como muestra la tabla 1.

Tabla 1. Tipos de seriaciones construidas

Nº elementos núcleo	Tarea													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Seriaciones reiterativas														
2	X	X	X	X	X	X								
3	X	X	X											
5					X									
Seriaciones no reiterativas														
1		X			X	X					X			
2							X	X	X	X	X	X	X	X

La alumna realizó las seriaciones reiterativas de forma espontánea, sin intervención alguna del entrevistador. En la tabla 1 apreciamos que la alumna logró construirlas considerando dos elementos en el núcleo en las seis primeras tareas. En las tres primeras tareas observamos que logró construir seriaciones reiterativas de dos y tres elementos en el núcleo. En la tarea 5 continuó una seriación de dos y otra de cinco elementos en el núcleo.

En cuanto a las seriaciones no reiterativas de un elemento en el núcleo, las construyó en las tareas 2, 5, 6 y 11. En todos los casos, la alumna construyó este tipo de seriaciones tras preguntarle el entrevistador qué características observaba que se mantenían o se diferenciaban entre las figuras. En la tarea 11 construyó una seriación no reiterativas de dos elementos en el núcleo. En las tareas de la 7 a la 14 construyó seriaciones no reiterativas de dos elementos en el núcleo.

Observamos una tendencia de la alumna a la construcción de seriaciones reiterativas en las seis primeras tareas. Advertimos un cambio en su razonamiento a partir de la tarea 7 en adelante, cuando construye seriaciones no reiterativas de dos elementos en el núcleo de forma espontánea. Ella percibe que no debía continuar la seriación de acuerdo a la repetición de los dos primeros elementos, como se observa en el siguiente fragmento de la conversación.

1. Entrevistador (E): Explicame como lo fuiste haciendo.
2. Alumna (A): Para no seguir la serie.
3. E: Para hacer algo distinto.

4. A: Sí.

Además, la alumna enfatizó que había identificado un cambio de forma y mantenido fijos color, tamaño y textura de los dos elementos iniciales cuando ubicaba otros dos elementos:

5. E: Ahora me cuentas ¿Por qué hiciste eso?

6. A: Porque en vez de una serie pequeño y rojo (aludiendo a los dos primeros elementos) he puesto otra forma (a continuación de los dos elementos iniciales).

EJEMPLOS DE SERIACIONES CONSTRUIDAS

En este apartado mostramos ejemplos del trabajo de la alumna. La figura 4 muestra tres momentos del trabajo de la alumna en la tarea 5. La alumna construyó dos seriaciones reiterativas, de dos y cinco elementos en el núcleo y una seriación no reiterativa de un elemento en el núcleo.

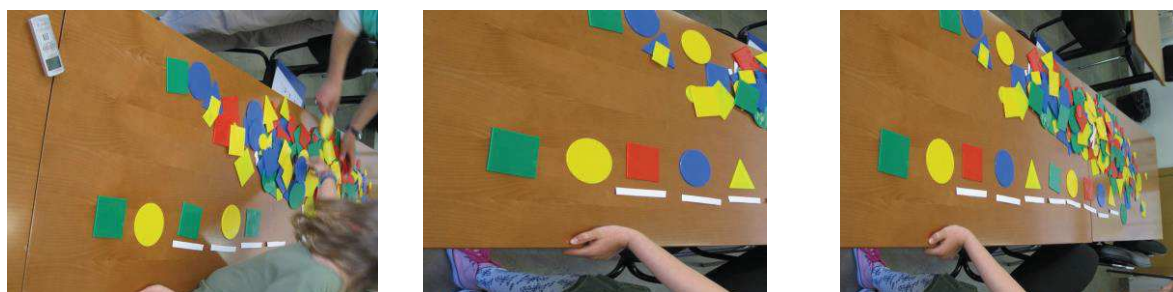


Figura 4. Ejemplos de seriaciones reiterativas y no reiterativas en tarea 5

La alumna inicialmente determinó los atributos que variaban forma y color entre los dos elementos iniciales de la seriación. Sin embargo, no logró continuar la seriación de acuerdo a este patrón, sino que continuó de acuerdo al patrón de repetir los dos elementos iniciales con sus mismos atributos construyendo de esta manera una seriación reiterativa de dos elementos en el núcleo (imagen izquierda figura 4). Posteriormente, el entrevistador le preguntó por lo que observara igual o diferente entre los elementos puestos en un comienzo. A través de esta orientación la alumna logró construir una seriación de un elemento en el núcleo con base en el patrón de las semejanzas y diferencias de atributos entre elementos consecutivos: cada elemento se diferencia del anterior o sucesor en color y forma, y se mantiene tamaño y textura (imagen central figura 4). El siguiente fragmento muestra las preguntas del entrevistador que guiaron a la alumna hacia la construcción de una seriación no reiterativa de un elemento en el núcleo de acuerdo al patrón de las diferencias y semejanzas de atributos entre elementos consecutivos. Se centró en preguntas relativas a los cambios de atributos entre elementos.

7. E: Mira, siempre tienes que fijarte de aquí a acá (Indica con el dedo el segundo elemento círculo amarillo y tercer elemento cuadrado verde imagen izquierda) ¿En qué cambia?

8. A: En forma y color.

9. E: Entonces, qué otro elemento me puede servir ahí (indicando al tercer elemento cuadrado verde grande liso) ¿Solamente el verde?

10. A: No, la roja.

11. E: Esa (le muestra un cuadrado rojo grande liso) ¿Por qué la roja?

12. A: Porque tiene el mismo tamaño y solo cambia el color.

13. E: Solo cambia el color ¿Y qué más cambia?

14. A: Los vértices.

Luego, pedimos a la alumna que continuara la seriación por sí misma. Sin embargo, no logró seguir tal como lo estaba realizando respondiendo a las preguntas del entrevistador. En su lugar construyó una seriación reiterativa de cinco elementos en el núcleo (imagen derecha figura 4). Continuó la seriación de acuerdo al patrón de repetir cinco elementos con sus mismos atributos. La alumna denominó “serie” a este tipo de construcción, como aquella que está constituida por elementos que se repiten constantemente manteniendo sus mismos atributos, como muestra el siguiente fragmento. Aquí también se observa la identificación del núcleo de la seriación por parte de la alumna.

15. E: ¿Por qué hiciste eso?

16. A: Porque parece una serie.

17. E: ¿Cuáles son las figuras que parecen una serie?

18. A: Cuadrado, círculo, cuadrado, círculo, triángulo.

La figura 5 muestra dos momentos del trabajo de la alumna en la tarea 11. En esta tarea logró construir dos seriaciones no reiterativas, de dos y un elemento en el núcleo respectivamente.

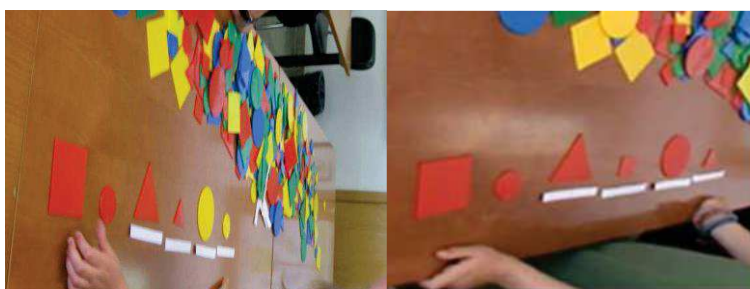


Figura 5. Ejemplos de seriaciones no reiterativas en tarea 11

Al comienzo de la tarea 11 la alumna logró identificar aquellas diferencias de forma, tamaño y textura, y semejanzas de color de atributos entre los dos elementos iniciales (imagen izquierda figura 5). Sin embargo, no logró construir una seriación no reiterativa de un elemento en el núcleo con base en este patrón, sino que construyó una seriación no reiterativa de dos elementos en el núcleo. Consideró los dos elementos iniciales como un núcleo y siguió la seriación de acuerdo al patrón de ubicar dos elementos distintos en forma y color a los dos anteriores (imagen de la izquierda figura 5). En el siguiente fragmento notamos el cambio de razonamiento que realiza la alumna y cómo este nuevo razonamiento le permite construir una seriación diferente:

19. E: ¿Cómo has cambiado las formas? ¿Por qué has puesto triángulo y luego triángulo?

(Indicando con el dedo tercer y cuarto elementos imagen izquierda figura 5)

20. A: Para no seguir la serie lo he hecho.

21. E: ¿Qué serie?

22. A: Antes colocaba, cuadrado, círculo, cuadrado círculo, cuadrado y círculo.

23. E: Ah, para hacer esa diferencia.

24. A: Sí.

Posteriormente, con orientación del entrevistador, que buscó que la alumna cuestionara su propio trabajo a través de preguntas orientadas al cambio de atributos entre elementos de la seriación que había construido inicialmente, la alumna construyó una seriación no reiterativa de un elemento en el núcleo de acuerdo al patrón de las diferencias y semejanzas de atributos entre elementos consecutivos; cada elemento se diferencia del anterior o sucesor en forma, tamaño y textura, y se mantiene el color (imagen derecha figura 5). Esta situación se observa en el siguiente fragmento:

25. E: Pero aquí cambiaron los vértices (Indicando con el dedo el primer y segundo elemento de la imagen izquierda figura 5) ¿Y de aquí a aquí cambiaron los vértices? (Indicando con el dedo al tercer y cuarto elemento de la imagen izquierda figura 5).

26. A: No.

27. E: ¿Habría que cambiar esas? (Indicando con el dedo el tercer y cuarto elemento de la imagen izquierda figura 5).

28. A: Sí.

29. E: ¿Por cuál?

30. A: Por un cuadrado (La alumna ubica en la cuarta posición un cuadrado rojo pequeño liso, imagen derecha figura 5).

31. E: ¿Y esas? (Indicando al quinto y sexto elemento imagen izquierda figura 5).

32. A: Si, (La alumna cambia los elementos que están en la quinta y sexta posición imagen izquierda figura 5 y pone en su lugar los de la quinta y sexta posición imagen derecha figura 5).

33. E: Eso es para no seguir la serie.

34. A: Si.

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado diversos tipos de seriaciones que una alumna de 7 años construye a partir de dos elementos dados. Esta alumna lo hizo mediante la identificación, descripción y diferenciación de atributos entre objetos, capacidades vinculadas al pensamiento lógico matemático y a la exploración de patrones en los primeros niveles educativos. En ocasiones, requirió ayuda del entrevistador para fijar su atención en la identificación de diferencias entre los atributos, esto es, para la identificación de seriaciones no reiterativas. Sin embargo, la alumna identificó de forma espontánea las seriaciones reiterativas. A partir de los patrones que la alumna detectó, construyó seriaciones reiterativas, no reiterativas, y con diferente número de elementos en el núcleo (1-2-3 y 5).

Todas las seriaciones construidas por la alumna han sido válidas. En todos los casos, la alumna manifestaba haber encontrado el patrón y lo explicaba de forma adecuada. Con esta edad el lenguaje no supone una dificultad para expresar seriaciones con los atributos cualitativos considerados, ni en las seriaciones reiterativas ni en las no reiterativas. Esto es debido a que los alumnos de esta edad ya tienen una predisposición para la búsqueda de justificaciones con respecto a las afirmaciones que realizan (Piaget, 1977).

La orientación del entrevistador se mostró relevante para la construcción de seriaciones no reiterativas. Únicamente preguntándole por diferencias y semejanzas de atributos entre dos elementos consecutivos, la alumna logró seguir este tipo de seriaciones de un elemento en el núcleo de acuerdo a este patrón.

En general, hay una clara tendencia de la alumna por construir seriaciones reiterativas de acuerdo al patrón de repetir los mismos dos elementos iniciales de la seriación. Esta tendencia se observa incluso en casos donde explicaba haber identificado un patrón que se correspondía con seriaciones no reiterativas. Esto puede ser debido a la instrucción recibida en clase ya que la alumna reconoce la idea de “serie” como aquella secuencia de objetos donde se repiten cada cierto número de ellos. Por tanto, cabe hacer una llamada de atención para la práctica docente, donde es necesario incidir en el trabajo con seriaciones no reiterativas para que no asocien la idea de patrón únicamente con las seriaciones reiterativas.

Hemos mencionado en el trabajo tres niveles de complejidad de las tareas que fueron construidos a nivel teórico (Threlfall, 1999; Zazquis y Liljedahl, 2002). Sin embargo, con el trabajo empírico de esta alumna en tareas que responden a diversos niveles, no observamos diferencias en la continuación de una seriación de un elemento en el núcleo. Por tanto, según el trabajo realizado con esta alumna no podemos confirmar los niveles establecidos por los autores mencionados. Sería necesario continuar indagando sobre esta idea. Ampliar la muestra o el diseño de otras tareas podrían complementar los resultados obtenidos.

Por último, conscientes de las limitaciones de este trabajo (un solo caso, reducido número de tareas) hemos hecho un aporte a la necesidad de indagar sobre el pensamiento lógico matemático de alumnos de primeros niveles educativos a través de las respuestas a tareas en las que construyen seriaciones cualitativas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto de investigación del Plan Nacional I+D con referencia EDU2013-41632-P, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

Referencias

- Alsina, A. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona, España: Octaedro.
- Canals, M. (1980). *La matemática en el párvulo*. Madrid, España: Nuestra Cultura.
- Canals, M. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l' escola*. Vic, España: Eumo.

- Castro, E. (1994). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años)*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55-67.
- Castro, E., del Olmo, M. y Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math. The learning trajectories approach. Nueva York, NY: Routledge.
- Da Ponte, J. y Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade. *Boletim Gepem*, 59, 53-68.
- Dienes Z. y Golding, E. (1971). *Lógica y juegos lógicos*. Barcelona, España: Teide.
- Fernández, J. (2008). *Desarrollo del pensamiento lógico matemático*. Madrid, España: Grupo Mayéutica-Educación.
- Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.
- Mulligan, J. y Vergnaud, G. (2006). Research on children's early mathematical development: Towards integrated perspectives. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 261-276). Londres, Reino Unido: Sense Publishers.
- Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children-more than just alternating colours! *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8.
- Papic, M. y Mulligan, J. (2005). Pre-schoolers' mathematical patterning. En P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce y A. Roche (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice. Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 609-616). Sydney, Australia: MERGA.
- Piaget, J. (1977). *Seis estudios de psicología*. Barcelona, España: Seix Barral.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1976). Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Buenos Aires, Argentina: Guadalupe.
- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-62.
- Sarama, J. y Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children. Nueva York, NY: Routledge.
- Soriano, M. (2008). ¿Qué entendemos en la escuela por pensamiento lógico matemático? *Enfoques Educativos*, 16, 125-129.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, España: Morata.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. En A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London, Reino Unido: Cassell.

Zazkis, R. y Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 379-402.

ⁱUsualmente se distingue entre dos tipos de atributos de los objetos: (a) atributos cuantitativos y (b) atributos cualitativos. Los primeros son propiedades de los objetos cuantificables, a los que se les puede asignar una cantidad y, por tanto, se pueden medir.