

ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS EN SECUNDARIA

Mathematical literacy through project based learning at secondary school

Benjumeda, F. J.^a, Romero, I.^b y López-Martín, M. M.^c

^aIES El Parador (Almería), ^bUniversidad de Almería, ^cUniversidad de Granada

Resumen

Este trabajo presenta una investigación-acción en secundaria en la que se utiliza la metodología de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) para promover la alfabetización matemática de los estudiantes. Se muestra la evaluación de un proyecto, para la que se consideran las producciones finales de los equipos de estudiantes, el trabajo colaborativo, las pruebas escritas individuales y la opinión de los alumnos sobre esta metodología. Los resultados muestran el potencial de la actividad matemática en torno al proyecto para desarrollar los procesos de alfabetización matemática, especialmente los relacionados con la aplicación de contenidos y la modelización, así como las dificultades que se presentan en el proceso de validación e interpretación de resultados, el andamiaje del proyecto, las exigencias del producto final y el trabajo colaborativo.

Palabras clave: *Aprendizaje basado en proyectos, matemáticas, alfabetización matemática, investigación-acción, secundaria*

Abstract

This work presents an action research at secondary level in which a Project Based Learning (PBL) methodology is used to promote mathematical literacy in students. The assessment of a particular project is presented, including the final productions of student teams, the collaborative work, the individual exams, and the students' opinion on this methodology. The results show the potential of the mathematical activity on the project for developing the processes of mathematical literacy, especially those related to content application and modelling, as well as the difficulties that arise around the process of validation and interpretation of results, project scaffolding, the demands of the final product and the collaborative work.

Keywords: *Project based learning, mathematics, mathematical literacy, action-research, secondary level*

INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

El informe PISA 2012 (OCDE, 2012) define la alfabetización o competencia matemática como una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos; aquí se incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esta definición establece un esquema a seguir a la hora de trasladar una situación real a un problema matemático, resolverlo y devolver los resultados al contexto de partida (Figura 1). Además, se crea un vínculo con las capacidades matemáticas fundamentales (Comunicación, Matematización, Representación, Razonamiento y Argumentación, Diseño de estrategias para resolver problemas, Utilización de operaciones y lenguaje formal y técnico y la Utilización de herramientas matemáticas) y cómo estas pueden desarrollarse a partir de los procesos establecidos.

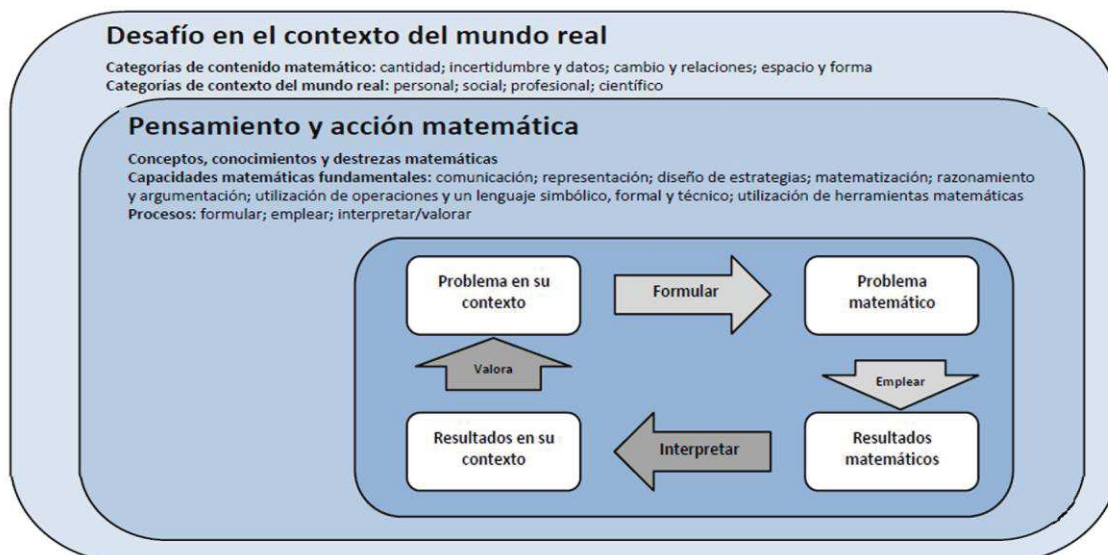


Figura 1. Modelo de alfabetización o competencia matemática en PISA 2012

La inclusión de las competencias clave (LOMCE) como referentes en la enseñanza secundaria obligatoria, y "la vinculación de la evaluación PISA y los indicadores de calidad del sistema educativo español" (Rico, 2011, p. 3) requieren transformaciones en la metodología y evaluación de las clases de matemáticas. Así, para promover la transferibilidad de los aprendizajes y el trabajo por competencias en el aula, se propone al profesorado de matemáticas de secundaria utilizar "metodologías activas y contextualizadas [...] que faciliten la participación e implicación del alumnado y la adquisición y uso de conocimientos en situaciones reales." (MECD, Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, p. 7003), lo cual demanda "estrategias e instrumentos para evaluar al alumnado de acuerdo con sus desempeños en la resolución de problemas que simulen contextos reales, movilizándolo sus conocimientos, destrezas, valores y actitudes." (MECD, 2015, p. 6990).

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre establece que "La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas." Aunque el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) es un método de enseñanza-aprendizaje en cuya concepción intervienen varios factores, hay rasgos que lo convierten en una estrategia metodológica que puede favorecer el desarrollo de la alfabetización matemática:

- Un proyecto supone una estrategia central de enseñanza gracias a la cual los/as estudiantes aprenden y ponen en práctica los conocimientos, habilidades y competencias necesarias para responder a preguntas complejas y auténticas, o para elaborar un producto final cuidadosamente diseñado (Mettas y Constantinou, 2007).
- Suelen incluir tareas abiertas complejas que implican la investigación, la construcción de situaciones, la resolución de problemas reales auténticos, el diseño de estrategias y/o experimentos, la recogida de datos, el debate, la reflexión, la comunicación de ideas y el uso de las TIC (Blumenfeld et al., 1991; Moursund, 1999).
- Otorgan al alumnado bastante libertad de elección, tiempo de trabajo sin supervisión y un grado mucho más significativo de autonomía y responsabilidad que la enseñanza tradicional (Jones, Rasmussen y Moffitt, 1997).
- Incorporan aspectos que los hacen realistas, auténticos y desafiantes para el alumnado: la temática, el contexto, el rol que juegan los/as estudiantes, las tareas o el producto elaborado, los/as colaboradores/as, o la audiencia a la que se presentan los productos (Thomas, 2000).

En el área de matemáticas, las investigaciones sobre ABP en secundaria son escasas (Thomas, 2000). La mayoría de ellas están referidas a rendimiento, incremento de la motivación e implicación del alumnado (Pierce, 2009) o a valorar modelos utilizados para la enseñanza de las matemáticas (Batanero, 2001; Aravena, Caamaño y Giménez, 2008).

OBJETIVOS

En respuesta a las demandas anteriormente planteadas, este trabajo da cuenta de una investigación-acción que se lleva a cabo en un instituto público de secundaria, en el que en los dos primeros cursos los currículos de siete asignaturas, incluida matemáticas, se implementan mediante una metodología de Aprendizaje Basado en Proyectos interdisciplinares. Nos planteamos los siguientes objetivos para esta comunicación: (1) presentar las bases del diseño de la asignatura de matemáticas y su sistema de evaluación, dentro del sistema general de ABP; (2) exponer unos primeros resultados obtenidos a partir de la evaluación de un proyecto particular en el curso 1º de ESO; y (3) realizar un primer acercamiento a la opinión del alumnado sobre esta metodología.

METODOLOGÍA

Como reivindica Kilpatrick en el Congreso Internacional “Paradigmas en la Educación Matemáticas para el Siglo XXI: Compartiendo experiencias educativas con Asia”, celebrado en Valencia en 2009, el papel de los profesores es determinante para impulsar mejoras duraderas en la enseñanza de las matemáticas. Además, su perspectiva es un factor central para generar comprensión sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en las clases (Doerr y Tinto, 2000). Este potencial sale a la luz cuando los profesores se convierten en investigadores, lo cual, unido a la colaboración con personal investigador universitario, permite comprender mejor la viabilidad del conocimiento didáctico aplicado a los problemas de la práctica. Por estas razones, hemos planteado una investigación-acción colaborativa entre un profesor de secundaria y dos profesoras universitarias.

Las diferentes tradiciones de investigación-acción comparten, a pesar de sus diferencias, acuerdos amplios sobre su naturaleza y la manera de llevarla a cabo. De forma genérica, podemos decir que esta se desarrolla siguiendo un modelo en espiral de ciclos sucesivos, con las siguientes etapas: (1) reconocimiento del problema y establecimiento de un plan general de acción; (2) implementación en la práctica y observación; (3) reflexión sobre los resultados obtenidos, y (4) revisión de la planificación inicial, que da lugar a un nuevo ciclo (Kemmis y McTaggart, 1988). En lo que sigue, describiremos cada una de las etapas del primer ciclo de nuestra investigación-acción.

PLANIFICACIÓN

El trabajo desarrollado en la asignatura de matemáticas en el IES El Parador (Almería) en los dos primeros cursos de ESO, se integra dentro del sistema interdisciplinar de ABP del centro. Cada proyecto gira en torno a una temática global y lleva asociado la elaboración por parte del alumnado, durante varias semanas, de un producto final cuyo resultado suele ser expuesto ante una audiencia amplia o ante expertos. Además, incorpora otras tareas de diferente tipología que requieren el uso de las TIC y otorgan al alumnado elevado grado de autonomía e iniciativa. El aula se organiza en diferentes equipos colaborativos de entre tres y cinco alumnos cada proyecto, configurados por el profesorado con alumnado heterogéneo en rendimiento aunque con buenas relaciones sociales.

Esta metodología de trabajo requiere una evaluación integral del alumnado, continua y formativa, que se adapte a los objetivos de la propuesta. Así, la calificación deriva, no sólo de los resultados de una prueba escrita (20%) y de su trabajo individual (30%) para cada asignatura, sino que tiene en cuenta aspectos esenciales del ABP como el producto final (30%) y el trabajo colaborativo (20%). Estas dos últimas calificaciones son consensuadas por el profesorado de las diferentes materias según el resultado del trabajo realizado y del funcionamiento de los grupos con carácter general.

Los resultados recogidos en la memoria de autoevaluación del centro durante el primer año de su implantación han arrojado unos buenos datos en cuanto a rendimiento académico, reducción del fracaso escolar y mejora del estado de la convivencia en los niveles en los que ha sido implantada.

Los aspectos metodológicos más relevantes dentro de la asignatura de matemáticas se ilustran, a continuación, con el proyecto denominado "El Agua", cuyo producto final consiste en la creación de una revista digital donde se tratan temáticas relacionadas con el agua.

En la asignatura de matemáticas, se intercalan tres tipos de tareas dentro del proyecto con las explicaciones de los conocimientos matemáticos necesarios para realizarlas: la tarea central del producto final, otros problemas contextualizados, y tareas procedimentales rutinarias. Durante el trabajo en el aula, el profesor asume un papel de observador favoreciendo la autonomía e interacción dentro de los equipos, aprovechando estas sesiones también para reforzar y apoyar al alumnado que lo requiere, y facilitando el debate, la puesta en común y la discusión de resultados.

La tarea central del producto final se desarrolla a lo largo de todo el proyecto y consiste en una tarea abierta y compleja que debe ser realizada por equipos. Tanto su duración como su envergadura requieren una graduación adecuada en el nivel de dificultad y una realimentación frecuente. En el proyecto "El Agua", esta tarea consiste en la elaboración de un reportaje en el que se pretende que el alumnado sea consciente del gasto de agua que se genera en su vivienda y en su municipio, y adopte posibles medidas de ahorro, concienciando a los lectores de la escasez existente en países del tercer mundo. Está dividida en tres etapas:

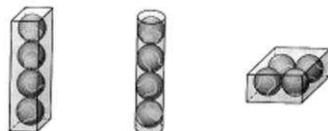
(1) Tras un debate en clase, se delimitan los aspectos para conocer el gasto de agua diario que se produce en una vivienda (lugares, frecuencia de uso, número de personas, etc.). Luego cada alumno realiza las mediciones correspondientes para intentar calcular dicho gasto en su vivienda utilizando conceptos y procedimientos relativos al volumen de cuerpos geométricos y la proporcionalidad, entre otros. Tras una primera corrección de los trabajos individuales, cada aportación se contrasta con las del resto del equipo para decidir, justificadamente, cuál de los métodos utilizados es más apropiado y qué parámetros estadísticos son más representativos para el gasto de agua o la frecuencia de uso. El trabajo se va refinando con revisiones del profesor hasta su edición definitiva.

(2) Realizado el estudio inicial, se genera un nuevo debate en clase a partir del cual, y mediante las aportaciones de cada equipo, se elabora una encuesta para realizar un estudio estadístico más amplio sobre los hábitos de consumo en las viviendas del barrio.

(3) Recogidos los datos de 200 encuestas, y tras el recuento de respuestas, se elaboran, en una hoja de cálculo, tablas de frecuencias necesarias para recopilar la información. A partir de éstas, cada equipo decide qué información desea trasladar a su reportaje y elige las tablas y gráficos adecuados, combinando sus mediciones y los parámetros estadísticos hallados. El trabajo debe finalizar con unas conclusiones relacionando su estudio con alguna problemática mundial vinculada con el agua.

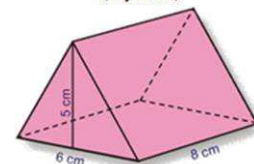
LAS PELOTAS DE TENIS

Un fabricante de pelotas de tenis quiere empaquetarlas de 4 en 4, en envases que tengan la menor superficie posible, con el fin de reducir costes y abaratar su precio. Si el radio de cada pelota de tenis es de 3,3 cm., contestad a las preguntas:



- (1 punto) Calcula todas las dimensiones de cada uno de los formatos suponiendo las pelotas tangentes entre sí y a las paredes de cada envase.
- (1,5 puntos) Indica cuál de los tres envases es el más conveniente para resolver el problema.
- (1 punto) ¿Cuál de los envases abarca mayor volumen?

(1 punto)



NOMBRE:

VOLUMEN:

DESARROLLO PLANO:

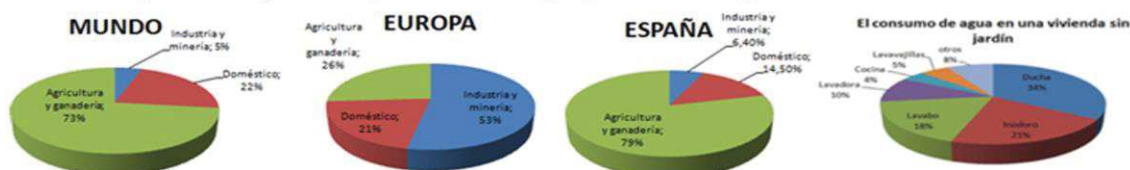
ÁREA:

Figura 2. Modelos de un problema contextualizado y de un ejercicio de una tarea individual

Los mismos equipos, en otras sesiones, resuelven problemas realistas más concretos y estructurados cuya finalidad es trabajar directamente los contenidos del proyecto, que se afianzan de manera individual en cada estudiante mediante tareas rutinarias en las que se trabajan conceptos, procedimientos y fórmulas. Un ejemplo de cada una puede verse en la figura 2.

La calificación de la asignatura de matemáticas deriva de la realización de una prueba escrita, elaborada a partir de los criterios de evaluación programados (figura 3), y de las tareas individuales y por equipos que incluye la elaboración del producto final. Para ello, se tienen en cuenta rúbricas creadas para cada tarea, la aportación de cada estudiante, su responsabilidad, liderazgo y trabajo dentro del equipo, y la coevaluación realizada por el propio alumnado.

1) Observa los siguientes diagramas respecto al uso del agua y contesta las siguientes cuestiones:



- a) **(1 punto)** Explica las principales diferencias y similitudes entre el uso que se hace del agua en España, Europa, y el mundo, resaltando los aspectos más destacados de cada uno.
- b) Completa las siguientes frases referentes a los diagramas anteriores:
- **(0,5 puntos)** En España, más de las $\frac{3}{4}$ partes del agua se dedican a _____, mientras que en Europa este sector supone poco más de un _____.
 - **(0,5 puntos)** El sector en el que se usa un porcentaje de agua semejante tanto en España como en Europa y el mundo es el de _____.
 - **(0,5 puntos)** El gasto de agua en los hogares sin jardín viene propiciado principalmente por la consumida en el cuarto de baño (ducha, inodoro, lavabo), con un porcentaje de un _____ del gasto total.

Figura 3. Modelo de pregunta incluida en la prueba escrita

IMPLEMENTACIÓN Y OBSERVACIÓN

El proyecto que sirve de ejemplo en esta comunicación se desarrolla durante el segundo trimestre del curso con un grupo de 1º de ESO (12-13 años) formado por 26 alumnos/as. Se trata de un grupo con un importante desnivel educativo ya que casi un 30% de la clase tiene importantes carencias a nivel cognitivo y de hábitos de trabajo, lo cual hace necesario adoptar importantes medidas de atención a la diversidad y genera dificultades en la constitución de los equipos y su funcionamiento.

Los instrumentos de observación para este estudio son: una parrilla elaborada para valorar la tarea central del producto; las calificaciones del producto final y la prueba escrita; dos cuestionarios de opinión del alumnado y una entrevista al grupo según resultados de los cuestionarios.

La parrilla de valoración (Figura 4) permite valorar las tareas centrales abiertas que se desarrollan en la asignatura de matemáticas. En primer lugar, ofrece una panorámica de la riqueza de la tarea al vincular los procesos matemáticos con las capacidades establecidas por PISA 2012. En segundo lugar, permite al profesorado obtener una visión general sobre los resultados obtenidos por el grupo clase en los distintos indicadores establecidos, lo que posibilita comprobar qué procesos o qué parte de los mismos no se han desarrollado adecuadamente y qué capacidades deben reforzarse en tareas posteriores. Por último, es útil para evaluar el trabajo de los equipos en la tarea, ya que relaciona los aspectos matemáticos requeridos para su realización con los procesos de alfabetización matemática mediante indicadores valorados de 0 a 2 según el nivel de consecución de cada uno. De esta manera se establece una necesaria relación entre los criterios de evaluación establecidos para este nivel y el grado de desarrollo de los procesos y capacidades de la alfabetización o competencia matemática.

PROCESOS		INDICADORES										CAPACIDADES							EQUIPOS							
												C	Mi	R	A	RP	O	T	E1	E2	E3	E4	E5	E6		
Paso de situación real a modelo o esquema	Justificación de la elección del método para calcular el agua consumida en cada una de las situaciones acordadas en grupo clase	0 No da razones																								
		1 Razones no matemáticas	X																							
		2 Razones matemáticas				X																				
		0 Predominio de esquemas incompletos o inadecuados																								
		1 Esquemas incompletos o inadecuados para algunas situaciones	X																							
		2 Esquemas adecuados y razonables				X																				
		Reconocimiento de los aspectos necesarios para el estudio estadístico (preguntas de la encuesta)	X																							
		1 Falta algún/os aspectos importantes				X																				
		2 Se consideran todos los aspectos necesarios																								
		0 Siempre el mismo método																								
Modelo o formulación matemática	Variedad de modelos empleados para medir el gasto de agua en las distintas situaciones	1 Utilizan dos métodos diferentes																								
		2 Utilizan tres o más métodos diferentes o combinan métodos	X																							
		0 No crean modelos o todos son inadecuados																								
		1 Algunos modelos poco adecuados	X																							
		2 Predominio de modelos adecuados				X																				
		Reconocimiento de los parámetros estadísticos representativos para cada hábito (gasto y frecuencia)	X																							
		1 Reconocen parámetros para el gasto o la frecuencia				X																				
		2 Reconocen parámetros para ambos casos																								
		0 Algunas representaciones o modelos no adecuados																								
		1 Sólo modelos o representaciones adecuadas simples	X			X																				
2 Modelos o representaciones adecuadas más complejas																										
Emplo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos	Utilización de las fórmulas adecuadas y toma de medidas correspondientes para calcular los volúmenes utilizados	0 Algunas medidas erróneas o no se usan correctamente																								
		1 Algún error en las medidas o en la aplicación de fórmulas	X																							
		2 Las medidas y aplicación de fórmulas son adecuadas				X																				
		0 No se trasladan correctamente algunas unidades																								
		1 Proceso de cambio de unidades incompleto	X																							
		2 Todas las unidades se trasladan correctamente				X																				
		0 No se utiliza o se utiliza inadecuadamente																								
		1 Se utiliza de forma adecuada	X																							
		2 Se combina con otros elementos matemáticos																								
		0 No se aplican otras estrategias																								
Validar soluciones	Cálculos correspondientes de otras estrategias diseñadas	1 Se aplican otras estrategias con errores en los cálculos																								
		2 Se aplican otras estrategias con cálculos correctos				X																				
		0 No se utilizan las tablas adecuadas o errores en la hoja de cálculo																								
		1 Se utilizan las tablas y gráficos adecuados pero no se utilizan las funciones	X																							
		2 Se crean tablas y gráficos apropiados y se utilizan las funciones de la hoja				X																				
		0 Consideran muy pocos datos																								
		1 Consideran varios datos pero no contrastan ni aplican	X																							
		2 Contrastan la razonabilidad de los datos y aplican los parámetros				X																				
		0 No contrastan																								
		1 Contrastan con la encuesta o con otros estudios	X																							
2 Contrastan con ambos				X																						
Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos	Realización de una tabla con el total de gasto y total de ahorro separado por cada situación	0 No la hacen																								
		1 Sólo calculan la diferencia con el gasto por hábito																								
		2 Utilizan los parámetros estadísticos para calcular el gasto	X																							
		0 No utilizan gráficas ni parámetros adecuados																								
		1 Utilizan gráficas adecuadas aunque no porcentajes o parámetros	X			X																				
		2 Utilizan gráficas adecuadas y porcentajes o parámetros				X																				
		0 No sacan conclusiones o son muy escasas																								
		1 Sacan conclusiones poco relacionadas con su estudio	X																							
		2 Sacan conclusiones que vinculan su estudio con otras situaciones				X																				

Figura 4. Instrumento de evaluación de la alfabetización matemática

Para analizar las opiniones del alumnado respecto a esta metodología de trabajo se utilizaron dos cuestionarios de opinión. El primero de ellos se realizó a los tres meses del inicio del curso. En él se

trataban aspectos clave del ABP con carácter general y de manera interdisciplinar (trabajo en grupo, uso de las TIC, motivación, o contraste con la metodología tradicional). El segundo de ellos, cuatro meses después, incidió de nuevo en aspectos generales como el aprendizaje colaborativo o el uso de las TIC, y otros aspectos concretos en la asignatura de matemáticas (implicación del alumnado, utilidad de las tareas, aprendizaje de la materia, grado de autonomía, dificultades encontradas, etc.) Este cuestionario precedió una entrevista grabada en video que mantuvieron las investigadoras con el grupo clase para tratar algunos de estos aspectos.

RESULTADOS

A continuación se exponen los resultados obtenidos tras el análisis de los datos respecto a los procesos de alfabetización matemática, las dificultades que aparecen y la opinión del alumnado sobre esta metodología.

Procesos de alfabetización matemática

El análisis de la parrilla de observación de la tarea central del proyecto muestra, en primer lugar, la riqueza y complejidad de dicha tarea al trabajar, a través de los distintos procesos, todas las capacidades matemáticas establecidas por PISA, con especial énfasis en las de matematización y diseño de estrategias para la resolución de problemas.

Un análisis horizontal de los resultados permite comprobar que los procesos de formulación matemática de situaciones y empleo de herramientas y procedimientos matemáticos han sido conducidos por el grupo clase de manera satisfactoria. Esto puede deberse, por una parte, al apoyo que proporcionan los problemas y tareas resueltos en grupos e individualmente durante el desarrollo del proyecto y, por otra, a la alimentación continua del profesor durante la fase de formulación matemática de situaciones. Dicha fase presenta dificultades, ya que los datos no son explícitos y el alumnado debe reconocer los aspectos para la matematización. A la hora de contrastar aportaciones y justificar una elección, solo el equipo 2 utiliza argumentos matemáticos para elegir el método adecuado de medición del agua con expresiones como "es más fiable", "más original" o "ha dado lugar a resultados semejantes". También resulta problemático el paso de la situación real al modelo o esquema matemático, aunque se llega a resultados óptimos con el intercambio de información entre los equipos y el profesor. Inicialmente algunos equipos asemejaban el fregadero o la bañera con un paralelepípedo para calcular su capacidad y determinar el gasto de agua al fregar los platos o ducharse. Otros, aunque hacían una medición correcta del gasto, no explicaban el procedimiento seguido a la hora de usar el agua, utilizando frases como "me lavo los dientes normal". Con sucesivas revisiones consiguieron llegar a esquemas más concisos como el de la Figura 5:

1. Abrir el grifo para mojarme y cerrarlo
 2. Enjabonarme el cuerpo
 3. Abrir el grifo para enjuagarme y volver a cerrarlo
 4. Enjabonar con champú la cabeza
 5. Volver a abrir el grifo para enjuagarme completamente
1. He cogido un vaso de 0,25 litros y he medido el tiempo que tarda en llenarse con el grifo de la ducha, que han sido 5 segundos.
 2. Me he duchado y he calculado el tiempo que ha estado el grifo abierto: 6 minutos.
 3. Finalmente, he planteado una relación de proporcionalidad directa y resuelto mediante una regla de tres:

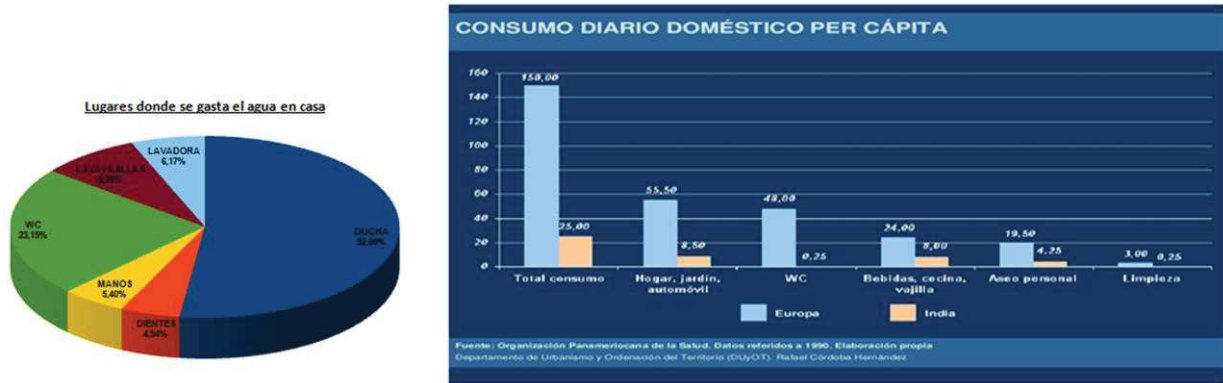
CAPACIDAD	TIEMPO
0,25 litros	5 segundos
X	6 minutos = 360 segundos

$$X = \frac{360 \cdot 0,25}{5} = \frac{90}{5} = 18 \text{ litros}$$

Figura 5. Esquema de uso y cálculo del agua gastada en la ducha en modo ahorrativo del equipo 1

En el proceso de devolución de los datos matemáticos a la situación real es, sin duda, donde se observan mayores deficiencias. A la complejidad que presenta para el alumnado la validación de resultados, el contraste de ideas y la comunicación en este sentido, reflejada también en estudios

precedentes (Gallart, Ferrando y García-Raffi, 2014), hay que sumarle falta de tiempo para realizar una realimentación sistemática por parte del profesor al final del proyecto. En los indicadores correspondientes a esta fase del proyecto los equipos tienen valoraciones muy bajas, y sólo dos de ellos (2 y 6) presentan unos resultados apropiados de su estudio estadístico y una conclusión del trabajo comparándolos con gráficas o situaciones en países subdesarrollados (Figura 6).



Como se observa, en la India se gasta mucho menos agua que en Europa, ya que India es un país subdesarrollado y donde éste bien escasea.]

No obstante, y a la vista del gráfico podemos observar que los datos analizados anteriormente para nuestro municipio coinciden con los resultados para Europa. Donde más agua se gasta en Europa es en el hogar y el jardín y también es así en la India, aunque la diferencia en litros es muy grande.

Figura 6. Conclusiones del equipo 6 relacionando su estudio con el gasto en Europa e India

Por último, una lectura vertical de la parrilla nos permite evaluar el trabajo de los grupos mediante el nivel de logro de los indicadores establecidos para la tarea. En este sentido, el trabajo de los equipos 2 y 6 han sido calificados con un 8, los equipos 1 y 3 han obtenido un 7 y los equipos 4 y 5, con muchas carencias o errores, han obtenido 2.5 y 4 respectivamente. Las mejores calificaciones en el trabajo colaborativo han sido para el alumnado con mayor implicación y trabajo, que es, a su vez, el que obtiene mejores calificaciones en la prueba escrita. No obstante, se observa una leve mejoría en las calificaciones del alumnado con mayores dificultades que ha formado parte de equipos más cohesionados en el trabajo del producto final.

Opinión del alumnado

De la triangulación de los instrumentos empleados para recabar las opiniones del alumnado sobre esta metodología se obtuvieron los siguientes resultados:

En los dos cuestionarios realizados, más del 60% del alumnado dice preferir el aprendizaje por proyectos a las clases convencionales y lo considera más divertido, si bien demandan más tiempo para cada proyecto y mayor flexibilidad para elaborar su producto final. Dicho producto, a pesar de ser un eje fundamental del proyecto, no está resultando un aliciente debido a la desigual implicación del alumnado. A los/as más responsables esto les genera una gran inquietud e impide que puedan disfrutar del trabajo, necesitando dedicar mucho tiempo extra para cumplir con los requerimientos.

La opinión respecto al trabajo colaborativo redunda en esta cuestión. Así, aunque más del 80% considera que el trabajo en equipo puede funcionar muy bien si hay suficiente implicación por parte de todos sus miembros, el porcentaje que prefiere el trabajo por equipos ha disminuido casi a la mitad entre el cuestionario inicial y el final. Además, en sus opiniones, muchos de ellos lo consideran una ventaja y a la vez un inconveniente. Reconocen como positivo el poder ayudar y ser ayudados por los compañeros, o que les servirá para su futuro laboral, pero encuentran grandes dificultades cuando algunos miembros no se implican y su trabajo recae sólo sobre unos pocos. Es necesario realizar un análisis más profundo de esta dimensión para encontrar soluciones que permitan resolver estos inconvenientes.

Respecto al aprendizaje de las matemáticas, la mayoría reconoce en todos los cuestionarios la utilidad de los aprendizajes adquiridos y que las tareas son más prácticas y contextualizadas. Como indica uno de ellos, "[...] en matemáticas, el año pasado, estudiábamos cosas que yo pensaba que no servían para nada [...] Dábamos cosas raras que yo... pues no las utilizaba mucho, pero ahora... las utilizamos mejor". Sin embargo, aunque muchos afirman que este tipo de tareas les obligan más a pensar y reflexionar, también consideran que no están aprendiendo suficientes matemáticas, puesto que vinculan el aprendizaje matemático a los contenidos tradicionales del libro de texto. En palabras de uno de ellos, "parece que el nivel del instituto [...] ha bajado, porque recuerdo que en sexto estábamos dando potencias y raíces".

Este aspecto está relacionado, por otro lado, con la percepción, también mayoritaria, de que es difícil organizarse con este tipo de aprendizaje. Pasar de la facilidad con la que se encuentra la información en los libros de texto y la realización de ejercicios "tipo" al final de cada lección, a este tipo de tareas, hace que sea necesario una estructura o andamiaje que les permita organizarse o tener un esquema más claro de los pasos a seguir y de las herramientas que están utilizando.

Finalmente, uno de los aspectos mejor valorados por el alumnado es el uso de las nuevas tecnologías en el aula. Casi un 73% de la clase lo reconoce como una herramienta útil y motivadora, independientemente de la metodología con la que se implemente su uso.

CONCLUSIONES

Se ha presentado el diseño del trabajo matemático dentro de un proyecto interdisciplinar en secundaria que pretende fomentar la alfabetización matemática según los principios en PISA 2012 y las directrices curriculares. Además, se ha presentado un sistema de evaluación del que destacamos el instrumento para valorar las tareas abiertas del proyecto en base a los procesos y capacidades que definen la alfabetización matemática. Por último, se ha hecho una valoración cualitativa de esta metodología para encontrar aspectos a mejorar en los ciclos sucesivos de la investigación-acción.

Los resultados de esta investigación, más que un conjunto de hallazgos, reflejan los dilemas que los profesores pueden afrontar cuando se trata de poner en práctica metodologías activas y contextualizadas como el ABP.

Se ha probado el potencial de esta metodología para promover los procesos de alfabetización, especialmente los relacionados con la aplicación de conocimiento matemático y la modelización. Pero también se ha puesto de manifiesto la dificultad que supone para el alumnado la creación de un esquema que permita matematizar una situación real, así como el contraste, la reflexión y la aplicación de los resultados matemáticos a dicha situación. Coincidimos con Planas (2011) en que el trabajo por proyectos en matemáticas tiene que incluir demandas explícitas de procedimientos y procesos por parte del profesorado para que, manteniendo la autonomía del alumnado, puedan trabajarse los aspectos matemáticos deseados, incluyendo un orden y esquema en los procesos de resolución de problemas. Un andamiaje cuidado, en lo que concierne a los procesos de matematización horizontal y a la comunicación en el aula, será objeto de atención en el próximo ciclo. Dicho andamiaje puede contribuir a establecer indicadores que puedan compartirse con el alumnado, adaptando la parrilla de valoración de las tareas abiertas para que pueda ayudarles a autoevaluarse y organizarse conociendo las rutas de trabajo de la tarea. Ello contribuiría a hacerles conscientes de su aprendizaje matemático, mitigando sus inquietudes en este sentido.

Será objeto prioritario de atención en los próximos diseños la búsqueda de estrategias para mejorar la calidad del trabajo colaborativo y la implicación de todo el alumnado, aspecto que se ha revelado clave para afrontar con la motivación necesaria las exigencias cognitivas de este tipo de trabajo.

Referencias

- Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(1), 49-92.
- Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.) (2001). *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M. y Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist*, 26(3-4), 369-398.
- Doerr, H. M. y Tinto, P. P. (2000). Paradigms for teacher-centered classroom-based research. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 403-427). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Gallart, C., Ferrando, I. y García-Raffi, L. M. (2014). Implementación de tareas de modelización abiertas en el aula de secundaria, análisis previo. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 327-336). Salamanca: SEIEM
- Jones, B. F., Rasmussen, C. M. y Moffitt, M. C. (1997). *Real-life problem solving: A collaborative approach to interdisciplinary learning*. Washington DC: American Psychological Association.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.
- Mettas, A. C. y Constantinou, C. C. (2007). The technology fair: A project-based learning approach for enhancing problem solving skills and interest in design and technology education. *International Journal of Technology and Design Education*, 18, 79-100.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria y el Bachillerato*. BOE, 3, 169-546.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria y el bachillerato*. BOE, 25, 6986-7003.
- Moursund, D. (1999). *Project-based learning using information technology*. Eugene, OR: International Society for Technology in Education.
- OECD (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. París: OECD.
- Pierce, L. (2009) Project based instruction in a sixth grade mathematics classroom: A case of roller coasters. *Summative Projects for MA Degree*. <http://digitalcommons.unl.edu/mathmidsummative/1>
- Planas, N. (2011). Innovación y buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En V. Font, J. D. Godino, J. M. Goñi y N. Planas (Eds.), *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 57-160). Barcelona: Graó.
- Rico, L. (2011). El estudio PISA y la evaluación de la competencia matemática. *Matemática*, 7(1), 1-12.
- Thomas, J. W. (2000). *A review of research on project-based learning*. Los Angeles: The Autodesk Foundation.