

2<sup>nd</sup> International Education Postgraduate Seminar 2015 (IEPS 2015)  
20-21 December 2015 Pulau Spring Resort, Johor

## PEMBANGUNAN STRATEGI PEMBELAJARAN GEOMETRI TIGA DIMENSI: PELAN DAN DONGAKAN MELALUI SKETCHUP MAKE

[rohani.abdwahab@yahoo.com](mailto:rohani.abdwahab@yahoo.com)

Fakulti Pendidikan, Universiti Teknologi Malaysia, Malaysia

[azean@utm.my](mailto:azean@utm.my) & [salleh@utm.my](mailto:salleh@utm.my),

UTMLead, Universiti Teknologi Malaysia, Malaysia

[p-mahani@utm.my](mailto:p-mahani@utm.my) & [p-halim@utm.my](mailto:p-halim@utm.my)

Fakulti Pendidikan, Universiti Teknologi Malaysia, Malaysia

### Abstrak

Terdapat cukup bukti yang menunjukkan bahawa kemahiran visual spatial dan tahap pemikiran geometri pelajar tidak diberi penekanan yang mencukupi dalam pengajaran dan pembelajaran geometri. Permasalahan ini telah menyebabkan kesukaran pembelajaran geometri di kalangan pelajar. Justeru itu, satu strategi pembelajaran yang dinamakan Strategi Pembelajaran Pelan 3 Dimensi melalui SketchUp Make (SPPD-SUM) telah direka dan dibangunkan dengan harapan dapat membantu pelajar untuk meningkatkan kemahiran visual spatial dan pemikiran geometri dalam pembelajaran 3 dimensi geometri bagi tajuk Pelan dan Dongakan. Domain kemahiran visual spatial telah diterapkan ke dalam tahap pemikiran geometri dengan teliti melalui aktiviti pembelajaran yang dibina dan disusun secara spesifik. Susunan ini adalah penting untuk memastikan pelajar dapat mencapai perubahan kognitif yang lebih baik dalam kemahiran spatial visual dengan berkomunikasi dan berinteraksi secara fizikal dan sosial mengikut model hierarki pemikiran geometri van Hiele. Aktiviti pembelajaran telah direka dengan teliti agar selaras dengan setiap tahap pemikiran geometri dan fasa pembelajaran tertentu sebagaimana yang telah ditetapkan oleh van Hiele. SPPD-SUM dibina berdasarkan ciri istimewa perisian dinamik SketchUp Make bagi memudahkan peningkatan kemahiran visual spatial dan pemikiran geometri semasa proses pembelajaran. Keseluruhan proses pembangunan SPPD-SUM berlandaskan lima peringkat kitaran model reka bentuk pengajaran ADDIE. Kertas kerja ini hanya melaporkan dua peringkat iaitu reka bentuk dan pembangunan SPPD-SUM.

**Kata Kunci:** Kemahiran visual spatial, Tahap Pemikiran Geometri Van Hiele, SketchUp Make.

### 1.0 Pengenalan

Kesulitan dalam pembelajaran geometri dikatakan berpunca daripada kesukaran pelajar menguasai konsep geometri, penaakulan geometri dan penyelesaian masalah geometri (Noraini & Tay, 2004; Noraini, 2009). Penyelidik geometri antaranya Abdul Halim dan Effandi (2013), Zaid (2014), Battista (2002) dan Noraini (2007) telah melaporkan bahawa kemerosotan pembelajaran geometri berpunca dari ketidakupayaan pelajar untuk memahami konsep-konsep geometri asas. Mereka juga telah mendapati bahawa pelajar mempelajari konsep geometri dengan pendekatan menghafal, sehinggakan sukar mengenali siri geometri, ciri geometri, dan hubungan antara ciri-ciri geometri. Tambahan lagi, Mistretta (2000) menyatakan bahawa pelajar sukar menjelaskan dan menghubungkan kefahaman konsep dan idea-idea dalam geometri. Walhal keupayaan pelajar untuk menghubungkan siri geometri, ciri geometri, konsep geometri dan idea geometri merupakan landasan pembelajaran bagi mengukuhkan kefahaman dalam geometri. Permasalahan ini

mungkin salah satu penyebab kenapa ramai pelajar kita menunjukkan kejayaan cemerlang di peperiksaan awam negara tetapi menunjukkan keputusan yang mengecewakan di peringkat ujian antarabangsa TIMSS. Sebagaimana Mullis *et al.* (2011) melaporkan hanya 33% dari pelajar Malaysia yang berjaya menjawab soalan geometri dengan jayanya, jauh ketinggalan jika dibandingkan dengan negara jiran, Singapura yang mencapai 71%. Selain itu, laporan juga memaparkan pelajar Malaysia berhadapan dengan masalah kemahiran visual spatial yang rendah apabila keputusan pencapaian soalan yang melibatkan domain visualisasi berada di bawah paras gred purata antarabangsa.

Justeru itu, pendekatan pengajaran tradisional kini perlu penambahbaikkan sebagaimana tersurat dalam PPPM (2012) bahawa kementerian sentiasa menyokong dan mendokong pendidik yang ingin meneroka pendekatan pedagogi terkini bagi meningkatkan mutu proses pengajaran dan pembelajaran terutamanya yang melibatkan penggunaan ICT selari dengan transformasi ke tujuh dari 11 anjakan transformasi PPPM iaitu memanfaatkan ICT bagi meningkatkan kualiti pembelajaran di Malaysia. Di samping itu, Van Hiele-Geldof (1984) dan Clements (2003) menekankan bahawa perkembangan pemikiran geometri dapat dicapai dengan lebih mudah melalui perancangan yang strategik. Selain itu, Piaget *et al.* (1981) telah menegaskan bahawa seseorang individu dikatakan akan membangun dan mengembangkan kemahiran visual spatial secara perlahan-lahan dengan perhubungan komunikasi seseorang bersama-sama dunia fizikal dan sosial. Begitu juga, Contero *et al.* (2005) dan Noraini (2005) menyakini bahawa kemahiran visual spatial boleh ditingkatkan dengan pengalaman dan aktiviti yang berinteraksi menggunakan teknologi dalam pengajaran dan pembelajaran di bilik darjah. Justeru itu, domain teknologi seharusnya disepadukan secara teliti dan jelas ke dalam kurikulum pembelajaran Geometri merangkumi ciri-ciri tahap pemikiran geometri dan kemahiran visual spatial bagi memastikan hasil pembelajaran lebih berkesan. Sebagaimana penegasan *National Council of Teachers of Mathematics* (2000), pengajaran matematik yang berkesan dan bermakna seharusnya memahami apa yang pelajar tahu dan perlu belajar dan kemudian mencabar dan menyokong mereka untuk belajar dengan baik. Pengajaran dan pembelajaran geometri melalui pendekatan tradisional di sekolah yang memberi tumpuan dan penekanan kepada hafalan senarai definisi dan ciri-ciri bentuk adalah tidak sesuai lagi pada masa kini. Sebaliknya, aktiviti pengajaran seharusnya menggalakkan kanak-kanak untuk menguasai konsep terutamanya untuk persediaan pelajar menjawab soalan-soalan kemahiran berfikir aras tinggi.

## 2 Latar Belakang Masalah

Perkembangan tahap pemikiran yang baik dalam geometri dari peringkat sekolah sangat penting. Battista (1999), Clements dan Battista (1992) dan Noraini (2005) antara pengkaji bidang geometri yang meyakini bahawa konsep geometri adalah antara konsep matematik yang tidak mudah dikuasai dan akhirnya membantutkan proses analisis geometri, hujah geometri dan kemahiran menyelesaikan masalah melibatkan geometri. Kegagalan dalam meningkatkan tahap pemikiran geometri akan mengecewakan pelajar dan selanjutnya akan menjerumus pelajar mencapai keputusan yang tidak memberangsangkan (Chiang, 2012). Noraini (2006) telah melahirkan rasa kebimbangan terhadap pencapaian geometri yang lemah diperingkat sekolah rendah dan pencapaian yang sangat merisaukan di sekolah menengah seterusnya akan mengurangkan bilangan pelajar yang berjaya menyambung pelajaran di pengajian tinggi dalam bidang yang berkaitan dengan geometri. Tambahan lagi, Chiang (2012) meyakini bahawa kesulitan untuk menguasainya akan menyebabkan pelajar menghadapi masalah apabila berada di peringkat yang lebih tinggi dan akan melibatkan konsep geometri yang lebih kompleks seperti Trigonometri, Pelan dan Dongakan dan Transformasi. Pendapat ini selari dengan dapatan Usiskin (1982) yang mendapati ramai pelajar yang gagal untuk memahami konsep dalam geometri seterusnya menyebabkan pembelajaran geometri berakhir dengan kepincangan dalam pembelajaran terminologi asas. Oleh sebab itu, pendekatan pengajaran dan pembelajaran

geometri yang lebih sistematik diperlukan bagi membantu pelajar mencapai tahap pemikiran geometri yang lebih baik.

Selain itu, Konyaliog dan Aksu (2012) menjelaskan kesukaran memahami konsep geometri dan penyelesaian masalah dalam geometri dikalangan pelajar juga disebabkan oleh kelemahan dalam kemahiran visual spatial. Pembelajaran geometri 3D menurut Noraini (2006) memerlukan keupayaan visual spatial terutamanya perwakilan objek 3D kepada pandangan 2D. Kesukaran dalam keupayaan visual spatial dikatakan berpunca dari daya imaginasi pelajar yang lemah (Mackrell & Wilder, 2005; Effandi, Norazah & Sabri, 2007) dan kurang pengetahuan asas tentang pepejal (Ben-Chaim *et al.*, 1989; Ben-Cham *et al.*, 2006; Noraini & Tay, 2004). Pengalaman geometri pelajar yang terhad tidak memberi peluang untuk mereka membina dan menguji visual spatial serta menghalang perkembangan pemikiran geometri dalam pembelajaran geometri. Padahal, beberapa konsep dalam geometri menghendaki pelajar untuk membuat gambaran objek dan mengenalpasti ciri-ciri dengan membezakannya dengan pengalaman sedia ada. Tambahan lagi, Norani (2006) berpendapat bahawa sekiranya pelajar gagal untuk menterjemahkan maklumat geometri 3D yang mana di lukis secara pandangan isometrik di atas kertas soalan, maka pelajar akan mengalami kesukaran dalam menyelesaikan masalah yang diberikan. Sehubungan itu, kemahiran visual spatial adalah sangat penting dalam mempelajari geometri kerana pelajar perlu membayangkan dan menggambarkan sesuatu maklumat serta objek untuk menterjemah maklumat dan objek tersebut secara realiti. Sehubungan itu, Gutiérrez, Gil, Contero dan Saorín (2013) menegaskan bahawa sungguhpun sesetengah pelajar mungkin menunjukkan kecenderungan untuk tugas-tugas spatial, kemahiran ini perlu dibangunkan melalui pembelajaran dan aktiviti melibatkan kemahiran visual spatial agar pelajar mempunyai pemikiran dan pemahaman secara visual yang baik untuk menguasai pembelajaran geometri 3D.

Sistem pendidikan di negara-negara maju telah ditembusi teknologi maklumat (Pilli & Aksu, 2013). Kebanyakan pendidik dan penyelidik cuba untuk menggunakan teknologi baru, dan integrasi diubah berdasarkan ciri-ciri, konsep dan kaedah kerja dalam mata pelajaran tertentu (Custer, 2000). Ramai guru telah menggunakan komputer dan teknologi baru dalam pengajaran dan banyak juga buku teks telah memasukkan teknologi (Hicks & Holden, 2007). Di samping itu, terdapat usaha-usaha berterusan dalam kajian membangun reka bentuk bahan pengajaran khususnya pembelajaran geometri berbantuan teknologi komputer antaranya Battista (2002), Clements (2000), Tan (2011), Chiang (2012), Gutiérrez, Gil, Contero dan Saorín (2013) dan Abdul Halim dan Effandi (2013). Pada masa lalu, Samuelsson (2008) menjelaskan bahawa konsep matematik termasuklah geometri secara tradisinya diajar dengan menggunakan contoh-contoh abstrak dan lisan. Seiring dengan kecanggihan teknologi komputer pada tahun-tahun kebelakangan ini, penggunaan perisian telah dapat mentakrifkan semula dan mensimulasi konsep matematik (Kebritchi, Hirumi & Bai, 2010). Begitu juga, Jonassen (1999) meyakini bahawa persekitaran maya memberi pengalaman kepada pelajar memanipulasi masalah spatial secara maya, seterusnya boleh memudahkan pembinaan dan peneguhan pengetahuan tentang geometri 3D. Di samping itu, Edwards (2005) menjelaskan bahawa perisian geometri dinamik boleh digunakan sebagai alat untuk menggalakkan perbualan matematik dengan pelajar dalam kumpulan. Beliau juga meyakini bahawa perisian geometri dinamik boleh membantu untuk memecahkan kitaran salah faham yang terus menghantui pelajar. Tambahan lagi, Santos (2004) dan Olkun *et al.* (2005) juga menerangkan bahawa kesan-kesan yang dihasilkan oleh objek maya adalah setanding dengan manipulasi fizikal terutamanya kepada geometri yang mana banyak berfokuskan kepada penerokaan hubungan matematik, penyelesaian masalah, penaakulan dan aplikasi kehidupan sebenar. Sungguhpun, penglibatan pelajar dalam melakukan aktiviti secara langsung menggunakan persekitaran maya boleh meningkatkan keupayaan secara mental menggambarkan pergerakan dan perubahan yang ingin dilakukan. Battista (2002), Olkun *et al.* (2005), Abdul Halim dan Effandi (2013) dan Noraini (2009) dalam kajian mereka dengan jayanya telah menunjukkan bahawa menggunakan

perisian geometri boleh memupuk pemahaman dan penaakulan geometri. Selain itu, Baki *et al.* (2011), Contero *et al.*, (2005), Safarin (2009), Darr, Blasko dan Dwyer (2000) dan Saud dan Foong (2007) antara pengkaji yang telah membuktikan bahawa perisian dinamik mampu meningkatkan kemahiran visual spatial dengan jayanya.

Berdasarkan kepentingan inilah maka kertas kerja ini akan menumpukan kepada mereka bentuk dan membangun satu strategi pembelajaran bermakna mengaplikasikan perisian teknologi iaitu *Google SketchUp* (SUM) yang akan direka bentuk dan dibangunkan berasaskan model tahap pemikiran geometri van Hiele dan model visualisasi bagi mengatasi kesukaran yang dihadapi oleh pelajar Malaysia khususnya dalam mempelajari tajuk Pelan dan Dongakan. Peranan *SketchUp Make* (SUM) dalam pendidikan geometri 3D menyediakan persekitaran yang maya atau sejenis *microworld* di mana pelajar boleh mempelajari kemahiran baru. Moyer, Bolyard dan Spikell (2002) menerangkan penggunaan objek 3D yang dibina dan *toolbar* dalam perisian SMU ini boleh merealisasikan manipulatif maya. Manakala Isik-Ercan, Kim, dan Nowak (2010) pula menjelaskan SMU berpontensi menyokong kefahaman konsep 2D dan 3D melalui visualisasi dan pergerakan dan boleh dilaksanakan di dalam bilik darjah untuk membantu mewujudkan dan menyokong persekitaran pembelajaran berasaskan teknologi (Mouza & Lavigne, 2012). Seterusnya Barab dan Duffy (2000) mengklasifikasikan SMU sebagai perisian dinamik yang boleh mewujudkan penglibatan aktif dalam bidang amalan atau peluang pembelajaran yang lebih bermakna dalam pembelajaran matematik. Begitu juga dalam bidang kemanusiaan dan seni antaranya seperti seni bina, reka bentuk, mekanik dan pembinaan (Durmuş & Karakirik, 2006).

### 3.0 Objektif SPPD-SUM

Objektif SPPD-SUM adalah membina satu strategi pembelajaran yang boleh:

- i. Meningkatkan tahap kognitif visual spatial pelajar
- ii. Meningkatkan tahap pemikiran geometri pelajar

### 4.0 Kepentingan SPPD-SUM

SPPD-SUM telah dibina secara teliti dengan menerapkan keupayaan visual spatial dalam tahap pemikiran geometri van Hiele. Pergabungan ini dilakukan bagi memastikan pembelajaran geometri di dalam kelas menekankan tahap pemikiran geometri pelajar dan kemahiran visual spatial pelajar sebagaimana penegasan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (1979).

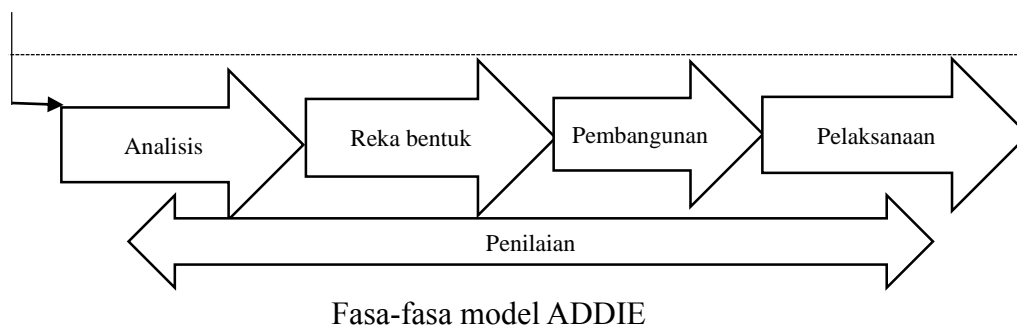
### 5.0 Skop SPPD-SUM

Skop SPPD-SUM tertumpu pada tajuk Pelan dan Dongakan. SPPD-SUM hanya berlandaskan kepada tahap perkembangan geometri van Hiele dari Tahap satu (L1/Visualisasi) sehingga Tahap empat (L4/Deduksi Formal). Selain itu, 4 kemahiran visual spatial iaitu keupayaan memutar secara mental, keupayaan pandangan secara mental, keupayaan memanipulasi secara mental dan keupayaan memotong secara mental.

### 6.0 METODOLOGI

Reka bentuk pembangunan strategi pembelajaran SPPD-SUM yang dibangunkan ini berasaskan model ADDIE. Reka bentuk model ADDIE merupakan asas daripada model-model reka bentuk instruksi. Jamaludin dan Zaidatun (2001) mempercayai bahawa reka bentuk ini mempunyai kelebihan yang tersendiri. Model reka bentuk ADDIE ini dipilih kerana fasa yang ada di dalamnya

disusun secara teratur dan jelas sehingga pembangunan strategi SPPD-SUM ini lebih sistematis. Gambaran pembangunan merujuk kepada Baharuddin *et al.* (2002) diringkaskan seperti rajah di bawah:

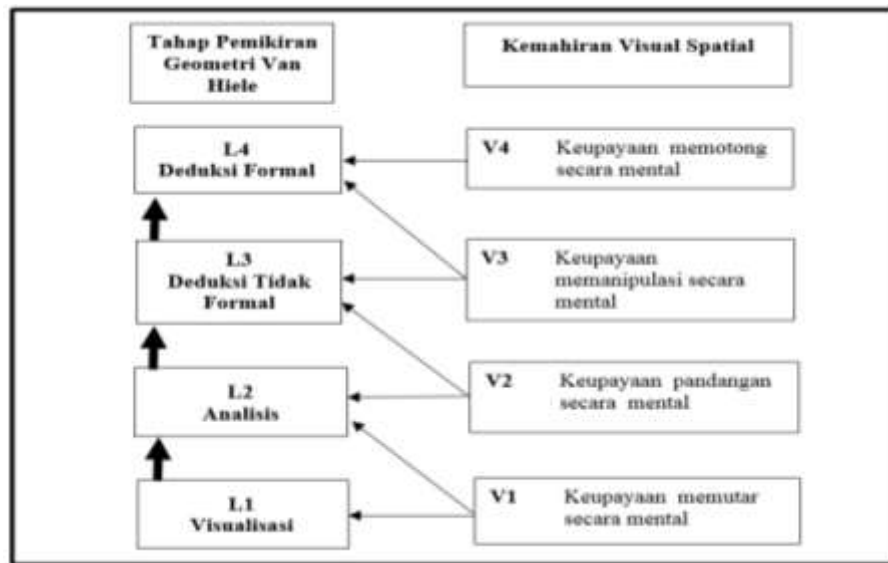


Kertas kerja ini hanya berfokuskan kepada fasa mereka bentuk dan fasa membangun sahaja.

## 6.1 Reka bentuk SPPD-SUM

Pembangunan strategi pembelajaran ini adalah berdasarkan kepada penerapan kemahiran visual spatial di dalam tahap perkembangan pemikiran geometri van Hiele melalui perisian dinamik tiga dimensi *SketchUp Make*. Berpadanan dengan objektif asal pembelajaran geometri yang dinyatakan dalam *National Council of Teachers of Mathematics* (1979), iaitu penekanan untuk mengembangkan tahap pemikiran geometri dan meningkatkan kemahiran visual spatial yang merujuk kepada bagaimana pandangan seseorang terhadap bentuk dan ruang di dunia nyata. Tahap pemikiran geometri menurut Van Hiele (1956) bagi pelajar sekolah menengah atas adalah berkembang mengikut tahap demi tahap bermula dari tahap visualisasi sehingga tahap deduksi formal. Manakala Kozhevnikov, Blazhenkova, & Becker (2010) menjelaskan bahawa visual spatial merujuk kepada keupayaan untuk memproses maklumat mengenai hubungan ruang antara pepejal-pepejal atau bahagian-bahagian mereka dan untuk melaksanakan perubahan-perubahan spatial. Sehubungan itu, kemahiran visual spatial yang difokuskan terdiri dari empat komponen iaitu keupayaan memutar secara mental, keupayaan pandangan secara mental, keupayaan memanipulasi secara mental dan keupayaan memotong secara mental. Pergabungan ini dilakukan bagi memastikan pelajar mencapai perubahan kognitif iaitu kemahiran visual spatial yang lebih baik dengan berkomunikasi dan berinteraksi secara fizikal dan sosial mengikut hierarki Model Tahap Pemikiran Geometri Van Hiele. Tahap pemikiran geometri van Hiele berorientasi secara berhierarki manakala domain bagi kemahiran visual spatial yang difokuskan tidak berhubungan antaranya dan mempunyai kriteria sendiri mewakili keupayaan tertentu.

Bagi memastikan semua domain kemahiran visual spatial dapat diaplikasikan ke dalam tahap pemikiran geometri, pembangunan strategi pembelajaran pelan dan dongakan melalui *SketchUp Make* (SPPD-SUM) adalah mengikut ketetapan seperti rajah dibawah. Manakala, objektif dan hasil pembelajaran adalah merujuk kepada Huraian Sukatan Pembelajaran sebagaimana yang telah digariskan oleh Bahagian Pembangunan Kurikulum. Selari dengan saranan Chew (2009) yang menegaskan bahawa bagi meningkatkan pemahaman konsep geometri pelajar, aktiviti pembelajaran geometri berlandaskan isi kandungan yang telah ditetapkan perlu dimurnikan dan dipelbagaikan. Disamping itu, Halim dan Effandi (2013) menegaskan bahawa permurnian ini seharusnya berlandaskan kepada teori atau model yang berkaitan sebagai pedoman agar pembinaannya lebih sistematis.



Toolbar pada aplikasi dinamik *SketchUp Make* yang digunakan untuk menerapkan kemahiran visual spatial pelajar.

1. Keupayaan memutar secara mental  
 Gunakan **Orbit** untuk melakukan aktiviti putaran terhadap model bagi melihat garisan unjuran dan imej pada satah yang dipaparkan.



2. Keupayaan pandangan secara mental  
 Menetapkan kamera dalam mod **Position Camera** serta menetapkan kamera dalam mod **Parallel Projection** bagi melihat bucu pepejal dengan lebih jelas.



3. Keupayaan memanipulasi secara mental  
 Menetapkan kamera dalam mod **Parallel Projection** dan menggunakan **standard view** untuk melakukan aktiviti memanipulasi pepejal dari sudut pandangan permukaan tertentu terhadap model bagi melihat bucu pepejal dengan lebih jelas.



4. Keupayaan potongan secara mental  
 Menggunakan **Display section Cuts** bagi melihat potongan sisi pepejal dengan lebih jelas.




## 6.2 PEMBANGUNAN SPPD-SUM

SPPD-SUM hanya menumpukan tahap perkembangan geometri van Hiele dari Tahap satu (L1/Visualisasi) sehingga Tahap empat (L4/Deduksi Formal). Ini adalah kerana menurut Crowley (1987), Tahap Lima (L5/Ketepatan) merupakan tahap pemikiran yang tinggi, rumit, dan kompleks. Sehubungan itu pelajar di sekolah menengah belum sampai pada tahap pemikiran ini.

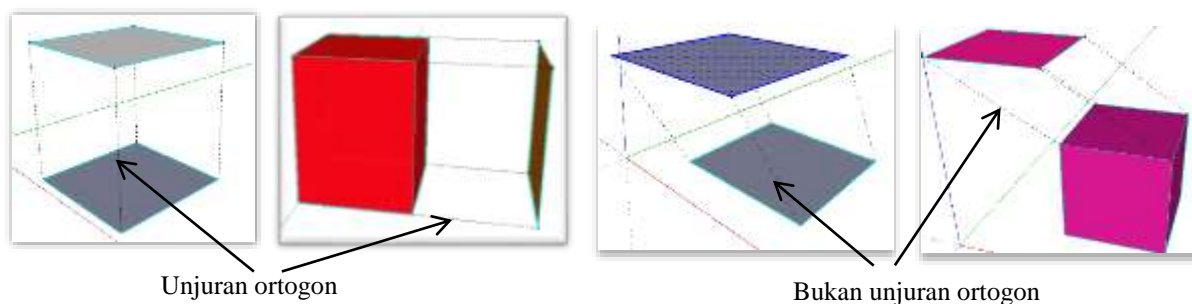
### Tahap satu (L1/Visualisasi)

Pada tahap ini pelajar boleh mengenal bentuk-bentuk geometri hanya sekadar ciri-ciri visual dan penampilan iaitu berdasarkan persepsi global bentuk pepejal atau beberapa elemen tertentu (muka, tepi, mercu) tanpa memberi perhatian kepada sifat-sifat seperti saiz sudut, panjang tepi, keselarian, dan lain-lain. Apabila salah satu daripada ciri-ciri matematik muncul dalam jawapan pelajar, ia hanya peranan visual objek. Oleh sebab itu, pada tahap ini pelajar tidak dapat memahami dan menentukan sifat geometri dan ciri-ciri yang ditunjukkan.

Bagi memudahkan aktiviti yang dijalankan ini, gunakan *Orbit*  untuk melakukan aktiviti putaran terhadap pepejal bagi melihat garisan unjuran dan imej pada satah yang dipaparkan.



Sebagai contohnya,

Pelajar boleh mengenal pasti bentuk unjuran ortogon yang merupakan imej dua dimensi bagi permukaan suatu pepejal tiga dimensi dan melalui perisian SUM akan membantu mereka untuk berfikir tentang sudut antaranya.



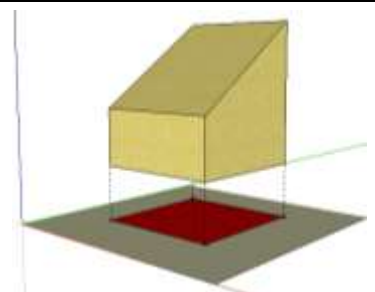
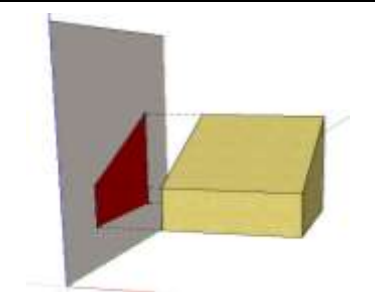
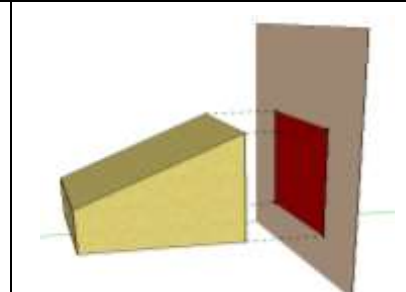
### Tahap dua (L2/Analisis)

Pada tahap ini, pelajar boleh mengenal pepejal berdasarkan persepsi global pepejal dan unsur-unsur pepejal yang membawa kepada pemeriksaan perbezaan sifat matematik seperti saiz sudut, panjang tepi, keselarian dan sebagainya yang diperhatikan dari pepejal atau diketahui daripada nama pepejal tersebut. Maka sudah dapat dilihat adanya analisis terhadap konsep dan sifat-sifatnya. Pelajar dapat menentukan sifat-sifat suatu dengan melakukan pemerhatian, pengukuran, eksperimen, menggambar dan membuat model. Bagaimanapun, pelajar belum sepenuhnya dapat menjelaskan hubungan antara sifat tersebut, belum dapat melihat hubungan antara beberapa geometri dan tidak dapat memahami definisinya.

Bagi memudahkan aktiviti yang dijalankan ini, pelajar digalakkan menggunakan *Orbit*  untuk melakukan aktiviti putaran terhadap model dan menetapkan kamera dalam mod *Position Camera*  serta menetapkan kamera dalam mod *Parallel Projection* bagi melihat


bucu pepejal dengan lebih jelas.  
 Sebagai contohnya,

Pelajar boleh menganalisis konsep dan sifat-sifat geometri pepejal tiga dimensi yang diberikan. Setelah itu, pelajar akan melukis unjuran ortogon bagi permukaan suatu pepejal mengikut arah pandangan yang telah ditetapkan.

		
<b>Imej ortogon satah mengufuk X</b>	<b>Imej ortogon satah melintang Z</b>	<b>Imej ortogon satah melintang Y</b>

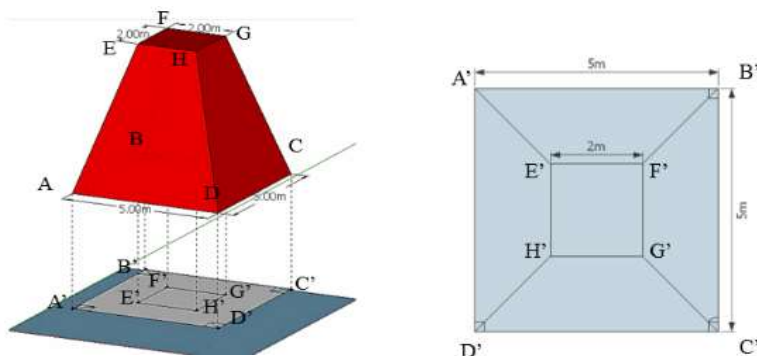
**Tahap tiga (L3/Deduksi Tidak Formal)**

Pada tahap ini, pelajar sudah boleh melihat hubungan sifat-sifat pada suatu pepejal geometri dan sifat-sifat daripada berbagai-bagai pepejal menggunakan deduksi tidak formal, dan dapat mengelaskan pepejal-pepejal secara hierarki. Jawapan pelajar termasuk justifikasi tidak formal berdasarkan sifat pepejal seperti saiz sudut, panjang tepi, keselarian, dan lain-lain. Sifat-sifat ini boleh diperhatikan pada perwakilan pepejal atau dikenali daripada struktur matematik pepejal.

Bagi memudahkan aktiviti yang dijalankan ini, pelajar digalakkan menetapkan kamera dalam mod **Position Camera**  serta menetapkan kamera dalam mod **Parallel Projection** bagi melihat bucu pepejal dengan lebih jelas dan seterusnya menggunakan kamera **Standard View** untuk melakukan aktiviti memanipulasi pepejal dari sudut pandangan tertentu terhadap pepejal

Sebagai contohnya,

Pelajar boleh membuat unjuran ortogon bagi suatu pepejal. Setelah itu, pelajar boleh membuat kesimpulan secara deduksi tidak formal tentang sudut sisi pepejal dan sudut sisi unjuran ortogon.




$$\angle A'B'C' = \angle AB = 90^\circ, \angle GCB \neq \angle G'C'B'$$

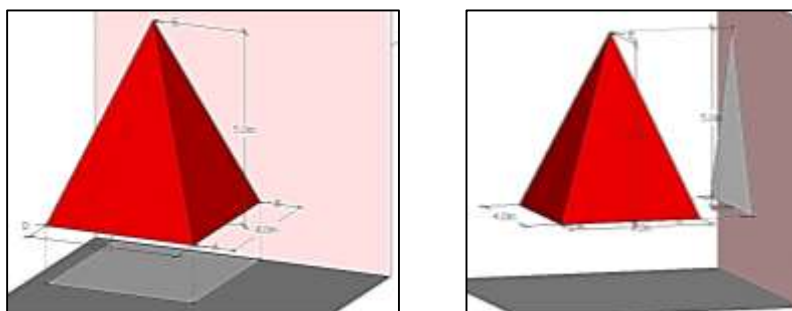


### Tahap empat (L4/Deduksi Formal)

Pada tahap ini, pelajar boleh menaakul secara formal berdasarkan kepada struktur matematik pepejal atau unsur-unsur mereka, termasuk sifat-sifat yang tidak boleh dilihat tetapi boleh disimpulkan daripada definisi atau sifat-sifat lain. Maka pelajar boleh menyusun bukti, tidak hanya sekadar menerima bukti dan pelajar dapat menyusun teorem dalam sistem aksiom. Selain itu, pelajar berpeluang untuk mengembangkan bukti lebih dari satu cara. Perbezaan antara pernyataan dan penukaran dapat dibuat dan pelajar menyedari perlunya pembuktian melalui siri penaakulan deduktif.

Bagi memudahkan aktiviti yang dijalankan ini, pelajar digalakkan menetapkan kamera dalam mod *Parallel Projection* dan seterusnya menggunakan kamera *Standard View* untuk melakukan aktiviti memanipulasi pepejal dari sudut pandangan tertentu terhadap pepejal serta menggunakan *Display Section Cuts*  bagi melihat potongan sisi pepejal dengan lebih jelas.

Sebagai contohnya,



Pelajar boleh melengkapkan jadual yang berikut. Seterusnya membuat pembuktian secara pengiraan.

Satah mengufuk	Panjang sisi	Pepejal	Unjuran Ortogon
Arah Y	EA	5.74cm	5.39cm
Arah X	EA	5.74cm	2.83cm

Pembuktian secara pengiraan:

$$\begin{aligned} \text{Panjang EA pada unjuran ortogon dari Arah Y} &= 5.74 \cos 69.9^\circ \\ &= 5.39\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Panjang EA pada unjuran ortogon dari Arah X} &= 5.74 \cos 60.5^\circ \\ &= 2.83\text{cm} \end{aligned}$$

Berdasarkan aktiviti, pelajar boleh membuat penaakulan secara deduksi iaitu:

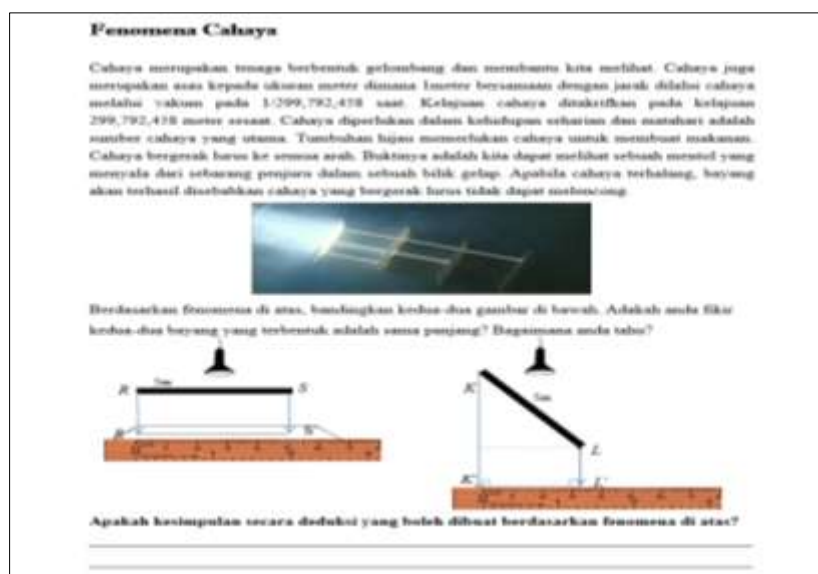
- I Jika permukaan pepejal adalah selari dengan satah unjuran, maka panjang sisi pepejal adalah sama dengan panjang sisi unjuran ortogon ke permukaan satah.
- II Jika permukaan pepejal adalah **tidak selari** dengan satah unjuran, maka panjang sisi pepejal adalah **tidak sama** dengan panjang sisi unjuran ortogon ke permukaan satah.

Bagi merealisasikan pembinaan strategi pembelajaran SPPD-SUM dalam pembelajaran di dalam kelas matematik, objektif pembelajaran dapat dicapai melalui lima fasa pembelajaran van Hiele iaitu (1) Fasa 1 (Inkuiri/Informasi), (2) Fasa 2 (Orientasi Berarah), (3) Fasa 3 (Penjelasan), (4) Fasa 4 (Orientasi Bebas) dan (5) Fasa 5 (Integrasi). Kertas kerja ini akan memfokuskan pembangunan aktiviti pada Tahap Empat Pemikiran Geometri Van Hiele iaitu Deduksi formal.

### Fasa 1 (Inkuiri/Informasi)

Dengan interaksi dua hala diantara guru dengan pelajar, disampaikan konsep-konsep awal tentang isi kandungan yang akan dipelajari. Hoffer dan Hoffer, (1992) menjelaskan bahawa guru perlu mengajukan informasi baru dalam setiap pertanyaan yang dirancang sebaik mungkin agar pelajar dapat menyatakan kaitan konsep-konsep awal dengan kandungan yang akan dipelajari. Bentuk pertanyaan diarahkan pada konsep yang telah dimiliki pelajar. Informasi daripada interaksi dua hala tersebut dapat memberikan informasi kepada guru untuk mencungkil perbendaharaan bahasa dan interpretasi atas konsep-konsep awal pelajar untuk memberikan kandungan selanjutnya, di pihak pelajar, pelajar mempunyai gambaran tentang arah belajar selanjutnya.

Sebagai contohnya,



### Fasa 2 (Orientasi Berarah)

Sebagai kesinambungan dari Fasa 1, pelajar meneliti kandungan pelajaran melalui bahan ajar yang dirancang guru. Crowley (1987) dan Clements dan Battista (1992) menegaskan bahawa guru perlu memberi arahan kepada pelajar agar meneliti pepejal-pepejal yang dipelajari. Kegiatan memberikan arahan kepada pelajar merupakan rangkaian tugas singkat untuk memperoleh ransangan-rangsangan yang tertentu daripada pelajar.

Sebagai contohnya,

Untuk memulakan aktiviti, guru meminta pelajar memilih satu pepejal 3D yang telah disediakan oleh guru melalui perisian *SketchUp Make*. Pelajar akan mengikuti arahan langkah demi langkah yang telah disediakan.

1. Buka File HJM  
 2. Klik pada   
 3. Klik pada AKTIVITI 4 PEPEJAL 1

4. Ujarkan pepejal kepada dua arah, iaitu arah horizontal atau arah menegak sebagaimana dilihat dari arah  $Z$  atau arah  $Y$

5. Gunakan Tape Measure Tool untuk menentukan garisan ortogon dengan menggunakan ukuran 2cm bagi setiap bahagian pepejal yang terlihat.

6. Bagi memudahkan aktiviti yang dijalankan ini, anda digalakkan menetapkan kamera dalam mod Parallel Projection dan sentiasanya menggunakan kamera Standard View untuk melakukan aktiviti menggunakan pepejal dari sudut pandangan tersebut. Untuk mengujarkan pepejal anda menggunakan Display Section View bagi melihat potongan sisi pepejal dengan lebih jelas.

7. Tentukan arah ukuran ortogon bagi pemetaan pepejal tersebut menggunakan butang  $E_{dir}$  dengan menggunakan semua titik yang telah diketahui daripada garisan ortogon yang telah diketahui.

8. Ukur ukuran ortogon yang dilihat dari arah  $Z$  atau arah  $Y$ , ukur panjang sisi  $E_1$  pada pepejal dan ujarkannya menggunakan butang Dimension atau butang Tape Measure Tool dan bandingkan ukuran-ukuran yang diperoleh. Lengkapi jadual yang berikut.

Sudut pengukuran	Panjang sisi	Pepejal	Ujuran Ortogon
Arah $Z$	$E_1$		
Arah $Y$	$E_2$		

Penentuan ukuran program:  
 Panjang EA pada ukuran ortogon dari Arah  $Y$  =  
 Panjang EA pada ukuran ortogon dari Arah  $Z$  =

### Fasa 3 (Penjelasan)

Pada fasa ini, pelajar diberikan motivasi untuk mengemukakan pengalamannya tentang struktur bangun yang diamati menggunakan bahasanya sendiri. Sejauh mana pengalamannya boleh diungkapkan, menyatakan pemikiran dan mengubah atau menghapus pengetahuan intuitif pelajar yang tidak sesuai dengan struktur gabungan pepejal yang diamati. Clements dan Battista (1992) menjelaskan bahawa pada fasa pembelajaran ini, guru membawa gabungan pepejal (idea-idea geometri, hubungan-hubungan, pola-pola dan sebagainya ke tahap pemahaman melalui perbincangan antara pelajar dalam menggunakan ketepatan bahasa dengan menyatakan sifat-sifat yang dimiliki oleh pepejal yang dipelajari.

Sebagai contohnya,

Berdasarkan aktiviti di atas, apakah **kesimpulan secara deduksi** yang boleh dibuat?

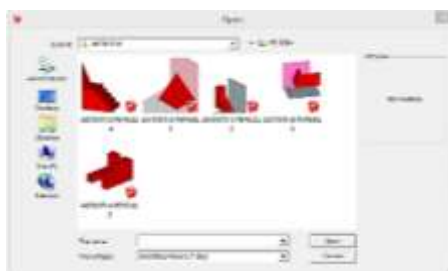
Guru akan mengajukan soalan di atas kepada kelas dan membimbing pelajar menggunakan ayat yang tepat untuk membuat kesimpulan secara deduksi tentang sifat-sifat geometri dari Pepejal 1.

### Fasa 4 (Orientasi Bebas)

Pada fasa ini pelajar diberikan dengan tugas-tugas yang lebih kompleks. Pelajar didedahkan dengan situasi masalah mencabar. Crowley (1987) menyarankan agar pelajar diberikan ruang untuk belajar menyelesaikan masalah dengan cara pelajar sendiri, sehingga pelajar akan semakin jelas melihat hubungan-hubungan antara sifat-sifat suatu gabungan pepejal. Justeru itu, pelajar mensintesis daripada penggunaan konsep-konsep dan hubungan-hubungan yang telah dikuasai sebelumnya. Di samping itu, Clements dan Battista (1992) menyakini bahawa matlamat fasa pembelajaran ini perlu mendorong pelajar mengaut pengalaman menyelesaikan masalah dan menggunakan idea dan strateginya sendiri. Oleh hal yang demikian, tugas guru adalah memilih bahan-bahan pembelajaran dan masalah-masalah yang sesuai untuk pembelajaran yang dapat meningkatkan kemajuan pelajar.

Sebagai contohnya,

Pelajar diberi peluang memilih pepejal dalam AKTIVITI 4.



Pelajar diberi kebebasan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan membuat pembuktian secara pengiraan dengan cara mereka sendiri.

AKTIVITI 4 PEPEJAL	Arah Pandangan	Panjang Sisi	Pepejal (cm)	Unjuran Ortogonal (cm)
		<i>EA</i>		
		<i>EA</i>		

Pembuktian secara pengiraan:

Panjang *EA* pada unjuran ortogon =

### Fasa 5 (Integrasi)

Pada fasa ini, guru merancang pembelajaran agar pelajar membuat ringkasan tentang kegiatan yang sudah dipelajari (pengamatan, membuat sintesis daripada konsep-konsep dan hubungan-hubungan baru). Tujuan kegiatan mempelajari fasa ini adalah menginterpretasikan pengetahuan daripada apa yang telah diamati dan didiskusikan. Peranan guru adalah membantu penginterpretasian pengetahuan pelajar dengan meminta pelajar membuat refleksi dan mengklasifikasi pengetahuan geometri pelajar, serta memberi penekanan pada penggunaan struktur matematik. Crowley (1987) menegaskan bahawa berakhirnya fasa ini, pelajar telah mencapai tahap pemikiran geometri tersebut dan bersedia untuk mengulangi lima fasa pembelajaran di tahap pemikiran geometri yang seterusnya.

Sebagai contohnya,

Dengan menggunakan ayat sendiri, apakah **kesimpulan secara deduksi** yang boleh dibuat berdasarkan aktiviti di atas?

Pelajar boleh menyatakan kesimpulan secara deduksi sifat geometri pepejal yang boleh dibuat tentang panjang sisi pepejal yang mana melibatkan panjang sisi dan sudut yang tidak dapat dilihat. Pelajar boleh melakukan penaaakulan deduktif sifat geometri pepejal iaitu panjang sisi pepejal yang mana melibatkan panjang sisi dan sudut yang tidak dapat dilihat berdasarkan pembuktian perbezaan ukuran panjang sisi *EA* dengan ukuran unjuran ortogon *EA* yang diukur pada skrin komputer berasaskan pengiraan dari arah pandangan berbeza.

Seterusnya pelajar boleh membuat penaaakulan secara deduksi iaitu:

- I Jika permukaan pepejal adalah selari dengan satah unjuran, maka panjang sisi pepejal adalah sama dengan panjang sisi unjuran ortogon ke permukaan satah.
- II Jika permukaan pepejal adalah **tidak selari** dengan satah unjuran, maka panjang sisi pepejal adalah **tidak sama** dengan panjang sisi unjuran ortogon ke permukaan satah.

## 7.0 Perbincangan dan Kesimpulan

SPPD-SUM telah dibina sebagai bahan pembelajaran geometri tiga dimensi yang digunakan dalam kelas Matematik. Namun, sebelum SPPD-SUM digunakan dalam kajian sebenar, dua peringkat terakhir model reka bentuk pengajaran ADDIE akan di jalankan iaitu pelaksanaan dan pengujian. Selain itu, SPPD-SUM juga boleh digunakan sebagai rujukan guru-guru untuk membina bahan pembelajaran bagi mengintegrasikan perisian *SketchUp Make* dalam pembelajaran matematik terutamanya pembelajaran geometri. Guru matematik kini bukan sahaja perlu teguh dalam pengetahuan isi kandungan pembelajaran sahaja, pendekatan cara penyampaian perlu juga dipelbagaikan supaya pembelajaran bermakna berlaku. Ekoran dari perkembangan dunia teknologi maklumat kini, pelajar sudah terdedah dengan kecanggihan teknologi kini dengan *WhatsApp*, *weChats*, *Facebook*, *tweeter*, *email* dan banyak lagi teknologi aplikasi perhubungan. Oleh itu, guru perlu mempersiapkan diri dengan pengetahuan tentang perisian–perisian teknologi berasaskan komputer yang boleh membantu menyampaikan pengetahuan isi kandungan supaya menghasilkan pembelajaran bermakna dan menyeronokkan bersesuaian dengan kemahiran teknologi pelajar kini. Seiring dengan matlamat pendidikan geometri 3D yang seharusnya mendedahkan pelajar tentang kesedaran ruang (spatial), berfikir secara geometri dan berkeupayaan untuk menggambarkan (visual), malahan juga untuk membina pengetahuan dan pemahaman, dan berkeupayaan untuk menggunakan ciri-ciri dan teorem geometri (Jones, 2002; NTCM, 1979). Tambahan lagi, pembelajaran geometri terutamanya 3D seharusnya ditekankan dalam kurikulum matematik dalam pelbagai keadaan dalam kehidupan sebenar (Jones & Mooney, 2004; Presmeg, 2006). Diharap kertas kerja ini dapat membantu guru-guru terutama guru di sekolah menengah membangunkan bahan pembelajaran pada tahap pemikiran geometri terutamanya tahap keempat iaitu Deduksi formal.

## Rujukan

- Abdul Halim Abdullah & Effandi Zakaria (2013) The Effects of Van Hiele's Phases of Learning Geometry on Students' Degree of Acquisition of Van Hiele Levels. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 102(Ifee 2012), 251–266. doi:10.1016/j.sbspro.2013.10.740
- Abdul Halim Abdullah & Effandi Zakaria. (2011). Skema Pemarkahan dan Penentuan Tahap Pemikiran Dalam Ujian Geometri Van Hiele. EDUPRES 2011. Skudai, Johor, 14-15 Disember 2011.
- Alias, M., Black, T. R and Gray, D.E. (2002). Effect of instruction on spatial visualization ability in civil engineering students. *International Education Journal*, 3(1), 1-12. <http://iej.cjb.ne>
- Barab, S., & Duffy, T. (2000). From practice fields to communities of practice. In D. Jonassen and S. Land (Eds.), *Theoretical foundations of learning environments*. Mahweh, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Battista, M. (1999). Fifth graders' enumeration of cubes in 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry-Based Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 417-448.
- Battista, M.T., (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teach. Child. Math.*, 8: 333-339
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1989). The role of visualization in the middle school mathematics curriculum. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1–2), 49–60

- Chiang Kok Wei (2012) Easing Learning Difficulties in Circles Among Fourth Formers Students Using van Hiele-Oriented Learning Instructions .M.Ed (Maths): Unpublished
- Clements, D.H. (2000). From exercises and task to problems and projects: Unique contributions of computers to innovative mathematics education. *Journal of Mathematics behaviour*, 19, 19-47.
- Contero et. al, (2005). Improving Visualization Skills in Engineering Education. *Journal for Computer Graphics in Education*, 24-31.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.
- Custer, R. L. (2000). Blurring the boundaries. In G. E. Martin (Ed.), *Technology education for the 21st century. 49th yearbook*. Council on Technology Teacher Education. Peoria, IL: Glencoe/McGraw-Hill.
- David Hicks and Cathie Holden (2007). *Teaching The Global Dimension*. (eds.). London: Routledge, Taylor & Francis Group, 212 pages.
- Gutiérrez, A. 1996. "Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework," in L. Puig and A. Gutierrez (eds.) *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (vol. 1, pp. 3-19).
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. London: Routledge and Kegan.
- Jonassen, D. H. (2003). Using cognitive tools to represent problems. *Journal of Research on Technology in Education*, 35(3), 362-381.
- Jones, K. (2002), *Issues in the Teaching and Learning of Geometry*. In: Linda Haggarty (Ed), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice*. London: RoutledgeFalmer. Chapter 8, pp 121-139. ISBN: 0-415-26641-6
- Jones, K. and Mooney, C.: 2003, *Making Space for Geometry in Primary Mathematics*. In: I. Thompson (Ed), *Enhancing Primary Mathematics Teaching*. London: Open University Press. 3-15.
- Kebritchi, M., Hirumi, A., & Bai, H. (2010). The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. *Computers & education*, 55(2), 427-443.
- Kurtulus, A., & Uygan, C. (2010). The effects of Google Sketchup based geometry activities and projects on spatial visualization ability of student mathematics teachers. *World Conference on Learning, Teaching and Administration* (pp. 384–389). Cairo, Egypt: Elsevier Ltd
- Kyttälä, M. (2008). Visuospatial working memory in adolescents with poor performance in mathematics: variation depending on reading skills. *Educational Psychology*, 28(3), 273–289.
- Kyttälä, M., & Lehto, J. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 22, 77–94.
- Konyalioglu, A. C., Aksu, Z., & Şenel, E. Ö. (2012). The preference of visualization in teaching and learning absolute value. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 613-626.
- Laporan Awal awal Pelan Pembangunan Pendidikan Malaysia 2013-2015(2012). Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Martín-Gutiérrez, J., Gil, F. A., Contero, M., & Saorín, J. L. (2013). Dynamic three-dimensional illustrator for teaching descriptive geometry and training visualisation skills. *Computer Applications in Engineering Education*, 21(1), 8-25.
- McGee, M. G.(1979). Human spatial abilities: *psychometric studies and environmental, genetic, hormon and neurological influences*. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Mistretta, R. M. (2000). Enhancing geometric reasoning. *Adolescence*, 35(138), 365.
- Mullis, Michael O. Martin, Pierre Foy, and Alka Arora.(2012). *Timss 2011 International Results in Mathematics Ina.: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College Chestnut Hill, MA, USA and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) IEA Secretariat Amsterdam, the Netherlands*.
- National Council of Teachers of Mathematics.(2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA.
- National Council of Teachers of Mathematics.(1998). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA.
- Noraini Idris. (2007).The Effect of Geometers' Sketchpad on the Performance in Geomtry of Malaysian Students' Achievement and van Hiele Geometric Thinking. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, 1(2), 169- 180

- Noraini, I., & Tay, B. L. (2004). Teaching and Learning of Geometry: *Problem and Prospects*. *Masalah Pendidikan*, 27. Pp. 165-178. ISSN 0126-5024
- Noraini Idris. (2009). The Impact of Using Geometers' sketchpad on Malaysian Students' Achievement and van Hiele Geometric thinking. *Journal of Mathematics Education*. December 2009. vol 2, no 2, pp 94 - 107 (*ISI/SCOPUS Cited Publication*)
- Noraini Idris. (2005). *Pedagogy in Mathematics Education*. Second Edition. Kuala Lumpur: Utusan Publication Sdn. Bhd.
- Noraini, Idris (1998). Spatial Visualization, Field Dependence/Independence, Van Hiele Level, and Achievement in Geometry: The Influence of Selected Activities for Middle School Students. Unpublished Doctoral Dissertation. The Ohio State University.
- Noor Izana Abdul Halim (2012). Mengatasi Kesukaran Pembelajaran Dalam Topik Bulatan di Kalangan Pelajar Tingkatan dua menggunakan Geometr's Sketchpad. Unpublished master thesis, Faculty Education, University of Technology, Malaysia.
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project.G.
- Pilli, O., & Aksu, M. (2013). The effects of computer-assisted instruction on the achievement, attitudes and retention of fourth grade mathematics students in North Cyprus. *Computers & Education*, 62, 62-71.
- Polly, D. (2011). Developing Students' Higher-order Thinking Skills (HOTS) through technology-rich tasks. *Educational Technology*, 51(4), 20-26.
- Presmeg, N. C. (1986). Visualisation in high school mathematics. *For the learning of mathematics*, Vol. 6, No. 3 .42-46.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. *Handbook of research on the psychology of mathematics education*, 205-235.
- Salleh M. A, M. S., Bilal, M., & Tong, T. (2012). Assisting Primary School Children to Progress through Their van Hiele 's Levels of Geometry Thinking Using Google SketchUp. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 64, 75-84. doi:10.1016/j.sbspro.2012.11.010
- Samuelsson, J. (2008). The impact of different teaching methods on students' arithmetic and self-regulated learning skill. *Educational Psychology in Practice*, 24(3), 237-250. <http://dx.doi.org/10.1080/02667360802256790>.
- Santos-Trigo, M. (2004). The Role of Dynamic Software in the Identification and Construction of Mathematical Relationships. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* v. 23 no. 4 (2004) pp. 399-413.
- Strong, S. & Smith, R. (2002). Spatial Visualization: Fundamentals and Trends in Engineering Graphics. *Journal of Industrial Technology*. 18
- Sorby, S. A. (2006). Developing 3-D spatial skills for engineering students. *Australasian Associations for Engineering Education*. 2006: 679-688.
- Tan Tong Hock (2011) Assisting Primary School Children to Progress Through the van Hiele's Levels of Geometry Thinking Using Google Sketch-Up. M.Ed. (Maths): Unpublished.
- Tay, B. L. (2003). A van Hiele-based instruction and its impact on the geometry achievement of Form One students. M Ed. diss., University of Malaya : Unpublished.
- Van De Walle, K. S. K. & J. M. B.-W. (2010). *Elementary & Middle School Mathematics*. Boston: Allyn and Bacon
- van Hiele-Geldof, D. (1959/1984). Last article written by Dina van Hiele-Geldof entitled: Didactics of geometry as learning process for adults. In D. Fuys, D. Geddes and R. Tischler (eds.). English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele. School of Education, Brooklyn, NY: *School of Education, Brooklyn College*, 215-233.
- Vojkuvkova, I., & Haviger, J. (2013). The van Hiele Geometry Test at Czech Secondary School. *WDS'13 Proceedings of Contributed Papers, Part I*, 112-115. ISBN 978-80-7378-250-4
- Wilder, J.S. & Mason, J. (2005). *Developing Thinking in Geometry*. London: Paul Chapman Educational Publishing.