

875

Instructivo del programa FISMIGO

Hugo Sergio Becerril Hernández
Nicolás Falcón Hernández
Abelardo Rodríguez Soria



.76

Instructivo del Programa

FISMIGO

Instructivo del Programa

FISMIGO

Este material fue aprobado para su publicación por el Consejo Editorial de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Unidad Azcapotzalco de la UAM, en su sesión del día 5 de marzo de 2003

Pasar al Área de Física con diskette para que le sea copiado el software por alguno de los autores

Instructivo del Programa

FISMIGO

Hugo Sergio Becerril Hernández,
Nicolás Falcón Hernández
Abelardo Luis Rodríguez Soria



División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Ciencias Básicas

2893965

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD AZCAPOTZALCO

RECTOR
DR. ADRIÁN GERARDO DE GARAY SÁNCHEZ

SECRETARIA
DRA. SYLVIE JEANNE TURPIN MARION

COORDINADORA GENERAL DE DESARROLLO ACADÉMICO
DRA. NORMA RONDERO LÓPEZ

COORDINADOR DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA
D. I. JORGE ARMANDO MORALES ACEVES

JEFE DE LA SECCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DISTRIBUCIÓN EDITORIALES
LIC. FRANCISCO JAVIER RAMÍREZ TREVIÑO

CORRECCIÓN:
MARISELA JUÁREZ CAPISTRÁN
ILUSTRACIÓN DE PORTADA:
CONSUELO QUIROZ REYES
DISEÑO DE PORTADA:
MODESTO SERRANO RAMÍREZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD AZCAPOTZALCO
AV. SAN PABLO 180
COL. REYNOSA TAMAULIPAS
DEL. AZCAPOTZALCO
C. P. 02200
MÉXICO, D. F.

© UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD AZCAPOTZALCO

HUGO SERGIO BECERRIL HERNÁNDEZ
NICOLÁS FALCÓN HERNÁNDEZ
ABELARDO LUIS RODRÍGUEZ SORIA

INSTRUCTIVO DEL PROGRAMA FISMIGO
ISBN: 970-31-0182-8

1ª. EDICIÓN, 2003
2ª. EDICIÓN, 2009

IMPRESO EN MÉXICO

INSTRUCTIVO DEL PROGRAMA

FISMIGO

(Para Windows)

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN 7	8.3. Otro ejemplo 35
2. REQUISITOS MÍNIMOS PARA INSTALAR 7	8.4. Diagramas de cuerpo libre: introducir fuerzas y pares en el DCL 38
3. INSTALACIÓN Y DESINSTALACIÓN DEL PROGRAMA 7	9. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO 41
4. LA PANTALLA INICIAL DE FISMIGO 7	9.1. Configurar la tabla de cantidades cinemáticas 42
5. ACCEDER A LA AYUDA DEL PROGRAMA 8	9.2. Insertar en la tabla de cantidades cinemáticas los datos del problema 43
6. CALCULADORA CIENTÍFICA 9	9.3. Plantear las ecuaciones de movimiento de los móviles (y tramos) considerados 44
6.1. Cómo evaluar una expresión numérica 9	9.4. Aplicar las ecuaciones de movimiento a puntos o intervalos del movimiento 46
6.1.1. Funciones incorporadas en la calculadora 11	9.5. Ejemplos 48
6.1.2. Utilidades del cuadro de expresiones 12	9.6. Aplicación de las ecuaciones de intervalo 52
6.2. Categorías y grupos de rutinas de la calculadora 13	10. MOVIMIENTO DE TIRO PARABÓLICO 54
6.3. Cómo ejecutar una rutina 14	10.1. Procedimiento para resolver problemas sobre movimiento de tiro parabólico 55
6.3.1. El visor de rutina y argumentos 14	10.2. Configurar la tabla de cantidades cinemáticas 55
6.3.2. Para seleccionar una región rectangular de argumentos en la tabla 15	10.3. Insertar en la tabla de cantidades cinemáticas los datos del problema 55
6.3.3. Para insertar argumentos en la tabla 15	10.4. Plantear las ecuaciones de movimiento de los móviles considerados 56
6.3.4. Botones de control de la tabla de argumentos 17	10.5. Aplicar las ecuaciones de movimiento a puntos del movimiento 57
6.3.5. Argumentos funcionales y opciones de rutina 18	10.6. Ejemplos 59
6.3.6. Formatos vectoriales 18	11. ELEMENTOS DE CINEMÁTICA GENERAL 63
6.4. Ejemplos 20	11.1. Un ejemplo 64
7. ESTÁTICA DE LA PARTÍCULA 23	12. IMPRESIÓN DE TEXTOS DE AYUDA, ÁREA DE GRÁFICOS Y RESULTADOS NUMÉRICOS 65
7.1. Uso del reloj orientador de vectores 23	
7.2. Ejemplos 24	
8. ESTÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO 29	
8.1. Procedimiento para resolver. Un ejemplo 30	
8.2. Cómo establecer la configuración del sistema global 33	

1. Introducción

El propósito del programa FISMIGO es auxiliar al profesor en sus actividades de asesoría a estudiantes y diseño de tareas con resultados numéricos. El estudiante puede usarlo para verificar sus cálculos numéricos y hacer gráficos y variaciones de parámetros simples.

Este programa permite:

- Resolver problemas concernientes al equilibrio de una partícula.
- Resolver el problema de equilibrio de un cuerpo rígido individual, o de uno compuesto que se puede desmembrar en hasta 4 subsistemas.
- Resolver problemas numéricos sobre Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.
- Resolver problemas numéricos sobre Movimiento de Tiro Parabólico.
- Resolver problemas numéricos sobre Cinemática General.

Adicionalmente se incluye una “Calculadora Científica”, para efectuar muchos de los cálculos numéricos que surgen en los temas listados arriba. Esta herramienta permite:

Calcular determinantes; resolver sistemas de ecuaciones lineales; obtener las raíces de una ecuación $f(x) = 0$; resolver triángulos, hacer análisis de regresión lineal y ajuste de polinomios; derivar o integrar una función de una variable; graficar funciones de una variable en coordenadas cartesianas y polares; graficar ecuaciones paramétricas; hacer cálculos de álgebra vectorial, conversión de unidades físicas, etc. La calculadora incluye 48 rutinas matemáticas.

Hemos procurado diseñar interfaces simples para todas las herramientas. Agradeceríamos cualesquiera sugerencias sobre mejoras y extensiones al programa, que puede comunicarnos por correo electrónico a los autores c/o abelardoluis@aol.com. Asimismo, agradeceríamos nos notificaran sobre problemas de instalación del programa, y las inevitables fallas que advirtieran durante la ejecución de FISMIGO.

2. Requisitos mínimos para instalar

Los requisitos mínimos recomendados para ejecutar el programa son:

- Sistema operativo Windows 98.
- Monitor a color. El programa trabaja exclusivamente en resolución de 1024×768 .
- Procesador de 600 MHz.
- 128 MB de memoria RAM.

2 MB de espacio libre en la unidad de instalación para el programa ejecutable `fismigo.exe`, y 7.6 MB de espacio libre adicional para el instructivo del programa, que se distribuye en los archivos `INST1.doc` (Págs. 1 a 35) e `INST2.doc` (Págs. 36 a 60). El formato de estos archivos es Microsoft Word 2000/XP.

3. Instalación y desinstalación del programa

El programa está escrito en el lenguaje de programación Visual Basic, Versión 6.0 (*Service Pack 4*) de Microsoft.

Para instalar el programa inserta el CD de instalación en la unidad lectora. Abre el subdirectorio “Package” y haz doble clic en el archivo `setup.exe` localizado allí.

El programa de instalación añade al directorio de sistema de Windows los archivos de sistema necesarios para su ejecución, requeridos por el entorno de Visual Basic. Cabe hacer notar que el programa de instalación no sobrescribe archivos de sistema ya existentes si éstos son más recientes.

Para desinstalar el programa usa el Panel de Control de Windows en la forma usual.

4. La pantalla inicial de FISMIGO

Al entrar al programa se muestra una pantalla que contiene el *Pizarrón*, área de fondo blanco situada en la parte superior izquierda de la pantalla, y una *Barra de herramientas* en la parte superior derecha (Fig. 1).

Los primeros 6 botones de la barra de herramientas representan los temas de física incorporados. El cuadro que muestra el número “3” sirve para fijar el número de cifras decimales a desplegar en pantalla para todos los cálculos del programa. Los últimos 3 botones se usan para mostrar los temas de ayuda de la herramienta actual, imprimir textos de ayuda o resultados, y salir del programa.

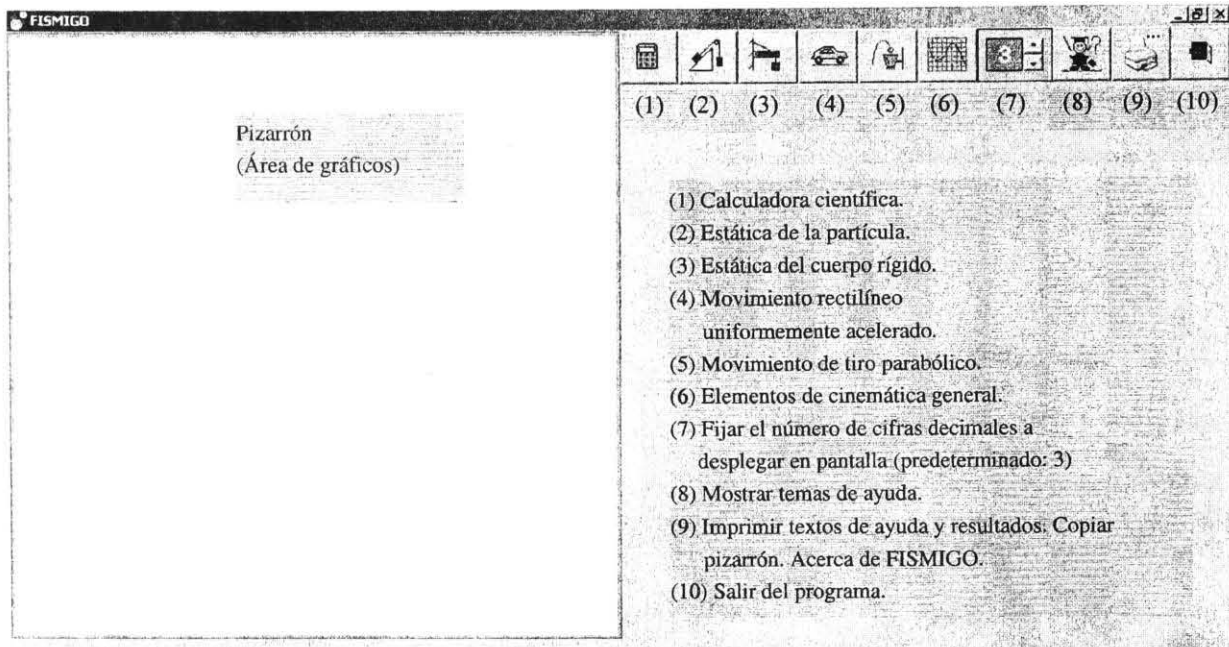


Fig. 1

Cada tema-herramienta posee su propia interfaz, con sus respectivos controles (los *controles* son los elementos de la interfaz gráfica de Windows: cuadros de edición de texto, botones de comando, listas desplegables, botones de opción, rótulos, etc.).

4. Acceder a la ayuda del programa

El 7o. botón de la barra de herramientas muestra un panel de ayuda que contiene:

- Una lista desplegable con los temas de ayuda específicos del tema-herramienta actual.
- 4 botones de comando, cuyas leyendas son **8**, **↓**, **○** y **X**.
- Un texto de ayuda, que se actualiza al seleccionar un tema en la lista desplegable.

El botón cuya leyenda es “8” sirve para disminuir el tamaño de fuente del texto de ayuda, cuyo valor inicialmente es de 10 puntos. Al oprimir este botón su leyenda cambia a “10” (para regresar al tamaño de texto anterior).

El panel de ayuda oculta el pizarrón. Para quitarlo de enmedio usa los botones “↓” y “○”, los cuales sitúan este panel debajo del pizarrón o en la parte inferior derecha de la pantalla, respectivamente. Las leyendas de estos botones cambian a \approx y \leftarrow , para regresar el panel a una posición anterior.

El botón “X” oculta el panel de ayuda. Para mostrarlo de nuevo se oprime otra vez el botón de ayuda de la barra de herramientas.

Cada herramienta contiene botones de ayuda contextual “?” que remiten directamente al tema de ayuda relacionado con la tarea presente.

6. CALCULADORA CIENTÍFICA

La Fig. 2 muestra el panel de controles de la calculadora, que ocupa la mitad derecha de la pantalla.

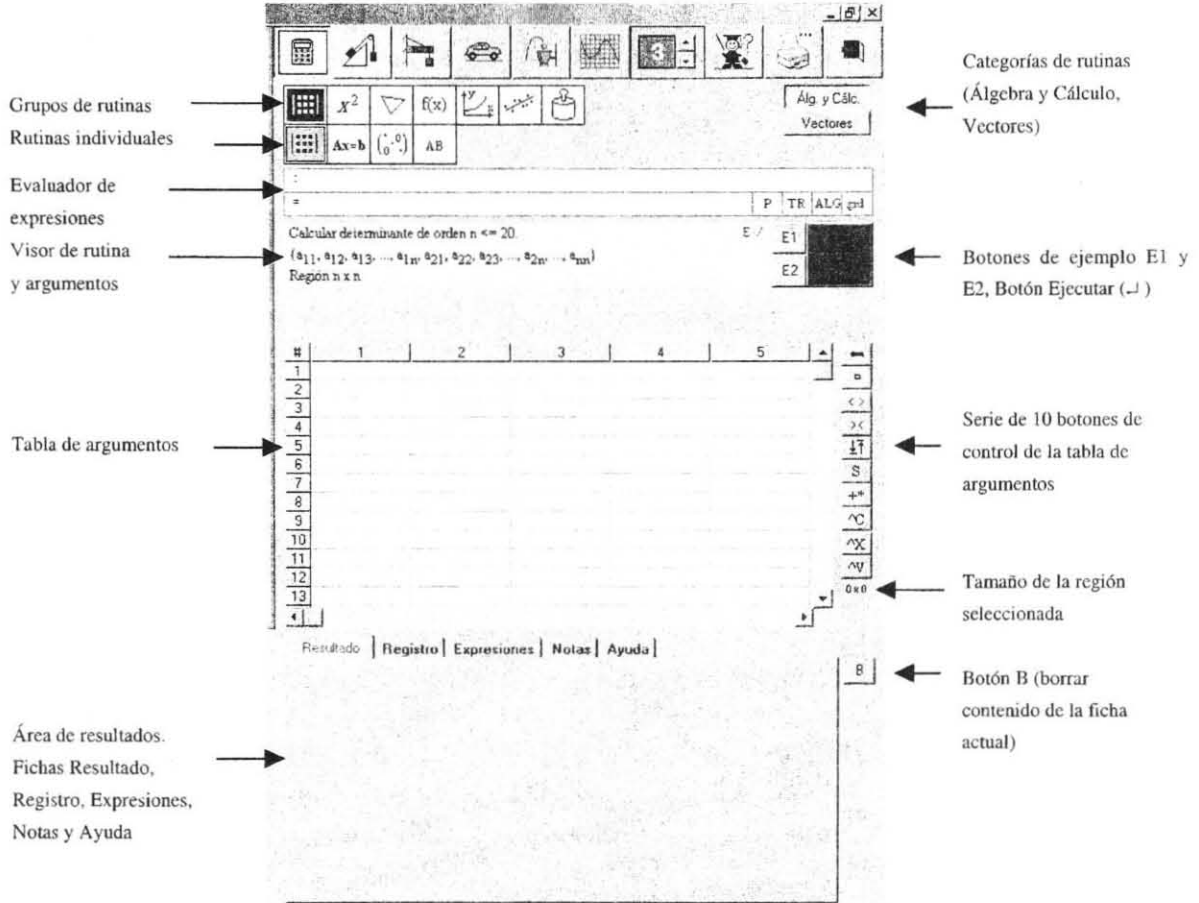


Fig. 2

El evaluador de expresiones contiene los controles mostrados en la Fig. 3.

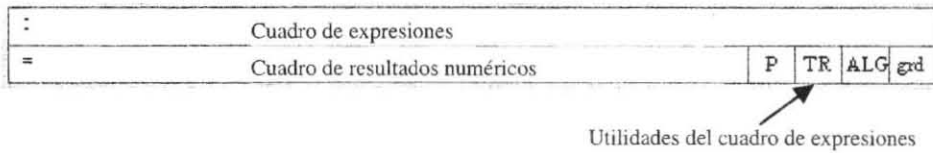


Fig. 3

6.1. Cómo evaluar una expresión numérica

Puedes evaluar una expresión numérica usando la notación programática usual (ALG) o la notación polaca inversa (RPN). El tercer icono de las utilidades del *cuadro de expresiones* (Ver Fig. 3), que muestra inicialmente el texto "ALG", alterna entre ambos modos de cálculo. Al hacer clic en él se muestra el texto "RPN"; al volver a hacer clic se revierte al texto y modo "ALG".

Para facilitar la introducción de expresiones en el *cuadro de expresiones* el programa define la "opción de teclas rápidas" (opción "TR", segundo icono de las utilidades), habilitada de forma predeterminada, la cual mapea ciertas teclas a símbolos matemáticos, conforme a la siguiente tabla:

<u>Para insertar el símbolo:</u>	<u>Teclea la letra:</u>
+	k
*	m
/	d
^	ñ

Adicionalmente:

Al abrir un paréntesis “ (” se inserta automáticamente la pareja de paréntesis “ () ”. Análogamente con los corchetes “ [] ” y las llaves “ { } ”.

También puedes insertar una pareja de paréntesis oprimiendo la tecla “ () ”.

Para avanzar o retroceder el punto de inserción (o *caret* “ | ”) dentro del cuadro de expresiones oprime la tecla “ j ” o “ f ”, respectivamente.

Al insertar el signo “) ” al final de la expresión, toda ella se encierra entre paréntesis.

Para borrar el cuadro de expresiones teclea en él la letra “ b ” o haz clic en el rótulo “ : ” que antecede al cuadro.

Nota. Para introducir cualquiera de las letras “k”, “m”, “d”, “ñ”, “b”, “f” y “j” tal cuales presiona la tecla **Ctrl** junto con la tecla de la letra.

Para evaluar una expresión numérica se inserta la expresión en el cuadro de expresiones y se oprime la tecla **INTRO** (llamada también tecla **RETORNO** y simbolizada por “ ↵ ”)

El resultado de la expresión se muestra en el *cuadro de resultados numéricos*. El programa mantiene en la ficha **Expresiones** una lista de las expresiones que se vayan evaluando. Al hacer clic en uno de los renglones de esta lista se inserta en el cuadro de expresiones, en su punto de inserción actual, el resultado numérico correspondiente.

Ejemplo 6.1. Para evaluar la expresión $\frac{23^2 - 12^2}{2 \cdot 6.3}$, o sea en notación programática, “(23^2 - 12^2) / (2*6.3)”, escribe este texto tal como está (la opción de teclas rápidas debe estar habilitada):

(23 ñ 2 - 1 2 ñ 2 j d (2 m 6.3

Luego oprime la tecla **INTRO**.

Nota que la tecla “ (” inserta un par de paréntesis “ () ”. La tecla “ ñ ” inserta el signo de exponenciación “ ^ ”, la tecla “ j ” equivale a oprimir la tecla de dirección “ → ”, la tecla “ d ” inserta el signo de división “ / ”, y la tecla “ m ” inserta el signo de multiplicación “ * ”.)

Ejemplo 6.2. Evaluar la expresión $12.3 \cdot \frac{\text{sen}(34)}{3 - \sqrt{80}}$.

Escribe en el cuadro de expresiones el texto “12.3*sen(34)/(3-r(80))” y presiona la tecla **INTRO** (Fig. 4).

: 12.3*sen(34)/(3-r(80))				
= -1.15709254502982	P	TR	ALG	grd

Fig. 4

6.1.1. Funciones incorporadas en la calculadora

El evaluador de expresiones admite las siguientes funciones:

Algebraicas:

r(x)	raíz cuadrada de x	cate(x,y)	cateto de un triángulo rectángulo (x, y = cateto, hipotenusa o transpuestos)
r3(x)	raíz cúbica de x	coc(x,y)	x/y (útil si "x" y "y" son expresiones complejas)
ln(x)	logaritmo natural de x	senh(x)	seno hiperbólico de x
log10(x)	logaritmo de base 10 de x	cosh(x)	coseno hiperbólico de x
exp(x)	exponencial de x		
hipo(x,y)	hipotenusa de un triángulo rectángulo (x, y son los catetos).		

Trigonómicas:

Senos, cosenos, tangentes, cotangentes, secantes y cosecantes, abreviadas por "**sen**", "**cos**", "**tan**", "**cot**", "**sec**" y "**csc**", respectivamente. El argumento se proporciona en grados o radianes, conforme al indicador "**grd**" o "**rad**" de las utilidades del cuadro de expresiones y se encierra en paréntesis. Por ejemplo, $\cos(24)$ devuelve el coseno de 24° si el indicador muestra "**grd**", o el coseno de 24 radianes si el indicador muestra "**rad**".

Puedes usar la constante incorporada "**pi**", cuyo valor es $\pi = 3.14159\dots$. Por ejemplo, el área de un círculo de radio 2.56 es "**pi*2.56^2**".

Otras trigonométricas:

gar(x) convierte grados a radianes; **rag(x)** convierte radianes a grados.

sese(A,B) = sen(A) / sen(B), **seco(A,B) = sen(A) / cos(B)**

Análogamente **cose(A,B)** y **coco(A,B)**.

(Argumentos en grados o radianes.)

Trigonómicas inversas:

Se incluyen **asen(x)**, **acos(x)**, **atan(x)**, **asec(x)**, **acsc(x)**, **acot(x)**. Estas funciones devuelven un valor en grados o radianes en el intervalo $[-90^\circ, 90^\circ]$.

También se admite la función **atan2(x, y)**, que devuelve un valor en el intervalo $(-180^\circ, 180^\circ]$.

Lógicas y otras:

x or y, **x and y**, **x xor y**, **not(x)**

x mod y, **x \ y**, **abs(x)**, **ent(x)**, **sgn(x)**

Operadores de comparación: **=**, **<**, **>**, **<=**, **>=**, **<>**

Nota. Para insertar la función "**mod**" en la opción de teclas rápidas escribirías "**mo**" y luego **Ctrl+d**. Análogamente lo harías para insertar la "**d**" de la función "**and**".

Números en notación científica.

Se admite la notación científica para números. Ejemplos:

$6.67 \cdot 10^{-11}$ se escribe **6.67e-11**

$4.52 \cdot 10^9$ se escribe **4.52e9**

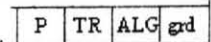
10^8 y -10^{-2} se escriben **1e8** y **-1e-2**, respectivamente.

Puedes usar la letra "E" en lugar de "e" (Ejemplo: **6.67E-11** es lo mismo que **6.67e-11**).

Ejemplo 6.3. Para evaluar la expresión $G M_T / R^2$, con $G = 6.67 (10^{-11})$, $M_T = 6 (10^{24})$ y $R = 6.35 (10^6)$ escribe en el cuadro de expresiones el texto "**6.67e-11*6e24 / (6.35e6)^2**" y presiona **INTRO**.

6.1.2. Utilidades del cuadro de expresiones

Junto al cuadro de expresiones están las *utilidades del cuadro de expresiones*:



Son 4 iconos sensibles al clic de ratón, cuyas funciones son las siguientes:

Icono P

Muestra un cuadro de diálogo que pide los valores de los coeficientes de un polinomio de grado "n". Al hacer clic en el botón "OK" del cuadro de diálogo, se inserta el polinomio en el cuadro de expresiones. A la función polinomial insertada la puedes graficar, sacarle raíces, evaluarla para una serie de valores de su argumento, etc.

Icono TR

Es un conmutador que habilita o deshabilita la *opción de teclas rápidas* del cuadro de expresiones. De forma predeterminada la opción está habilitada. Cuando está deshabilitada (el icono muestra el texto tachado "~~TR~~") el cuadro de expresiones se comporta como un cuadro de edición de texto normal: la tecla que se oprime es la tecla que se inserta en el cuadro.

Icono ALG

Es un conmutador que pasa del modo de cálculo "Notación Programática Estándar" (ALG) al modo de cálculo "Notación Polaca Inversa" (RPN) o viceversa. La opción predeterminada es la "Notación Programática Estándar", en la que se usan los operadores +, -, *, /, ^, \ y los paréntesis (), [], { }.

Nota. Los elementos de la expresión numérica escrita en notación polaca inversa se separan por espacios en blanco (Ve los ejemplos 6.4 y 6.5 abajo).

Icono "grd"

Fija la unidad de medida de los ángulos en grados ("grd") o radianes ("rad"). Esta opción es aplicable a los cálculos de expresiones numéricas y a los de aquellos argumentos de la tabla en los que figuren funciones trigonométricas. Por otra parte, en la graficación de funciones el argumento de las funciones trigonométricas se supone siempre en radianes, independientemente del estado de este indicador.

Ejemplo 6.4 Para evaluar la expresión " $(23^2 - 12^2) / (2 * 6.3)$ " en notación polaca inversa:

Haz clic en el tercer icono de las utilidades para que muestre "RPN". En el cuadro de expresiones escribe el texto

23 ° 2 ° ñ ° 12 ° 2 ° ñ ° - ° 2 ° 6.3 ° m ° d

y presiona la tecla INTRO (Los símbolos " ° " denotan espacios en blanco).

Ejemplo 6.5 Para evaluar la expresión

[34.6*sen(46)/cos(12)]*r(55)

en notación polaca inversa escribe








34.6 46 sen m 12 cos d 55 r m

y presiona la tecla INTRO. Nota que esta expresión consta de 10 elementos separados por espacios en blanco.

6.2. Categorías y grupos de rutinas de la calculadora

Las rutinas matemáticas están clasificadas en 2 categorías: **Álgebra y Cálculo** y **Vectores**. La primera categoría, que se selecciona oprimiendo el botón “**Álg. y Cálc.**”, contiene 7 grupos de rutinas, y la categoría **Vectores** (botón **Vectores**) 4 grupos. Cada grupo de rutinas agrupa un número variable de rutinas individuales afines o relacionadas.

Los grupos de rutinas de la categoría **Álg. y Calc.** son los siguientes:

 <p>Grupo 1. Calcular un determinante de orden $n \leq 20$. Resolver un sistema de ecuaciones lineales (Número de incógnitas ≤ 20). Diagonalizar una matriz simétrica. Calcular el producto de dos matrices.</p>	<p>Evaluar una función $f(x)$ en una serie de valores igualmente espaciados entre dos valores límites de x dados. Calcular la primera o segunda derivada de una función $f(x)$ en una serie de valores de su argumento. Calcular la integral de una función $f(x)$ por el método de Simpson o resolviendo la ecuación diferencial equivalente.</p>
 <p>Grupo 2. Resolver la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$. Resolver la ecuación $A(Bx + C)^2 + Dx + E = 0$. Resolver la ecuación cúbica $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$. Resolver la ecuación trigonométrica $A \cos _ + B \sin _ + C = 0$. Obtener las raíces de una ecuación $f(x) = 0$ en un intervalo $[x_1, x_2]$ dado.</p>	 <p>Grupo 5. Graficar una función $y = f(x)$ en coordenadas cartesianas. Graficar una función $r = f(_)$ en coordenadas polares. Graficar las ecuaciones paramétricas $x = x(t)$, $y = y(t)$.</p>
 <p>Grupo 3. Resolver un triángulo dados lados y ángulos. Resolver un triángulo o un polígono dadas las coordenadas cartesianas de sus vértices.</p>	 <p>Grupo 6. Ajustar una recta de mínimos cuadrados a un conjunto de puntos (x_i, y_i), $i = 1, 2, \dots, N$ en el plano X-Y. Mismo que lo anterior, en el espacio X-ln(Y). Mismo que lo anterior, en el espacio ln(X)-ln(Y). Ajustar un polinomio de grado “n” a una serie de puntos (x_i, y_i), $i = 1, 2, \dots$ en el plano.</p>
 <p>Grupo 4. Evaluar una función $f(x)$ o $f(x, y)$ o $f(x, y, z)$ en una serie de valores de sus argumentos.</p>	 <p>Convertir unidades físicas del sistema S.I. (Sistema Internacional) al sistema USCU (United States Customary Units) o viceversa, o a unidades de un mismo sistema.</p>

Los grupos de rutinas de la categoría **Vectores** son los siguientes:



Grupo 1. (Álgebra vectorial en dos dimensiones.)

Convertir de magnitud y dirección a componentes y viceversa; operaciones entre dos vectores (suma, resta, producto escalar y producto externo); suma de N vectores ($_ F_i$ o $_ F_i$); suma de momentos de N vectores ($_ M_i = _ r_i \times F_i$); rotar un vector o los ejes de coordenadas un ángulo dado; expresar un vector como una combinación lineal de otros dos; obtener un vector dadas sus proyecciones ortogonales sobre otros dos vectores arbitrarios; calcular campo eléctrico/gravitatorio de un sistema de N cargas/masas puntuales.



Grupo 2. (Cálculo de resultantes de sistemas de fuerzas.)

Calcular la resultante de un sistema de fuerzas paralelas (puntos de aplicación sobre una línea o un plano) o coplanarias; calcular la resultante de una distribución lineal continua de fuerzas.



Grupo 3. (Álgebra vectorial en tres dimensiones.)

Convertir de magnitud y dirección a componentes y viceversa; operaciones entre dos vectores (suma, resta, producto escalar y producto vectorial); suma de N vectores; suma de momentos de N vectores; calcular vector unitario entre los puntos A y B ; expresar un vector como una combinación lineal de otros dos.



Grupo 4. (Equilibrio.)

Resolver problema de equilibrio de una partícula; calcular reacciones en los apoyos de una viga recta; calcular la tensión de salida de una cuerda que bordea una polea áspera.

6.3. Cómo ejecutar una rutina

PARA EJECUTAR UNA RUTINA:

- En caso de no estar ya seleccionada, escoge la categoría de rutinas pertinente.
- Haz clic en el icono del grupo de rutinas que contiene la rutina deseada.
- Haz clic en el icono de la rutina individual deseada.
(Lee el párrafo 6.3.1., “El visor de rutina y argumentos”.)
- Selecciona en la tabla de argumentos un conjunto de celdas, dispuestas en una región rectangular, las cuales recibirán los argumentos propios de la rutina.
(Lee el párrafo 6.3.2., “Para seleccionar una región rectangular en la tabla”.)
- Inserta en la región rectangular seleccionada los argumentos propios de la rutina deseada.
(Lee los párrafos 6.3.3, 6.3.4 y 6.3.6: “Para insertar argumentos en la tabla”, “Botones de control de la tabla de argumentos” y “Formatos vectoriales”.)
- Habiendo seleccionado y llenado en la tabla la región de argumentos, oprime el botón **Ejecutar** (↵).
(Lee el párrafo 6.3.5, “Argumentos funcionales y opciones de rutina”.)

6.3.1. El visor de rutina y argumentos

Al hacer clic en un icono de rutina individual se actualiza el texto mostrado en el *visor de rutina y argumentos* (Véase la Fig. 5). Este texto muestra el propósito de la rutina, así como una lista de sus argumentos. El símbolo “E✓” en la esquina superior derecha del visor aparece siempre que la rutina acepte argumentos en forma de expresiones numéricas.

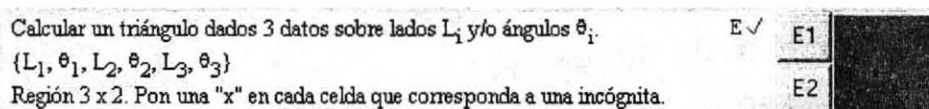


Fig. 5

En el visor de rutina los argumentos que deben ir en la tabla se encierran en llaves { }. Si la rutina requiere un argumento en forma de función “ $f(x)$ ”, esto se indica en el visor mediante el texto “: $f(x)$ ”; este tipo de argumentos se escribe en el cuadro de expresiones.

Para obtener más ayuda sobre la rutina haz clic en el visor o selecciona la ficha **Ayuda** en la parte inferior del panel (Fig. 6).

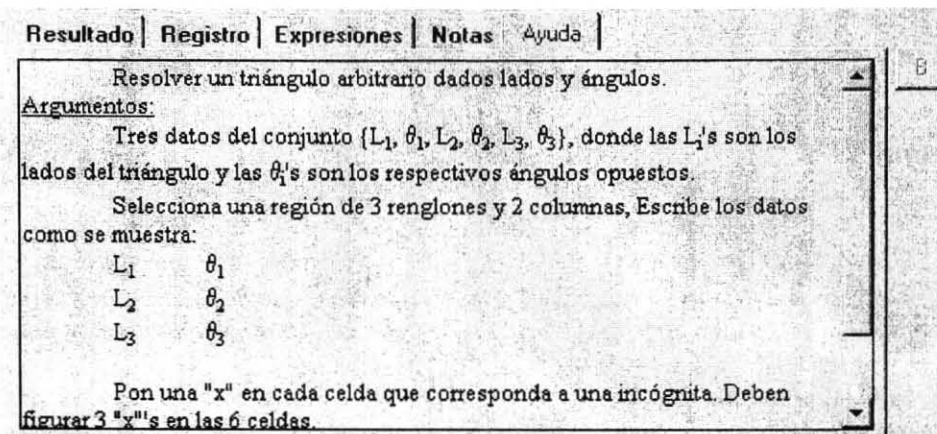


Fig. 6

6.3.2. Para seleccionar una región rectangular en la tabla

Para seleccionar una región:

Haz clic en la celda superior izquierda de la región (*celda ancla*). Sin soltar el botón del ratón, arrastra el ratón hasta la celda inferior derecha de la región y suelta el botón allí. La región seleccionada se muestra en color verde claro. También se puede seleccionar una región rectangular haciendo clic en su celda ancla y usando la tecla **Mayús** en combinación con las teclas de dirección \rightarrow y \downarrow , como en el modo usual de Windows. Esta selección debe hacerse desde la celda ancla, de izquierda a derecha y de arriba abajo.

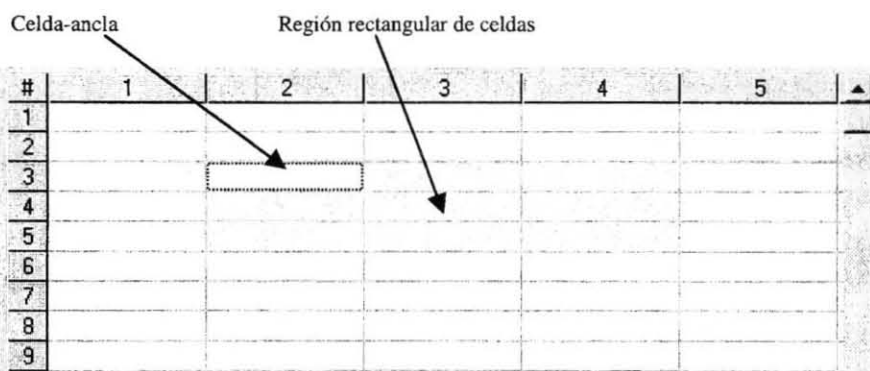


Fig. 7

6.3.3. Para insertar argumentos en la tabla

Para la mayoría de las rutinas los argumentos respectivos pueden ingresarse en la tabla dentro de una región rectangular sita en cualquier lugar de la tabla. Por ejemplo, la rutina "Resolver la ecuación cúbica $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$ " requiere los 4 argumentos A, B, C y D. Estos argumentos los puedes acomodar en cualquiera de las formas mostradas en la Fig. 8 (donde hemos supuesto que los argumentos son los coeficientes 4, -5, 9 y 12).

#	1	2	3	4
1				
2	4	-5	9	12
3				

Fig. 8

El programa lee los argumentos recorriendo la región seleccionada de izquierda a derecha y de arriba abajo, omitiendo espacios en blanco.

En algunas rutinas se debe seleccionar en la tabla una región con un número específico de renglones y columnas (este es el caso, por ejemplo, para calcular un determinante de orden "n", en el que debes seleccionar necesariamente una región de n renglones y n columnas). Cuando esto se requiera se indicará en el visor de argumentos y en el texto de ayuda de la rutina.

Una vez seleccionada la región de argumentos, usa el teclado para insertar los argumentos en las celdas de la región. La tecla INTRO sirve para navegar por las celdas de la región seleccionada. Al llegar a la última celda de la región *debes oprimir la tecla INTRO una vez más* para colorear la región seleccionada de nuevo.

La tabla consta de 20 renglones y 25 columnas, para un total de 500 celdas. Cada celda acepta argumentos de los siguientes tipos:

- Valores numéricos como **12.345**, **0.00134**, **6.67e-11**, etc.
(Nota. Si el número es menor que 1 debes anteponer el "0", como en "0.123".)
- Expresiones numéricas como **23*sen(36)**, **-(2/3)*ln(92.3)**, etc.
- Datos vectoriales, escritos en alguno de los formatos vectoriales definidos en el programa (al respecto consulta un poco más adelante el apartado 6.3.6, "**Formatos vectoriales**"). Ejemplos de formatos vectoriales son: "**p23x,12**", "**400<56**", "**-23, 56**", "**h-23.4**", "**v90**", "**u45**", etc. Cada dato vectorial ocupa una sola celda.

Para editar una celda se puede usar solamente la tecla RETROCESO. Para borrar el contenido de una celda o de alguna región selecciona la celda o región y oprime la tecla SUPR.

Para borrar todo un renglón o toda una columna selecciona el renglón o la columna haciendo clic en la celda extrema izquierda (celda de color gris numerada) del renglón o en el encabezado de columna (celda gris numerada), respectivamente, y oprime la tecla SUPR. Para borrar toda la tabla haz clic en la celda superior izquierda de la tabla (lo cual la selecciona completa) y oprime SUPR.

Si después de haber insertado los datos en una región debieras modificar uno de ellos, toma en cuenta que si haces clic en la celda a modificar se pierde la región seleccionada previamente. Es decir, después de editar el dato debes seleccionar la región de nuevo.


Inmediatamente después de haber llenado la región rectangular de argumentos puedes ejecutar la rutina preseleccionada oprimiendo el botón **Ejecutar** ("↵") o bien oprimiendo la tecla **F12**.

Los botones **E1** y **E2** muestran ejemplos de argumentos para la rutina actual. Los argumentos se insertan a partir de la columna 21 de la tabla. También se inserta ya el argumento funcional (si se requiere) en el cuadro de expresiones, y se escogen las opciones (si existen) para la rutina. Después de oprimir **E1** ó **E2**, para ejecutar la rutina simplemente oprime luego el botón **Ejecutar**.


Las teclas **Inicio** y **Fin** desplazan respectivamente a las primeras y últimas columnas de la tabla.

6.3.4. Botones de control de la tabla de argumentos


Junto a la tabla se encuentran 10 botones cuyas funciones son:

Botón 


Restaura la tabla a su configuración original (después de haber alargado o acortado el tamaño de las celdas).

Botón 

Acorta las celdas de la tabla de modo que 10 columnas sean visibles. Es útil cuando se desea seleccionar una región que conste de muchas celdas (por ejemplo al calcular un determinante de orden 6 o mayor). Si se vuelve a oprimir este botón muestra 15 columnas.

Botón 

Alarga todas las celdas de la tabla (muestra una columna menos).


Botón 

Acorta todas las celdas de la tabla (muestra una columna más).

Nota. Para modificar el ancho de una sola columna sitúa el ratón en el renglón superior de la tabla, en la línea divisoria derecha de la columna que deseas alargar o acortar. Cuando el puntero del ratón se vuelva una flecha doble, “ \leftrightarrow ”, arrástralo hasta conseguir la anchura deseada.

Botón 

Se usa para intercambiar dos renglones o dos columnas contiguos. Selecciona los renglones o columnas y oprime este botón.

Botón 

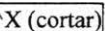
Se usa para insertar en una columna de la tabla una serie de valores igualmente espaciados. Selecciona la región a llenar; escribe en la celda superior el primer valor del argumento, y en la celda siguiente el segundo valor (igual al primero más el incremento deseado). Luego oprime este botón.

Botón 

Para efectuar una operación numérica común sobre todos los valores “x” contenidos en el conjunto de celdas seleccionadas. Al oprimir este botón aparece un cuadro de diálogo donde hay que escribir la operación a efectuar sobre los valores “x” de las celdas seleccionadas. Por ejemplo, si escribes “ $x*12$ ” o “ $12*x$ ”, todos los valores se multiplican por 12.

Botón  (copiar)

Se usa para copiar una región a otro lugar de la tabla. Estando la región a copiar seleccionada, oprime este botón. Luego selecciona la celda-ancla destino y oprime el botón “pegar”.

Botón  (cortar)

Se usa para cortar una región a otro lugar de la tabla. Estando la región a cortar seleccionada, oprime este botón. Luego selecciona la celda-ancla destino y oprime el botón “pegar”.

Botón  (pegar)

Termina la operación de copiado iniciada con alguno de los dos botones anteriores, pegando el contenido del portapapeles de Windows en una región con la celda-ancla que se haya seleccionado antes de oprimir este botón.

6.3.5. Argumentos funcionales y opciones de rutina

En algunas rutinas como las de evaluación de funciones o sus derivadas o integrales, o la graficación de funciones, uno de los argumentos es una expresión funcional $f(x)$, como por ejemplo $3*x^2-4*x+5$ ó $2*x*\cos(5*x)-\ln(x/0.34)$. Un "argumento funcional" tal se inserta en el *cuadro de expresiones*. En el visor de rutina y argumentos aparece el texto " : $f(x)$ " si la rutina requiere un argumento funcional.

Por otra parte, algunas rutinas muestran un *subpanel de opciones*, situado entre el evaluador de expresiones y la tabla. La Fig. 9 muestra un ejemplo, correspondiente a la rutina de graficación de ecuaciones paramétricas $x(t)$, $y(t)$.

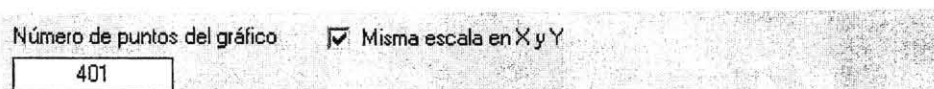


Fig. 9

Debes fijar las opciones deseadas (o aceptar las opciones predeterminadas) antes de ejecutar la rutina. Para más ayuda sobre las opciones de la rutina actual consulta la ficha **Ayuda**.

6.3.6. Formatos vectoriales.

Las rutinas de la categoría **Vectores** requieren argumentos vectoriales. Al respecto, el programa utiliza 6 tipos de formatos vectoriales, relacionados a continuación.

1. Formato " F_x, F_y " (Por componentes)

Da las componentes del vector separadas por una coma.

Ejemplo: $-12, 6$ es un vector cuyas componentes X y Y valen -12 y 6 , respectivamente.

Nota. En las herramientas Estática de la partícula y Estática del cuerpo rígido es menester introducir vectores cuya magnitud o dirección o componentes son desconocidas. En este caso son válidas las siguientes reglas:

Cada componente puede ser un número o un símbolo, como por ejemplo:

A_x, A_y $34.5, f$ $N, -8.7$ etc.

Cada símbolo puede contener un factor numérico, como por ejemplo:

$N, 0.4N$ $2A_x, -A_y$ etc.

y optativamente puede llevar a lo más 2 subíndices, como en $F_2, g_3, T_2, A_x, f_y, M_{1x}, P_{AB}$, etc. El programa convierte estos últimos símbolos como sigue: $F_2, G_3, T_2, A_x, f_y, M_{1x}, P_{AB}$. Nota que la primera letra se pone en mayúsculas (excepto la letra "f", con que suele denotarse la fuerza de fricción).

2. Formato " $M<D$ " o bien " $M;D$ " (Por magnitud y dirección)

Da la magnitud y luego la dirección del vector, separadas por el signo "<" o bien por un punto y coma ";".

Ejemplo: $240<35$ es un vector de magnitud 240 y dirección 35° (igualmente dado por $240 ; 35$)

(Nota que el "35" no lleva el signo de grado "°" en el formato).

La magnitud puede ser un símbolo con o sin factor numérico y a lo más dos subíndices. Ejemplos: $F, 0.5N, 4G_2$, etc.

La dirección toma valores en el intervalo $[-180^\circ, 180^\circ]$ y puede ser un símbolo, aunque no se permiten factores numéricos en el símbolo del ángulo. Ejemplos: $345<A$ $78;B_2$ etc. (Ejemplo de formato no permitido: $341<5A$.)

3. Formato "hCx" (Vector a lo largo del Eje X)

Si el vector tiene solamente componente X puedes especificarlo con este formato: escribe una "h" (por horizontal) y luego la componente X del vector.

Ejemplos: **h23.4** **h-0.56** **hCx** **h5N** **ht** etc.

4. Formato "vCy" (Vector a lo largo del Eje Y)

Si el vector tiene solamente componente Y puedes especificarlo con este formato: escribe una "v" (por vertical) y luego la componente Y del vector.

Ejemplos: **v-340** **v0.56** **vFy** **v0.6N** **v-w** etc.

5. Formato "uD" (Vector unitario)

Para un vector unitario necesitas dar solamente la dirección "D". Escribe una "u" y luego el ángulo que forma el vector con el Eje X (comprendido entre -180° y 180°).

Ejemplos: **u30** **u-123** **uA** etc.

6. Formato "cAe,M" (Por dirección y magnitud)

En este formato la dirección "cAe" del vector se especifica por medio de una cadena de texto con tres elementos:

i) El cuadrante "c" hacia donde apunta el vector (el vector se imagina partiendo del origen de coordenadas).

Los valores admitidos de c son **p**, **s**, **t** y **c**, que representan respectivamente el primero, segundo, tercero y cuarto cuadrantes.

ii) El ángulo A que forma el vector ya sea con el Eje X o bien con el Eje Y (según el valor del tercer elemento, e).

El ángulo A es positivo y está comprendido en el intervalo abierto $(0, 90^\circ)$, aunque usualmente se limita al intervalo $(0, 45^\circ]$.

iii) El Eje de coordenadas e con el que el vector forma el ángulo A.

Valores de e: **x**, **y**.

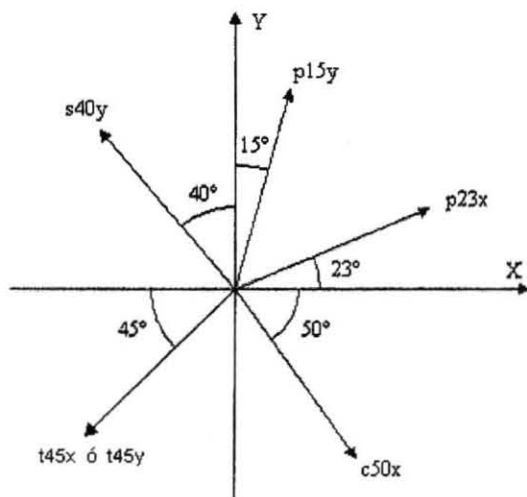


Fig. 10

Si vas a dar la dirección del vector con los elementos **cAe** y en lugar de la magnitud conoces la componente X ó la Y, da el vector en la forma

Después de estos elementos, yuxtapuestos, se escribe una coma y luego la magnitud **M** del vector. Así por ejemplo,

p23x,12 es un vector que apunta hacia el **p**rimero cuadrante, forma un ángulo de **23°** con el Eje **X**, y tiene magnitud **12**.

t53.3y, 0.66 es un vector hacia el **t**ercer cuadrante, que forma un ángulo de **53.3°** con el Eje **Y**, y cuya magnitud es **0.66**.

c36.87x, 3F es un vector hacia el **c**uarto cuadrante, que forma un ángulo de **36.87°** con el Eje **X**, y cuya magnitud es 3 veces el valor "**F**".

(La Fig. 10 muestra las direcciones de algunos vectores en el formato "cAe".)

cAe, C h o bien cAe, C v

donde **C** es la *magnitud* de la componente X en el primer formato, y la de la componente Y en el segundo, tras de las cuales van las letras "h" o "v", respectivamente. Por ejemplo, **s19.3y,4h** es un vector que apunta hacia el segundo cuadrante, forma un ángulo de 19.3° con el eje Y, y tiene componente horizontal (o sea la X) de magnitud 4.

6.4. Ejemplos

Ejemplo 6.6. Graficar la función $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 8x + 12$ en el intervalo $[-4, 5]$. Calcular las raíces de la función en este intervalo, así como las primeras derivadas en los puntos extremos del mismo. Calcular también la integral de la función en el intervalo.

Dentro de la categoría **Alg. y Calc.**, escoge el 4o. grupo de rutinas y luego la última rutina del grupo (Fig. 11).

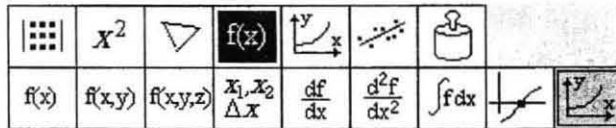


Fig. 11

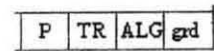


Fig. 12

Para insertar el polinomio dado en el cuadro de expresiones escoge el icono **P** de las utilidades (Fig. 12):

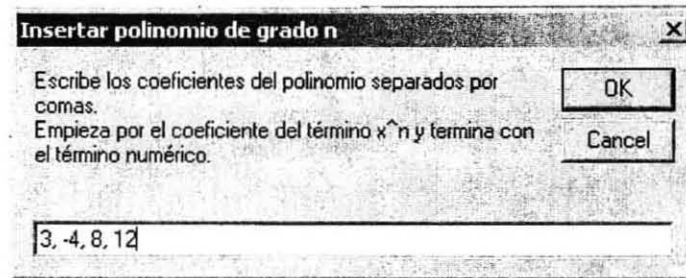


Fig. 13

En el cuadro de diálogo que se presenta escribe los coeficientes del polinomio, **3, -4, 8, 12**, separados por comas, como se ve en la Fig. 13, y oprime el botón OK. Se inserta el polinomio $3x^3 - 4x^2 + 8x + 12$ en el cuadro de expresiones.

En la tabla de argumentos selecciona una región de dos celdas, como se muestra en la Fig. 14, e inserta en ellas los valores límites de x: **-4** y **5**.

#	1	2	3	4	▲
1					
2					
3		-4	5		
4					
5					

Fig. 14

Oprime el botón ejecutar "↵". Se muestra el gráfico de la función en el pizarrón (Fig. 15).



A continuación escoge la penúltima rutina del mismo grupo (). Verifica que sigan coloreadas (seleccionadas) en la tabla las celdas que contienen "-4" y "5" y oprime el botón ↵. Se encuentra una raíz en el intervalo dado $[-4, 5]$: $x_1 = -0.87169...$ (Fig. 16); se da también el valor de la función en esta raíz (El algoritmo para búsqueda de raíces es el llamado "bisección". Este divide el intervalo dado en 990 partes iguales).

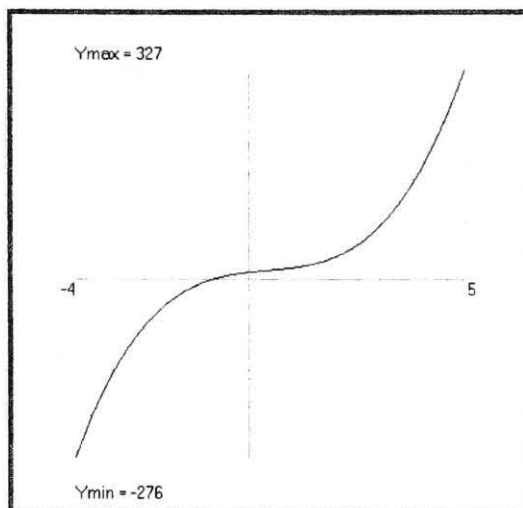



Fig. 15


Para calcular la primera derivada en los puntos $x_1 = -4$ y $x_2 = 5$, escoge ahora la 5a. rutina del grupo () y oprime el **Botón Ejecutar**. Se encuentran los valores mostrados en la Fig. 17. El valor entre paréntesis a la derecha de cada derivada es el error reportado por el programa. De hecho los valores reportados son exactos en este caso.

Resultado | Registro | Expresiones | Notas | Ayuda |
 1 raíz de la ecuación
 $3*x^3-4*x^2+8*x+12 = 0$
 en el intervalo [-4, 5].
 x1 = -0.871693004261333 f(x1) = -3.18053232284399E-06

Fig. 16

Resultado | Registro | Expresiones |
 Derivada(s) de la función
 $f(x) = 3*x^3-4*x^2+8*x+12$
 $f'(-4) = 184$ (2.55795384873636E-13)
 $f'(5) = 193$ (1.98951966012828E-13)

Fig. 17

Finalmente, para calcular la integral en el intervalo $[-4, 5]$ selecciona en el mismo grupo de rutinas la rutina () y oprime el **Botón Ejecutar**.

Nota. La rutina de integración ofrece dos opciones: obtener la integral resolviendo la ecuación diferencial $y' = f(x)$ para calcular $y(x_2)$ con la condición inicial $y(x_1) = 0$, o usando el método de Simpson. Conviene que compares los valores obtenidos por ambos métodos. Esto te dará seguridad de que el valor de la integral es correcto.

Usar método de Runge-Kutta Usar método de Runge-Kutta Longitud de paso h
 Usar método de Simpson Usar método de Simpson

Fig. 18

Si usas el método de Simpson puedes fijar la longitud de paso "h" de la integración ($h \geq 0.001$). El valor que se usa de forma predeterminada es $h = 1e-6$, pero puedes poner $h = 1e-5$, $h = 1e-4$, $h = 1e-3$, etc.

Naturalmente, no todos los decimales del resultado reportado tienen sentido debido a los errores de redondeo y otros inherentes a los cálculos numéricos.



Ejemplo 6.7. Calcular la suma vectorial de los siguientes vectores:

Un vector que apunta hacia el primer cuadrante, forma un ángulo de 30° con el Eje X, y tiene magnitud 18.

Un vector cuyas componentes son $(10, -5)$.

Un vector de magnitud 22 y dirección 146° .

Un vector "vertical hacia abajo" (o sea a lo largo del Eje Y) de magnitud 9.

Dentro de la categoría Vectores, selecciona el primer grupo de rutinas () y la 3a. rutina de este grupo (). Selecciona en la tabla una región de 4 renglones y 1 columna, digamos las que se ven en la Fig. 19, parte superior derecha. En las celdas de esta región introduce los argumentos mostrados.

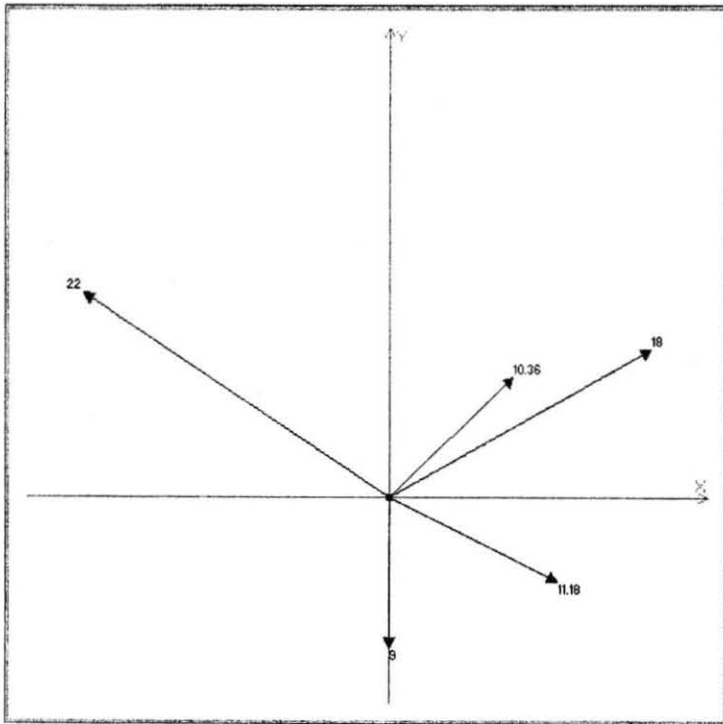


Fig. 19

#	1
1	$p30,18$
2	10,-5
3	$22<146$
4	v-9
5	

Resultado	Registro	Expresiones	No
Vectores dados:			
$(15.588, 9)$	ó	$(18 \angle 30^\circ)$	
$(10, -5)$	ó	$(11.18 \angle -26.565^\circ)$	
$(-18.239, 12.302)$	ó	$(22 \angle 146^\circ)$	
$(0, -9)$	ó	$(9 \angle -90^\circ)$	
Suma:		$(7.35, 7.302)$	ó
		$(10.36 \angle 44.815^\circ)$	

Presiona el botón **Ejecutar** "J".

Se dibujan en el pizarrón los vectores dados, junto con la suma vectorial (este vector en color azul), y se muestra el vector suma en la ficha **Resultado** (Fig. 19, parte inferior derecha). También puedes sumar vectores con la herramienta Estática de la partícula, como se describe más adelante.

7. ESTÁTICA DE LA PARTÍCULA

La Fig. 20 muestra el panel de controles de esta herramienta.

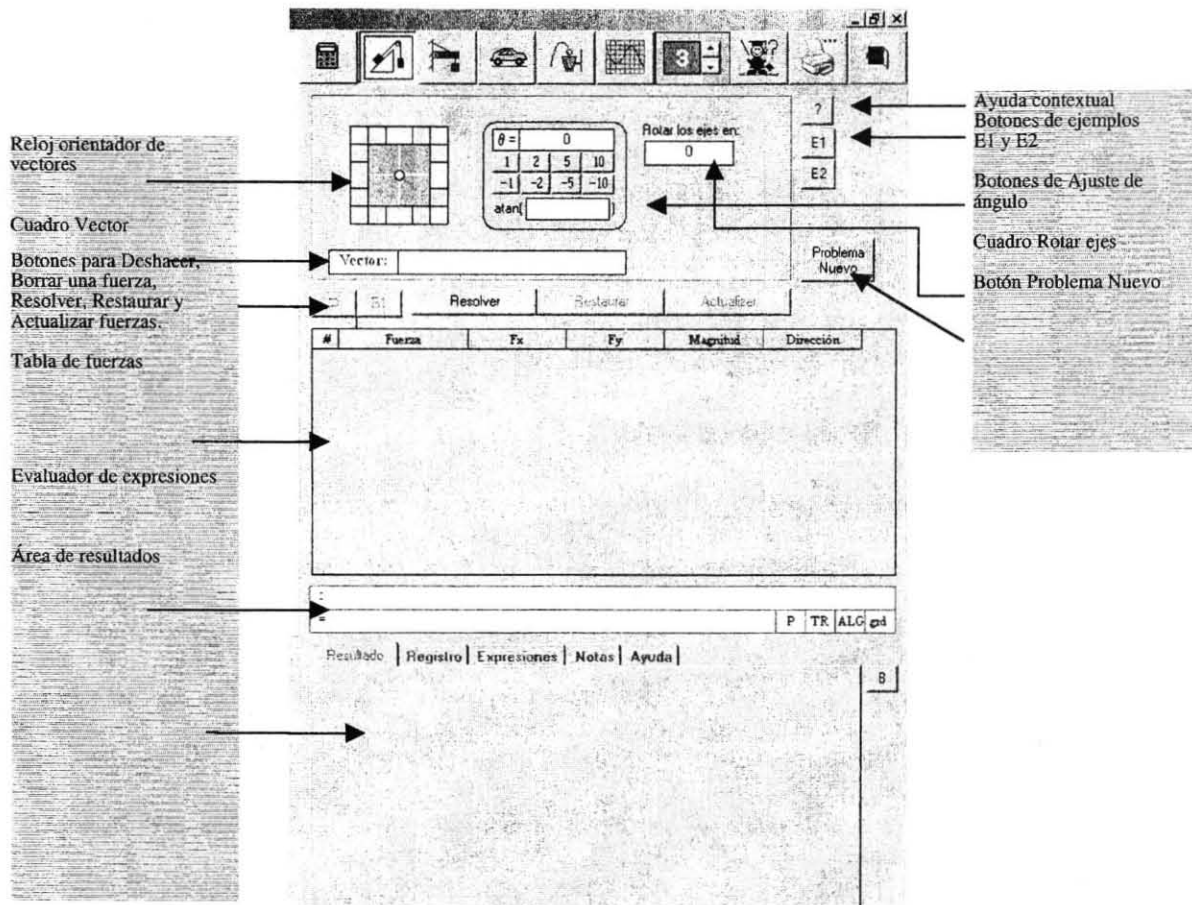


Fig. 20

Con esta herramienta puede resolver problemas de equilibrio concernientes a una sola partícula cada vez. Las incógnitas del problema pueden ser:

- Las magnitudes de dos fuerzas, F_1 y F_2 .
- La magnitud de una fuerza y la dirección de otra, F y $_$.
- Las direcciones de dos fuerzas, $_1$ y $_2$.

Puedes trabajar con ejes X y Y rotados con respecto a la orientación "estándar", o sea eje X horizontal, eje Y vertical.

El procedimiento de resolución es simple:

- Inserta en el Cuadro-Vector (directamente o con ayuda del Reloj orientador) cada una de las fuerzas que actúan sobre la partícula. Las fuerzas se van añadiendo al Diagrama de Cuerpo Libre de la partícula (DCL), que se va actualizando en el pizarrón.

(Lee el párrafo 7.1. "Uso del reloj orientador de vectores".)

- Una vez completado el DCL, oprime el botón **Resolver**.

7.1. Uso del reloj orientador de vectores

El *Reloj orientador de vectores* se puede usar para insertar en la tabla vectores en alguno de los formatos " hC_x ", " vC_y " o " cAe,M' ".

El uso del Reloj orientador es optativo. Los vectores se pueden teclear directamente en el Cuadro-Vector en cualquiera de los 6 formatos definidos por el programa. De hecho, los vectores que se den en cualquiera de los formatos "M;D" o "M<D", "F_x, F_y", "uD", o las variantes "cAe, C h" o "cAe, C v" del formato "cAe,M", deben teclearse directamente en dicho Cuadro-Vector.

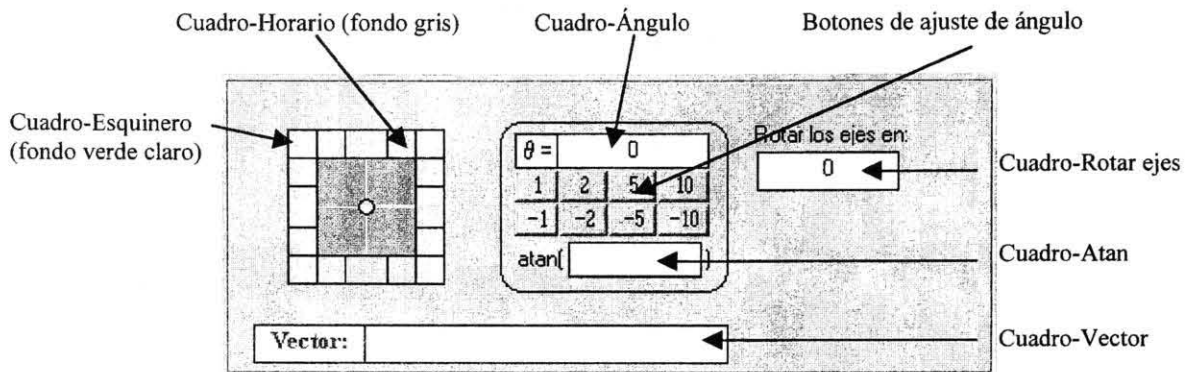


Fig. 21. Panel del Reloj orientador de vectores.

El Reloj contiene 12 Cuadros-Horarios (de fondo gris), correspondientes a las horas 1:00, 2:00, ..., 11:00 y 12:00. Contiene además 4 Cuadros-Esquineros (de fondo verde). El cuadro-horario actual se resalta en fondo amarillo.

Los Cuadros-Horarios de las 3:00 y 9:00 horas corresponden a vectores dirigidos a lo largo del Eje X; los de las 6:00 y 12:00, a lo largo del Eje Y. Los Cuadros-Horarios de las 2:00, 4:00, 8:00 y 10:00 horas sirven para dar el cuadrante hacia donde apunta el vector y el ángulo que forma el vector con el Eje X. Los Cuadros-horarios de las 1:00, 5:00, 7:00 y 11:00 horas hacen lo propio para ángulos que forma el vector con el Eje Y.

Los Cuadros-Esquineros se usan para introducir un ángulo de 45° con el Eje X o Y, indistintamente. Nota que los vectores "p45x,10" y "p45y,10" son uno mismo. Si el Cuadro-Ángulo contiene el valor "0", al hacer clic en cualquier Cuadro-Horario diferente de las 3, 6, 9 y 12 horas el ángulo se fija tentativamente en 30°. Este valor se puede ajustar con los Botones de ajuste de ángulo o directamente con el teclado.

Si conoces la tangente del ángulo puedes calcular el ángulo insertando el valor de la tangente en el Cuadro-Atan y oprimiendo la tecla INTRO. Este cuadro acepta expresiones como "3/4", "5/r(8)", etc.

En la carátula del reloj las líneas blancas señalan las direcciones opuesta y perpendiculares a la actual.

7.2. Ejemplos

Ejemplo 7.1. Un bloque de masa m_1 descansa sobre un plano de inclinación θ , con el que existe fricción de coeficiente μ . El bloque está sujeto a una cuerda que corre paralelamente al plano, pasa por una polea lisa y remata en otro bloque de masa m_2 que pende verticalmente. El bloque m_1 sufre además una fuerza F dirigida bajo un ángulo β como se muestra en la Fig. 22.

Calcular la fuerza F y la fuerza normal N debida al plano, suponiendo que el bloque m_1 está a punto de resbalar y usando los siguientes datos:

- $m_1 = 6 \text{ kg}$ $m_2 = 8 \text{ kg}$
- $\theta = 36.87^\circ$ $\mu = 0.3$
- $\beta = 20^\circ$

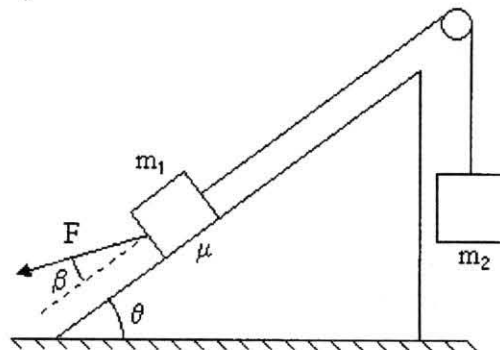


Fig. 22

Completa los siguientes 7 pasos:

1. Trabajaremos con el eje X dirigido hacia arriba del plano inclinado. En el cuadro "Rotar ejes" teclea el valor **36.87** y oprime INTRO. Tanto los ejes X y Y como el reloj se dibujarán rotados en este ángulo.

2. Vayamos ahora añadiendo las fuerzas sobre el bloque m_1 , empezando por la tensión de la cuerda. Obviamente esta tensión es igual al peso del bloque m_2 , o sea $8 \times 9.8 = 78.4$. Haz clic en el Reloj, en el Cuadro-Horario de las 3:00 horas. El Cuadro-Vector mostrará el texto "h"; este cuadro toma el enfoque, con el punto de inserción ("|") junto a la "h", listo para recibir texto adicional. Teclea en dicho cuadro la magnitud **78.4** para formar el texto completo "h78.4" y oprime INTRO. Se mostrará la fuerza de tensión en el pizarrón, y se añadirá la fuerza de componentes (**78.4, 0**) a la tabla de fuerzas (Véase la Fig. 24).

Nota. La fuerza de tensión está dada en el formato vectorial " hC_x ".

Si te equivocas en alguna fuerza puedes cancelarla oprimiendo el botón **Deshacer** (↶).

3. A continuación insertaremos el peso del bloque m_1 , igual a $6 \times 9.8 = 58.8$. Haz clic en el Cuadro-Horario de las 7:00, lo cual inserta el texto "**t30y**," en el Cuadro-Vector. Esta fuerza, por ser vertical, debe formar un ángulo de 36.87° con el eje Y. Para modificar el ángulo de 30° mostrado en el Cuadro-Ángulo haz clic en el **Rótulo-Theta**, lo cual inserta el ángulo de rotación en el Cuadro-Ángulo. El texto del Cuadro-Vector cambiará a "**t36.87y**,". Teclea en dicho cuadro la magnitud del peso, **58.8**, para formar el vector completo (**t36.87y,58.8**) y oprime INTRO (Fig. 23).

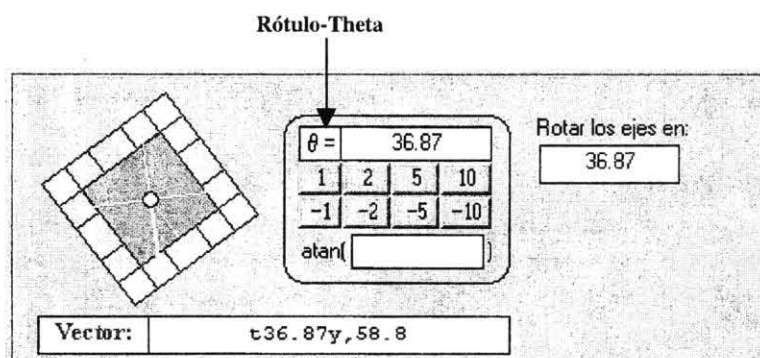


Fig. 23

#	Fuerza	Fx	Fy	Magnitud	Dirección
1	h78.4	78.4	0	78.4	0
2	t36.87y,58.8	-35.28	-47.04	58.8	-126.87

Fig. 24

Se dibuja la fuerza del peso en el pizarrón, se calculan las componentes del peso y se añade esta fuerza a la tabla de fuerzas, como se ve en la Fig. 24.

4. Agrega ahora la fuerza normal N, una de las incógnitas del problema. Dado que está dirigida a lo largo del eje Y, hacia arriba, haz clic en el Cuadro-Horario de las 12:00. En el Cuadro-Vector, que muestra "v", teclea el símbolo "n:" para formar el texto completo "vn:" y oprime INTRO. El color de la fuerza en el pizarrón es rojo, lo cual indica que es una incógnita del problema.

Nota. Los dos puntos ":" al final del formato vectorial "vn" significan que el vector se dibujará con su punta de flecha en su punto de aplicación (Véase la Fig. 25).

5. Haz clic en el Cuadro-Horario de las 9:00 (\Rightarrow texto del Cuadro-Vector: "h-"). Teclea el símbolo "**0.3 n**" para la magnitud de la fricción (\Rightarrow texto del Cuadro-Vector: "**h-0.3 n**"). Oprime INTRO.

Nota. Se ha tomado en cuenta aquí que la fricción viene dada por $f = \mu N$. También podrías haber introducido tanto la normal como la fricción en una sola operación usando el formato vectorial " $\mu, -0.3 n$ ".

6. Haz clic en el Cuadro-Horario de las 10:00. Oprime el *botón de ajuste de ángulo* cuya leyenda es "-10", con el fin de modificar el ángulo predeterminado de 30° al valor 20° . En el Cuadro-Vector, que muestra ahora " $s20x$ ", añade la magnitud " F " para formar el formato completo " $s20x,F$ " y oprime INTRO.

Con lo anterior hemos introducido todas las fuerzas sobre la partícula. El DCL en esta etapa se ve como en la Fig. 25.

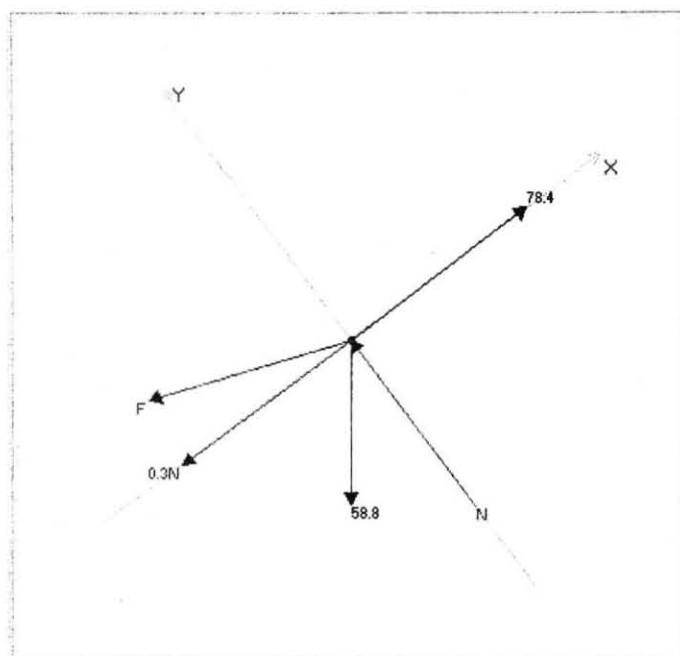


Fig. 25

Resultado	Registro	Expresión
		$\Sigma F_x = -0.3 N - 0.94 F + 43.12 = 0$
		$\Sigma F_y = N + 0.342 F - 47.04 = 0$
		$N = 35.188$
		$F = 34.653$
		$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$

Fig. 26

7. Oprime el botón **Resolver**. Se muestra la solución en la ficha **Resultado** (Fig. 26). Se redibuja el DCL, coloreando en fucsia las fuerzas calculadas.

Observaciones:

– Para restaurar las fuerzas del DCL a como estaban antes de resolver oprime el botón **Restaurar**. Puedes ahora suprimir o añadir fuerzas al DCL.

– Para suprimir una fuerza en el DCL haz clic en cualquier celda del renglón que contiene dicha fuerza en la tabla de fuerzas y oprime el botón **B1**. Para suprimir la última fuerza consignada oprime el botón **Deshacer** (⌫) sin necesidad de hacer clic en el último renglón de la tabla.

– El botón **Actualizar** sirve para introducir en la tabla de fuerzas los valores numéricos calculados para las componentes de las fuerzas incógnitas.

Ejemplo 7.2. Para el sistema mostrado en la Fig. 27 calcular las tensiones en las cuerdas inclinadas.

Las tensiones en las cuerdas verticales son obviamente de 60 y 90 newtons.

Plantearemos primeramente el problema de equilibrio de la cuerda que une los dos nodos. Esta cuerda está sometida a dos fuerzas desconocidas que son las tensiones " T_1 " y " T_3 " en las cuerdas laterales superiores, junto con las tensiones conocidas de las cuerdas verticales. Podemos tratar este segmento de cuerda como si fuese una partícula.

No usaremos el Reloj orientador de vectores en este ejemplo.

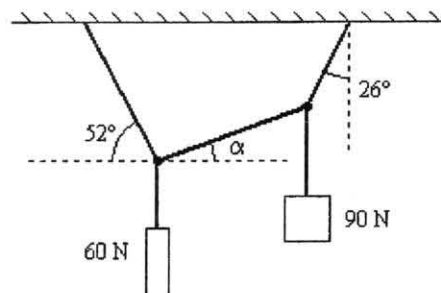


Fig. 27

– Activa el Cuadro-Vector y escribe allí el texto "`s52x,t1`". Oprime INTRO.

– Escribe en el Cuadro-Vector el texto "`v-60`" y oprime INTRO.

– Escribe en el Cuadro-Vector el texto "`v-90`" y oprime INTRO.

– Escribe en el Cuadro-Vector el texto "`p26y,t3`" y oprime INTRO.

– Oprime el botón **Resolver**.

Se encuentran las soluciones $T_1 = 73.160$ y $T_3 = 102.748$.

– A continuación resolveremos el primer nodo. Oprime el botón **Problema nuevo**. y contesta "Sí" al mensaje que se presenta.

– En el Cuadro-Vector inserta las siguientes tres fuerzas, oprimiendo INTRO después de cada una:

`s52x,73.16` `v-60` y `t2 ; a`

(Para consultar la solución obtenida anteriormente selecciona la ficha **Registro** en el **Área de resultados**.)

Al insertar la última fuerza aparece un cuadro de diálogo que te pregunta a qué ángulo deseas dibujar esta fuerza en el DCL. Da el ángulo "`20`" y oprime el botón OK del cuadro de diálogo. Este ángulo es puramente para efectos de visualización del DCL. La tabla de fuerzas luce ahora como sigue:

#	Fuerza	Fx	Fy	Magnitud	Dirección
1	<code>s52x,73.16</code>	-45.042	57.651	73.16	128
2	<code>v-60</code>	0	-60	60	-90
3	<code>t2;a 20</code>	$T2 \cos A$	$T2 \sin A$	$T2$	

Fig. 28

– Oprime el botón **Resolver**. Se encuentra que

$$T_2 = 45.103 \text{ N} \quad \text{y} \quad \alpha = 2.986^\circ$$

Nota. Para resolver problemas de varias partículas, como el de este ejemplo, se puede utilizar mejor la herramienta Estática del cuerpo rígido (Consulta el Ejemplo 8.6 en la página 34).

Ejemplo 7.3. Un bloque que pesa 100 N está suspendido de dos cuerdas cuyas tensiones son 80 N y 100 N, como se muestra en la Fig. 29. Calcular los ángulos α y β formados por las cuerdas inclinadas con la horizontal.

– Oprime el botón **Problema nuevo** para “limpiar” la pantalla.

– En el Cuadro-Vector escribe el texto “ 100 ; a|30 ” y oprime INTRO.

Nota. El signo “ | ” después del formato “100;a” del vector indica que se dibuje en el pizarrón a un ángulo de 30°.

– En el Cuadro-Vector escribe el texto “ 80 ; b|140 ” y oprime INTRO.

– En el Cuadro-Vector escribe “ v-100 ” y oprime INTRO.

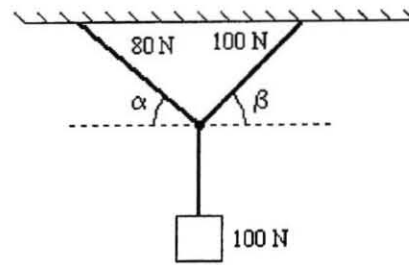


Fig. 29

– Oprime el botón **Resolver**. Se encuentran dos soluciones y se presenta un cuadro de diálogo para escoger una de ellas (Fig. 30).

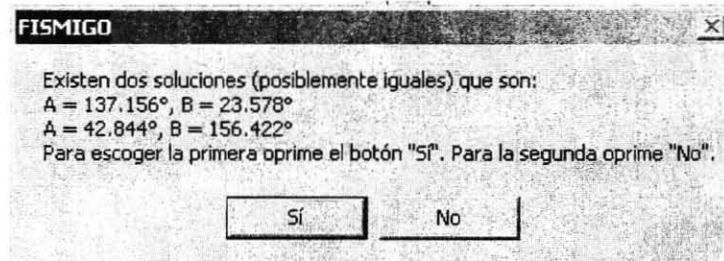


Fig. 30

– Oprime el botón “**Sí**” del cuadro de diálogo. Las fuerzas desconocidas, ahora calculadas, se dibujan en color fucsia.

Observamos que la solución escogida corresponde a la fuerza de 100 N dirigida hacia el segundo cuadrante, lo que no concuerda con la situación mostrada en la Fig. 29. Examinemos la otra solución: oprime el botón **Restaurar** y luego el botón **Resolver**. Oprime ahora el botón “**No**”.

8. ESTÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

La Fig. 31 muestra el panel de controles de esta herramienta.

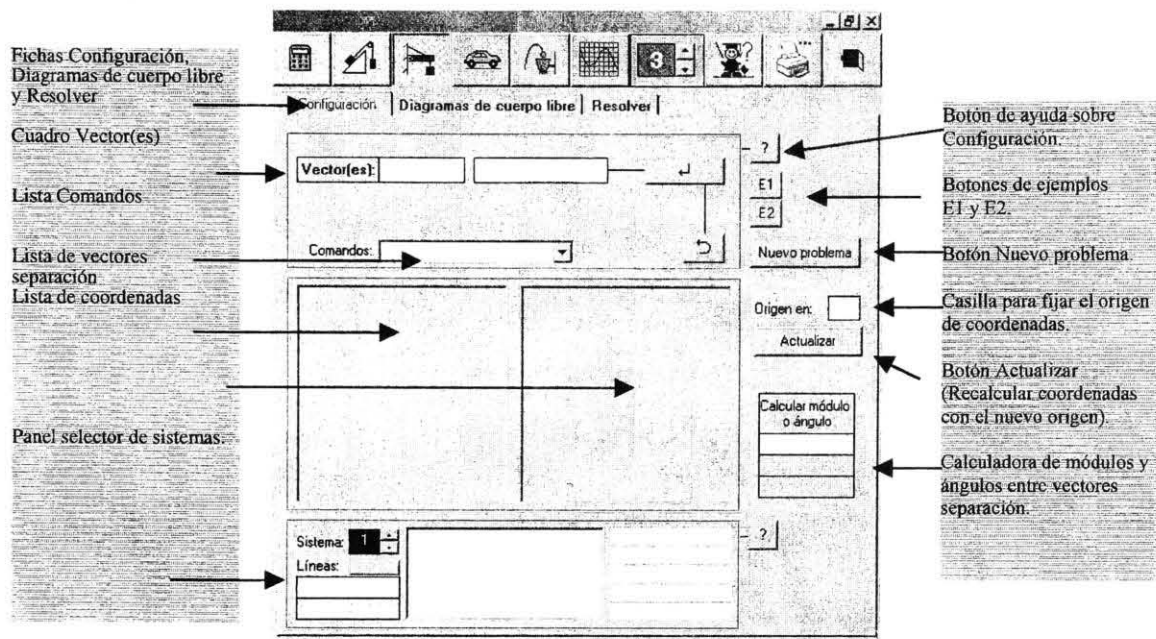
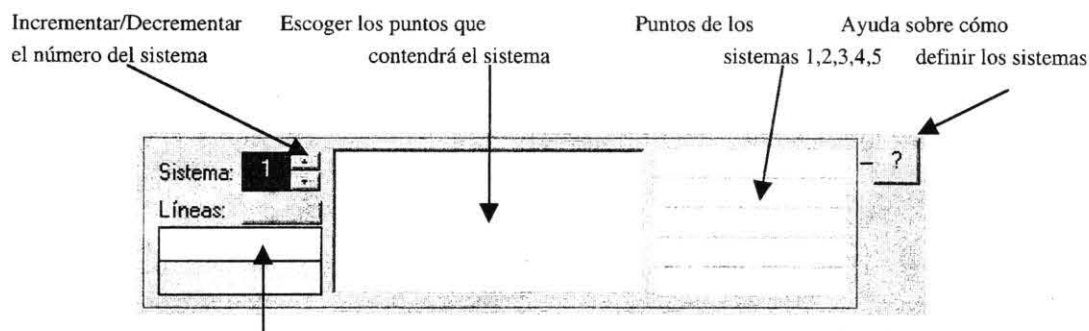


Fig. 31

Los controles del panel selector de sistemas se muestran en la Fig. 32.



Cuadro para trazar líneas de unión entre puntos

Fig. 32

Con esta herramienta puedes resolver el problema de equilibrio de:

(A) Un sólo cuerpo rígido.

El problema debe ser estáticamente determinado. Las incógnitas pueden ser fuerzas y/o pares, en cantidad de tres para fuerzas coplanarias generales. Una incógnita (y sólo una) puede ser un ángulo.

(B) Un sistema de hasta 4 partículas (8 incógnitas en total). Ninguna de las incógnitas debe ser un ángulo.

(C) Un "sistema global" (p. ej. un marco) que se desmembra en hasta 4 subsistemas (15 ecuaciones de equilibrio en total, no todas independientes). Aquí tampoco se permiten incógnitas que sean ángulos.

8.1. Procedimiento para resolver. Un ejemplo

El procedimiento para resolver consiste en:

(I) Establecer la configuración del sistema.

Esto define un "Sistema global" que contiene todos los puntos que determinan la configuración.

(II) Definir los subsistemas del sistema global que se necesiten para resolver el problema. Cada subsistema contiene algunos de los puntos introducidos.

(III) Hacer los Diagramas de cuerpo libre (DCL's) del sistema global y cada uno de los subsistemas definidos.

(IV) Resolver el sistema de ecuaciones resultante.

Para los pasos I y II usas los controles contenidos en la ficha Configuración. Para el paso III usas la ficha Diagramas de cuerpo libre y para el paso IV la ficha Resolver.

Consideremos un ejemplo simple, que trata sobre un sólo cuerpo rígido (tres incógnitas).

Ejemplo 8.1. Una viga recta de 3 m de longitud y 40 kg de masa está articulada a una pared en su extremo izquierdo. La viga se mantiene en posición horizontal con ayuda de un cable sujeto a un punto a 0.75 m de su extremo derecho, e inclinado a 30° con la horizontal, como se muestra en la Fig. 33. Calcular la fuerza de reacción en la articulación, así como la tensión en el cable.

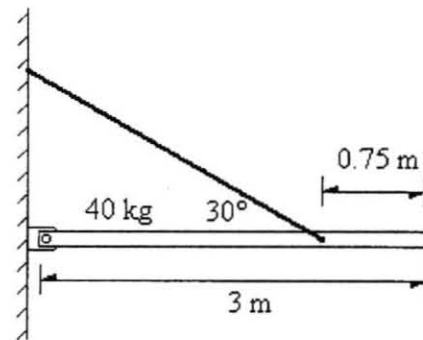


Fig. 33

1. Seleccionemos la ficha Configuración.

Para "establecer la configuración" debemos localizar 3 puntos relevantes:

- Punto donde está la articulación.
- Punto medio de la viga (punto de aplicación de su peso (igual a $40 \times 9.8 = 392$ (newton)))
- Punto de sujeción del cable.

Estos puntos los nombraremos sucesivamente A, B y C.

Para ubicar en el plano XY los puntos A, B y C, daremos los vectores-separación **AB** y **BC**.

2. En el **Cuadro-Vector(es)** escribe el texto "ab" y presiona INTRO. El programa convierte el texto a mayúsculas, "AB", y pasa el enfoque al cuadro a la derecha del anterior, cuyo rótulo se actualiza a "AB" (Fig. 34). En este cuadro escribe el texto "h1.5" (que denota un vector horizontal hacia la derecha, de magnitud 1.5) y presiona INTRO. El enfoque pasa al botón "↵". Oprime este botón.

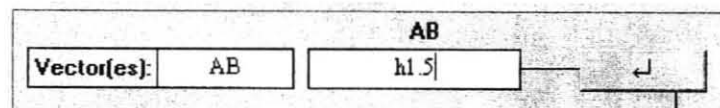


Fig. 34

Se dibuja en el pizarrón un sistema de ejes XY con el origen en el primer punto especificado (o sea el punto "A"). Se dibujan los puntos A y B. Se añade a la lista de vectores-separación la entrada "**AB = (1.5, 0)**", y se añaden a la lista de coordenadas las entradas "A(0, 0)" y "B(1.5, 0)". Conforme se van definiendo los puntos estas listas muestran los vectores-separación introducidos y las coordenadas de los nuevos puntos.

3. En el **Cuadro-Vector(es)** escribe el texto “bc” y presiona INTRO. En el cuadro rotulado “BC” escribe el texto “h0.75” y presiona INTRO. Oprime el botón “↵”. El programa calcula las coordenadas del punto C.

Con esto hemos determinado ya la configuración.

4. En la parte inferior de la ficha **Configuración** el programa ha incluido los puntos A, B y C dentro del *Sistema global* o *Sistema número 1* (Fig. 35). Como el problema trata de un sólo cuerpo rígido no hay necesidad de definir otros sistemas. Vamos ahora a dibujar una línea que una estos tres puntos (para efectos de visualización del sistema).

The screenshot shows a software interface for configuration. On the left, there are two input fields: 'Sistema:' with a dropdown menu showing '1' and 'Líneas:' with an empty text box. To the right, there are three checkboxes labeled 'A', 'B', and 'C', all of which are checked. Further right, there is a label 'ABC' and a large empty rectangular area for drawing.

Fig. 35

En el cuadro de texto “Líneas” escribe el texto “1abc” y presiona INTRO. El programa une los puntos A y B, y B y C, con líneas de color fucsia.

(Nota. Alternativamente, haz clic en el botón junto al rótulo **Líneas**. Esto une con segmentos rectos todos los puntos de todos los sistemas que se hayan definido).

Pasaremos ahora al Diagrama de cuerpo libre de la viga.

5. Selecciona la ficha **Diagramas de cuerpo libre**. Aparece la interfaz mostrada en la Fig. 36.

The screenshot shows a software interface for free-body diagrams. At the top, there are three tabs: 'Configuración', 'Diagramas de cuerpo libre', and 'Resolver'. Below the tabs, there is a section for 'Hacer/Mostrar DCL del sistema:' with a dropdown menu showing '1' and a label 'ABC'. Below this, there is a table with columns: 'Cuerpo', 'Punto(s)', and 'Fuerza[:]/[Par]'. The 'Cuerpo' column has '1' in the first row. The 'Punto(s)' column has 'A' in the first row. The 'Fuerza[:]/[Par]' column has 'art' in the first row. To the right of the table, there is a button 'Incl' and a button 'BT'. Below the table, there is a table with columns: '#', 'Cpo.', 'Pto.', 'Fuerza[:]/[Par]', 'Fx', 'Fy', and 'Mom.'. The table is currently empty.

Fig. 36

Los cuadros de texto “Punto(s)” y “Fuerza[:]/[Par]” se usan para añadir al DCL del sistema las fuerzas que actúan en cada uno de los puntos A, B y C. Cada fuerza añadida se va registrando en la **tabla de fuerzas**, donde se muestran además los valores de las componentes X y Y.

6. En el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “a” y oprime INTRO. La letra “a” se convierte a mayúscula y se activa el siguiente cuadro, **Fuerza[:]/[Par]**; en este cuadro escribe el texto “art” y oprime INTRO. El programa sustituye el texto “art” (abreviatura de “articulación”) por el texto “Ax, Ay” y pasa el enfoque al botón “↵”. Oprime este botón.

Se dibujan en el pizarrón dos fuerzas “Ax” y “Ay” en el punto A, y se añade la fuerza a la tabla de fuerzas.

Nota. Alternativamente podrías haber escrito el texto “Ax, Ay” directamente en el cuadro **Fuerza[:]/[Par]**.

7. En el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “b” y oprime INTRO. En el cuadro, **Fuerza[:]/[Par]** escribe el texto “v-392” (el peso de la viga) y oprime INTRO. Oprime el botón “↵”.

8. En el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “c” y oprime INTRO. En el cuadro, **Fuerza[:]/[Par]** escribe el texto “s30x,t” (Fuerza “T” hacia el segundo cuadrante, a un ángulo de 30° con el eje X) y oprime INTRO. Oprime el botón “↵”.

Observa en la Fig. 37 el DCL completo de la viga, así como la tabla de fuerzas.

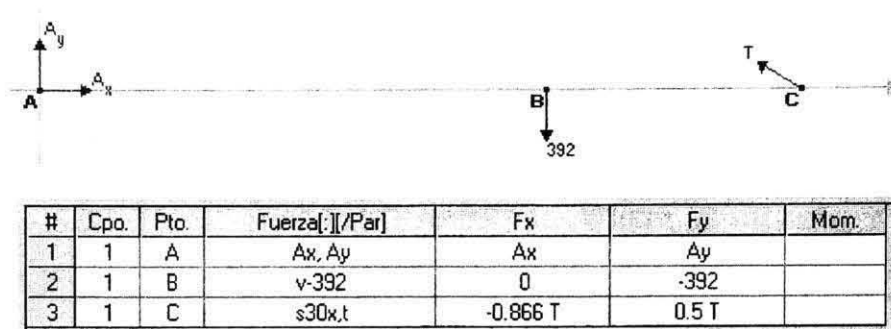


Fig. 37

Pasemos a resolver las ecuaciones de equilibrio.

9. Selecciona la ficha **Resolver**, que muestra la interfaz de la Fig. 38.

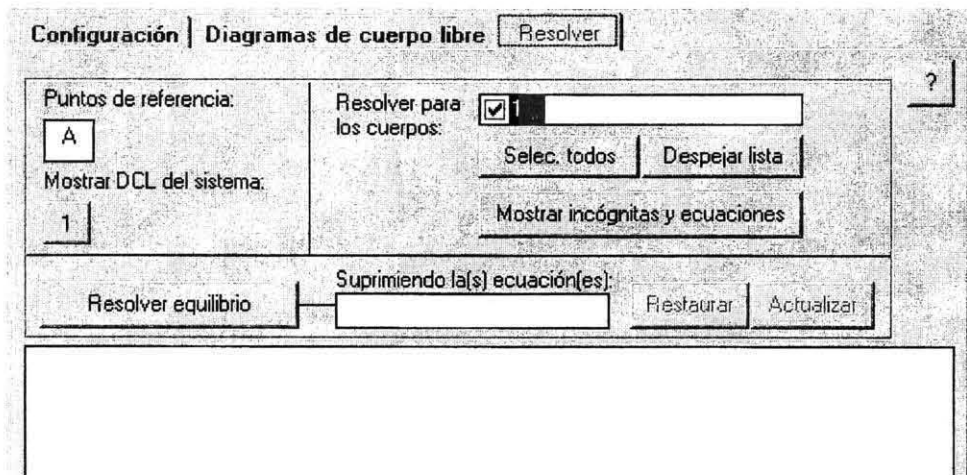


Fig. 38

Como punto de referencia de los momentos de las fuerzas el programa propone el punto “A”.

10. Oprime el botón **Resolver equilibrio**. Observa la solución reportada por el programa en la Fig. 39.

<p>3 incógnitas (A_x, T, A_y), 3 ecuaciones.</p> <p><u>Cuerpo 1:</u></p> <p>1x: $A_x - 0.866 T = 0$</p> <p>1y: $0.5 T + A_y - 392 = 0$</p> <p>1m: $1.125 T - 588 = 0$</p> <p><u>Soluciones:</u></p> <p>$A_x = 452.643$</p> <p>$T = 522.667$</p> <p>$A_y = 130.667$</p> <p>-----</p>
--

Fig. 39

Notas.

Al resolver el problema las fuerzas desconocidas del DCL se dibujan en color fucsia y se habilitan los botones **Restaurar** y **Actualizar**. Para volver a la situación de las fuerzas de antes de resolver oprime el botón **Restaurar** (aquí puedes suprimir o agregar fuerzas al DCL). Para consignar en la tabla los valores calculados de las incógnitas oprime el botón **Actualizar**.

Para borrar todo oprime el botón **Problema nuevo**.

8.2. Cómo establecer la configuración del sistema global.

Llamaremos "Sistema global" al conjunto completo de cuerpos cuyo equilibrio se va a analizar.

Dar la Configuración del sistema global significa localizar en el plano XY todos aquellos puntos de unión o acoplamiento donde existan interacciones a calcular entre los diversos cuerpos del sistema global y entre dichos cuerpos y los apoyos externos. En esta etapa no se hace distinción entre fuerzas internas y externas.

Para establecer la configuración hay que especificar tantos vectores separación como sean necesarios para determinar las coordenadas cartesianas de todos los puntos donde existen fuerzas.

Así por ejemplo, si existen fuerzas internas o externas en los puntos A, B, C, y D, podríamos especificar los vectores separación

AB, AC y AD

El primer punto del primer vector (o sea "A" en este ejemplo) se toma como origen del sistema XY. Este origen puede cambiarse, si se desea.

Alternativamente podríamos localizar los puntos mediante los vectores separación:

AB, BC y CD

o bien mediante los vectores:

AD, BC y DB

Etc.

Para especificar un vector separación, digamos "**AB**":

– En la casilla **Vector(es)** escribe la cadena de dos letras "**ab**" (sin las comillas) y presiona la tecla INTRO.

El programa convierte la cadena "**ab**" a mayúsculas: **AB**. El enfoque pasa a la siguiente casilla, cuyo encabezado muestra el vector actual **AB**.

– En esta segunda casilla da el vector **AB** usando alguno de los formatos vectoriales definidos por el programa. Presiona la tecla INTRO para pasar el enfoque al botón "↵". Oprime este botón.

Se añadirá el vector a la lista de vectores separación y se mostrarán las coordenadas de los puntos A y B en la lista de coordenadas. Se dibujarán los puntos A y B en el pizarrón.

Repita las operaciones anteriores para los demás vectores separación.

Notas

La lista desplegable rotulada **Comandos** registra cada uno de los vectores separación simples o compuestos introducidos.

Para cancelar el último comando de la lista desplegable oprime el botón **Des hacer** (↵).

Para cancelar todos los vectores separación introducidos oprime el botón **Nuevo problema**.

Para cambiar el origen de coordenadas (en cualquier momento) escribe en la casilla **Origen en** la letra del nuevo origen y luego oprime el botón **Actualizar**.

Si los puntos considerados están alineados podemos especificarlos en una sola operación, como se hace en los siguientes ejemplos.

Ejemplo 8.2. Supongamos que los puntos A, B, C y D están sobre una línea inclinada a 34° con la horizontal, y que las distancias entre estos puntos son $AB = 12$, $BC = 20$ y $CD = 33$ (Fig. 40 izquierda).

Para ubicar estos puntos en una sola operación escribe en el **Cuadro-Vector(es)** la cadena "abcd" y oprime INTRO. En el siguiente cuadro da el primer vector, "AB", en el formato "cAe, M" (o sea escribe en dicho cuadro el dato "p34x, 12") y oprime INTRO. En las últimas dos casillas escribe "20" y "33", oprimiendo INTRO cada vez. Finalmente oprime el botón "↵". Se dibujarán los puntos como vemos en la Fig. 40 izquierda.

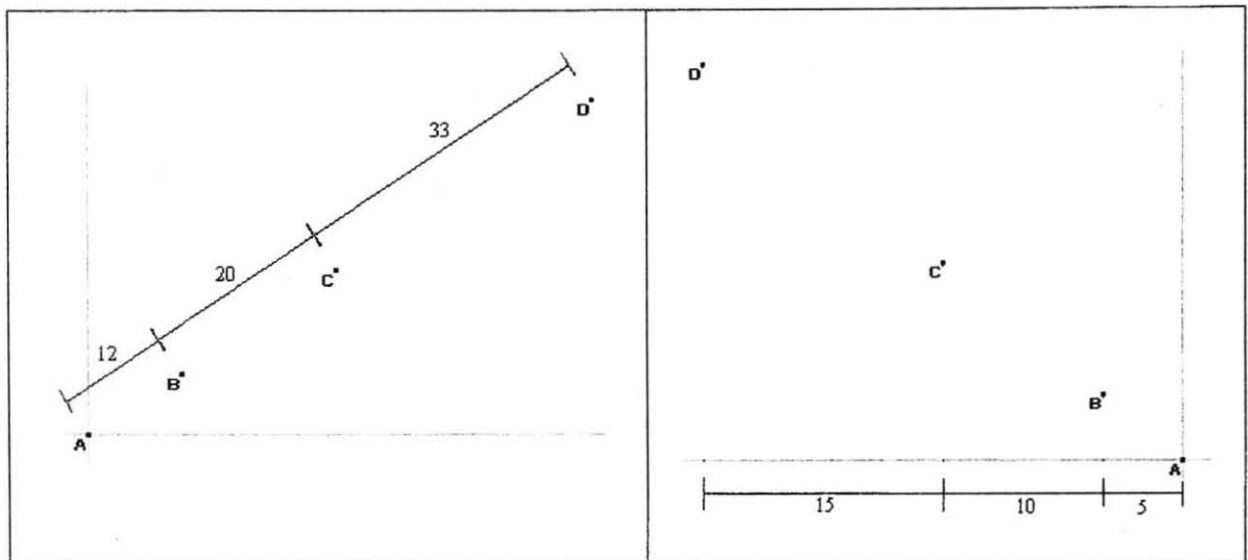


Fig. 40

También podrías haber dado el primer vector en el formato "M ; D" (o equivalentemente "M < D"), o sea escribirlo en la forma "12;34" (o equivalentemente "12 < 34").

Ejemplo 8.3. Supongamos que los puntos A, B, C y D están sobre una línea que forma un ángulo de 40° con la horizontal, con pendiente negativa, y que sus separaciones horizontales son 5, 10 y 15, respectivamente (Fig. 40 derecha).

Escribe en el **Cuadro-Vector(es)** la cadena "abcd" y oprime INTRO. En el siguiente cuadro da el primer vector, AB, en el formato "cAe, Ch", o sea escribe "s40x, 5h", y oprime INTRO. Este formato denota un vector hacia el **segundo** cuadrante, que forma un ángulo de 40° con la **horizontal**, y cuya componente **horizontal** es de magnitud 5). Nota que aparece el rótulo "Serie en" y una casilla adicional que contiene la letra "x". En esta casilla debes dejar la "x" para indicar que las separaciones que darás seguidamente serán **horizontales** (o bien, en su caso, escribir "y", lo cual indicaría que las separaciones serían las **verticales**). Para escoger la opción "x" simplemente oprime INTRO en dicha casilla. En las demás casillas escribe "10" y "15" (Fig. 41) y luego oprime el botón "↵".

Vector(es):		ABCD	s40x,5h	↙	
Serie en:	X	BC	10	CD	15
Comandos:	<input type="text"/>				

Fig. 41

También puedes dar el primer vector en el formato "cAe, Cv" y luego escoger "x", "y" o "m" en la casilla **Serie en** para especificar separaciones horizontales o verticales, o distancias, de los demás vectores de la serie.

Ejemplo 8.4. En el **Cuadro-Vector(es)** escribe "abcd". Da el primer vector en la forma "10, -3". En la casilla **Serie en** escribe "y". En las casillas restantes escribe "5" y "9". Esta operación especifica los vectores "10, -3", "16.67, -5" y "30, -9". El programa ajusta las componentes X para que los puntos A, B, C y D estén alineados.

8.4. Otro ejemplo

Ejemplo 8.5. Resolveremos el marco mostrado en la Fig. 42. Consta de un miembro ABCD en forma de "T" y otro miembro EDC recto. Sobre éste se aplica un par de momento igual a $800 \text{ N}\cdot\text{m}$. Sobre el primero se aplica en el punto B una fuerza vertical de 400 N . Se desea calcular las reacciones en las articulaciones A y D y en los contactos simples C y E.

Paso I. Establecer la configuración

- Localizaremos los puntos A, B y C en una sola operación: en el **Cuadro-Vector(es)** escribe "abc" y presiona INTRO. En el siguiente cuadro escribe "h3" y presiona INTRO. En el último cuadro escribe "2" y presiona INTRO. Oprime el botón "↙".

- Localizaremos ahora los puntos C, D y E. Necesitamos calcular el ángulo en C. Para ello usa el *evaluador de expresiones* que se muestra debajo del

pizarrón: inserta en el cuadro de expresiones el texto " $\text{atan}(4/5)$ " y presiona INTRO. Obtienes el ángulo $\angle (ACE) = 38.66^\circ$.

Ahora escribe en el **Cuadro-Vector(es)** el texto "cde" y presiona INTRO. En el siguiente cuadro escribe "t38.66x,2h" (vector hacia el tercer cuadrante, que forma un ángulo de 38.66 con la horizontal, y cuya componente X tiene magnitud 2) y presiona INTRO. En la casilla **Serie en** deja la "x" oprimiendo INTRO allí. En el último cuadro escribe "3" y presiona INTRO. Oprime el botón "↙".

Paso II. Definir los sistemas a considerar

Con lo anterior hemos localizado ya todos los puntos donde existirán fuerzas (dependiendo del sistema considerado). El programa define un "*Sistema global*" que contiene todos los puntos definidos, tal como se muestra en el **Panel selector de sistemas** (Fig. 44). Este es el "sistema número 1". Vamos a definir dos sistemas más, el 2 y el 3.

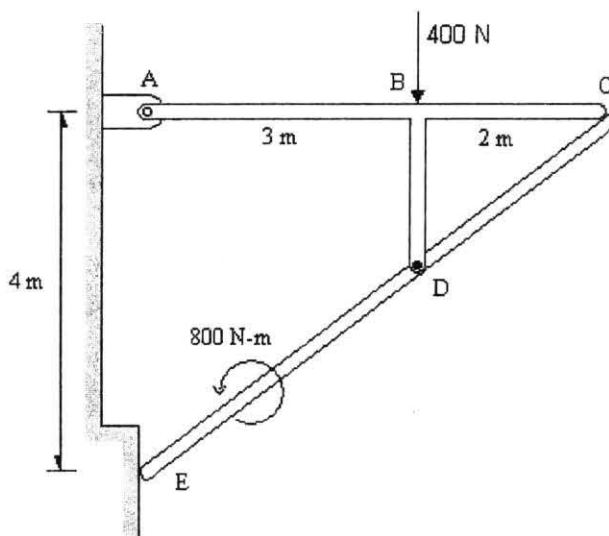


Fig. 42

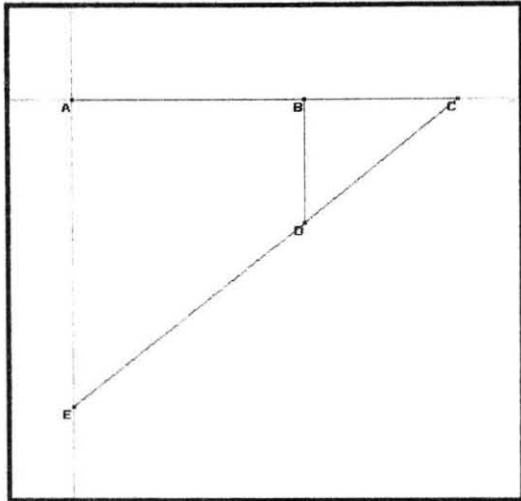


Fig. 43

– En el *Panel selector de sistemas* usa el contador junto al rótulo **Sistema** para incrementar el número del sistema actual a “2”.

– En la lista de puntos palomea los puntos A, B, C y D. Esto define el sistema 2 (Fig. 44).

– Incrementa el número del sistema actual a “3”.

– En la lista de puntos palomea los puntos C, D y E. Esto define el sistema 3.

– Con objeto de distinguir gráficamente los sistemas uniremos sus puntos mediante líneas. Activa el cuadro **Líneas**. Escribe allí la cadena “**1abcde**” (y oprime INTRO). Luego escribe en ese mismo cuadro la cadena “**1bd**” (y oprime INTRO).

– Para delinear el sistema 2 (el miembro en forma de T) escribe en el cuadro **Líneas** el texto “**2abc**”. En este mismo cuadro escribe luego “**2bd**”.

– Análogamente traza líneas que unan los puntos E, D y C: escribe la cadena “**3edc**” en el cuadro **Líneas**.

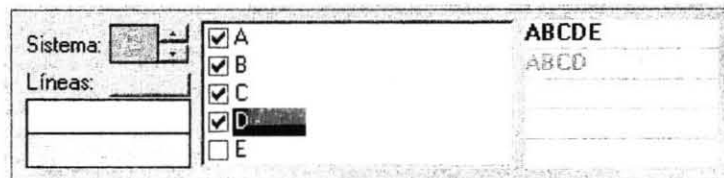


Fig. 44

Nota importante: en el resto de este ejemplo cada vez que introduzcas un texto en un cuadro de edición de texto **debes oprimir la tecla INTRO** para registrar el dato y para pasar el enfoque al siguiente campo.

Paso III. Hacer los DCL's de los sistemas introducidos.

A continuación haremos los diagramas de cuerpo libre de los 3 sistemas definidos. Selecciona la ficha **Diagramas de cuerpo libre**.

– Asegúrate de que el Cuadro-Cuerpo muestre “1”. En el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “a”. En el cuadro **Fuerza[:]/[Par]** escribe el texto “**art**”. El texto de este cuadro cambia a “**Ax, Ay**”. Oprime el botón “↵”.

– En el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “b”. En el cuadro **Fuerza[:]/[Par]** escribe el texto “**v-400**”. Presiona el botón “↵”.

– En el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “e”. En el cuadro **Fuerza[:]/[Par]** escribe el texto “**he**”. Presiona “↵”.

Nota. Podrías haber introducido a la vez la fuerza “he” junto con el par “800” con el formato “**he/800**”, pero dejémoslo como lo hicimos.

– En los puntos C y D del sistema global no figuran fuerzas en el DCL, puesto que no existen fuerzas *externas* allí. Falta por considerar el par aplicado. El punto de aplicación de este par sobre la barra EDC es arbitrario. Lo trazaremos en el punto E: en el cuadro **Punto(s)** escribe la letra “e”; en el cuadro **Fuerza[:]/[Par]** escribe el texto “**800**”; Presiona el botón ↵.

Con lo anterior hemos completado el DCL del sistema global, que se ve como en la Fig. 45. La tabla de fuerzas se ve como en la Fig. 46.

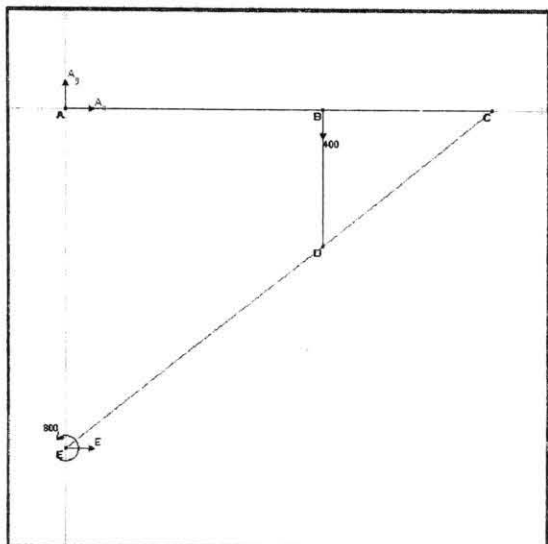


Fig. 45

#	Cpo.	Pto.	Fuerza[;]/[Par]	Fx	Fy	Mom.
1	1	A	Ax, Ay	Ax	Ay	
2	1	B	v-400	0	-400	
3	1	E	he	E	0	
4	1	E	800			800

Fig. 46

Pasemos a trazar el DCL del subsistema 2.

– Haz clic en el **Botón de opción de sistema** número 2. Se muestra en el pizarrón el contorno de este sistema, definido por las líneas que unen sus puntos.

– El DCL del subsistema 2 contiene en A y B las mismas fuerzas que existen allí para el sistema global. Para introducir estas fuerzas simplemente oprime el **Botón Incl.**

- En el cuadro **Punto(s)** escribe “d”. En el cuadro **Fuerza[:] / [Par]** escribe “art”. Oprime el botón “↵”.
- En el cuadro **Punto(s)** escribe “c”. En el cuadro **Fuerza[:] / [Par]** escribe “s38.66y,c”. Oprime el botón “↵”.

(Nota que la dirección “s38.66y” es perpendicular a la dirección de la barra CDE, que es “t38.66x”).

Pasemos al DCL del subsistema 3.

- Haz clic en el **Botón de opción de sistema** número 3.
- Oprime el **Botón Incl** para incluir en el DCL la fuerza y el par que actúan en el punto E.
- En el cuadro **Punto(s)** escribe “d”. En el cuadro **Fuerza[:] / [Par]** escribe “neg7” (o “neg 7”). Esto toma el negativo de la fuerza número 7 consignada en la tabla de fuerzas. Oprime “↵”.
- En el cuadro **Punto(s)** escribe “c”. En el cuadro **Fuerza[:] / [Par]** escribe “neg8” (o “neg 8”). Esto toma el negativo de la fuerza número 8 consignada en la tabla de fuerzas. Oprime “↵”.

Paso IV. Resolver las ecuaciones de equilibrio.

Hemos terminado así con los DCL's. Para revisar el DCL del sistema global o de cualquiera de los subsistemas haz clic en el **Botón de opción de sistema** correspondiente. Puedes añadir o suprimir fuerzas a cualquier sistema, si bien debes actualizar manualmente los DCL's afectados de los demás sistemas.

Para pasar a la resolución de las ecuaciones de equilibrio activa la ficha **Resolver**. Para cada uno de los sistemas 1, 2 y 3 puedes escoger un punto de referencia de momentos distinto. Esto lo haces introduciendo la letra del punto de referencia deseado en la casilla respectiva rotulada **Puntos de referencia** (Fig. 47). Escoge el punto A para los sistemas 1 y 2, y el punto D para el sistema 3.

Junto al rótulo **Resolver para los cuerpos** el panel contiene una serie de 3 casillas de verificación. Debes palomear las casillas de los sistemas cuyas ecuaciones de equilibrio deseas resolver simultáneamente. Dado que los DCL's de los sistemas 1 (el global), 2 y 3 no son independientes, puedes verificar solamente 2 de las casillas, sean 1 y 2, ó

1 y 3, ó 2 y 3. Seleccionemos la 1 y la 2, como se ve en dicha figura. Oprime el botón **Resolver equilibrio**. Se muestran las ecuaciones de equilibrio de los sistemas 1 y 2, así como los valores calculados para las incógnitas A_x , A_y , D_x , D_y y C (Véase la Fig.

48).

Puntos de referencia: A A D	Resolver para los cuerpos: <input checked="" type="checkbox"/> 1 <input checked="" type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3
Mostrar DCL del sistema: 1 2 3	<input type="button" value="Selec. todos"/> <input type="button" value="Despejar lista"/>
<input type="button" value="Mostrar incógnitas y ecuaciones"/>	
<input type="button" value="Resolver equilibrio"/>	Suprimiendo la(s) ecuación(es): <input type="text"/> <input type="button" value="Restaurar"/> <input type="button" value="Actualizar"/>

Fig. 47

6 incógnitas (A_x, E, A_y, D_x, C, D_y), 6 ecuaciones. Cuerpo 1: 1x: $A_x + E = 0$ 1y: $A_y - 400 = 0$ 1m: $4E - 400 = 0$ Cuerpo 2: 2x: $A_x + D_x - 0.625C = 0$ 2y: $A_y + 0.781C + D_y - 400 = 0$ 2m: $1.6D_x + 3.904C + 3D_y - 1200 = 0$	Soluciones: $A_x = -99.999$ $E = 99.999$ $A_y = 400$ $D_x = 353.658$ $C = 406.051$ $D_y = -317.071$
---	--

Fig. 48

8.2. Diagramas de cuerpo libre: introducir fuerzas y pares en el DCL

Como vimos en el ejemplo anterior, al introducir el texto "art" (por "articulación") en el Cuadro Fuerza[:]/[Par] el programa sustituye dicho texto por "Ax, Ay", donde "A" es el punto actual. Análogamente puedes introducir "emp" (por "empotramiento") para introducir la fuerza y par "Ax, Ay/MA". Puedes añadir un signo de dos puntos ":" al final de "art" o "emp" para trazar los vectores-fuerza con sus puntas en el punto de aplicación.

Para introducir en el Cuadro Fuerza[:]/[Par] alguna de las fuerzas ya consignadas en la tabla de fuerzas escribe el texto "pos" junto con el número de dicha fuerza; por ejemplo, "pos5" (o bien "pos 5") introduce la fuerza que ocupa el renglón número 5 de la tabla. Por otra parte, si deseas introducir el negativo de una fuerza, escribe "neg" junto con el número de la fuerza en la tabla; por ejemplo, "neg12" (o bien "neg 12") introduce el negativo de la fuerza número 12.

Si vas a introducir fuerzas todas horizontales o todas verticales en sendos puntos A, B, C, D, ..., lo puedes hacer en una sola operación como sigue (Fig. 49):

Inserta en el Cuadro-Punto(s) la cadena "abcd...". En el Cuadro Fuerza[:]/[Par] da la primera fuerza (esto es, la fuerza en el punto "A") en el formato "hCx" o bien "vCy". Aparece un rótulo "(Componentes:)" que te recuerda que las restantes casillas recibirán las componentes (ojo, tienen signo algebraico) de las restantes fuerzas.



Fig. 49

Para introducir un par en algún punto escribe el símbolo o el valor algebraico del momento del par en el **Cuadro Fuerza:[/Par]** y oprime INTRO. Por ejemplo, “340”, “MB”, “M1”, “-450”, etc. Para introducir una fuerza y un par, separa el símbolo o valor algebraico del par mediante una “/”; ejemplos: “p23x,12:/-450”, “-23, 44 / 135”, etc.

Nota importante. La herramienta Estática del cuerpo rígido no admite direcciones desconocidas para las fuerzas (como sería por ejemplo para la fuerza “125 ; a”), a menos que se trate de un sólo sistema y un sólo ángulo desconocido.

Uno o más de los sistemas considerados en un problema puede ser una partícula, como en el sgte. ejemplo.

Ejemplo 8.6. Resolver el “tendedero” mostrado en la Fig. 50 (calcular las tensiones T_1 , T_2 , T_3 y T_4 , el ángulo α y el peso W).

Localizaremos tres puntos A, B, C que correspondan a los nodos a, b y c, mediante los vectores-separación **AB** y **BC**.

- Selecciona la ficha **Configuración**. Da el vector-separación **AB** en la forma “c35x,10” (El ángulo de 35° y la distancia $AB = 10$ son arbitrarios aquí).

- Da el vector separación **BC** en la forma

“p25x,10” (Este ángulo sí debe ser de 25°).

Nota. La distancia $BC = 10$ es arbitraria.

- El “Sistema global” comprende los tres puntos

A, B y C. Sin embargo, no usaremos este

sistema, pues no tenemos las dimensiones geométricas del tendedero. Definiremos tres sistemas más, cada uno formado por uno de los nodos a, b, c. En el panel selector de sistema establece el número “2” para el sistema actual. En la lista de puntos palmea la casilla “A”. Repite esta operación para los sistemas 3 y 4, palmeando solamente el punto B para el sistema 3 y solamente el punto C para el sistema 4.

- Selecciona la ficha **Diagramas de cuerpo libre**. Haremos el DCL del sistema 2, formado por el nodo A. *Oprime el Botón de opción de sistema número 2* y añade las siguientes fuerzas a este DCL (todas en el punto “A”):

s60x, t1

v-200

t2x, t2y

Nota. T_{2x} y T_{2y} serán las componentes de la tensión T_2 en la cuerda que une A y B.

- Pasemos ahora al tercer sistema, o sea el nodo B. Oprime el **Botón de opción de sistema** número 3. Añade al punto B las siguientes fuerzas:

-t2x, -t2y (escribe “neg3” en el Cuadro **Fuerza:[/Par]**).

p25x, t3

v-300: (Los dos puntos “:” evitan confundir esta fuerza con la componente T_{2y} en el DCL).

- Finalmente, para el cuarto sistema (nodo C) haz clic en el **Botón de opción de sistema** número 4. Seguidamente añade la siguientes fuerzas en el punto C:

t25x, t3 (escribe “neg5” en el Cuadro **Fuerza:[/Par]**).

p40y, t4

v-w

- Haz clic sucesivamente en los **Botones de opción de sistema** números 2, 3 y 4 para verificar los DCL's.

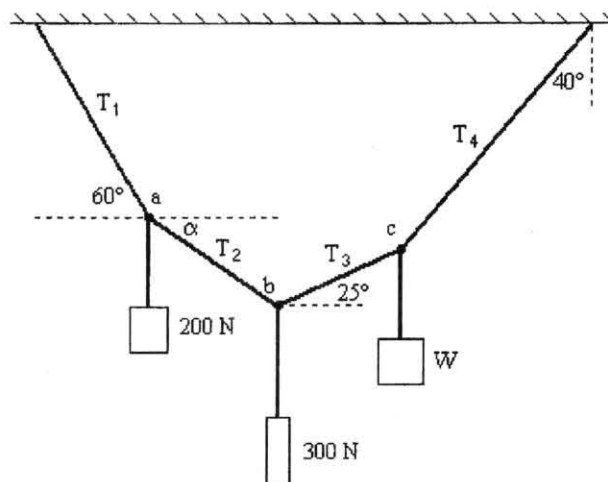


Fig. 50

– Selecciona la ficha **Resolver**. En la lista “**Resolver para los sistemas**” debemos palomear los sistemas 2, 3 y 4. Házlo así: oprime el botón **Selecc. todos** y luego quita la marca de verificación al sistema 1. Como puntos de referencia escoge A, B, y C respectivamente para los sistemas 2, 3 y 4.

– Si deseas ver las ecuaciones de equilibrio, sin resolver el problema, oprime el botón “**Mostrar ecuaciones de equilibrio**”. Para resolver el problema oprime el botón **Resolver**.

<p>6 incógnitas ($T_1, T_{2x}, T_{2y}, T_3, T_4, W$), 6 ecuaciones.</p> <p><u>Cuerpo 2:</u> $2x: -0.5 T_1 + T_{2x} = 0$ $2y: 0.866 T_1 + T_{2y} - 200 = 0$</p> <p><u>Cuerpo 3:</u> $3x: -T_{2x} + 0.906 T_3 = 0$ $3y: -T_{2y} + 0.423 T_3 - 300 = 0$</p> <p><u>Cuerpo 4:</u> $4x: -0.906 T_3 + 0.643 T_4 = 0$ $4y: -0.423 T_3 + 0.766 T_4 - W = 0$</p>	<p><u>Soluciones:</u> $T_1 = 454.885$ $T_{2x} = 227.442$ $T_{2y} = -193.942$ $T_3 = 250.955$ $T_4 = 353.838$ $W = 164.997$</p>
---	--

Fig. 1

Fig. 2

Recuerda que T_{2x} y T_{2y} son las componentes de la tensión T_2 de la cuerda que une los nodos A y B. Para obtener la dirección de T_2 usa el evaluador de expresiones:

$$\text{atan2}(T_{2x}, T_{2y}) = \text{atan2}(227.442, -193.942) = -40.46^\circ$$

Nota. El cuadro rotulado **Suprimiendo la(s) ecuación(es)** sirve para cuando las ecuaciones de los sistemas implicados contienen ecuaciones redundantes. Para suprimir una ecuación se escribe en dicho cuadro un texto formado por el número del sistema, yuxtapuesto con el tipo de ecuación, el cual puede ser “x”, “y” o “m”. Por ejemplo, el texto “**3y**” suprime la ecuación $_F_y = 0$ del cuerpo o sistema número 3.

Para suprimir varias ecuaciones a la vez escribe sus textos respectivos, separándolos por comas. Por ejemplo, para suprimir la ecuación $_F_x = 0$ del cuerpo 1 y la ecuación $_M = 0$ del cuerpo 3 escribirías el texto “**1x, 3m**”.

9. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACCELERADO

La Fig. 53 muestra la interfaz de esta herramienta.

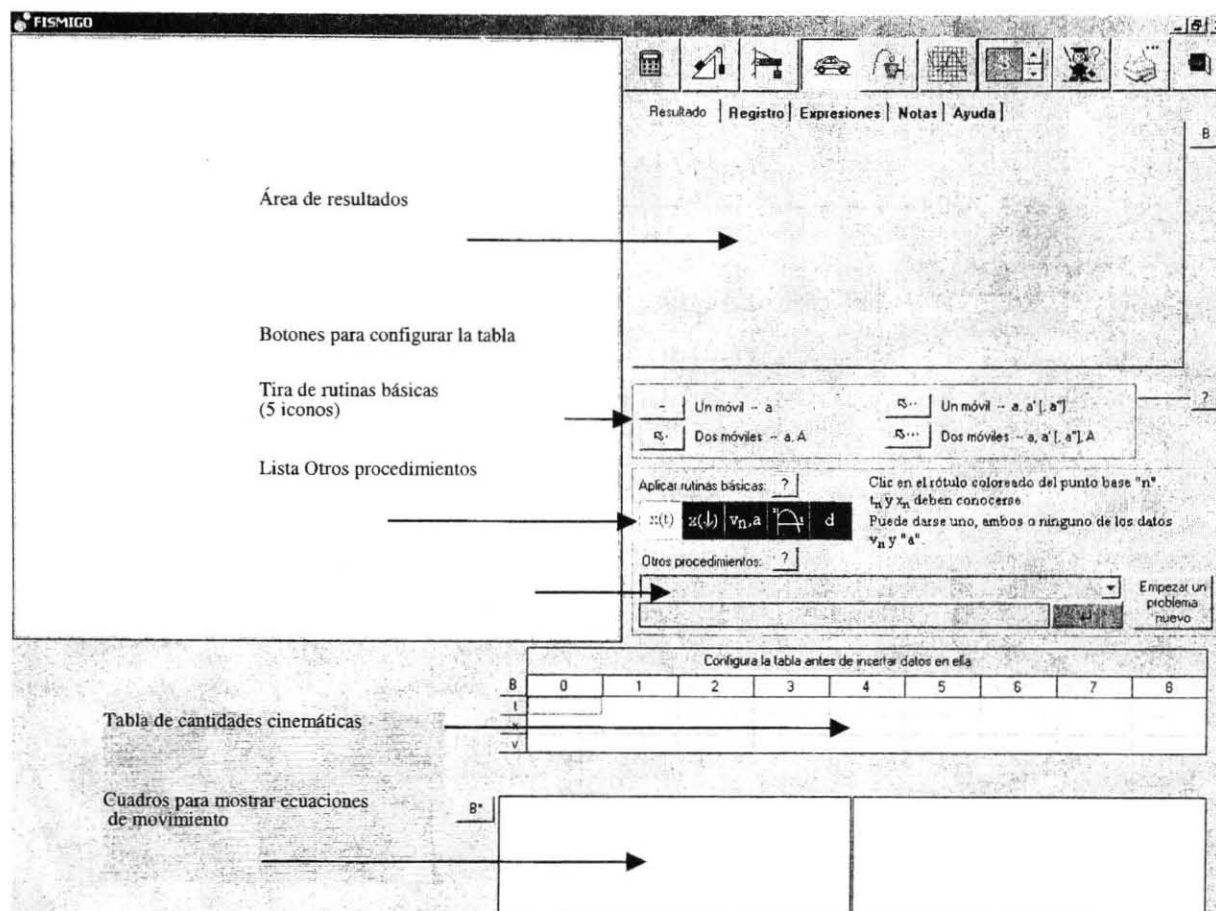


Fig. 53

La herramienta te permite obtener y aplicar las ecuaciones de movimiento $x(t)$ y $v(t)$ de uno o dos móviles que se desplazan a lo largo de una misma recta con sendas aceleraciones constantes. También puedes graficar estas ecuaciones y resolver algunos problemas especiales de este tipo de movimientos.

El programa maneja hasta 3 tramos de movimiento para el primer móvil, y solamente un tramo para el segundo, si existe. Un *tramo de movimiento* es una porción del mismo, definida por dos puntos límites, donde rige un valor único de aceleración. Esto es, si la aceleración del primer móvil cambia de un valor constante a otro en cierto punto, entonces este punto marca a la vez el final de un tramo y el inicio del siguiente tramo.

El programa mantiene una *tabla de cantidades cinemáticas*, que guarda los valores del *tiempo*, *posición* y *velocidad* de hasta 9 puntos relevantes del problema. Un *punto relevante* es uno relacionado con los datos o incógnitas del problema. Los puntos relevantes se numeran desde 0 en adelante para cada móvil. Si existe un sólo móvil la tabla contiene 9 puntos relevantes numerados desde 0 hasta 8. El número de puntos relevantes, totalizado para ambos móviles, no puede exceder de 9.

Las aceleraciones correspondientes a los posibles 3 tramos de movimiento del primer móvil y al tramo único de movimiento del segundo (si existe) se insertan en sendos Cuadros-Aceleración que aparecen arriba de la tabla (Fig. 56). Si la aceleración de un tramo no se conoce, el Cuadro-Aceleración respectivo se deja en blanco.

El programa usa los siguientes símbolos para las variables cinemáticas:

Móvil 1:

Tramo 1: t, x, v, a

Tramo 2: t, x', v', a'

Tramo 3: t, x'', v'', a''

Móvil 2:

Tramo único: t, X, V, A

Las cantidades cinemáticas de un punto específico "n" se denotan con t_n, x_n y v_n para el primer móvil y con T_n, X_n y V_n para el segundo. "n" es el índice del punto, el número que aparece en el encabezado de la columna correspondiente de la tabla.

El procedimiento general de resolución consta de los siguientes pasos:

Paso 1. Configurar la tabla de cantidades cinemáticas.

Paso 2. Insertar en la tabla de cantidades cinemáticas los datos del problema.

Paso 3. Plantear las ecuaciones de movimiento de los móviles (y tramos) considerados.

Paso 4. Aplicar las ecuaciones de movimiento a puntos o intervalos del movimiento.

9.1. Configurar la tabla de cantidades cinemáticas

"Configurar" la tabla significa asignar dos o más columnas de la misma a cada tramo del móvil 1 y al tramo único del móvil 2 (si existe), sin exceder de un total de 9 puntos para ambos móviles. Cada columna de la tabla corresponde a un sólo punto relevante, y cada tramo debe tener al menos dos puntos tales. Al entrar a la herramienta los rótulos de los puntos tienen un color ciano claro, y en el espacio gris arriba de los mismos aparece el mensaje "Configura la tabla antes de insertar datos en ella" (Ver Fig. 53).

Ejemplo.9.1 Supongamos que existe un sólo móvil, con 2 tramos de movimiento (es decir, el móvil parte con cierta aceleración "a" y en cierto punto su aceleración cambia abruptamente a otro valor constante "a'"). Para configurar la tabla para este caso:

– Oprime el botón **Un móvil -- a, a' [, a'']**. Se subraya esta leyenda y se deshabilita el panel configurador de tabla (Fig. 54). Para volver a habilitar este panel es necesario oprimir el botón "Empezar un nuevo problema".

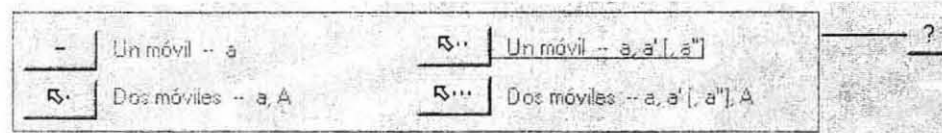


Fig. 54

Se mostrará el mensaje "A lo más 2 clics en este espacio, uno por cada punto límite de tramo" en el espacio gris arriba de los rótulos (Fig. 55).

A lo más 2 clics en este espacio, uno por cada punto límite de tramo									
B	0	1	2	3	4	5	6	7	8
t									
x									
v									

Fig. 55

– Haz clic en el espacio gris que ocupa el mensaje mencionado, arriba del rótulo color ciano claro del punto 4.

– Seguidamente haz clic en el espacio gris arriba del punto 8.

De esta manera la tabla se ha configurado para un sólo móvil con dos tramos de movimiento: el primero abarca del punto 0 al punto 4, y el segundo del punto 4 al punto 8 (Fig. 56).

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8
t									
x									
v									

Fig. 56

Nota que los rótulos de los puntos se colorean con azul oscuro para el primer tramo y verde oscuro para el segundo. El rótulo del punto 4 está coloreado por mitades, ya que este punto pertenece a la vez a los dos tramos. Aparecen dos Cuadros-Aceleración arriba de los rótulos, con el enfoque en el primer cuadro, listo para recibir el valor de la aceleración en este tramo.

Para configurar la tabla para un sólo móvil con 3 tramos de movimiento oprime el mismo botón y haz dos clics en el espacio gris arriba de los rótulos de punto: el primer clic define el punto final del primer tramo; el segundo clic el punto final del segundo tramo; automáticamente los puntos restantes de la tabla se asignan al tercer tramo.

Ejemplo 9.2. Supongamos que existen 2 móviles, el primero con un sólo tramo, y que deseas asignar 5 puntos (del 0 al 4) al primer móvil y los demás (del 5 al 8) al segundo.

– Oprime el botón **Dos móviles -- a, A.**

Nota que aparece el mensaje “Haz un clic en este espacio para separar los puntos de uno y otro móvil” en la parte superior de la tabla.

– En la región gris que ocupa el mensaje anterior haz clic arriba del punto 4.

La tabla se configura tal como se ve en la Fig. 57. Los rótulos de los puntos del segundo móvil tienen color púrpura, y el Cuadro-Aceleración correspondiente al primer móvil está activo.

B	0	1	2	3	4	0	1	2	3
t									
x									
v									

Fig. 57

9.2. Insertar en la tabla de cantidades cinemáticas los datos del problema

Para dar las aceleraciones de los tramos:

Activa el Cuadro-Aceleración: del primer tramo del primer móvil (haz clic en él) y usa el teclado para insertar allí el valor de la aceleración correspondiente. Oprime la tecla INTRO para pasar al siguiente Cuadro-Aceleración y repite la operación. Si no se conoce la aceleración en algún tramo deja en blanco el Cuadro-Aceleración correspondiente.

Nota. Para insertar la aceleración de caída libre (9.8 m/s^2) puedes insertar el símbolo “g” ó “-g” en el cuadro.

Para dar el tiempo, posición y velocidad de un punto:

Activa la “celda-t” del punto considerado (la celda superior de la columna correspondiente al punto) e inserta con el teclado el valor del tiempo en dicho punto. Oprime la tecla INTRO para pasar a la “celda-x”, o sea la celda inmediatamente debajo de la anterior. Inserta allí el valor de la posición o coordenada “x” del punto. Repite la operación anterior para insertar el valor de la velocidad en la “celda-v”. Si alguna de estas cantidades es desconocida deja la celda respectiva en blanco.

Para dar duraciones, desplazamientos y variaciones de velocidad entre dos puntos relevantes:

Muchas veces los datos del problema se refieren a *intervalos del movimiento*, definidos por dos puntos límites “i” y “f” del intervalo, donde “i” y “f” son los índices de dos puntos cualesquiera de un mismo tramo de movimiento. Ejemplo de un dato tal es:

“el móvil tarda 6 segundos en pasar del punto 2 al punto 5”

o sea, en símbolos

$$t_5 - t_2 = 6 \text{ entre los puntos 2 y 5} \quad \text{o equivalentemente} \quad t_5 = t_2 + 6$$

Para insertar este dato en la tabla escribe **en la celda-t del punto 5** (el punto final del intervalo) el texto:

$$t_2 + 6$$

Análogamente, si se tiene por ejemplo que el desplazamiento entre los puntos 1 y 3 vale 120 metros, insertaríamos el texto “**x1 + 120**” en la **celda-x del punto 3**. Si el desplazamiento vale **cero** entre dichos puntos (o sea si $x_3 = x_1$) insertaríamos solamente el texto “**x1**” en la **celda-x del punto 3**.

Advierte pues que un dato de estos tipos se inserta en la celda del **punto final** del intervalo considerado.

Para dar relaciones multiplicativas entre las cantidades de dos puntos relevantes:

El programa admite relaciones de los tipos

$$t_f = C t_i \quad t_f = t_i / C \quad x_f = C x_i \quad x_f = x_i / C \quad v_f = C v_i \quad v_f = v_i / C$$

entre los tiempos, posiciones y velocidades de dos puntos “i” y “f” de un mismo tramo y móvil, donde C es un factor numérico conocido.

Por ejemplo, para consignar en la tabla el dato “**x₄ = 1.5 x₂**” se inserta el texto “**1.5*x2**” en la **celda-x del punto 4**.

Análogamente, el texto “**-0.5*v3**”, escrito en la **celda-v del punto 6**, significa que existe la relación “**v₆ = -0.5 v₃**”.

Para consignar la relación “**x₂ = -x₁**” escribiríamos “**-x1**” en la **celda-x del punto 2**.

9.3. Plantear las ecuaciones de movimiento de los móviles (y tramos) considerados

La ecuación general del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) es:

$$x = x_n + v_n (t - t_n) + \frac{1}{2} a (t - t_n)^2$$

De esta se obtiene por derivación con respecto al tiempo:

$$v = v_n + a (t - t_n)$$

En estas ecuaciones $\{t_n, x_n, v_n\}$ son las cantidades cinemáticas tiempo, posición y velocidad de un punto “n” del movimiento, y “a” es la aceleración. El punto “n” es **cualquier** punto *particular* del movimiento, escogido al efecto de plantear las ecuaciones; lo llamaremos el “**punto base**” de las mismas.

Para plantear las ecuaciones de movimiento correspondientes a un tramo de movimiento:

- Selecciona el primer icono de la tira de rutinas básicas, “**x (t)**”.
- Escoge como *punto base* de las ecuaciones alguno de los puntos relevantes del tramo considerado. Debes conocer al menos el tiempo t_n y la posición x_n de este punto. La aceleración del tramo y/o la velocidad v_n pueden ser conocidas o no.
- Haz clic en el rótulo coloreado del punto base.

Por ejemplo, en la Fig. 58 se ha escogido como punto base el punto número "0", cuyas cantidades cinemáticas son $t_0 = 0$, $x_0 = 10$ y $v_0 = 56$; la aceleración del movimiento es $a = -5$. Al hacer clic en el rótulo de dicho punto se muestran las ecuaciones de movimiento en la parte inferior del panel (Fig. 59).

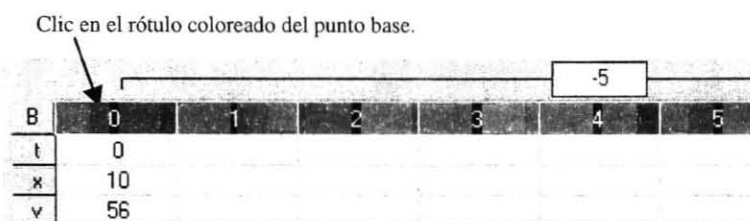


Fig. 58

Por otra parte, en el área de resultados se muestra la operación efectuada (Fig. 60).

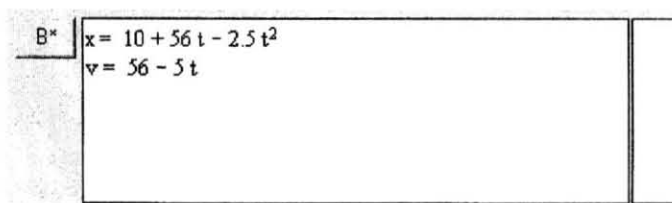


Fig. 59

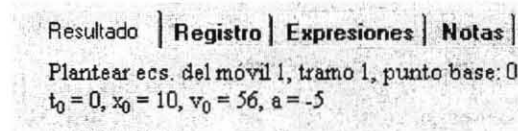


Fig. 60

Si el punto base pertenece a dos tramos su rótulo está dividido por mitades en dos colores distintos y debes hacer clic en la mitad izquierda o derecha del rótulo, según desees plantear las ecuaciones de uno u otro tramo.

Nota. Si el procedimiento " $x(t)$ " no está seleccionado, puedes hacer **Mayús+clic** en el rótulo del punto base. Esta acción a la vez selecciona dicho procedimiento y plantea las ecuaciones.

Más detalles.

Si se conocen las 4 cantidades $\{a, t_n, x_n, v_n\}$ se obtienen unas "ecuaciones sin parámetros", es decir, ecuaciones que contienen solamente números y potencias lineales y cuadráticas del tiempo t , como por ejemplo

$$x = 3 - 4t + 8t^2$$

$$v = -4 + 16t$$

- Si se conocen t_n, x_n y v_n y no se conoce la aceleración, se obtienen unas ecuaciones que contienen el parámetro "a", como por ejemplo

$$x = 3 - 4t + 0.5at^2$$

$$v = -4 + at$$

- Si se conocen t_n, x_n y la aceleración "a", y no se conoce la velocidad v_n , las ecuaciones contienen el parámetro v_n , como por ejemplo

$$x = 3 + v_n t + 8t^2$$

$$v = v_n + 16t$$

- Finalmente, si se conocen solamente t_n y x_n y no se conocen ni la velocidad v_n ni la aceleración "a", se obtienen unas ecuaciones con los parámetros v_n y "a", como

$$x = 3 + v_n t + 0.5 a t^2$$

$$v = v_n + a t$$

Estos últimos tres tipos los denominaremos "ecuaciones con parámetros".

9.4. Aplicar las ecuaciones de movimiento a puntos o intervalos del movimiento.

En esta etapa se calculan las incógnitas del problema, entre las cuales se pueden contar la aceleración, la velocidad v_n del punto base, y otras cantidades que son directamente las cantidades cinemáticas $\{t_i, x_i, v_i\}$ faltantes de los puntos relevantes considerados, o expresiones formadas con estas cantidades. Distinguiremos dos casos de aplicación de las ecuaciones de movimiento:

Caso 1. Se tienen las ecuaciones de movimiento sin parámetros.

Para aplicar esta clase de ecuaciones a un punto relevante:

- Se escoge el icono "x (↓)" en la tira de rutinas básicas.
- Se hace clic en el rótulo del punto relevante al que se desea aplicar las ecuaciones.

Si el punto considerado es común a dos tramos de movimiento su rótulo tiene dos colores.

Para sustituir en las ecuaciones del tramo en mente debe hacerse clic en la mitad que tenga el color correspondiente a dicho tramo.

Si los datos se refieren a un intervalo, se hace clic en el *punto final* del intervalo considerado.

El programa calcula las cantidades faltantes del punto considerado (o de ambos puntos del intervalo considerado) sustituyendo los datos en las ecuaciones de movimiento y resolviendo para las incógnitas. Si la solución es única los resultados se insertan automáticamente en la tabla. Si existen dos soluciones se presenta un cuadro que te permite escoger una.

Nota. Aunque el procedimiento "x (↓)" no esté seleccionado, haz **Ctrl + clic** en el rótulo del punto para aplicar las ecuaciones al punto.

Más detalles:

Sean "i" y "f" los índices de 2 puntos relevantes del movimiento.

Si se tienen las ecuaciones de movimiento en la forma sin parámetros, $x(t)$ y $v(t)$, se pueden sustituir los siguientes juegos de datos:

(A) El tiempo t_i , o la coordenada x_i , o la velocidad v_i de un punto. Se calculan las otras dos cantidades faltantes.

Nota. Dada la posición x_i existen dos soluciones que se diferencian en los tiempos y en el signo de la velocidad. El programa muestra en la tabla una de las soluciones. Para desplegar la solución alternativa haz **Alt + clic** en el rótulo del punto considerado.

(B) Duración y desplazamiento, Δt y Δx .

Se calculan los puntos extremos "i" y "f" del intervalo considerado, es decir, las cantidades t_i, x_i, v_i y t_f, x_f, v_f .

(C) Desplazamiento y variación de velocidad Δx y Δv .

(Igual que el inciso anterior).

(D1) La duración Δt y una relación como $x_f = C x_i$ o bien $v_f = C v_i$ (con las similares $x_f = x_i/C$, etc.).

(D2) El desplazamiento Δx y una relación como $t_f = C t_i$ o bien $v_f = C v_i$ (con las similares $t_f = t_i/C$, etc.).

(D3) La variación de velocidad v y una relación como $t_f = C t_i$ o bien $x_f = C x_i$ (con las similares $t_f = t_i/C$, etc.).

En los tres últimos casos se calculan los puntos "i" y "f" del intervalo considerado.

Caso 2. Se tienen las ecuaciones de movimiento con parámetros.

Para sustituir datos de punto o de intervalo en las ecuaciones de movimiento, cuando éstas contienen como parámetros la velocidad del punto base, v_n , y/o la aceleración "a":

– Selecciona el icono " v_n, a " en la tira de rutinas básicas.

– Haz clic en la tabla, en el rótulo del punto cuyas cantidades deseas sustituir.

Si el punto considerado es común a dos tramos de movimiento su rótulo tiene dos colores.

Para sustituir en las ecuaciones del tramo en mente haz clic en la mitad que tenga el color correspondiente a dicho tramo.

Si los datos se refieren a un intervalo, haz clic en el punto final del intervalo considerado.

Más detalles:

Si las ecuaciones contienen uno o dos parámetros, ya sea la velocidad " v_n " del punto base de las ecuaciones y/o la aceleración "a", se pueden sustituir los siguientes juegos de datos:

(A1)	t_i, x_i	(B1)	$t_i, t_f, -x$
(A2)	t_i, v_i	(B2)	$x_i, x_f, -t$
(A3)	x_i, v_i	(B3)	$x_i, x_f, -v$
(C1)	t_i, t_f , y una relación como $x_f = C x_i$ o bien $v_f = C v_i$ (con las similares $x_f = x_i/C$, etc.)		
(C2)	x_i, x_f , y una relación como $t_f = C t_i$ o bien $v_f = C v_i$ (con las similares $t_f = t_i/C$, etc.)		
(C3)	v_i, v_f , y una relación como $t_f = C t_i$ o bien $x_f = C x_i$ (con las similares $t_f = t_i/C$, etc.)		

Si las ecuaciones contienen como parámetro solamente la velocidad v_n del punto base, $x = x(v_n, t)$ y $v = v(v_n, t)$, el programa calcula v_n .

Si las ecuaciones contienen como parámetro solamente la aceleración "a", $x = x(a, t)$ y $v = v(a, t)$, el programa calcula "a".

Si las ecuaciones contienen ambos parámetros, $x = x(v_n, a, t)$ y $v = v(v_n, a, t)$, el programa encuentra una ecuación que relaciona v_n y "a", que puede ser lineal o cuadrática en una o ambas incógnitas. Con dos de estas ecuaciones se puede resolver simultáneamente para estas incógnitas usando alguno de los procedimientos para resolver ecuaciones simultáneas, contenidos en la lista **Otros procedimientos**.

A continuación se muestran ejemplos de diversos juegos de datos, tal como se verían en la tabla (Fig. 61).

<p>Datos t_1, x_1</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="background-color: black; color: white;">1</td></tr> <tr><td>8</td></tr> <tr><td>25.6</td></tr> </table>	1	8	25.6	<p>Datos x_3, x_5, t entre los puntos 3 y 5</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="background-color: black; color: white;">3</td><td style="background-color: black; color: white;">4</td><td style="background-color: black; color: white;">5</td></tr> <tr><td>46</td><td></td><td>$t+5.2$</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>122</td></tr> </table>	3	4	5	46		$t+5.2$			122
1													
8													
25.6													
3	4	5											
46		$t+5.2$											
		122											
<p>Datos $v_2, v_3, x_3 = x_2/4$</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="background-color: black; color: white;">2</td><td style="background-color: black; color: white;">3</td></tr> <tr><td></td><td>$x_2/4$</td></tr> <tr><td>-24</td><td>42</td></tr> </table>	2	3		$x_2/4$	-24	42	<p>Datos t y x entre los puntos 1 y 7</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="background-color: black; color: white;">7</td></tr> <tr><td>$t+3.4$</td></tr> <tr><td>$x+36.7$</td></tr> </table>	7	$t+3.4$	$x+36.7$			
2	3												
	$x_2/4$												
-24	42												
7													
$t+3.4$													
$x+36.7$													

Fig. 61

9.5. Ejemplos.

Ejemplo 9.3. Un avión suelta un paquete desde una altura de 600 metros. Durante los primeros 5 segundos el paquete cae libremente. Entonces se abre un paracaídas, cayendo ahora el paquete con aceleración de 6 m/s^2 dirigida hacia arriba (este es ya el efecto combinado de la gravedad y la resistencia del aire). Cuando su velocidad ha disminuído hasta 3 m/s , conserva este valor constante hasta llegar al suelo. ¿Cuánto tarda el paquete en tocar tierra?

Estudiemos la Fig. 62. El paquete abandona el avión con una componente horizontal de velocidad. Para simplificar el análisis, hemos abstraído el movimiento horizontal.

El eje X se escogió hacia arriba, de modo que la aceleración de la gravedad es negativa, $a = -9.8$, y la aceleración en el tramo intermedio es positiva, $a = 6$. La aceleración en el último tramo es $a = 0$, ya que se verifica a velocidad constante.

Hemos designado los puntos relevantes del problema con los índices 0, 1, 2 y 3. Advierte que las posiciones y velocidades desde el avión para abajo son negativas.

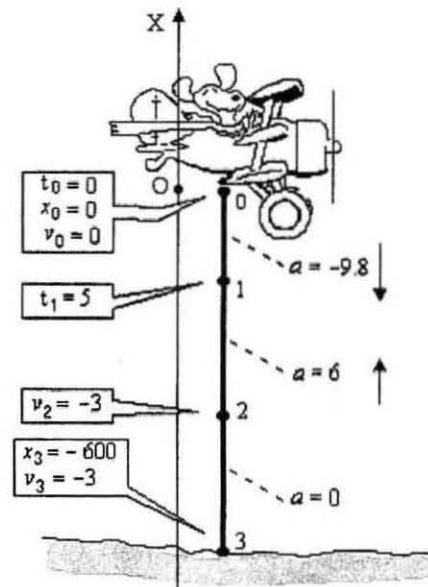


Fig. 62

Se trata aquí de un sólo móvil con tres tramos de movimiento. En los dos primeros tramos, el 0-1 y el 1-2, el movimiento está acelerado; en el tercer tramo, 2-3, el movimiento es uniforme. Existirán entonces tres ecuaciones de movimiento distintas, una para cada tramo.

La forma general de la ecuación de movimiento, válida en todos los tramos, es

$$x = x_n + v_n(t - t_n) + \frac{1}{2} a (t - t_n)^2$$

donde t_n, x_n y v_n son las cantidades cinemáticas de cualquier punto específico del tramo considerado, y "a" es la aceleración vigente en dicho tramo.

Para configurar la tabla de valores:

- Oprime el botón **Un móvil -- a, a' [, a'']**.
- Haz clic arriba del rótulo del punto 1; luego arriba del rótulo del punto 2. Se asignarán los puntos 0 y 1 al primer tramo, los puntos 1 y 2 al segundo, y los restantes puntos al tercer tramo.
- El Cuadro-Aceleración del primer tramo 0-1 debe estar activo (si no es así actívalo, esto es, haz clic en él). Escribe allí el valor **"-g"** para la aceleración y oprime **INTRO**. El enfoque pasa al siguiente Cuadro-Aceleración, correspondiente al tramo 1-2. Escribe allí el valor **"6"** y oprime **INTRO**. En el tercer cuadro escribe **"0"** (Fig. 63).

		-9.8	6			0
B	0	1	2	3	4	5
t	0	5				
x	0			-600		
v	0		-3			

Fig. 63

- Inserta en la tabla los datos mostrados en la Fig. 63: $t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $t_1 = 5$, $v_2 = -3$ y $x_3 = -600$.
- Selecciona el icono **"x (t)"**.
- Haz clic en el rótulo del punto 0, que escogemos como punto base para plantear las ecuaciones del paquete en su primer tramo. Se mostrarán las ecuaciones

$$x = -4.9t^2 \quad v = -9.8t$$

- Selecciona el icono **"x (↓)"** y luego haz clic en la mitad izquierda (de color azul oscuro) del rótulo del punto 1, con objeto de calcular la posición x_1 y velocidad v_1 de este punto. El programa sustituye el dato $t_1 = 5$ en las ecuaciones de movimiento del primer tramo y encuentra los valores $x_1 = -122.5$ y $v_1 = -49$, que se despliegan en las celdas respectivas de la tabla (Fig. 64).

- Ahora adoptaremos el punto 1 como punto base para plantear las ecs. de movimiento del segundo tramo. Escoge el icono **"x (t)"** y haz clic en la mitad derecha (de color verde oscuro) del rótulo del punto 1.

Se encuentran las ecuaciones

$$x' = 197.5 - 79t + 3t^2 \quad v' = -79 + 6t$$

A continuación haz lo siguiente:

- Oprimiendo la tecla **Ctrl** haz clic en la mitad izquierda (color verde oscuro) del punto 2.
- Oprimiendo la tecla **Mayús** haz clic en la mitad derecha (color rojo oscuro) del punto 2.
- Oprimiendo la tecla **Ctrl** haz clic en el rótulo del punto 3.

Con lo anterior la tabla queda como se ve en la Fig. 64, y las ecuaciones obtenidas son las que se muestran en la Fig. 65.

		-9.8	6			0
B	0	1	2	3	4	5
t	0	5	12.667	105.389		
x	0	-122.5	-321.833	-600		
v	0	-49	-3	-3		

Fig. 64



2893965

B*	$x = -4.9 t^2$ $v = -9.8 t$ $x' = 197.5 - 79 t + 3 t^2$ $v' = -79 + 6 t$ $x'' = -283.833 - 3 t$ $v'' = -3$
----	---

Fig. 65

De esta manera el problema queda resuelto. Vemos que $t_3 = 105.4 \text{ s} = 1 \text{ min } 45 \text{ s}$, tiempo que tarda el paquete en tocar tierra.

Grafiquemos las ecuaciones de movimiento del paquete. Selecciona el 4o. icono de la tira de rutinas básicas. Luego haz dos clics: uno en el rótulo del punto 0 y el otro en el rótulo del punto 3. Se muestra en el pizarrón el gráfico (Fig. 66).

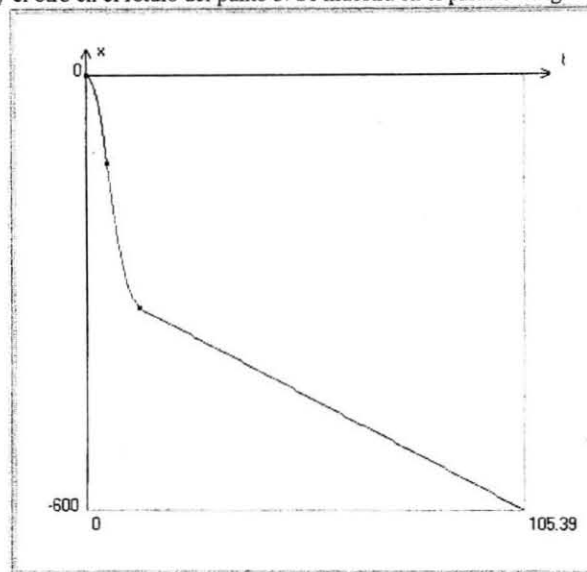


Fig. 66

Ejemplo 9.4. Un móvil uniformemente acelerado recorre 21 m en el lapso [2 s, 3 s]. Se sabe además que entre los puntos $x = 96 \text{ m}$ y $x = 189 \text{ m}$ tarda 3 segundos. Calcular su velocidad en el instante $t = 4.5 \text{ s}$, y obtener el punto donde $t = 0$.

Este ejemplo se refiere a un sólo móvil con un sólo tramo de movimiento. Distinguimos 6 puntos relevantes:

Punto 0: punto cuando $t = 0$.

Punto 1: punto inicial del lapso [2 s, 3 s].

Punto 2: punto final del lapso [2 s, 3 s], a 21 m del anterior.

Punto 3: punto donde $x = 96 \text{ m}$.

Punto 4: punto donde $x = 189 \text{ m}$, que se alcanza 3 segundos después del anterior.

Punto 5: punto cuando $t = 4.5 \text{ s}$.

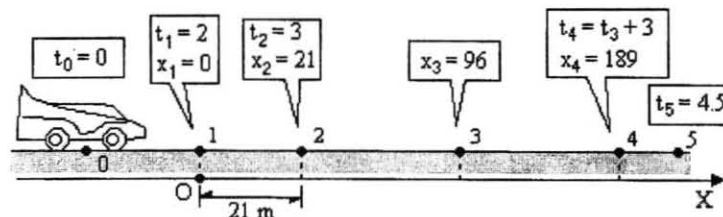


Fig. 67

- Oprime el botón **Un móvil -- a**.
- Inserta los datos del problema como se muestra en la tabla de la Fig. 68.

B	0	1	2	3	4	5
t	0	2	3		t3+3	4.5
x		0	21	96	189	
v						

Fig. 68

Hemos escogido el origen de coordenadas en el punto 1 ($x_1 \equiv 0$).

El Cuadro-Aceleración está vacío porque no se conoce la aceleración del móvil.

- Escogeremos como punto base de las ecuaciones el punto 1, del cual conocemos $t_1 = 2$ y $x_1 = 0$. Selecciona el icono "x (t)" y haz clic en el rótulo azul del punto 1. Se muestran las ecuaciones de movimiento que ves en la Fig. 69 izquierda. Las ecuaciones contienen los parámetros v_1 y "a". Con los demás datos obtendremos un par de ecuaciones que relacionan estos parámetros.

$$\begin{cases} x = v_1(t - 2) + 0.5 a(t - 2)^2 \\ v = v_1 + a(t - 2) \end{cases}$$

Resultado	Registro	Expresiones	Notas	Ayuda
Sust. en ecs. con parámetros v_1 y a del móvil 1, tramo 1				
Datos: $t_2 = 3, x_2 = 21$				
$v_1 + 0.5 a = 21$				

Fig. 69

- Sobre el punto 2 sabemos que $t_2 = 3$ y $x_2 = 21$. Para sustituir estos datos en las ecuaciones escoge el tercer icono, " v_1, a ", y haz clic en el rótulo azul del punto 2. Se obtiene la relación " $v_1 + 0.5 a = 21$ ", como vemos en el **Área de resultados** (Fig. 69 derecha).

- Sobre el intervalo que abarca del punto 3 al punto 4 sabemos que $x_3 = 96, x_4 = 189$ y $\Delta t = 3$. Haz clic en el rótulo azul del punto final de este intervalo, o sea el punto 4. Se obtiene la ecuación $v_1^2 - 2.25 a^2 + 285 a = 961$.

Tenemos así dos ecuaciones para las incógnitas v_1 y "a", a saber,

$$\begin{cases} v_1 + 0.5 a = 21 \\ v_1^2 - 2.25 a^2 + 285 a = 961 \end{cases}$$

- Resolveremos a continuación el sistema de ecuaciones simultáneas para v_1 y a. Para tener a la vista las dos ecuaciones selecciona en el **Área de resultados** la ficha **Registro** (Fig. 70).

Resultado	Registro	Expresiones	Notas	Ayuda
Plantear ecs. del móvil 1, tramo 1, punto base: 1				
$t_1 = 2, x_1 = 0, v_1 = ?, a = ?$				

Sust. en ecs. con parámetros v_1 y a del móvil 1, tramo 1				
Datos: $t_2 = 3, x_2 = 21$				
$v_1 + 0.5 a = 21$				

Sust. en ecs. con parámetros v_1 y a del móvil 1, tramo 1				
Datos: $x_3 = 96, x_4 = 189, \Delta t = 3$				
$v_1^2 - 2.25 a^2 + 285 a = 961$				

Fig. 70

– En la lista **Otros procedimientos** escoge el el procedimiento “**Resolver un sistema de ecuaciones v2,a2,a - v,a**” (Fig. 71). Escribe en el cuadro de texto debajo de la lista el texto “**1, -2.25, 285, 961, 1, 0.5, 21**” y oprime INTRO. Oprime el botón “↵”.

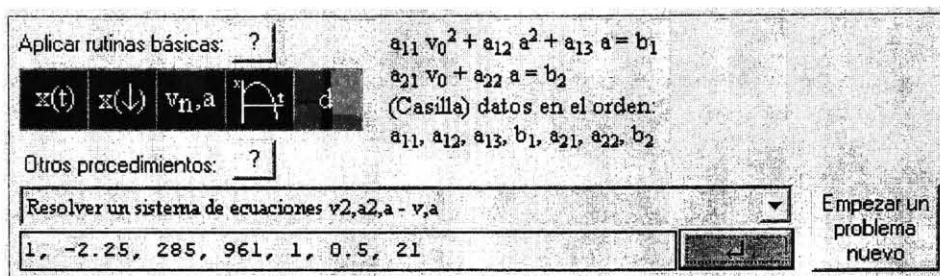


Fig. 71

Se encuentran las soluciones: $v_1 = -44, a = 130$ y $v_1 = 20, a = 2$. La buena es la segunda.

– Inserta en la tabla la solución: “2” en el Cuadro-Aceleración y “20” en la celda-v del punto 1.

– Para plantear las ecuaciones ya sin parámetros desconocidos escoge la el icono “ $x(t)$ ”. Haz clic en el rótulo azul del punto 1. Se obtienen las ecuaciones

$$x = -36 + 16t + t^2 \quad v = 16 + 2t$$

– Escoge el icono “ $x(\downarrow)$ ” y haz clic sucesivamente en los rótulos de los puntos 0, 2, 3, 4 y 5 para calcular todas sus cantidades cinemáticas. La tabla queda como se muestra en la Fig. 72.

B	0	1	2	3	4	5
t	0	2	3	6	9	4.5
x	-36	0	21	96	189	56.25
v	16	20	22	28	34	25

Fig. 72

Por lo tanto, la velocidad en el instante $t_5 = 4.5$ s es $v_5 = 25$ m/s. Por otra parte, el punto cuando $t = 0$ está a 36 m a la izquierda del punto cuando $t = 2$ s. Nótese que el punto correspondiente a $t = 4.5$ s está situado de hecho entre los puntos 2 y 3.

9.6. Aplicación de las ecuaciones de intervalo

Cuando el problema implica solamente 2 ó 3 puntos relevantes puede resultar más conveniente aplicar las ecuaciones de intervalo. Para ello se escoge en la lista **Otros procedimientos** el procedimiento **Aplicar ecuaciones de intervalo**.

En este procedimiento no se usa la tabla de valores. Los datos se insertan en la casilla del panel, como explicaremos a continuación, y los resultados se muestran en la ficha **Resultado**.

Se deben dar tres o cuatro datos consistentes del conjunto

$$a, t_i, t_f, x_i, x_f, v_i, v_f, -t, -x, -v$$

referentes a dos puntos “i” y “f” de un mismo móvil y tramo. El programa sustituye los datos en las *ecuaciones de intervalo*, esto es, las ecuaciones

$$\Delta x = v_i \Delta t + 0.5 a (\Delta t)^2$$

$$\Delta v = a \Delta t$$

$$\Delta v^2 = 2 a \Delta x$$

donde $\Delta t = t_f - t_i$, $\Delta x = x_f - x_i$, $\Delta v = v_f - v_i$, y $\Delta v^2 = v_f^2 - v_i^2$. Solamente 2 de las ecuaciones son independientes, de tal manera que es posible calcular a lo más 2 cantidades del conjunto de datos mencionados.

Ejemplo 9.5. Si se dan el desplazamiento, $\Delta x = 23 \text{ m}$, la duración $\Delta t = 5 \text{ s}$, y la velocidad en el punto inicial del intervalo considerado, $v_i = 34 \text{ m/s}$, se puede calcular la aceleración "a" de la siguiente manera:

1. Inserta en la casilla del panel la cadena:

$$\Delta x = 23, \Delta t = 5, v_i = 34$$

2. Oprime el botón \downarrow . Observa el resultado en la ficha **Resultado**.

Otros procedimientos:

Aplicar las ecuaciones de intervalo ▼

$\Delta x = 23, \Delta t = 5, v_i = 34$ ▶

Resultado	Registro	Expresion
Sust. en las ecs. de intervalo:		
Datos: $v_i = 34, \Delta t = 5, \Delta x = 23$		
$a = -11.76, v_f = -24.8$		

Fig. 73

También se calcula la velocidad v_f .

Notas. Los datos se pueden dar en cualquier orden, y deben ir separados por comas.

El símbolo "dx" en la cadena arriba corresponde al dato " Δx ", el símbolo "vi" al dato v_i .

Ejemplo 9.6. Un móvil reduce su velocidad desde 12 m/s hasta 6 m/s en un trayecto de 20 m . Calcular su aceleración.

Inserta en la casilla la cadena

$$v_i = 12, v_f = 6, \Delta x = 20$$

y presiona el botón \downarrow .

El programa inserta los valores dados en la ecuación $\Delta v^2 = 2a \Delta x$ y despeja la aceleración.

Ejemplo 9.7. Una maceta pasa de caída por una ventana de 2.2 m de alto en un tiempo de 0.15 s . Calcular las velocidades de la maceta en los puntos superior e inferior de la ventana.

Inserta en el cuadro de texto debajo de la lista de procedimientos la cadena

$$\Delta x = 2.2, \Delta t = 0.15, a = 9.8$$

Presiona el botón " \downarrow ". El programa aplica las ecuaciones de intervalo para calcular las velocidades.

10. MOVIMIENTO DE TIRO PARABÓLICO

La Fig. 74 muestra la interfaz de esta herramienta, la cual es muy similar a la del MRUA.

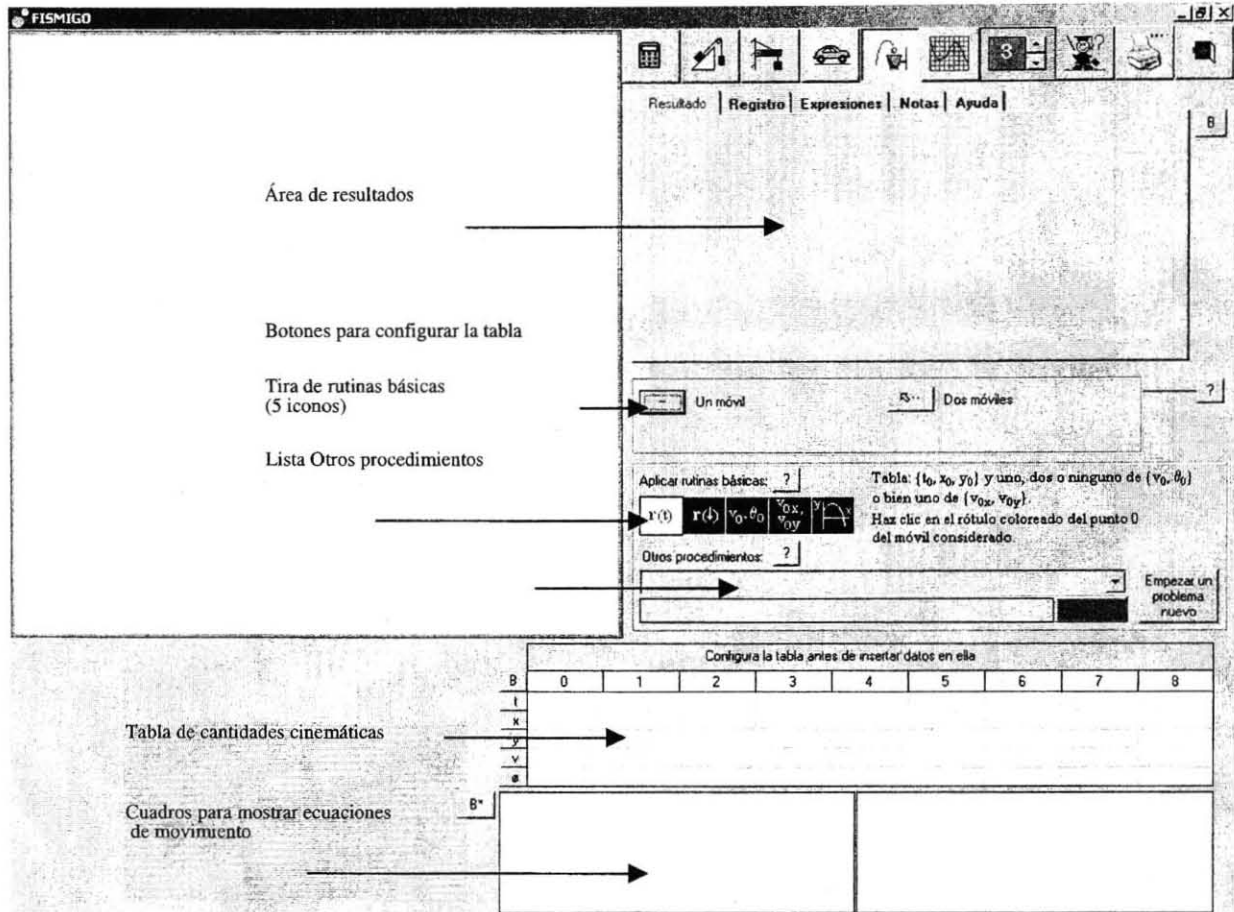


Fig. 74

Esta herramienta te permite obtener y aplicar las ecuaciones de movimiento $r(t)$, $v(t)$ y la ecuación de la trayectoria, $y(x)$, de uno o dos móviles que se desplazan en un mismo plano vertical con la aceleración de la gravedad (o de "caída libre"), $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. También puedes graficar las ecuaciones de las trayectorias y resolver algunos tipos de problemas especiales de este tipo de movimiento.

El programa mantiene una tabla de cantidades cinemáticas, que guarda los valores del tiempo t , posición (x, y) y velocidad (v_x, v_y) , o bien $(v \angle _)$, de hasta 9 puntos relevantes del movimiento. Un punto relevante es uno relacionado con los datos e incógnitas del problema. Los puntos relevantes se numeran desde 0 en adelante para cada móvil. Si existe un sólo móvil la tabla contiene 9 puntos relevantes numerados desde 0 hasta 8. El número de puntos relevantes, totalizado para ambos móviles, no puede exceder de 9.

Las variables cinemáticas se denotan con t, x, y, v_x, v_y (ó $v, _$) para el primer móvil y con T, X, Y, V_x, V_y (ó $V, _$) para el segundo. Las cantidades para un punto específico "n" llevan el subíndice "n". Un tiempo particular del segundo móvil se denota con mayúscula, " T_n ", con objeto de distinguirlo del tiempo " t_n " correspondiente a un punto particular del primer móvil con el mismo índice.

10.1. Procedimiento para resolver problemas sobre movimiento de tiro parabólico

El procedimiento general de resolución consta de los siguientes pasos:

Paso 1. Configurar la tabla de cantidades cinemáticas.

Paso 2. Insertar en la tabla de cantidades cinemáticas los datos del problema.

Paso 3. Plantear las ecuaciones de movimiento de los móviles considerados.

Paso 4. Aplicar las ecuaciones de movimiento a puntos del movimiento.

10.2. Configurar la tabla de cantidades cinemáticas

“Configurar” la tabla significa asignar dos o más columnas de la misma a cada uno de dos posibles móviles, sin exceder de un total de 9 puntos para ambos. Cada columna de la tabla corresponde a un sólo punto relevante. Al entrar a la herramienta los encabezados numéricos de la tabla tienen un color ciano claro y la tabla no está configurada.

Si existe solamente un móvil, la tabla se configura simplemente oprimiendo el botón **Un móvil** (Fig. 75). En caso de existir dos móviles, se oprime el botón **Dos móviles** y a continuación se hace clic arriba del rótulo del punto donde desees separar los puntos del primero y segundo móviles.

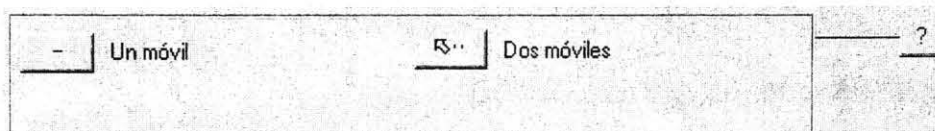


Fig. 75

Por ejemplo, si haces clic arriba del punto número 4 (en la región gris que ocupa el mensaje “Haz un clic en este espacio para separar los puntos de uno y otro móvil”), se asignarán las columnas 0 a 4, inclusive, al móvil 1, y las restantes al móvil 2.

	md	md	md	md	md	md	md	md	md
B	0	1	2	3	4	0	1	2	3
t									
x									
y									
v									
θ									

Fig. 76

10.3. Insertar en la tabla de cantidades cinemáticas los datos del problema

Cada columna de la tabla corresponde a un punto relevante del movimiento, y contiene 5 celdas que alojan respectivamente los valores del tiempo “t”, coordenada “x”, coordenada “y” y, de forma predeterminada, velocidad “v” y dirección de la velocidad “θ”. Las últimas dos celdas pueden guardar también los valores de las componentes v_x y v_y de la velocidad, como se explica a continuación.

	md	md	cs	
B	0	1	2	
t				
x				
y				
v				
θ				

Fig. 77

Encima del rótulo de cada punto está un cuadro con el texto “**md**” (**m**agnitud y **d**irección), lo cual significa que los datos que se inserten en la 4a. y 5a celdas corresponderán a “v” y “θ”. Decimos entonces que estamos en el “**modo md**”. Al hacer clic en dicho cuadro su texto cambia a “**cs**” (**C**omponentes), lo cual indica que dichas celdas guardarán los valores de “ v_x ” y “ v_y ”, que se denomina el “**modo cs**”. En este caso las celdas 4a. y 5a. toman un color de fondo gris claro, como se ve en la Fig. 77.

Clic en el cuadro gris que contiene el texto "cs" cambia el modo a "md" y viceversa. Si las celdas de velocidad contienen datos, los valores de v_x y v_y se convierten a valores de v , θ , o viceversa. Por otra parte, los procedimientos del programa llenan las celdas de velocidad con los valores apropiados, según el **modo md o cs** del punto calculado.

Para dar el tiempo, posición y velocidad de un punto:

Activa la "celda-t" del punto considerado (la celda superior de la columna correspondiente al punto) e inserta con el teclado el valor del tiempo en dicho punto. Oprime la tecla INTRO para pasar a la "celda-x", o sea la celda inmediatamente debajo de la anterior. Inserta allí el valor de la coordenada "x" del punto. Repite la operación anterior para insertar los demás valores. Si alguna de estas cantidades es desconocida deja la celda respectiva en blanco.

En el procedimiento "Sustituir datos en las ecuaciones de movimiento sin parámetros" las celdas t y y de un punto aceptan datos de intervalo del tipo " Δt " y " Δy ", respectivamente. Para insertar un dato de este tipo se procede análogamente a lo explicado en el apartado 9.2, página 38, de la herramienta **Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado**. Por ejemplo, si $\Delta t = 3$ y $\Delta y = 79$ entre los puntos 2 y 5, pondrías "t2 + 3" y "y2 + 79" en las celdas-t y y del punto 5.

10.4. Plantear las ecuaciones de movimiento de los móviles considerados.

Las ecuaciones generales de movimiento del tiro parabólico son

$$\begin{aligned}
 x &= x_0 + v_0 \cos \theta_0 (t - t_0) & y &= y_0 + v_0 \sin \theta_0 (t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2 \\
 v_x &= v_0 \cos \theta_0 & v_y &= v_0 \sin \theta_0 - g (t - t_0) \\
 y &= y_0 + \tan \theta (x - x_0) - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} (x - x_0)^2
 \end{aligned}$$

Es requisito del programa que las ecuaciones se planteen tomando como punto base el punto 0 del móvil considerado, y que se conozcan las cantidades t_0 , x_0 y y_0 de este punto.

Para plantear las ecuaciones de movimiento de un móvil:

- Selecciona el primer icono, " $r(t)$ ", de la tira de rutinas básicas (Fig. 78).

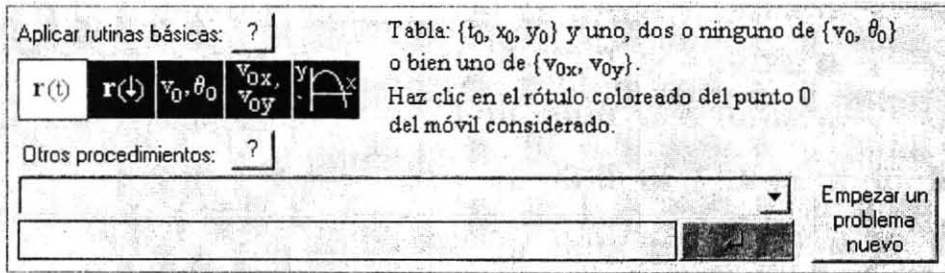


Fig. 78

- Haz clic en el rótulo del **punto 0** del móvil considerado (el **modo** de este punto puede ser "md" ó "cs", indistintamente. Por ejemplo, Fig. 79 muestra unos datos para el punto 0 y las ecuaciones correspondientes.

	md	md
B	0	1
t	2	
x	12	
y	-34	
v	56	
θ	67	

B*	$x = -31.762 + 21.881 t$ $v_x = 21.881$ $y = -156.697 + 71.148 t - 4.9 t^2$ $v_y = 71.148 - 9.8 t$ $y = -63.744 + 2.601 x - 0.010234 x^2$
----	---

Fig. 79

Nota. Si el procedimiento " $\mathbf{r} (\downarrow)$ " no está seleccionado, puedes hacer **Mayús+clic** en el rótulo del punto 0. Esta acción a la vez selecciona dicho procedimiento y plantea las ecuaciones.

Más detalles.

Si se conocen las 5 cantidades $\{t_0, x_0, y_0, v_0, -_0\}$ (o bien $\{t_0, x_0, y_0, v_{0x}, v_{0y}\}$), se obtienen unas "ecuaciones sin parámetros", es decir, ecuaciones que contienen solamente números y potencias lineales y cuadráticas del tiempo t , como por ejemplo las ecuaciones mostradas en la Fig. 79 en la página precedente.

Puedes obtener también "ecuaciones con parámetros", en las que se desconoce v_0 y/o $-_0$, o bien, si trabajas con las componentes de la velocidad, una de v_{0x} y v_{0y} (si no conoces ambas de éstas, debes trabajar con v_0 y $-_0$).

Adicionalmente, en la lista **Otros procedimientos** existen rutinas para encontrar las ecuaciones de movimiento basándose en los siguientes tipos de datos:

- Aparte de los datos t_0, x_0 y y_0 del punto 0, unos datos adicionales " x_n, y_n " y " x_m, y_m " correspondientes a otros dos puntos cualesquiera n y m del movimiento.

- El factor "C" de la relación " $h = C R$ " o sea: Altura máxima = C * Alcance.

En este caso las ecuaciones se expresan en términos de la velocidad inicial v_0 .

Nota. El alcance R se define como la distancia horizontal entre el punto de lanzamiento y el siguiente punto *al mismo nivel vertical* que éste.

- El tiempo de vuelo t_v y el alcance R .

10.5. Aplicar las ecuaciones de movimiento a puntos del movimiento

Aplicar las ecuaciones sin parámetros.

El icono de procedimiento " $\mathbf{r} (\downarrow)$ " sirve para aplicar las ecuaciones de movimiento sin parámetros, esto es, ecuaciones que no contienen ninguna incógnita o parámetro referente al punto inicial (o sea ninguna de $v_0, -_0, v_{0x}$ y v_{0y}).

Dada una de las siguientes cantidades del punto "i" considerado, el procedimiento calcula las demás cantidades:

1. t_i Se calculan x_i, y_i, v_i y $-_i$

2. x_i Se calculan t_i, y_i, v_i y $-_i$

3. y_i Se calculan t_i, x_i, v_i y $-_i$

En este caso existen dos soluciones. En la tabla se muestra solamente una de ellas. Para desplegar la otra solución haz **Alt + clic** con el botón izquierdo del ratón en el rótulo del punto considerado.

En los tres casos anteriores el modo del punto puede ser "**md**" o bien "**cs**", indistintamente. Si el modo es "**md**" se muestran los resultados para v_i y $-_i$ en las celdas 4a. y 5a. Si es "**cs**", los resultados mostrados corresponden a v_{ix} y v_{iy} .

4. v_{iy} Se calculan t_i, x_i, y_i y v_{ix} .

En este caso el modo debe ser "cs".

5. $-_t, -_y$ Se calculan los dos puntos entre los cuales el móvil tarda $-_t$ segundos y se desplaza verticalmente $-_y$. El modo es indistinto.

6. v_i Esta es la magnitud de la velocidad en el punto "i". El modo debe ser "md".

7. $-_i$ Esta es la dirección de la velocidad en el punto "i". El modo debe ser "md".

Para aplicar este procedimiento, se escribe la cantidad conocida en su celda correspondiente y se hace clic en el rótulo coloreado del punto considerado. Alternativamente (si el icono " $\mathbf{r} (\downarrow)$ " no está seleccionado) puedes hacer

Ctrl + clic en el rótulo del punto.

Aplicar las ecuaciones con parámetros.

Los iconos " $v_0, -0$ " y " v_{0x}, v_{0y} " están dedicados a aplicar las ecuaciones de movimiento cuando estas contienen algún parámetro desconocido referente al punto inicial ($v_0, -0, v_{0x}$ y v_{0y}).

Icono " $v_0, -0$ "

Si las ecuaciones están expresadas en términos de los parámetros v_0 y/o -0 , pueden darse los siguientes tipos de datos:

Datos

1. t_i, x_i
2. t_i, y_i
3. x_i, y_i
4. $t_i, -i$ (el tiempo del punto y la dirección $-i$ de la velocidad en el punto "i")
5. $x_i, -i$
6. $y_i, -i$
7. t_i, v_i (el tiempo del punto y la magnitud v_i de la velocidad en el punto "i")
8. x_i, v_i
9. y_i, v_i (No si el parámetro es -0 , en virtud de la relación $v_i^2 - v_0^2 = -2gy_i$ y de que se conoce v_0)

Si las ecuaciones contienen un sólo parámetro, se calcula este parámetro.

Si las ecuaciones contienen ambos parámetros, el procedimiento obtiene una relación entre ellos. Con dos relaciones de este tipo se puede resolver el sistema de ecuaciones simultáneas para v_0 y -0 usando uno de los procedimientos contenidos en la lista

Otros procedimientos

Nota. Si las ecuaciones contienen ambos parámetros, el programa no permite los tipos de datos 8 y 9, que dan lugar a ecuaciones complicadas de uso prácticamente nulo.

Se escriben los datos en las celdas respectivas del punto considerado y se hace clic en el rótulo coloreado de tal punto.

Icono " v_{0x}, v_{0y} "

Misma cosa que con el icono anterior. Cabe mencionar, sin embargo, que si las ecuaciones contienen el parámetro " v_{0x} ", no se permite el dato "2. t_i, y_i ". Por otra parte, si contienen el parámetro " v_{0y} ", no se permite el dato "1. t_i, x_i ".

La lista **Otros procedimientos** incluye rutinas para cálculos especiales sobre movimiento de tiro parabólico, como cálculo de distancia recorrida, intersección de dos parábolas, puntos de encuentro de dos móviles, etc. Al respecto consulta la ayuda en línea del programa.

10.6. Ejemplos

Ejemplo 10.1. Se proyecta una partícula hacia adentro de un túnel horizontal de 5 m de alto, con una velocidad de 50 m/s. ¿Cuál es el mayor alcance posible (Fig. 80)?

Completa con cuidado los siguientes pasos:

1/10. En la ficha **Configurar tabla** oprime el botón **Dos móviles** y haz clic en el espacio gris arriba del rótulo del punto 5.

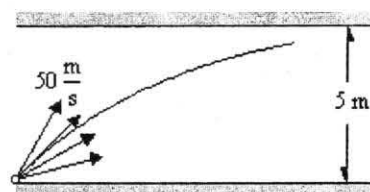


Fig. 80

Nota. El problema trata de un sólo móvil. Sin embargo, hemos definido por conveniencia un segundo móvil *ficticio*.

2/10. En las celdas del punto 0 del *segundo móvil* inserta los datos que se ven en la Fig. 81 izquierda. Estamos suponiendo aquí que dicho móvil 2 se lanza a 45°, ángulo bajo el cual logra el máximo alcance.

md	md	md
5	0	1
	0	
	0	
	0	
	50	
	45	

$$\begin{aligned} X &= 35.355 t \\ V_x &= 35.355 \\ Y &= 35.355 t - 4.9 t^2 \\ V_y &= 35.355 - 9.8 t \\ Y &= X - 0.00392 X^2 \end{aligned}$$

Fig. 81

3/10. Selecciona el primer icono, “ $r(t)$ ”, y haz clic en el rótulo del punto 0 del segundo móvil para obtener sus ecuaciones de movimiento, que resultan ser las que se muestran en la Fig. 81 derecha.

4/10. Inserta el dato $_ = 0$ en la quinta celda del punto 1 (Fig. 82) del segundo móvil. Este dato corresponde al punto de máxima altura, donde la velocidad es horizontal ($v = (v \angle 0)$).

md	md
0	1
0	3.608
0	127.551
0	63.776
50	35.355
45	0

Fig. 82

5/10. Selecciona ahora el segundo icono, “ $r(\downarrow)$ ” y haz clic en el rótulo del punto 1, con objeto de obtener sus demás cantidades cinemáticas. Se obtienen las que se ven en la Fig. 82.

Como se ve, la coordenada “y” del móvil en su punto de altura máxima es de 63.7 m, lo cual indica, evidentemente, que antes de alcanzar esta altura choca con el techo del túnel, que es de 5 m.

5/10. En las celdas del punto 0 del primer móvil inserta los datos: $t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ y $v_0 = 50$. La incógnita es el ángulo de lanzamiento, así que deja la quinta celda en blanco.

6/10. Plantea las ecuaciones de movimiento del primer móvil. Se obtiene:

$$\begin{aligned} x &= 50 \cos _ t & v_x &= 50 \cos _ \\ y &= 50 \sin _ t & v_y &= 50 \sin _ \cdot t - 4.9 t^2 \\ y &= \tan _ \cdot x - (0.0196 / \cos^2 _) x^2 \end{aligned}$$

7/10. Inserta los siguientes datos acerca del punto 1 del primer móvil: $y_1 = 5$, $v_{-1} = 0$. Escoge el icono " $v_{0,-0}$ " y haz clic en el rótulo de dicho punto. Aparece el cuadro-mensaje de la Fig. 83.

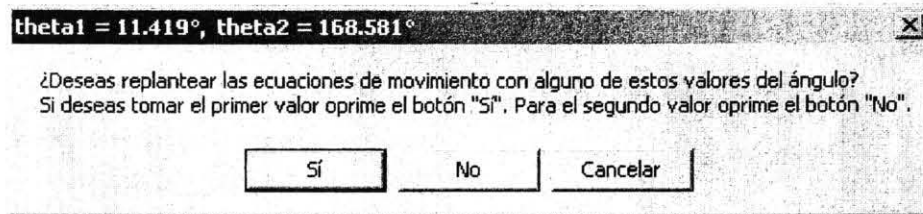


Fig. 83

8/10. Oprime el botón "Sí" del cuadro-mensaje. Se inserta el valor $\theta_0 = 11.419^\circ$ en la celda θ_0 del punto 1 y se replantean las ecuaciones de movimiento del primer móvil.

9/10. Escoge el icono " $r(\downarrow)$ " y haz clic en el rótulo del punto 1 del primer móvil. Se encuentran las cantidades mostradas en la Fig. 84. El alcance pedido es el doble de la coordenada "x" de este punto, o sea $49.5 \times 2 = 99$ (metros).

	md	md
B	0	1
t	0	1.01
x	0	49.508
y	0	5
v	50	49.01
θ	11.419	0

Fig. 84

10/10. Grafiquemos las ecuaciones correspondientes a ángulos de lanzamiento de 45° y 11.419° . Escoge el último icono de la tira de rutinas básicas. Haz dos clics en la tabla: uno en el rótulo del punto 0 del primer móvil, el otro en el rótulo del punto 1 del segundo móvil. Se muestra el gráfico como vemos en la Fig. 85.

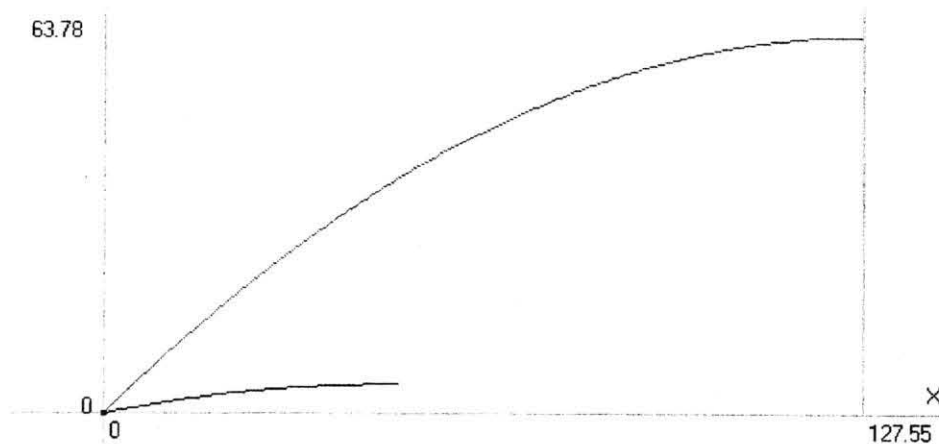


Fig. 85

Ejemplo 10.2. Se dispara una bala con una velocidad cuya componente horizontal es 500 m/s. ¿A qué ángulo debe dispararse para que dé en una marca situada a 1.4 m por arriba del punto de proyección, a una distancia de 400 m?

Véase la Fig. 86.

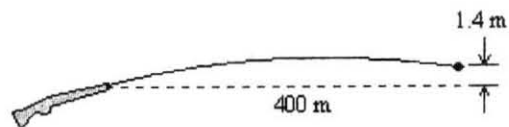


Fig. 86

Oprime el botón **Empezar un problema nuevo** y configura la tabla para un sólo móvil.

1. Sobre el punto de lanzamiento tenemos los siguientes datos:

$$t_0 \equiv 0, x_0 \equiv 0, y_0 \equiv 0, v_{0x} = 500 \quad (v_{0y} \text{ no se conoce})$$

Sobre el punto 1 los siguientes datos:

$$x_1 = 400, y_1 = 1.4$$

Para insertar estos datos cambia el **modo** de los puntos 0 y 1 a "cs" (para ello haz clic en el cuadro que dice "md", arriba de los rótulos respectivos). Inserta los datos como ves en la Fig. 87 izquierda.

	cs	cs
B	0	1
t	0	
x	0	400
y	0	1.4
v _x	500	
v _y		

$$\begin{aligned} x &= 500 t \\ v_x &= 500 \\ y &= v_{0y} t - 4.9 t^2 \\ v_y &= v_{0y} - 9.8 t \\ y &= 0.002 v_{0y} x - 0.00002 x^2 \end{aligned}$$

Fig. 87

2. Selecciona el icono "**r (t)**" y haz clic en el rótulo del punto 0. Se obtienen las ecuaciones con el parámetro v_{0y} , como se muestra en la Fig. 87 derecha.

4. Escoge el icono "**v_{0x}, v_{0y}**" y haz clic en el rótulo del punto 1. Se muestra el cuadro-mensaje de la Fig. 88. Responde "Sí" a dicho mensaje. Se inserta el valor $v_y = 5.67$ en la **celda-v_y** del punto 0 y se plantean las ecuaciones de movimiento.

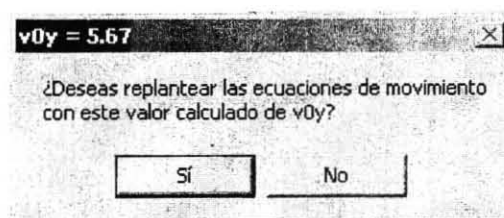


Fig. 88

5. Para calcular las cantidades cinemáticas del punto 1 escoge el icono "**r (t)**" y haz clic en el rótulo del punto 1.

6. Cambia el **modo** del punto 0 a "md". Se calcula la magnitud y dirección de la velocidad en el punto 0, resultando los valores $v_0 = 500.032 \text{ m/s}$ y $\theta_0 = 0.65^\circ$. Este es el ángulo al que hay que disparar la bala.

Ejemplo 10.3. Se lanza en $t = 0$ un proyectil desde el punto (300 m, 200 m) con una velocidad de 20 m/s horizontal hacia la izquierda. Tres segundos después se lanza otro proyectil desde el punto (-50 m, 30 m). ¿A qué velocidad y bajo qué ángulo debe lanzarse este segundo proyectil para que choque con el primero en $t = 5$ s?

1. Selecciona la ficha **Configurar tabla**. Oprime el botón **Dos móviles**. Haz clic arriba del rótulo del punto 4.

2. Inserta los datos relativos al punto de lanzamiento del primer móvil (punto 0):

$$t_0 = 0, x_0 = 300, y_0 = 200, v_0 = 20, \theta_0 = 180$$

3. Inserta los datos relativos al punto de lanzamiento del segundo móvil (punto 0):

$$T_0 = 3, X_0 = -50, Y_0 = 30$$

4. Selecciona el icono "**r (t)**". Haz clic en el rótulo del punto 0 del primer móvil y luego en el rótulo del punto 0 del segundo móvil. Obtienes las ecuaciones de movimiento mostradas en la Fig. 89.

$x = 300 - 20 t$	$X = -50 + V_0 \cos \theta (t - 3)$
$v_x = -20$	$V_x = V_0 \cos \theta$
$y = 200 - 4.9 t^2$	$Y = 30 + V_0 \operatorname{sen} \theta (t - 3) - 4.9 (t - 3)^2$
$v_y = -9.8 t$	$V_y = V_0 \operatorname{sen} \theta - 9.8 (t - 3)$
$y = -902.5 + 7.35 x - 0.01225 x^2$	$Y = 30 + \tan \theta (X + 50) - (4.9/V_0^2 \cos^2 \theta)(X + 50)^2$

Fig. 89

5. Abre la lista **Otros procedimientos**. Selecciona la entrada "**Choque de dos proyectiles**". En el cuadro de texto debajo de la lista escribe el valor "5", que es el tiempo cuando chocan. Oprime el botón "**↵**" a la derecha de este cuadro.

6. El programa encuentra que chocan en $x_c = 200$ m, $y_c = 77.5$ m, con $V_0 = 129.4$ m/s (!) y $\theta_0 = 15^\circ$ (Fig. 90).

Resultado	Registro	E
Móvil 2: $T_0 = 3, X_0 = -50$		
$Y_0 = 30, t_c = 5$		
Se halló:		
$V_0 = 129.424, \theta_0 = 15.024$		
Chocan en:		
$x_c = 200, y_c = 77.5$		

Fig. 90

7. Inserta los datos $t_1 = 5$ y $T_1 = 5$ (tiempo del choque). Escoge el icono "**r (↓)**" y haz clic en los rótulos de los puntos 1 de ambos móviles.

8. Grafica las trayectorias. Escoge el último icono de la tira de rutinas básicas. Haz clic en el rótulo del punto 0 del primer móvil y luego en el rótulo del punto 1 del segundo móvil. Se obtiene el gráfico mostrado en la Fig. 91.

Nota. Se accede a la ayuda sobre el procedimiento **Choque de dos proyectiles** oprimiendo el botón "?" situado junto a la lista **Otros procedimientos** (después de escoger dicho procedimiento).

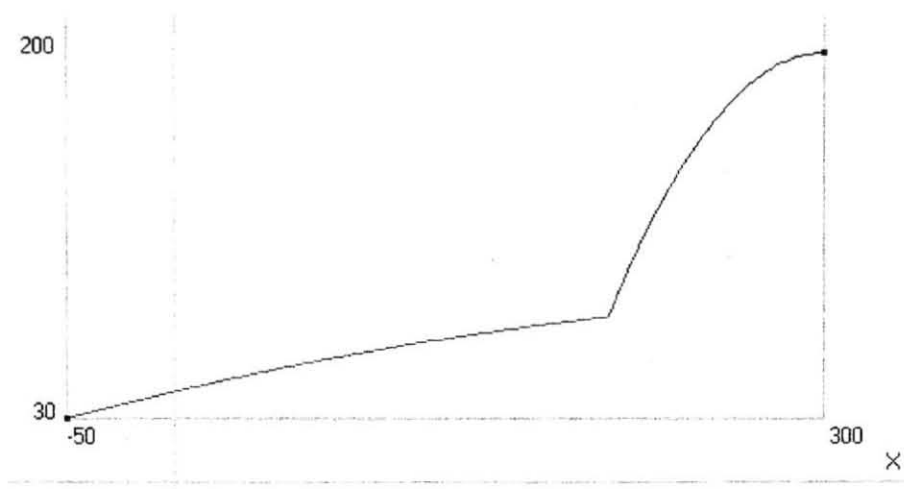


Fig. 91

11. ELEMENTOS DE CINEMÁTICA GENERAL

La interfaz de esta herramienta consta de los controles mostrados en la Fig. 92.

Rectilíneo	Plano
<input type="radio"/> $x(t)$	<input type="radio"/> Circular
<input type="radio"/> $v(t, x)$	<input type="radio"/> $x(t), y(t)$
<input checked="" type="radio"/> $a(t, x, v)$	<input type="radio"/> $r(t), \theta(t)$

$a(t, x, v) =$ Teclas rápidas

Condiciones iniciales: En $t_0 =$ <input type="text"/> $x_0 =$ <input type="text"/> $v_0 =$ <input type="text"/>	Calcular propiedades locales en $t =$ <input type="text"/> <input type="button" value="Ya"/>
	Graficar entre $t_i =$ <input type="text"/> y $t_f =$ <input type="text"/> <input type="checkbox"/> Posición <input type="checkbox"/> Velocidad <input type="checkbox"/> Aceleración <input type="button" value="Ya"/>

Valor de "h" en la rutina de diferenciación:

Fig. 92

La herramienta te permite graficar la posición, velocidad y aceleración de un móvil como funciones del tiempo. Como ves en la Fig. 92, se ofrecen 6 opciones, 3 para movimiento rectilíneo y 3 para movimiento plano.

Para el movimiento rectilíneo puedes dar la posición como función del tiempo, $x(t)$, o bien la velocidad como función del tiempo y la posición, $v(t, x)$, o bien la aceleración como función del tiempo, posición y velocidad, $a(t, x, v)$.

Para el movimiento plano existe una opción para el movimiento circular, en la que puedes dar la posición angular como función del tiempo, $\theta(t)$. Las otras dos opciones son para estudiar el movimiento descrito por ecuaciones paramétricas en coordenadas cartesianas, $x(t)$ y $y(t)$, o en coordenadas polares, $r(t)$ y $\theta(t)$.

En la segunda y tercera opciones del movimiento rectilíneo, el programa pide las "condiciones iniciales" (esto es, los valores de tiempo y posición iniciales (opción 2a.), o los valores de tiempo, posición y velocidad iniciales (opción 3a.).

El programa usa un método de Runge-Kutta para resolver las ecuaciones diferenciales subyacentes. Si la función dada oscila mucho trata de resolver dándole a "h" un valor menor que el propuesto de 0.5 (p. ej., $h = 0.1$ ó $h = 0.01$).

11.1. Un ejemplo

Ejemplo 11.1. Escoge la opción “a(t, x, v)” y llena las casillas como se muestra en la Fig. 93.

Rectilíneo	Plano
<input type="radio"/> x(t)	<input type="radio"/> Circular
<input type="radio"/> v(t, x)	<input type="radio"/> x(t), y(t)
<input checked="" type="radio"/> a(t, x, v)	<input type="radio"/> r(t), θ(t)

a(t, x, v) = Teclas rápidas

Condiciones iniciales:	Calcular propiedades locales en t = <input type="text" value="10"/> <input type="button" value="Ya"/>
En t0 = <input type="text" value="0"/>	Graficar entre ti = <input type="text" value="0"/> y tf = <input type="text" value="10"/> <input checked="" type="checkbox"/> Posición <input type="checkbox"/> Velocidad <input type="checkbox"/> Aceleración <input type="button" value="Ya"/>
x0 = <input type="text" value="10"/>	
v0 = <input type="text" value="0"/>	

Valor de "h" en la rutina de diferenciación:

Fig. 93

Oprime el botón “Ya” junto a la casilla “Calcular propiedades locales en t =”. Se calculan los valores que ves en la Fig. 94.

Finalmente, palomea la opción “Posición” y oprime el botón inferior “Ya”. Se muestra en el pizarrón el gráfico de la función x(t) (Fig. 95).

Resultado	Registro
En t = 10:	
x = 0.389, v = 0.394	
a = -9.744	

Fig. 94

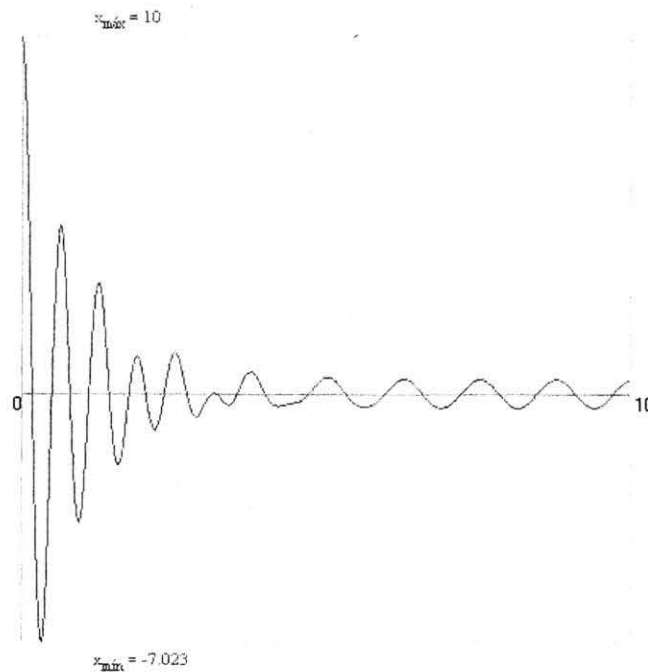


Fig. 95

12. Impresión de textos de ayuda, área de gráficos y resultados numéricos

Al oprimir el penúltimo botón de la barra de herramientas se muestra el cuadro de diálogo de la Fig. 96:

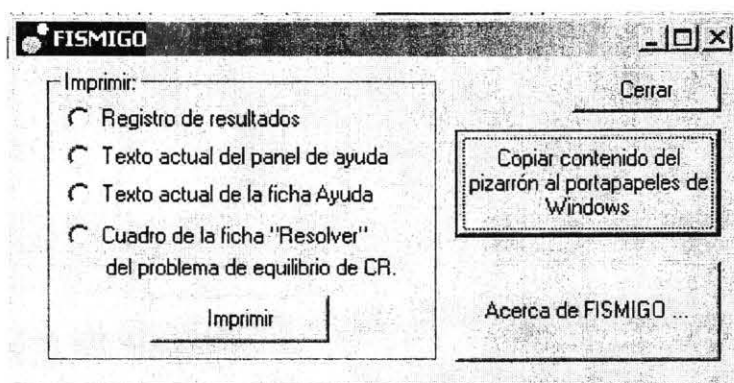


Fig. 96

Los controles del diálogo se explican por sí solos.

Figura un botón para copiar el contenido del pizarrón al portapapeles de Windows. Esto te permite luego pegar el gráfico en algún programa de edición de gráficos, como por ejemplo el programa PAINT de Windows. Los gráficos de FISMIGO usan códigos de color. Si deseas convertir las líneas del gráfico a blanco y negro en el programa PAINT, escoge la sucesión de comandos siguiente:

Menú **Imagen**, Submenú **Atributos ...**, Opción **Blanco y negro**.

INSTRUCTIVO DEL PROGRAMA FISMIGO

SE TERMINÓ DE IMPRIMIR EN EL MES DE
ABRIL DE 2009 EN LOS TALLERES DE LA SECCIÓN
DE IMPRESIÓN Y REPRODUCCIÓN DE LA
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD AZCAPOTZALCO

SE IMPRIMIERON 100 EJEMPLARES
MÁS SOBRANTES PARA REPOSICIÓN

LA EDICIÓN ESTUVO A CARGO DE LA
SECCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DISTRIBUCIÓN EDITORIALES
DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD AZCAPOTZALCO

UAM
QA76.76
F5.5
B4.35

2893965
Becerril Hernández, Hugo
Instructivo del programa

ISBN-13: 978-970-31-0182-8
ISBN-10: 970-31-0182-8



INSTRUCTIVO DEL PROGRAMA FISMIGO
BECERRIL HERNANDEZ * SECCION DE IMPRESION

44347
R. 40 \$ 10.00

40-ANTOLOGIAS CBI * 01-CBI

