UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Azcapotzalco

departamento de economía

Ma. Beatríz García Castro
Josefina Robles Rodríguez
Leticia Velázquez García
Ma. Flor Chávez Presa

Determinación del Precio en un Mercado de Competencia Perfecta

Problemas y Ejercicios Resueltos

1

economía

UNIVERSIDAD
AUTONOMA
METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

Determinación del Precio en un Mercado de Competencia Perfecta

Problemas y Ejercicios Resueltos

departamento
economía
AZCAPOTZALCO - CSH

Ma. Beatriz García Castro
(Coordinadora)
Josefina Robles Rodríguez
Leticia Velázquez García
Ma. Flor Chávez Presa

Rector General
Dr. Luis Mier y Terán Casanueva
Secretario General
Dr. Ricardo Solís Rosales

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA-AZCAPOTZALCO

Rector
Mtro. Víctor M. Sosa Godínez
Secretario
Mtro. Cristian E. Leriche Guzmán

Director División de Ciencias Sociales y Humanidades
Lic. Guillermo Ejea Mendoza
Secretaria Académica
Dra. Ma. Susana Núñez Palacios

Departamento de Economía
Jefe del Departamento
Dr. Javier Juan Froilán Martínez Pérez

Coordinador
Mtro. Antonio Cárdenas y Almagro

Eje Curricular de Microeconomía
Mtra. Leticia Velázquez García

ISBN 970-31-0255-7

Primera Edición: 2004
Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco
Av. San Pablo No.180, Col.Reynosa Tamaulipas,
Delegación Azcapotzalco, 02200, México, D.F.

Impreso y hecho en México

Presentación

El material que aquí se reúne contiene una amplia gama de problemas y ejercicios resueltos relativos a la teoría del consumidor, producción y del comportamiento empresarial en condiciones de competencia perfecta, ejercicios que abarcan el contenido completo de la Unidad de Enseñanza Aprendizaje de Microeconomía I, correspondiente al cuarto trimestre de la Licenciatura en Economía de la UAM-Azcapotzalco.

La decisión de generar y publicar este Libro de texto se tomó como respuesta a la evaluación de la docencia en las materias de Microeconomía[1], la que permitió detectar la falta de material didáctico de apoyo, específicamente de ejercicios adecuados a la temática incluida dentro del programa. Esta preocupación fue compartida con diversos profesores con experiencia docente específica en el curso, los que nos dimos a la tarea de ordenar los materiales que han sido utilizados por cada uno de nosotros y revisar las publicaciones existentes, con el objetivo de formar un documento lo más amplio y versátil posible. Así este material fue discutido dentro del eje de microeconomía, e incluye no sólo los ejercicios, tareas y exámenes realizados durante los últimos años con nuestros alumnos, sino también aquellos derivados de los principales libros de texto que generalmente apoyan la materia.

Las profesoras que participaron en este trabajo, junto conmigo, fueron: Josefina Robles Rodríguez, Ma. Flor Chávez Presa y Leticia Velázquez García, todas profesoras investigadoras del Departamento de Economía de la UAM-A. Así mismo, es importante mencionar que la elaboración de este material no habría sido posible sin la colaboración de los ayudantes de investigación Eloisa Fuentes Ramírez, Sandra González Reyes y, particularmente, de Paola Argentina Cañedo Barragán, a quienes agradecemos ampliamente su colaboración.

[1] Esta revisión continua de bibliografía, problemática y contenido de los cursos se realiza dentro del Eje Curricular de Microeconomía.

Además, las autoras manifestamos nuestro agradecimiento, a la Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, institución a la que se debe plenamente este trabajo, al Dr. Juan Froilán Martínez Pérez, Jefe del Departamento de Economía, a Ángeles Ortíz Ortíz, secretaria del Área de Investigación de Economía Mexicana, por su incansable apoyo, y a Liliana Hidalgo Sánchez de Tagle por la dedicación, cuidado y paciencia puestos en la elaboración editorial del libro.

Con el propósito de que se constituya en un verdadero apoyo a nuestros estudiantes, el orden de las preguntas se presenta dentro de cinco capítulos correspondientes a los temas contenidos en el programa . Así mismo, se buscó que la nomenclatura utilizada fuese acorde con la contenida en la bibliografía de referencia, lo que esperamos contribuya a familiarizar a nuestros estudiantes con las diferentes alternativas.

Los ejercicios de la primera parte se refieren al método y objetivo de la microeconomía. El material del segundo capítulo familiariza al alumno con herramientas de análisis económico de uso generalizado y sus aplicaciones en la determinación de la demanda; ejercicios que van desde el manejo simple de una recta (restricción presupuestal) en un plano, hasta la obtención de óptimos restringidos para la utilidad del consumidor. Los capítulos tres y cuatro presentan ejercicios que apoyan la comprensión de las diferentes funciones de producción y costos de una empresa y su interrelación. Por último, en el capítulo cinco se presentan ejercicios en donde el empresario se ubica en un mercado de competencia perfecta, el cual está asociado a los supuestos de que hay un gran número de compradores y vendedores que, por sus características, son precio-aceptantes. El objetivo es determinar la oferta de una empresa en este tipo de mercado, como respuesta a una conducta maximizadora de ganancias.

Esperamos que este grupo de problemas y ejercicios contribuya a un mejor aprendizaje de los temas básicos que fundamentan la fijación del precio en un mercado de competencia perfecta.

Atentamente,

Ma. Beatriz García Castro.

Profesora Investigadora del

Departamento de Economía, UAM-A

Contenido

I.Presentación y repaso de conceptos básicos

1.1 ¿Qué es economía?

Es el estudio de la manera en que se asignan los recursos escasos para diferentes fines, de la manera más eficaz posible, para satisfacer las necesidades de los individuos.

1.2 ¿Qué es microeconomía?

Es la rama de la Economía que estudia la conducta de entidades individuales como mercados, empresas o individuos.

1.3 ¿Qué es el mercado?

Es el mecanismo por medio del cual los compradores y vendedores de un bien o servicio determinan conjuntamente su precio y cantidad.

1.4 ¿Qué es el equilibrio parcial?

Es el equilibrio de un solo mercado. Análisis del comportamiento de un mercado, sin importar sus relaciones con otros mercados, mismas que se suponen "constantes".

1.5 ¿Qué es equilibrio general?

Es el equilibrio simultáneo de todos los bienes y servicios de una economía.

1.6 ¿Qué es ceteris paribus?

Esta expresión significa que, al alterar un factor, se mantienen todos los demás constantes.

1.7 ¿Qué es un impuesto?

Es la parte de los ingresos, de los beneficios y de los salarios que pagamos al Estado, en pago a los servicios que éste nos proporciona.

1.8 ¿Qué es el poder de compra?

Es la capacidad de una persona para adquirir bienes y servicios.

1.9 Mencione detalladamente qué es un modelo económico y cuáles son sus supuestos clave.

Los modelos económicos son construcciones abstractas y lógicas que tienen dos componentes: supuestos e implicaciones. Un modelo económico tiene cuatro supuestos clave:

a) La gente tiene preferencias.
b) La gente cuenta con una dotación de recursos y tecnología dada.
c) La gente economiza.
d) Las elecciones de la gente se coordinan a través de los mecanismos de mercado o de mando.
Los modelos económicos caen en dos categorías: microeconómicos y macroeconómicos.

1.10 Diga qué es un modelo, cómo debe ser construido, de qué tipo puede ser y qué debe cumplir.
Un modelo es la representación simplificada de la realidad, tiene que tener cierto grado de generalidad y tiene que ser verificado. En él se consideran los determinantes más importantes del fenómeno que se estudia. Los modelos pueden ser de predicción o de análisis.

1.11 ¿Qué es una variable endógena?
Es aquella que depende de otras variables en un modelo, y que se explica dentro de este.

1.12 Defina qué es el principio de optimización.
Los individuos tratan de elegir las mejores opciones que están a su alcance, ya sea en el consumo, en la producción o en sus decisiones de empleo.

1.13 ¿Qué significa la escasez?
La escasez significa que los deseos o posibilidades de uso exceden a los recursos. Es la confrontación de deseos ilimitados con recursos limitados. La escasez obliga a la gente a elegir. Para ello, la gente evalúa los costos de las acciones alternativas; la escasez obliga a la gente a competir entre sí.

1.14 Explique el significado de optimizar y cuál es su principio.
Hacer la mejor elección posible de lo que está disponible se

llama optimizar o economizar. Para optimizar, una persona pondera los costos y los beneficios de las alternativas.

1.15 Explique qué es el costo de oportunidad.

Es el costo de una elección frente a la mejor alternativa desechada. El costo de oportunidad de cualquier acción es la mejor alternativa que se hubiese emprendido en su lugar. Asistir a clase en lugar de quedarse en la cama tiene un costo de oportunidad: el costo de una hora adicional de sueño.

1.16 ¿Qué es la estática comparativa?

Es el estudio de las variaciones que experimentan el precio y la cantidad de equilibrio cuando cambian las condiciones subyacentes. En forma más genérica, es la comparación de dos posiciones de equilibrio alcanzadas con cambios de alguna variable exógena.

1.17 ¿Qué es el óptimo de Pareto?

Es la asignación de recursos disponibles en que ninguna persona puede estar mejor sin que alguien mas esté peor; es aquella asignación en la que ninguna oportunidad de intercambio mutuamente beneficioso está sin explotar.

1.18 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) Un modelo es una representación de la realidad, tal que capta hasta el más mínimo detalle de la misma. **F**

b) El principio de la optimización establece que los individuos tratan de elegir las mejores pautas de consumo que están a su alcance. **V**

c) El precio de reserva es aquel al cual a una persona le da exactamente lo mismo comprar un bien que no comprarlo. **V**

d) Un mecanismo de asignación es eficiente en el sentido de Pareto, cuando es posible encontrar otra asignación en la cual todos los individuos mejoren su situación. **F**

1.19 Complete las siguientes definiciones.

a) Es una variable predeterminada por factores que no se analizan en el modelo:
Variable exógena

b) Principio que establece la mejor elección posible.
Optimizar o economizar

c) Consiste en comparar dos equilibrios estáticos, sin preocuparse especialmente por la forma en que el mercado pasa de uno a otro.
Estática comparativa.

d) Son los objetos que elige el consumidor. Consisten en una lista completa de bienes y servicios a los que se refiere el problema de la elección.
Canasta de bienes demandados.

II. Teoría del consumidor y la demanda

2.1 Restricción Presupuestal

2.1.1 Explique qué es un numerario.

Es cuando elegimos a un precio como igual a uno, quedando todos los demás precios expresados en él.

2.1.2 ¿Qué es la restricción presupuestaria?

Es el conjunto máximo de combinaciones de bienes que pueden adquirirse con una determinada renta agotándola totalmente, dados los precios de los bienes.

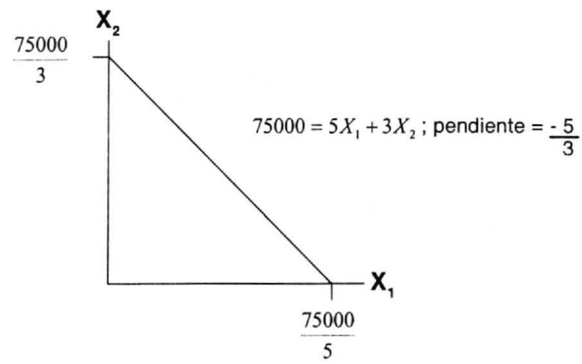
2.1.3 Defina el conjunto presupuestario.

Es el conjunto de canastas que un individuo alcanza a comprar con su ingreso, dados los precios de los bienes.

2.1.4 ¿De qué depende el poder de compra de un individuo?

De sus ingresos y los precios de los bienes.

2.1.5 Considere un individuo que cuenta con un presupuesto de \$75,000 y enfrenta precios tales que $P_1 = 5$ y $P_2 = 3$. Determine la ecuación de la recta presupuestaria y grafique señalando las unidades de cada bien que corresponden a la ordenada al origen, la abscisa al origen y la pendiente.



2.1.6 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) El conjunto presupuestario está integrado por todas las cestas de bienes que puede comprar el consumidor, sobrándole dinero. **V**

b) Los impuestos y las subvenciones afectan los precios exactamente de la misma forma, excepto en lo que se refiere al signo algebraico. **V**

c) La variación de los precios hace que el individuo desee consumir una mayor cantidad del bien abaratado. **V**

d) El aumento del poder adquisitivo generado por la reducción del precio reduce el consumo. **F**

2.1.7 Considere un individuo que cuenta con un presupuesto de $1,000 y los precios son:

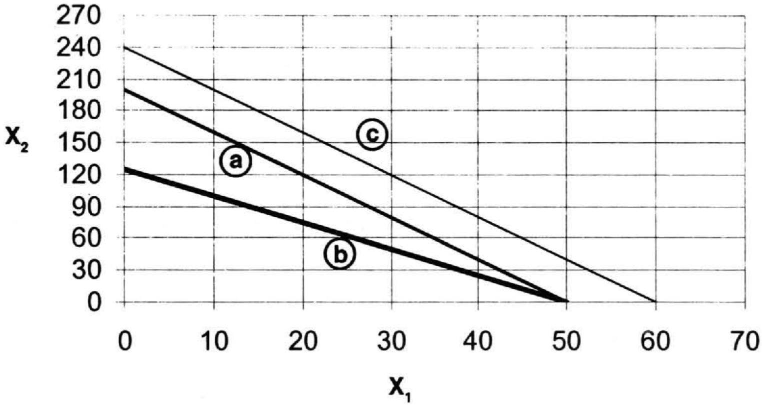
$$P_1=20 \text{ y } P_2=5$$

a) Determine la ecuación de la recta presupuestaria y grafique señalando las unidades de cada bien que corresponden a la ordenada al origen y a la abscisa.

b) Muestre qué pasa cuando el precio del bien 2 sube a 8.

c) Muestre qué pasa cuando sube el ingreso 20% (a partir del inciso a).

Inciso de la pregunta	Ecuaciones de la restricción	Ordenada al origen	Abscisa al origen	Pendiente
a)	$1000=20X_1+5X_2$	200	50	-4
b)	$1000=20X_1+8X_2$	125	50	-2.5
c)	$1200=20X_1+5X_2$	240	60	-4



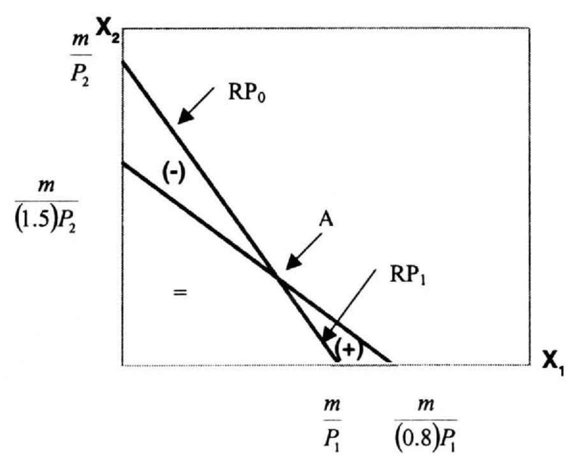
2.1.8 Sea la restricción presupuestal $m=P_1X_1+P_2X_2$. Suponga que el precio del bien uno se reduce 20%, que el precio del bien dos se incrementa 50%:

a) Grafique ambas rectas.

b) Establezca la ecuación de la nueva restricción en forma de pendiente y ordenada al origen.

c) Explique si el poder de compra aumentó o se redujo.

a)



b) Recta Final:

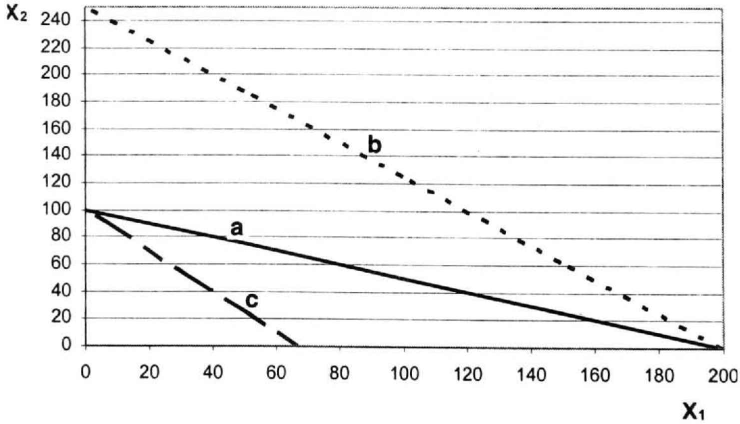
$$m=P_1^0X_1+P_2^0X_2$$

$$m = 0.8P_1^0X_1 + 1.5P_2^0X_2$$

$$X_2 = \frac{m}{1.5P_2^0} - \frac{0.8\ P_1^0}{1.5\ P_2^0}X_1$$

c) Con el cambio de ecuación ahora no puedo acceder a las canastas ubicadas en la zona $\frac{m}{P_2}, \frac{m}{(1.5)P_2}$ A, la que se marca en la gráfica (-); por el contrario las canastas ubicadas en A, $\frac{m}{P_1}, \frac{m}{(0.8)P_1}$ ahora me son accesibles y antes no lo eran, por lo que se han marcado (+). La zona marcada (=) antes y después continúa accesible. El balance es que hay más canastas ahora fuera de mis posibilidades de las que gano con el cambio. En un principio se acepta que el poder de compra se reduce. Sin embargo, el término no es exacto porque los espacios son cualitativamente diferentes.

2.1.9 Considere un individuo que cuenta con un presupuesto de $10,000 y enfrenta precios tales que $P_1 = 50$ Y $P_2 = 100$. a) Determine la ecuación de la recta presupuestaria y grafique. b) Muestre qué pasa cuando el precio del bien 2 baja a 40. c) Muestre qué pasa cuando el precio del bien 1 sube a 150.



$10{,}000 = 50\ X_1 + 100\ X_2$

a) X_2	$m/P_1 = 200$	Y	$m/P_2 = 100$
b) $10{,}000 = 50X_1 + 40X_2$	$m/P_1 = 200$	Y	$m/P_2 = 250$
c) $10{,}000 = 150X_1 + 100X_2$	$m/P_1 = 66.7$	Y	$m/P_2 = 100$

2.1.10 Inicialmente el consumidor tiene la recta presupuestal: $P_1X_1 + P_1X_2 = m$

a) ahora P_1, se duplica, P_2 se multiplica por 8 y m se cuadruplica. Muestre mediante una ecuación la nueva recta presupuestaria en función de los precios (P_1, P_2) y de la renta (m) iniciales.

$2P_1X_1 + 8P_2X_2 = 4m$
$P_1X_1 + 4P_2X_2 = 2m$

b)¿Qué ocurre con la recta presupuestal (se vuelve más horizontal o más inclinada) si sube el precio del bien 2, pero no el de 1 y la renta permanece constante?

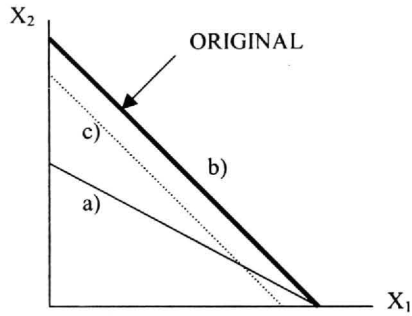
La recta presupuestal se vuelve más horizontal.

2.1.11 El consumidor tiene la recta presupuestaria $P_1X_1 + P_2X_2 = m$. Evalúe ésta situación inicial cuando:

a) Se duplica el precio del bien 2. El del bien 1 y la renta no se alteran.
$P_1X_1 + 2P_2X_2 = m$

b) Se duplican ambos precios y la renta.
$P_1X_1 + P_2X_2 = m$
Por lo que queda en la misma posición que la original.

c) Se duplican ambos precios y la renta aumenta 1.5 veces.
$P_1X_1 + P_2X_2 = (3/4)\ m$



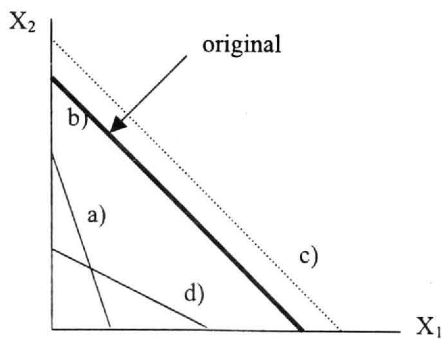
2.1.12 El consumidor tiene la recta presupuestal $P_1X_1 + P_2X_2 = m$. Grafique y evalúe esta situación inicial cuando:

a) Se duplica el precio del bien 2 y el del bien 1 se quintuplica.
$5P_1X_1 + 2P_2X_2 = m$

b) Se multiplican por 5 ambos precios y la renta.
$P_1X_1 + P_2X_2 = m$

c) Se duplica ambos precios y la renta aumenta 3.5 veces.
$P_1X_1 + P_2X_2 = 7/4\ m$

d) El precio del bien 1 se duplica y el del bien 2 se triplica.
$2P_1X_1 + 3P_2X_2 = m$



2.1.13 Evalúe la siguiente situación: un impuesto del 50% al valor sobre las ventas de X_1 y X_2, los dos únicos bienes de la economía, frente a un impuesto sobre la renta de 33 .3%.

1ª: $(1+t)P_1X_1 + (1+t)P_2X_2 = m \quad \Rightarrow \quad (1+t)(P_1X_1 + P_2X_2) = m$

$$P_1X_1 + P_2X_2 = \frac{m}{(1+t)} \quad con \quad t = 50\% \Rightarrow \quad \frac{m}{1.5}$$

2ª: $P_1X_1 + P_2X_2 = m(1-t) \quad con \quad t = 33.3\% \Rightarrow \quad (1-0.333)m$

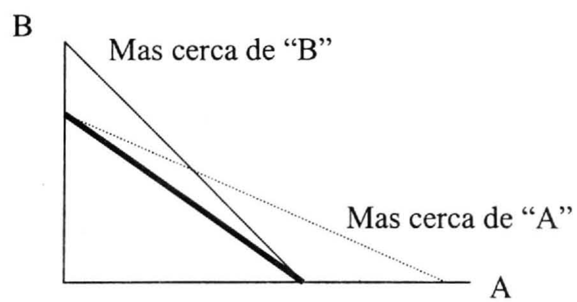
Ambas medidas tienen idéntica repercusión sobre la restricc presupuestal.

2.1.14 En una colonia existen 2 supermercados: A y B. Suponga que en ambos se venden los mismos productos y a los mismos precios, además asuma que Ud. vive equidistante a ambos (por lo tanto el costo del transporte es el mismo). Para el caso de una canasta cualquiera, analizar gráficamente los efectos sobre la recta de presupuesto sí:

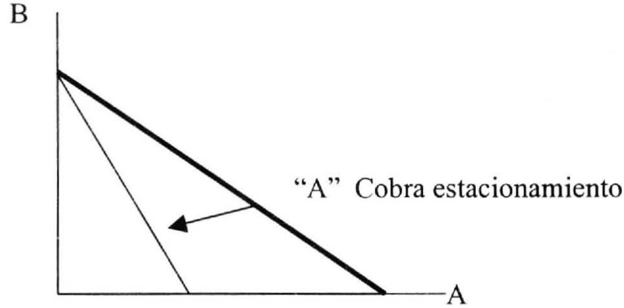
Dado $P_AA + P_BB = m$, y $P_A = P_B$.

a) Ud. se muda cerca de A, luego más cerca de B.

Estar más cerca de A significa que P_A (costo de oportunidad) es más barato, similarmente el caso de B.

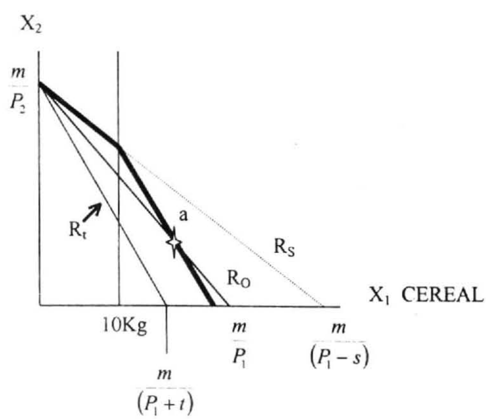


b) El supermercado A decide cobrar por estacionamiento mientras que B no (asumiendo que se tiene que usar el estacionamiento).
Significa que P_A es más caro.



c) Se muda cerca de B, pero B tiene precios mayores que A.
Los cambios pueden resultar en que $P_A = P_B$. No obstante la situación no es exacta, ya que la distancia menor significa una reducción en el precio de B, pero éstos son mayores que los de A. No se sabe si la mencionada reducción compensa exactamente o no la diferencia inicial.

2.1.15 Con el fin de ayudar a las familias pobres el gobierno introduce una política de subsidio a los 10 primeros kilos de cereales comprados al mes por un monto "s" por kilo; pero más de 10 kilos pagarán un impuesto "t" por kilo. Bajo que condiciones las familias son indiferentes a este programa. Grafique.



Sean X_1 cereales y X_2 todos los otros bienes. Cuando el gobierno decide otorgar un subsidio al consumo de X_1 la restricción pasa a RS , de la que sólo será valido el segmento en que $X_1<10$.

Si el gobierno cobra un impuesto de " t " sobre X_1 la restricción presupuestal sería R_1; pero iniciaría a partir de $X_1= 10$. Así, la restricción presupuestal tendrá un quiebre en $X_1= 10$ y cruzará a la restricción original en "a" , punto en que las familias son indiferentes al programa gubernamental.
Tanto el impuesto como el subsidio se asumieron a la cantidad.

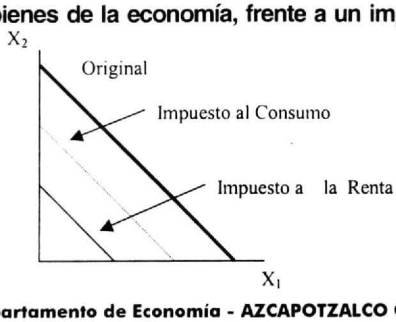
2.1.16 Inicialmente el consumidor tiene la recta presupuestaria: $P_1X_1+ P_2X_2 = m$.
Ahora P_1 se triplica, P_2 se multiplica por 9 y m se multiplica por 6.

a) Muestre mediante una ecuación la nueva recta presupuestaria en función de los precios (P_1, P_2) y de la renta (m) iniciales.
$P_1X_1+ 3P_2X_2 = 2m$.

b) ¿Qué ocurre con la recta presupuestaria si sube el precio del bien 1, pero no el de 2 y la renta permanece constante?
Si sólo sube el precio del bien 1 , la recta presupuestal se inclinará más y mantendrá la misma ordenada al origen.

c) Si se cuadriplica el precio del bien 1 y se triplica el del 2, ¿se vuelve la recta presupuestaria más horizontal? o ¿más inclinada?
Será más inclinada.

2.1.17 Evalúe en función del conjunto presupuestal la siguiente situación: un impuesto del 33.33% sobre las ventas de X_1 y X_2, los dos únicos bienes de la economía, frente a un impuesto sobre la renta de 50%.



$$X_1P_1(1+0.33)+X_2P_2(1+0.33)=m$$
$$X_1P_1(1.33)+X_2P_2(1.33)=m$$
$$X_1P_1+X_2P_2=\frac{m}{1.33}$$

Lo que ofrece mayor poder de compra que un impuesto sobre la renta de 50% *(m/2)*

2.1.18 Arturo consumía 100 unidades del bien X_1 y 50 unidades de X_2. El precio de X_2 aumentó de 2 a 4. El precio de X_1 permaneció en 2. ¿En cuánto tendría que aumentar la renta para que pueda continuar adquiriendo exactamente 100 unidades de X_1 y 50 unidades de X_2?

si

$$P_1X_1 + P_2X_2 = m$$

antes :

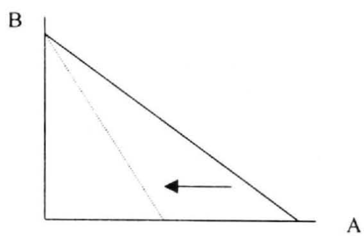
$$(100)(2) + (50)(2) = 300$$

ahora :

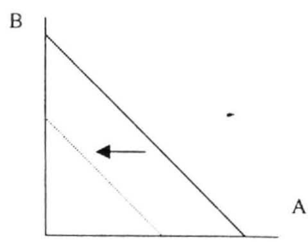
$$(100)(2) + (50)(4) = 400 \qquad \therefore \Delta m = 100$$

2.1.19 En una colonia existen 2 bancos: A y B. Suponga que en ambos tienen cajeros de red, además asuma que Ud. vive equidistante de ambos. En caso que desee hacer un retiro, analice gráficamente los efectos sobre la recta de presupuesto sí:

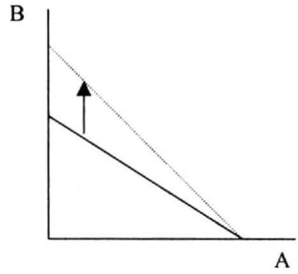
a) "A" cobra más alto el servicio de cajero.



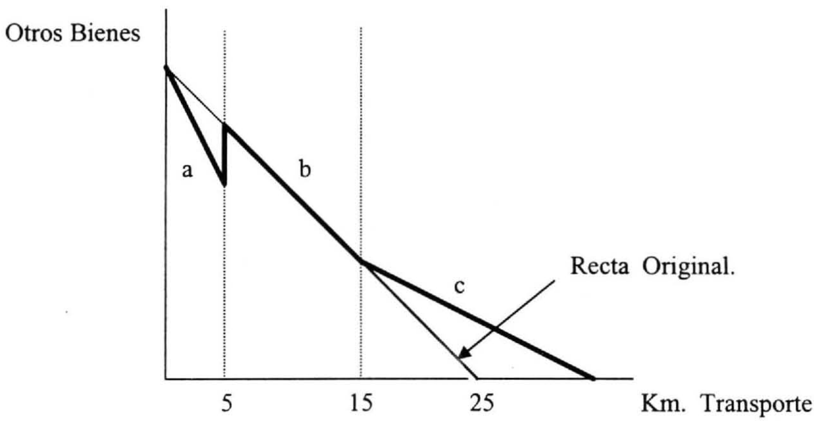
b) Ambos bancos aumentan la tasa de cobro por servicio.



c) El Banco B ofrece servicio gratuito de estacionamiento, el que antes ni A ni B ofrecían.



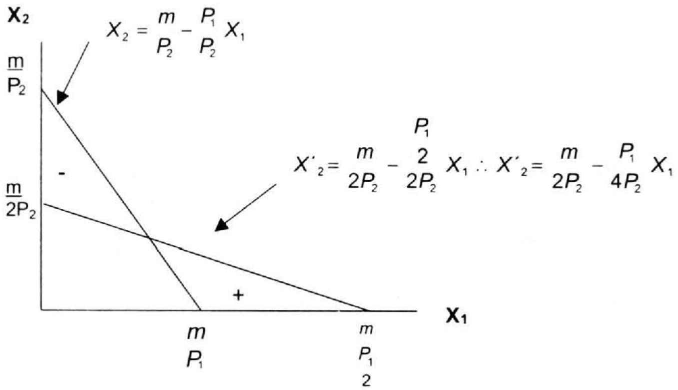
2.1.20 Con el fin de desincentivar el uso de transportes en trayectos cortos, el gobierno establece un impuesto " t" al bien "transporte" cuando éste se usa en un trayecto menor a 5 Km. diarios y ofrece un subsidio "s" a un uso superior a 15 Km. diarios. Dibuje la restricción antes y después de las medidas estatales. Suponiendo en ambos casos que el presupuesto inicial alcanza para pagar 25 Km. de transporte.



Con las medidas del estado, la restricción presupuestal se vuelve una línea irregular formada por los segmentos (a) en que existe un impuesto, (b) en que se está igual que sin la política estatal, y (c) en que la restricción es impulsada hacia afuera por el establecimiento de un subsidio.

2.1.21 ¿Cómo se afecta la recta presupuestaria en el caso de dos bienes, si el precio del bien dos se duplica y el precio del bien uno se reduce a la mitad? ¿Afecta ésto al ingreso monetario?

El ingreso monetario no se altera, aunque sí el poder de compra. Hay quienes opinan que el nivel de compra no se altera porque el área perdida (-) es igual a la ganada (+) pero cualitativamente diferentes.



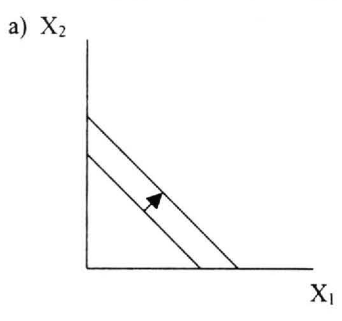
2.1.22 Un consumidor elige entre alimentos (X_1) y todos los demás bienes (X_2). ¿Cómo cambia la recta presupuestaria ante los siguientes sucesos?

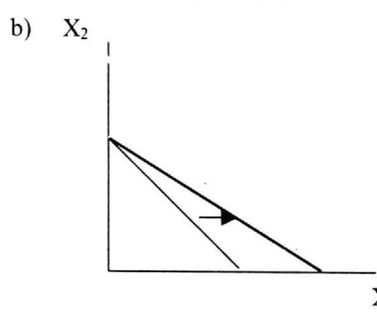
a) Regalo de dinero a los consumidores.

b) Cupones sólo para compra de alimentos.

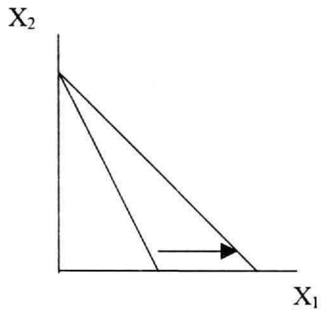
c) Subsidios a los alimentos.

d) Si los poseedores de cupones venden estos últimos y hay un racionamiento de alimentos a la cantidad máxima inicial.

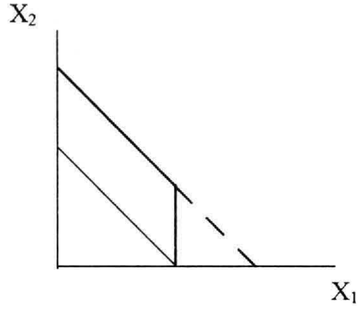




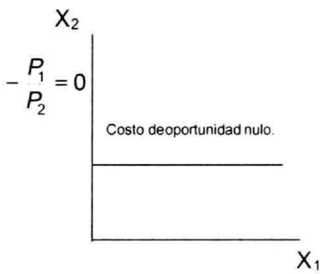
c)

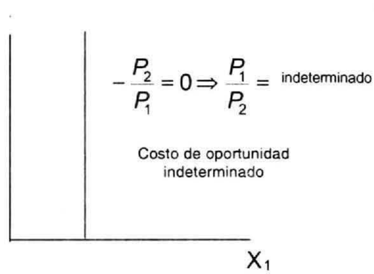


d)



2.1.23 Suponiendo que la relación de precios (costo de oportunidad) de dos bienes fuera cero ¿Cuánto tendría que reducirse el consumo de uno de ellos ante un aumento en el consumo del otro bien? Derive gráficamente la curva presupuestal.





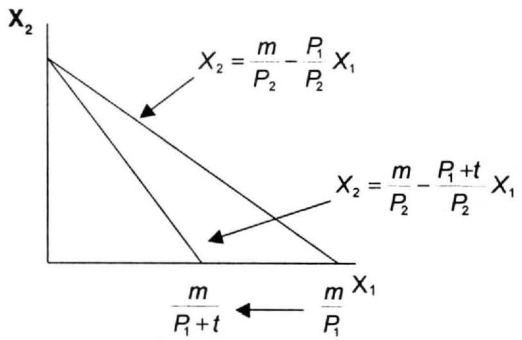
No tendría que reducirse el consumo de un bien

2.1.24 Si la relación de precios entre el bien 1 y el bien 2 es de cuatro, ¿ Cómo cambiaría el consumo del bien 1 si el consumo del bien 2 aumenta treinta?

$$-\frac{P_1}{P_2}=-4 \Rightarrow \frac{30}{\Delta X_1}=-4 \therefore \Delta X_1=-7.5$$

Las unidades que disminuye el bien 1 cuando el bien 2 se incrementa 30 unidades deben ser 7.5

2.1.25 Derive matemáticamente cómo cambia la pendiente de la recta de presupuesto si se impone un impuesto por cantidad al bien X_1. Dé una interpretación intuitiva del efecto de ese cambio sobre la cantidad de X_1.



Solución $\qquad\qquad \Delta P_1 = t$

$$m = P_1X_1 + P_2X_2$$
$$m = (P_1 + \Delta P_1)(X_1 + \Delta X_1) + P_2(X_2 + \Delta X_2)$$

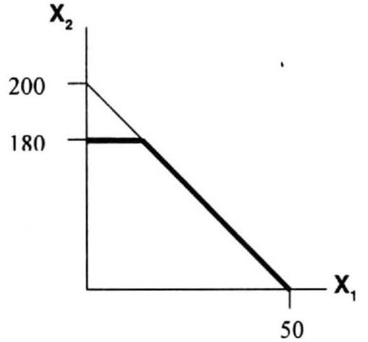
La diferencia entre las 2

$$0 = \Delta P_1 X_1 + (P_1 + \Delta P_1)\Delta X_1 + P_2 \Delta X_2$$
$$\Delta P_1 \approx 0 \rightarrow \Delta P_1 X_1 = 0$$
$$\Delta X_1 (P_1 + \Delta P_1) + P_2 \Delta X_2 = 0$$
$$\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1} = -\frac{P_1 + \Delta P_1}{P_2} \therefore$$

Aumenta la pendiente (recta más inclinada)

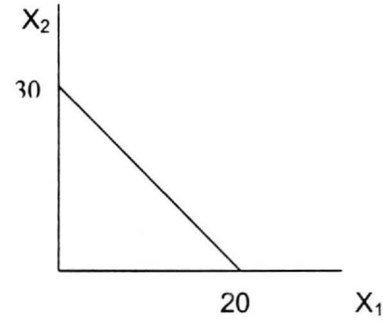
En este caso el cambio en P_1 equivale al impuesto.
El cambio sobre la cantidad X_1 se asocia al cambio en los precios relativos reales de ambos bienes.

2.1.26 Suponga que un individuo cuenta con un presupuesto de \$1,000 y los precios de los 2 únicos bienes existentes es de \$20 el bien 1 y \$5 el bien 2. Si el gobierno establece una restricción de un máximo de consumo de 180 unidades del bien 2 por persona, dibuje la restricción presupuestal.



2.1.27 Suponga que la siguiente gráfica representa la restricción presupuestal de Eloisa, la que sólo puede comprar 2 bienes.

a) diga cuál es su ecuación general



$X_2 = 30 - 1.5X_1$ X_2

b) ¿Qué representa y cuánto vale su pendiente?

La pendiente es la relación de intercambio entre ambos bienes. Vale -1.5, es decir, si X_1 aumenta en una unidad, X_2 disminuye en 1.5 unidades.

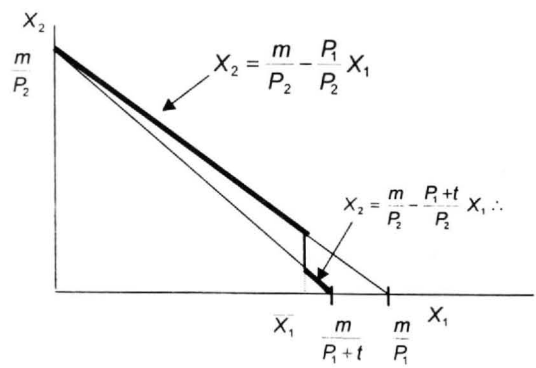
c) ¿Podría comprar 18 unidades del bien X_1 y 10 del bien X_2?
No le alcanzaría para comprar tanto. Suponiendo que el bien 2 es el numerario:

Si $P_2 = 1$, entonces $m = 30$, $P_1 = 1.5$

La restricción presupuestaria sería:
$P_1X_1 + P_2X_2 = m$
$1.5\,X_1 + X_2 = 30$
$1.5(18) + 10 > 30$ no puede comprar 18 unidades de X_1 y 10 unidades de X_2 porque excede su presupuesto.

d) ¿Podría comprar 20 unidades del bien 2 y 10 del bien 1?
Nuevamente, el presupuesto de Eloisa no alcanza para comprar esas cantidades.
$1.5(10) + 20 > 30$

2.1.28 Considere una situación en que el consumidor consume el bien X_1 al precio P_1 hasta un nivel de racionamiento $\overline{X_1}$, luego paga un impuesto por el consumo de X_1 que excede a $\overline{X_1}$. Derive la gráfica y la ecuación presupuestaria.

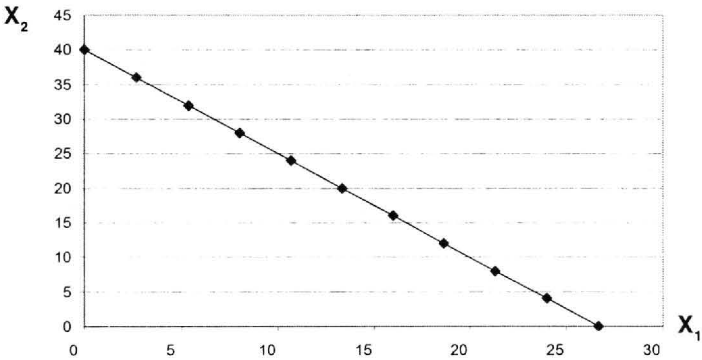


Ecuación Presupuestaria

$$\begin{cases} X_2 = \dfrac{m}{P_2} - \dfrac{P_1}{P_2}X_1 & \text{para } X_1 \leq \overline{X_1} \\ X_2 = \dfrac{m}{P_2} - \dfrac{P_1+t}{P_2}X_{1} & \text{para } X_1 \geq \overline{X_1} \end{cases}$$

2.1.29 Suponga que un individuo cuenta con 80 pesos para pagar sus alimentos (X_1) y su bebida (X_2), que el primero cuesta \$3 y el segundo \$2.

a) Grafique y escriba la ecuación de la restricción presupuestal.



$P_1X_1 + P_2X_2 = m$

$3\,X_1 + 2\,X_2 = 80$

$X_2 = 40 - \frac{3}{2}X_1$

b) Desde una canasta cualquiera que agote su renta, diga cuántas unidades más del bien 1 puede consumir si deja de comprar una unidad del bien 2

El individuo consume 2/3 más de X_1 por cada unidad que deja de consumir de X_2

c) ¿Y cuántas más de X_2 si deja de consumir una unidad una unidad del bien 1?

El individuo consume 1.5 unidades de X_2 por cada unidad que deja de consumir de X_1

2.1.30 Si la proporción del gasto en el bien 1 es de t% y sólo existen dos bienes ¿Cuánto será la proporción del gasto en el bien 2?

$$t = \frac{P_1X_1}{m} \qquad \frac{P_1X_1}{m} + \frac{P_2X_2}{m} = \frac{m}{m}$$

$$t + \frac{P_2X_2}{m} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad (1-t) = \frac{P_2X_2}{m}$$

2.1.31 Sea $X_2 = 150 - 0.5X_1$ la restricción presupuestal de Roberto. Suponga que su ingreso aumenta 20%. Diga cual será la ecuación de la nueva restricción presupuestal.

$$X_2 = \frac{m}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} X_1$$

$$0.5X_1 = \frac{1}{2} X_1 \therefore P_1 = 1,\ P_2 = 2$$

$$\frac{m}{P_2} = 150 \therefore m = 150(P_2) \rightarrow m = 300$$

Y obtenemos la ecuación original, que es: $X_1 + 2X_2 = 300$

Si el ingreso aumenta en 20%:

$$m' = m + \Delta m$$
$$m' = 300 + [(.2)(300)]$$
$$m' = 360$$

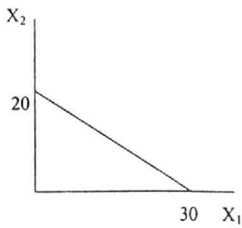
Sustituyendo este valor en la ecuación original, tenemos:

$$X_1 + 2X_2 = 360$$

$$X_2 = \frac{360}{2} - \frac{1}{2} X_1$$

$$X_2 = 180 - 0.5X_1$$

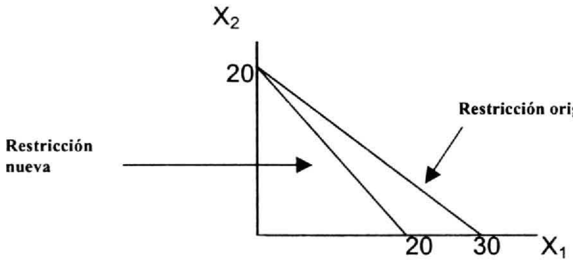
2.1.32 Sea $P_1 = 10$, $P_2 = 15$, $m = 300$. Grafique la restricción presupuestal.



En cada uno de los siguientes casos, compare con el poder de compra original y grafique.

a) sube P_1 a \$15

$X_1 = 300/15 = 20$



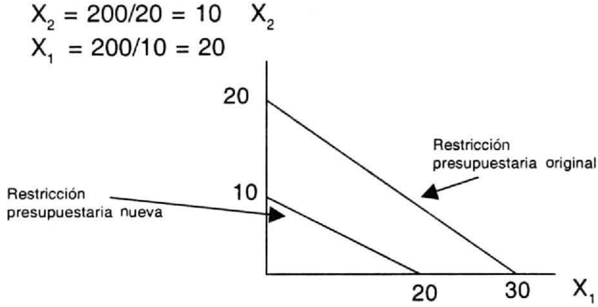
el consumidor pierde poder de compra, salvo cuando sólo compra X_2.

b) Sube P_2 a \$20, cae m a \$200

Las ordenadas:

$X_2 = 200/20 = 10$

$X_1 = 200/10 = 20$



El individuo pierde poder de compra en ambos bienes.

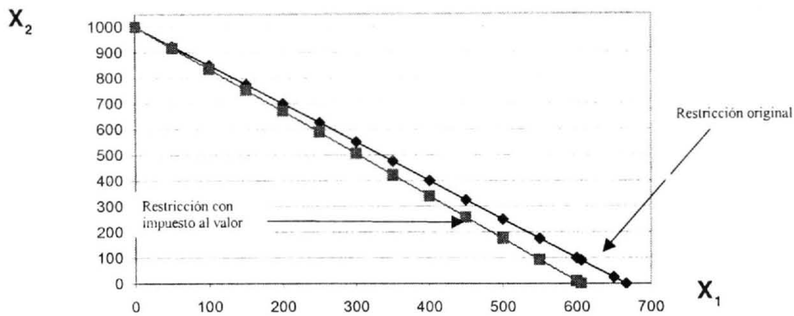
2.1.33 Sea $X_2 = 1000 - 1.5X_1$ la restricción de Arturo. Explique, grafique y compare qué pasa cuando se impone un impuesto al valor de 10% en la compra del bien 1, y qué pasa si ese mismo impuesto se cobra a la cantidad.

a) Impuesto al valor de 10%: (1 + r)P

$X_2 = 1000 - 1.5X_1 \therefore$

$1.5X_1 + X_2 = 1000 \longrightarrow$ restricción original

$(1 + 0.1)1.5X_1 + X_2 = 1000$
$1.65X_1 + X_2 = 1000$ ⟶ restricción con impuesto al valor de 10%



Si Arturo decide comprar sólo X_1, deja de consumir 60 unidades debido al impuesto, pues antes de éste, consumía 666.66 unidades del bien y ahora, con el impuesto de 10% al valor, sólo puede comprar 606.06 unidades.

b) Impuesto a la cantidad de 10%: (P + r)

$X_2 = 1000 - 1.5X_1$
$1.5X_1 + X_2 = 1000$ ⟶ restricción original

$(1.5 + 0.1)X_1 + X_2 = 1000$
$1.6X_1 + X_2 = 1000$ ⟶ restricción con impuesto a la cantidad de 10%

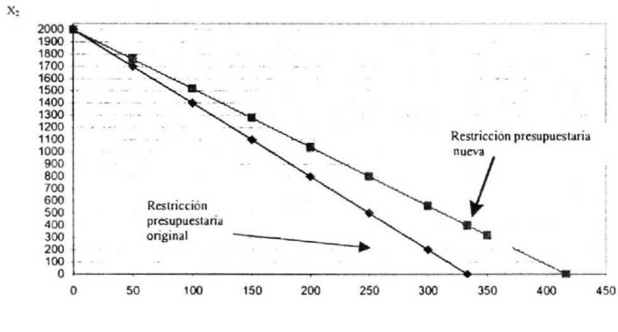
Si Arturo sólo compra X_1 deja de consumir 41.6 unidades debido al impuesto a la cantidad, pues antes del impuesto podía comprar 666.66 unidades del bien y ahora sólo puede consumir máximo 625 unidades; si el impuesto es al valor, su consumo caería 60.6.

2.1.34 Compare el efecto de un subsidio de 20% al valor del bien 1, y un subsidio de 10% en el ingreso, con la siguiente restricción presupuestal: $6X_1 + X_2 = 2,000$

a) Un subsidio del 20% al valor del bien 1: (1 - r)P

$6X_1 + X_2 = 2{,}000$ ⟶ restricción original

$(1\text{-}0.2)6X_1 + X_2 = 2{,}000$
$4.8\ X_1 + X_2 = 2{,}000$ ⟶ restricción con subsidio al valor del bien de 20%

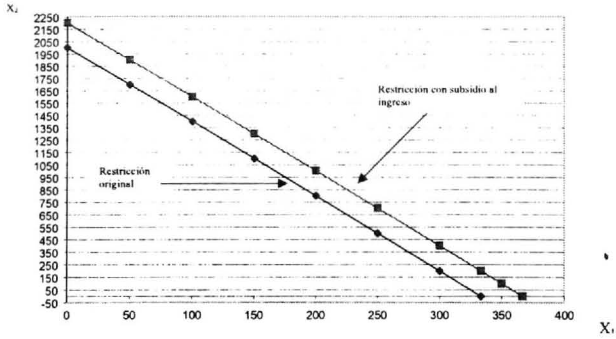


Gracias al subsidio del 20% al valor del bien, el individuo aumenta su poder de compra. Antes del subsidio, la cantidad máxima que podía comprar eran 333.33 unidades de X_1; al disminuir el precio del bien, debido al subsidio, la cantidad máxima que puede comprar es 416.66 unidades de X_1.

b) Un subsidio de 10% al ingreso: m(1+ r)

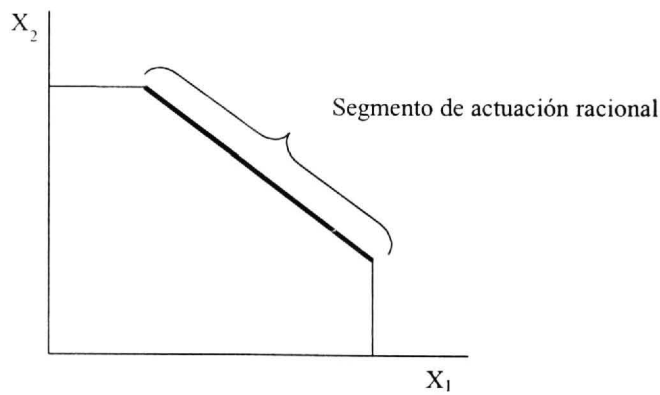
$6X_1 + X_2 = 2000$ ⟶ restricción presupuestaria original.

$6X_1 + X_2 = 2000(1{+}0.1)$
$6X_1 + X_2 = 2200$ ⟶ restricción con un subsidio al ingreso de 10%



El consumo del individuo se incrementa debido a que el subsidio al ingreso aumenta su renta disponible, desplazando la restricción presupuestaria en forma paralela a la derecha. Aumenta el consumo de ambos bienes. En cambio en el primer caso se mantiene la ordenada al orígen.

2.1.35 Supóngase que existe racionamiento tanto del bien 1 como del bien 2. ¿Cómo afecta a la recta presupuestal la imposición de racionamiento físico a los dos productos? ¿Cuál sería el tramo donde el consumidor actúa racionalmente?



2.2 Preferencias

2.2.1 ¿Qué es la relación marginal de sustitución?

Es la cantidad de un bien X_2 que un individuo está dispuesto a ceder para adquirir mayor cantidad de otro bien (el bien X_1), sin que tal intercambio modifique la satisfacción obtenida por él.

2.2.2 ¿ Cuál es el supuesto "las preferencias son completas"?

Es un supuesto que nos garantiza que toda canasta de bienes es comparable con otra.

2.2.3 En las curvas de indiferencia con preferencias convexas, la RMS es decreciente. Esto quiere decir que ...

Representa la mayor valoración que un individuo tiene de un bien cuando le es relativamente más escaso. A medida que se tiene mayor cantidad del bien uno, por adquirir aún más de él se está dispuesto a sacrificar cantidades cada vez menores del bien dos, manteniéndose con el mismo nivel de satisfacción.

2.2.4 ¿Por qué las curvas de indiferencia no pueden cruzarse?

Porque, de hacerlo, romperían el supuesto de la transitividad. Al cruzarse implicaría que un punto cualquiera de ambas de ellas sería igual al punto de cruce (porque son puntos de una misma curva de indiferencia); pero son dos curvas, por lo que representan diferentes niveles de utilidad, lo que es una contradicción. También sería contradictorio que una misma canasta recibiese dos calificaciones diferentes de utilidad, una por cada curva que la cruza.

2.2.5 ¿ Qué significa que las preferencias sean transitivas?

Esto quiere decir que se puede "transferir" un atributo de una preferencia a otras canastas. Si se escoge la canasta que contiene 4 unidades del bien A y 8 del bien B a una que tiene 3 de A y 16 del bien B y, esta última es preferida a una tercera que contenga 1 y 30 respectivamente, entonces la primera también será preferida a la tercera.

2.2.6 ¿Qué significa que las preferencias sean convexas?

Este supuesto nos dice que si una persona es indiferente ante dos canastas de bienes A y B, entonces preferirá cualquier canasta que se componga proporcionalmente por éstas, esto es, preferirá a una que tenga "s" porcentaje de A y (100-s) porcentaje de B.

2.2.7 ¿Cuáles son los supuestos que deben tener las preferencias para poder ser representadas en la forma "convencional" (por ejemplo Cobb-Douglas)?.

Las preferencias deben ser:

- **Completas.-** siempre es posible comparar dos canastas.

- **Reflexivas.-** una canasta cuando menos es tan buena como ella.

- **Transitivas.-** si A es preferido a B y B a C, entonces A es pre ferido a C.

- **Monótonas.-** siempre se prefiere una canasta que contenga mayor cantidad que una que contenga menor.

- **Convexas.-** si tengo dos canastas de bienes, una combinación de un porcentaje "a" de la primera y (1-a) de la segunda siempre será mejor o preferida a cualquiera de las dos originales. O bien, es lo mismo decir que los medios son preferidos a los extremos.

2.2.8 ¿Por qué las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa?

Porque se supone que las preferencias son monótonas, esto es, que siempre se va a preferir una mayor cantidad a una menor cantidad de un bien. Así, si en un mapa de "dos bienes" se incrementa el consumo de **uno**, el del otro forzosamente debe reducirse si se quiere mantener el mismo nivel de satisfacción (mantenernos en la misma curva de indiferencia).

2.2.9 ¿Cuándo un producto es un "Mal"?

Cuando al aumentar su consumo nos reduce el nivel de satisfacción.

2.2.10 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) Las preferencia regulares deben ser completas, reflexivas y transitivas. **V**

b) La relación marginal de sustitución también podemos definirla como el producto de las utilidades marginales asociadas a los dos bienes en cuestión. **F**

2.2.11 Complete las siguientes definiciones:

a) Se define como las diferentes combinaciones (X_1, X_2), ante las cuales el consumidor se muestra indiferente. **Curva de indiferencia.**

b) Representa una situación que es mejor para el consumidor, y cuanto más cerca se encuentre de ésta, mayor será su bienestar. **Óptimo.**

c) Define la relación en la que el consumidor está dispuesto a sacrificar una pequeña cantidad del bien 1 a cambio de un pequeño aumento de consumo del bien 2. **Relación marginal de sustitución (o tasa marginal de sustitución).**

d) Mide la variación en la utilidad derivada de la variación en el consumo de un bien. **Utilidad marginal**

2.2.12 El entrenador de la selección de atletismo de México, dice que dados dos corredores cualesquiera, A y B, siempre prefiere al más alto y más rápido. ¿Es transitiva ésta relación?, ¿es completa?

$A \geq B$ y si $B \geq C$ podemos decir, $A \geq B \geq C$ por lo tanto $A \geq C$. **Hay transitividad**
Si $B \geq C$, tenemos $A \geq B$, y $B \geq C$, tenemos información incompleta respecto A
Si suponemos que $A \geq C$, tenemos $A \geq C \leq B$ y por lo tanto $A \geq B$, **donde hay transitividad.**
Si ahora suponemos $C \geq A$, $C \geq A \geq B$ por lo tanto $C \geq B$ donde **hay transitividad.**

Es completa esta relación ya que se tiene información completa para comparar 2 cestas, se puede decir qué se prefiere y cuál es indiferente, ya que se cumple con una preferencia débil.

2.2.13 Juan prefiere la combinación consistente de una cerveza y una torta a la canasta consiste de dos cervezas solas o una canasta consistente de dos tortas solas. Al comparar las últimas dos canastas, él preferiría tener dos cervezas en vez de dos tortas. Diga si estas preferencias son transitivas o no, ¿cuál es el orden de sus preferencias?

(1,1) = A A > B ó A > C
(2,0) = B B > C
(0,2) = C
Si A > B B > C A > C $\therefore$ Es transitiva

2.2.14 El entrenador de fútbol de Brasil, dice que dados dos defensas cualesquiera, A y B "prefiere a A sí es al menos tan rápido como B". ¿Es transitiva esta relación?, ¿es completa?

Si $A \geq B$ y $B \geq A$ pero no se cumple que A~B no es completa ya que sólo se escoge al más rápido, por lo que no hay indiferencia, es decir no da lo mismo escoger a A que a B. Si A cumple con los requisitos $\Rightarrow$ $A \geq B$, de lo contrario si B cumple con los requisitos $\Rightarrow$ $B \geq A$, vemos que son preferencias estrictas y no débiles por lo que no se da indiferencia.

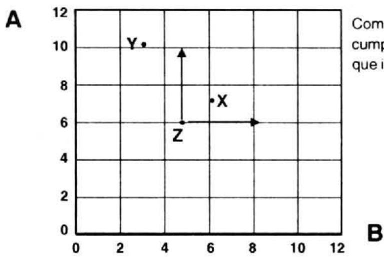
No se puede dar la transitividad ya que para ello se requiere de al menos tres elementos de comparación.

2.2.15 Suponga el caso de un consumidor cuya utilidad depende sólo del consumo de dos bienes: el bien B y el bien A. El consumidor dice ser indiferente entre una canasta que contiene 6 B y 7 A, y otra que tiene 3 B y 10 A. También es indiferente entre una canasta que contiene 5 B y 6 A. Determine si estas preferencias son o no consistentes con los supuestos de la teoría, y en su caso, determine cuál o cuáles supuestos sobre las preferencias no se están cumpliendo.

(B,A)
X = (6,7)
Y = (3,10)
Z = (5,6)

$\left.\begin{array}{l} X \sim Y \text{ ó } Y \sim X, \text{ ó ambas} \\ Z \sim Y \text{ ó } Y \sim Z \text{ ó ambas} \end{array}\right\} \Rightarrow X \sim Z \text{ ó } Z \sim X \text{ ó ambas.}$

Son completas e implica reflexividad, y como X~Y y Y~Z $\Rightarrow$ X~Z. Por lo tanto es transitiva



Como se muestra en la gráfica, no se cumple el supuesto de "monotonía" que implica que entre más, mejor.

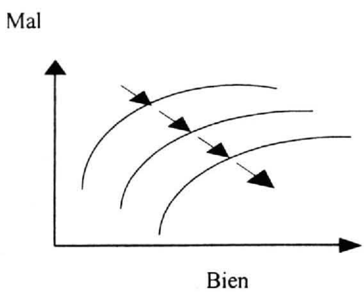
∴ existe completitud, reflexividad y transitividad, pero no hay monotonía.

2.2.16 Trace los mapas de indiferencia y diga qué signo tiene la RMS entre los bienes siguientes:

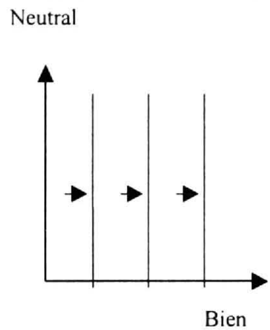
a) Un bien y un mal.

b) Un bien y un neutral.

a) RMS > 0



b) RMS = ∞ (infinito)



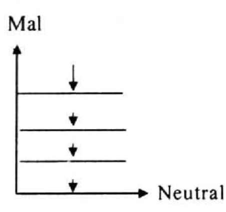
2.2.17 Trace los mapas de indiferencia de:

a) Un neutral y un mal.

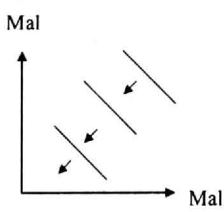
b) Dos males.

c) Un mal y un bien.

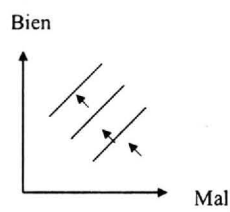
a)



b)



c)



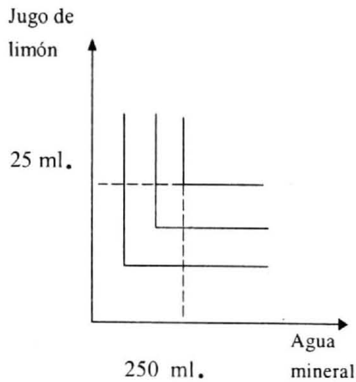
2.2.18 Dibuje las curvas de indiferencia que representan las preferencias de las siguientes afirmaciones:

a) "Consumir 250 ml. de agua mineral no me brinda satisfacción. Consumir 25 ml. de jugo de limón tampoco me da satisfacción, en cambio, consumir 250 ml de agua mineral mezclada con 25 ml. de jugo de limón me brinda mucha satisfacción".

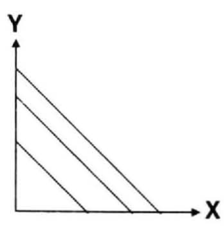
b) "No me importa si es X o Y siempre y cuando me quite el dolor de estómago".

c) Me gustan las cervezas y me gustan los cacahuates, pero cualquier cantidad que supere la de 5 cervezas me enferma.

a)

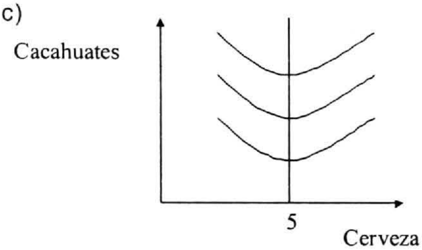


b)



b) "No me importa si X o Y siempre y cuando me quite el dolor de estómago".

c)



c) "Me gustan las cervezas y me gustan los cacahuates, pero: cualquier cantidad que supere la de 5 cervezas me enferma".

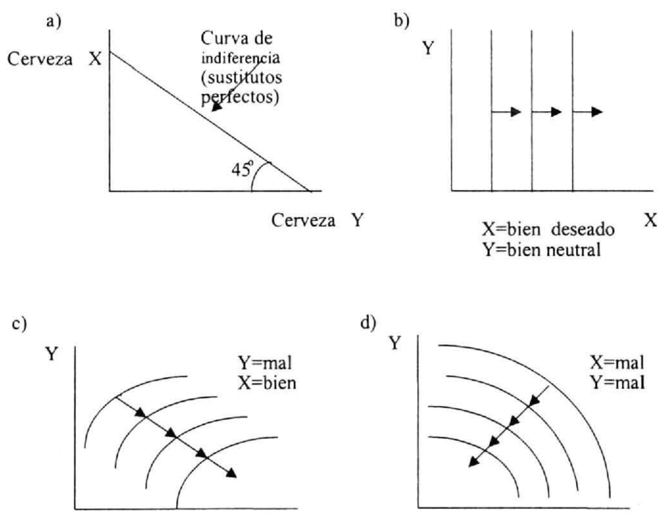
2.2.19 Grafique las curvas de indiferencia de los siguientes enunciados.

a) Mientras sea cerveza no me importa la marca.

b) Siempre deseo tener mas de X.

c) Ir al dentista y deseos de jugar.

d) Solo hay males.

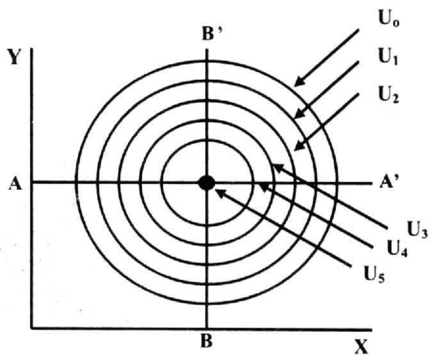


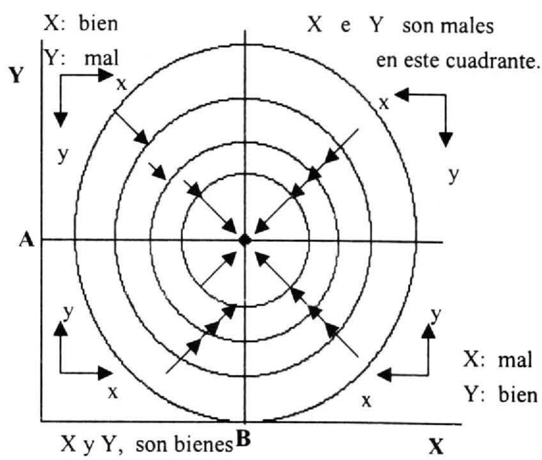
2.2.20 Considere a un grupo de estudiantes X, Y, Z, ..., y la relación "Al menos tan alta como", Dicha relación ¿Es transitiva? ¿Es completa?

X al menos tan alta como Y, Y al menos tan alta como Z→X al menos tan alta como Z ∴ "Al menos tan alta como" es una relación transitiva.

"Al menos tan alta como" también es una relación completa pues permite comparar.

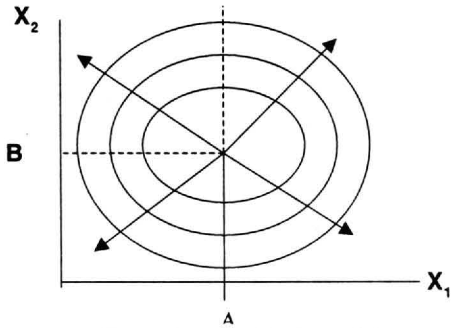
2.2.21 Explique el siguiente mapa de curvas de indiferencia, en términos de que un bien sea un "mal" y el otro "bien", o que ambos sean "males" o "bienes".





La cantidad B representa saciedad en el consumo de X, y la cantidad A representa saciedad en el consumo de Y. Así, cuando se consume más que la saciedad, un bien se transforma en mal.

2.2.22 Dé una explicación lógica al siguiente mapa de indiferencia.

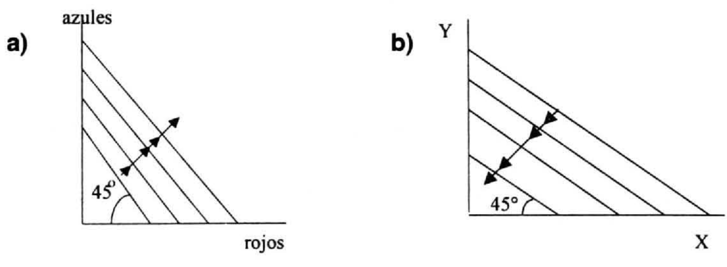


En este caso A y B son las cantidades mínimas para que el consumo de X_1 y X_2 respectivamente nos dé satisfacción; cualquier cantidad consumida inferior es "mal" y no bien.

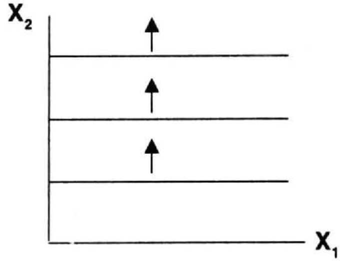
2.2.23 Dibuje curvas de indiferencia que relacionen:

a) Lápices rojos y azules con idénticas propiedades.

b) Dos males perfectamente sustitutos.



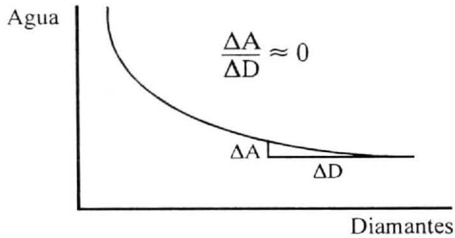
2.2.24 Si el bien X_1 es neutro ¿Cuál es la relación marginal de sustitución del bien X_2 por el bien X_1?



$$\frac{\Delta X_1}{\Delta X_2} = 0 = \text{RMS}$$

2.2.25 Las curvas de indiferencia de Robinson Crusoe, respecto a los bienes agua y diamantes satisfacen el supuesto de convexidad estricta, y él cuenta con una gran cantidad de diamantes y poca agua ¿Qué es lo que esto implica? Grafique:

Que él está dispuesto a ceder gran cantidad de diamantes por una pequeñísima cantidad de agua.



2.2.26 ¿Cuáles posiciones son falsas y cuales son verdaderas? Explique

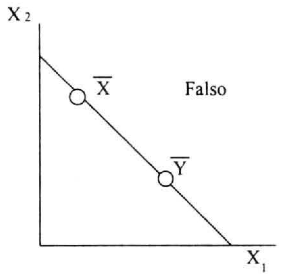
a) Si $\overline{X}$ = (4,6) y $\overline{Y}$ = (8,6) entonces $\overline{X} \geq \overline{Y}$
b) Si $\overline{X}$ = (X_1,X_2) y $\overline{Y}$ = (Y_1, Y_2) entonces si $(t X_1 + (1\text{-}t) Y_1, tX_2 + (1\text{-}t) Y_2) \sim (X_1,X_2)$,
se cumple la propiedad de convexidad, para $0<t<1$
c) Si X_1 y X_2 son sustitutos perfectos, su curva de indiferencia representa preferencias estrictamente convexas.
d) La tasa marginal de sustitución creciente corresponde a curvas de indiferencia convexas.
e) La especialización sólo se da cuando las curvas de indiferencia son cóncavas al origen.

a) falso, pues se viola el supuesto de ser monótonas.

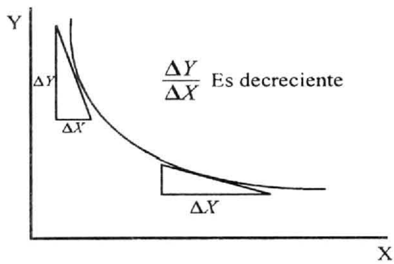
b) Si $\overline{X}=(X_1, X_2)$ y $\overline{Y}=(Y_1, Y_2)$ si $(tX_1+(1\text{-}t)Y_1, tX_2+(1\text{-}t)Y_2) \sim (X_1, X_2)$, para $0 < t < 1$
Entonces no cumple la propiedad de convexidad estricta.

Esta proposición es falsa para preferencias convexas y podría ser verdadera para sustitutos perfectos.

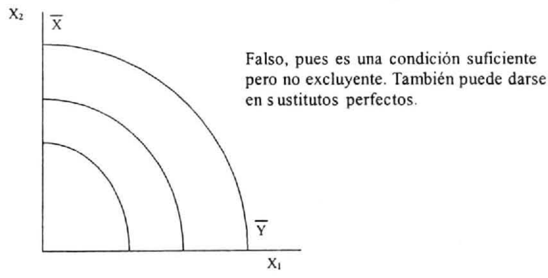
c) Si X_1 y X_2 son sustitutos perfectos, su curva de indiferencia representa preferencias estrictamente convexas. Falso.

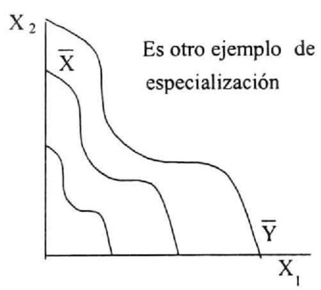


d) FALSO



e)





2.2.27 Si la relación marginal de sustitución entre Y y X es K (constante), ¿Cuánto será el cambio en Y ante un aumento de 2 unidades en X?

Si $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = K,$ ¿Cuánto es ΔY cuando ΔX es 2 unidades?

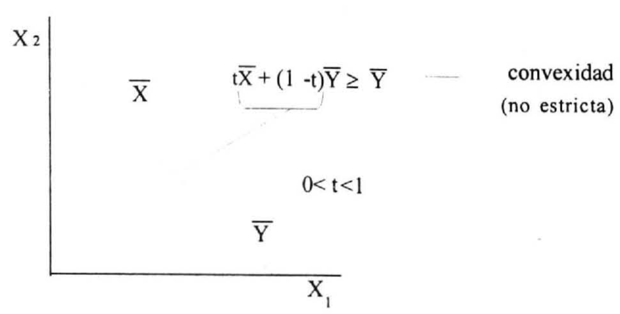
$\Delta Y = K\Delta X$: ya que $\Delta X = 2$, entonces $\Delta Y = 2K$

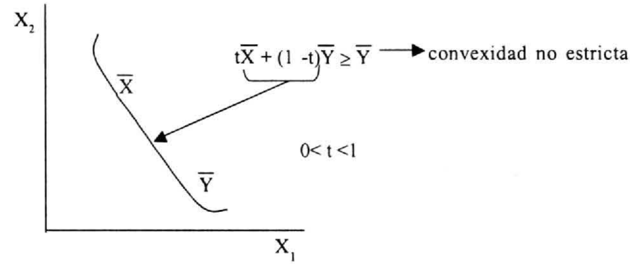
2.2.28 Si un consumidor A está dispuesto a cambiar 2 unidades de Y por una de X; mientras otro consumidor está dispuesto a cambiar 1 unidad de Y por 1/2 unidad de X. ¿Cuál de ellos tiene mayor relación marginal de sustitución?

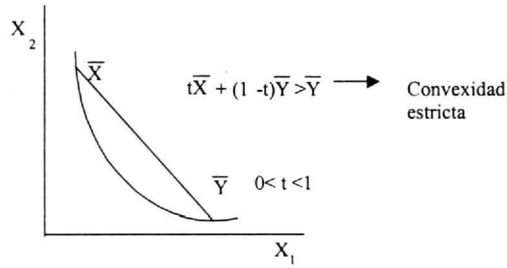
CONSUMIDOR $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$: Tasa de cambio.

$$\left.\begin{array}{ll} A & \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{2}{1} = 2 \\ \\ B & \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{1}{1/2} = 2 \end{array}\right\} \text{Ambos tienen la misma RMS}$$

2.2.29 ¿Cuáles de las siguiente curvas de indiferencia son o no convexas, estrictamente convexas?







2.2.30 ¿Puede una curva de indiferencia cortarse a sí misma?

Se supone que X ~ Y sí X ~ Z y Z ~ Y; por el axioma de transitividad X ~ Y, ∴ sí puede cortarse a sí misma ya que son indiferentes y se encuentran en la misma curva de indiferencia, lo que no puede es cortar a otra curva de indiferencia distinta.

2.3 La Utilidad

2.3.1 ¿Qué es la función de utilidad?

Es aquella que establece una relación de orden jerárquica-numérica entre las diferentes canastas de tal forma que un mayor número expresa mayor preferencia. La función de utilidad es un instrumento para asignar un número a todas las cestas de consumo posibles de tal forma que las que se prefieren tengan un número más alto que las que no se prefieren.

2.3.2 ¿Qué es una transformación monótona positiva?

Es una modificación realizada a una función de tal forma que el orden resultante de ésta y de su "transformación" es el mismo. Formalmente es una relación funcional de U tal que:

$$V = f(U) : \frac{\partial V}{\partial U} > 0$$

2.3.3 Explique qué quiere decir que las preferencias son monótonas:

Es un supuesto y nos dice que basta que uno de los productos de una canasta se tenga en mayor cantidad para que ésta sea preferida. Las personas van a preferir siempre tener una mayor cantidad a una menor.

2.3.4 Explique por qué una transformación monótona no afecta la relación marginal de sustitución.

Una transformación monótona "reasigna" una combinación de utilidad de una cesta de bienes (X_1X_2) pero siempre manteniendo el mismo nivel de preferencias y la relación marginal de sustitución mide la relación en que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por el otro. Por lo tanto, dado que estrictamente una transformación monótona no implica cambio, ésta no afecta la relación marginal de sustitución.

2.3.5 Defina el concepto de utilidad marginal

Utilidad adicional que obtiene un individuo cuando consume una unidad más de un bien. Dado que la "utilidad" no es cuantitativa, esta medida carece de significado numérico.

2.3.6 Defina el concepto de relación o razón marginal de sustitución.

Relación en la que una persona está dispuesta a intercambiar un bien por otro disfrutando del mismo nivel de bienestar. La RMS es el valor absoluto de la pendiente de una curva de indiferencia. También se conoce como tasa marginal de sustitución.

2.3.7 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas

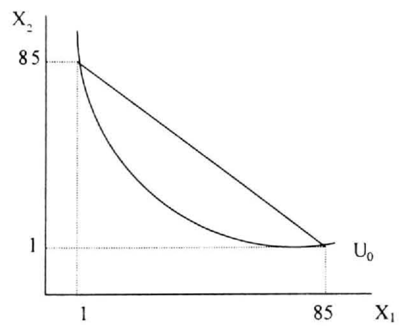
a) Lo importante de la utilidad es la medición del grado en que una cesta de consumo es mejor que otra **V**

b) Una transformación monótona de una función de utilidad es una función de utilidad que representa preferencias mayores a las representadas por la función original **F**

2.3.8 La siguiente ecuación representa las preferencias de un consumidor.

$U(X_1, X_2) = X_1 X_2$

A partir de un nivel de utilidad Uo = 85, grafique una curva de indiferencia y compruebe que la relación marginal de sustitución es decreciente.



$$U_0 = 85 \quad \therefore$$

$$X_1 X_2 = 85$$

$$X_2 = \frac{85}{X_1}$$

$$RMS = -\frac{\partial X_2}{\partial X_1} = -\frac{\partial U / \partial X_1}{\partial U / \partial X_2} = -\frac{X_1}{X_2}$$

$$RMS = \frac{-X_2}{X_1^2}$$

$\lvert RMS \rvert$	85	0.136	0.034	0.011
X_1	1	25	50	85
X_2	85	3.4	1.7	1

2.3.9 Suponga que el orden de las preferencias por el bien 2 y el bien 1 que hace una persona puede representarse por medio de la función de utilidad:

$U(X_1, X_2) = X_1 X_2$,

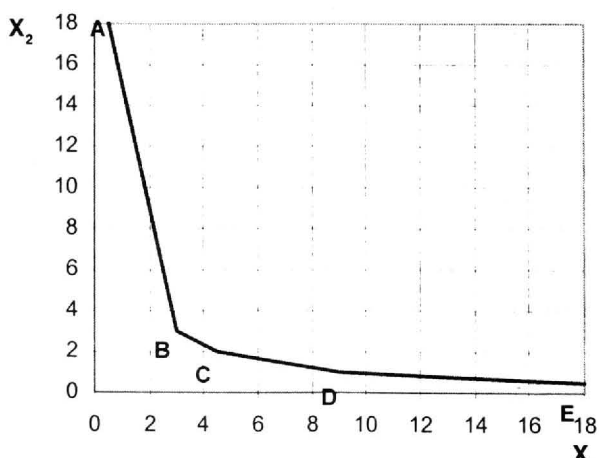
a) Determine la curva de indiferencia identificando el conjunto de combinaciones de x_1 y x_2 con las que la utilidad tiene un valor de 3. Grafique.

Las curvas de indiferencia con U=3 dado que $U(x_1 x_2)$ son:

$3 = X_1 X_2$? $3^2 = x_1 x_2$? $9 = x_1 x_2$? $9/x_1 = x_2$

Suponiendo que X_1= 0.5,3,4.5,9,18, los valores para X_2 son los que se muestran en la tabla siguiente:

X_1	0.5	3	4.5	9	18
X_2	18	3	2	1	0.5
	A	**B**	**C**	**D**	**E**



b) Encuentre el valor de la RMS en dos puntos de la curva de indiferencia. ¿La función cumple con el supuesto de RMS decreciente?
En el punto (3,3).

$$\text{RMS}=\frac{-dX_2}{dX_1}=\frac{3}{3}=-1$$

Ahora, tomando los valores del punto D, la RMS es:

$$\text{RMS}=\frac{-dX_2}{dX_1}=\frac{1}{9}=-0.111$$

Por lo tanto, debido a lo que se observa en los valores en los puntos B y D, la RMS es decreciente en su valor absoluto, y cumple con dicho supuesto.

c) Determine las ecuaciones de utilidad marginal para ambos bienes y verifique el punto anterior con estos resultados.
La función de utilidad es: $U=\sqrt{X_1X_2}$,
suponiendo $X_1=X$ y $X_2=Y$.

$\text{UM}_x=\frac{\partial U}{\partial X}=$ que sustituyendo y aplicando la regla de los exponentes tenemos para el bien X (X_1):

$$\text{UM}_x = 1/2X^{-1/2}Y^{1/2}$$

Sustituyendo las dos ecuaciones para obtener $X_2/X_1=Y/X$ tenemos:

$$\text{RMS}=\frac{UMx}{UMy}=\frac{\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2}}{\frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2}}=\frac{Y}{X}$$

que es el mismo resultado mostrado en el ejercicio previo del inciso b).

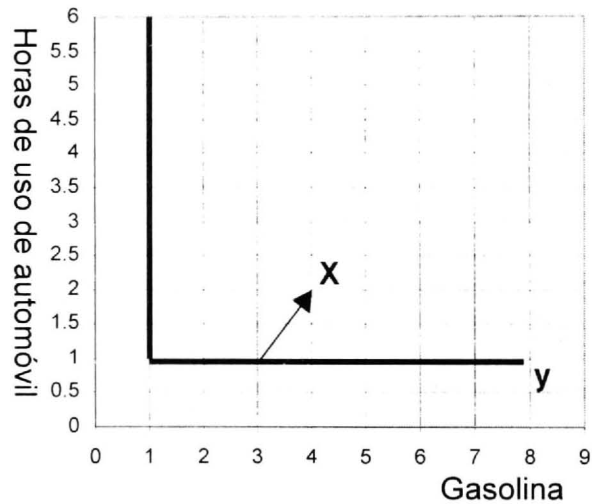
2.3.10 Suponga que Elena siempre consume un litro de gasolina cuando usa media hora el automóvil. Suponga que éstos son los únicos bienes disponibles y que ambos sólo se consumen juntos:

a) Establezca la curva de indiferencia a partir del punto de 3 litros, una hora de automóvil.

b) ¿Qué puede comentar sobre ese punto (X)?.

c) Diga cuál es la tasa marginal de sustitución entre automóvil y gasolina.

a)



b) El punto X muestra que dado un tiempo de coche limitante, se está "desperdiciando" gasolina. Elena está igualmente contenta a lo largo de la recta Y.

c) La Tasa Marginal de Sustitución (TMS) entre los dos bienes es igual a cero ya que son bienes complementarios perfectos y por definición el valor de la TMS=0

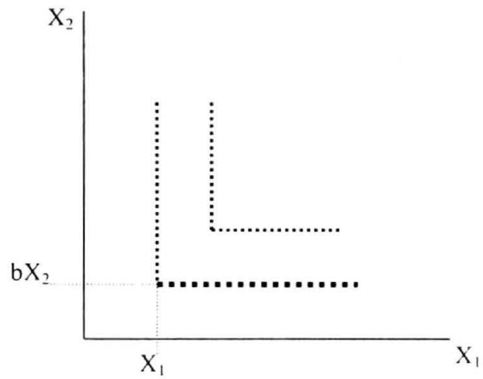
2.3.11 Grafique las siguientes funciones de utilidad:

a) $U(X_1X_2)= \min(X_1, bX_2)$

b) $U(X_1X_2)= X_1{*}X_2$

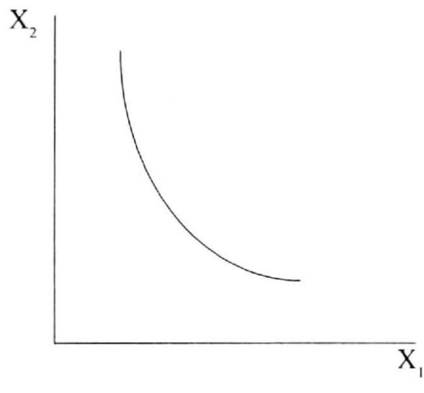
c) $U(X_1X_2)= X_1^{X_2}$

a)



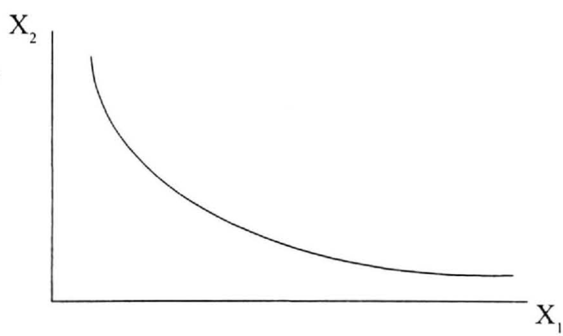
b)

$U(X_1,X_2) = X_1X_2$



c)

$U(X_1,X_2) = X_1^{X_2}$



Nota: la forma más fácil de resolver el ejercicio es tabulando 3 valores en cada caso.

2.3.12 Explique formalmente cómo, a partir de una función de utilidad, se obtiene la tasa marginal de sustitución por diferenciales, diga además qué es el concepto de "marginal".

En economía "marginal" no significa más que una derivada. Por lo que la utilidad marginal del bien 1 es:

$$\mathrm{Umg}_1 = \lim_{X_1 \to 0} \frac{u(X_1 + \Delta X_1 X_2) - u(X_1 X_2)}{\Delta X_1} = \frac{\partial U(X_1 X_2)}{\partial X_1}$$

Se utilizó la derivada parcial ya que la utilidad marginal del bien 1 se calcula manteniendo fijo el monto del bien 2.

La derivación de la relación marginal de sustitución (o tasa) se hace de dos formas: 1) utilizando diferenciales y 2) utilizando funciones implícitas.

Primer método: consideremos una variación (δX_1, δX_2) que mantenga constante la utilidad. Por lo tanto, queremos que:

$$\delta u = \frac{\delta U(X_1, X_2)}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\delta U(X_1 X_2)}{\partial X_2} dX_2 = 0$$

El primer término mide el incremento de la utilidad generado por la pequeña variación de X_1 y el segundo mide el generado por la pequeña variación de X_2. Interesa elegir estas variaciones para que la variación total de utilidad, ∂U, sea cero.
Despejando $\delta X_2/\delta X_1$, tenemos que:

$$\frac{\delta x_2}{\delta x_1} = -\frac{\partial U(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial U(x_1, x_2)/\partial x_2}$$

Segundo método. Consideremos ahora que la curva de indiferencia se describe mediante la función $X_2(X_1)$. Es decir, la función $X_2(X_1)$ nos dice que cantidad de X_2 necesitamos, dado X_1, para alcanzar esa curva de indiferencia específica. Por lo tanto, la función $X_2(X_1)$ tiene que satisfacer la identidad: $U(X_1, X_2(X_1))=k$, donde k es el nivel de utilidad de la curva de indiferencia en cuestión.

Si derivamos los dos miembros de esta identidad con respecto a X_1, obtenemos:

$$\frac{\partial U(X_1 X_2)}{\partial X_1} + \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2} \frac{\partial X_2(X_1)}{\partial X_1} = 0$$

Obsérvese que X_1 aparece en dos lugares de esta identidad, por lo que cambiando X_1 cambiará la función de dos formas.

A continuación despejamos $\partial X_2(X_1)/\partial X_1$ en esa ecuación y hallamos que:

$$\frac{\partial X_2(X_1)}{\partial X_1} = -\frac{\partial U(X_1, X_2)/\partial X_1}{\partial U(X_1, X_2)/\partial X_2}$$

2.3.13 Explique detenidamente cómo se obtiene, por funciones implícitas, la tasa marginal de sustitución a partir de la función de utilidad.

Sea el caso de una transformación monótona de la función de utilidad $U(X_1,X_2) = f(U(X_1,X_2))$.
Calculemos la RMS de esta función de utilidad, utilizando la regla de la derivación en cadena:

$$\text{RMS} = -\frac{\partial f/\partial U}{\partial f/\partial U} \frac{\partial U/\partial X_1}{\partial U/\partial X_2} = -\frac{\partial U/\partial X_1}{\partial U/\partial X_2}$$

El término se anula tanto en el numerador como en el denominador. Este resultado demuestra que la RMS es independiente de la representación de la utilidad.

2.3.14 Pedro obtiene utilidad de 3 bienes: miel (X_1), vino (X_2) y pan (X_3). Su función tiene la sencilla forma lineal de utilidad

$$U=(X_1,X_2,X_3) = X_1 + 2X_2 + 3X_3$$

a) Suponiendo que su consumo de X_1 es fijo e igual a 10,

halle las ecuaciones correspondientes a las curvas de indiferencia de X_2 y X_3 cuando U=40 y U=70. Represente las curvas.

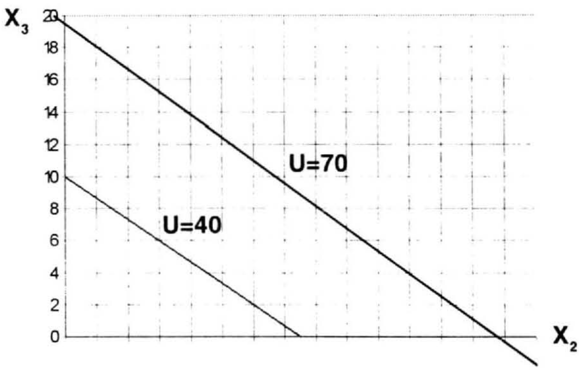
$$U=X_1+2X_2+3X_3$$

$$U=10+2X_2+3X_3$$

$$\frac{U-10-2X_2}{3}=X_3$$

Cuando U=40 $\Rightarrow$ $\frac{40-10}{3}-\frac{2}{3}X_2=X_3$

Cuando U=70 $\Rightarrow$ $\frac{70-10}{3}-\frac{2}{3}X_2=X_3$



b) Muestre que la RMS de X_3 por X_2 es constante para todos los valores de X_2 y X_3 situados en las curvas de indiferencia calculada en (a).

Esto de antemano es verdad ya que es una línea recta. Para mostrarlo basta encontrar las derivadas parciales, ya que:

$$RMS=\frac{UMgX_2}{UMgX_3} \qquad U=10+X_2+X_3$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_2}=2 \qquad \frac{\partial U}{\partial X_3}=3 \qquad \frac{UMgX_2}{UMgX_3}=\frac{2}{3}$$

Por lo que se puede observar de los resultados de las ecuaciones anteriores para este caso es una constante la RMS.

2.3.15 Suponga que la función de utilidad de dos bienes, X_1 y X_2 tiene la forma Cobb-Douglas: $U=(X,Y)=\sqrt{X_1 X_2}$

a) Represente gráficamente la curva de indiferencia U=20 correspondiente a esta función de utilidad.

b) Si $X_1=5$, ¿A qué debe ser igual X_2 en esa curva de indiferencia? ¿Cuál es la RMS en este punto?

$$\mathbf{U(X_1, X_2)} = \sqrt{X_1 X_2} \approx \quad =U^2$$

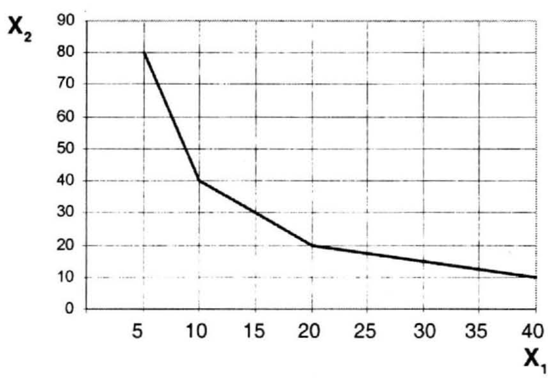
$$U=X_1^{1/2}\, X_2^{1/2}$$

$$TMgS = UMgX_1 \,/\, UMgX_2$$

$$UmgX_1 = \tfrac{1}{2}\, X_1^{-1/2} X_2^{\,1/2}$$

$$UmgX_2 = \tfrac{1}{2}\, X_1^{1/2}\, X_2^{-1/2}$$

X_1	5	10	20	40
X_2	80	40	20	10



Si $X_1 = 5$ entonces $X_2 = 80$
RMS=80/5=16

c) En general, formule la expresión de la RMS correspondiente a esta función de utilidad. Demuestre que puede interpretarse como el cociente entre las utilidades marginales de X_1 y de X_2.

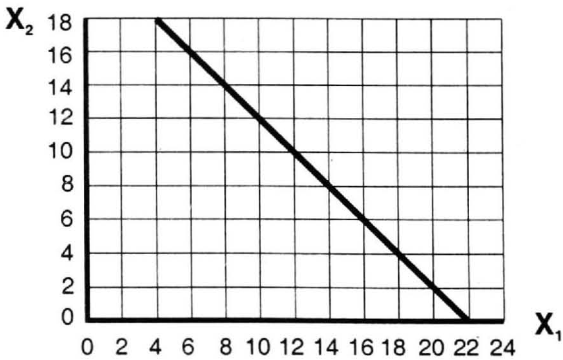
$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = \frac{1}{2}(X_1 X_2)^{-1/2} X_2$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_2} = \frac{1}{2}(X_1 X_2)^{-1/2} X_1$$

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial X_1}}{\frac{\partial U}{\partial X_2}} = \frac{\frac{1}{2}(X_1 X_2)^{-1/2} X_2}{\frac{1}{2}(X_1 X_2)^{-1/2} X_1} = \frac{X_2}{X_1}$$

2.3.16 Represente gráficamente una curva de indiferencia representativa correspondiente a las siguientes funciones de utilidad.

a) $U = 3X_1 + 3X_2$



despejo λ

$$W_1 = \lambda PMg_1 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{W_1}{PMg_1}$$

$$W_2 = \lambda PMg_2 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{W_2}{PMg_2}$$

$$igualo \quad \lambda \quad \therefore \quad \frac{W_1}{PMg_1} = \frac{W_2}{PMg_2}$$

La razón de precios de los factores es igual a la razón de precios de las PMg's

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{PMg_1}{PMg_2}$$

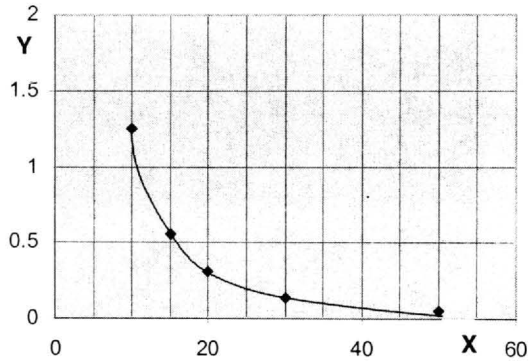
3.48 De la siguiente ecuación C= .03 X^3 - 0.3 X^2 + 12X +15 obtener:

CF= 15
CV= 0.03 X^3 - 0.3 X^2 + 12X
CFMe= 15/X
CVMe= 0.03X^2 - 0.3X + 12
CMg= 0.09X^2 - 0.6X + 12

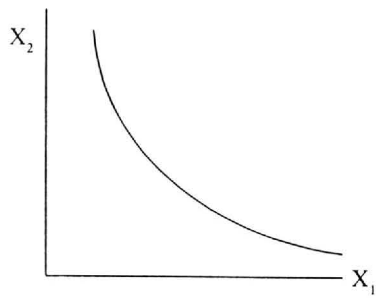
3.49 Complete el siguiente cuadro con la siguiente información, cuando el costo fijo total es de 220 y cada unidad del insumo variable cuesta 100.

X1	Y	PMeX1	PMgX1	CF	CV	CT	CFMe	CVMe	CMe	CMg
1	100	100.0	100	220	100	320	2.20	1.00	3.20	3.20
2	250	125.00	150	220	200	420	0.88	0.80	1.68	0.67
3	410	136.67	160	220	300	520	0.54	0.73	1.27	0.63
4	560	140.00	150	220	400	620	0.39	0.71	1.11	0.67
5	700	140.00	140	220	500	720	0.31	0.71	1.03	0.71
6	830	138.33	130	220	600	820	0.27	0.72	0.99	0.77
7	945	135.00	115	220	700	920	0.23	0.74	0.97	0.87
8	1050	131.25	105	220	800	1020	0.21	0.76	0.97	0.95
9	1146	127.33	96	220	900	1120	0.19	0.79	0.98	1.04
10	1234	123.40	88	220	1000	1220	0.18	0.81	0.99	1.14
11	1314	119.45	80	220	1100	1320	0.17	0.84	1.00	1.25
12	1384	115.33	70	220	1200	1420	0.16	0.87	1.03	1.43
13	1444	111.08	60	220	1300	1520	0.15	0.90	1.05	1.67

e) $U = X^{2/3}Y^{1/3}$



f) $U = \log X_1 + \log X_2$



2.3.17 Halle la relación marginal de sustitución de las siguientes funciones de utilidad.

$$a) U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}$$

$$b) U(X_1, X_2) = X_1 + X_2$$

$$c) U(X_1, X_2) = MIN(X_1, X_2)$$

$$d) U(X_1, X_2) = LnX_1 + 2LnX_2$$

$$e) U(X_1, X_2) = X_1^4 X_2^2$$

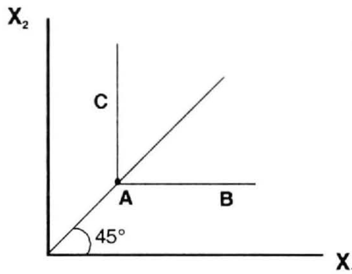
$$\text{RMS}=\frac{\text{UMgX}_1}{\text{UMgX}_2}$$

a) $\left.\begin{array}{l} U(X_1, X_2)= X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} \\ \text{Umg}_1= \alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha} \\ \text{Umg}_2= (1-\alpha) X_1^{\alpha}\ X_2^{-\alpha} \end{array}\right\}$ $\text{RMS}=\dfrac{\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha) X_1^{\alpha}\ X_2^{-\alpha}}=\dfrac{\alpha X_2}{(1-\alpha) X_1}$

b) $\left.\begin{array}{l} U(X_1, X_2)= X_1 X_2 \\ \text{Umg}_1= 1 \\ \text{Umg}_2= 1 \end{array}\right\}$ $\text{RMS}=\dfrac{1}{1}=1$

c) $U(X_1, X_2)= \text{MIN}\ (X_2, X_2) = \begin{cases} X_1 \longrightarrow si\ \ X_1 < X_2 \\ X_2 \longrightarrow si\ \ X_1 > X_2 \end{cases}$

Así se tienen tres zonas: A, B y C. Las valoraciones de las utilidades marginales y RMS son:



En la zona A:

$U(X_1, X_2)= \text{MIN}\ (X_1,X_2) = X_1 = X_2 = X$

$\left.\begin{array}{l} \text{Umg}_1= 1 \\ \text{Umg}_2= 1 \end{array}\right\}$ $\text{RMS}=\dfrac{1}{1}=1$

En la zona B:

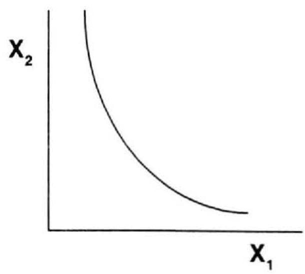
$U(X_1, X_2)= \text{MIN}\ (X_1,X_2) = X_2$ pues $X_1 > X_2$

$\left.\begin{array}{l} \text{Umg}_1= 0 \\ \text{Umg}_2= 1 \end{array}\right\}$ $\text{RMS}=\dfrac{0}{1}=0$

En la zona C:

$U(X_1, X_2)= \text{MIN}\ (X_1,X_2) = X_1$ pues $X_1 < X_2$

$\left.\begin{array}{l} \text{Umg}_1= \text{indeterminada} \\ \text{Umg}_2= 1 \\ (X_2 > X_1) \end{array}\right\}$ $\text{RMS}=\dfrac{0}{\text{Indeterminada}}= \text{Indeterminada}$



d) $U= X_1^4\ X_2^2$

$\left.\begin{array}{l} \text{UMgX}_1 = 4X_2^3\ X_2^2 \\ \text{UMgX}_2 = 2X_1^4\ X_2 \end{array}\right\}$ $\text{TMS}=\dfrac{4X_1^3 X_2^2}{2X_1^4 X_2}=\dfrac{2X_2}{X_1}$

Se utilza RMS o TMS indistintamente

2.3.18 Muestre cuáles de las siguientes transformaciones son monótonas (positivas o crecientes), sea:

$U = U(X_1, X_2)$.

$$a) V = 2U(X_1, X_2) - 13$$
$$b) V = Ln U(X_1, X_2)$$
$$c) V = [U(X_1, X_2)]^2$$
$$d) V = \frac{1}{U^2}$$
$$e) V = -e^{-U}$$

a) $V = 2U - 13$ V es monótona creciente (positiva)

$\frac{dV}{dU} = 2 > 0 \therefore$ V es una transformación monótona porque la dirección del incremento es la misma para ambas funciones:

b) $V = Ln\ U$

$\frac{dV}{dU} = \frac{1}{U} > 0$ V es monótona creciente.

c) $V = U^2$

$\frac{dV}{dU} = 2U$ $\begin{cases} \text{V es monótona crecientes si } U > 0 \\ \text{V no es monótona creciente si } U < 0\text{, pues en este caso se invierte el orden de las preferencias} \end{cases}$

d) $V = \frac{1}{U^2}$

$\frac{dV}{dU} = -\frac{1}{U^3}$ No es una transformación monótona creciente (positiva) ya que es negativa

$$\Delta V / \Delta U < 0$$

e) $V = -e^{-U}$

$\frac{dV}{dU} = e^{-U} > 0 \therefore V$ Es una transformación monótona creciente de U porque:

$$\frac{dV}{dU} = \frac{-e^{-U_2} - \left(-e^{-U_1}\right)}{U_2 - U_1} = \frac{-e^{-U_2} + -e^{-U_1}}{U_2 - U_1}$$

suponiendo $U_2 > U_1 \therefore -e^{-U_2} + e^{-U_1} > 0 \; pues\, e^{-U_1} > -e^{-U_2}$ y $U_2 - U_1 > 0 \therefore \frac{\Delta V}{\Delta U} > 0$

2.3.19 Muestre que las funciónes de utilidad $U = Ag_1^{\alpha} g_2^{\beta}$ y $W = g_1^{\frac{\alpha}{\beta}} g_2$ **son transformaciones monótonas una de otra, donde** A, α, β **son positivos.**

$U = Ag_1^{\alpha} g_2^{\beta}$ Dividiendo α y β por la suma $(\alpha + \beta): U = Ag_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} g_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ Puede observarse que ahora la suma de los exponentes es 1

Si se define $\alpha = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ entonces $(1-\alpha) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \therefore U = Ag_1^{\alpha} g_2^{1-\alpha}$

$W = g_1^{\frac{\alpha}{\beta}} g_2$ Normalizando los exponentes: $W = g_1^{\frac{\alpha/\beta}{\alpha/\beta+1}} g_2^{\frac{1}{\alpha/\beta+1}} = g_1^{\frac{\alpha/\beta}{(\alpha+\beta)/\beta}} g_2^{\frac{1}{(\alpha+\beta)/\beta}}$

$$\therefore W = g_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} g_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

Por lo tanto $\mathbf{AW = U}$ o sea que $\mathbf{U}$ es una transformación monótona de $\mathbf{W}$, y además cuando $\mathbf{A = 1}$ se tiene que $\mathbf{W = U}$.

2.3.20 Usando la razón marginal de sustitución muestre que :
$U = A\, g_1^{\alpha} g_2^{\beta}$ y $W = g_1^{\frac{\alpha}{\beta}} g_2$ **son transformaciones monótonas una de la otra**

$$U = Ag_1^{\alpha} g_2^{\beta}$$

$$\left.\begin{aligned} UMg_1 &= \alpha A g_1^{\alpha-1} g_2^{\beta} \\ UMg_2 &= \beta A g_1^{\alpha} g_2^{\beta-1} \end{aligned}\right\} TMS = \frac{\alpha A g_1^{\alpha-1} g_2^{\beta}}{\beta A g_1^{\alpha} g_2^{\beta-1}} = \frac{\alpha g_2}{\beta g_1}$$

$$W = g_1^{\frac{\alpha}{\beta}} g_2$$

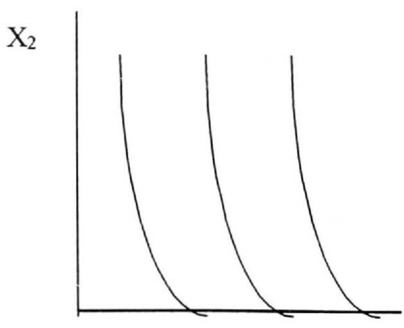
$$\left.\begin{aligned} UMg_1 &= \frac{\alpha}{\beta} g_1^{\frac{\alpha}{\beta}-1} g_2 \\ UMg_2 &= g_1^{\frac{\alpha}{\beta}} \end{aligned}\right\} TMS = \frac{\frac{\alpha}{\beta} g_1^{\frac{\alpha}{\beta}-1} g_2}{g_1^{\frac{\alpha}{\beta}}} = \frac{\alpha g_2}{\beta g_1}$$

$\therefore$ si ambas funciones tienen la misma tasa marginal de sustitución, entonces se trata de transformaciones monótonas crecientes que no alteran la ordinalidad de las preferencias.

2.3.21 a) ¿ Qué tipo de preferencias se representan mediante la función de utilidad de la forma $\therefore$ a) $U(X_1, X_2) = X_1 + \sqrt{X_2}$ **?**

b)La función de utilidad $V = (X_1, X_2) = X_1^2 + 2X_1\sqrt{X_2} + X_2$ **representa las mismas preferencias que** $U = (X_1, X_2)$ **?**

a) $U = X_1 + \sqrt{X_2}$ es una función de utilidad que representa preferencias cuasi - lineales pues $X_1 = U - V(X_2)$ donde $V(X_2) = \sqrt{X_2}$
El desplazamiento sobre X_1 de las curvas de indiferencia es una constante "K" menos una función de X_2.



b) $U = X_1 + \sqrt{X_2}$

$V = X_1^2 + 2X_1\sqrt{X_2} + X_2$, **V** es una transformación monótona de **U** si $U > 0$

Esto es porqué

$V = (X_1 + \sqrt{X_2})^2 = U^2$

suponiendo $U > 0$

RMS $U = \dfrac{UMg_1}{UMg_2}$

$$\left.\begin{aligned} UMg_1 &= 1 \\ UMg_2 &= \frac{1}{2}X_2^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\} TMS = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{X_2}}} = 2\sqrt{X_2}$$

RMS $V = \dfrac{UMg_1}{UMg_2}$

$$\left.\begin{aligned} UMg_1 &= 2(X_1 + \sqrt{X_2}) \\ UMg_2 &= 2\left(\frac{1}{2}X_2^{-\frac{1}{2}}\right)(X_1 + \sqrt{X_2}) = \frac{1}{\sqrt{X_2}}(X_1 + \sqrt{X_2}) \end{aligned}\right\} RMS = \frac{2(X_1 + \sqrt{X_2})}{\frac{1}{\sqrt{X_2}}(X_1 + \sqrt{X_2})} = 2\sqrt{X_2}$$

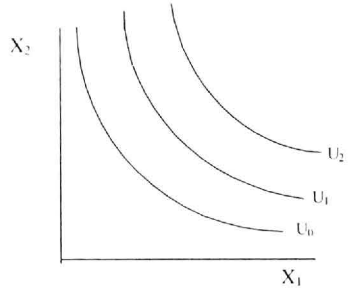
$\therefore$ **U** y **V** representan las mismas preferencias, pues tienen la misma tasa marginal de sustitución, o sea que V es una transformación monótona de **U** cuando $U > 0$.

2.3.22 Grafique las curvas de las siguientes funciones de utilidad.

$$a) U(X_1, X_2) = X_1X_2$$
$$b) U(X_1, X_2) = MIN(X_1, X_2)$$
$$c) U(X_1, X_2) = MIN(aX_1, bX_2)$$
$$d) U(X_1, X_2) = X_1^2 + 2X_1X_2 + X_2^2$$

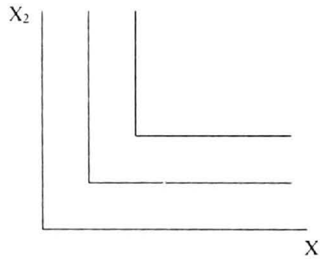
$U(X_1, X_2) = X_1 X_2$: Es una función Cobb - Douglas con $\alpha = 1$ y $\beta = 1$

$$K = X_1X_2 \therefore X_2 = KX_1^{-1} = \frac{K}{X_1}$$



U_0 : K=1		U_1 : K=2		U_2 : K=3	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
¼	4	½	4	¾	4
½	2	1	2	1	3
1	1	2	1	2	1.5
2	.5	3	.6	3	1
3	.33	4	.5	4	.75
4	.25	5	.4	5	.6
5	.20				

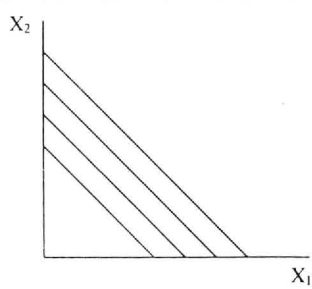
b) $\mathbf{U\ (X_1, X_2) = MIN\ (X_1, X_2)}$: Es una función que expresa preferencias de bienes complementarios perfectos.



c) $\mathbf{U = (X_1, X_2) = MIN\ (\mathit{a}X_1\ , \mathit{b}X_2)}$ es una transformación monótona de la función anterior; por ejemplo cucharadas de azúcar y tasas de café, donde a = 2 y b = 1 respectivamente.

d) $\mathbf{U= (X_1,X_2) = X_1 + 2X_1^2\ X_2 + X_2^2}$ es una transformación monótona de la función de bienes complementarios perfectos, si $\mathbf{V(X_1, X_2)= X_1+ X_2}$ entonces:

$$U = [V(X_1,X_2)]^2 = (X_1 + X_2)^2 = X_1^2 + 2X_1X_2 + X_2^2$$



2.3.23 Muestre por qué al efectuar una transformación monótona de una función de utilidad no se altera la tasa marginal de sustitución.

Porque la transformación monótona altera la cardinalidad de las utilidades marginales en la misma magnitud, pero debido a que la tasa marginal de sustitución es igual a la razón de las utilidades marginales, dicha alteración desaparece.

Formalmente:

Sea $\mathbf{U} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$

RMS **U**:

$$\left.\begin{aligned} UMg_1 &= \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1} \\ UMg_2 &= \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2} \end{aligned}\right\} RMS = \frac{\dfrac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1}}{\dfrac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2}}$$

sea $\mathbf{V} = f(\mathbf{U}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2))$ una transformación monótona de $\mathbf{U} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$

RMS **V**:

$$UMg_1 = \frac{\partial f(U(X_1, X_2))}{\partial U(X_1, X_2)} \cdot \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_1}$$

$$UMg_2 = \frac{\partial f(U(X_1, X_2))}{\partial U(X_1, X_2)} \cdot \frac{\partial U(X_1, X_2)}{\partial X_2}$$

2.4 La Elección

2.4.1 ¿Cuándo se da la "especialización del consumo en uno de los dos bienes"?

Cuando una persona puede alcanzar mayor bienestar en el consumo de un solo bien, que cuando consume una combinación de ambos a una relación de precios y un nivel de ingreso dados.

2.4.2 ¿Qué son los bienes complementarios imperfectos?

Son aquellos bienes que se consumen juntos pero no siempre lo hacen en la misma proporción.

2.4.3 ¿Qué es una solución de esquina?

Es aquel caso en el que el consumidor alcanza su máximo beneficio especializándose en el consumo de un bien y sólo uno.

2.4.4 ¿Qué explica la teoría de la elección?

La interacción de las preferencias y restricciones que permite que la gente haga las elecciones que hace.

2.4.5 Explique qué es el principio de optimización

El principio de optimización se refiere normalmente a que los individuos tratan de buscar lo mejor para ellos, maximizando su utilidad.

2.4.6 ¿Podría un consumidor maximizar (o estar en el óptimo) dejando parte de su presupuesto sin gastar?

El consumidor no se encontraría en el óptimo. Una condición necesaria para que el consumidor se encuentre en su punto óptimo es que gaste toda su renta, puesto que el bien X_2 es el conjunto de todos los demás bienes y servicios que el consumidor puede obtener, y la utilidad se deriva del consumo. Además, consideramos individuos racionales, que siempre prefieren más a menos.

2.4.7 ¿Es suficiente decir que un individuo se encuentra en una posición de consumo tal que su razón marginal de sustitución sea igual a la razón de precios, para estar seguros que se encuentra en un punto de equilibrio?

No, ya que eso es una condición necesaria pero no suficiente. Debemos garantizar que se está agotando todo el presupuesto, es decir, que se encuentra en un punto sobre la restricción presupuestal, y que las preferencias son convexas.

2.4.8 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) La tangencia entre la curva de indiferencia y la recta presupuestaria es, en todos los casos, condición suficiente y necesaria para la existencia de un óptimo. **F**

b) La tangencia entre la curva de indiferencia y la recta presupuestaria significa, que el consumidor está dispuesto a sustituir el bien dos por el uno, y es igual a la relación de intercambio que le ofrece el mercado. **V**

2.4.9 Complete las siguientes definiciones

a) Dos ejemplos de preferencias en que la solución óptima represente una solución de esquina. Son el caso de bienes sustitutos, y en el caso de que uno de los bienes en cuestión sea un mal.

b) Muestran las cantidades óptimas de cada uno de los bienes en función de los precios y del ingreso del consumidor. Funciones de Demanda.

2.4.10 Suponga que un individuo valora que la razón marginal de sustitución entre helados y papas es 2h = 1p.

a) ¿Cómo se interpreta esto?

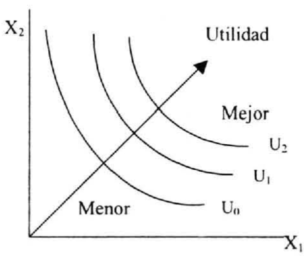
Al individuo le deja mayor utilidad el consumo de las papas, pues las valora al doble que los helados. Esta dispuesto a cambiar 2 helados por una papa.

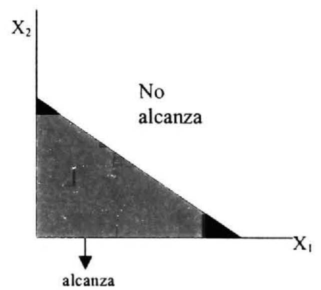
b) Suponga que observa que en el mercado el precio del helado es de \$5 y el de las papas es de \$8. Explique cuál sería la conducta lógica que debería seguir.

El individuo compra papas, pues le brindan mayor utilidad. Él quedaría igualmente satisfecho si tiene un helado más y $^1/_2$ papa de menos o si tuviese 1 papa más y 2 helados de menos. Pero, al enfrentar sus preferencias en el mercado, encuentra que puede vender 2 helados, con lo que recibiría \$10, dinero que le alcanza para comprar 1.2 papas, lo que le daría una "ganancia" de 0.2 papas.

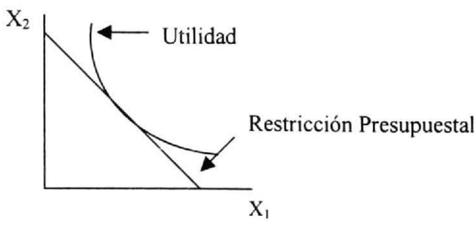
2.4.11 ¿Cómo se resuelve el problema de la elección?

Un individuo buscará adquirir siempre la canasta que le ofrezca mayor "bienestar", la que le ubique lo más alto en el mapa de sus preferencias. Sin embargo, lo que realmente puede alcanzar a comprar está acotado por su ingreso (que aparece como una restricción). Entonces el problema de la elección se resuelve al ver cuál canasta es la máxima que puede alcanzar y que puede comprar, observemos:





Su elección será dada por la maximización de la utilidad sujeta a la restricción presupuestal, lo cual se hace en la tangencia.



2.4.12 A Mauro que estudia la licenciatura de arquitectura, sus papás le dan mil pesos al mes para gastar en materiales de la escuela (M) y sus gustos (G). Todo lo demás que requiera es cubierto por sus padres, así que su decisión de gasto sólo se dirige a estos dos bienes y sus preferencias pueden representarse por la función:

$$U(M,G)=\sqrt{M^2G^{2/3}}$$

Si los materiales cuestan \$50 cada uno y los "gustos" \$25:

a) Estime el óptimo.

$$L: M^2G^{2/3}-\lambda(50M+25G-1000)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M}=2MG^{2/3}-\lambda 50 = 0\ .\ .\ .\ .\ .(1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G}=2/3M^2G^{-1/3}-\lambda 25 = 0.\ .\ .\ .(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=-(50M+25G-1000) = 0.\ .\ .\ (3)$$

Dividiendo (1) entre (2) y ordenando:

$$\frac{2MG^{2/3}}{\frac{2}{3}M^2G^{-1/3}}=\frac{\lambda\ 50}{\lambda\ 25}=\text{sí}=\frac{3G}{1M}$$

2M=3G M=3/2G

Sustituyendo "M" en (3):

50(3/2)G+25G=1000

75G+25G=100G=1000

G=10

$$M=\frac{3(10)}{2}=\frac{30}{2}=15=M$$

b) Explique cómo se alteraría su respuesta si los padres de Mauro deciden sancionarlo por sus malas calificaciones y bajarle su mesada a \$800, dé el nuevo óptimo.

M=3/2G

Sustituyo en la nueva restricción:

50(3/2G)G+25G=800

100G=800 G=8

$$M=\frac{3(8)}{2}=12=M$$

2.4.13 De acuerdo a la siguiente función de utilidad:

$$U(R,T)=R^2T^{1/3}+30.$$

a) Calcule las funciones de demanda.

$$L{:}R^2T^{1/3}+30-\lambda\,(RP_R+TP_T-m)$$

(1) $$\frac{\partial L}{\partial R}=2RT^{1/3}-\lambda\,P_R=0$$

(2) $$\frac{\partial L}{\partial T}=\tfrac{1}{3}R^2T^{-2/3}-\lambda\,P_T=0$$

(3) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=-(RP_R+TP_T-m)=0$$

Dividiendo (1) entre (2) tenemos:

$$\frac{\tfrac{2}{1}RT^{1/3}}{\tfrac{1}{3}R^2T^{-2/3}}=\frac{P_R}{P_T}=\frac{6T}{R}=\frac{P_R}{P_T}\Rightarrow 6T=R\frac{P_R}{P_T}$$

$T=\dfrac{1}{6}R\dfrac{P_R}{P_T}$ esto lo sustituyo en (3) y nos da una ecuación:

$$RP_R+\tfrac{1}{6}R\frac{P_R}{P_T}P_T=m=RP_R\left(\tfrac{7}{6}\right)=m$$

$R=\dfrac{6m}{7P_R}$ así mismo; $T=\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{6}{7}\right)\dfrac{m}{P_R}\dfrac{P_R}{P_T}$ y por lo anterior $T=\dfrac{m}{7P_T}$

Los resultados de R y T que se obtuvieron son las demandas respectivas.

b) Observe cómo se comporta la demanda de T y la de R cuando cambia el ingreso y diga qué tipo de bienes son.

Ambos bienes son normales porque aumenta su demanda al aumentar el ingreso, es decir:

$$\frac{\partial R}{\partial m}>0 \qquad\qquad \frac{\partial T}{\partial m}>0$$

2.4.14 De acuerdo a la siguiente función de utilidad:

$$U(G,T)=G^2T^{1/2}$$

a) Calcule las funciones de demanda.

$$P_G G + P_T T = m$$

$$L{:}G^2T^{1/2}\text{-}\lambda(P_GG+P_TT\text{-}m)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2GT^{1/2}\text{-}\lambda P_G=0 \;:::.::..:.....(1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial T} = \tfrac{1}{2}G^2T^{-1/2} - \lambda\, P_T = 0......(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(P_GG+P_TT\text{-}m)=0..........(3)$$

Dividiendo (1) entre (2) y reordenando:

$$\frac{2GT^{1/2}}{\frac{1}{2}G^2T^{-1/2}} = \frac{P_G}{P_T} = \frac{4T}{G} \Rightarrow P_GG = 4TP_T \Rightarrow G = 4T\frac{P_T}{P_G}$$

Sustituyendo G en (3) y reordenando:

$P_G\ [(4T)(P_T/P_G)]+P_TT=m \qquad T = \dfrac{m}{5P_T}$; ésta es la demanda de T.

Sustituyendo en G

$G = 4\left(\dfrac{m}{5P_T}\right)\dfrac{P_T}{P_G}$ ™ $\quad G = \dfrac{4m}{5P_G}$ ésta es la demanda de G.

b) Si el consumidor cuenta con un ingreso de $20 y los precios son P_G=2 y P_T=4, ¿Cuál sería su elección óptima?

Si m=20, P_G=2 y P_T=4:

$T = \dfrac{20}{5(4)} = 1$ y $G = \dfrac{4(20)}{5(2)} = \dfrac{80}{10} = 8$

Por lo tanto, ei óptimo es cuando T=1 y G=8

c) ¿Cuánto se demandará de G si el precio fuese 3 y cuánto si fuese 4?

Si $P_G = 3 \Rightarrow G = \dfrac{4(20)}{5(3)} = \dfrac{80}{15} = 5.3$

$$\text{Si } P_G = 4\,G = \frac{4(20)}{5(4)} = \frac{80}{20} = 4$$

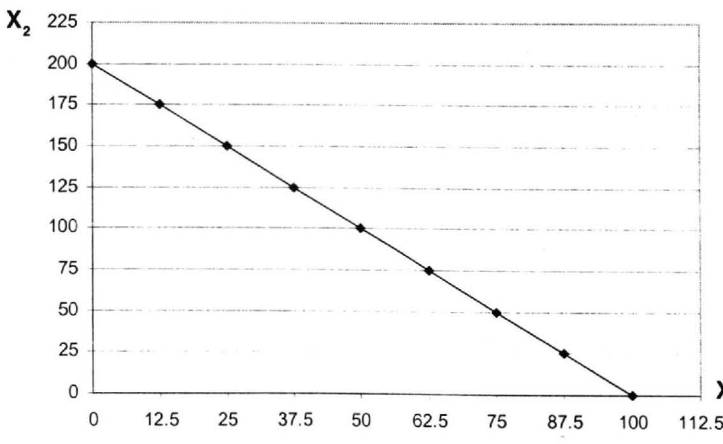
2.4.15 Suponga que un individuo tiene la función de utilidad $U(X_1\ X_2) = 3X_1 + X_2$, que tiene 200 pesos para gastar y que los precios de los bienes son: $P_1 = 2$, $P_2 = 1$. Determine cuál es el óptimo del consumidor.

Esta función de utilidad nos indica que hablamos de bienes que son sustitutos perfectos. Por lo tanto, el consumidor se especializa en el consumo de un solo bien. Dados los precios de los artículos y su función de utilidad, el individuo consume:

Todo de X_1, cuando $P_1 < P_2$
X_1 o X_2, si $P_1 = P_2$
Todo de X_2, cuando $P_1 > P_2$

Para obtener la cantidad máxima de X_1, $X_1 = \frac{m}{P_1} = \frac{200}{2} = 100$

Para obtener la cantidad máxima de X_2, $X_2 \frac{m}{P_2} = \frac{200}{1} = 200$



2.4.16 Sea una función de utilidad de dos bienes $U=U(R,G)=R^{1/2}G^{2/3}$. Sean $P_G=1$, $P_R=3$ y suponiendo que el consumidor tiene un ingreso de 20.

a) Estime el óptimo.

$$P_G G + P_R R = 20$$
$$1G + 3R = 20$$

$$L: R^{1/2}G^{2/3} - \lambda\,(1G+3R-20)$$
$$\frac{\partial L}{\partial R} = \tfrac{1}{2} R^{-1/2}G^{2/3} - 3\lambda \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = \tfrac{2}{3} R^{1/2}G^{-1/3} - \lambda \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2)$$

(1)/(2) $\Rightarrow$ $$\frac{\tfrac{1}{2} R^{-1/2}G^{2/3}}{\tfrac{2}{3} R^{1/2}G^{-1/3}} = \frac{3\lambda}{1\lambda} = \frac{3}{4}\frac{G}{R} = 3 \Rightarrow \frac{G}{4R} = 1 \qquad \mathbf{G=4R}$$

Sustituyo en la recta presupuestaria (RP):

20=4R+3R=7R   R=20/7=2.86=R

G=4R $\Rightarrow$ 11.43=G

b) ¿Cuál sería su nuevo óptimo si el ingreso se reduce a 18?

RP' = 1G + 3R = 18

G=4R sustituyo en RP':

18=4R+3R   18=7R

R=2.57

G=10.28

2.4.17 Todos los días Pablo, que estudia primaria, come en la escuela. Sólo le gustan los bollos (B) y los refrescos de naranja (R) y estos bienes le reportan una utilidad de $U=U(BR)=\sqrt{BR}$

A partir de la condición de maximización $RMS = \dfrac{P_1}{P_2}$ **conteste:**

a) Si los bollos cuestan \$0.10 cada uno y los refrescos \$0.24 el vaso, ¿Cómo debe gastar el dólar que le da su madre para maximizar su utilidad?

Transformación monótona

$$U(BR)^{1/2}= \quad BR \quad = BR$$

$$1=0.1B+0.24R$$

$$L=BR-\lambda(0.1B+0.24R-1)$$

$$\underbrace{\frac{\partial L}{\partial B}=R-\lambda(0.1) \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial R}=B-\lambda(0.24)}$$

$$\frac{R}{B}=\frac{0.1\lambda}{0.24\lambda}=0.416 \quad \Rightarrow \quad R=0.416\,B$$

Sustituyendo en la restricción tenemos:

$1=0.1B+0.24(0.416B)=0.2B$

$\therefore \quad B=5 \qquad R=2.08$

$m = 1.10(5) + 0.24(2) = 1$

b) Si la escuela trata de disuadir de que no consuman bollos subiendo el precio a \$0.40, ¿Cuánto tendrá que aumentar la madre de Pablo su asignación para el almuerzo con el fin de que éste obtenga el mismo nivel de utilidad que en la parte a)? ¿Cuántos bollos y vasos de refrescos comprará ahora (suponiendo que es posible comprar cantidades fraccionarias de estos dos bienes)?

$$m^C = 0.4(5)+0.24(2.08)=2.5$$

Por lo que debería aumentar 1.5 para que le alcanzara.
Con este nuevo presupuesto y precio de los bollos se tiene:

$$\frac{R}{B}=\frac{0.4}{0.24} \quad \Rightarrow \quad R=1.66\,B$$

$2.499=0.4B+0.24(1.66B)$

$2.499=(0.4+0.399)B$

$B=3.123 \qquad R=5.206$

2.4.18 Una joven que sabe de vinos tiene \$300 para hacerse una pequeña bodega. Le gustan dos cosechas, en particular: un burdeos francés de 1987 (V_F) que cuesta \$20 la botella y un similar de 1993 producido en California menos caro (V_C) que cuesta \$4.

¿Qué cantidad debe comprar de cada vino si su utilidad viene caracterizada por la siguiente función?

$U(V_F V_C) = V_F^{2/3} V_C^{1/3} - 10$

Aplicando una transformación monótona :

$U(V_F V_C) = V_F^{2/3} V_C^{1/3}$

s.a. $300 = 20V_F + 4V_C$

$$L = V_F^{2/3} V_C^{1/3} - \lambda(20V_F + 4V_C - 300)$$

$$\partial L / \partial V_F = \frac{2}{3} V_F^{-1/3} V_C^{1/3} - 20\lambda$$

$$\partial L / \partial V_C = \frac{1}{3} V_F^{2/3} V_C^{-2/3} - 4\lambda$$

$$\frac{\frac{2}{3} V_F^{-1/3} V_C^{1/3}}{\frac{1}{3} V_F^{2/3} V_C^{-2/3}} = \frac{20}{4}$$

$$2V_F^{-1} V_C = 5$$

$$V_C = \frac{5}{2V_F^{-1}}$$

$$300 = 20V_F + 4V_C \qquad \therefore$$

$$m = 20V_F + 4\left(\frac{5}{2V_F^{-1}}\right)$$

$$m = 30V_F$$

$$300 = 30V_F$$

$$V_F = \frac{300}{30} = 10$$

$$V_C = \frac{5}{2}\ 10$$

$$V_C = 25$$

b) Cuando llegó a la tienda de vinos nuestra joven descubrió que el precio del francés había bajado a $10 la botella debido a una reducción del valor del franco. Si el precio del vino California permanece estable en $4 la botella, ¿Qué cantidad de cada vino debería comprar nuestra amiga para maximizar la utilidad en estas nuevas condiciones?

$$300 = V_F(10) + 4(25)$$
$$300 - 100 = 10V_F$$
$$V_F = \frac{200}{100} = 20$$

Ahora deberá comprar 20 botellas de V_F .

2.4.19 Una tarde Miguel disfruta del consumo de cigarros (C) y coñac (E) de acuerdo con la función $U(C,E) = 20C - C^2 + 18E - 3E^2$

a) ¿Cuántos cigarros y vasos de coñac consume durante una tarde? El coste no es ningún inconveniente para Miguel.

$$\frac{\partial U}{\partial C} = 20 - 2C = 0 \qquad 20 = 2C$$
$$C = 10$$
$$\frac{\partial U}{\partial E} = 18 - 6E = 0 \qquad 18 = 6E$$
$$E = 3$$

b) Sin embargo, más tarde los médicos aconsejan a Miguel que limite a 5 la cantidad conjunta de coñac y cigarros que consume. ¿Cuántos vasos de coñac y cigarros consumirá en estas circunstancias?.

$$L = 20C - C^2 + 18E - 3 \quad - \lambda(E + C - 5)$$
$$\frac{\partial L}{\partial C} = 20 - 2C - \lambda = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial E} = 18 - 6E - \lambda = 0$$
$$\frac{20 - 2C}{18 - 6E} = 1$$
$$-2C = 18 - 6E - 20$$
$$C = -9 + 3E + 10$$
$$C = 1 + 3E$$

$$E+1+3E=5$$
$$4E+1=5$$
$$4E=4$$
$$E=1$$
$$C=1+3E$$
$$C=1+3(1)$$
$$C=4$$

2.4.20 Beatriz disfruta de las mercancías X y Y de acuerdo con la función de utilidad: U(X, Y)= $\sqrt{X^2+Y^2}$ **.**

a) Si Px = \$3, Py = \$4 y tiene \$50 para gastar, ¿Cuál sería la condición de maximización de primer orden?

$U(X,Y)= \sqrt{X^2+Y^2}$

Realizando una transformación monótona:

$U^2 = X^2 + Y^2 \qquad 50 = 3X + 4Y$

$L: X^2 + Y^2 - \lambda\,(3X + 4Y - 50)$

$$\underbrace{\frac{\partial L}{\partial X} = 2X - \lambda 3 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial Y} = 2Y - \lambda 4}$$

$$\frac{2X}{2Y} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{3}{4}\,Y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 3X + 4Y - 50$$

Sustituyo (1) en la derivada anterior, que es la restricción presupuestal.

$$3\left(\left(\tfrac{3}{4}\right)Y\right) + 4Y = 50$$

$$\tfrac{9}{4}Y + 4Y = 50$$

$$\tfrac{25}{4}Y = 50$$

$$\therefore Y = \frac{200}{25} = 8 \qquad\qquad X = 3/4(8) = 6$$

b) Represente gráficamente la curva de indiferencia y su punto tangencial con su restricción presupuestaria. Comente.
Restricción Presupuestal.

$$Y=\frac{50}{4}-\frac{3}{4}X$$

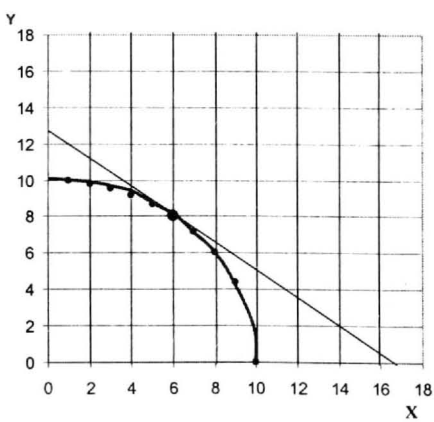
Curva de indiferencia de tangencia (8,6)

$$U=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{64+36}=10$$

Para obtener otras canastas indiferentes:

$100=Y^2+X^2 \Rightarrow 100-X^2=Y^2 \Rightarrow \sqrt{100-X^2}=Y$

X	Y
1	9.950
2	9.798
3	9.539
4	9.165
5	8.660
6	8.000
7	7.141
8	6.000
9	4.359
10	0.000



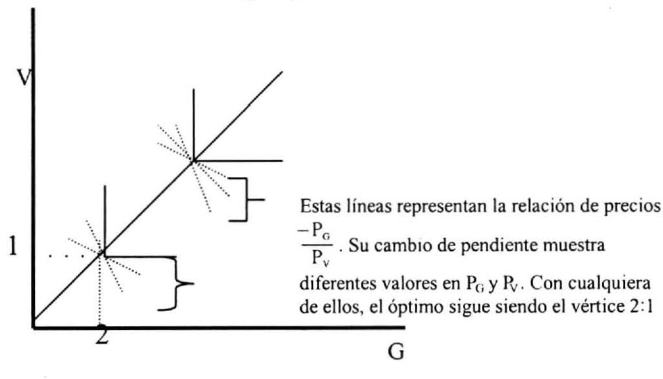
Beatriz no maximiza en (6,8) ya que sus preferencias no son convexas. Maximizaría especializándose en el consumo de un sólo bien gastando todo su ingreso en X. Por ejemplo en (16.6,0) donde U=16.0

2.4.21 El Sr. Aguilar obtiene utilidad de los martinis (M) en proporción al número que bebe: U(M)=M. Sin embargo, el Sr. es muy especial con sus martinis: sólo disfruta bebiéndolos cuando contienen una proporción exacta de dos partes de ginebra (G) una de vermut (V): por lo tanto, podemos expresar su función de utilidad de la forma siguiente:

$$\mathbf{U(M) = U(G,V) = min} \left(\tfrac{G}{2}, V\right)$$

a) Represente gráficamente la curva de indiferencia del Sr. Aguilar en función de G y V correspondiente a varios niveles de utilidad. Demuestre que cualquiera que sea el precio de los dos ingredientes él nunca alterará la forma en que mezcla los martinis.

$$U(M) = U(G,V) = \min \left(\tfrac{G}{2}, V\right)$$



b) Calcule las funciones de demanda de G y V.

$$G = \frac{m}{P_G + \frac{1}{2} P_V}$$

En el vértice los argumentos son iguales

$$P_G G + P_V V = m$$

$$\tfrac{1}{2} G = V \Rightarrow G = 2V$$

Sustituyendo en la restricción

$$P_G G + P_V (\tfrac{1}{2} G) = m \qquad\qquad P_G(2V) + P_V V = m$$

$$G(P_G + \tfrac{1}{2} P_V) = m \qquad\qquad (2P_G + P_V)V = m$$

$$G = \frac{m}{P_G + \frac{1}{2} P_V} \qquad\qquad V = \frac{m}{2P_G + P_V}$$

c) Calcule la función de gasto del Sr. Aguilar; para cada nivel de utilidad, muestre el gasto en función de P_G y P_V.

$$\text{Gasto} = \min \left(\tfrac{1}{2} G, V\right) \left(P_G + \tfrac{1}{2} P_V\right)$$

2.4.22 Suponga que un individuo tiene la función de utilidad $U(X_1X_2) = 3X_1^{1/2}X_2$, que tiene 1,500 pesos para gastar y que los precios de los dos bienes son iguales a 1. Determine cuál es el óptimo del consumidor.

$$L = 3X_1^{1/2}X_2 - \lambda(m - P_1X_1 - P_2X_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = \frac{3}{2}X_1^{-1/2}X_2 + \lambda P_1 \quad \rightarrow \frac{3}{2}X_1^{-1/2}X_2 = -\lambda P_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 3X_1^{1/2} + \lambda P_2 \quad \rightarrow 3X_1^{1/2} = -\lambda P_2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -m + P_1X_1 + P_2X_2 \quad \rightarrow m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad (3)$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{\frac{3}{2}X_1^{-1/2}X_2}{3X_1^{1/2}} = \frac{-\lambda P_1}{-\lambda P_2} \quad \rightarrow \frac{\frac{3}{2}X_1^{-1/2}X_2}{3X_1^{1/2}} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$X_2 = \frac{P_1}{P_2}2X_1 \qquad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3):

$$m = P_1X_1 + P_2(\frac{P_1}{P_2}2X_1)$$

$$m = P_1X_1 + 2P_1X_1$$

$$m = 3P_1X_1$$

$$X_1 = \frac{m}{3P_1}$$ Ecuación de demanda de X_1 (5)

Sustituyendo (5) en (4):

$$X_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(2\frac{m}{3P_1}\right)$$

$$X_2 = \frac{2m}{3P_2}$$ Ecuación de demanda de X_2

$$X_1 = \frac{1500}{3(1)} = 500$$

$$X_2 = \frac{2(1500)}{3(1)} = 1000$$

El individuo alcanza su punto óptimo cuando consume 500 unidades de X_1 y 1,000 unidades de X_2.

Comprobación:

$$m = P_1X_1 + P_2X_2$$
$$1{,}500 = (1)(500) + (1)(1000)$$
$$1{,}500 = 1{,}500$$

2.4.23 La Sra. Juana disfruta jugando al golf (G) y al tenis (T) todas las semanas y obtiene placer de acuerdo con la función de utilidad: U(G,T)= $G^{1/2}T^{1/2}$. Si tiene $24 semanales para gastar en estas dos actividades y el precio de un recorrido de golf, como el de un partido de tenis, es igual a $4, ¿Cómo realizará la Sra. Juana sus actividades deportivas para maximizar su utilidad?

$U(G,T)=G^{1/2}T^{1/2}$

s.a. $24=4G+4T$

$L: G^{1/2}T^{1/2} - \lambda\,(4G+4T-24)$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = \tfrac{1}{2}G^{-1/2}T^{1/2} - 4G = 0 \ldots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial T} = \tfrac{1}{2}G^{1/2}T^{-1/2} - 4T = 0 \ldots (2)$$

(1/2) y reordenando

$$\frac{\tfrac{1}{2}G^{-1/2}T^{1/2}}{\tfrac{1}{2}G^{1/2}T^{-1/2}} = \frac{G}{T} = \frac{T}{G}$$

$G^2=T^2 \;\therefore$

$G=T$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 4G+4T-24=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Sustituyendo G=T en (3) tenemos:

$4G+4G=24$

$8G=24$

$G=3$ y $T=3$

2.4.24 Suponga que los individuos necesitan una determinada cantidad de alimentos (X) para vivir. Sea esta cantidad X_0. Una vez que compran X_0, los individuos obtienen utilidad de los alimentos y de otros bienes (Y) de la forma U(X,Y). Suponga que X_0=20

a) Si el individuo tiene un ingreso de 500 y el precio de los alimentos es 5 y el promedio de los otros bienes es 3, diga cuánto comprará de ambos bienes.

$U(X,Y)=(X-20)^{1/4}Y^{3/4}$
s.a. $500=X(5)+(3)Y$

$L: (X-20)^{1/4}Y^{3/4} - \lambda(5X+3Y-500)$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \tfrac{1}{4}(X-20)^{-3/4}Y^{3/4} - 5\lambda = 0 \quad \text{........(1)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \tfrac{3}{4}(X-20)^{1/4}Y^{-1/4} - 3\lambda = 0 \quad \text{..............(2)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 5X+3Y-500=0 \quad \text{................(3)}$$

Dividiendo (1) entre (2) e igualando tenemos:

$$\frac{\tfrac{1}{4}(X-20)^{-3/4}Y^{3/4}}{\tfrac{3}{4}(X-20)^{1/4}Y^{-1/4}} = \frac{5}{3} = \frac{1}{3}\frac{Y}{(X-20)} = \frac{Y}{3X-60} = \frac{5}{3}$$

$3Y=5(3X-60)$ $\qquad$ $Y = \frac{5(3X-60)}{3}$

$Y = 5X-20$

Sustituyendo Y en (3) tenemos:

$5X+3(5X-20)=500$

$5X + 15X = 560$

$20X=560 \Rightarrow X = 28$

Sustituyo en Y: $\quad Y = (28)5-20 \therefore Y=120$

b) Diga cómo se modificará su respuesta si el precio de los alimentos cae a $4. $\quad 4X+3Y=500$ .... (4)

$$\frac{Y}{3X-60} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3Y= 12X-240 \Rightarrow Y = 4X-80$$

Sustituyo en (4) y tenemos:

4X+3(4X-80)=500
4X+12X-240=500
(4+12)X=740 X=740/16 X=46.25

Y = 4(46.25)-80 Y =105

c) Si su ingreso cae a 300, ¿Cómo se modificarían las proporciones de ingreso gastadas en cada grupo de bienes? (de acuerdo a la ecuación original)

Si se parte de la ecuación original la sustitución es la siguiente:
5X+3(5X-20)=300
5X +15X-60 ⇒ 20X=360 ∴ X = 18
Y = 5X-20 ⇒ Y = 5(18) -20 ∴ Y = 70

Sin embargo X = 18 < X_0 , por lo que la restricción de consumo mínimo es vigente. Así compraría 20 de X, por lo que el gasto total por la compra de X será 5(20) = 100. Le restan $200 de su ingreso que destinará en su totalidad a la compra de otros bienes, esto es: $\frac{200}{3} = 66.6$

se compraría entonces sólo $66.\overline{6}$ y no 70 de los otros bienes.

2.4.25 Suponga que un individuo tiene la función de utilidad $U(X_1\ X_2) = 3X_1^2\ X_2$, que tiene 500 pesos para gastar y que los precios de los bienes son iguales a 3. Determine cuál es el óptimo del consumidor.

$$L = 3X_1^2X_2 - \lambda(m - P_1X_1 - P_2X_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 6X_1X_2 + \lambda P_1 \qquad \rightarrow 6X_1X_2 = -\lambda P_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 3X_1^2 + \lambda P_2 \qquad \rightarrow 3X_1^2 = -\lambda P_2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -m + P_1X_1 + P_2X_2 \qquad \rightarrow m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad (3)$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{6X_1X_2}{3X_1^2} = \frac{-\lambda P_1}{-\lambda P_2}$$

$$\frac{6X_1X_2}{3X_1^2} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{2X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2} \qquad \to X_2 = \frac{P_1}{2P_2}X_1 \qquad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3):

$$m = P_1X_1 + P_2\left(\frac{P_1}{2P_2}X_1\right)$$

$$m = P_1X_1 + \frac{P_1X_1}{2}$$

$$m = \frac{3}{2}P_1X_1$$

$$X_1 = \frac{2}{3}\frac{m}{P_1} \qquad \to \text{Ecuación de demanda de } X_1$$

$$X_1 = \frac{2(500)}{3(3)} = \frac{1000}{9} = 111.11$$

$$X_2 = \frac{3(111.11)}{2(3)} = 55.5$$

El individuo maximiza su utilidad cuando consume 111.11 unidades de X_1 y 55.55 unidades de X_2.

Comprobación:

$$m = P_1X_1 + P_2X_2$$

$$500 = 3(111.11) + 3(55.55)$$

$$500 \approx 499.98$$

2.4.26 Encuentre por 2 métodos alternativos la compra óptima de bienes por parte de un consumidor cuya utilidad y restricción presupuestal son respectivamente:

$$U(X_1,X_2)=X_1^{1.5}X_2$$
$$100=3X_1+4X_2$$

$$MAX\ U(X_1,X_2)=X_1^{1.5}X_2$$
$$s.a.100=3X_1+4X_2$$

METODO I. (Multiplicador de Lagrange)

$$L=X_1^{1.5}X_2-\lambda(3X_1+4X_2-100)$$
$$\frac{\partial L}{\partial X_1}=1.5X_1^{0.5}X_2-3\lambda=0............(1)$$
$$\frac{\partial L}{\partial X_2}=X_1^{1.5}-4\lambda=0......................(2)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=100-3X_1-4X_2=0.............(3)$$

Dividiendo $(1)/(2)$ *y reordenando*

$$\frac{1.5X_1^{0.5}X_2}{X_1^{1.5}}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{1.5X_2}{X_1}=\frac{3}{4}$$
$$X_2=\frac{3}{4}\frac{X_1}{1.5}=\frac{3X_1}{6}$$

$$X_2=\frac{X_1}{2}$$

Sustituyendo X_2 en la restricción presupuestal:

$$3X_1+4\left(\frac{X_1}{2}\right)=100$$
$3X_1+2X_1=100$; $5X_1=100$; $X_1=20$

La utilidad se maximiza en $\left.\begin{matrix}X_1^*=20\\X_2^*=10\end{matrix}\right\}$

Para Cobb-Douglas recuerde que $\left\{\begin{matrix}X_1^*=\dfrac{\alpha m}{P_1}\\X_2^*=\dfrac{(1-\alpha)m}{P_2}\end{matrix}\right.$

Al normalizar se tiene:

$$\alpha = \frac{3}{5}, 1-\alpha = \frac{2}{5}$$

$$X_1^* = \frac{\frac{3}{5}100}{3} = 20$$

$$X_2^* = \frac{\frac{2}{5}100}{4} = 10$$

MÉTODO II. (Sustitución) $X_2 = \frac{100}{4} - \frac{3}{4}X_1 = 25 - \frac{3}{4}X_1$

Sustituyendo X_2 en la función objeto de maximización :

$$MAX\ U(X_1, X_2) = X_1^{1.5}\left(25 - \frac{3}{4}X_1\right)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 1.5X_1^{0.5}\left(25 - \frac{3}{4}X_1\right) - 1.5X_1^{1.5}\left(\frac{3}{4}\right) = 0$$

$$\frac{75}{2}X_1^{0.5} - \frac{9}{8}X_1^{1.5} - \frac{3}{4}X_1^{1.5} = 0$$

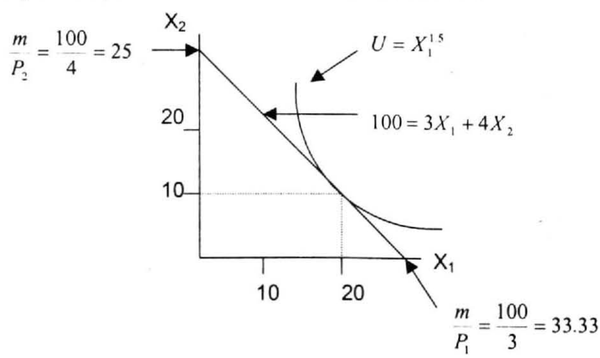
$$\frac{75}{2}X_1^{\frac{1}{2}} = \frac{15}{8}X_1^{\frac{3}{2}}$$

$$20 = X_1^*$$

$$X_2^* = 25 - \frac{3}{4}(20) = 25 - 15 = 10$$

$$10 = X_2^*$$

b) Grafique la condición de maximización.



2.4.27 Suponga que un individuo tiene la función de utilidad $U(X_1 X_2) = X_1 X_2$, que tiene 1,000 pesos para gastar y que los precios de los bienes son: $P_1 = 0.5$, $P_2 = 2$. Determine cuál es el óptimo del consumidor.

$$L = X_1X_2 - \lambda(m - P_1X_1 - P_2X_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = X_2 + \lambda P_1 \qquad \rightarrow X_2 = -\lambda P_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = X_1 + \lambda P_2 \qquad \rightarrow X_1 = -\lambda P_2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -m + P_1X_1 + P_2X_2 \qquad \rightarrow m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad (3)$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{-\lambda P_1}{-\lambda P_2}$$

$$X_2 = \frac{P_1}{P_2}X_1 \qquad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3):

$$m = P_1X_1 + P_2\left(\frac{p_1}{P_2}X_2\right)$$

$$m = P_1X_1 + P_1X_1$$

$$m = 2P_1X_1$$

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} \rightarrow$$ Ecuación de demanda de X_1

$$X_1 = \frac{100}{2(0.5)} = 100$$

$$X_2 = \frac{0.5}{2}(100) = 25$$

El individuo maximiza su utilidad cuando consume 100 unidades de X_1 y 25 unidades de X_2.

Comprobación:

$m = P_1X_1 + P_2X_2$

$100 = 0.5(100) + 2(25)$

$100 = 50 + 50$

$100 = 100$

2.4.28 Sea la función de utilidad $W = X_1^6X_2^4 + 1.5LnX_1 + LnX_2$ y su recta presupuestal $100 = 3X_1 + 4X_2$. Muestre que la cantidad óptima de consumo es la misma que en la pregunta anterior, ¿Por qué?

$W = X_1^6X_2^4 + 1.5LnX_1 + LnX_2$

s. a. $100 = 3X_1 + 4X_2$

$L : X_1^6X_2^4 + 1.5LnX_1 + LnX_2 - \lambda(3X_1 + 4X_2 - 100)$

$$\text{CONDICIONES DE PRIMER ORDEN}\begin{cases}\dfrac{\partial L}{\partial X_1} = 6X_1^5X_2^4 + \dfrac{1.5}{X_1} - 3\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial X_2} = 4X_1^6X_2^3 + \dfrac{1}{X_2} - 4\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 100 - 3X_1 - 4X_2 = 0\end{cases} \quad \frac{6X_1^5X_2^4 + \dfrac{1.5}{X_1}}{4X_1^6X_2^3 + \dfrac{1}{X_2}} = \frac{3}{4}$$

Multiplicando por $\frac{2}{3}$ ambos lados de la igualdad:

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)\left(6X_1^5X_2^4 + \dfrac{\frac{2}{3}}{X_1}\right)}{4X_1^6X_2^3 + \dfrac{1}{X_2}} = \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{\dfrac{4X_1^6X_2^4 + 1}{X_1}}{\dfrac{4X_1^6X_2^4 + 1}{X_2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore X_2 = \frac{X_1}{2}$$

¿Porqué se obtiene el mismo resultado? Porque W es una transformación monótona de $U(X_1, X_2) = X_1 X_2$

Pues $W(X_1, X_2) = (U(X_1, X_2))^4 + LnU$ o sea

$W = (X_1^{1.5} X_2)^4 + Ln(X_1^{1.5} X_2) = X_1^6 X_2^4 + 1.5LnX_1 + LnX_2$

2.4.29 Suponga que la curvas de indiferencia están descritas por líneas rectas con pendiente -b Dados los precios P_1 y P_2 y el ingreso m ¿Cómo obtendría la elección óptima el consumidor?

Líneas rectas con pendientes (-b) describen preferencias de bienes sustitutos perfectos, por lo tanto la elección óptima sería :

$$X_1^* = \begin{cases} \frac{m}{P_1} & \text{si} \rightarrow P_2 > P_1 \\ 0 \leq X_1 \leq \frac{m}{P_1} & \text{si} \rightarrow P_2 = P_1 \\ 0 & \text{si} \rightarrow P_2 < P_1 \end{cases}$$

$$X_2^* = \begin{cases} \frac{m}{P_2} & \text{si} \rightarrow P_2 < P_1 \\ 0 \leq X_2 \leq \frac{m}{P_2} & \text{si} \rightarrow P_2 = P_1 \\ 0 & \text{si} \rightarrow P_2 > P_1 \end{cases}$$

recuerde que $-b = -\frac{P_1}{P_2}$

2.4.30 Suponga que un individuo tiene la función de utilidad $U(X_1\ X_2) = X_1^2\ X_2^4$ que tiene 2,500 pesos para gastar y que los precios de los bienes son: P_1= 2.5, P_2=1. Determine cuál es el punto óptimo del consumidor.

$$L = X_1^2 X_2^4 - \lambda(m - P_1 X_1 + P_2 X_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 2X_1 X_2^4 + \lambda P_1 = 0 \rightarrow 2X_1 X_2^4 = -\lambda P_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 4X_1^2X_2^3 + \lambda P_2 = 0 \;\rightarrow 4X_1^2X_2^3 = -\lambda P_2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -m + P_1X_1 + P_2X_2 \qquad \rightarrow m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad (3)$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{2X_1X_2^4}{4X_1^2X_2^3} = \frac{-\lambda P_1}{-\lambda P_2}$$

$$\frac{2X_1X_2^4}{4X_1^2X_2^3} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{X_2}{2X_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$X_2 = 2\,\frac{P_1}{P_2}X_1 \qquad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3),

$$m = P_1X_1 + P_2\left(\frac{P_1}{P_2}2X_1\right)$$

$$m = P_1X_1 + 2P_1X_1$$

$$m = 3P_1X_1$$

$$X_1 = \frac{m}{3P_1} \rightarrow \text{Ecuación de demanda de } X_1$$

$$X_1 = \frac{2500}{3(2.5)} = 333.33$$

$$X_2 = \left(\frac{2.5}{1}\right)(2)(333.33) = 1{,}666.65$$

El individuo alcanza su nivel óptimo cuando consume 333.33 unidades de X_1 y 1,666.65 unidades de X_2.

Comprobación:

$m = P_1X_1 + P_2X_2$

2,500 = 2.5(333.33) + 1,666.65

2,500 = 833.325 + 1,666.65

2,500 $\approx$ 2,499.975

2.4.31 Si el consumidor tiene una función de utilidad $U(X_1, X_2) = X_1 X_2^4$ ¿Qué fracción de su ingreso gastará en el bien 2?

Normalizando esa función Cobb-Douglas se tiene:

$\alpha = 1, \ldots \beta = 4$ Dividiendo α y β entre $(\alpha + \beta)$: $U(X_1, X_2) = X_1^{\frac{1}{\alpha+\beta}} X_2^{\frac{4}{\alpha+\beta}}$

$$\therefore U(X_1, X_2) = X_1^{\frac{1}{5}} X_2^{\frac{4}{5}} = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}$$

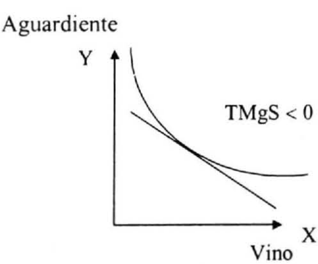
Maximizar $U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}$ sujeto a $m = P_1X_1 + P_2X_2$ se obtiene:

$X_1^* = \dfrac{\alpha m}{P_1} \therefore \alpha = \dfrac{P_1 X_1}{m}$ que es la fracción de m que se gasta en X_1

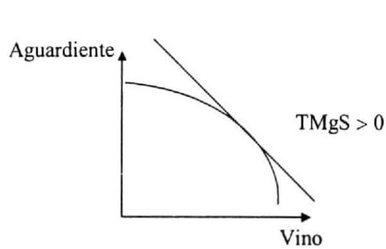
$X_2^* = \dfrac{(1-\alpha)m}{P_2} \therefore (1-\alpha) = \dfrac{P_2}{X_2}$ que es la fracción de m que se gasta en X_2

$\therefore$ La fracción de m que se gasta en X_2 es $\frac{4}{5} = 0.8$,es decir que se gasta en este el 80% del ingreso en el bien 2 y 20% en el bien 1.

2.4.32 Don Quijote y Sancho Panza entran a una taberna en la que sólo venden vino y aguardiente. Ambos tipos de bebida se venden a un mismo precio (P) y ellos disponen del mismo presupuesto (m). Las curvas de indiferencia que describen las preferencias de Sancho indican que la TMS para las bebidas de uno y otro tipo es decreciente, mientras que las curvas de indiferencia que describen las preferencias del Quijote indican lo contrario: la tasa marginal de sustitución es creciente. Grafique estas preferencias:



Sancho



Quijote

Formalmente cuál es la demanda de vino y aguardiente en cada caso de Sancho:
La TMS de Sancho es decreciente y sabemos que la función de utilidad que describe este comportamiento es una convexa al origen, matemáticamente tenemos que:

$U(X,Y) = X^{\alpha} Y^{\beta}$, si $\alpha + \beta = 1$.

$$TMS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{\alpha X^{\alpha-1} Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha} Y^{\beta-1}} = \frac{\alpha Y}{\beta X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

o sea $P_Y Y = \frac{\beta}{\alpha} P_X X = \frac{1-\alpha}{\alpha} P_X X$

$$m = P_X X + P_Y Y = P_X X + \frac{1-\alpha}{\alpha} P_X X = P_X X \left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha}\right)$$

como $= \frac{1}{\alpha} P_X X.$

despejando X tenemos que: $X^* = \frac{\alpha m}{P_X}$.

Realizando una serie similar de pasos tendríamos que: $Y^* = \frac{\beta m}{P_Y}$.
$\therefore$ Sancho compra X* vasos de vino y Y* de vasos de aguardiente.

Caso de Quijote:
Como Quijote tiene una TMS creciente, por lo que su función de utilidad podría ser una Cobb-Douglas sólo que es creciente, matemáticamente:

$U(X,Y) = X^{\alpha} Y^{\beta}$, si $\alpha + \beta > 1$ es una función de utilidad creciente.

Siguiendo el desarrollo similar al caso de Sancho, tenemos que:

$$X^* = \frac{\alpha m}{P_X} > Y^* = \frac{\beta m}{P_Y}. \text{ si } \alpha > \beta,$$

decir, el Quijote compra X* vasos de vino que es mayor a Y* vasos de aguardiente.

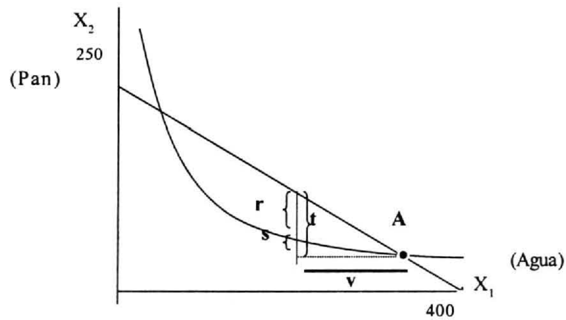
2.4.33 Explique con precisión el significado del término "tasa marginal de sustitución". ¿Cuál es el valor de la TMS de equilibrio para este consumidor suponiendo que Px = \$1.00, Py = \$3.00 y el ingreso del consumidor es \$120.00?

La TMS = - 1/3 y significa que si él cambia tres unidades del bien uno (X) estará igualmente satisfecho si le dan a cambio una unidad del bien (Y).

2.4.34 Si se observa que un consumidor elige (X_1, X_2) cuando también está disponible (Y_1,Y_2) ¿Se justifica afirmar que (X_1 ,X_2) > (Y_1, Y_2)?

$(X_1, X_2) \geq (Y_1, Y_2)$,X es débilmente preferible a Y$\therefore$no se justifica afirmar que: $(X_1, X_2) > (Y_1, Y_2)$, lo que querría decir que X es estrictamente preferida a Y.

2.4.35 Suponga que en la siguiente gráfica se muestra la restricción presupuestal de Gonzálo y su función de utilidad. Explique:

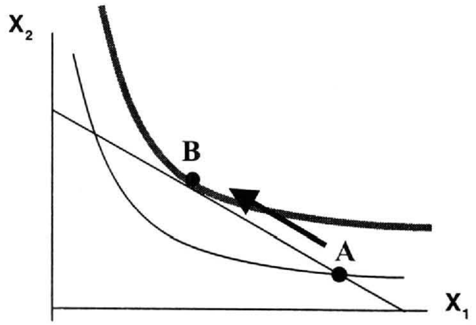


a) ¿Es el punto A una posición de equilibrio para él?
No, porque él nota que si comprara menos agua y más pan podría aumentar su utilidad. En A, Gonzálo considera que si deja de consumir v unidades del bien X_1 le basta con recibir s unidades del bien X_2 para compensar su pérdida de satisfacción (y mantenerse igualmente satisfecho); sin embargo el mercado está dispuesto a darle por esa misma cantidad de X_1, t unidades de X_2, es decir, r unidades más de lo que pensaba recibir. Siendo así, el dejar de consumir v unidades de agua le permitirá aumentar su satisfacción. (Nótese que si para él s unidades de X_2 le compensaba, entonces su utilidad aumentará en el beneficio que le aporte el tener r unidades más de ese bien).

b) ¿Sería de esperar que él decida optar por otra canasta?, ¿por qué?
Sí. Por lo dicho anteriormente, él optará por una que tenga menos agua y más pan.

c) ¿En dónde se encuentra el equilibrio y cómo explica que Gonzálo se mueva hacia él?

En B. De acuerdo a lo expuesto en el inciso a), Gonzálo ganará cambiando su posición a una canasta con más pan y menos agua, lo que implicará desplazarse sobre su restricción presupuestal, encontrándose cada vez en posiciones más satisfactorias. Una vez alcanzado B, Gonzálo verá que si continúa en la misma dirección, pasará a niveles de utilidad inferiores, por lo que decidirá mantenerse en B.



d) ¿Cuál es la condición de equilibrio?

Que la Razón Marginal de Sustitución sea igual a la razón de precios (esto es, que la pendiente de la curva de indiferencia sea igual a la pendiente de la restricción presupuestal).

2.5 Demanda y Estática Comparativa

2.5.1 ¿Qué es la función de demanda de un bien?
Es la relación entre la elección de diferentes cantidades de ese bien y los ingresos, gustos y precios existentes.

2.5.2 ¿Qué es la función inversa de demanda?
Es la relación existente entre la cantidad óptima de un bien y el precio que debería existir para que fuese óptima. En donde el precio es la variable dependiente.

2.5.3 ¿Qué es la senda de expansión?
Son aquellas canastas diferentes que serían elegidas por un consumidor a diferentes niveles de renta.

2.5.4 Defina la curva de Engel
Es una función que muestra las diferentes demandas de un bien ante diferentes niveles de ingreso.

2.5.5 ¿Qué es un bien inferior?
Es aquel cuya demanda baja al aumentar el ingreso.

2.5.6 Si solo hay dos bienes (X y Y) entre los que se puede elegir y X es inferior, ¿cómo afectan las variaciones de la renta a la demanda de Y?
Forzosamente el incremento en la renta incrementa la demanda de Y y el decremento la reduce (Y es un bien normal).

2.5.7 ¿Qué diferencia hay entre una curva de ingreso y una curva de Engel?
La curva de Ingreso-Consumo (senda de expansión ó curva de oferta-renta) es el resultado de unir las diferentes canastas óptimas resultantes de los diferentes niveles de renta. La curva de Engel muestra como varía la demanda cuando varía la renta y todos los precios se mantienen constantes. Esto es, la primera muestra la elección de dos bienes ante cambios en el ingreso en tanto que la segunda sólo se refiere a un bien.

2.5.8 Según la elasticidad ingreso ¿cómo se clasifican los bienes? Explique.

Un *bien normal* es aquel cuya demanda aumenta cuando aumenta la renta ; por io tanto, cuando un bien es de este tipo, la elasticidad ingreso de la demanda es positiva. Un *bien inferior* es aquel cuya demanda disminuye cuando aumenta el ingreso; así la elasticidad ingreso de la demanda es negativa. Se utiliza el término *bienes de lujo* para referirse a aquellos que tienen una elasticidad ingreso mayor que 1.

2.5.9 Según la elasticidad cruzada de la demanda ¿cómo se clasifican los bienes? Explique.

Recuérde que un *bien sustituto* es aquel cuya demanda aumenta cuando el precio del otro bien se incrementa y viceversa; por lo tanto, cuando un bien es de este tipo la elasticidad-cruzada de la demanda es positiva. Un *bien complementario* es aquel cuya demanda aumenta cuando el precio del otro bien disminuye y viceversa; por lo tanto, cuando un bien es de este tipo la elasticidad-cruzada de la demanda es negativa.

2.5.10 ¿Qué es la elasticidad precio de la demanda?

La elasticidad precio de la demanda mide la sensibilidad de la cantidad demandada ante cambios en el precio. Formalmente se define como la variación porcentual de la cantidad demandada dividida por la variación porcentual del precio del bien.

2.5.11 Defina un bien giffen.

Es aquel bien que tiene una demanda con pendiente positiva.

2.5.12 Defina un bien inferior.

Es aquel cuya elasticidad ingreso es menor que cero.

2.5.13 ¿Qué es la curva precio-consumo?

Es la curva que relaciona los diferentes puntos óptimos de consumo ante cambios en el precio del bien.

2.5.14 ¿Qué es la curva de demanda cruzada?

Es la curva que relaciona la demanda de un bien en función del precio de otro bien.

2.5.15 ¿Qué es el efecto renta?

Es el cambio en la demanda de un bien ante cambios en el poder de compra del consumidor. Dicho cambio en el poder de compra se origina por cambios en el precio del bien.

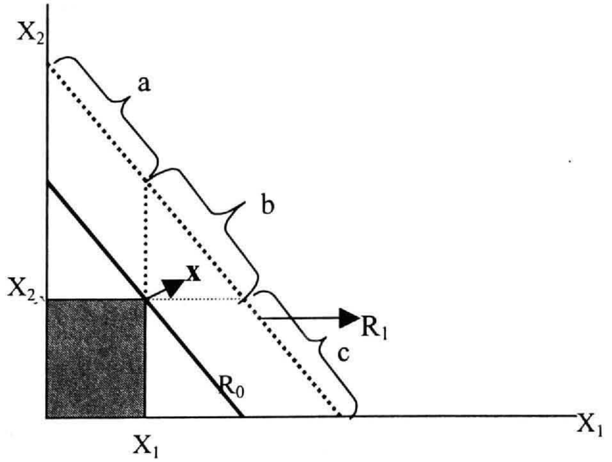
2.5.16 Si sólo hay dos bienes, ¿Por qué no pueden ser inferiores ambos?

No pueden ser inferiores porque al aumentar el ingreso debe gastar más y esto equivale a decir que $X_1P_1+X_2P_2$ aumenta. Si los precios no han cambiado, esto solo se logra cuando al menos una cantidad aumenta.

Si un bien es inferior, su cantidad demandada cae al aumentar el ingreso. Pero no todos los bienes son inferiores.

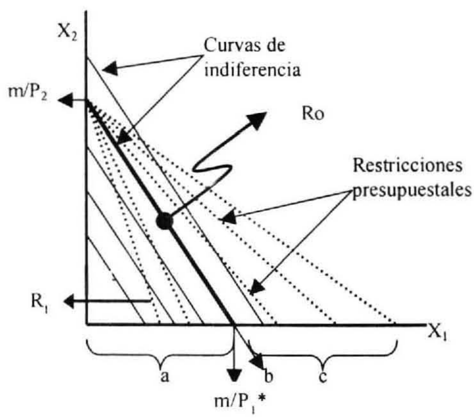
Para que se gaste la totalidad del ingreso en el óptimo, éste debe estar sobre la nueva restricción, lo que implica necesariamente el incremento en, al menos una de las cantidades, si se ubica a la derecha de X_1, éste es un bien normal, si lo hace arriba de X_2, el bien 2 es normal.

Observemos la gráfica siguiente:



Ubicándose el nuevo óptimo sobre la nueva restricción (R_1), si está en el segmento a, el bien uno es inferior y el dos es normal; en el segmento b ambos son normales y en el c el bien uno es normal y el dos es inferior. Para que ambos fuesen inferiores el nuevo equilibrio tendría que ubicarse a la izquierda de X_1 y debajo de X_2 (zona sombreada), lo que es un conjunto de canastas muy "inferiores" (no preferidas) frente a las que puede comprar con su nueva restricción presupuestal.

2.5.17 Si los dos únicos bienes de una economía son sustitutos perfectos, explique gráficamente cómo se obtiene la curva de demanda.

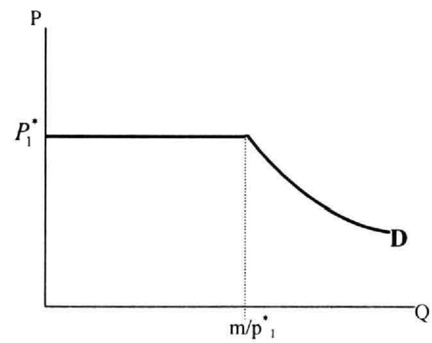


A partir de la restricción R_1 se han trazado sucesivas líneas punteadas que ejemplifican restricciones con un mismo nivel de ingreso y precio del bien 2 (por lo que su ordenada al origen no cambia) y con niveles cada vez menores del precio del bien uno (por lo que la abscisa al origen se desplaza a la derecha).

Cuando la restricción está más inclinada de la marcada Ro, es decir, a niveles de P^*_1 superiores a P, entonces la máxima curva de indiferencia es alcanzada con la especialización en el bien dos (0, m/P_2). Cuando el precio uno cae hasta P^*_1, entonces para el consumidor es indiferente consumir cualquier combinación de su recta presupuestaria, ya que ésta coincide con la curva de indiferencia. Si el precio continúa cayendo (esto es, si $P_1<P^*_1$) al consumidor le convendrá

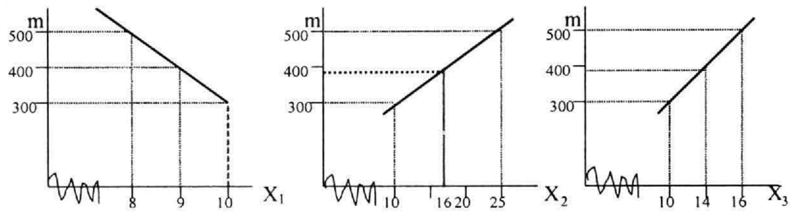
especializarse en el consumo del bien uno, ubicándose en el nivel de sus sucesivas abscisas al origen.

Al graficar una función que relacione los diferentes niveles de consumo del bien 1 con el precio, se obtiene la función de demanda. Cuando el precio supera a P^*_1, la demanda es cero; si es igual a P^*_1, demanda cualquier cantidad entre 0 y m/P^*_1, y si el precio es inferior se demanda siempre m/P_1.



2.5.18 El señor Leopoldo maximiza su utilidad gastando toda su renta en tres bienes cuyos precios se mantienen constantes. Gana $300 a la semana y compra 10 unidades del bien 1, 10 del 2 y 10 del 3. Cuando su renta aumenta a $400 semanales, compra 9 unidades del bien 1, 17 del 2 y 14 del 3. Por último, recibe otra subida salarial a $500 semanales y compra 8 unidades del bien 1, 26 del 2 y 16 del 3. Represente la curva de Engel de los 3 bienes. Explique la naturaleza de cada bien: ¿es normal o inferior? ¿Es un bien de "lujo" o "necesario"?

$$
\begin{array}{rlll}
m = & P_1X_1 + & P_2X_2 + & P_3X_3 \\
300 = & P_1\ 10 + & P_2\ 10 + & P3\ 10 \\
400 = & P_1\ \ 9 + & P_2\ 17 + & P_3\ 14 \\
500 = & P_1\ \ 8 + & P_2\ 26 + & P_3\ 16
\end{array}
$$



es un bien inferior es un bien de lujo

En el caso del bien 3, es un bien de lujo cuando el ingreso pasa de 300 a 400, y es un bien normal cuando pasa de 400 a 500.

2.5.19 El consumo de una persona muestra el siguiente comportamiento. Suponga que la demanda de libros (X_1) de Ana está representada por la siguiente función:

$$X_1 = 350 + \frac{2m}{P_1P_2} - 10P_3$$

Si en el año 2000 ella tenía un ingreso de 2,000 y los precios de los tres bienes de la economía fueron $P_1 = 2$, $P_2 = 1$ y $P_3 = 5$.

a) Estime la demanda de X_1 para ese año.

$$X_1 = 350 + \frac{2(2000)}{2(1)} + 10(5) = 350 + \frac{4000}{2} + 50 = 2300$$

b) Estime la elasticidad ingreso, precio y precio cruzada. Diga además qué tipo de bien es X_2 y X_3 respecto a X_1.

Elasticidad Precio: $\frac{\partial x}{\partial P} \times \frac{P}{X} = -\frac{2m}{P_1^2P_2} \times \frac{P_1}{X_1} = -\frac{2m}{P_1\,P_2} \times \frac{1}{X_1} = -\frac{2(2000)}{2(1)} \times \frac{1}{2300} = \underline{-0.86}$

Elasticidad Ingreso: $\frac{\partial X_1}{\partial m} \times \frac{m}{X_1} = \frac{2m}{P_1^2P_2} \times \frac{m}{X_1} = \frac{2}{2(1)} \times \frac{2000}{2300} = \underline{0.86}$

Elasticidad Precio Cruzada $_{1,2}$:

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_2} \times \frac{P_2}{X_1} = -\frac{2m}{P_1P_2^2} \times \frac{P_2}{X_1} = -\frac{2m}{P_1\,P_2} \times \frac{1}{X_1} = \frac{-2(2000)}{2(1)} \times \frac{1}{2300} = \underline{-0.86}$$

Son bienes Complementarios.

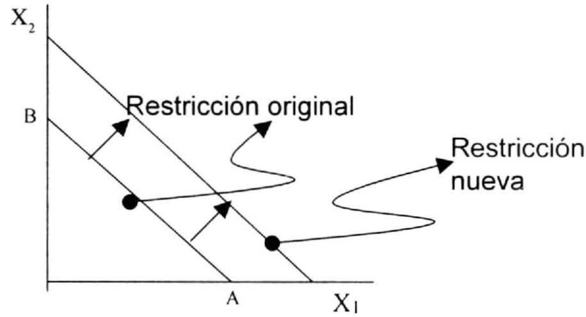
Elasticidad Precio Cruzada $_{1,3}$:

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_3} \times \frac{P_3}{X_1} = -10 \times \frac{P_3}{X_1} = -\frac{50}{2300} = \underline{-0.02}$$

Son bienes complementarios.

2.5.20 Graficar en la función de utilidad el efecto de un cambio en el ingreso, de un cambio en P_1 y de un cambio en P_2, para bienes:

a) Sustitutos perfectos: aumento del ingreso



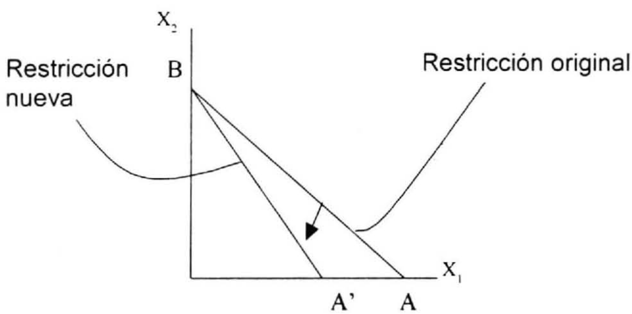
El aumento del ingreso desplaza la restricción presupuestal de manera paralela a la derecha. En bienes sustitutos perfectos, el punto óptimo se encuentra en:

-El punto A, cuando $P_1 < P_2$

-El punto B, cuando $P_1 > P_2$

-Sobre la restricción presupuestal, si $P_1 = P_2$ y la tasa marginal de sustitución es igual para ambos bienes.

b) Sustitutos perfectos: aumento de P_1

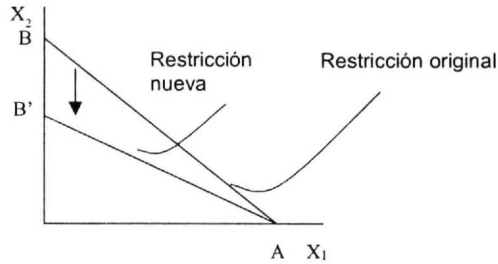


Al aumentar el precio de X_1, disminuye la cantidad que puede adquirir el consumidor de ese bien. Si antes del aumento de precios,

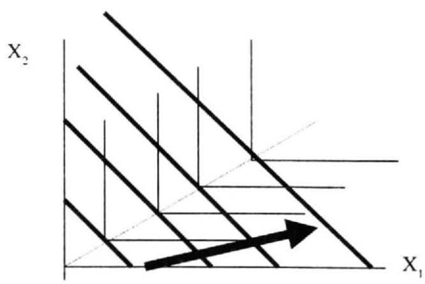
$P_1 = P_2$, entonces el punto óptimo de consumo se encuentra en B, un óptimo de esquina.

c) Sustitutos perfectos: aumento de P_2

El aumento en el precio ocasiona que disminuya la cantidad que puede adquirir el individuo del bien X_2; ante esto, el punto de consumo óptimo se sitúa en A.

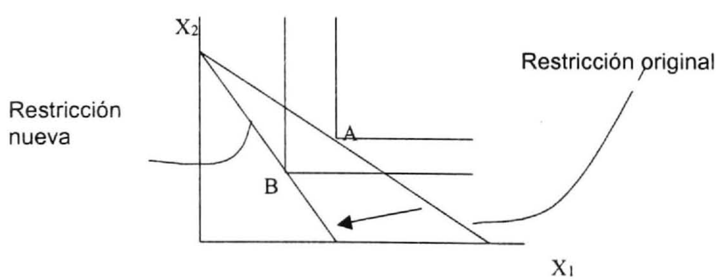


d) Complementarios perfectos: aumento del ingreso



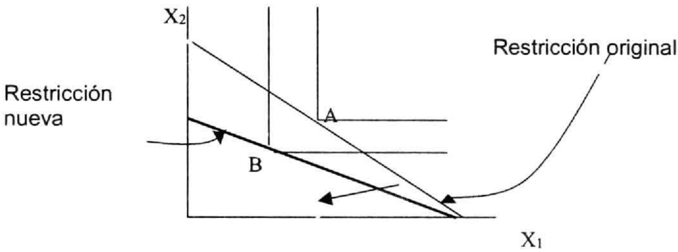
Al haber un aumento en el ingreso, el individuo puede comprar más de ambos bienes, por lo que su nivel de consumo aumenta.

e) Complementarios perfectos: aumento de P_1



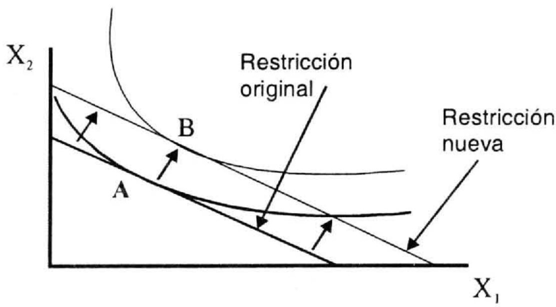
Al aumentar el precio del bien 1, el individuo desplaza su punto de consumo a una canasta con menos cantidad de ambos bienes, por tratarse de bienes complementarios perfectos (punto B).

f) Complementarios perfectos: aumento de P_2



El aumento del precio del bien 2 provoca que la restricción presupuestal del individuo sea menor. Su punto óptimo pasa de A a B, una canasta con menos unidades de ambos bienes.

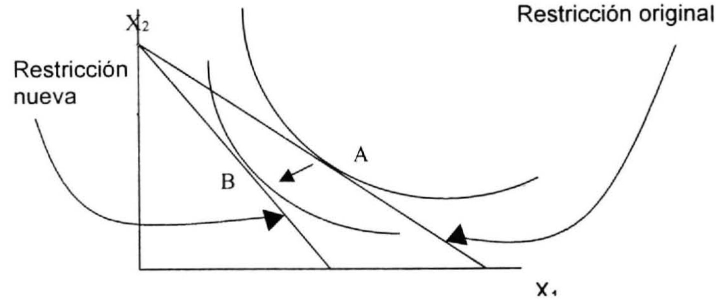
g) Cobb-Douglas: aumento del ingreso



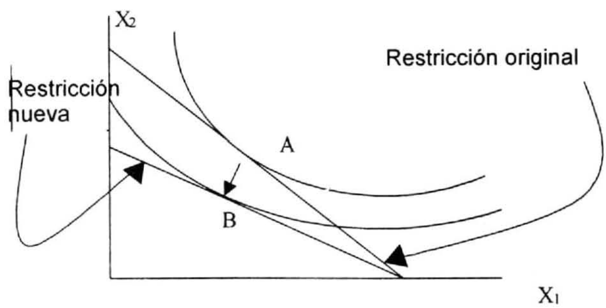
Cuando aumenta el ingreso, el consumidor puede alcanzar una curva de indiferencia más alta, lo que le brinda un mayor bienestar. El punto óptimo se ubica en B.

h) Cobb-Douglas: aumento de P_1

Al aumentar el precio del bien 1 disminuye la restricción presupuestal del individuo, por lo que su punto óptimo se traslada a B, ya que ahora se encuentra en una curva de indiferencia menor.



i) Cobb-Douglas: aumento de P_2



El aumento en el precio del bien 2 genera una disminución en el nivel de utilidad del individuo, ya que lo obliga a situarse en una curva de indiferencia menor. Su punto óptimo ahora se encuentra en B.

2.5.21 Sacar y graficar la función de demanda y la curva de indiferencia para bienes sustitutos perfectos y complementarios perfectos.

a) Sustitutos perfectos.

Los sustitutos perfectos presentan una función de utilidad de la forma $U(X_1,X_2) = aX_1 + bX_2$, con a,b > 0.

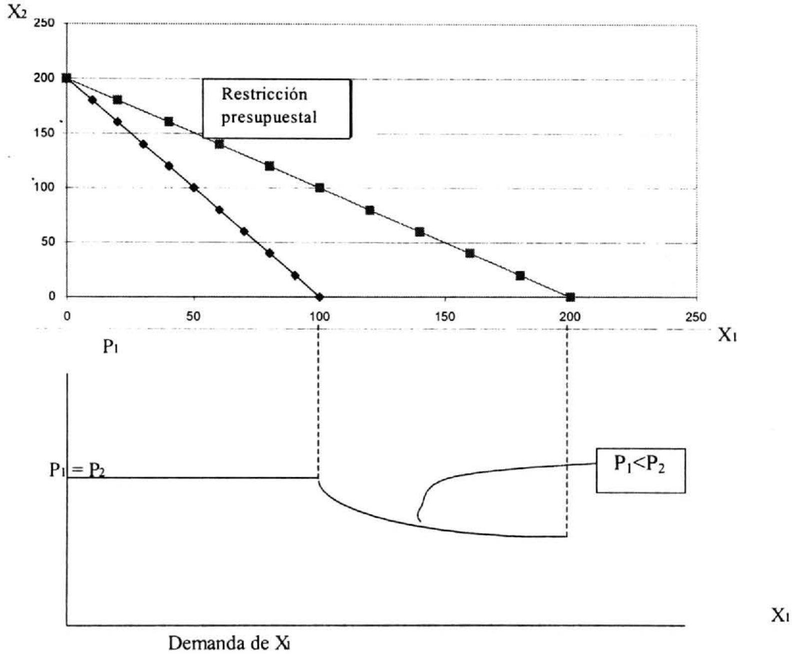
Si tenemos la función de utilidad $U(X_1,X_2) = 3X_1 + X_2$, el consumidor se especializa en el consumo del bien:

X_1 cuando $P_1 < 3$

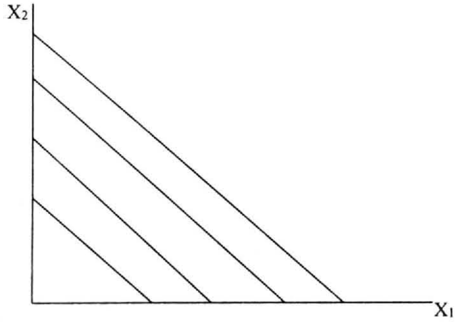
X_2 cuando $P_1 > 3$

X_1 o X_2 si $P_1 = 3$

Si tenemos que m = 200, $P_2 = 1$, $P_1 = 2$, podemos construir la curva de indiferencia y la curva de demanda:

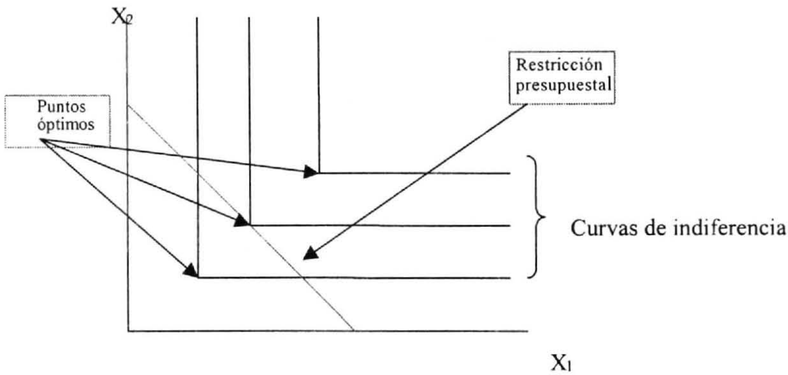


Las curvas de indiferencia de los sustitutos perfectos son rectas con pendiente negativa, constante en toda la función.



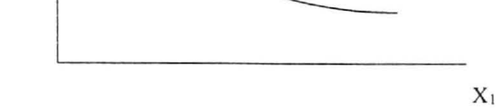
b) Complementarios perfectos

Los complementarios perfectos son bienes que se consumen juntos y en proporción fija, por lo que el consumidor solamente incrementa su utilidad cuando consume una mayor cantidad de ambos bienes. Esto hace que las curvas de indiferencia tengan forma de L, con un punto óptimo en el vértice.



La curva de demanda de los bienes complementarios perfectos se forma manteniendo constantes el ingreso y el precio del bien X_2, y representando solo la relación entre X_1 y P_1. Si se consumen en mismas proporciones aX_1:bX_2, la curva de demanda de X_1 es:

$$X_1 = \frac{m}{P_1 + \frac{b}{a}P_2}$$



2.5.22 La preferencia del consumidor entre dos bienes está representada por la función de utilidad: $U = X_1 X_2$ Inicialmente el consumidor demanda $x_1 = 14$ cuando los precios son $P_1 = 50$ y el precio del bien dos $P_2 = 1$.

a) ¿Cuál es el ingreso total del consumidor?

$$L = X_1X_2 - \lambda(P_1X_1 + P_2X_2 - m)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = X_2 + \lambda P_1 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots :(1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = X_1 + \lambda P_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots :(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(P_1X_1 + P_2X_2 - m) = 0 \ldots\ldots :(3)$$

Dividiendo (1) entre (2) y reagrupando:

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$X_2 = \frac{P_1X_1}{P_2} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Sustituyendo (4) en (3)

$$m = P_1X_1 + P_2\left[\frac{P_1X_1}{P_2}\right]$$

$$m = 2P_1X_1 \text{ por lo que } \qquad X_1 = \frac{m}{2P_1}$$

$$X_2 = \left[\frac{P_1}{P_2}\right]\left[\frac{m}{2P_1}\right] \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2}$$

que son las demandas de X_1 y X_2 respectivamente. Ya que $X_1 = 14$ y $P_1 = 50$, a partir de la demanda de X_1 se tiene:

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{m}{100} = 14 \qquad \therefore \qquad m = 1400$$

b) Encuentre la cantidad demandada de X_2

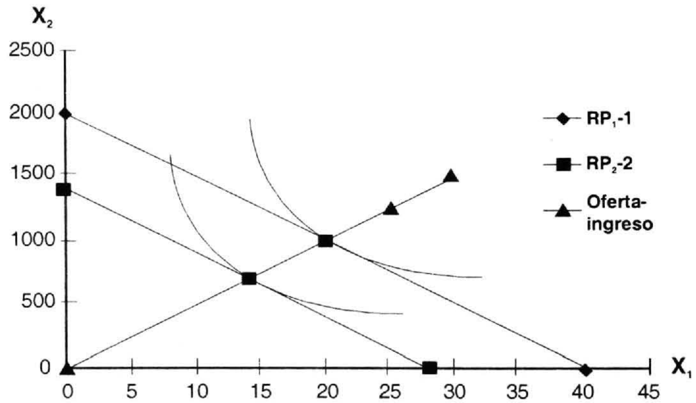
$$X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{1400}{2} = 700$$

c) ¿Qué sucede si el ingreso pasa a m = 2000?

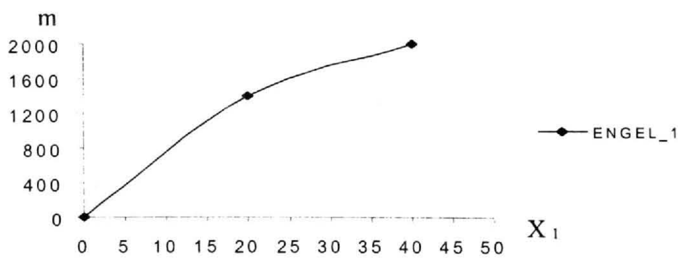
Si el ingreso pasa de \$1400 a \$2000 el individuo cambia su elección racional para encontrar la nueva canasta óptima.

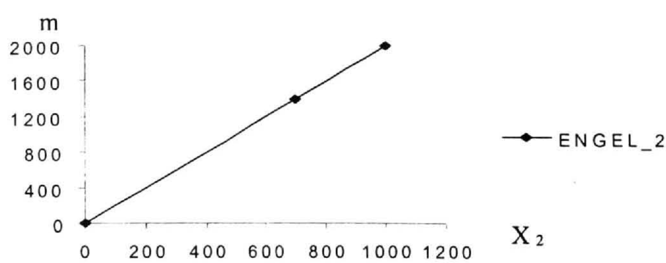
$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{2000}{100} = 20 \qquad\qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{2000}{2} = 1000$$

d) Grafique las dos restricciones presupuestarias, los dos equilibrios y señale dónde se encuentra la curva de oferta-renta.



e) Grafique la curva de Engel.





f) Obtenga las elasticidades ingreso correspondientes a X_1 y X_2 y diga qué tipo de bien es cada uno.

Elasticidad - Ingreso

$$\xi_{m1} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial m}\right)\left(\frac{m}{X_1}\right) = \left(\frac{1}{2P_1}\right)\left(\frac{2000}{14}\right) = \frac{20}{14} = 1.4 > 0 \qquad \text{Bien de Lujo}$$

$$\xi_{m2} = \left(\frac{\partial X_2}{\partial m}\right)\left(\frac{m}{X_2}\right) = \left(\frac{1}{2P_2}\right)\left(\frac{2000}{700}\right) = \frac{20}{14} = 1.4 > 0 \qquad \text{Bien de Lujo}$$

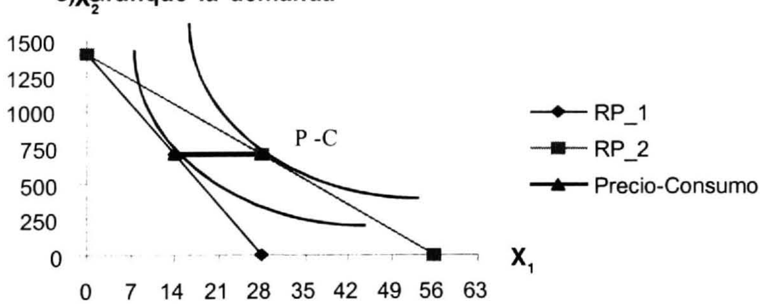
2.5.23 Sea $X_1 = m/2P_1$ $X_2 = m/2P_2$; $m = 1,400$, $P_1 = 50$ y $P_2 = 1$

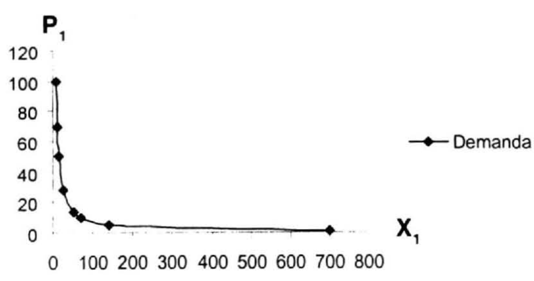
a) ¿Cuál será la cantidad demandada de X_1 y X_2 cuando el P_1 pasa a 25?

b) Grafique la curva precio consumo.

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{1400}{50} = 28 \qquad\qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{1400}{2} = 700$$

c) Grafique la demanda

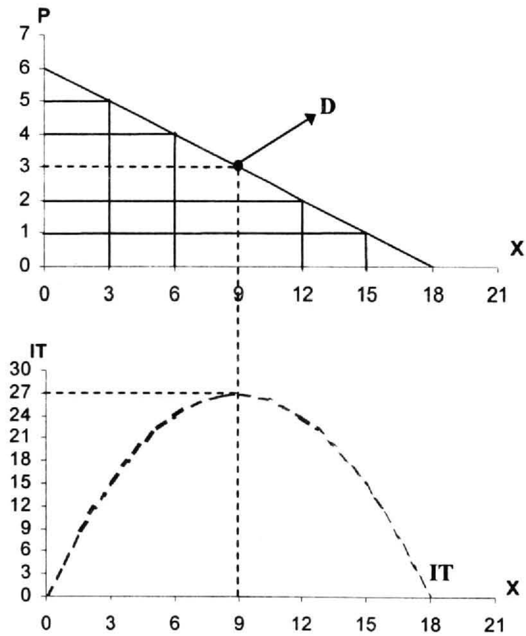




2.5.24 Suponga que ante la reducción del precio, el ingreso total del productor se comporta de la siguiente manera:

P_x	6	5	4	3	2	1	0
IT	1	15	24	27	24	15	0

a) Grafica la función de demanda y la de ingreso total.



b) ¿Cuál es la ecuación de la demanda?

X = 18 - 3P

c) ¿Cuál es la elasticidad de la demanda y diga qué relación guarda con el ingreso marginal?

$$\varepsilon = \frac{\partial X}{\partial P} \times \frac{P}{X} = -3\frac{P}{X}$$

$$IMg = \frac{\partial IT}{\partial X} = P\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right]$$ tienen una relación directa

d) Estime la elasticidad y el IMg para P = 5 , P = 3 y P = 1

$$\varepsilon_5 = -3\frac{5}{3} = -5; \qquad IMg(P=5) = 5\left[1-\frac{1}{5}\right] = 4$$

$$\varepsilon_3 = -3\frac{3}{9} = -1; \qquad IMg(P=3) = 3\left[1-\frac{1}{1}\right] = 0$$

$$\varepsilon_1 = -3\frac{1}{15} = -\frac{1}{5}; \qquad IMg(P=1) = 1\left[1-\frac{1}{0.2}\right] = -4$$

2.5.25 Observando los siguientes pares de bienes indique si son bienes sustitutos o complementarios y qué signo deberán tener sus elasticidades cruzadas.

café, té } (+) *Sustitutos*

salchicha, mostaza } (-) *Complementarios*

coche, gasolina } (-) *Complementarios*

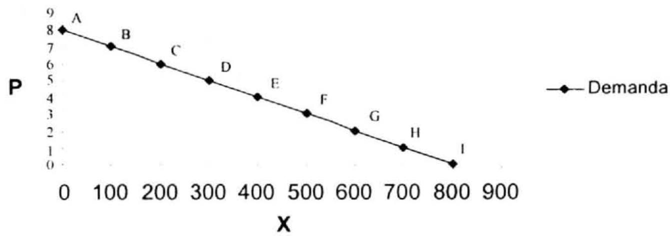
crema, café } (-) *Complementarios*

tenis, zapatos } (+) *Sustitutos*

mantequilla, margarina } (+) *Sustitutos*

2.5.26 Con los siguientes datos grafique la curva de demanda, calcule la elasticidad precio y señale qué parte de la línea de demanda es elástica o inelástica.

PUNTO	P	X	ep
A	8	0	
B	7	1000	15
C	6	2000	4.33
D	5	3000	2.2
E	4	4000	-1.29
F	3	5000	0.78
G	2	6000	0.45
H	1	7000	0.23
I	0	8000	0.07



Del punto "A" al punto "E" la demanda es ELÁSTICA
Del punto "E" al punto "I" la demanda es INELÁSTICA

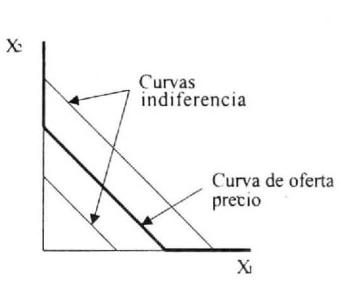
2.5.27 Encontrar la elasticidad cruzada de demanda entre salchichas (x) y hamburguesas (y), y entre salchichas (x) y mostaza (z), para los siguientes datos:

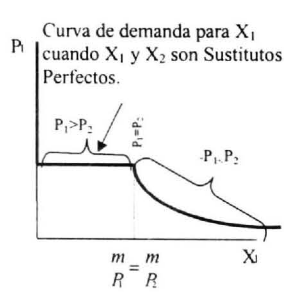
ARTICULO	Antes		Después	
	PRECIO (CENT./UNIDAD)	CANTIDAD (UNIDAD/AÑO)	PRECIO (CENT/UNIDAD)	CANTIDAD (UNIDAD/AÑO)
HAMBURGUESAS (y)	40	300	30	400
SALCHICHAS (x)	20	200	20	150
MOSTAZA(FRASCO)(z)	50	10	60	9
SALCHICHAS (x)	20	200	20	180

$$\xi_{XY} = \left(\frac{X_2 - X_1}{P_{Y2} - P_{Y1}}\right) * \left(\frac{P_{Y1}}{X_1}\right) = \left(\frac{150-200}{30-40}\right) * \left(\frac{40}{200}\right) = \frac{2000}{2000} = 1$$ > 0 Bienes Sustitutos

$$\xi_{XY} = \left(\frac{X_2 - X_1}{P_{Z2} - P_{Z1}}\right) * \left(\frac{P_{Z1}}{X_1}\right) = \left(\frac{180-200}{60-50}\right) * \left(\frac{50}{200}\right) = -\frac{1000}{2000} = -0.5$$ < 0 Bienes Complementarios

2.5.28 Haga la gráfica de la demanda para bienes sustitutos perfectos.





2.5.29 Haga la gráfica de la curva de Engel para la función: $U(X_1,X_2) = LnX_1 + X_2$

$U(X_1,X_2) = LnX_1 + X_2$ es una función lineal cuasilineal de la forma $V(X_1) + X_2$. Puede comprobarse que al maximizar $U(X_1,X_2)$ sujeto a la restricción presupuestal se obtiene:

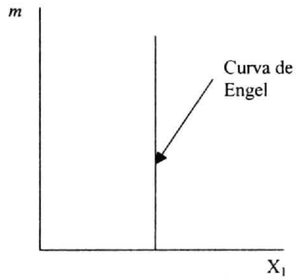
$$X_1^* = \frac{P_2}{P_1}$$ La demanda de X^*_1 no depende de m

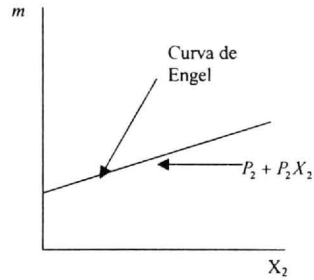
$$P_1 = \frac{P_2}{X_1^*}$$

$$X_2^* = \frac{m}{P_2} - 1$$

$$P_2 = \frac{m}{X_2 + 1}$$

$$m = P_2 + P_2X_2$$





2.5.30 Suponga que se consumen solamente dos bienes. El consumidor gasta 40% de su ingreso en el bien 1 y 60 % en el bien 2. La elasticidad ingreso del bien 1 es 0.5. ¿Cuál es la elasticidad ingreso del bien 2?

Datos:

$$S_1 = \frac{P_1X_1}{m} = 0.4$$

$$S_2 = \frac{P_2X_2}{m} = 0.6$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial m}\frac{m}{X_1} = \eta_1 = 0.5$$

$$¿\frac{\partial X_2}{\partial m}\frac{m}{X_2} = \eta_2 = ?$$

Aplicando la identidad $S_1\eta_1 + S_2\eta_2 = 1$

$$\eta_2 = \frac{1 - S_1\eta_1}{S_2}$$

$$\eta_2 = \frac{1 - 0.4(0.5)}{0.6}$$

$$\eta_2 = \frac{4}{3} = 1.3333$$

2.5.31 Un consumidor gasta la mitad de su ingreso en el bien 1 y la otra mitad en el bien 2. La elasticidad precio del bien 1($\in_{11}$) es -0.3 y la elasticidad precio cruzada del bien 2 ($\in_{21}$) es 0.5 ¿Es esto posible?

Datos: Aplicando la identidad se tiene: $S_1 \in_{11} + S_2 \in_{21} = -S_1$

$S_1 = P_1 X_1 = 0.5$

$S_2 = P_2 X_2 = 0.5$

$\in_{11} = \frac{\partial X_1}{P_1} \frac{P_1}{X_1} = -0.3$

$¿\in_{21} = \frac{\partial X_2}{P_1} \frac{P_1}{X_2} = +0.5?$

$$\in_{21} = \frac{-S(1+\in_{11})}{S_2}$$

$$\in_{21} = \frac{-0.5(1+(-0.3))}{0.5}$$

$$\in_{21} = -0.7$$

$\therefore$ No es posible $\in_{21} = +0.5$ pues no es compatible con el resto de la información.

2.5.32 Calcule la elasticidad precio de la demanda de una función de utilidad Cobb-Douglas ¿Cuál es la elasticidad cruzada?

Función Cobb - Douglas, $U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}$ al maximizar $U(X_1, X_2)$ sabemos que las demandas son : $X_1^* = \frac{\alpha m}{P_1}$ y $X_2^* = \frac{(1-\alpha)\, m}{P_2}$

$$\in_{11} = \frac{\partial X_1}{\partial P_1} \frac{P_1}{X_1} = -\frac{\alpha m}{P_1^2} \frac{P_1}{\frac{\alpha m}{P_1}} = -1$$

$$\in_{22} = \frac{\partial X_2}{\partial P_2} \frac{P_2}{X_2} = -\frac{(1-\alpha)m}{P_2^2} \frac{P_2}{\frac{(1-\alpha)m}{P_2}} = -1$$

$\in_{12} = \frac{\partial X_1}{\partial P_2} \frac{P_2}{X_1} = 0$ Porque $\frac{\partial X_1}{\partial P_2} = 0$

Por la misma razón $\in_{21} = \frac{\partial X_2}{\partial P_1} \frac{P_1}{X_2} = 0$

2.5.33 Construya η_1 y $\in_{11}$ para la demanda que se deriva de las siguientes funciones:

a) MAX $U(X_1, X_2) = 2X_1X_2 + X_2$
Sujeto a : $P_1X_1 + P_2X_2 = m$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial L}{\partial X_1} = 2X_2 - \lambda P_1 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial X_2} = 2X_1 + 1 - \lambda P_2 = 0\end{array}\right\} \frac{2X_2}{2X_1+1} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow X_2 = \frac{\left(\frac{P_1}{P_2}\right)(2X_1+1)}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = m - P_1X_1 + P_2X_2 = 0 \rightarrow P_1X_1 + P_2\left(\frac{\left(\frac{P_1}{P_2}\right)(2X_1+1)}{2}\right) = m$$

$$P_1X_1 + \frac{2P_1X_1 + P_1}{2} = m \rightarrow X_1^* = \frac{2m - P_1}{4P_1}$$

$$X_2^* = \left(\frac{\left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(2\left(\frac{2m-P_1}{4P_1}\right)+1\right)}{2}\right) = \frac{\frac{4m-2P_1}{4} + P_1}{2P_2} = \frac{4m - 2P_1 + 4P_1}{6P_2}$$

$$X_2^* = \frac{2m + P_1}{3P_2}$$

$$\eta_1 = \frac{\partial X_1}{\partial m}\frac{m}{X_1} = \frac{2}{4P_1}\frac{m}{\frac{2m-P_1}{4P_1}} = \frac{2m}{2m - P_1}$$

$$\in_{11} = \frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{P_1}{X_1} = -\frac{2m}{2m - P_1}$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_1} = \frac{-4P_1 - 4(2m - P_1)}{(4P_1)^2} = \frac{-2m}{4P_1^2}$$

$$\therefore \in_{11} = -\frac{2m}{4P_1^2}\frac{P_1}{\frac{(2m-P_1)}{4P_1}} = -\frac{2m}{2m - P_1}$$

b) $U(X_1, X_2) = MIN\,(X_1, X_2)$ **es una función de utilidad de bienes complementarios donde :** $X_1^* = \dfrac{m}{P_1 + P_2}$

$$\eta_1 = \frac{\partial X_1}{\partial m}\frac{m}{X_1} = \frac{1}{P_1 + P_2}\frac{m}{\dfrac{m}{P_1 + P_2}} = 1$$

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{P_1}{X_1} = -\frac{P_1}{P_1 + P_2}$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_1} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2}$$

$$\therefore \epsilon_{11} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2}\frac{P_1}{\dfrac{m}{P_1 + P_2}} = -\frac{P_1}{P_1 + P_2}$$

c) $U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha} X_2^{\beta}$ **es una función Cobb-Douglas donde al maximizar dicha función sujeto a la restricción presupuestal se obtiene:**

$$X_1^* = \frac{\alpha m}{P_1} \qquad X_2^* = \frac{\beta m}{P_2}$$

$$\therefore \eta_1 = \frac{\partial X_1}{\partial m}\frac{m}{X_1} = \frac{\alpha}{P_1}\frac{m}{\dfrac{\alpha m}{P_1}} = 1$$

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{P_1}{X_1} = -\frac{\alpha m}{P_1^2}\frac{P_1}{\dfrac{\alpha m}{P_1}} = -1$$

2.6 La Preferencia Revelada y Números Índice

2.6.1 ¿Qué es el axioma débil de la preferencia revelada?

El axioma débil de la preferencia revelada nos dice que si un consumidor revela que prefiere la cesta X sobre la Y, no puede ocurrir que llegue a revelar que prefiere Y sobre X. Si en esas circunstancias elige Y, esto quiere decir que no le alcanza para adquirir X.

2.6.2 ¿Cuál es la diferencia entre el axioma débil de la preferencia revelada y el axioma fuerte?

El axioma débil exige que si el consumidor revela directamente que prefiere X a Y, nunca debe revelar directamente que prefiere Y a X. El axioma fuerte exige que se cumpla el mismo tipo de condición para el caso de la preferencia revelada en forma indirecta.

2.6.3 ¿Qué diferencia hay entre las curvas de indiferencia y la preferencia revelada?

El cumplimiento del axioma débil de la preferencia revelada garantiza que la conducta del consumidor es optimizadora; a partir de ello será posible construir las curvas de indiferencia.
Así, las curvas de indiferencia, para su construcción, suponen el cumplimiento de la preferencia revelada.

2.6.4 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) En la vida real, las preferencias no pueden observarse directamente, sino que hay que descubrirlas analizando el comportamiento del consumidor **V**

b) Las preferencias del consumidor son estables a lo largo del periodo de tiempo en el que observamos su conducta **V**

c) Cuando decimos que el consumidor revela que prefiere X a Y, lo único que decimos es que elige X cuando podría haber elegido Y **V**

2.6.5 Un consumidor se encuentra inicialmente con los precios y cantidades indicados por t_0. Al cabo de un periodo se observa que los precios y cantidades han pasado a las recogidas en t_1.¿Puede afirmarse que el consumidor ha mejorado o empeorado?

	t_0	t_1
p_1=	5	6
p_2=	6	4
X_1=	30	20
X_2=	25	30

m_0 = (5 * 30) + (6 * 25) = 150 + 150 = 300
m_1 = (6 * 20) + (4 * 30) = 120 + 120 = 240

$m_0 > m_1$ ∴ el consumidor ha empeorado su situación, pues necesariamente pasa a una curva de indiferencia más baja.

2.6.6 Suponga que los datos de la siguiente tabla representan el consumo de una persona. Determine si en el segundo año su bienestar es mayor o menor.

Periodo	P1	P2	X1	X2
b	13	3	7	14
t	18	2	6	15

a) Estime el índice de precios de Paasche.

$$Pp = \frac{P_1^t X_1^t + P_2^t X_2^t}{P_1^b X_1^t + P_2^b X_2^t}$$

$$\text{Pp} = \frac{(6)18 + (15)2}{(6)13 + (15)3} = \frac{108 + 30}{78 + 45} = \frac{138}{123} = 1.12$$

Dado que el índice de precios de Paasche no es suficiente para analizar las preferencias reveladas, hay que utilizar un índice M de variación del gasto.

$$M = \frac{P_1^t X_1^t + P_2^t X_2^t}{P_1^b X_1^b + P_2^b X_2^b} = \frac{18(6) + 2(15)}{13(7) + 3(14)} = 1.03$$

si el índice de precios de Paasche es mayor que el del gasto, el consumidor disfruta de un mejor bienestar en el año b que en t.

Dado que 1.03 < 1.12, el consumidor esta mejor en b que en t.

b) Estime el índice de cantidades de Laspeyres:

$$Lq = \frac{P_1^b X_1^t + P_2^b X_2^t}{P_1^b X_1^b + P_2^b X_2^b}$$

$$Lq = \frac{13(6) + 3(15)}{13(7) + 3(14)} = \frac{78 + 45}{91 + 42} = \frac{123}{133} = 0.9248$$

$P_L < 1$, por lo que su bienestar es mayor en b que en t.

2.6.7 Suponga que los datos de la siguiente tabla representan el consumo de una persona en dos periodos diferentes:

Periodo	P_1	P_2	X_1	X_2
b	3	3	7	4
t	5	1	7	3

a) Estime el índice de precios de Laspeyres y de Paasche.

$$Lp = \frac{7(5) + 4(1)}{7(3) + 4(3)} = \frac{35 + 4}{21 + 12} = \frac{39}{33} = 1.18 \therefore \text{Lp} = 1.18$$

$$Pp = \frac{7(5) + 3(1)}{7(3) + 3(3)} = \frac{38}{30} = 1.26 \therefore \text{Pp} = 1.26$$

$$M = \frac{5(7) + 1(3)}{3(7) + 3(4)} = \frac{38}{33} = 1.15 \therefore M = 1.15$$

Lp > M $\rightarrow$ No hay conclusión.

Pp > M $\rightarrow$ Prefiere la cesta del periodo b al t.

b) Estime el índice de cantidades de Laspeyres y de Paasche.

$$Lq = \frac{7(3)+3(3)}{7(3)+(3)4} = \frac{10}{11} = 0.90 \therefore \text{Lq} = 0.90$$

$$Pq = \frac{7(5)+(1)3}{7(5)+(1)4} = \frac{38}{39} = 0.97 \therefore \text{Pq} = 0.97$$

2.6.8 Suponga que los datos de la siguiente tabla representan el consumo de una persona en tres periodos diferentes:

Periodo	P_1	P_2	X_1	X_2
b	13	3	27	4
t	13	2	29	2
t+1	15	1	30	3

a) Estime el índice de precios de Laspeyres y de Paasche entre el año 1 y el 3. Diga en cual de ellos es mayor su bienestar.

$$L_p = \frac{(27)15+1(4)}{27(13)+3(4)} = \frac{409}{363} = 1.127$$

$$P_p = \frac{(30)15+1(3)}{(30)13+3(3)} = \frac{453}{399} = 1.135$$

$$M = \frac{15(30)+1(3)}{13(27)+3(4)} = \frac{453}{363} = 1.24$$

Si Pp > M, entonces el consumidor disfruta de un mayor bienestar en el año b que en el año t + 1

Lp < M, está mejor en el año t + 1 que en b.

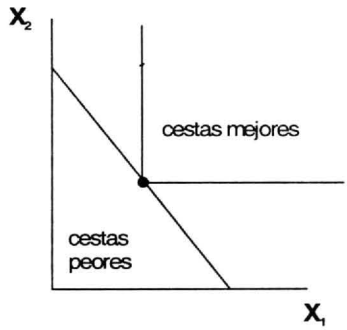
Pp < M, indica mayor bienestar en t + 1 que en b.

b) Estime el índice de cantidades de Laspeyres y de Paasche entre el año 2 y el 3.

$$L_q = \frac{(13)30+(2)3}{(13)29+(2)2} = \frac{396}{381} = 1.039$$

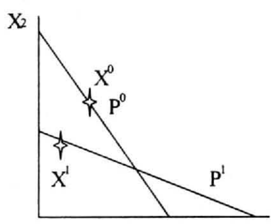
$$P_q = \frac{(15)30 + (1)3}{(15)29 + (1)2} = \frac{453}{437} = 1.036$$

2.6.9 Dibuje una gráfica y seleccione un punto en dónde maximice sus preferencias estando dentro de las preferencias reveladas, señale cuáles serían las cestas peores y cuáles las cestas mejores.



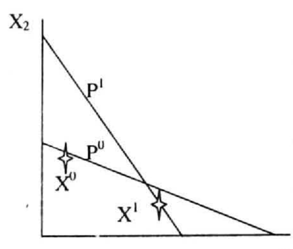
2.6.10 Verifique en cuál de los siguientes diagramas se satisface el axioma débil de la preferencia revelada (ADPR):

a)



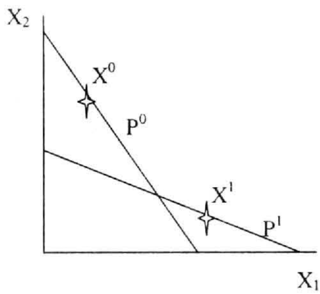
Cuando los precios coinciden con P^0
$P_1^0X_1^0 + P_2^0X_2^0 > P_1^0X_1^1 + P_2^0X_2^1$ ∴ se revela preferencias
X^0 sobre X^1 a los P^0
Cuando los precios coinciden con P_1
$P_1^1X_1^1 + P_2^1X_2^1 < P_1^1X_1^0 + P_2^1X_2^0$ pues la X^0 no es financiable a esos precios.
∴ se verifica

b)



A precio P^0:
$P_1^0X_1^0 + P_2^0X_2^0 > P_1^0X_1^1 + P_2^0X_2^1$ ∴ se revela preferencias de X^0 sobre X^1
A precio P^1:
$P_1^1X_1^1 + P_2^1X_2^1 > P_1^1X_1^0 + P_2^1X_2^0$ ∴ se revela preferencias de X^1 sobre X^0.
∴ se viola ADPR.

c)



A precio P^0:
$P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0$ se financiable la canasta X^0 mientras la canasta X^1 no lo es, se revela preferencias de X^0.
A precio P^1:
$P_1^1 X_1^1 + P_2^1 X_2^1$ es financiable la canasta X^1 mientras la canasta X^0 no lo es, se revela preferencias de X^1.
$\therefore$ se viola ADPR.

2.6.11 Un consumidor gasta su presupuesto en una canasta de bienes (X_1, X_2). En los dos últimos meses su consumo ha sido el siguiente:

	Julio	Agosto
Precio de X_1	3	8
Precio de X_2	4	6
Consumo de X_1	4	3
Consumo de X_2	3	4

a) ¿Es dicho consumidor consistente con el modelo de maximización de la utilidad?

Estimando $\mathbf{m}_{ij}$ como el índice de ingreso con los precios del periodo i y las cantidades del periodo j, se estiman cuatro valores diferentes:

Valor de **m**		
	Con las cantidades de julio	Con las cantidades de agosto
Con precios de julio	**24**	**25**
Con precios de agosto	**50**	**48**

En este caso se verifica el Axioma Débil de la Preferencia Revelada (ADPR) porque con los precios de julio la canasta elegida en agosto no era accesible o financiable (25>24). Este resultado muestra que no hay inconsistencias con el modelo maximizador.

2.6.12 Cuando los precios son $(P_1, P_2) = (1,2)$ un consumidor demanda $(X_1, X_2) = (1,2)$ y cuando son $(g_1, g_2) = (2,1)$ demanda $(Y_1, Y_2) = (2,1)$ ¿Es compatible esa conducta con el modelo optimizador de la utilidad?

	P_1	P_2	X_1	X_2
P	1	2	1	2
G	2	1	2	1

		CANASTA	
		X	Y
PRECIOS	P	5	4^*
	G	4^*	5

No se verifica el ADPR pues a precios "P" la canasta de precios "G" no se elige (se revela preferencias de la primera canasta respecto a la segunda). Mientras que a los precios "G" se revelan preferencias en sentido contrario violando el ADPR .

$\therefore$ La conducta del consumidor no es compatible con el modelo de maximización de la utilidad.

2.6.13 La siguiente información revela las preferencias de un consumidor. Determine si se verifican los supuestos de una conducta optimizadora de la utilidad.

Periodo	P_1	P_2	X_1	X_2
t_1	2	4	20	10
t_2	3	2	30	5

		CANASTA	
		1	2
PRECIOS	t_1	80	80
	t_2	80	100

En el periodo t_1 revela que prefiere la canasta 1, pues ambas cuastan lo mismo; en el periodo t_2 revela que prefiere la canasta 2, aun cuando sea más barata la canasta 1. Por ello no presenta una conducta maximizadora de la utilidad.

2.7 La Ecuación de Slutsky. Efectos Sustitución e Ingreso

2.7.1 Explique la diferencia entre el efecto sustitución según Slutsky y el efecto sustitución según Hicks:

El efecto sustitución mide la variación en la demanda que resulta de la variación de los precios relativos; el de Slutsky lo hace manteniendo constante el poder adquisitivo en tanto que el de Hicks lo que hace es mantener constante la utilidad.

2.7.2 Con sus propias palabras, diga qué explica la ecuación de Slutsky

Explica que los cambios en la demanda de un bien están asociados al cambio en el precio de ese bien, el cual tiene 2 componentes: el efecto sustitución y el efecto renta. El efecto sustitución es el cambio en la demanda del bien ante cambios en su precio, manteniendo constante el precio del otro bien. El efecto renta es el cambio en la demanda del bien derivado de cambios en el poder de compra.

2.7.3 ¿Qué efectos produce la reducción en el precio de un bien?

Por un lado, al modificar los precios relativos altera la tasa a la cual el consumidor está dispuesto a cambiar un bien por otro, lo cual provoca cambio en la cantidad que se demanda de cada bien. Por otro lado, modifica el ingreso real del consumidor, lo que afecta a la cantidad demandada dependiendo del tipo de bien de que se trate: normal o inferior.

2.7.4 ¿Qué es la renta compensada?

Para mantener constante el poder adquisitivo, debe variar la renta monetaria. La variación necesaria de la renta monetaria viene dada por $\Delta m = X_1 \, \Delta P_1$ y $m' = m + \Delta m$

2.7.5 Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) El efecto renta es provocado por la variación del ingreso monetario del consumidor **F**

b) El efecto sustitución es la variación de la demanda provocada por una variación de la relación de intercambio entre los dos bienes **V**

c) El efecto sustitución siempre actúa en el mismo sentido que la variación del precio **F**

d) El efecto renta puede ser positivo o negativo, dependiendo del tipo de bien de que se trate. Si el bien es normal, es negativo **F**

e) En el caso de los bienes Giffen, el efecto sustitución es mayor al efecto ingreso, lo que provoca que la baja de precio se traduzca en una menor demanda **F**

f) El efecto sustitución y el efecto renta siempre modifican la demanda en la misma dirección **F**

g) La variación de la demanda provocada por la variación de los precios relativos se denomina efecto-sustitución **V**

2.7.6 Neto recibe \$50 semanales para gastar como le plazca. Dado que sólo le gustan la mantequilla de cacahuate y pan, lo gasta todo en mantequilla de cacahuate (a \$0.05 el gramo) y pan (a \$0.10 la barra). Neto es maniático con la comida y hace sus sandwiches exactamente con 1 barra de pan y 2 gramos de mantequilla de cacahuate. Es poco flexible y nunca cambiará estas proporciones.

a) ¿Cuánta mantequilla de cacahuate y pan comprará Neto con su asignación de \$50 semanales?

$m=\$50$ $Pm=0.05$ $Pp=0.1$

Cada sandwich cuesta: $1Pp + 2Pm = 0.2$

$(50)/(0.2)=S=250$ Con su asignación puede adquirir 250 sandwiches, para la cual requiere 250 barras de pan y 500 gramos de m antequilla.

b) Suponga que el precio del pan subiera a \$0.15 la barra ¿qué cantidad compraría de cada mercancía?

Si Pp=0.15 Ps=0.15+2(0.05)=0.25

El total de sandwiches que puede comprar es S=(50)/(0.25)=200

Por lo tanto, compraría 200 barras de pan y 400 gramos de mantequilla

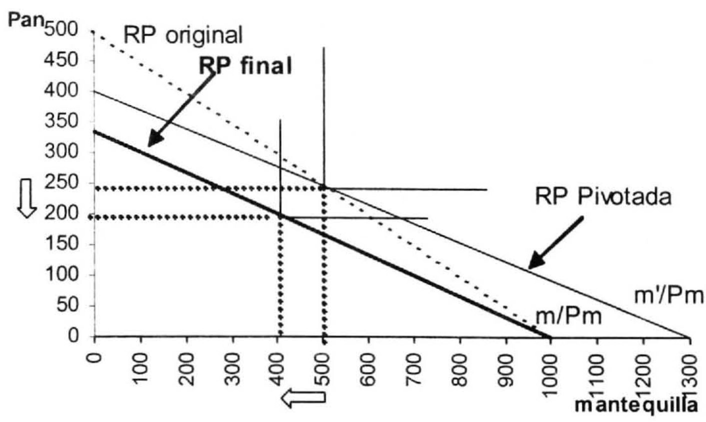
c) ¿Cuánto debería aumentar la asignación de Neto para compensar la subida del precio del pan de la parte b)?

$\Delta m = X_1 \, \Delta P_1 = 250(0.05) = 12.5$

$m^1 = m + \Delta m = 50 + 12.5 = 62.5$

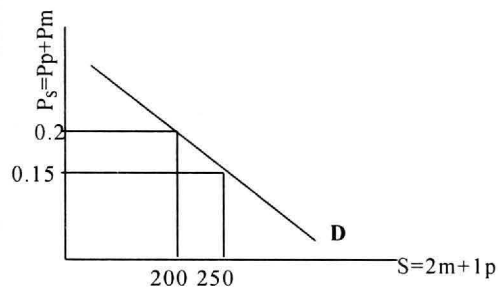
Su ingreso debería aumentar en \$12.5 para compensar la subida del precio del pan.

d) Represente gráficamente los resultados de las partes a) a c).



e) ¿En qué sentido implica este problema que hay un único bien, pan con mantequilla de cacahuate y pan? Represente gráficamente la curva de demanda de éste único bien.

Como son complementarios estrictos, se consume siempre un "*sandwich*" que tiene 2 gramos de mantequilla con una barra de pan. El *sandwich* cuesta P_S=Pp+2Pm



$$D_{sandwich}=S=\frac{m}{Pp+2Pm}$$

f) Analice los resultados de este problema desde el punto de vista del efecto-renta y el efecto-sustitución que implica la demanda de pan.

Todo el efecto sobre la demanda por el cambio en el precio es efecto-renta y no hay efecto sustitución, puesto que nada puede cambiar la relación en la que el consumidor intercambia un bien por otro.

2.7.7 Suponga que la utilidad viene dada por:

$$U=X_1^{0.3}\cdot X_2^{0.7}.$$

a) Calcule las funciones de demanda, dada su restricción presupuestaria.

$$L= X_1^{0.3} X_2^{0.7}-\lambda (P_1 X_1+ P_2 X_2-m)$$

(1) $$\frac{\partial L}{\partial X_1}=0.3X_1^{-0.7} X_2^{0.7}-\lambda P_1=0$$

(2) $$\frac{\partial L}{\partial X_2}=0.7X_1^{0.3}X_2^{-0.3}-\lambda P_2=0$$

(3) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda}= -(P_1 X_1+P_2 X_2-m)=0$$

Dividiendo (1)/(2):

$$\frac{(1)}{(2)}=\frac{0.3X_1^{-0.7}X_2^{0.7}}{0.7X_1^{0.3}X_2^{-0.3}}=\frac{\lambda P_1}{\lambda P_2}=\frac{0.3}{0.7}\frac{X_2}{X_1}$$

$$X_2=\frac{0.7}{0.3}\frac{P_1}{P_2}X_1 \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Sustituyendo (4) en (3) tenemos:

$$P_1 X_1 + P_2 \left(\frac{P_1\, 0.7}{P_2\, 0.3} X_1 \right) = m \qquad P_1 X_1 (3.333) = m \qquad X_1 = 0.3 \frac{m}{P_1} \;..... (5)$$

Sustituimos (5) en (4) nos da:

$$X_2 = \frac{0.7}{0.3} \frac{P_1}{P_2} \left(0.3 \frac{m}{P_1} \right) = \frac{m}{P_2} \quad \therefore \quad X_2 = \frac{0.7\, m}{P_2}$$ y ésta es la demanda de X_2

b) Suponga que estas funciones de demanda corresponden a Arnoldo, el que cuenta con un ingreso de $350 quincenales y que los precios son P_1=4 y P_2=2. Si el precio del bien X aumenta a 5, diga cuál es el valor del efecto ingreso, del efecto sustitución y del efecto total.

m=350 P_1 =4 P_2 =2
Si P'_1=5 estimar efecto sustitución, efecto renta y efecto total.

$$X_1 = \frac{0.3(350)}{4} = 26.25 \qquad X_2 = \frac{0.7(350)}{2} = 122.5$$

La demanda al nuevo precio es:
X_1 = 0.3 (350/5) = 21

Al subir el precio de 4 a 5, la demanda se reduce de 26.25 a 21, siendo el efecto total igual a -5.25.

Para calcular el efecto sustitución, primero se estima la variación de la renta necesaria para alcanzar al consumo original de X_1.

$\Delta m = X_1 \Delta P_1 = 26.25(1) = 26.25$

por lo que la renta necesaria para mantener constante el poder adquisitivo es:

$m' = m + \Delta m = 350 + 26.25 = 376.25$

Con este ingreso compensado, la cantidad que se demandaría es.

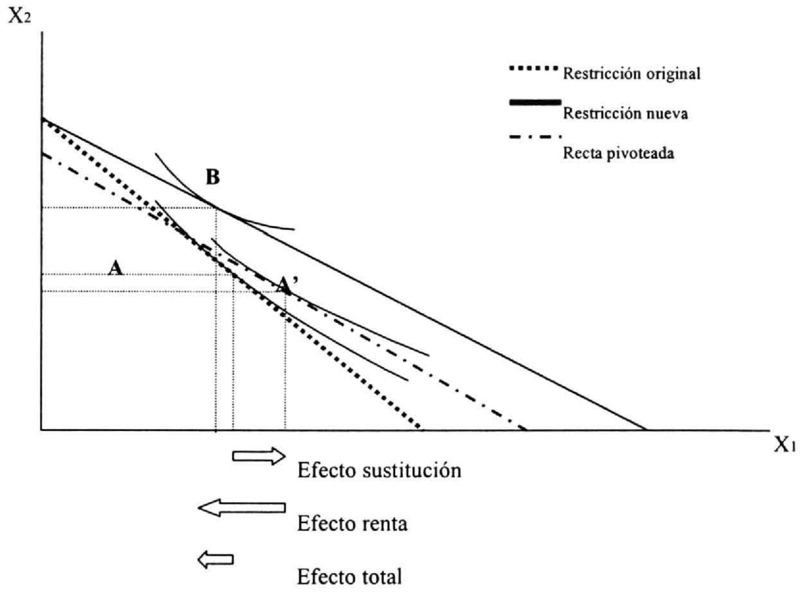
$$X_1(P_1', m') = X_1(5{,}376.25) = 0.3 \frac{376.25}{5} = 22.57$$

por lo que el efecto sustitución es:
$\Delta X_{1s} = 22.57 - 26.25 = -3.68$

El Efecto Ingreso es:

$\Delta X^{n} = 21 - 22.57 = -1.57$

2.7.8 Dibuje y explique el efecto renta y el efecto sustitución para el caso de una reducción de precios para un bien Giffen.



En el caso del bien Giffen, el consumidor se encuentra en el punto A. Ante la reducción del precio de X_1, puede comprar más unidades del bien, por lo que tiene una nueva restricción presupuestal.

El efecto sustitución es positivo[1], pues ahora puede compra más unidades del bien. Este efecto desplaza el punto de consumo a A'.

Sin embargo, el efecto renta es negativo, por las características

[1] En el sentido de que, al caer el precio, aumenta la cantidad.

del bien Giffen, por lo que el efecto total es la disminución en la cantidad consumida del bien, ubicada en el punto B

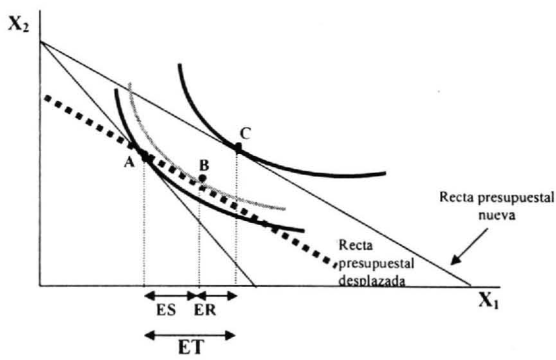
2.7.9 A partir de una gráfica, demuestre las diferencias en estimación del efecto sustitución según Hicks y según Slutsky.

El método de Slutsky consiste en hacer pasar la restricción compensada (una vez que cambió el precio del bien) por el punto óptimo original(A). Esto con el fin de compensar el poder adquisitivo del consumidor.

Una vez hecho esto, obtenemos un segmento de recta presupuestal compensada que queda por arriba de la curva de indiferencia original, lo que posibilita alcanzar una canasta con mayor utilidad. Aquella que maximiza utilidad con la renta compensada está marcada con la letra B en la gráfica.

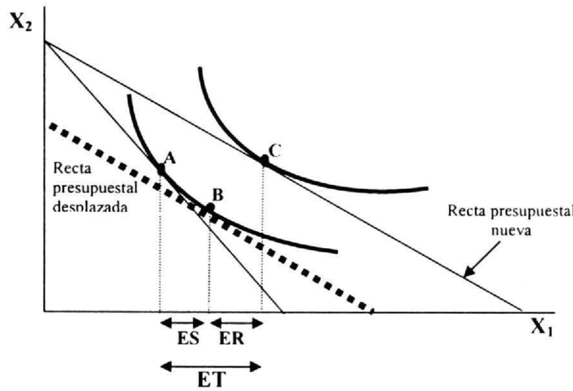
Las diferencias entre las cantidades de X_1 consumidas de A a B son resultado del cambio en precios y se conoce como efecto sustitución; el cambio de B a C es resultado del cambio en el poder de compra y se conoce como efecto renta.

Efecto sustitución y efecto renta según Slutsky



El método de Hicks es el siguiente:

Hay que desplazar la restricción nueva hasta que sea tangente a un punto de la curva de indiferencia original. Esto con el objeto de mantener constante la utilidad del individuo.



Ese punto (B en la gráfica) nos indica el monto del efecto sustitución, que es menor al de Slutsky porque estamos manteniendo constante la utilidad, mientras que, con el método de Slutsky el consumidor puede alcanzar una curva de indiferencia más alta.

Nótese que la diferencia entre los dos criterios es la forma en que se "compensa" la variación del poder de compra. El primer criterio (Slutsky) decide modificar la renta a tal nivel que la canasta óptima original continúa siendo accesible (sin embargo, con la nueva relación de precios esta canasta ya no es óptima); en tanto, el segundo criterio "compensa" hasta dejar en el nuevo óptimo un nivel de satisfacción igual al original. Véase que con el criterio de Slutsky el nuevo óptimo compensado implica una mejoría en la utilidad.

Existe una tercera alternativa, rara vez implementada, que es dejar el área del Espacio Presupuestal de la misma magnitud, con lo que la recta compensada debería cortar a la Restricción Presupuestal en su punto medio.

2.7.10 René recibe utilidad de dos bienes: leche (L) y donas de chocolate (D) de acuerdo con la función de utilidad

$$U(L,D)=L\ D$$

a) Muestre que las subidas del precio de la leche no afectarán a la cantidad de donas que compra, es decir, muestre que $\delta D/\delta P^1=0$.

U=(L,D)=L D
Para determinar las demandas se establece el lagrangiano ($\mathcal{L}$):

$\mathcal{L}$= L * D - λ (P_LL + P_DD-m)=0
(1) $\partial\mathcal{L}/\partial L = D - \lambda PL = 0$
(2) $\partial\mathcal{L}/\partial D = L - \lambda P_D = 0$
(3) $\partial\mathcal{L}/\partial \lambda = P_L L + P_D D - m = 0$

Dividiendo (1)/(2) tenemos:

$$\frac{D}{L} = \frac{\lambda P_L}{\lambda P_D} \Rightarrow D = \frac{P_L}{P_D} L$$ y sustituimos D en (3)

$$P_L + P_D \frac{P_L}{P_D} L = m \rightarrow 2P_L L = m \qquad L = \frac{m}{2P_L} \text{ y } D = \frac{m}{2P_D}$$

éstas dos últimas son las funciones de demanda.

b) Explique intuitivamente por qué el efecto-sustitución y el efecto-renta que produce una variación de P_L en D se anulan exactamente en este problema.

Como puede verse en la función de demanda de D no aparece P' por lo que el precio de la leche NO afecta la cantidad demandada de donas $\left(\frac{\partial D}{\partial P_L} = \mathbf{0}\right)$.

Porque la proporción del ingreso gastada en cada bien es igual (o constante) de tal forma que el poder de compra que se gana al bajar un precio es exactamente suficiente para compensar la sustitución entre los bienes.

2.7.11 Suponga un producto cuya demanda del consumidor está dada por la ecuación: Qd=0.1m-25P

a) Si el ingreso es de \$4,500 y el precio es P=10, ¿Cuál es la demanda del bien?

Qd=0.1(4,500)-25(10)=450-250=200

b) Suponga que el precio del bien aumenta a P=15. Determine

el efecto total sobre la cantidad, así como la parte que corresponde al efecto sustitución y al efecto ingreso.

Qd=0.1(4,500)-25(15)=450-375=75

El alza del precio hace que la cantidad demandada se reduzca en 125 unidades (-125).

EFECTO SUSTITUCIÓN (ES):

$\Delta m = X_1 \Delta P_1 = 200(5) = 1000$

$X_1(15,5500) = 0.1(5500) - 25(15) = 550 - 375 = 175$

$\Delta X_1' = 175 - 200 = -25$

EFECTO INGRESO (EI):

ET = EI + ES

-125 = EI - 25

EI = -100

2.7.12 Sea R = (300 + 4m - 2Pa + 3Pb) / Pr la demanda de R. Estime TODAS las elasticidades de demanda cuando m = 1000, Pa =18, y Pb = 25 y Pr = 5. Además estime el efecto ingreso y sustitución cuando el Pr baja a 3.

$$R = \frac{300}{\Pr} + \frac{4m}{\Pr} - \frac{2Pa}{\Pr} + 3\frac{Pb}{\Pr}$$

$$R = \frac{300}{5} + \frac{4(1000)}{5} - \frac{2(18)}{5} + \frac{3(25)}{5} = 60 + 800 - 7.2 + 15 \qquad \therefore\ R_0 = 867.8$$

$$\frac{\partial R}{\partial m} = \frac{4}{\Pr} = \frac{4}{5} = 0.8; \quad E_m = 0.8\left(\frac{1000}{867.8}\right) = 0.92$$

$$\frac{\partial R}{\partial Pa} = \frac{2}{\Pr} = \frac{2}{5} = 0.40; \quad E_{Ra} = 0.40\left(\frac{18}{867.8}\right) = 0.0083$$

$$\frac{\partial R}{\partial Pb} = \frac{3}{\Pr} = \frac{3}{5} = 0.6; \quad E_{Rb} = 0.6\left(\frac{25}{867.8}\right) = 0.0173$$

$$\frac{\partial R}{\partial P_r} = -1\big(300 + 4(1000) - 2(18) + 3(25)\big)\, P_r^{-2} = -173.56; \ E = 173.56\left(\frac{5}{867.8}\right) = 1$$

Cuando Pr=3, la cantidad demandada de R es:

$$R_1 = \frac{300}{3} + \frac{4(1000)}{3} - \frac{2(18)}{3} + \frac{3(25)}{3} = 1446.3$$

El efecto total es:

$ET = R_1 - R_0 = 1446.33 - 867.8$

$ET = 578.53$

El efecto sustitución
$\Delta m = R_0 \Delta P_r = 867.8(-2) = -1735.6$
$m' = m + \Delta m = 1000 - 1735.6 = -735.6$

La demanda a ese nivel de renta y al nuevo precio es :

$$R^* = \frac{300}{3} + \frac{4(-735.6)}{3} - \frac{2(18)}{3} + \frac{3(25)}{3} = -867.8$$

Por lo que:
$\Delta x_1 = ES = R_1 - R^* = 1446.33 - (-867.8) = 2314.13$
$ES = 2314.13$
$ET = ES + EI$
$EI = ET - ES = 578.53 - 2314.3$
$EI = -1735.60$

2.7.13 Supongamos que la curva de demanda es Q(p)=m/10p, que el ingreso del consumidor es de \$5,000 y el precio del bien es de un peso. Si el precio pasa a \$3.

a) Calcule el efecto total

Para calcular los efectos ingreso, sustitución y total se sustituye el precio inicial y el final en la demanda:

$Q_0=5000/10(1)=500$ $\qquad$ $Q_1=5000/10(3)=166.67$

por lo que el efecto total es $Q_0-Q_1= -333.33$

b) Calcule el efecto sustitución

Se estima la renta compensada:

$m^c= \Delta p(Q_0)+m_0=2(500)+5000=6000$

Con esta renta compensada y el nuevo precio estimo la cantidad derivada del efecto sustitución:

$Q^*=6000/30=200$

Por lo que el efecto sustitución es : 200 - 500 = -300

c) ¿Cuál es la elasticidad precio cuando el precio es \$3?

$$\xi = \frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q} = \frac{-1^*m}{10^*P^2}\frac{P}{Q} = -\left(\frac{5000}{90}\right)\left(\frac{3}{166.3}\right) = -0.99$$

d) Calcule la elasticidad ingreso en ese mismo punto (con p=3)

$$Em = \frac{\partial Q}{\partial m}\frac{m}{Q} = \frac{1}{10^*P}\frac{m}{Q} = \frac{1}{10(3)}\frac{5000}{166.6} = 0.90$$

2.7.14 La preferencia del consumidor entre dos bienes está representada por la función de utilidad: $U = X_1X_2$. Inicialmente el consumidor demanda $X_1=15$ cuando los precios son $P_1=45$ y el precio del bien dos $P_2=1$. Determine las funciones de demanda de X_1 y X_2

$$L = X_1X_2 - \lambda(P_1X_1 + P_2X_2 - m)$$

$$\partial L_{\partial X_1} = X_2 - \lambda P_1 \qquad \frac{X_2}{X_1} = \frac{\lambda P_1}{\lambda P_2}$$

$$\partial L_{\partial X_2} = X_1 - \lambda P_2$$

$$X_2 = \frac{P_1X_1}{P_2}$$

$$m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad \therefore \qquad m = P_1X_1 + P_2\left(\frac{P_1X_1}{P_2}\right)$$

$$m = 2P_1X_1 \qquad X_1 = \frac{m}{2P_1}$$

$$X_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(\frac{m}{2P_1}\right) \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2}$$

a) ¿Cuál es el ingreso total del consumidor?

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{m}{90} = 15 \qquad \therefore \qquad m = 1350$$

b) Encuentre la cantidad demandada de X_2

$$X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{1350}{2} = 675$$

c) ¿Qué sucede si el ingreso pasa a m = 2000?

Si el ingreso pasa de $1350 a $2000 el individuo cambia su elección racional para encontrar la nueva canasta óptima.
La demanda se desplaza paralelamente a la derecha.

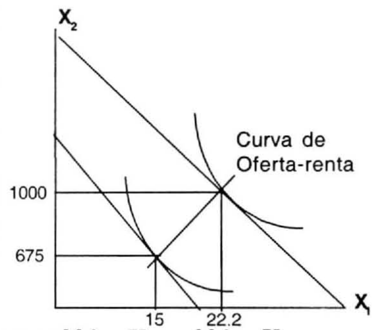
d) ¿Cuáles serían las nuevas demandas es decir X_1 y X_2?

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{2000}{90} = 22.22 \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{2000}{2} = 1000$$

e) Grafique las dos restricciones presupuestarias, los dos equilibrios y señale dónde se encuentra la curva de oferta - renta.

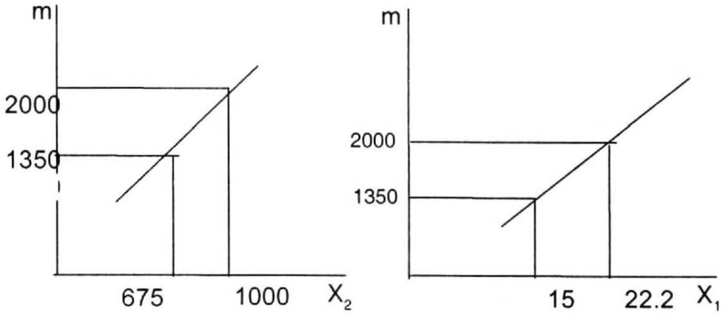
$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{1350}{50} = 27 \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{1350}{2} = 675$$

	Situación Inicial	Situación Final
X_1	15	22.22
X_2	675	1000
P_1	45	45
P_2	1	1
M	1350	2000
E_{m1}	0.99	
E_{m2}	1	



f) Grafique la curva de Engel para el bien X_1 y el bien X_2

Curva de Engel para



g) Obtenga las elasticidades ingreso correspondientes a X_1 y X_2 y diga que tipo de bien es cada uno.

$$e_m = \frac{\Delta X}{\Delta M}\frac{m}{X}$$

$$e_{m1} = \frac{22.22-15}{2000-1375}\frac{1375}{15} = \frac{7.22}{625}\frac{1375}{15} = 1.06$$

El bien X_1 es un bien normal.

$$e_{m2} = \frac{1000-675}{2000-1375}\frac{1375}{675} = \frac{325}{625}\frac{1375}{675} = 1.06$$

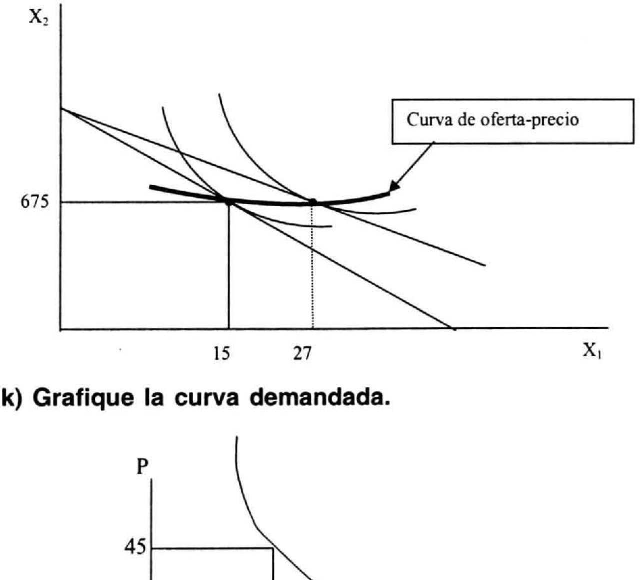
El bien X_2 es un bien normal.

h) Partiendo de la situación inicial, explique qué sucede si el precio de P_1 cae a 25 y el resto permanece constante.
Se desplaza la recta presupuestal, lo que permite alcanzar una curva de indiferencia mayor.

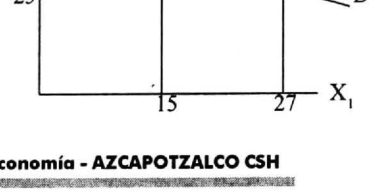
Si el precio del bien 1 disminuye a 25, el consumidor modifica su canasta óptima para mejorar su situación, de tal manera que ahora puede adquirir más cantidad del producto 1.

i) Calcule las nuevas demandas.
$X_1 = 27$
$X_2 = 675$

j) Grafique las diferentes restricciones con sus puntos de equilibrio, señalando la curva de oferta - precio.



k) Grafique la curva demandada.



I) Obtenga el efecto sustitución, el efecto ingreso y el efecto total.

El efecto Total es:

$$ET = X_1^I - X_1^F = 27 - 15 = 12$$

Para encontrar el efecto sustitución

$\Delta m = X_1 \Delta P_1 = 15(-10) = -150$

$m_1 = m + \Delta m = 1350 - 150 = 1200$

La demanda con el ingreso compensado y el nuevo precio es:

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{1200}{2(25)} = 24 \qquad X_1^C = \frac{m^C}{2P_1^F} = \frac{1350}{2(25)} = 27$$

Por lo que el efecto sustitución es:

24-15=9

El efecto ingreso es:

EI= ET-ES= 12-9= 3

EI=3

2.7.15 La preferencia de un consumidor entre dos bienes es representada por la función de utilidad: $U = X_1X_2$. El consumidor dispone de un ingreso por periodo de "m" unidades monetarias. Inicialmente el consumidor demanda $X_1 = 7$. Cuando los precios son $P_1 = 25$ y $P_2=1$

En primer lugar hay que encontrar las funciones de demanda. Para ello plateamos el lagrangiano.

$$L = X_1X_2 - \lambda(P_1X_1 + P_2X_2 - m)$$

$$\partial L / \partial X_1 = X_2 - \lambda P_1 \qquad \frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\partial L / \partial X_2 = X_1 - \lambda P_2$$

$$X_2 = \frac{P_1X_1}{P_2}$$

$$m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad \therefore \qquad m = P_1X_1 + P_2\left(\frac{P_1X_1}{P_2}\right)$$

$$m = 2P_1X_1 \qquad X_1 = \frac{m}{2P_1}$$

$$X_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(\frac{m}{2P_1}\right) \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2}$$

a) ¿Cuál es el Ingreso total del consumidor?

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{m}{100} = 7 \qquad \therefore \qquad m = 350$$

b) Encuentre la cantidad de demanda de X_2

$$X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{350}{2} = 175$$

c) ¿Qué sucede si el p_1 disminuye a 20?

Si el precio del bien 1 disminuye a 20, el consumidor modifica su canasta óptima para mejorar su situación, de tal manera que ahora puede adquirir más cantidad del producto X_1.

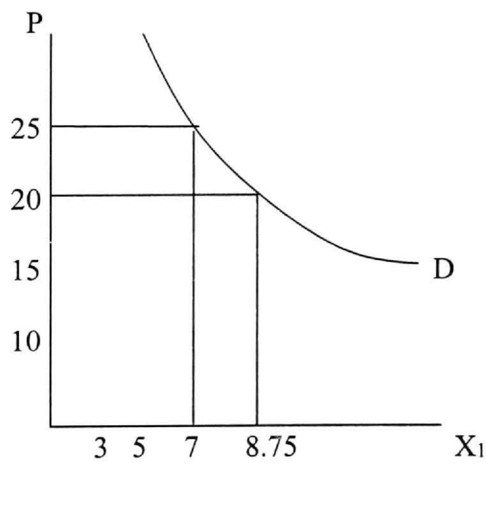
d) Encuentre las cantidades demandadas para X_1 y para X_2

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{350}{40} = 8.75 \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{350}{2} = 175$$

e) ¿Dónde sería el nuevo equilibrio?

El nuevo equilibrio será en dónde la nueva curva de presupuesto toque los puntos 8.75 y 175.

f) Grafique la curva de demanda para el bien X_1



g) Calcule el efecto de sustitución.

Cuando el precio pasa de 25 a 20, la demanda cambia de 7 a 8.75, por lo que el efecto total de la variación del precio es 1.75.

La variación compensada del ingreso para acceder a la cesta original de los nuevos precios es:

$\Delta m = 7(-5) = -35$
$m' = 350 - 35 = 315$

El efecto sustitución es:
$\Delta X_1^s = X_1\ (20, 315) - X_1\ (25, 350)$
$\Delta X_1^s = 7.87 - 7$
$\Delta X_1^s = 0.87$

h) Calcule el efecto ingreso.
El efecto ingreso es:
$\Delta X_1^I = \Delta X_1^I - \Delta X_1^s = 1.75 - 0.87 = 0.88$

i) Calcule el efecto total.
$\Delta X_1^T = 0.87 + 0.88 = 1.75$

j) Utilizando los índices de precios y de ingreso de Laspeyres, y de Paasche, diga en que situación se encontraba mejor, en el periodo base o en el periodo t.

	Periodo b	Periodo t
X_1	7	8.75
X_2	175	175
P_1	25	20
P_2	1	1
M	350	350

$$Pp = \frac{P^t_1X^t_1 + P^t_2X^t_2}{P^b_1X^t_1 + P^b_2X^t_2} = \frac{350}{(218.75 + 175)} = 0.88$$

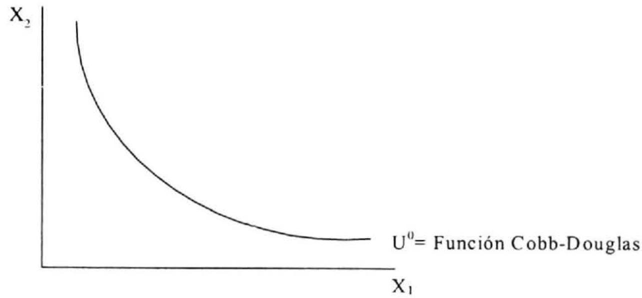
$$Lp = \frac{P^t_1X^b_1 + P^t_2X^b_2}{P^b_1X^b_1 + P^b_2X^b_2} = \frac{(140 + 175)}{350} = 0.9$$

$$M = \frac{350}{350} = 1$$

Por lo tanto está mejor en el periodo t

2.7.16 Las preferencias de un consumidor se representan mediante la función de utilidad: $U = X_1 X_2$. Los precios vigentes son P_1, P_2 y dispone de una renta de m unidades monetarias.

a) Representar el mapa de curvas de indiferencia del consumidor.



b) Obtener las funciones de demanda ordinaria de ambos bienes. ¿Cuáles serían las cantidades demandadas si $P_1 = 10$, $P_2= 5$, $m = 120$? ¿Y si P_1 se reduce a 8 al tiempo que P_2 aumenta a 8, con la misma renta monetaria?

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{120}{20} = 6 \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{120}{10} = 12$$

$SI...\quad P_1 = 8 \qquad P_2 = 8$

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{120}{16} = 7.5 \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{120}{8} = 7.5$$

c) Analizar la incidencia del efecto sustitución.

Efecto - Sustitución: Debido a que el precio del bien 2 se incrementó y que, por otro lado, el precio del bien uno disminuyó, la elección racional del individuo modifica su punto de optimización consumiendo menos cantidad del bien 2 y mayor cantidad del bien 1.

2.7.17 La preferencia del consumidor entre dos bienes está representada por la función de utilidad: $U = X_1 X_2$. Inicialmente el consumidor demanda $X_1 = 25$ cuando los precios son $P_1 =100$ y $P_2 = 1$.

a) Encuentre el ingreso total del consumidor y la cantidad demandada de X_2.

Primero encontramos las funciones de demanda por el método de Lagrange.

$$L = X_1X_2 - \lambda(P_1X_1 + P_2X_2 - m)$$

$$\partial L_{\partial X_1} = X_2 - \lambda P_1 \qquad\qquad \frac{X_2}{X_1} = \frac{\lambda P_1}{\lambda P_2}$$

$$\partial L_{\partial X_2} = X_1 - \lambda P_2$$

$$X_2 = \frac{P_1X_1}{P_2}$$

$$m = P_1X_1 + P_2X_2 \qquad \therefore \qquad m = P_1X_1 + P_2\left(\frac{P_1X_1}{P_2}\right)$$

$$m = 2P_1X_1 \qquad\qquad X_1 = \frac{m}{2P_1}$$

$$X_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(\frac{m}{2P_1}\right) \qquad\qquad X_2 = \frac{m}{2P_2}$$

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{m}{200} = 25 \qquad \therefore \qquad m = 5000$$

$$X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{5000}{2} = 2500$$

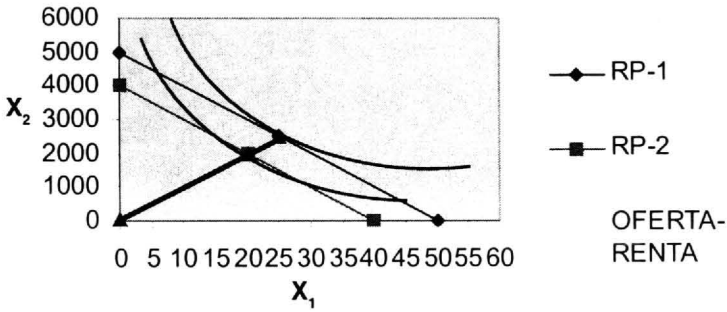
b) ¿Qué sucede con la línea del presupuesto si el ingreso cambia a m = 4000?

Si el ingreso pasa de $5000 a $4000 el individuo cambia su elección racional para encontrar la nueva canasta óptima. La línea de presupuesto se desplaza a la izquierda de forma paralela.

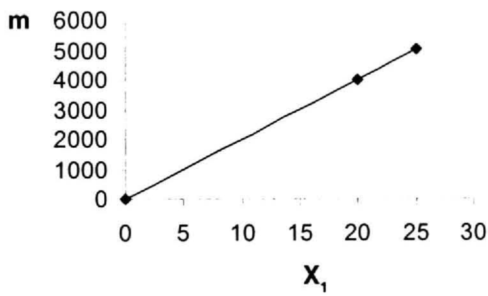
c) ¿Cuáles serían las nuevas demandas, es decir, X_1 y X_2 ?

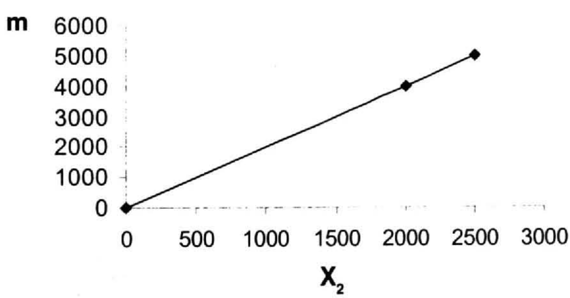
$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{4000}{200} = 20 \qquad\qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{4000}{2} = 2000$$

e) Grafique las dos restricciones presupuestarias, los dos equilibrios y señale dónde se encuentre la curva de oferta - renta.



f) Grafique la curva de Engel.





g) Obtenga las elasticidades ingreso correspondientes a X_1 y X_2 y diga qué tipo de bien es cada uno

Elasticidad - Ingreso

$$\xi_{m1} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial m}\right)\left(\frac{m}{X_1}\right) = \left(\frac{1}{2P_1}\right)\left(\frac{5000}{25}\right) = 1 > 0 \qquad \text{Bien Normal}$$

$$\xi_{m2} = \left(\frac{\partial X_2}{\partial m}\right)\left(\frac{m}{X_2}\right) = \left(\frac{1}{2P_2}\right)\left(\frac{5000}{2500}\right) = 1 > 0 \qquad \text{Bien Normal}$$

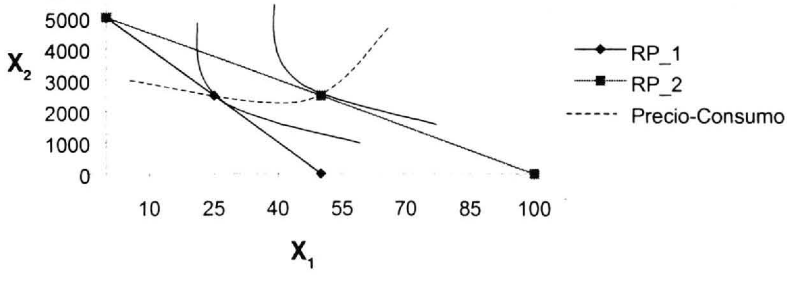
h) Partiendo de la situación inicial, explique qué sucede si el precio de P_1 cae a 50.

Si el precio del bien 1 disminuye a 50, el consumidor modifica su canasta óptima para mejorar su situación, de tal manera que ahora puede adquirir más cantidad del producto 1.

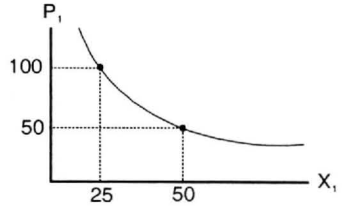
i) Calcule las nuevas demandas.

$$X_1 = \frac{m}{2P_1} = \frac{5000}{100} = 50 \qquad X_2 = \frac{m}{2P_2} = \frac{5000}{2} = 2500$$

j) Grafique las diferentes restricciones con sus puntos de equilibrio, señalando la curva de oferta - precio.



k) Grafique la curva de demanda del bien X_1.



l) Calcule el efecto total.

$$\text{Efecto Total}: X_1 - X_0 = 50 - 25 = 25$$

m) Calcule el efecto sustitución.

Calculamos la demanda compensada:

$$m^C = P_1^1 X_1^0 + P_2^0 X_2^0$$

$$m^C = 50(25) + 1(2500)$$

$$m^C = 3750$$

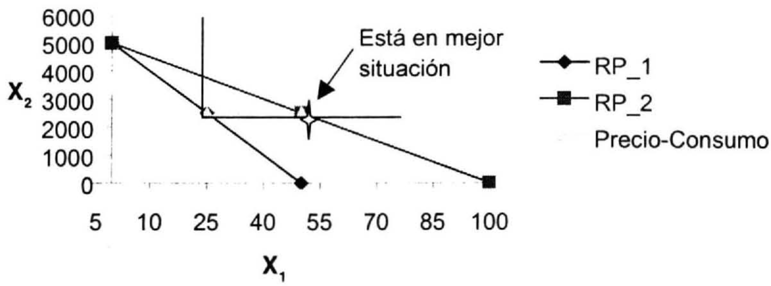
$$X_1^* = \frac{m}{2P_1} = \frac{375}{2(50)} = 37.5$$

$$\text{Efecto sustitución}: X_1^* - X_0 = 37.5 - 25 = 12.5$$

n) Calcule el efecto ingreso.

$$\text{Efecto Ingreso}: ET - ES = 25 - 12.5 = 12.5$$

o) Tomando en cuenta las preferencias reveladas, determine en qué situación se estaba mejor a partir de los datos obtenidos en el inciso h.



2.7.18 Suponga que un agente económico consume inicialmente 20 chocolates semanales a un precio de 50 pesos cada uno. Si el precio sube a 60 pesos cada chocolate ¿Cuánto tiene que variar la renta para que la cesta de consumo inicial continue siendo asequible?

$$\Delta m = X_1 \Delta P$$
$$\Delta m = 20(10)$$
$$\Delta m = 200$$

2.7.19 Suponga que un consumidor enfrenta la siguiente función de demanda de leche: $X_1 = 10 + \dfrac{m}{10P_1}$ **Si su renta inicial es de $12,000 semanales y el precio de la leche es $100 por litro:**

a) Calcule la demanda de la leche.

$$X_1 = 10 + \frac{12000}{10(100)} = 10 + 12 = 22$$ litros por semana

b) Suponga que el precio baja a $80 por litro. ¿Cuál es la variación de la demanda?

$$\Delta X_1 = X_1(P_1^1, m) - X_1(P_1, m)$$
$$\Delta P_1 = \$20$$

$$X_1(P', m) = 10 + \frac{12000}{10(80)} = 25$$
$$\therefore \Delta X_1 = 25 - 22 = 3$$

c) Calcule el efecto sustitución y el efecto ingreso.

$$\Delta P_1 = P_1' - P_1 = 80 - 100 = -20$$
$$\Delta m = X_1 \, \Delta P_1 = 22(-20) = -440$$

ahora $m' = m + \Delta m = \$12000 - \$440 = \$11560$

$$X_1(P_1', m') = X_1(80, 11560) = 10 + \frac{11560}{10(80)} = 10 + 14.45 = 24.45$$

$\therefore$

$$\Delta X_1^S = X_1(P_1', m') - X_1(P_1, m)$$
$$\Delta X_1^S = X_1(80, 11560) - X_1(100, 12000)$$
$$\Delta X_1^S = 24.45 - 22 = 2.45$$

$$\Delta X_1^n = X_1(P_1, m) - X_1(P_1', m')$$
$$\Delta X_1^n = X_1(100, 12000) - X_1(80, 11560)$$
$$\Delta X_1^n = 25 - 24.45 = 0.55$$

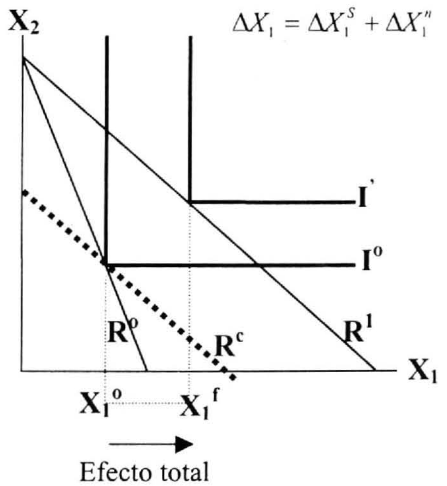
2.7.20 Muestre gráficamente el efecto sustitución y el efecto renta para los siguientes tipos de preferencias.

a) Complementarios perfectos.

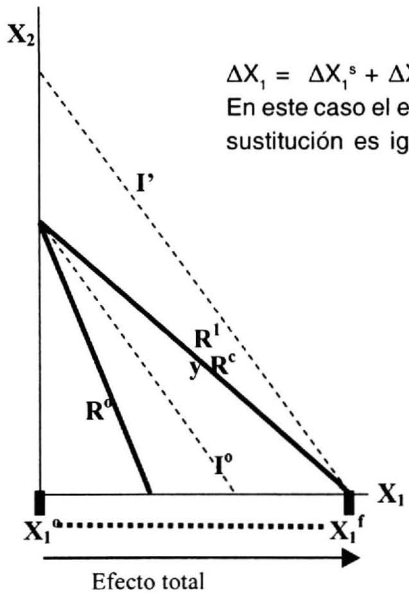
$\Delta X_1 = \Delta X_1^s + \Delta X_1^n$

En este caso el efecto sustitución es nulo y el efecto renta es igual al efecto total.

$$\Delta X_1 = \Delta X_1^S + \Delta X_1^n \qquad (\Delta X_1^S = 0) \therefore \Delta X_1 = \Delta X_1^n$$



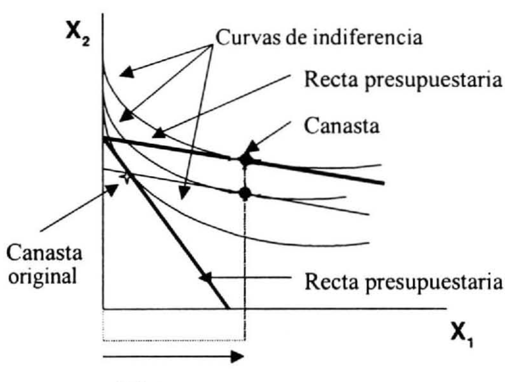
b) Sustitutos perfectos y



$\Delta X_1 = \Delta X_1^s + \Delta X_1^n$

En este caso el efecto ingreso es nulo y el efecto sustitución es igual al efecto total.

c) Cuasilineales



$\Delta X_1 = \Delta X_1^S + \Delta X_1^n$

en este caso el efecto ingreso es $(\Delta X_1^n = 0) \therefore \Delta X_1 = \Delta X_1^S$

2.8 Excedente del Consumidor

2.8.1 ¿Qué es el excedente del consumidor?

La utilidad derivada del consumo de *n* unidades del bien discreto es la suma de los *n* precios de reserva. Esta suma es el beneficio bruto del consumo del bien. Si restamos la cantidad gastada en la compra del bien, obtenemos el excedente del consumidor.

Es la diferencia que existe entre el precio que estoy dispuesto a pagar y lo que realmente pago por el bien.

2.8.2 La curva de demanda de un consumidor es Qd = 416-30P. Determine la variación del excedente del consumidor cuando el precio pasa de P = 5 a P = 6.

Qd =416-30(5)=416-150=266

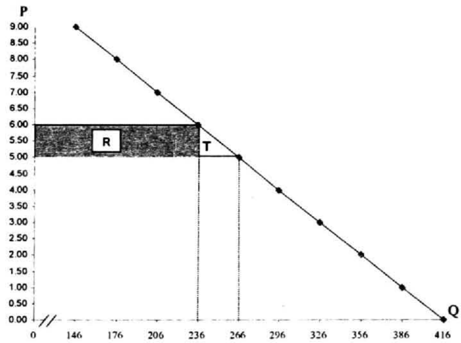
Qd =416-30(6)=416-180=236 $\boxed{R=236}$

$$T = \frac{30 * 1}{2} = 15 \therefore T = 15$$

R +T = VE

$$[236 \times 1] + \left[\frac{(266-236)}{2}\right] = 251$$

$VE = 251$

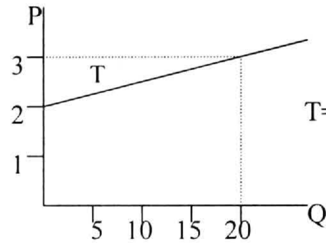


En este caso, es negativa la variación debido a un aumento del precio del bien y ahora el consumidor puede comprar menos.

2.8.3 La curva de oferta de un productor es Q_s= -40+20P. Determine la variación del excedente del productor cuando el precio pasa de P=2 a P=3.

Qs= -40+20(2)=0

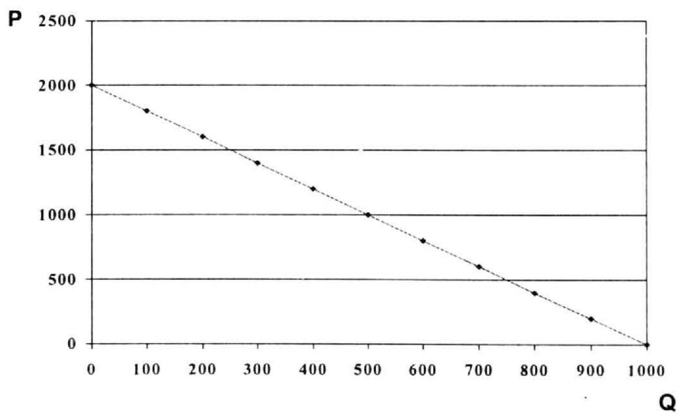
Qs= -40+20(3)=20



$$T=\frac{(20)(1)}{2}=10$$

2.8.4 Supongamos que la curva de demanda es P=4m-2Q

a) ¿Cuál es el beneficio bruto derivado del consumo de 1000 unidades del bien si el ingreso es 500?



El beneficio bruto es el área total del triángulo con base 1000 y altura 2000, ya que el precio es cero cuando q=1000.

(2000 x 1000)/2 = 1,000,000

b) Si el precio sube de 1500 a 1600, ¿cuál es la variación del excedente del consumidor?

Si el precio es de 1500, entonces la demanda es:

Q=2(500)-0.5p=1000-0.5(1500)=250

El excedente del consumidor en este nivel de demanda es:
Exc=[(2000-1500)250]/2=62,500

Si el precio es de 1600, entonces la demanda es:
Q=2(500)-0.5p=1000-0.5(1600)=200
El excedente del consumidor en este nivel de demanda es:
Exc=[(2000-1600)200]/2=40,000

Así el cambio en el excedente del consumidor es una pérdida de 22,500.

2.8.5 Considere la curva de demanda lineal D = 20-2P. Cuándo el precio sube de 2 a 3. ¿Cómo varía el excedente del consumidor?

El área del trapecio

* El área del rectángulo será Base por Altura

Base =14 y la altura =1 por lo tanto el área será de 14

**El área del triángulo es: la base que es la diferencia de 16 - 14 =2 y la altura la diferencia de los precios 3-2=1

$BA = \left((2)(1)/(2)\right) = 1$

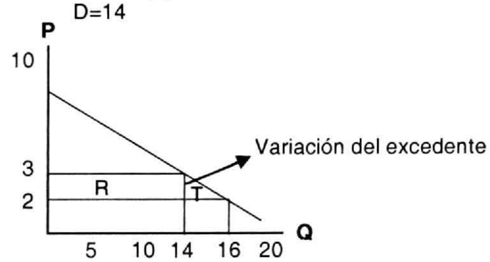
***Aumentamos el área del rectángulo y el área del triángulo y suman 15 por lo tanto el área total es de 15.

Cuando P=2

D=20-2(2)	D=20-2P
D=16	2P=20-D

Y cuando P=3

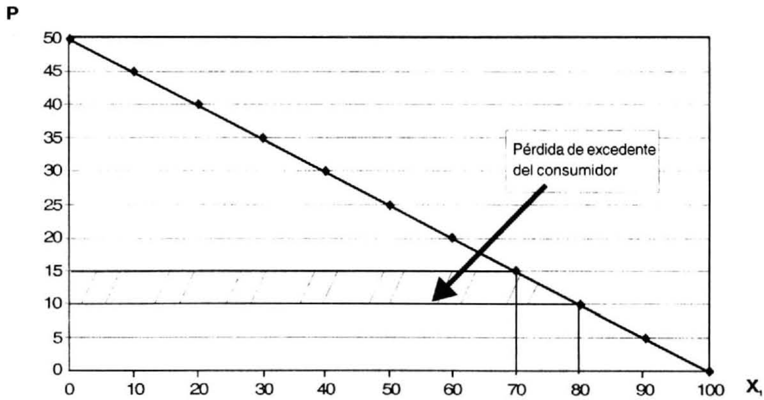
D=20-2(3)	P=10-D/2
D=14	



2.8.6 ¿Qué es el excedente del consumidor? Diga cuánto cambia éste si el precio aumenta de 10 a 15, cuando la demanda es: $100 - 2P_1 = X_1$

El excedente del consumidor es la diferencia que existe entre la utilidad bruta obtenida por el consumo del conjunto de mercancías y el precio que el consumidor pagó por ellas. La utilidad bruta es la suma de todos los precios de reserva. Al restarle el precio pagado por esos bienes, obtenemos la utilidad neta o excedente del consumidor.

En este caso, el cambio en el excedente del consumidor es de -375 unidades.



El cambio en el excedente del consumidor se obtiene calculando el área entre los precios. Es decir,

$$\Delta E.C. = (bxh) + \left(\frac{bxh}{2}\right)$$

$$\Delta E.C. = 70(5) + \frac{10(5)}{2}$$

$$\Delta E.C. = 350 + 25$$

$$\Delta E.C. = 375$$

Que en este caso es negativo, debido a que aumentó el precio del bien y ahora el consumidor puede comprar menos unidades del bien.

2.8.7 La preferencia de un consumidor entre dos bienes es representada por la función de utilidad:

$$\mathbf{U = (x_1^{1/6}\, x_2^{5/6})}$$

El consumidor dispone de un ingreso por periodo de m unidades monetarias.
Inicialmente el consumidor demanda X_1=5 cuando los precios son P_1= 20 y P_2= 1.

a) ¿Qué tipo de preferencias indica la ecuación?. Encuentre las funciones de demanda.
La forma de la función refleja preferencias del modelo Cobb-Douglas.

$$L = X_1^{1/6} X_2^{5/6} - \lambda(P_1 X_1 + P_2 X_2 - m)$$

$$\partial L / \partial X_1 = \frac{1}{6} X_1^{-5/6} X_2^{5/6} - \lambda P_1$$

$$\partial L / \partial X_2 = \frac{5}{6} X_1^{1/6} X_2^{-1/6} - \lambda P_2$$

$$\frac{\frac{1}{6} X_1^{-5/6} X_2^{5/6} - \lambda P_1}{\frac{5}{6} X_1^{1/6} X_2^{-1/6} - \lambda P_1} = \frac{\lambda P_1}{\lambda P_2} \qquad \therefore \qquad \frac{X_2}{5X_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$X_2 = \frac{5P_1 X_1}{P_2} \qquad \therefore \qquad m = P_1 X_1 + P_2\left(\frac{5P_1 X_1}{P_2}\right)$$

$$m = 6P_1 X_1 \qquad\qquad X_1 = \frac{m}{6P_1}$$

$$X_2 = \frac{5P_1}{P_2}\left(\frac{m}{6P_1}\right) = \frac{5m}{6P_2}$$

b) ¿Cuál es el Ingreso total del consumidor?

$$X_1 = \frac{m}{6P_1} = \frac{m}{6(20)} = 5 \qquad \therefore \qquad m = 600$$

c) Encuentre la cantidad de demanda de X_2.

$$X_2 = \frac{5m}{6P_2} = \frac{5(600)}{6(1)} = 500$$

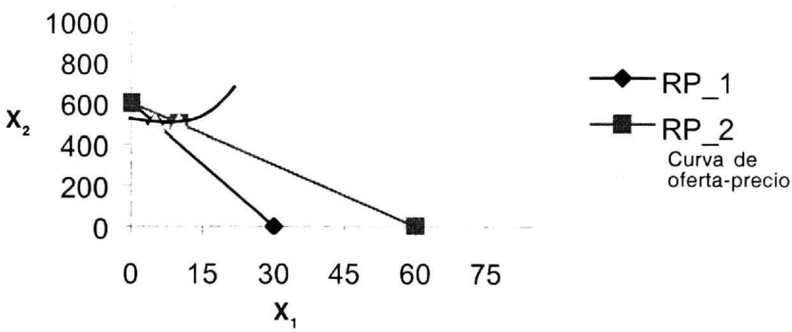
d) ¿Qué sucede sí el P_1 disminuye a 10?

Si el precio del bien 1 disminuye a 10, el consumidor modifica su canasta óptima para mejorar su situación, de tal manera que ahora puede adquirir más cantidad del producto 1.

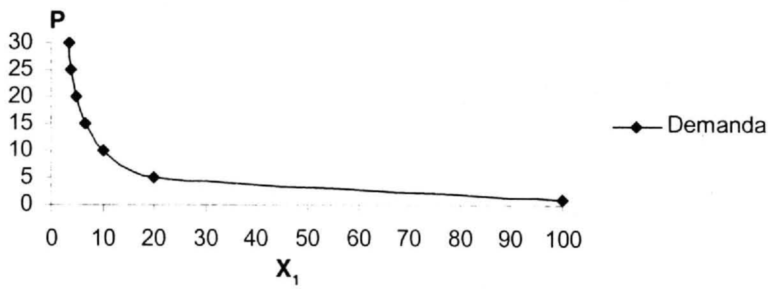
e) Encuentre las cantidades de demanda para X_1 y para X_2

$$X_1 = \frac{m}{6P_1} = \frac{600}{60} = 10 \qquad X_2 = \frac{5m}{6P_2} = \frac{3000}{6} = 500$$

f) Señale cuál es la curva oferta precio.



g) Grafique la curva de demanda para el bien X_1.



h) Calcule el efecto total.

$$\text{Efecto Total}: X_1 - X_0 = 10 - 5 = 5$$

i) Calcule el efecto sustitución.

$$m' = P_1^1 X_1^0 + P_2^0 X_2^0$$
$$m' = 10*5+1*500$$
$$m' = 50+500$$
$$m' = 550$$

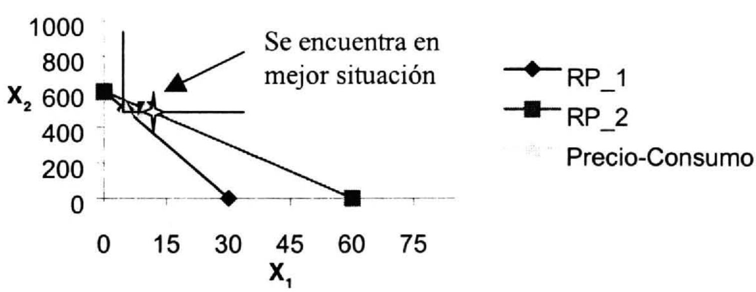
$$X_1^C = \frac{m}{6P_1} = \frac{550}{6*10} = 9.16 \qquad X_2^C = \frac{5(550)}{6(1)} = 458.33$$

$$\text{Efecto sustitución}: X_1^* - X_0 = 9.16 - 5 = 4.16$$

j) Calcule el efecto ingreso

$$\text{Efecto Ingreso}: \text{ET - ES} = 5 - 4.16 = 0.84$$

k) Con base en las preferencias reveladas determine en que situación se encontraba mejor, en el periodo base o en el periodo t.



l) Calcule la variación del excedente del consumidor de pasar del P_1= 20 a P_1= 10

Excedente del consumidor

$\Delta Ex = Ex_2 - Ex_1$

$\Delta Ex = 75$

m) Calcule en cuánto se tiene que compensar el ingreso para tener el mismo nivel de utilidad inicial

Las demandas del consumidor eran $(X^*_1, X^*_2) = (5 , 500)$.

Ahora son

$$(\hat{X}_1, \hat{X}_2) = (10{,}500)$$

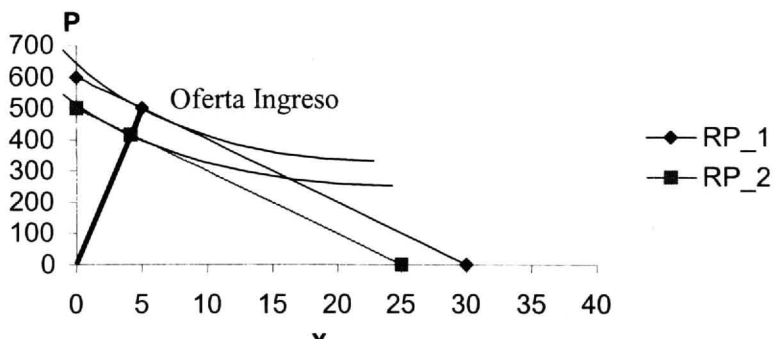
$\Delta m = X\ \Delta P_1 = 5(-10)$

$\Delta m = -50$

Al ingreso hay que restarle 50 para acceder al nivel de utilidad inicial.

m‘ = 550

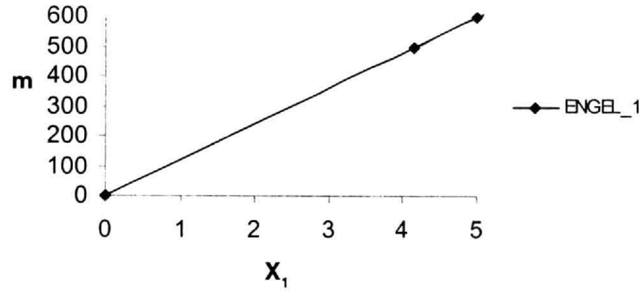
n) Estando en la situación inicial, es decir, cuando la demanda X_1= 5 P_1= 20 y P_2= 1 y m= al ingreso calculado en el inciso b) ¿qué sucede si el ingreso varía a 500?. Grafique la situación inicial y la posterior en otra gráfica. Y Diga cuál es la curva de oferta ingreso.

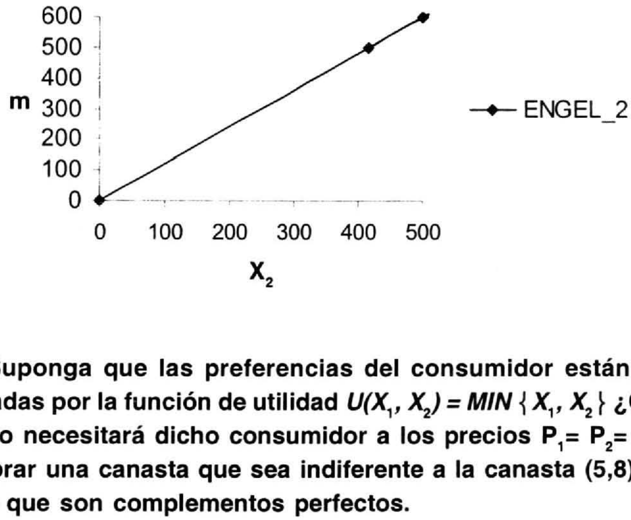


o) Calcule las nuevas demandas.

$$X_1 = \frac{m}{6P_1} = \frac{500}{6(20)} = 4.16 \qquad X_2 = \frac{5m}{6P_1} = \frac{(5)500}{6(1)} = 416.66$$

p) Grafique la curva de Engel para cada bien.





2.8.8 Suponga que las preferencias del consumidor están representadas por la función de utilidad $U(X_1, X_2) = MIN\{X_1, X_2\}$ ¿Cuánto dinero necesitará dicho consumidor a los precios $P_1 = P_2 = 1$ para comprar una canasta que sea indiferente a la canasta (5,8)? Dado que son complementos perfectos.

$m = f(P_1, P_2, X_1, X_2) = (P_1 + P_2)MIN\{X_1, X_2\};$
$P_1 + P_2 = 2$ y MIN (5,8)= 5 $\therefore$
$m = f(P_1, P_2, X_1, X_2) = 2\{5\} = \$10$

2.8.9 Un consumidor posee una función de utilidad $U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha} X_1^{1-\alpha}$ y enfrenta inicialmente los precios (P_1^*, P_2^*) con renta m*. Si a raíz de la implantación de un impuesto al bien 1, los precios resultan ser $\left(\hat{P}_1, P_2^*\right)$, determine :

Datos:

$$U(X_1,X_2)=X_1^{\alpha}X_1^{1-\alpha}\Rightarrow X_1^{*}=\frac{\alpha m}{P_1},X_2^{*}=\frac{(1-\alpha)m}{P_2}$$

$$m^{*}(P_1^{*},P_2^{*},X_1^{*},X_2^{*})=\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}$$

a) La variación compensatoria (VC) y equivalente (VE).

Variación compensatoria : Después de que los precios cambian.

$$VC=m\left(\hat{P}_1,P_2^{*},X_1^{*},X_2^{*}\right)-m^{*}(P_1^{*},P_2^{*},X_1^{*},X_2^{*})$$

$$VC=\left(\frac{\hat{P}_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}-\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}$$

$$VC=X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left[\left(\frac{\hat{P}_1}{\alpha}\right)^{\alpha}-\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$$

Variación equivalente: Antes de que varíen los precios.

$$VE=m^{*}(P_1^{*},P_2^{*},X_1^{*},X_2^{*})-m\left(P_1^{*},P_2^{*},\hat{X}_1,\hat{X}_2\right)$$

$$VE=\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}-\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\hat{X}_1^{\alpha}\hat{X}_2^{1-\alpha}$$

$$VE=\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2^{*}}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left(X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}-\hat{X}_1^{\alpha}\hat{X}_2^{1-\alpha}\right)$$

b) Si X_2 constituyen todos los demás bienes comprados con dinero, como queda VC y VE.

P_2 = *1* numerario

$$VE=\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}X_1^{*\alpha}X_2^{*}-\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\hat{X}_1^{\alpha}\hat{X}_2^{1-\alpha}$$

$$VE=\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left(X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}-\hat{X}_1^{\alpha}\hat{X}_2^{1-\alpha}\right)$$

$$VC=X_1^{*\alpha}X_2^{*1-\alpha}\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left[\left(\frac{\hat{P}_1}{\alpha}\right)-\left(\frac{P_1^{*}}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$$

c) Suponga que $\alpha = \frac{1}{4}$ y las mismas condiciones del inciso anterior, además suponga que antes del impuesto la renta es de \$60 y que $P_1 = 2$. Determine las VC y VE

$$VE = \left(\frac{2}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{3}{4}}\left((7.5)^{\frac{1}{4}}(45)^{\frac{3}{4}} - \hat{X}_1^{\frac{1}{4}}\hat{X}_2^{\frac{3}{4}}\right)$$

$$VC = (7.5)^{\frac{1}{4}} \quad (45)^{\frac{3}{4}}\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{3}{4}}\left[\left(\frac{\hat{P}_1}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{2}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}}\right]$$

2.8.10 Suponga que $U(X_1, X_2) = X_1 + X_2$. Determine la función de utilidad medida en términos monetarios.

$U(X_1, X_2) = X_1 + X_2$ (sustitutos perfectos)

$$X_1 = \begin{cases} 0 \rightarrow Si \quad P_1 > P_2 \\ 0 \leq X_1 \leq \frac{m}{P_1} \rightarrow Si \rightarrow P_1 = P_2 \\ \frac{m}{P_1} \rightarrow Si \quad P_1 < P_2 \end{cases} \qquad X_2 = \begin{cases} 0 \rightarrow Si \quad P_1 < P_2 \\ 0 \leq X_2 \leq \frac{m}{P_2} \rightarrow Si \rightarrow P_1 = P_2 \\ \frac{m}{P_1} \rightarrow Si \quad P_1 > P_2 \end{cases}$$

$$P_2 = 1$$

$$m(P_1, P_2, X_1, X_2) = \frac{m}{P_1} = \frac{X_2}{P_1} \rightarrow SI \rightarrow P_1 < P_2$$

$$m(P_1, P_2, X_1, X_2) = \frac{m}{P_2} = X_2 \rightarrow SI \rightarrow P_2 < 1$$

2.8.11 Suponga una curva de demanda expresada por *D (P) = 10 - P*

a) ¿Cuál es el excedente bruto del consumidor cuando éste consume 6 unidades del bien en referencia?

$$E_{BC} = \frac{(6)(6)}{2} + (4 \times 6) = 42$$

b) ¿Cuál es el excedente neto del consumidor?

$$E_{NC} = \frac{(6)(6)}{2} = 18$$

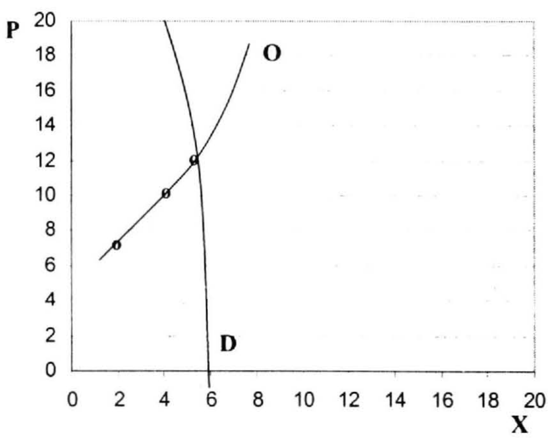
c) Si el precio sube a 6 ¿Cuál es el cambio en el excedente del consumidor.

$$V_{EC} = (2 \times 4) + \frac{(2 \times 2)}{2} = 10$$

El excedente del consumidor se reduce en 10 unidades.

2.8.12 La cantidad demandada y el precio correspondiente de un bien *X*, en situación de competencia perfecta, se determinan por las funciones de demanda inversa P = 36 - X^2 y oferta inversa $P = 6 + \frac{X^2}{4}$

Determine Los correspondientes excedentes del consumidor y del productor.



Para encontrar los puntos de intersección se resuelve el sistema de dos ecuaciones de la manera siguiente:

1.- $P = 36 - X^2$

2.- $P = 6 + \frac{X^2}{4} \Rightarrow$ Igualando 1 y 2

$$36 - X^2 = 6 + \frac{X^2}{4}$$

$$30 = \frac{4X^2 + X^2}{4}$$

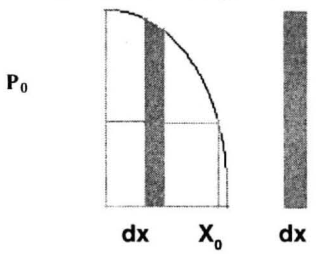
$$120 = 5X^2$$

$$X_0 = \sqrt{120/5} = 4.90 \quad ; \quad P = 12$$

EXCEDENTE DEL CONSUMIDOR:

$E_C = 117.48$

Método I : Integrando respecto a *dx*

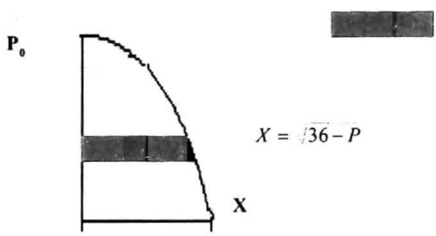


$P = 36 - X^2$

$$A_1 = \int_0^{X_0} f(x)dx - X_0 P_0$$

$$A_1 = \int_0^{2\sqrt{6}} (36 - X^2)dx - 2\sqrt{6}(12) = 36X - \frac{X^3}{3}\Big|_0^{2\sqrt{6}} - 2\sqrt{6}(12) = 36(2\sqrt{6}) - \frac{(2\sqrt{6})^3}{3} - 24\sqrt{6} = 32\sqrt{6}$$

Método II: Integrando respecto a dP



$X = \sqrt{36 - P}$

$$A_1 = \int_{P_0}^{M_0} g(P)dg = \int_{12}^{36} (36 - P)^{\frac{1}{2}} dP$$

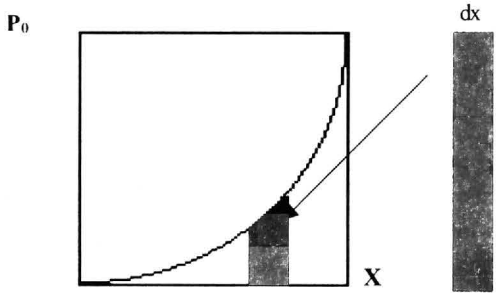
$$A_1 = \int_{12}^{36} (36 - P)^{\frac{1}{2}} dP = \frac{2}{3}(36 - P)^{\frac{3}{2}}\Big|_{12}^{36} = \frac{2}{3}\sqrt{(36 - P)^3}\Big|_{12}^{36} = 0 - \frac{2}{3}\sqrt{(24)^3}$$

$$A_1 = -\frac{2}{3}(24)\sqrt{24} = 16(2\sqrt{6}) = -32\sqrt{6}$$ (El signo no tiene sentido, son unidades cuadradas)

EXCEDENTE DEL PRODUCTOR

$E_P = 14.7$

Método I: Integrando respecto a dx

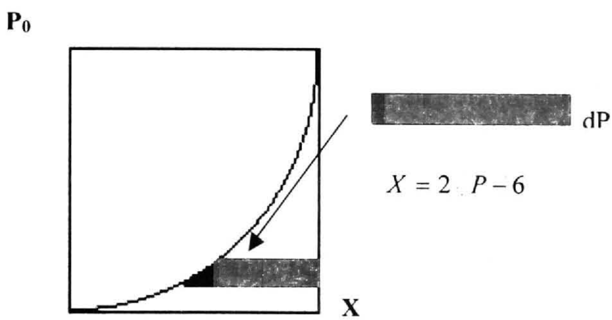


$$P = 6 + \frac{X^2}{4}$$

$$A_2 = X_0P_0 - \int_0^{X_0} f(X)dx = 2\sqrt{6}(12) - \int_0^{2\sqrt{6}}\left(6 - \frac{X^2}{4}\right)dx = 24\sqrt{6} - \left[6X + \frac{X^3}{12}\right]_0^{2\sqrt{6}}$$

$$A_2 = 24\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - \frac{8\sqrt{6^3}}{12} = 24\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 4\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$$

Método II: Integrando respecto a dP



$$X = 2\sqrt{P - 6}$$

$A_2 = \int_6^{P_0} g(P)dP = \int_6^{12} 2(P-6)^{\frac{1}{2}} dP$: Por cambio de variable $A = P - 6$ $d_A = d$

$$A_2 = \int_6^{12} 2A^{\frac{1}{2}} dA = \frac{4}{3}A^{\frac{3}{2}}\Big|_6^{12} = \frac{4}{3}(P-6)^{\frac{3}{2}}\Big|_6^{12} = \frac{4}{3}(6)^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}6\sqrt{6}$$

$$A_2 = 8\sqrt{6}$$

2.9 La demanda de mercado y elasticidades, ingreso marginal y maximización de la renta

2.9.1 Explique de que depende la curva de demanda del mercado y cómo la afectan cada uno de estos factores.

La curva de demanda del mercado es la suma de las demandas individuales de todos los consumidores. Por lo tanto, depende de:

a) **las dimensiones del mercado:** número de consumidores que existen en el mercado. Tiene una relación directa con la demanda de mercado.
b) **la renta media de los consumidores:** afecta de manera directa a la curva de demanda del mercado.
c) **el precio del bien:** afecta de manera inversa a la curva de demanda de mercado.
d) **precio de los bienes relacionados:** si son bienes sustitutos perfectos, la relación con la demanda es directa. Si son complementarios perfectos, la relación es inversa.
d) **gustos o preferencias:** afectan de manera directa. Reflejan las necesidades y dependen de cuestiones geográficas, históricas, culturales, etc.

2.9.2 ¿Cuál es la relación entre el ingreso marginal y la elasticidad?

Cuando $|ep| > 1$ IMg >0, cuando $|ep| = 1$ IMg $= 0$ y cuando $|ep| < 1$ IMg <0

2.9.3 Explique qué es la elasticidad de la demanda y qué tipo de elasticidades conoce:

La elasticidad es una medida del grado de reacción de una variable dependiente ante el cambio proporcional de una de las variables que la determinan.

Si tenemos una función: $Y = f(X_1, X_2, X_3)$ la elasticidad i se define como:

$$\frac{\frac{\partial Y}{Y}}{\frac{\partial Xi}{Xi}} = \frac{\partial Y}{\partial Xi}\frac{Xi}{Y}$$

De acuerdo al lado izquierdo de la ecuación, se tiene el cambio proporcional de Y respecto al cambio proporcional de Xi. Si este concepto se aplica a la función de demanda, tenemos:

$X_1^D = f(P_1, P_2, m, G, N^o \text{ de personas})$

De la que se pueden obtener:

- **elasticidad precio de la demanda:** $\left(\dfrac{\partial X_1}{\partial P_1}\right)\left(\dfrac{P_1}{X_1}\right)$
- **elasticidad ingreso de la demanda:** $\left(\dfrac{\partial X_1}{\partial m}\right)\left(\dfrac{m}{X_1}\right)$
- **elasticidad precio cruzada de la demanda:** $\left(\dfrac{\partial X_1}{\partial P_2}\right)\left(\dfrac{P_2}{X_1}\right)$

Para el caso de la oferta, también podría estimarse una elasticidad precio, elasticidad costo de factores, elasticidad precio cruzada, etc.

2.9.4 Si hay un empresario que tiene una demanda inelástica y desea aumentar su ingreso, ¿buscará aumentar o reducir sus ventas?

Buscará reducirlas aumentando su precio. Dado que la demanda es inelástica, el incremento del precio reducirá menos que proporcionalmente la cantidad, dando como resultado un mayor ingreso total.

2.9.5 Explique qué relación existe entre la elasticidad-precio y el ingreso marginal. Si la elasticidad precio es igual a uno ¿Qué sucede con el ingreso total y el ingreso marginal?

Mediante ellos podemos observar como varía el ingreso cuando varía la cantidad de un bien. Cuando la elasticidad es igual a 1, el IMg = 0 y el Ingreso total está en un punto máximo.

2.9.6 El ingreso marginal es el ingreso adicional que se obtiene aumentando la cantidad vendida. ¿Cuál es su fórmula?

$$IMg = \frac{\Delta R}{\Delta q} = P + q\frac{\Delta P}{\Delta q} = IMg = P\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right]$$

2.9.7 Diga si es falso o verdadero:

1. La elasticidad precio de la demanda mide la sensibilidad de la cantidad demandada ante cambios en el precio. **V**

2. Si la demanda es inelástica en un punto, un incremento de la cantidad provoca una reducción del ingreso **V**

3. La función de demanda de droga por parte de un adicto puede ser muy inelástica al igual que la función de demanda de mercado **F**

4. Si la elasticidad ingreso es mayor que uno, se dice que los bienes son complementarios **F**

2.9.8 Con la siguiente tabla obtenga:

a)El ingreso total.
b)El ingreso marginal.
c)La curva de demanda.
d)La elasticidad precio de la demanda.
e)Relacione la ep con Img y el IT

Precio	Cantidad	IT	ep	ep	Img	Img
12	0	0				
9	1	9		-3		6
8	2	16	-9.00	-4	8	6
7	3	21	-4.00	-2.33	6	4
6	4	24	-2.33	-1.5	4	2
5	5	25	-1.50	-1	2	0
4	6	24	-1.00	-0.67	0	-2
3	7	21	-0.67	-0.43	-2	-4
2	8	16	-0.43	-0.25	-4	-6
1	9	9	-0.25	-0.11	-6	-8
0.5	10	5	-0.22	-0.1	-3.5	-5
0	11	0	-0.10	0	-4.5	

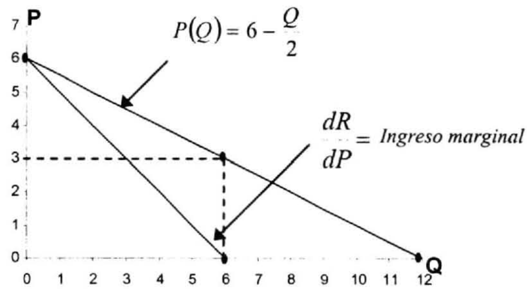
ep>1 el Img es positivo y el IT está ascendiendo
ep=1 el Img es igual a cero y el ITes máximo
ep<1 el Img es negativo y el ITestá descendiendo

2.9.9 ¿Cuáles de las elasticidades cruzadas de la demanda esperaría que fueran positivas y cuáles negativas y porqué?

	epxy>0	epxy<0		
a) Balones de fútbol y balones de basquetbol	(X)	( )	porque son	B. Sustitutos
b)Bolas de tenis y bolas de golf	(X)	( )	porque son	B. Sustitutos
c)Servicios odontológicos y crema de dental	(X)	( )	porque son	B. Sustitutos
d)Servicios odontológicos y dulces	( )	(X)	porque son	B. Complementarios
e)Licor y cubos de hielo	( )	(X)	porque son	B. Complementarios
f)Licor y marihuana	(X)	( )	porque son	B. Sustitutos

2.9.10 Si la curva de demanda de mercado es D (P) =12 - 2P

a) ¿Cuál es la curva inversa de demanda?



$$D(P)=12-2P$$

si $P=6\rightarrow D(P)=0$

si $P=0\rightarrow D(P)=12$

$$P(Q)=6-\frac{Q}{2}$$

b) ¿Qué precio maximiza la renta?

$$\frac{dP(Q)}{dQ}=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{dR}{dQ}=P(Q)+\frac{dP(Q)}{dQ}Q$$

$$\frac{dR}{dQ}=P(Q)-\frac{1}{2}Q$$

$$\frac{dR}{dQ}=6-\frac{Q}{2}-\frac{Q}{2}$$

$$\frac{dR}{dQ}=0\Rightarrow 6-Q=0$$

$\therefore Q=6\rightarrow P=3$ (Precio que maximiza la renta)

2.9.11 Supóngase que la curva de demanda para un bien está dada por D(P) = 100/P . ¿Qué precio maximiza la renta?

$$D(P) = \frac{100}{P}$$

$$D(Q) = \frac{100}{Q}$$

Elasticidad

$$\frac{dR}{dQ} = P(Q)\left[1 - \frac{1}{|\in(P)|}\right] = P(Q)\left[1 - \frac{1}{1}\right] = 0$$

$$R = PQ$$

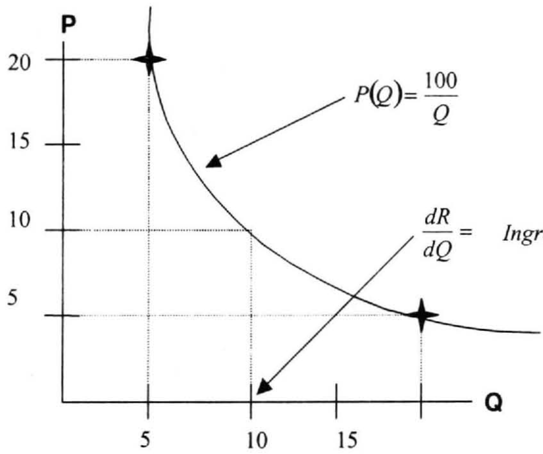
$$Q = \frac{R}{P}$$

$$Q = AP^{\varepsilon}$$

$$LnQ = LnA + \varepsilon LnP$$

$$A = 100 \Rightarrow \in = -1$$

$\therefore$ La renta máxima para todo **P** , o sea que el precio que maximiza la renta queda indeterminado



III. Teoría de la producción y la oferta

3.1 ¿Qué es una isocuanta?

Es la curva que indica todas las combinaciones de factores capaces de generar un nivel dado de producción.

3.2 ¿Qué mide la relación técnica de sustitución entre los factores?

La relación técnica de sustitución mide la pendiente de una isocuanta. Generalmente suponemos que la RTS disminuye conforme nos desplazamos a lo largo de una isocuanta, lo que equivale a decir que las isocuantas tienen forma convexa.

3.3 ¿Qué son los rendimientos a escala?

Los rendimientos a escala se refieren a la forma en que varía la producción cuando se altera la escala de producción. Si multiplicamos todos los factores por la cantidad de t y la producción se multiplica por esa misma cantidad, hay rendimientos constantes de escala. Si se multiplica por una cantidad superior a t, hay rendimientos crecientes de escala y si se multiplica por una cantidad inferior a t, hay rendimientos decrecientes de escala.

3.4 ¿Cuál es la curva de demanda de un factor?

VPMg = P* PMg

3.5 ¿Por qué cuando W/p es diferente a PMgL el empresario no está en una posición de equilibrio de corto plazo?

Porque al contratar un trabajador si el valor del PMg es menor de lo que paga (W) por su servicio, le conviene no seguir contratando más. Ya que el ingreso generado por el trabajador es menor de lo que cuesta. Si el PMg es mayor que W, le conviene contratar más trabajadores para aumentar su ingreso.

3.6 Complete las definiciones:

a) Surgen porque solo existen algunas combinaciones de factores viables para obtener una cantidad dada de producción.
Restricciones tecnológicas

b) Mide el volumen máximo de producción que puede obtenerse con

una cantidad dada de factores.
Función de producción

c) Representa el conjunto de todas las combinaciones posibles de los factores 1 y 2 que son suficientes para obtener una cantidad dada de producción.
Isocuanta

d) Representa la cantidad adicional del factor 2 que se requiere si se renuncia a una pequeña cantidad del factor 1.
Relación técnica de sustitución

e) Propiedad de la tecnología que implica que si existen dos formas de producir Y unidades, su media ponderada permitirá obtener al menos Y unidades.
Convexidad

f) Representa el periodo de tiempo en el cual se ajustan todos los factores de producción, excepto el capital.
Corto plazo

g) Mide la variación en la producción al aumentar la utilización de un factor
Producto marginal

h) Miden la variación de la producción al incrementar todos los factores en la misma proporción.
Rendimientos de escala

i) Surgen cuando al doblar la cantidad de todos los factores el producto aumenta en más del doble
Rendimientos de escala crecientes

j) Cuando estamos en el largo plazo y el incremento de los factores produce un aumento más que proporcionalmente en la producción decimos que tenemos.
Rendimientos crecientes a escala

k) Cuándo hay un nivel dado de producto y el precio es constante

¿qué se tiene que hacer para maximizar la ganancia?
Minimizar los costos

3.7 Diga si es falso o verdadero:

a) La relación técnica de sustitución mide la pendiente de una isobeneficio **F**

b) El corto plazo es un periodo menor a un año **F**

c) $f(X_1, X_2) = X_1^2 X_2^2$ es una función con rendimientos decrecientes a escala **F**

d) La lógica de la maximización del beneficio implica que la función de oferta de una empresa competitiva debe ser una función creciente del precio del producto **V**

e) El producto marginal mide la cantidad adicional de un factor por unidad adicional de producto **F**

f) Si la empresa maximiza los beneficios, el valor del producto marginal de cada factor variable debe ser igual a su precio **V**

g) La pendiente de la isocuanta es igual a los precios relativos de los factores **F**

3.8 Falso o verdadero. Si la ley del producto marginal decreciente no se verificara, la oferta de alimentos mundial podría cultivarse en una maceta.

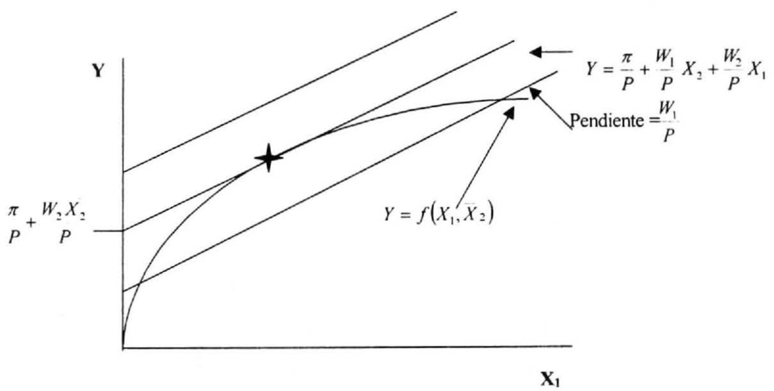
Pudiera pensarse que si X_1 (tierra) y X_2 (los otros factores de la producción de alimentos), al mantener X_1 fijo al nivel de una maceta, al añadir los demás factores de la producción, en un contexto de rendimientos marginales decrecientes. En primer lugar es evidente que no se alcanza la oferta mundial de alimentos. Sin embargo, lo más importante es el problema de la escala de producción es decir, hay producciones que requieren una escala mínima de producción, la producción de alimentos es una de ellas, por lo tanto es falso.

3.9 Falso o verdadero. ¿En un proceso de producción es posible tener producto marginal decreciente en un insumo y aun así rendimientos crecientes a escala?

Verdadero, es perfectamente factible una tecnología que exhiba rendimientos crecientes a escala y producto marginal decreciente para cada uno de los factores de la producción manteniendo fijos los demás factores.

3.10 En el corto plazo, si el precio del factor fijo se incrementa ¿Qué ocurre con las ganancias?

En un análisis de corto plazo, el cambio en el precio de un factor fijo, no modifica la elección que la empresa hace de dicho factor. La modificación de este precio no modifica la pendiente de la recta de isoganancias. De modo que la elección óptima de los factores variables (uno en la gráfica de abajo) no se altera, por lo tanto no se modificará la oferta del producto. Lo único que se modifica son las ganancias que alcanza la empresa.



3.11 La función de producción Cobb-Douglas es $f(X_1,X_2) = AX_1^a X_2^b$ El tipo de rendimiento de escala de esta función depende de la magnitud de a+b. ¿Qué valores de a+b generan los diferentes tipos de rendimiento?

a+b pueden ser: mayor a 1 y los rendimientos serán crecientes a escala.

igual a 1 y los rendimientos serán constantes a escala.

0>a+b<1 y los rendimientos serán decrecientes a escala.

3.12 Suponga que la función de producción de cafeteras viene dada por:

$$q = KL - 0.8\,K^2 - 0.2\,L^2$$

a) Suponga que K = 19, ¿En qué nivel de trabajo se cruzan? ¿Cuántas cafeteras se producen en este punto?

$$q = (19)L - 0.8(19)^2 - 0.2L^2$$
$$Q = 19L - 288.8 - 0.2L^2$$
$$PMg = 19 - 0.4L$$
$$PMe = 19 - \frac{288.8}{L} - 0.2L$$
$$PMg = PMe \qquad \therefore \qquad 19 - 0.4L = 19 - \frac{288.8}{L} - 0.2L$$
$$-0.2L + \frac{288.8}{L} = 0$$
$$-0.2L^2 + 288.8 = 0$$
$$0.2L^2 = 288.8$$
$$L^2 = 1444$$

$L = 38$ Nivel de trabajo donde PMe = PMg

Y a ese nivel se producen 145.2 cafeteras.

b) Determine la función de producto marginal. Analice las relaciones que se dan entre el producto medio y el producto marginal del trabajo.

Cuando el PMg toca al PMe es en su punto máximo.
$\therefore$ con 38 unidades de trabajo el PMe = 3.8 y el PMg = 3.8 la producción total es igual a 145.2.
Cuando la producción total es máxima el PMg = 0, es decir cuando contrata 47.5 unidades de trabajo la producción total es igual a 162.45 cafeteras.

c) Suponiendo que K =10, ¿En que nivel de trabajo PMg_L= 0?

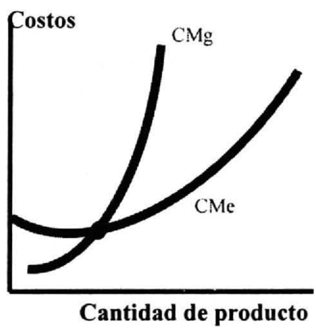
Cuando K =10, el producto marginal es igual a 0 cuando contrato 25 unidades de trabajo y produzco 45 cafeteras.
En el punto máximo se producen 38 cafeteras.

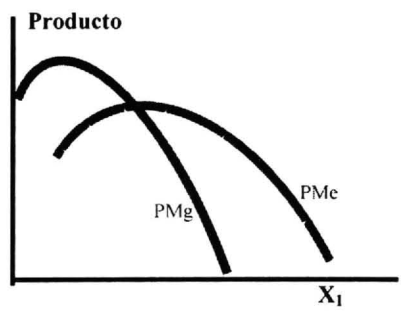
3.13 Diga cuál de estos cuatro métodos de producción es técnicamente eficiente y por qué?

$$\begin{array}{ccccc} & Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 \\ \begin{matrix} L \\ K \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Todos los métodos son técnicamente eficientes, porque ninguno utiliza menos de ambos factores simultaneamente.

3.14 Dibuje las curvas de producto medio, producto marginal, costo medio y costo marginal.





a) Diga qué relación guardan dichas curvas y demuéstrelo matemáticamente

Guardan una relación inversa porque:

$$PMe = \left[\frac{Y}{X_1}\right] \quad \text{y} \quad CMe = \left[\frac{W_1 X_1}{Y}\right] \quad \text{por lo que} \quad CMe = \left[\frac{W_1}{PMe}\right]$$

$$PMg = \left[\frac{dy}{dX_1}\right] \quad \text{y} \quad CMg = \left[\frac{W_1 dX_1}{dY_1}\right] \quad \text{por lo que} \quad CMg = \left[\frac{W_1}{PMg}\right]$$

b) En qué punto del producto medio corta el producto marginal
Corta en el punto máximo del PMe
c) En qué punto del costo medio corta el costo marginal.
Corta en el punto mínimo del CMe

3.15 ¿En dónde se maximizan utilidades en el corto plazo?

$$\Pi = Py - W_1 X_1 - W_2 \overline{X}_2$$

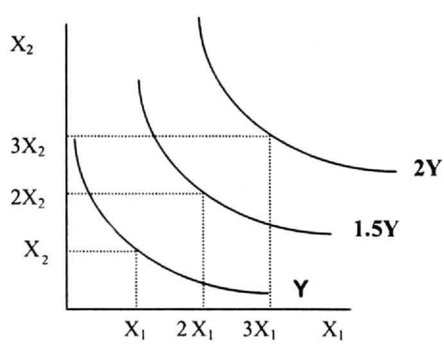
$$\frac{\delta \Pi}{\delta y} = P - W_1 \frac{\delta X_1}{\delta y} = 0$$

$$\frac{\delta X_1}{\delta y} = \frac{1}{PMgX_1} \qquad P = \frac{W_1}{Pmg}$$

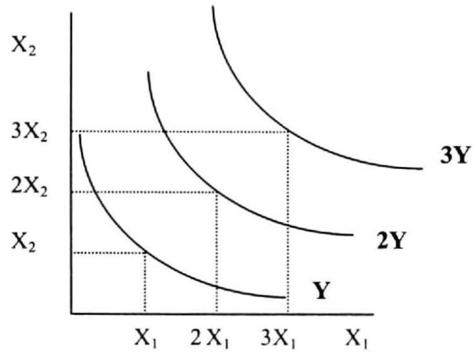
$$P \cdot PMg = W_1$$
$$VPMg = W_1$$

3.16 Grafique cuando hay rendimientos a escala constantes, rendimientos a escala decrecientes y rendimientos a escala crecientes (utilizando los 2 factores en la misma gráfica).

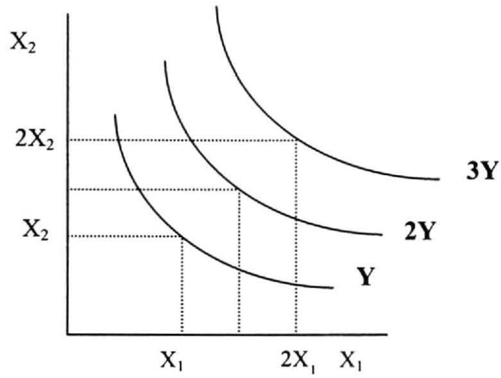
Rendimientos a Escala Decrecientes.



Rendimientos a Escala Constantes



Rendimientos a Escala Crecientes.



3.17 La función de producción de una empresa viene dada por:

$$\mathbf{Y = f(X_1) = 4X_1 + 5X_1^2 - X_1^3}$$

El salario vigente en el mercado es w = 3

a) Obtener las relaciones de Producto Medio y Producto Marginal.

$$PMe = \frac{Y}{X_1} = 4 + 5X_1 - X_1^2$$

$$PMg = \frac{\partial Y}{\partial X_1} = 4 + 10X_1 - 3X_1^2$$

b) ¿Cual sería el comportamiento maximizador de beneficios si el precio fuese igual a $P=\frac{1}{2}$

$P^*PMg = w$
$\frac{1}{2}(4 + 10X_1 - 3X_1^2) = 3$
$4 + 10X_1 - 3X_1^2 = 6$
$-2 + 10X_1 - 3X_1^2 = 0$
Se aplica la fórmula general

$$\frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2-4(-3)(-2)}}{2(-3)}$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{100-24}}{-6}$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{76}}{-6} \qquad X_1 = \frac{-10 + 8.71}{-6} = 0.21$$

$$\frac{-10 \pm 8.71}{-6} \qquad X_2 = \frac{-10 - 8.71}{-6} = 3.118$$

La cantidad del factor que me maximiza la ganancia es en donde la pendiente del PMg_1 sea decreciente.

$$\frac{\delta PMg}{\delta X_1} = 10 - 6X$$

Sustituyo cada valor de X
Cuando $X_1 = 0.21$

$$\frac{\delta PMg}{\delta X_1} = 10 - 6(0.21) = 8.74$$

Cuando $X_2 = 3.11$

$$\frac{\delta PMg}{\delta X_1} = 10 - 6(3.11) = -8.66$$

Por lo tanto la cantidad que me maximiza la ganancia es **3.11**

$\Pi = P \cdot y - C = P \cdot y - wX$
$\Pi = (1/2)(4X + 5X^2 - X^3) - (3)(X)$
$\Pi = \frac{1}{2}[4(3.11) + 5(3.11)^2 - (3.11)^3] - 3(3.11)$
$\Pi = 5.87$

3.18 La función de producción de una empresa viene dada por:

$$Y = f(X_1) = 3X + 4X^2 + X^3$$

El salario vigente en el mercado de $W_1 = 1$

a) Obtener las relaciones de Producto Medio y Producto Marginal

$Y = 3X + 4X^2 - X^3$

a) $PMe = 3 + 4X - X^2$

$PMg = 3 + 8x - 3X^2$

b) ¿Cuál sería el comportamiento maximizador de beneficios? Aplicarlo al caso en que el precio de mercado fuese: P=1/3

b) $PMg*P = W$

$1/3\,(3 + 8X + 3X^2) = 1$

$3 + 8X + 3X^2 = 3$

$8X + 3X^2 = 0$

$$\frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2}}{2(-3)}$$

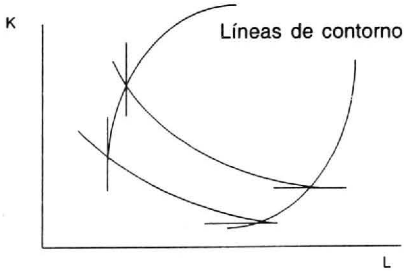
$$\frac{-8 \pm 8}{-6}$$

$$X_1 = \frac{-8+8}{-6} = 0$$

$$X_2 = \frac{-8-8}{-6} = 2.66$$

$X_2 = 2.66$

3.19 Dibuje en un mapa de isocuantas, una línea que una los puntos dónde el PMgL=0 y otra dónde PMgK=0 y diga cómo se llaman esas líneas.



3.20 Considere la función de producción $f(x_1,x_2)=x_1^2x_2^2$. ¿ Exhibe dicha función rendimientos constantes, crecientes o decrecientes a escala?

$$f(X_1,X_2)=X_1^2X_2^2$$
$$f(\lambda X_1,\lambda X_2)=(\lambda X_1)^2(\lambda X_2)^2$$
$$f(\lambda X_1,\lambda X_2)=\lambda^4X_1^2X_2^2$$
$$\therefore \rightarrow SI \rightarrow \lambda>1 \qquad f(\lambda X_1,\lambda X_2)>\lambda f(X_1,X_2):$$

Rendimientos crecientes a escala.

Si $\lambda=1$ Rendimientos Constantes
Si $\lambda<1$ Rendimientos Decrecientes

3.21 Considere la función de producción $f(x_1,x_2)=x_1^{0.3}x_2^{0.7}$. ¿Exhibe dicha función rendimientos constantes, crecientes o decrecientes a escala?

$$f(X_1,X_2)=X_1^{0.3}X_2^{0.7}$$
$$f(\lambda X_1,\lambda X_2)=(\lambda X_1)^{0.3}(\lambda X_2)^{0.7}$$
$f(\lambda X_1,\lambda X_2)=\lambda X_1X_2$ (Función homogénea de grado uno)
$$\therefore f(\lambda X_1,\lambda X_2)=\lambda f(X_1,X_2)$$

Rendimientos constantes a escala.

3.22 La tasa marginal de sustitución técnica entre los factores X_1 y X_2 es - 4 . Si usted decide producir la misma cantidad de producto, pero disminuir el uso de X_1 , en tres unidades, cuantas unidades más de X_2 necesitará?

Tasa de sustitución técnica = $\dfrac{\Delta X_2}{\Delta X_1}=-4$

$$si \qquad \Delta Y=0 \qquad y \qquad \Delta X_1=-3 \qquad ¿\Delta X_2?$$
$$\Delta X_2 = \; TMST\ \Delta X_1$$
$$\Delta X_2=(-4)(-3)$$
$$\therefore \Delta X_2=12\ unidades$$

3.23 Resuelva:

i) Y= 4K + 7L

ii) Y= 10KL/(K+L)

iii) Y= K^2L

a) Determine el tipo de rendimientos a escala.

i) $\lambda Y = 4\lambda K + 7\lambda L \Rightarrow Y' = \lambda\,(4K+7L)$

Grado de $\lambda=1$, exhibe rendimientos constantes a escala.

ii) $\lambda Y = \dfrac{10\lambda K\lambda L}{K\lambda + \lambda L} = \dfrac{\lambda^2 10KL}{\lambda(K+L)} = \lambda\,\dfrac{10KL}{K+L}$ $\qquad \lambda^n$ con n =1

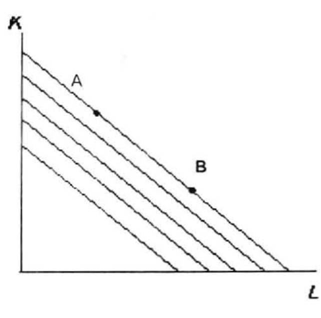
Tiene rendimientos constantes a escala.

iii) $XY= \lambda^2K^2 . \lambda L= \lambda^3K^2.L \qquad \lambda^n$ con n=3>0

Rendimientos crecientes a escala.

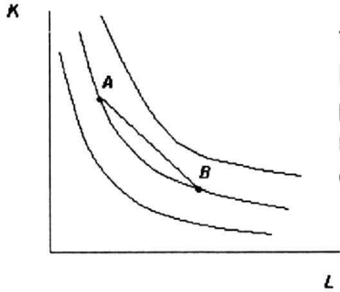
b) Determine si la tecnología de las funciones de producción son convexas.

i)



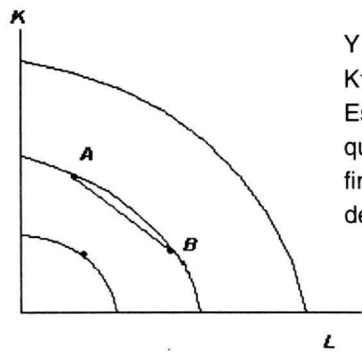
Y = 4K + 7L
No es estrictamente convexa (si se traza
una línea de A a B, no queda por encima).

ii)



$Y = 10KL / (K+L)$
Es estrictamente convexa, todo par de puntos unidos por una línea, definirán una línea recta por encima de la curva.

iii)



$Y = K^2L$ Si $Y= 1$, plano KL
$K^{-2} = L$
Es cóncava, ya que al unir cualquier par de puntos A,B se definirá una línea que queda por debajo de la f(X,Y).

3.24 Determine si las siguientes funciones de producción son o no homogéneas. En caso afirmativo, el tipo de rendimiento que presentan:

a) $F(K,L)= 3K^2L$

$F(\lambda K,\lambda L) = 3\lambda^2K^2\lambda L= \lambda^3(3K^2L)$ es homogénea de grado 3, tiene rendimientos crecientes a escala.

b) $F(K,T)=aK+bT$

$F(\lambda K,\lambda T)= a\lambda K+b\lambda T= \lambda(aK+bT)$ Es homogénea de grado 1, tiene rendimientos constantes a escala.

c) F(K,L)= L³/(LT+T²)

$$F(\lambda K,\lambda T)=\frac{\lambda^3L^3}{\lambda L\lambda T+\lambda^2T^2}=\frac{\lambda^3L^3}{\lambda^2LT+\lambda^2T^2}=\frac{\lambda^3}{\lambda^2(LT+T^2)}\frac{L^3}{}=\lambda\frac{L^3}{LT+T^2}$$

Es homogénea de grado 1, tiene rendimientos constantes a escala.

d) F(K,L)=KL+L

F $(\lambda K,\lambda L)$ = $\lambda K\lambda L+\lambda L=\lambda^2KL+\lambda L=\lambda(\lambda KL+L)$

No es una función homogénea.

e) F(K,L,T)=(TK+KL-T²)/L^{3/2}

$$\frac{\left(\lambda T\lambda K+\lambda^2KL-\lambda^2T^2\right)}{\lambda^{\frac{3}{2}}L^{\frac{3}{2}}}=\frac{\lambda^2(TK+KL-T^2)}{\lambda^{\frac{3}{2}}\;L^{\frac{3}{2}}}=\lambda^{\frac{1}{2}}\frac{\left(TK+KL-T^2\right)}{L^{\frac{3}{2}}}$$

Es una función homogénea de grado 1/2, presenta rendimientos decrecientes a escala.

f) F(K,L)=(L²+8KL)^{1/2}

$$F(\lambda K,\lambda L)=(\lambda^2L^2+8\lambda K\lambda L)^{\frac{1}{2}}=(\lambda^2L^2+8\lambda^2KL)^{\frac{1}{2}}=\lambda(L^2+8KL)^{\frac{1}{2}}$$

Es homogénea de grado 1, presenta rendimientos constantes a escala.

3.25 Sea Y(K,L) una función de producción de tipo Cobb-Douglas:

$Y=AK^aL^b$ (A>0; a>0; b>0)

Para cada uno de los factores de producción determine:

a) Producto Medio:

Producto Medio del capital:

$$\frac{Y}{K}=A\frac{K^a\;L^b}{K}=AK^{a-1}L^b\qquad \frac{Y}{K}=AK^{a-1}L^b$$

Producto Medio del trabajo:

$$\frac{Y}{L}=A\frac{K^a\;L^b}{L}=AK^aL^{-1}L^b\qquad \frac{Y}{L}=AK^aL^{b-1}$$

b) Producto Marginal:

Producto Marginal del capital: $= AL^b aK^{a-1} = AaL^b K^{a-1}$

Producto Marginal del trabajo: $= AbL^{b-1}K^a = AbK^a L^{b-1}$

c) Condición para que el PMgL sea decreciente: $\delta Y / \delta L \leq 0$

PMgL= $AbL^{b-1}K^a$ Se necesita que $b-1 < 1$, $0<b<2$

d) Condición para que el Producto Marginal del Capital sea creciente:

Producto del capital. $\delta Y / \delta K \geq 0$ o $AaL^bK^{a-1} \geq 0$, esto se cumpliría si $a-1>1$; $0>a>2$

e) Calcule la TMST

$$\text{TMST}= \frac{\partial K}{\partial L} = \frac{AaL^b K^{a-1}}{AbK^a L^{b-1}} = \frac{a}{b}\frac{L^b L^{-b+1}}{K^a K^{-a+1}} = \frac{a}{b}\frac{L}{K}$$

f) Suponga que se cumple c) y no se cumple d) ¿Es posible que la función presente RCE si ninguno de los factores tiene PMg creciente? Argumente su respuesta.

PMgL decreciente, PMgK no es creciente.
Si es posible, dado que aunque el producto marginal decreciente de cada factor se diera, puede ser que el producto marginal de los factores conjuntos sea creciente, es decir; son compatibles:

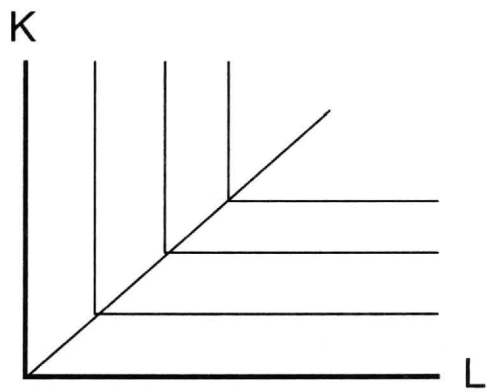
PMgL <0 , PMgK<0 y PMgF>0

$AbK^aL^{b-1} < 0$, $AaL^bK^{a-1} < 0$ y $AabL^{b-1} K^{a-1} > 0$

3.26 Si P·PMg >W ¿La empresa debe obtener más cantidad de factor o reducirla?

Para que una empresa se pueda decir que está maximizando debemos lograr la condición P·PMg =W, entonces en el caso de que el valor de la productividad marginal de los factores sea mayor a la remuneración de los factores, el empresario debe contratar más cantidad de factor para conseguir la condición de optimización.

3.27 Grafique una función de producción que describe una tecnología Leontief.



F (K,L) = min {K, L}

También conocida como de insumo - producto y complementarios perfectos.

3.28 ¿Por qué si W/p<PMgL no se está en una posición de equilibrio de corto plazo?

Porque esa desigualdad nos indica que el último trabajador contratado costó menos del valor monetario del producto que generó, por lo que su contratación generó mayores ganancias. En esta situación el empresario se ve atraído por aumentar aún más la contratación de personal, justo hasta el momento en que no se encuentre beneficio alguno en hacerlo (cuando W=p*PMgL).

3.29 ¿Por qué los costes totales medios tienen forma de U?

Porque al principio la curva tiene pendiente negativa debido a que los costos fijos medios tienden a disminuir conforme la producción aumenta y después tiene pendiente positiva porque los costos variables medios al aumentar la producción también aumentan.

3.30 ¿Por qué los costos marginales cortan al costo variable medio en su punto mínimo?

Porque a medida que los costos marginales disminuyen la curva de costo medio disminuye y al aumentar los costos marginales los costos medios aumentan. Es por esta razón que al empezar a aumentar los costos marginales esta curva corta a los costos medios en el punto mínimo.

3.31 ¿Que relación guarda el CMe y el CMg con el PMe y el PMg?

Los CMg y los CMe se determinan a partir de los PMe y PMg, siendo la curva de estos últimos equivalente a una transformación monótona inversa de los anteriores.

3.32 ¿En dónde se maximizan utilidades en el corto plazo?

En el punto en que la pendiente de la función de producción (el producto marginal de uno de los factores) es igual a la pendiente de la función de isobeneficio (w/p)

3.33 ¿En qué punto corta el costo medio al costo marginal?

En el punto en que se minimizan los costos, es decir en el punto mínimo de la curva de costos medios.

3.34 Cuando hay un nivel dado de producto y el precio es constante

¿Qué se tiene que hacer para maximizar la ganancia?
Minimizar los costos.

3.35 ¿Qué relación guardan el costo variable medio y el producto medio del trabajo?
El CVMe se determina a partir del PMe_L, siendo la curva de este último equivalente a una transformación monótona inversa del anterior.

3.36 ¿Cómo se define la curva de costo medio de largo plazo?
Los costos unitarios mínimos posibles para realizar una producción teniendo acceso a la mejor tecnología posible.

3.37 ¿Qué mide el área situada por debajo de la curva de coste marginal?
Mide los costos variables totales.

3.38 ¿Cómo se construye la curva de coste medio de largo plazo?
Se forma con los puntos mínimos de todas las curvas de costo medio de corto plazo. La función de costes a largo plazo de la empresa es la curva envolvente de los costes a corto plazo en la elección óptima de los factores fijos.

3.39 ¿A qué es equivalente el CMg fijo?
A cero

3.40 A medida que crece la producción, ¿qué le pasa al costo fijo medio?
a) Aumenta
b) <u>Disminuye</u>
c) Se mantiene constante
d) Ninguna de las anteriores

3.41 Diga qué relación guardan las curvas de PMe y CMe.
a) Directa
b) <u>Inversa</u>
c) Cercana
d) Ninguna de las anteriores

3.42 Diga si es falso o verdadero:

a) Si $pPM_1>w_1$, la empresa debe reducir la cantidad del factor 1 para obtener más beneficios **F**

b) A corto plazo, si se baja el precio del factor fijo, baja el nivel de producción **F**

c) Si $pPM_1<w_1$, la empresa debe reducir la cantidad del factor 1 para obtener más beneficios **V**

d) Los costos medios fijos nunca crecen con la producción **V**

e) Los costos medios totales siempre son mayores o iguales a los costos medios variables **V**

f) Los costos medios nunca crecen mientras los costos marginales decrecen **V**

3.43 Diga cuál es el nivel en que se minimiza el coste medio cuando una empresa tiene la función de costes $C(Y)=10Y^2+1000$.

Minimización del coste medio: $C=10Y^2+1000$

$CMe=10Y+1000/Y$ $\quad$ $CMg=20Y$ $\quad$ $CMe=CMg$

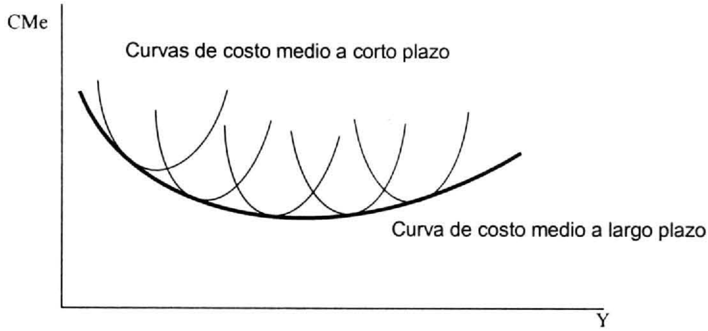
$10Y^2+1000=20Y^2$, $\quad$ $-10Y^2+1000=0$

$$Y=\frac{\pm\sqrt{4(-10)(1000)}}{-2(10)} \qquad Y_1=10; \quad Y_2=-10$$

Se minimiza en Y=10

3.44 Explique y grafique cómo es el Costo Medio de largo plazo.

El costo medio de largo plazo es la curva envolvente que toca los puntos de menor costo posible a cada nivel de producción, cambiando las escalas, las que corresponden a curvas de corto plazo pero no a sus mínimos; sólo la de menor costo posible en el largo plazo coincidirá en su mínimo.



3.45 La tecnología de una empresa que utiliza sólo el factor trabajo "L" viene dada por:

$$L = \frac{37q}{3} - 4q^2 + q^3$$

y contrata los servicios de L en un mercado competitivo al precio w = 1. El costo total está dado por : CT = w*L

a) Obtener las funciones de costo medio y costo marginal

$$CMe = \frac{CT}{q} = \frac{wL}{q} = \frac{\frac{37q}{3} - 4q^2 + q^3}{q} = \frac{37}{3} - 4q + q^2$$

$$CMg = \frac{\partial CT}{\partial q} = \frac{37}{3} - 8q + 3q^2$$

3.46 La tecnología de una empresa que utiliza sólo el factor X_1 viene dada por :

$$X_1 = 4y^2 - y^3$$

Contrata los servicios de trabajo en un mercado competitivo al precio de w= 1

a) Obtener el costo medio y el costo marginal.

$$CMe = \frac{CT}{y} = 4y - y^2$$

$$CMg = \frac{\partial CT}{\partial y} = 8y - 3y^2$$

b) Obtener el nivel de Y donde se minimiza el costo.

Los costos se minimizan cuando CMg = CMe

Dado que:

$$4y - y^2 = 8y - 3y^2$$

$$2y^2 - 4y = 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 0}}{4} = \frac{4 \pm 4}{4}$$

$$Y = \frac{8}{4} = 2$$

3.47 Minimice los costos de $C = W_1X_1 + W_2X_2$ sujeto a la restricción $Y = f(X_1\ X_2)$.

$$L = W_1X_1 + W_2X_2 - \lambda(f(X_1, X_2) - Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = W_1 - \lambda \frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_1} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = W_2 - \lambda \frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_1} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(X_1, X_2) = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_1} = \frac{\partial Y}{\partial X_1} = PMg_1 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_2} = \frac{\partial Y}{\partial X_2} = PMg_2 \qquad (5)$$

Sustituyo (4) en (1)

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = W_1 - \lambda PMg_1 = 0$$

Sustituyo (5) en (2)

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = W_2 - \lambda PMg_2 = 0$$

despejo λ

$$W_1 = \lambda PMg_1 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{W_1}{PMg_1}$$

$$W_2 = \lambda PMg_2 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{W_2}{PMg_2}$$

$$igualo \quad \lambda \quad \therefore \quad \frac{W_1}{PMg_1} = \frac{W_2}{PMg_2}$$

La razón de precios de los factores es igual a la razón de precios de las PMg's

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{PMg_1}{PMg_2}$$

3.48 De la siguiente ecuación C= .03 X^3 - 0.3 X^2 + 12X +15 obtener:

CF= 15

CV= 0.03 X^3 - 0.3 X^2 + 12X

CFMe= 15/X

CVMe= $0.03X^2 - 0.3X + 12$

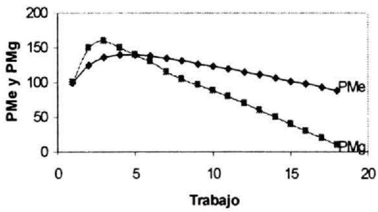
CMg= $0.09X^2 - 0.6X + 12$

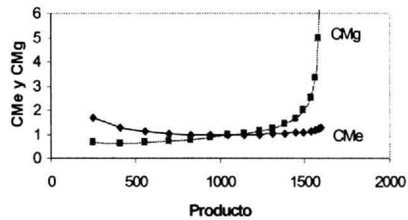
3.49 Complete el siguiente cuadro con la siguiente información, cuando el costo fijo total es de 220 y cada unidad del insumo variable cuesta 100.

X1	Y	PMeX1	PMgX1	CF	CV	CT	CFMe	CVMe	CMe	CMg
1	100	100.0	100	220	100	320	2.20	1.00	3.20	3.20
2	250	125.00	150	220	200	420	0.88	0.80	1.68	0.67
3	410	136.67	160	220	300	520	0.54	0.73	1.27	0.63
4	560	140.00	150	220	400	620	0.39	0.71	1.11	0.67
5	700	140.00	140	220	500	720	0.31	0.71	1.03	0.71
6	830	138.33	130	220	600	820	0.27	0.72	0.99	0.77
7	945	135.00	115	220	700	920	0.23	0.74	0.97	0.87
8	1050	131.25	105	220	800	1020	0.21	0.76	0.97	0.95
9	1146	127.33	96	220	900	1120	0.19	0.79	0.98	1.04
10	1234	123.40	88	220	1000	1220	0.18	0.81	0.99	1.14
11	1314	119.45	80	220	1100	1320	0.17	0.84	1.00	1.25
12	1384	115.33	70	220	1200	1420	0.16	0.87	1.03	1.43
13	1444	111.08	60	220	1300	1520	0.15	0.90	1.05	1.67

14	1494	106.71	50	220	1400	1620	0.15	0.94	1.08	2.00
15	1534	102.27	40	220	1500	1720	0.14	0.98	1.12	2.50
16	1564	97.75	30	220	1600	1820	0.14	1.02	1.16	3.33
17	1584	93.18	20	220	1700	1920	0.14	1.07	1.21	5.00
18	1594	88.56	10	220	1800	2020	0.14	1.13	1.27	10.00

b) Dibuje las curvas de producto medio, producto marginal, costo medio y costo marginal.





c) En qué punto se cortan el costo medio y el costo marginal.
Las curvas de CMe y CMg se cruzan cuando son = 1, aproximadamente cuando Y = 1,000

3.50 Construir la función de oferta a corto plazo de un empresario cuya función de costos a corto plazo es de:

$$C = 0.04 X^3 - 0.8 X^2 + 10 X + 5$$

$$CMe = 0.04X^2 - 0.8X + 10 + 5/X$$

$$CVMe = 0.04X^2 - 0.8X + 10$$

$$CMg = 0.12X^2 - 1.6X + 10$$

$$\frac{\partial CMe}{\partial X} = 0.08X - 0.8 = 0$$

$$X = \frac{0.8}{0.08} = 10$$

$$CVMe = 0.04(10)^2 - 0.8(10) + 10$$

$$CVMe = 4 - 8 + 10 = 6$$

$\therefore$ Oferta en el corto plazo

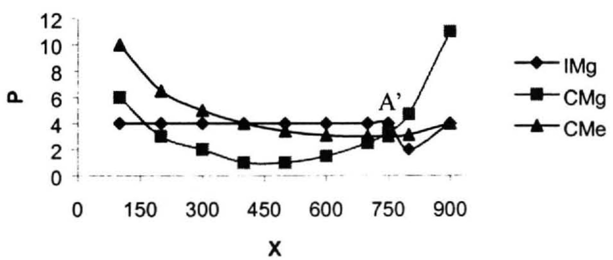
$$CMg = 0.12X^2 - 1.6X + 10 = P \geq 6$$

3.51 Con base en la siguiente tabla

a) Determine el IMg, CMg, CMe, la ganancia

CANTIDAD	PRECIO	IT	CT	IMg	CMg	CMe	GANANCIAS
0	4	0	400	0	0		-400
100	4	400	1000	4	6	10	-600
200	4	800	1300	4	3	6.5	-500
300	4	1200	1500	4	2	5	-300
400	4	1600	1600	4	1	4	0
500	4	2000	1700	4	1	3.4	300
600	4	2400	1850	4	1.5	3.08	550
700	4	2800	2100	4	2.5	3	700
750	4	3000	2265	2	3.3	3.02	735
800	4	3200	2500	2	4.7	3.13	700
900	4	3600	3600	4	11	4	0

b) Sobre un sistema de ejes, grafique las curvas de demanda, IMg, CMg y CMe de la empresa y denomine como A' el punto donde se maximicen las ganancias.



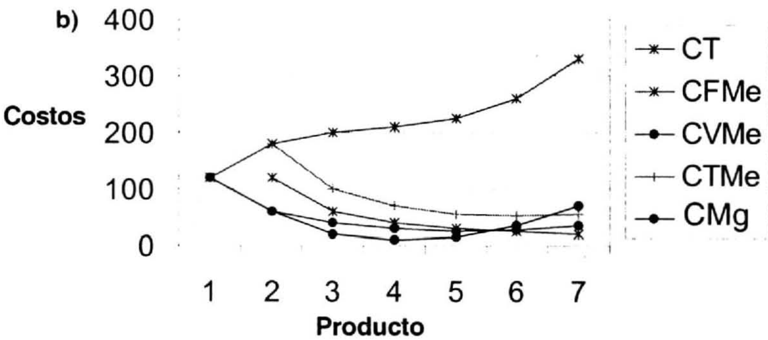
c) Comente la gráfica dibujada en la parte b)

Las ganancias se maximizan en el punto mínimo de la curva de Costos Medios, es decir, en la que ésta se intercepta con la curva de Costo Marginal. Dicho punto se encuentra cerca de 735 unidades de producción.

3.52 Con base en la siguiente tabla determine a) los valores del costo total, costo fijo medio, costo variable medio y del costo marginal. b) grafíquelos sobre un sistema de ejes.

X	CFT	CVT	CT	CFMe	CVMe	CTMe	CMg
0	120	0	120				120
1	120	60	180	120	60	180	60
2	120	80	200	60	40	100	20
3	120	90	210	40	30	70	10
4	120	105	225	30	26.25	56.25	15
5	120	140	260	24	28	52	35
6	120	210	330	20	35	55	70

b)



3.53 Suponga una tecnología donde los factores de la producción son:

a) Perfectamente complementarios

b) Sustitutos perfectos

c) Tecnología Cobb-Douglas

Determine los costos mínimos de producción.

a) Perfectamente complementarios

$F(X_1, X_2) = \text{MIN}\ \{X_1, X_2\}$

Si se desea producir "Y" unidades de producto, se requieren "Y" unidades de "X_1" y "Y" unidades de "X_2". De modo que los costos mínimos de producción serán:

$C(w_1, w_2, Y) = w_1 y + w_2 y = (w_1 + w_2)\ Y$

b) Sustitutos perfectos

$F(X_1, X_2) = X_1 + X_2$, debido a que son insumos sustitutos perfectos en la producción, la empresa utilizará el más barato de los dos. De manera que el costo mínimo de producir "Y" unidades de producto será w_1Y ó w_2Y, según sean los precios (se utilizará el más barato), es decir:

$C(w_1, w_2, Y) = \text{MIN}\ \{w_1Y, w_2Y\} = \text{MIN}\ \{w_1, w_2\}\ Y$

c) Tecnología Cobb-Douglas

$$f(X_1, X_2) = AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$$

$$\underset{X_1, X_2}{MIN} \quad w_1X_1 + w_2X_2$$

$$s.a. \quad f(X_1, X_2) = y = AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$$

$$L = w_1X_1 + w_2X_2 - \lambda\left(AX_1^{\alpha}X_2^{\beta} - Y\right)$$

Condiciones de Primer orden (necesarias)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial X_1} = w_1 - \alpha\lambda AX_1^{\alpha}X_2^{\beta} = 0 \Rightarrow w_1 = \alpha\lambda AX_1^{\alpha-1}X_2^{\beta} & (1) \\ \dfrac{\partial L}{\partial X_2} = w_2 - \beta\alpha AX_1^{\alpha}X_2^{\beta-1} = 0 \Rightarrow w_2\beta\alpha AX_1^{\alpha}X_2^{\beta-1} & (2) \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = AX_1^{\alpha}X_2^{\beta} - y = 0 \Rightarrow AX_1^{\alpha}X_2^{\beta} = Y & (3) \end{cases}$$

Multiplicando (1) por X_1 y (2) por X_2 de ambos lados de la igualdad se obtiene:

$$w_1X_1 = \alpha\lambda X_1^{\alpha}X_2^{\beta} = \alpha\lambda Y \qquad (1')$$

$$w_2X_2 = \beta\lambda X_1^{\alpha}X_2^{\beta} = \alpha\lambda Y \qquad (2')$$

$$\therefore X_1 = \frac{\alpha\lambda Y}{w_1} \quad , \quad X_2 = \frac{\beta\lambda Y}{w_2}$$

Sustituyendo en (3)

$$A\left(\frac{\alpha\beta Y}{w_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta\lambda Y}{w_2}\right)^{\beta} = Y$$

Resolviendo para λ

$$\lambda^{\alpha+\beta} = A^{-1}\alpha^{-\alpha}\beta^{-\beta}w_1^{\alpha}w_2^{\beta}Y^{1-\alpha-\beta}$$

$$\lambda = \left(A^{-1}\alpha^{-\alpha}\beta^{-\beta}w_1^{\alpha}w_2^{\beta}Y^{1-\alpha-\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Sustituyendo λ en X_1 y X_2

$$X_1 = A^{-1}\alpha^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\beta^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}}w_1^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}}w_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = A^{-1}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\begin{pmatrix}w_2\\ w_1\end{pmatrix}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$X_2 = A^{-1}\alpha^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}}\beta^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_2^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = A^{-1}\begin{pmatrix}\beta\\ \alpha\end{pmatrix}^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\begin{pmatrix}w_1\\ w_2\end{pmatrix}^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Para esta tecnología la función de costos es:

$$C(w_1, w_2, Y) = w_1X_1(w_1, w_2, Y) - w_2X_2(w_1, w_2, Y)$$

Sustituyendo X_1 y X_2

$$C(w_1, w_2, Y) = w_1A^{-1}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\begin{pmatrix}w_2\\ w_1\end{pmatrix}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + w_2A^{-1}\begin{pmatrix}\beta\\ \alpha\end{pmatrix}^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\begin{pmatrix}w_1\\ w_2\end{pmatrix}^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$C(w_1, w_2, Y) = A^{-1}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}w_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + A^{-1}\begin{pmatrix}\beta\\ \alpha\end{pmatrix}^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$C(w_1, w_2, Y) = \left[\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \begin{pmatrix}\beta\\ \alpha\end{pmatrix}^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\right]A^{-1}w_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

3.54 Demuestre que una empresa que maximiza ganancias también minimiza costos.

$$\max_{X_1, X_2} \pi = Pf(X_1, X_2) - w_1X_1 - w_2X_2 \equiv \quad \min \; C(w_1, w_2, Y) = w_1X_1 + w_2X_2$$

Por demostrar:

$$\max_{X_1, X_2} \pi = \quad \max \; Pf(X_1, X_2) - w_1X_1 - w_2X_2$$

Primero veamos la condición de primer orden en la maximización

$$P\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_1} - w_1 = 0 \Rightarrow \frac{w_1}{\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_1}} = P$$

$$P\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_2} - w_2 = 0 \Rightarrow \frac{w_2}{\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_2}} = P$$

Esto nos dá la TMS

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{f(X_1,X_2)_{\partial X_1}}{f(X_1,X_2)_{\partial X_2}}$$

Por otro lado, la minimización de costos está sujeta a la siguiente restricción

$$f(X_1,X_2) = Y$$
$$L = w_1X_1 + w_2X_2 - \lambda(f(X_1,X_2) - Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = w_1 - \lambda\frac{f(X_1,X_2)}{\partial X_1} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{w_1}{\partial f(X_1,X_2)_{\partial X_1}}$$

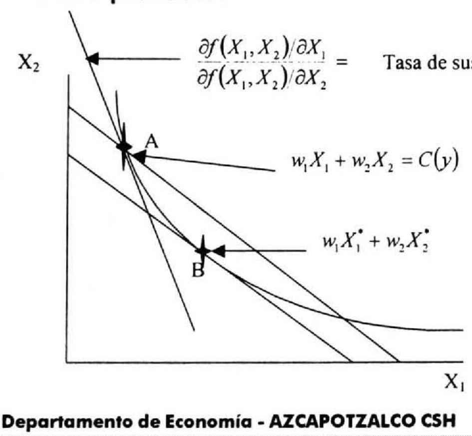
$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = w_2 - \lambda\frac{f(X_1,X_2)}{\partial X_2} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{w_2}{\partial f(X_1,X_2)_{\partial X_2}}$$

Esto conduce al mismo resultado ya que

$\frac{w_1}{w_2}$ = Tasa de sustitución técnica.

Por lo tanto, cuando la empresa maximiza ganancias está minimizando. En ambos casos la tasa de sustitución técnica es igual a la razón de los precios de los factores.

3.55 Si una empresa está produciendo en donde $\frac{PMg1}{w_1} > \frac{PMg2}{w_2}$ ¿Qué puede hacer para reducir sus costos pero mantener el mismo nivel de producto?



Tasa de sustitución técnica $= \frac{PMg1}{PMg2}$

$$\frac{PMg1}{w_1} > \frac{PMg2}{w_2} \rightarrow \frac{PMg1}{PMg2} > \frac{w_1}{w_2}$$

Se está produciendo con una técnica (punto A) donde la tasa técnica de sustitución es mayor a la razón de precios de los factores (no hay una elección óptima de estos).

Dados esos precios, deberá modificarse la técnica hasta el punto en que $\frac{PMg1}{PMg2} = \frac{w_1}{w_2}$.

En este ejemplo se debe usar una técnica menos intensiva en el factor X_2 y más intensiva en X_1 hasta alcanzar la elección óptima en el punto B.

3.56 Suponga que una empresa minimizadora de costos usa dos insumos que son sustitutos perfectos. Si los dos insumos tienen el mismo precio ¿Cómo es la demanda condicional de los factores para los insumos?

$$X_1 = \begin{cases} 0 & si \quad w_1 > w_2 \\ 0 \leq X_1 \leq \frac{c}{w_1} = \frac{w_1 y}{w_1} = Y\_si\_w_1 = w_2 \\ Y & si \quad w_1 < w_2 \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 0 & si \quad w_1 > w_2 \\ 0 \leq X_2 \leq \frac{c}{w_2} = \frac{w_2 y}{w_2} = Y\_si\_w_1 = w_2 \\ Y & si \quad w_1 > w_2 \end{cases}$$

$$\therefore si \qquad w_1 = w_2 \begin{cases} X_1^* & entre \quad 0 \quad y \quad Y \\ X_2^* & entre \quad 0 \quad y \quad Y \end{cases}$$

Dado que los insumos son sustitutos perfectos con el mismo precio, la empresa será indiferente respecto a qué insumo usar.

3.57 Si una empresa minimizadora de costos incrementa el uso de un insumo mientras no modifica el nivel de producción o la cantidad de otros insumos usados ¿Qué implicación tiene sobre esta situación la teoría de minimización de costos revelados?

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s \qquad (1)$$

y

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \leq w_1^s x_2^t + w_2^s x_2^t \qquad (2) \qquad \Rightarrow -w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \leq -w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s \qquad (2')$$

Sumando (1) y (2')

$$\left(w_1^t + w_1^s\right)x_1^t + \left(w_2^t + w_2^s\right)x_2^t \leq \left(w_1^t - w_1^s\right)x_1^s + \left(w_2^t - w_2^s\right)x_2^s$$

$$\left(w_1^t - w_1^s\right)\left(X_1^t - X_1^s\right) + \left(w_2^t - w_2^s\right)\left(X_2^t - X_2^s\right) \leq 0$$

$$\Delta W_1 \Delta X_1 + \Delta W_2 \Delta X_2 \leq 0$$

$$si \quad \Delta X_2 = 0 \Rightarrow \Delta W_1 \Delta X_1 \leq 0$$

Esto implica que la función de demanda de X_1 tiene pendiente negativa. Por lo tanto la teoría de la minimización de costos revelada implica en este caso que si se incrementa $X_1(\Delta X_1 > 0)$ esto se debe a que su precio ha disminuído $(\Delta w_1 > 0)$.

3.58 Una empresa produce idénticos productos en dos plantas diferentes. Si el costo marginal en la primera excede al costo marginal de la segunda planta ¿Cómo puede reducir costos y mantener el mismo nivel de producción?

Ya que $CMg_1 > CMg_2$, resulta rentable desplazar una pequeña cantidad de producción de la planta 1 a la planta 2 (con menor costo marginal) hasta el punto en que los costos marginales se igualen, que resulta ser el punto óptimo de la división de la producción entre las dos plantas, pues una vez alcanzado este punto desviar la producción de una planta a otra no podrá disminuir los costos.

Demostración de la asignación en dos plantas:

Formalmente existen dos plantas con dos funciones de costos distintas ($C_1(y)$ Y $C_2(y)$). Se desea producir Y unidades al menor costo, produciendo alguna cantidad en cada una de las plantas ¿Qué cantidad producir en cada planta? Y^*_1 asociada a CMg_1, Y^*_2 asociada a CMg_2 se resuelve con la tercera condición. La distribución de la producción entre plantas se hará hasta que ambas se tengan iguales costos marginales.

$$\underset{y_1, y_2}{MIN}\, C_1(Y_1) + C_2(Y_2)$$

$$s.a. \qquad Y_1 + Y_2 = Y$$

$$L = C_1(Y_1) + C_2(Y_2) - \lambda(Y_1 + Y_2 - Y)$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial L}{\partial Y_1}=\dfrac{\partial C_1(Y_1)}{\partial Y_1}-\lambda=0\\[2ex]\dfrac{\partial L}{\partial Y_2}=\dfrac{\partial C_2(Y_2)}{\partial Y_2}-\lambda=0\end{array}\right\}\Rightarrow\dfrac{\partial C_1(Y_1^*)}{\partial Y_1}=\dfrac{\partial C_2(Y_2^*)}{\partial Y_2}$$

$$CMg_1=CMg_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=Y_1^*+Y_2^*=Y^*$$

Y^*_1 asociada a CMg_1, Y^*_2 asociada a CMg_2 se resuelve con la tercera condición. La distribución de la producción entre plantas se hará hasta que ambas tengan iguales costos marginales.

3.59 ¿Qué es y cómo se comporta la curva de demanda a la que se enfrenta una empresa?

Es la relación entre el precio que cobra una empresa por un bien determinado y la cantidad de producción que vende se denomina curva de demanda a la que se enfrenta la empresa. Por definición una empresa competitiva se enfrenta a una curva de demanda horizontal porque en competencia perfecta todas las empresas venden cualquier cantidad a un nivel de precios determinado por el mercado.

3.60 ¿Qué es y cómo se comporta la curva de oferta de corto plazo de una empresa?

Es la relación entre el precio del producto y la cantidad que garantiza la máxima ganancia. La curva de oferta a corto plazo de una empresa coincide con la curva de costo marginal en su segmento creciente y situado por encima del costo variable medio mínimo (de hecho, la curva de costo marginal corta a la de costo variable en su nivel mínimo). Tendrá pendiente positiva.

3.61 ¿Qué es la variación de los beneficios de la empresa?

Los beneficios son la diferencia entre el ingreso total y el costo total π = IT - CT.

Si se modifica la cantidad que vende la empresa, habrá cambios en los ingresos y en los costos, de tal forma que el beneficio se va modificando.

3.62 ¿Qué es y cómo se comporta la curva de oferta de largo plazo de una empresa?

La curva de oferta de una empresa a largo plazo mide la cantidad óptima que se produce a diferentes precios cuando es posible ajustar el tamaño de planta. Está representada por la parte ascendente de la curva de costo marginal a largo plazo que se encuentra por encima de la curva de costo medio.

3.63 "A largo plazo, una empresa siempre actúa en el nivel mínimo de costes medios correspondientes a la planta de tamaño óptimo para producir una cantidad dada" ¿verdadero o falso? Explique.

Verdadero.

A largo plazo una empresa no produce nunca antes de los costos medios mínimos de largo plazo, porque implicaría trabajar con pérdidas. Por otro lado, si tiene ganancias extraordinarias, entrarán nuevas empresas que reducirán el precio del mercado por haber aumentado la oferta.

Si hay ganancias extraordinarias hay entrada y reducción del precio. Esta entrada se detiene al acabar con las ganancias extraordinarias, lo que ocurre cuando el precio es igual al costo medio mínimo de largo plazo.

3.64 ¿Cuál es el principal supuesto que caracteriza a un mercado puramente competitivo?

Que las empresas que participan en él son tan pequeñas que pueden vender toda la producción al precio que rige en el mercado. A esto se le llama que las empresas son precio-aceptantes.

3.65 A corto plazo, si sube el precio del factor fijo. ¿Qué ocurre con los beneficios?

Los beneficios son la diferencia entre los ingresos totales de las empresas (el precio del producto por la cantidad vendida) menos los costos totales, que son iguales a la suma de los costos variables (precio del factor variable multiplicado por la cantidad de éste que se usa) y los costos fijos (precio del factor fijo por su cantidad). Si los precios del factor fijo aumentan, los costos aumentan, por lo que el beneficio disminuye.

$$D = IT - CT$$
$$D = PX - (P_v V + P_f F)$$
$$D = PX - (P_v V + CF)$$

3.66 En el corto plazo, ¿los beneficios son siempre positivos?

Falso, π/x= P-CVMe-CFMe

Sabemos que puede haber pérdidas, pero si el precio permite cubrir los CFMe, entonces a ese nivel no habría beneficios positivos pero la empresa seguirá produciendo.

3.67 ¿Cuáles son lo supuestos de competencia perfecta?

a) Hay un gran número de empresas, cada una de las cuales produce el mismo producto homogéneo. (Sustitutos Perfectos)
b) Cada empresa intenta maximizar los beneficios.
c) Cada empresa es precio-aceptante: supone que sus actos no influyen en el precio de mercado
d) Se supone que todos los participantes en el mercado conocen los precios: la información es perfecta.
e) Las transacciones no tienen costes: los compradores y los vendedores no incurren en ningún coste cuando realizan intercambios.
f) Hay libre entrada y salida de empresas.

3.68 ¿A qué es igual la elasticidad precio de la demanda (para la empresa) en el corto plazo en competencia perfecta?

La elasticidad precio es igual a infinito ya que la empresa es tomadora de precios.

3.69 ¿Explique qué sucede en la industria para llegar al equilibro en el largo plazo y si perciben o no ganancias y por qué?

Esto se debe a que si en el largo plazo se previeran ganancias extraordinarias, subiría el número de productores que quisiera ingresar en dicha industria. Lo cual provocaría un desplazamiento de la curva de oferta que daría como resultado una disminución del precio. En dado caso, las ganancias se reducirían hasta convertirse en pérdidas y los productores comenzarían a salir del mercado. Por lo tanto el precio volvería a subir y así sucesivamente hasta encontrar su equilibrio en CMg = CMe = P

3.70 En un mercado que opera en competencia perfecta ¿Cuál es la diferencia entre la demanda a la cuál se enfrenta la industria y la demanda que debe enfrentar una empresa individual?

La demanda a la que se enfrenta la industria es una curva que muestra las cantidades que se desea consumir en el mercado a los diferentes precios (pendiente negativa). Sin embargo, la curva de demanda a la que se enfrenta una empresa individual tiene forma horizontal, ya que la empresa competitiva cree que no venderá nada si cobra un precio superior al de mercado y que al existente puede vender toda la cantidad que desee.

3.71 Cuando estamos en el largo plazo y el incremento de los factores produce un aumento más que proporcionalmente en la producción decimos que tenemos:

Rendimientos Crecientes a Escala

3.72 En un mercado puramente competitivo, ¿a qué es siempre igual el ingreso marginal de una empresa? ¿cuál será el nivel de producción de una empresa maximizadora del beneficio que actúe en ese mercado?

Al precio, ya que este es fijo para la empresa. Por ello el nivel de producción que maximiza las ganancias es aquel que permite igualar el CMg con el precio.

3.73 Si los costes variables medios son superiores al precio de mercado, ¿qué cantidad debe producir la empresa? ¿Y si no hay costes fijos?

Cuando el precio es tal que no alcanza a cubrir los costos variables medios, si la empresa sigue produciendo la pérdida será todo el costo fijo más lo que falta por cubrir del costo variable, de tal forma que dejando de producir la pérdida se reduce sólo al costo fijo. Es por ello que en esta situación conviene más cerrar la planta. En caso de que no hay costos fijos, también sigue siendo conveniente cerrar, porque la perdida se reduce a cero.

3.74 ¿Hay algunas circunstancias en las que es mejor para una empresa competitiva producir aunque pierda dinero? En caso afirmativo, ¿cuándo?

Si, cuando P>CVMe (pese a que P<CTMe). En estas condiciones producir le ayudará aunque sea parcialmente a pagar los costos fijos.

3.75 En un mercado perfectamente competitivo, ¿qué relación existe entre el precio de mercado y el coste de producción de todas las empresas de la industria?

P =CVMe si es corto plazo y P =CMe si es largo plazo, cabe recordar que en cualquier situación P=CMg siempre.

3.76 Suponga que las empresas actúan en un mercado en dónde hay pocas empresas, las reacciones de sus competidores son tomadas en cuenta, producen un mismo bien y no es fácil entrar al mercado. A este tipo de mercado se le denomina.

a) Competencia perfecta
b) Competencia Monopolística
c) Oligopolio Homogéneo
d) Oligopolio diferenciado
e) Monopolio

3.77 Explique y grafique la maximización de ganancias de una empresa en el corto plazo a partir de su función de producción.

Suponiendo K constante.

La curva de Isobeneficio muestra todas las posibles combinaciones de los factores y del producto que generan todas ellas un nivel constante de beneficio. Entre más alta se encuentra esta curva, más ganancias obtiene el productor.

$$X = \frac{\pi + rK}{P} + \frac{w}{P}L$$

Por lo tanto, el punto donde se maximizan las ganancias es donde la curva de producción toca la curva de isobeneficios más alta. Es decir, donde hacen tangencia.

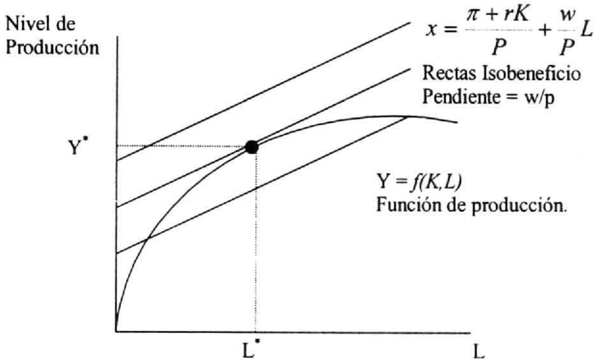
Lo anterior se determina igualando las pendientes de ambas curvas.

$$PMg_L = \frac{w}{P}$$

El razonamiento lógico se basa en el hecho de que el salario que pagan los productores debe ser igual al Valor del Producto Marginal.

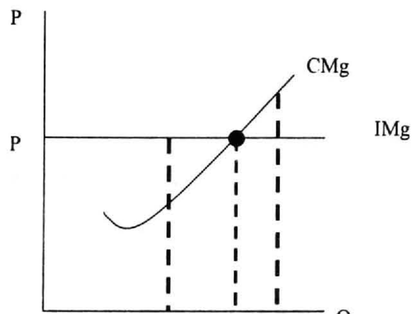
$$P * PMg_L = w$$

Esto se debe a que si el VPM > w , es posible aumentar los beneficios *incrementando* el factor trabajo. Si es menor, es posible aumentarlos *reduciéndo* el trabajo.



3.78 Explique y grafique cómo se da el proceso de maximización de ganancias de una empresa en el corto plazo utilizando el enfoque de costos e ingresos marginales.

El enfoque marginal platea que la empresa va a expandir su producción hasta el punto donde el costo marginal iguale al ingreso marginal. Gráficamente.



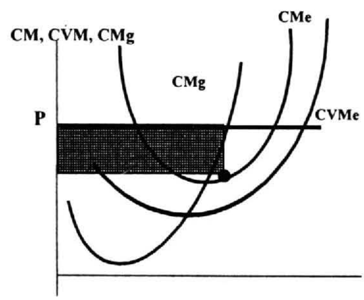
Para entender por qué Qe se considera producción de equilibrio tome un punto de producción inferior, A. En éste, el costo marginal es menor al ingreso marginal, lo que significa que la última unidad producida tendrá un aumento en ingresos mayor a lo que aumentó el costo, por lo cual es rentable aumentar la producción. Esto hasta el punto de equilibrio.

De igual forma, si la producción es mayor a la de equilibrio, por ejemplo B, la última unidad producida generó más aumento en costos que lo que aumentó el ingreso, por lo cual la producción tiende a disminuir.

En equilibrio, la última unidad producida tendrá un aumento en costos igual a lo que aumenta los ingresos, por lo que no hay incentivos para aumentar o disminuir la producción, con lo cual se alcanza en equilibrio.

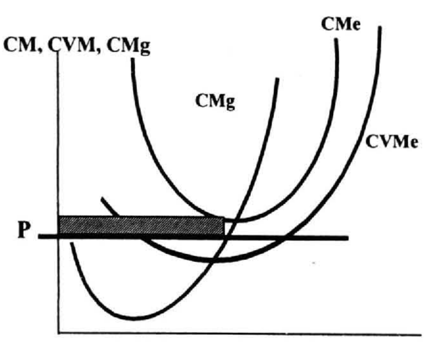
3.79 Explique y grafique en qué lugar una empresa se encuentra con ganancias extraordinarias, en el punto de cierre y con pérdidas.

Ganancias Extraordinarias

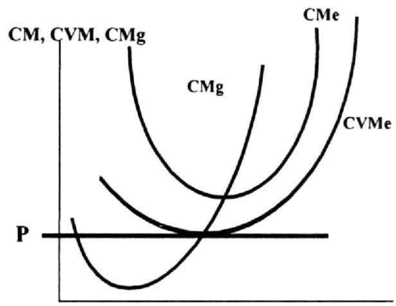


Una empresa se encuentra percibiendo ganancias extraordinarias cuando su ingreso es mayor a sus costos, es decir, cuando el precio de mercado es mayor al punto en que el Costo Medio alcanza su mínimo.

Pérdidas



Una empresa tiene pérdidas cuando su ingreso es menor a sus costos medios, es decir, cuando el precio de mercado es menor al punto en que el Costo Medio alcanza su mínimo.



Una empresa que tiene pérdidas no debe dejar de producir cuando sus ingresos contrubuyen a pagar los costos fijos. Sin embargo, cuando sus ingresos no alcanzan ni para pagar un poco de sus costos fijos, la empresa debe salir del mercado. El punto de cierre se da cuando el Precio es igual a al Costo Marginal y al Costo Medio.

3.80 Si la función de coste a largo plazo es C(Y)=Y²+12, ¿cuál es la curva de oferta a largo plazo de la empresa?

$C(Y)=Y^2+12$ $\quad CMg=2Y$ $\quad CMe=Y+12/Y$

$CMe=CMg$: $\quad Y+12/Y=2Y$ $\quad Y^2-2Y^2+12=0$ $\quad -Y^2+12=0$

$$Y=\frac{\pm\sqrt{-4(-1)(12)}}{-2}=\frac{\pm\sqrt{48}}{-2}=\begin{matrix}Y_1=3.464\\ Y_2=-3.464\end{matrix}$$

$P=2Y$ con $Y=3.46$ ó $Y=P/2$ con $P\geq 6.92$

La curva de oferta es la curva de CMg= 2Y sobre el punto mínimo del costo medio CMe= 6.92

3.81 Una empresa tiene la función de costes C=3Y²+25,000. ¿Cuál es su curva de oferta?

$$C=3Y^2+25{,}000$$

$CMe=3Y+25{,}000\frac{1}{Y}$ $\qquad CMg=6Y$

CMe=CMg $\Rightarrow$ $3Y+25{,}000\frac{1}{Y}=6Y$......multiplicando por Y y ordenando:

$3Y^2-6Y^2+25{,}000=0$ $\Rightarrow$ $-3Y^2+25{,}000=0$

Usando la formula general para encontrar

$$Oferta = CMg = 6Y = P \geq 547.72$$

$$\frac{\pm\sqrt{-4(25{,}000)(-3)}}{2(-3)} = \frac{\pm\sqrt{300{,}000}}{-6} \Rightarrow \quad Y_0=91.2871 \quad y \quad Y_1=-91.2871$$

La raíz que nos interesa es la positiva, esto es, cuando Y=91.2871 estamos en un nivel mínimo. El nivel de costos medios con este Y es 547.72.

La oferta de la empresa es el costo marginal sobre el punto mínimo del costo medio: oferta CMg = 6y ; P $\geq$ 547.72

3.82 La tecnología de una empresa que utiliza sólo el factor trabajo viene dada por:

$$\mathbf{L = (37/3)\, q - 4\, q^2 + q^3}$$

Ésta contrata los servicios de L en un mercado competitivo al precio w = 1.

a) Obtener las funciones de coste medio y coste marginal.

$$CT = (37/3)q - 4q^2 + q^3$$

$$CMe = CT/q \qquad\qquad CMg = \partial CT/\partial q$$

$$CMe = \frac{37}{3} - 4q + q^2 \qquad\qquad CMg = \frac{37}{3} - 8q + 3q^2$$

3.83 Una empresa tiene la función de costes C(y) = 10 y² + 1000 ¿Cuál es su curva de oferta?

$$CMg = P \qquad\qquad \frac{\partial C(Y)}{\partial Y} = 20Y$$

$$CMe = 10y + \frac{1000}{y}$$

$$CMe' = 10 - 1000y^{-2} = 0$$

$$10 = 1000y^{-2}$$

$$10y^2 = 1000$$

$$y^2 = 100$$

$$y = 10$$

CMg= 20y

La función de oferta es:

CMg= P$\geq$ al mínimo del CVMe.

20y= P$\geq$ 200

3.84 La tecnología de una empresa que utiliza sólo el factor X_1 viene dada por:

$$X_1=(33/3)Y-4Y^2+Y^3$$

Contrata los servicios de X_1 en un mercado competitivo al precio de $W_1=1$

a) Obtener el Costo Medio y el Costo Marginal

b) Determinar el comportamiento maximizador de beneficios. Calcular la cantidad ofrecida por la empresa cuando el precio del mercado sea 8

c) ¿Cuál sería la cantidad y el precio de equilibrio en el largo plazo?

d) A esta cantidad y precio de equilibrio ¿cuánto ganaría?

$X_1= 11y - 4y^2 +y^3$

$C= W_1X_1$

$C= 11y-4y^2+y^3$

a) $CMg= 11-8y+3y^2$

$CMg = 11-8y+3y2$

b) $\frac{\partial CMe}{\partial y} = -4+2y =0 \qquad y = 2$

$Cme= 11-4(2)+4 \qquad 11-8+4= 7$

El precio mínimo sería 7. Cuando P = 8, entonces,

$11-8y+3y^2=8$

$3-8y+3y^2= 0$

$$\frac{8 \pm\sqrt{64-4(3)(3)}}{6}$$

$$\frac{8 \pm 5.29}{6}$$

$$y_1 = \frac{8 + 5.29}{6} = 2.21$$

$$y_2 = \frac{8 - 5.29}{6} = 0.45$$

Π= 8(2.21) - (11(2.21) - 4 (2.21) 2 + (2.21) 3

Π= 17.68 - ((24.31) - 19.5364 + 10.79)= 2.11

c) y= 2

p= 7

Estos valores corresponden al costo medio mínimo (ver inciso b).

d) Π= 0

No es necesario hacer cálculos porque, por definición en el largo plazo Π= 0.

3.85 La función de producción de una empresa viene dada por:

$$Y= f(X_1) = 3X + 4X^2 - X^3$$

El salario vigente en el mercado es de W_1= 1

a) Obtener las relaciones Producto Medio y Producto Marginal

PMe = Y / x

PMe = $3+4X - X^2$

PMg = $\delta y / \delta x$

PMg = $3+8X - 3X^2$

b) ¿Cuál sería el comportamiento maximizador de beneficios? Aplicarlo al caso en que el precio de mercado fuese: P= 1/3

$$VPMg = w$$

$$P * PMg = w$$

$$(1\ 3)(3+8X-3X^2)=1$$

$$\frac{8X}{3}-\frac{3X^2}{3}=0 \;; \qquad 8X-3X^2=3(0)$$

$$X_{1,2}=\frac{-8+\ (8)^2-(4)(3)(0)}{2(3)}=\frac{-8+8}{-6}$$

$$X_1=0 \qquad X_2=2.66$$

X = 2.66

Π = P·y - C C = wx = (1) (2.66) = 2.66

$$\Pi=\frac{1}{3}\left[3\,(2.66)+4\,(2.66)^2-(2.66)^3\right]-(2.66)$$

Π = 5.825

c) Obtener la función de oferta.

En equilibrio P= CMg

$$y \quad CMg = \frac{1}{PMg}$$

Por tanto, la función de oferta es:

$$P = \frac{1}{3 + 8X - 3X^2}$$

3.86 La función de producción de una empresa viene dada por

$$Y = f(X_1) = 4X_1 + 5X_1^2 - X_1^3$$

El salario vigente en el mercado es w = 1

a) Obtener las relaciones de Producto Medio y Producto Marginal y las relaciones de Costo Medio y Costo Marginal.

$$PMe = 4 + 5X_1 - X_1^2$$
$$PMg = 4 + 10X_1 + 3X_1^2$$
$$CMe = \frac{w}{PMe} = \frac{1}{4 + 5X_1 - X_1^2}$$
$$CMg = \frac{w}{PMg} = \frac{1}{4 + 10X_1 - 3X_1^2}$$

b) ¿Cuál sería el comportamiento maximizador de beneficios? Aplicarlo al caso en que el precio del mercado fuese: P = 1/8 y P= 1/2

$$VPMg = w$$
$$P * PMg = w$$
$$\frac{1}{8}\left(4 + 10X_1 - 3X_1^2\right) = 1$$
$$4 + 10X_1 - 3X_1^2 = 8$$
$$-4 + 10X_1 - 3X_1^2 = 0$$

$$\frac{-10+\ (10)^2-4(-3)(-4)}{2(-3)}=$$

$$\frac{-10+\ 100-48}{-6}=\frac{-10+\ 5^2}{-6}=\frac{-10+7.2}{-6}=$$

$$X=2.86$$

P = 1/2

$$VPMg=w$$

$$P*\ PMg=w$$

$$\frac{1}{2}\left(4+10X_1-3X_1^2\right)=1$$

$$2+10X_1-3X_1^2=0$$

$$\frac{-10+\ (10)^2-4(-3)(2)}{2(-3)}=$$

$$\frac{-10+\ 124}{-6}=\frac{-10+11.13}{-6}=$$

$$X=3.5$$

3.87 Si la función de oferta es S(p) = 100+20p ¿Cuál es la función inversa de dicha función?

$$S(p)=100+20p$$

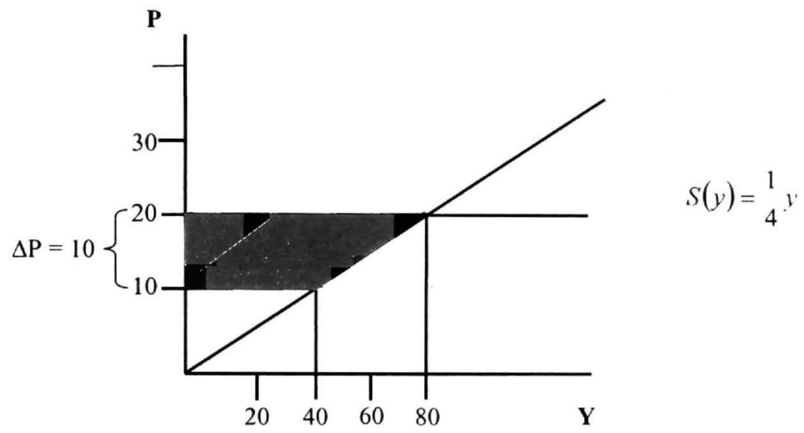
$$\therefore S(y)=\frac{y}{20}-5 \qquad p=-5+\frac{1}{20}y$$

3.88 Una empresa tiene la función de oferta de S(p) = 4p . Sus costos fijos son 100. Si el precio cambia de 10 a 20 ¿Cuál es la variación del excedente del productor?

Cuando P= 10 el excedente del consumidor es igual al área en blanco $\frac{10 \times 40}{2}=200$

Cuando P= 20 el excedente es $\frac{20 \times 80}{2}=800$

La variación es 800 - 200= 600



Los costos fijos no se modifican cuando cambia el precio ∴ el cambio en el excedente del productor es igual al área sombreada.

3.89 Si $C(y) = y^2 + 1$ ¿Cuál es la función de oferta de la empresa?

Igualando CMe = CMg encontramos el nivel de producción donde se igualan:

$$y + \frac{1}{y} = 2y$$

$$\frac{1}{y} = y$$

$$y = 1$$

Sustituyendo y en la función de CMe obtenemos el precio al cual CMe = CMg por tanto la función de oferta es:

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}P\_para\_P \geq 2 \\ 0\_\_\_para\_P \leq 2 \end{cases}$$

3.90 En un mercado puramente competitivo:

a. En equilibrio, ¿a qué se iguala el ingreso marginal?
b. ¿A que nivel de producto operará una empresa maximizadora en dicho mercado?

a) R = Py

$$\frac{\partial R}{\partial y} = P^* = \text{ Ingreso marginal}$$

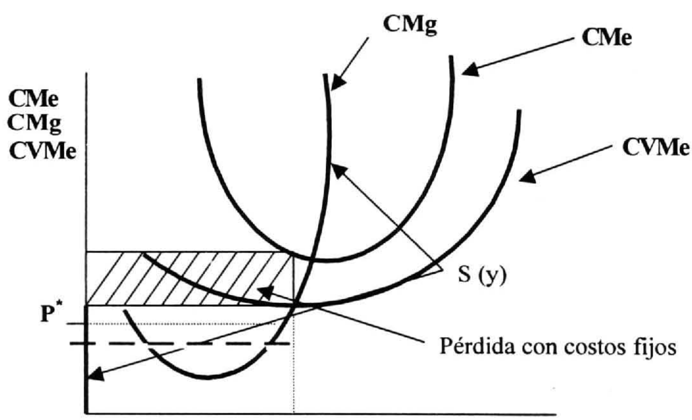
b) $\underset{y}{MAX}\pi = Py - C(y) = R(P, y) - C(y)$

Condición de primer orden:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial y} - C'(y) = 0$$

$$\therefore P = \frac{\partial \pi}{\partial y} = C'(y) = \text{Costo Marginal}$$

3.91 Si el costo variable medio excede el precio de mercado ¿Qué nivel de producto deberá producir una empresa?

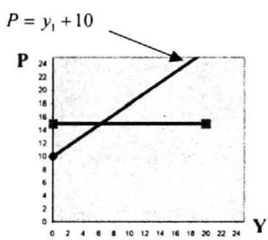


La empresa produce y = 0 con o sin costos fijos.

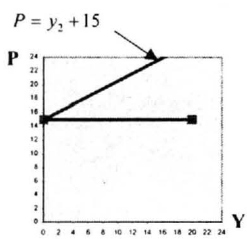
3.92 ¿Es mejor para una empresa perfectamente competitiva producir aunque esté perdiendo dinero? De ser así, ¿En que circunstancias?

En el corto plazo (gráfica de arriba) si P^*, precio de mercado, es mayor que CVMe, una empresa podría producir cierto nivel de y aunque ello represente pérdidas de dinero, pues las pérdidas en término de costos fijos se reducen, es decir que $y = 0$ genera mayores pérdidas que $y > 0$. Sin embargo, en el largo plazo, debido a la ausencia de costos fijos, la empresa optará en estas circunstancias ($P^* < CVMe$) por no producir, pues así evita las pérdidas que tendría con $y > 0$.

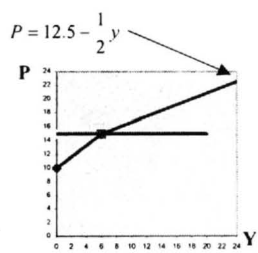
3.93 Si $S(p) = p - 10$ y $S_2(P) = p - 15$ ¿A qué precio tiene un vértice la curva de oferta de la industria?



P < 10 la empresa 1 no entra al mercado.
P > 10 la empresa 1 entra al mercado.



P < 15 la empresa 2 no entra al mercado.
P > 15 ambas empresas entran al mercado.



La industria tienen un quiebre en su curva de oferta en P = 15

3.94 Construir la función de oferta a corto plazo de un empresario cuya función de costo a corto plazo es de C = 0.08 X³ -1.6 X² + 20 X + 10.

$$CVMe = 0.08X^2 - 1.6X + 20$$

$$CMg = 0.24X^2 - 3.2X + 20$$

El punto mínimo del CVMe

$$\frac{\partial CVMe}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial CVMe}{\partial X} = 0.16X - 1.6 = 0$$

$$X = \frac{1.6}{0.16} = 10$$

Lo sustituyo en el CVMe

$0.08(10)^2 - 1.6(10) + 20)$

$0.08(100) - 16 + 20$

$8 - 16 + 20 = 12$

$\therefore$ la función de oferta

$CMg = P \geq$ al punto mínimo del CVMe

$0.24X^2 - 3.2X + 20 = P \geq 12$

3.95 Una empresa perfectamente competitiva se enfrenta a P= \$4.00 y CT= $0.5x^3$- $3.5x^2$+ 6x + 2.5.

a) Determine el nivel óptimo de producción de la empresa mediante el enfoque marginal y b) determine la ganancia de la empresa a este nivel de producción.

$CT = 0.5X^3 - 3.5X^2 + 6X + 2.5$

$CMg = P$

$CMg = 1.5X^2 - 7X + 6 = 4$

$1.5X^2 - 7X + 2 = 0$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X_1 = \frac{-(-7) \pm \sqrt{49 - 4(1.5)(2)}}{3}$$

$$X_1 = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 12}}{3}$$

$X_1 = 4.36$

$X_2 = 0.30$

$CT = 0.5(4.63)^3 - 3.5(4.36)^2 + 6(4.36) - 2.5$

$CT = 41.4 - 66.53 + 26.16 - 2.5$

$CT = -1.47$

$\pi = 4(4.36) - (-1.47)$

$\pi = 17.44 + 1.47$

$\pi = 18.87$

Se opta por X_1, porque es cuando el CMg es creciente

3.96 Construir la función de oferta a corto plazo de un empresario cuya función de costo es de:

C = 0.02 X^3 -0.8 X^2 + 10 X + 20

$$C = 0.02X^3 - 0.8X^2 + 10X + 20$$

$$CMg = p$$

$$CMg = 0.06X^2 - 1.6X + 10$$

$$CVMe = 0.02X^2 - 0.8X + 10 = 0$$

$$\frac{\partial CVMe}{\partial X} = 0.04X - 0.8 = 0$$

$$X = \frac{0.8}{0.04}$$

$$X = 20$$

$$CVMe(20) = 0.02(20)^2 - 0.8(20) + 10 = 0$$

$$CVMe(20) = 8 - 16 + 10 = 2$$

La curva de oferta es : $0.06X^2 - 1.6X + 10$, para los precios ≥ 2

3.97 Una empresa perfectamente competitiva se enfrenta a P = \$4.00 y CT= X³- 7X²+ 12X+ 5, a) determine el nivel óptimo de producción de la empresa mediante el enfoque marginal y b) determine la ganancia de la empresa a este nivel de producción.

$$CMg = P$$

$$3X^2 - 14X + 12 = 4$$

$$3X^2 - 14X + 8 = 0$$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X_1 = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(14)^2 - 4(3)(8)}}{2(3)}$$

$$X_1 = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{6}$$

$$X_1 = 4$$

$$X_2 = 0.66$$

$$\pi = P * X - C$$

$$\pi = 4(4) - \left[(4)^3 - (4)^2 + 12(4) + 5\right]$$

$$\pi = 16 - [64 - 112 + 48 + 5]$$

$$\pi = 16 - 5 = 11$$

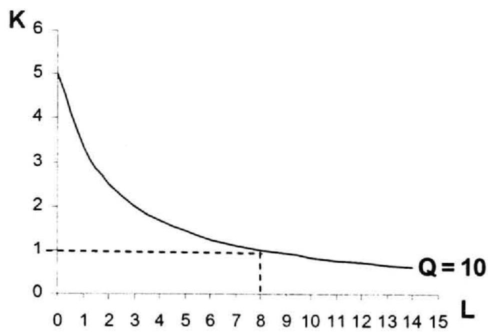
El nivel óptimo de producción es **X = 4**

3.98 Sea Q(K,L)= 2K+KL una función de producción.

Grafique la isocuanta para Qo=10.

K	5	1
L	0	8

Q(K,L)=2K+KL



Bibliografía

- Henderson y Quandt, (H y Q). Teoría Microeconómica, Ariel, 1997

- Koutsoyiannis, A. Microeconomía Moderna, Amorrortu Editores, Buenos Aires, 1985.

- Kreps, D. Curso de Teoría Microeconómica, Mc. Graw-Hill, Madrid, 1995.

- Parkin, Michael. Microeconomía. 1ª. Edición. Edit. Addison Wesley Longman, México,1998.

- Rossetti, J.P. Introducción a la economía. 15a. Edición. Edit. Harla, México, 1992.

- Varian, Hall, (VH). Microeconomía intermedia, 3ª. ed., Antoni Bosch, Barcelona, 1997.

- Nicholson, Walter. Teoría Microeconómica. Principios Básicos y Aplicaciones. 6ª. Edición. Mc. Graw-Hill, 1997.

Formato de Papeleta de Vencimiento

El usuario se obliga a devolver este libro en la fecha señalada en el sello mas reciente

Código de barras. 2893656

FECHA DE DEVOLUCION

- Ordenar las fechas de vencimiento de manera vertical.

- Cancelar con el sello de "DEVUELTO" la fecha de vencimiento a la entrega del libro

departamento de economía