

NOTES & DÉBATS

POUR UNE HISTOIRE DU CALCUL GRAPHIQUE

Dominique TOURNÈS (*)

Jusque vers 1970, le calcul graphique a joué un rôle important dans le domaine scientifique et technique. Il est sans doute devenu difficile de percevoir correctement cette importance car, de nos jours, les méthodes graphiques ont quasiment disparu de la science du calcul. Certes, on utilise abondamment des représentations graphiques en tous genres réalisées sur ordinateur, mais il s'agit le plus souvent de traduire des résultats calculés au préalable sous forme numérique, dans le simple but de faciliter leur perception et leur interprétation. Dans les méthodes graphiques anciennes dont il va être question ici, c'est exactement le contraire qui se produisait : la solution d'un problème était obtenue directement par une construction ou un tracé géométrique, et c'est sur le dessin qu'on lisait ensuite les valeurs numériques dont on avait besoin.

Le but de cette note est de mettre en évidence la place du calcul graphique dans l'histoire des mathématiques, tout en fournissant quelques points de repère et une bibliographie de départ aux chercheurs intéressés. J'espère délimiter ainsi un cadre de référence dans lequel pourront s'inscrire ultérieurement des études spécialisées¹.

Qu'est-ce que le calcul graphique ?

Je regroupe sous le terme générique de « calcul graphique » tous les procédés exploitant des tracés réalisés sur un support plan², à l'aide

(*) Texte reçu le 12 décembre 1999, révisé le 25 mai 2000.

D. TOURNÈS, IUFM de la Réunion, allée des Aigues Marines, Bellepierre, 97487 Saint-Denis Cedex, et REHSEIS (UMR 7596), CNRS et Université Paris 7-Denis Diderot, 37 rue Jacob, 75006 Paris. Courrier électronique : tournes@univ-reunion.fr.

¹ Je remercie Konstantinos Chatzis, Ainsley Evesham et Erhard Scholz, qui m'ont aimablement communiqué des informations sur leurs travaux respectifs.

² Il peut arriver, par exemple, qu'une feuille de papier soit enroulée sur un cylindre, mais le support reste toujours essentiellement plan.

de n'importe quel type d'appareil, et visant à éviter, en totalité ou en partie, le recours au calcul numérique pour la résolution d'un problème. Les techniques de calcul graphique peuvent s'organiser autour de trois composantes ([Torrès 1901], [Ocagne 1926]) :

1) *Calcul par le trait*. — C'est le calcul géométrique proprement dit, dont les bases ont été clairement exposées par Descartes, au début de sa *Géométrie* [Descartes 1637]. Une unité ayant été choisie, les données numériques sont représentées sur la feuille de dessin par des segments de droite. On réalise ensuite des constructions géométriques à la règle et au compas, éventuellement avec d'autres instruments, qui aboutissent à de nouveaux segments de droite représentant les valeurs inconnues cherchées. Plus rarement, il est mieux adapté de traduire les nombres intervenant dans le calcul par d'autres éléments géométriques que des segments de droites, par exemple des angles ou des aires.

2) *Nomographie*. — Les nomogrammes, ou abaquages, sont, en quelque sorte, des tables graphiques jouant le même rôle que les tables numériques utilisées pour le calcul numérique. Lorsqu'on doit répéter un grand nombre de fois l'exécution graphique d'une même opération (construction d'une valeur d'une fonction donnée, résolution graphique d'une certaine équation, etc.), il est avantageux de disposer une fois pour toutes d'une table graphique, sous forme de lignes ou de points cotés, avec des échelles convenablement graduées, mobiles ou non, donnant par simple lecture la valeur cherchée en fonction de celles des paramètres. Le nomogramme le plus célèbre est probablement la règle à calcul, équivalent graphique des tables de logarithmes.

3) *Calcul graphomécanique*. — Ce terme regroupe les procédés dans lesquels on agit sur le graphique en suivant, à l'aide d'appareils mécaniques, certaines lignes préalablement tracées. On peut ainsi déterminer l'aire enclose dans un contour fermé et, plus généralement, réaliser l'intégration d'une fonction, voire d'une équation différentielle. On rangera également dans cette catégorie certains appareils analogiques simulant une relation mathématique donnée au moyen d'un phénomène physique (mécanique, électrique, hydraulique, chimique, etc.), dans le cas où ces appareils sont associés à un dispositif d'enregistrement graphique des résultats.

Les avantages du calcul graphique

C'est surtout pendant la seconde moitié du XIX^e siècle que la pratique du calcul graphique s'est considérablement développée. Comment expliquer un tel engouement et le fait qu'il soit demeuré vivace pendant la plus grande partie de notre siècle, jusqu'à l'apparition récente de calculatrices électroniques et d'ordinateurs personnels peu coûteux? On peut avancer quatre groupes de raisons :

1) Le calcul graphique est généralement reconnu comme plus intuitif et exigeant une moindre concentration mentale que le calcul numérique [Mehmke et Ocagne 1909, p. 325]. Il est rapide et efficace, du moins tant qu'on peut se contenter d'une précision limitée. C'est le cas dans la plupart des applications techniques et dans le domaine des sciences de l'ingénieur, d'autant plus que les calculs y sont souvent fondés sur des données peu précises fournies par l'expérience. Il y a aussi des situations où la rapidité du calcul est en elle-même primordiale [Soreau 1921, p. 12] : que l'on pense à un marin en détresse ou à un artilleur en présence de l'ennemi! Les tables graphiques préparées à l'avance et permettant une lecture directe semblent particulièrement adaptées à ces cas d'urgence.

2) Les tables numériques sont longues et fastidieuses à construire, et surtout très difficiles à réaliser lorsque le nombre d'entrées dépasse deux. Les tables graphiques, au contraire, permettent de représenter aisément des relations entre un nombre quelconque de variables. De plus, l'interpolation s'y fait à vue, sans effort supplémentaire.

3) Lorsqu'on a besoin de davantage de précision, comme en astronomie, le calcul graphique peut servir d'auxiliaire au calcul numérique. Dans les procédés par approximations successives, le calcul graphique reste utile pour trouver rapidement les premières valeurs, ou, à l'autre bout de la chaîne, pour déterminer les dernières corrections ne portant que sur un petit nombre de décimales. De façon plus générale, il conserve un rôle de préparation, de complément et de vérification au sein d'un calcul plus rigoureux.

4) Dernier avantage et non le moindre : le calcul graphique est à la portée d'individus n'ayant qu'une faible formation mathématique, notamment de techniciens n'ayant pas suivi d'études supérieures. Il peut

en résulter une économie substantielle, car le recours à des calculateurs professionnels qualifiés coûte cher. Donnons un exemple significatif pour illustrer ce point de vue. En 1904, dans une communication au Congrès international des mathématiciens de Heidelberg, Jules Andrade, professeur à l'université de Besançon et chargé d'un enseignement dans une école d'horlogerie, explique ce que peut apporter le calcul graphique à des techniciens : «[...] il est encore d'autres notions que l'image géométrique rend accessibles à des étudiants artisans ; telles sont les méthodes d'approximations successives et avec elles la belle méthode d'intégration par quadratures répétées en séries, que l'on doit à M. Picard, — ces méthodes, dis-je, convenablement interprétées et surtout utilisées sont facilement assimilables. [...] On peut donc nettement affirmer que la notion des infiniment petits n'offre aucune difficulté capable d'arrêter nos artisans toutes les fois qu'elle est appliquée à des variables déjà intéressantes pour eux. Mais, en revanche, tout calcul littéral abstrait les arrête» [Andrade 1905, p. 625]. Apprécions le tour de force : des techniciens d'horlogerie, ayant seulement une formation mathématique élémentaire, parviennent à intégrer graphiquement des équations différentielles par la méthode — toute récente en 1904 — des approximations successives de Picard !

Les débuts français du calcul graphique

Esquissons à présent les grandes lignes de l'histoire du calcul graphique. On sait que des méthodes graphiques ont été développées et utilisées depuis l'Antiquité. En particulier, au Moyen Âge, les mathématiciens arabes emploient de telles méthodes en astronomie et dans leurs tentatives pour résoudre les équations du troisième degré. Avec Descartes [1637] se précise la correspondance entre opérations arithmétiques et constructions géométriques, et apparaît la possibilité systématique de représenter graphiquement, par une courbe, une relation entre deux grandeurs. Les mathématiciens du XVII^e et du XVIII^e siècles sont avant tout des « géomètres » ; beaucoup, comme Newton, mettent en pratique les idées cartésiennes et recourent régulièrement à des procédés graphiques. Il faut cependant attendre 1795 pour que le calcul graphique se constitue en corps de doctrine autonome³.

³ A. Favaro [1879, p. XIX-XX] situe les premières origines du calcul graphique chez

L'article 19 de la loi du 18 germinal an III de la République française prescrivait la construction d'échelles métriques propres à établir sans calcul les rapports entre les nouveaux poids et mesures et les anciens. Louis-Ézéchiél Pouchet (1748–1809) rédigea à cette occasion un ouvrage dont les trois éditions⁴ [Pouchet 1794, 1795a, 1797] portent des titres différents. En appendice de la 2^e édition [Pouchet 1795a] figure un traité d'*Arithmétique linéaire*, qui a fait aussi l'objet d'une publication séparée dans une version légèrement modifiée [Pouchet 1795b]. Ce petit livre est important du point de vue historique puisque l'expression de « calcul graphique » y est employée pour la première fois. Tous les auteurs ultérieurs de traités de calcul graphique mentionneront Pouchet comme le fondateur de leur discipline ([Favaro 1879, p. xx–xxi], [Lallemand 1885, p. 3], [Ocagne 1908, 3^e éd., p. xxiii], etc.). Pouchet présente clairement la nature et les avantages de la nouvelle technique : « L'arithmétique linéaire consiste dans la faculté de faire tous les calculs possibles, au moyen du compas, sur un assemblage de lignes divisées, subdivisées, et combinées de manière à rendre tous les comptes que l'on peut désirer. [...] Elle est si facile qu'elle peut, au moyen de quelqu'application, être pratiquée par ceux même qui ne savent pas lire. La critique ne manquera pas de reprocher à mon système un défaut de précision : il n'en est susceptible qu'autant que le comportent les opérations du compas, [...] mais cette méthode pourra servir en mille occasions où l'on se contente d'avoir, à très peu de chose près, la solution de ce que l'on demande. [...] Cette arithmétique linéaire peut devenir universelle comme le calcul ordinaire, ainsi que cela sera démontré par les applications que j'en ferai dans la suite de cet Ouvrage » [Pouchet 1795a, p. 41–43].

les Pythagoriciens et chez Euclide, et trouve de nombreux précurseurs antérieurs au XVIII^e siècle dans les mathématiques grecques, indiennes, arabes et européennes. S'agit-il d'une projection hasardeuse d'un auteur cherchant à conférer *a posteriori* de l'ancienneté et de l'épaisseur à une discipline naissante ? Des études approfondies devront être réalisées pour mieux déterminer ce qui, dans les méthodes graphiques incontestablement utilisées depuis l'Antiquité, pourrait relever d'une éventuelle « préhistoire » du calcul graphique.

⁴ Dans le calendrier républicain, l'an III a duré du 22 septembre 1794 au 22 septembre 1795, l'an IV du 23 septembre 1795 au 21 septembre 1796, et l'an V du 22 septembre 1796 au 21 septembre 1797. Il ne faut donc pas s'étonner que, dans les notices bibliographiques des ouvrages de Pouchet, les années III, IV et V aient pu être traduites respectivement par 1794, 1795 et 1797.

Dans cette première version de son arithmétique linéaire, Pouchet fournissait des feuilles graphiques contenant des réseaux de lignes sur lesquels on pouvait effectuer les opérations courantes en reportant des longueurs au moyen d'un compas. Deux ans plus tard, dans la 3^e édition [Pouchet 1797] de son ouvrage, Pouchet remanie l'annexe sur l'arithmétique linéaire et en fait un chapitre à part entière. Cette fois, il propose de véritables abaques, c'est-à-dire des graphiques sur lesquels on peut lire directement, sans aucune manipulation, les résultats des opérations. Voici comment Pouchet décrit cette avancée : « Je me suis livré avec d'autant plus de confiance à cette troisième édition, que j'ai trouvé le moyen de composer une table universelle pour tous les sujets : j'évite par là une grande dépense, et je donne en même temps beaucoup plus d'extension à cette instruction. J'ai même trouvé le moyen de me passer du compas qui me servait à calculer ; en sorte que toutes les combinaisons possibles sont offertes sur ma table, à la simple lecture, comme dans un livre » [Pouchet 1797, p. vii]. Pouchet dresse ainsi des tables graphiques permettant de réaliser les opérations élémentaires : addition, soustraction, multiplication, division, règle de trois, changements d'unités. Ses abaques sont constitués de deux faisceaux de lignes droites cotées, verticales et horizontales, à travers lesquels passe un faisceau de courbes, cotées elles aussi. Ce mode de représentation, qui rappelle celui d'une surface topographique par ses courbes de niveau, s'applique à toute relation entre trois variables. Par exemple, pour la multiplication $z = xy$, le procédé permet de remplacer la table de Pythagore par un faisceau d'hyperboles d'égale cote.

À la suite de Pouchet, on trouve quelques exemples isolés de traduction graphique de tables à double entrée, mais c'est surtout Léon-Louis Lalanne (1811–1892), ingénieur des Ponts et Chaussées, qui allait faire franchir un pas décisif à la théorie des abaques. En 1843, il a l'idée d'utiliser des échelles non régulières [Lalanne 1843a,b] : en remplaçant les variables primitives par des fonctions auxiliaires de celles-ci, convenablement choisies, il réussit à ramener également à des lignes droites les courbes du troisième faisceau. C'est par analogie avec un phénomène d'optique que Lalanne trouve un nom pour cette transformation : « Cette variation suivant des lois plus ou moins compliquées, dans les proportions des figures, a quelque chose d'analogue aux effets produits par la réflexion sur des surfaces courbes. On sait que des figures bizarres, tout à

fait irrégulières en apparence, prennent un aspect complètement différent lorsqu'elles sont vues par réflexion sur un miroir d'une forme déterminée et dans certaines positions. Nous appliquerons à la transformation d'un tableau graphique en un autre équivalent, l'expression d'*anamorphose*, que les physiciens ont attribuée depuis longtemps, au phénomène optique dont il vient d'être question, et nous donnerons le nom de *géométrie anamorphique* à une branche nouvelle de la géométrie qui paraît devoir résulter de la considération des anamorphoses géométriques » [Lalanne 1846, p. 13]. Grâce à la transformation de Lalanne, un abaque représentant une relation $f(x, y, z) = 0$ entre trois variables prend désormais l'aspect d'un ensemble de trois faisceaux de lignes droites, et une solution de l'équation correspond au concours de trois droites (une de chaque faisceau).

Un autre ingénieur français des Ponts et Chaussées, Barthélémy-Édouard Cousinéry (1790–1851), avait écrit un peu avant le premier traité complet de calcul graphique, intitulé *Le Calcul par le trait* [Cousinéry 1839]. Cousinéry, qui s'inscrit dans la filiation de Jean-Victor Poncelet, ne se limite pas, comme Pouchet, aux opérations élémentaires, mais s'intéresse aussi à des procédés graphiques pour les quadratures, les cubatures, l'interpolation des fonctions et la résolution des équations. Si Cousinéry a pu se rattacher à Poncelet, c'est parce qu'on trouve dans le *Cours de mécanique industrielle* de ce dernier [Poncelet 1827–1830] de nombreuses digressions sur l'emploi des méthodes graphiques dans l'art de l'ingénieur. À la même époque, Poncelet inspire également le général Isidore Didion, lequel consacre une partie conséquente de son *Traité de balistique* [Didion 1848] à des procédures graphiques. Mais, contrairement à Cousinéry, ni Poncelet ni Didion n'ont fait du calcul graphique un objet d'étude en soi ; ils s'en sont simplement servi comme outil, au gré de leurs besoins.

L'essor de la statique graphique en Allemagne et en Italie

Le travail de Cousinéry passe à peu près inaperçu en France, mais rencontre quelques échos en Allemagne, surtout chez Carl Culmann (1821–1881). Ce dernier est un ancien élève de l'École d'application du génie et de l'artillerie, à Metz, où il a appris lui aussi les méthodes graphiques enseignées par Poncelet et ses disciples. En 1855, Culmann est recruté comme professeur de sciences de l'ingénieur à l'Institut polytechnique de Zurich. C'est là qu'il développe l'application du calcul graphique à

l'analyse des conditions de stabilité et de résistance des constructions (poutres, ponts, toitures, voûtes, murs de soutènement, etc.), constituant ainsi une nouvelle discipline, la « statique graphique »⁵. Il introduit l'utilisation systématique du polygone des forces et du polygone funiculaire, notions dont la paternité peut être attribuée à Varignon [1687, 1725]. L'ouvrage principal de Culmann, *Die graphische Statik* [Culmann 1866], est rapidement assimilé et adopté par un large cercle d'ingénieurs et de dessinateurs industriels, à qui il permet d'éviter des calculs longs et fastidieux. Culmann se situe dans la filiation de Monge, Poncelet, Cousinéry et Lalanne, et rend un hommage appuyé aux ingénieurs français à l'occasion de la publication à Paris d'une traduction de son traité : « [...] nous devons exprimer notre satisfaction de voir notre ouvrage porté à la connaissance des ingénieurs français. Les sciences graphiques ont été de tout temps en honneur parmi eux, et ce sont les travaux de leurs illustres devanciers qui ont jeté les bases de la Statique graphique » [Culmann 1880, p. xvi]. Pourtant, en dehors de l'Allemagne, ce n'est pas en France, mais en Italie, que les idées de Culmann vont faire école. Deux noms principaux sont à citer ici : Cremona et Favaro.

Luigi Cremona (1830–1903) conduit tout d'abord des recherches de géométrie pure à l'université de Bologne jusqu'en 1867. Cette année-là, il devient professeur à l'Institut technique de Milan, où ses nouvelles fonctions l'amènent à s'intéresser au calcul graphique et à la statique graphique. Il publie successivement deux ouvrages importants dans ce domaine : *Le figure reciproche nella statica grafica* [Cremona 1872] et *Elementi di calcolo grafico* [Cremona 1874]. Sa principale contribution est d'avoir transposé à la statique graphique des théorèmes de James Clerk Maxwell [1864, 1870] sur les figures réciproques et de les avoir interprétés en termes de dualité dans l'espace projectif. L'apport pratique du nouveau point de vue vient du fait que, si trois forces en équilibre sont représentées sur une figure par les trois côtés d'un triangle, alors elles sont représentées

⁵ Selon des recherches non encore publiées de Konstantinos Chatzis, il semble que les principes de base de la statique graphique se trouvent déjà chez Poncelet [1827–1830, 2^e partie, p. 64–67]. Il est certain qu'il y a eu une filiation, au moins indirecte, entre Poncelet et Culmann, bien qu'il soit difficile de savoir ce que Culmann connaissait exactement des travaux de son prédécesseur. En tout cas, il est aisé de comprendre que les auteurs ultérieurs, n'ayant pas accès aux cours lithographiés peu diffusés de Poncelet, aient vu en Culmann le créateur unique de la statique graphique.

sur la figure réciproque par trois segments concourants.

Le second grand personnage du calcul graphique italien est Antonio Favaro (1847–1922), qui, à partir de 1870, se voit chargé du cours de statique graphique à l’université de Padoue. Ses *Lezioni di statica grafica* [Favaro 1877] ont été traduites en français, annotées et enrichies par Paul Terrier, ingénieur des Arts et Manufactures [Favaro 1879, 1885]. Si Favaro n’est pas un créateur comparable à Cremona, c’est par contre un excellent pédagogue. La version française en deux volumes de ses *Leçons de statique graphique*, dont on vient de parler, est un document incontournable pour qui veut étudier l’évolution du calcul graphique avant 1885 : on y trouve de nombreuses notes historiques et des centaines de références bibliographiques. Les sous-titres des deux volumes (*I. Géométrie de position, II. Calcul graphique*) mettent clairement en évidence que l’objectif de Favaro, bien au-delà de la statique graphique, est de proposer aux ingénieurs un cours complet de dessin technique, dans ses deux composantes que sont la géométrie descriptive et le calcul graphique.

Les progrès du calcul par le trait et de l’intégration graphique

Une nouvelle extension fut donnée au calcul graphique par Junius Massau (1852–1909), professeur pendant plus de trente ans à l’université de Gand [Rose 1910]. Sa principale ambition était de rendre le calcul par le trait indépendant de la statique graphique. Dans une série de travaux publiés de 1878 à 1904, il a institué un véritable calcul intégral graphique, poussé jusqu’aux équations aux dérivées partielles [Massau 1877–1887, 1888–1889, 1900–1904]). Laisant de côté l’usage du polygone funiculaire, il a mis au point des techniques d’intégration graphique équivalentes aux formules de quadrature de l’analyse numérique (méthode des trapèzes, méthode du point milieu, etc.). Il a ensuite systématiquement appliqué ces procédés d’intégration approchée à la construction des courbes, au calcul des aires, des moments statiques et des moments d’inertie, au calcul des terrassements, à la stabilité des constructions en maçonnerie, au calcul des poutres droites et à l’intégration des équations différentielles ordinaires. Enfin, non content d’avoir renouvelé ces sujets classiques, Massau a imaginé, sans doute pour la première fois dans l’histoire, des méthodes graphiques pour l’intégration des équations aux dérivées partielles.

Les progrès de l’intégration graphique se manifestent aussi par l’invention

et la construction d'appareils spécifiques destinés à suppléer au calcul par le trait en ce qui concerne les opérations du calcul infinitésimal. Des planimètres (appareils qui mesurent l'aire de la surface délimitée par une courbe donnée), des intégromètres (pour mesurer les valeurs de l'intégrale d'une fonction donnée graphiquement) et des intégraphes (qui tracent directement la courbe représentative de l'intégrale) sont conçus autour d'une « roulette intégrante » reliée à un index qui suit le contour de la surface, roulette dont l'angle de rotation est proportionnel à l'aire de cette surface. Les plus connus de ces instruments sont le planimètre de Jacob Amsler (1854), l'intégromètre de Marcel Desprez (1876) et l'intégraphe d'Abdank-Abakanowicz (1878). Deux autres de ces appareils, l'intégromètre à lame coupante du colonel Jacob et l'intégraphe d'Ernesto Pascal ont été pensés pour servir à l'intégration de certaines équations différentielles ([Jacob 1909], [Pascal 1914]). En 1876, William Thomson — Lord Kelvin — adapte le principe du planimètre au calcul des coefficients de Fourier d'une fonction, créant ainsi le premier analyseur harmonique. Lord Kelvin a aussi réfléchi à l'adaptation des intégraphes à la résolution des équations différentielles, mais la technique de son époque ne lui a pas permis de construire les appareils qu'il avait imaginés en ce sens.

Un peu en marge de l'évolution du calcul par le trait, on peut mentionner Émile Lemoine (1840–1912), qui, à partir de 1882, s'est intéressé au problème de simplifier les constructions géométriques et a mis au point des méthodes pour minimiser le nombre d'étapes élémentaires intervenant dans une construction donnée. Lemoine a exposé ces méthodes dans un livre intitulé *Géométriegraphie* [Lemoine 1902]. Par exemple, pour la construction des tangentes communes à deux cercles, il analyse une construction classique qui nécessite le tracé de 17 droites et de 20 cercles, et montre qu'on peut se contenter de 7 droites et 5 cercles [Lemoine 1902, p. 10]. Pendant quelques années, la géométriegraphie a passionné les géomètres, avant de tomber rapidement dans l'oubli. Elle semblait de nature à faire économiser beaucoup de temps aux dessinateurs, mais les espoirs placés en elle s'évanouirent. En effet, les calculateurs graphiques ont préféré conserver les constructions classiques, relativement longues mais faciles à retenir, car se déroulant selon un ordre logique, plutôt que d'adopter les constructions optimisées artificielles de la géométriegraphie [Sainte-Lagüe et Masson 1949, p. 219].

Maurice d'Ocagne et le développement de la nomographie

Revenons à l'autre versant du calcul graphique, c'est-à-dire à la théorie des abaques. Dans la lignée de celles de Pouchet et Lalanne, un grand nombre de tables graphiques, de types divers, avaient été construites pendant le XIX^e siècle, mais il faut attendre la fin du même siècle pour que les principes mathématiques sous-tendant la construction des abaques soient étudiés, généralisés et organisés en une discipline autonome au sein du calcul graphique. Maurice d'Ocagne (1862–1938), ingénieur et professeur à l'École des ponts et chaussées, professeur de géométrie à l'École polytechnique à partir de 1912, a joué le premier rôle dans la création de la nouvelle discipline, à laquelle il a donné le nom de « nomographie » et qu'il a développée dans deux ouvrages principaux : *Nomographie* [Ocagne 1891], *Traité de nomographie* [Ocagne 1899]. Le plus simple pour définir la nomographie est de citer directement son fondateur : « Le terme de *nomographie* sert à désigner l'étude générale de la représentation graphique cotée des équations à un nombre quelconque de variables. Cette représentation est constituée au moyen de systèmes d'éléments géométriques (points ou droites) cotés, associés entre eux par le moyen d'une certaine *liaison graphique*. À chacune des variables entrant dans l'équation représentée correspond l'un des systèmes cotés ; les cotes des éléments pris dans ces divers systèmes, et qui se trouvent associés par la liaison graphique, fournissent un système de valeurs des variables satisfaisant à l'équation, de telle sorte que, lorsqu'on se donne les valeurs de toutes ces variables moins une, on obtient, par une simple lecture, sur le tableau ainsi formé, dit *nomogramme*, en se laissant guider par la liaison graphique, la valeur correspondante de cette dernière » [Ocagne 1929, p. 325].

L'œuvre et l'influence de Maurice d'Ocagne dans le domaine du calcul graphique ont été considérables. Ses deux principaux apports sont mis en valeur dans la définition précédente. Auparavant, la science des abaques se limitait, pour l'essentiel, à la construction de tables graphiques pour des équations à trois variables, au moyen de faisceaux de lignes concourantes que l'on pouvait éventuellement ramener à des droites concourantes par anamorphose. En premier lieu, Ocagne a étudié systématiquement la possibilité de représenter avec des nomogrammes à lignes concourantes les équations à *plus de trois variables*. Cela se fait en juxtaposant plusieurs

nomogrammes relatifs chacun à trois variables seulement (dans ce système, deux nomogrammes consécutifs ont en commun une variable auxiliaire servant à assurer la liaison), ou bien en introduisant des éléments mobiles permettant d'accéder à des dimensions supplémentaires. Le second apport d'Ocagne, peut-être le plus important, a été d'exploiter les acquis de la géométrie projective (principe de dualité, coordonnées tangentielles, homographie la plus générale, etc.) pour transformer les nomogrammes à droites concourantes en nomogrammes à *points alignés* [Ocagne 1884]. Aux trois anciens systèmes de droites sont substitués trois systèmes de points constituant trois échelles à support rectiligne ou curviligne, et une solution de l'équation $f(x, y, z) = 0$ se traduit désormais par l'alignement de trois points. Les avantages des nomogrammes à points alignés sont nombreux : simplicité de construction, suppression des erreurs de lecture anciennement dues à la nécessité de suivre les lignes pour aller lire leurs cotes, plus grande précision des interpolations à vue, possibilité de représenter directement des équations à plus de trois variables.

D'autres tentatives avaient été faites, parallèlement aux travaux de Maurice d'Ocagne, pour représenter graphiquement des équations à plus de trois variables. On peut citer ici les « abaques hexagonaux » de Charles Lallemand [1885], ainsi que diverses idées originales de Rodolphe Soreau [1901], qui ont été synthétisées ultérieurement dans sa monumentale *Nomographie ou Traité des abaques* [Soreau 1921]. Une vive polémique eut lieu, en 1922, entre Lallemand, Soreau et Ocagne au sujet des origines de la nomographie et sur la paternité de plusieurs notions nouvelles ([Lallemand 1922_{a,b}], [Soreau 1922], [Ocagne 1922_{a,b}]). Il est difficile de démêler l'écheveau de cette querelle complexe. De même, l'évolution ultérieure de la nomographie au XX^e siècle est encore peu connue.

Les traités de calcul graphique

Pour éclairer l'histoire esquissée précédemment, il m'a semblé utile de réaliser un inventaire des traités de calcul graphique qui ont été édités. On peut penser que ces traités reflètent assez fidèlement, par leur nombre et leur contenu, une pratique sociale, éducative et scientifique à un moment donné. J'en ai répertorié 498, en me limitant aux ouvrages en quatre langues : français, allemand, italien et anglais. À ces langues ayant joué le rôle principal dans la création et la diffusion du calcul graphique au XIX^e siècle, il aurait fallu ajouter le russe, car, au XX^e siècle, c'est dans

l'ex-U.R.S.S. et les pays de l'Est que les méthodes graphiques connaissent l'expansion la plus considérable, sans doute à cause du retard pris sur les pays occidentaux dans l'équipement en calculateurs mécaniques et électroniques [Evesham 1986, p. 332]. Malheureusement, j'ai dû écarter le russe pour des raisons techniques.

La liste des traités⁶ a été constituée au moyen des bibliographies des documents consultés pour la préparation de cette note et en exploitant les catalogues accessibles à partir des sites Internet de cinq bibliothèques nationales : Bibliothèque nationale de France, Die Deutsche Bibliothek, Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, The British Library, The Library of Congress. Des recoupements systématiques ont permis d'établir les références bibliographiques avec une grande sûreté. Les éditions successives d'un même titre ont été comptées comme autant d'ouvrages différents. Bien que la liste obtenue soit en partie le résultat de choix personnels et qu'elle ne puisse pas prétendre être complète, elle me semble suffisamment étendue pour être significative. L'histogramme de la figure 1 représente l'évolution de la production de traités de calcul graphique, décennie par décennie, depuis les ouvrages fondateurs de Pouchet jusqu'à nos jours⁷.

Par son abondance, cette production est révélatrice de l'importance et de la vitalité du calcul graphique pendant le siècle qui va de 1870 à 1970. Les travaux initiaux de Pouchet [1795_{a,b}, 1797] et de Cousinéry [1839] n'ont tout d'abord été relayés que par quelques pionniers. En fait, c'est immédiatement après la publication de l'ouvrage de Culmann [1866] que l'on est témoin d'une véritable explosion, provoquée à la fois par le succès de la statique graphique auprès des ingénieurs et par les besoins des étudiants inscrits aux nouveaux cours qui se créent peu à peu dans les universités et les écoles techniques. L'édition de traités de calcul graphique connaît ensuite un ralentissement vers 1890, pour des raisons que j'ignore, jusqu'à la création de la nomographie par Maurice d'Ocagne. On assiste alors à un renouveau et à une période des plus florissantes, de 1900 à 1930 environ. L'effondrement de la décennie 1930–1939 semble être

⁶ Sur simple demande, j'enverrai cette liste à toute personne intéressée.

⁷ Pour compléter ce travail effectué sur les monographies, il serait intéressant de réaliser une analyse statistique analogue portant sur les articles publiés dans les revues scientifiques.

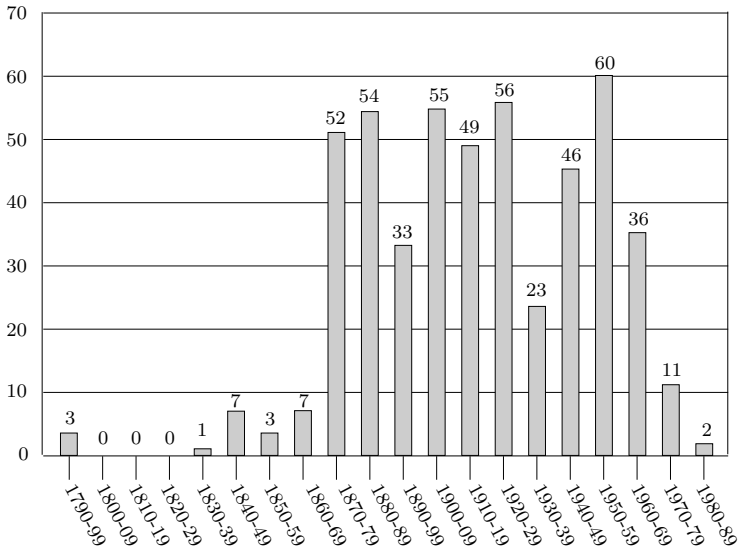


Figure 1

le reflet de la crise économique. Il faut enfin noter un dernier sursaut, provoqué vraisemblablement par les besoins de calcul nés de la Seconde Guerre mondiale, de la reconstruction, et de l'expansion économique des années cinquante et soixante, avant d'assister à un déclin progressif et irrémédiable à partir de 1970, lorsque des calculatrices électroniques de poche, des ordinateurs bon marché et des logiciels techniques spécialisés modifient radicalement les pratiques de calcul des divers corps de métier. Après 1970, encore plus nettement après 1980, on ne trouve presque plus de traités autonomes consacrés au calcul graphique : la statique graphique ou la nomographie, vestiges du passé éclipsés par des méthodes nouvelles, ne font plus l'objet que de courts chapitres, souvent pour mémoire, au sein d'ouvrages techniques divers.

Le deuxième histogramme (figure 2) présente, de 1830 à 1980, la proportion d'ouvrages dans chacune des langues retenues. On y retrouve les grandes lignes de notre histoire : le calcul graphique est une création française⁸, mais a été surtout développé et pratiqué par les ingénieurs

⁸ Jusqu'en 1860, on peut considérer que la production est exclusivement française,

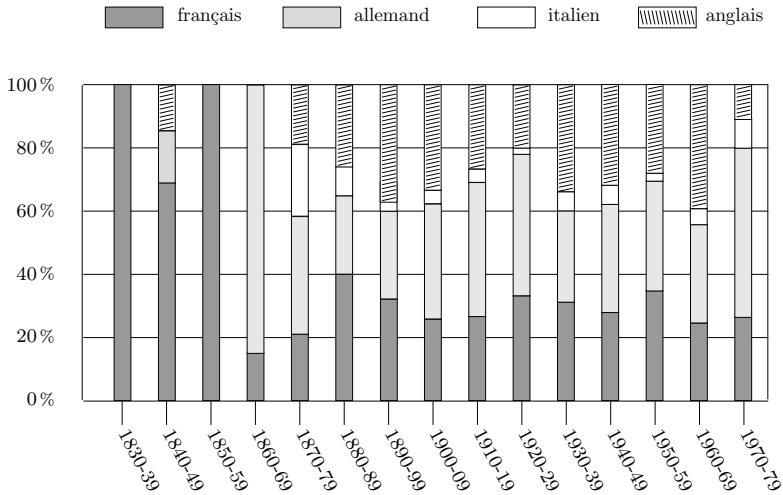


Figure 2

allemands, puis italiens, entre 1860 et 1880, avant que la nomographie de Maurice d’Ocagne ne vienne relancer la production française aux alentours de 1885. Les publications en anglais, quant à elles, sont nombreuses et régulières dès 1870, mais ne contiennent que peu d’apports nouveaux : ce sont le plus souvent des traductions et des adaptations, avec un temps de retard, des travaux français, allemands et italiens.

Le troisième et dernier histogramme (figure 3) permet de visualiser, pour la même période allant de 1830 à 1980, la répartition des traités selon quatre grandes catégories : 1) les traités généraux de calcul graphique ; 2) les traités de statique graphique ; 3) les traités de nomographie ; 4) les traités spécialisés d’intégration graphique, dont une partie est orientée vers la fabrication d’intégraphes. Ce nouvel axe de vision met en valeur d’une autre manière les étapes importantes de l’histoire du calcul graphique. La période 1840–1859, un peu particulière dans la mesure où elle ne contient quasiment que les nombreux travaux de Lalanne, relève avant l’heure de la nomographie. Ensuite, on observe clairement que la statique graphique domine la production entre 1870 et 1920, puis que c’est le tour de la

puisque les ouvrages en allemand et en anglais qui apparaissent sur l’histogramme pour la décennie 1840–1849 ne sont que des traductions des travaux de Lalanne.

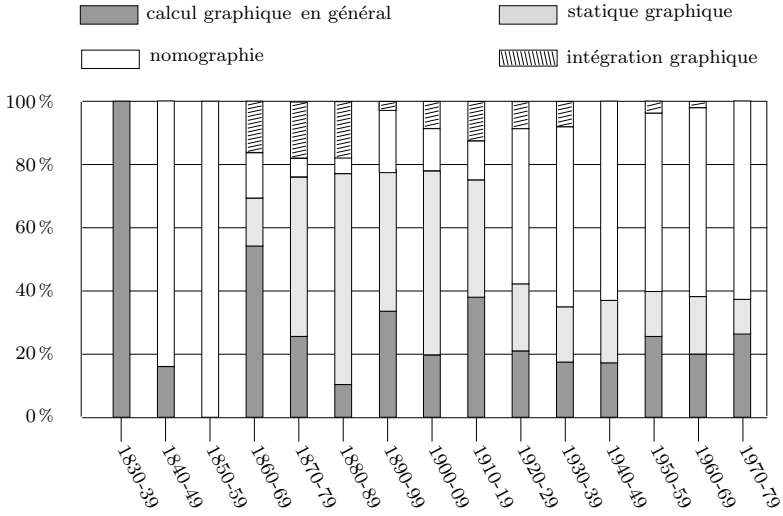


Figure 3

nomographie entre 1920 et 1980.

La place sociale du calcul graphique

Diverses informations complémentaires, livrées en vrac, contribueront à délimiter mieux encore la place que le calcul graphique a réellement occupée dans la société du XIX^e et d'une partie du XX^e siècle.

Je ne sais pas quelle influence a pu avoir l'arithmétique linéaire de Pouchet pendant et après la Révolution française, ni dans quelle mesure ses abaques élémentaires ont été utilisés par les commerçants et artisans. Par contre, les tables graphiques construites selon les principes de la géométrie anamorphique de Lalanne ont connu un grand succès dans le secteur des travaux publics. En 1843, l'administration française a adressé à tous les ingénieurs concernés des tables graphiques pour le calcul des superficies de déblai et de remblai relatives au profil des routes ou des voies ferrées [Lalanne 1846, p. 1-3]. Outre la facilité d'utilisation de ces abaques, Lalanne a fait ressortir le bénéfice financier qui a résulté de leur choix : une feuille de tables graphiques est revenue à un prix compris entre 1 et 2 francs, alors qu'une table numérique à double entrée, contenant la même quantité d'informations, aurait occupé un volume de 125

pages et aurait coûté entre 20 et 25 francs [Lalanne 1846, p. 69]. Pour diffuser sa découverte au-delà du cercle des ingénieurs et des applications spécialisées, Lalanne a construit un instrument de calcul qu'il a appelé « abaque, ou compteur universel » (figure 4), permettant d'effectuer toutes les opérations mathématiques usuelles (y compris les calculs logarithmiques et trigonométriques) et destiné à « remplacer avec avantage la règle à calcul des Anglais » [Lalanne 1846, p. 43]. Cet instrument peu coûteux prend la forme d'une table graphique universelle accompagnée d'un livret de 64 pages d'explications [Lalanne 1844, 1845]. Il a connu une certaine popularité puisqu'il a fait l'objet de trois éditions françaises, d'une édition anglaise et d'une édition allemande, mais il n'a manifestement pas réussi à freiner l'irrésistible ascension de la règle à calcul.

En ce qui concerne la statique graphique, il suffira, pour illustrer ses succès, de signaler que les méthodes de Culmann ont été utilisées par son élève Maurice Koechlin lors de la conception de la Tour Eiffel, en 1897–1899, et qu'un bureau permanent de dessin a fonctionné pendant toute la durée de construction de la Tour [Daumas 1968, p. 491]. La statique graphique a connu aussi des applications inattendues : par exemple, René Poussin [1905, 1909] utilise les techniques de la statique graphique et de l'intégration graphique au service des calculs d'assurances.

Les ingénieurs ont tout autant plébiscité la nomographie, conçue comme l'aboutissement de la science des abaques. Le livre principal de Maurice d'Ocagne [1899], *Traité de nomographie*, a fait l'objet de 59 traductions ou adaptations en 14 langues : allemand (17 dont 1 en Autriche), anglais (8 dont 5 aux États-Unis et 1 dans les Indes), arabe (1), espagnol (2), finlandais (1), hollandais (3), hongrois (1), italien (4), japonais (3), norvégien (1), polonais (2), roumain (1), russe (14), tchèque (1) [Ocagne 1955, p. 386–387]. Durant sa carrière, Ocagne a pu réunir une collection de plus de deux cents exemples d'application de la méthode nomographique dans les domaines les plus divers : physique générale, électricité, résistance des matériaux, hydraulique, constructions navales, machines, calculs nautiques, géodésie, topographie, artillerie, aviation, assurances, recherche de lois empiriques [Ocagne 1907, p. 393–395]. À cet inventaire déjà fourni, on peut ajouter encore la cristallographie [Hutchinson 1915]. Un fonds spécial d'archives nomographiques a été constitué à l'École des ponts et chaussées, contenant les ouvrages, brochures, lettres et nomogrammes conservés par

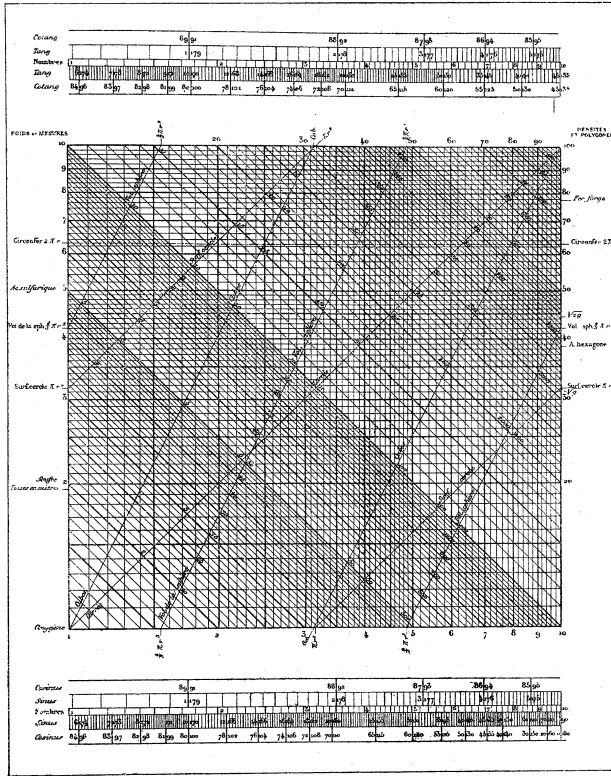


Figure 4. L'abaque, ou compteur universel, de Lalanne

Ocagne pendant quarante ans [Ocagne 1928].

L'emploi des instruments de calcul graphique est également révélateur. Il est à peine besoin de revenir sur la règle à calcul, instrument de choix de générations d'ingénieurs jusqu'à ce qu'elle soit supplantée par la calculette scientifique au début des années 1970. De leur côté, les planimètres, intégromètres et intégraphes font l'objet de nombreuses recherches et, à partir de 1860 environ, sont employés au quotidien dans divers secteurs, que ce soit la balistique [Jacob 1911, chap. v] ou l'architecture navale [Robb 1914]. Un grand nombre de ces appareils viennent de chez G. Coradi, fabricant d'instruments de précision à Zurich. Signe de la prospérité du calcul graphomécannique, le planimètre polaire

de Jacob Amsler a été vendu à plus de 12 000 exemplaires entre 1854 et 1884 [Marguin 1994, p. 162]. Une abondante littérature d'époque consacrée à la description des principes théoriques et du fonctionnement des auxiliaires mécaniques du calcul graphique confirme l'intérêt soutenu d'un public relativement nombreux ([Abdank-Abakanowicz 1886], [Jacob 1911], [Galle 1912], [Morin 1913], [Horsburgh 1914], [Willers 1926]). En dehors du domaine des petits instruments de bureau, d'imposants analyseurs harmoniques furent construits à partir de 1876, conformément aux idées de Lord Kelvin, pour servir à la prédiction de la hauteur des marées dans les ports. D'autres idées de Lord Kelvin devaient être concrétisées plus tard, dans les années 1930, principalement par Vannevar Bush au MIT et par Douglas Hartree à Manchester, qui réalisèrent de grands analyseurs différentiels. Ces appareils, construits en une dizaine d'exemplaires, servirent à résoudre de complexes problèmes d'électricité industrielle et furent également opérationnels pendant la Seconde Guerre mondiale, où on les utilisa au calcul de trajectoires balistiques [Aspray 1990, p. 172–185].

L'enseignement du calcul graphique

Dans un autre ordre d'idées, il est intéressant d'observer comment le calcul graphique a pu faire son chemin dans l'enseignement.

Il est manifeste qu'à l'École d'application du génie et de l'artillerie à Metz (sous l'influence de Poncelet), ou à l'École des ponts et chaussées à Paris (sous celle de Cousinéry et Lalanne), on accordait déjà une place aux méthodes graphiques dans l'enseignement. Cependant, les premiers cours « officiels » de calcul graphique ont été, semble-t-il, les cours de statique graphique de Culmann à Zurich, à partir de 1855, et de Cremona à Milan, à partir de 1867. La nouvelle discipline se répand ensuite assez vite. Selon un bilan effectué en 1877 par Antonio Favaro [1879, p. VIII], la statique graphique est, cette année-là, enseignée très largement en Italie (Milan, Padoue, Rome, Naples, Turin, Bologne, Palerme, Pavie, Pise) et en Allemagne (Berlin, Aix-la-Chapelle, Carlsruhe, Darmstadt, Munich, Dresde, Hanovre, Stuttgart), dans quelques établissements en Autriche, en Suisse, en Russie, au Danemark et aux États-Unis, mais pas encore en France ! Favaro ne manque pas de souligner ce phénomène paradoxal : « nous avons lieu de penser qu'elle [la statique graphique] fera bientôt l'objet de cours spéciaux dans le pays où elle a trouvé ses principales

origines : nous voulons parler de la France» [Favaro 1879, p. viii]. En fait, c'est seulement en 1884 que furent créés les deux premiers cours de statique graphique à Paris [Rouché 1889, p. 1] : ils ont été professés, l'un au Collège de France par Maurice Lévy, l'autre au Conservatoire national des arts et métiers par Eugène Rouché.

Vers la fin du XIX^e siècle, un autre débat concerne la place qu'il conviendrait de faire à la nomographie dans l'enseignement. On plaide régulièrement pour l'introduction de cours de nomographie dans les écoles d'ingénieurs, voire dans les classes préparatoires [Pasquier 1899, p. 356]. Selon Maurice d'Ocagne, la nomographie ne doit pas être coupée de l'enseignement mathématique général. Elle pourrait permettre d'illustrer les cours de mathématiques théoriques par des applications à des problèmes réels et, à ce titre, devrait être introduite dans les classes de Mathématiques élémentaires et de Mathématiques spéciales, où elle pourrait trouver place au sein du cours de Géométrie analytique [Ocagne 1900a, p. 209–210]. Le vœu d'Ocagne ne semble pas avoir été exaucé en ce qui concerne l'enseignement secondaire. Par contre, vers 1900, la nomographie était inscrite dans les programmes d'une dizaine d'écoles supérieures, rattachée soit aux cours de statique graphique, soit à divers cours techniques (France : École polytechnique, École des ponts et chaussées, École des mines de Saint-Étienne, École forestière de Nancy ; Allemagne : École technique supérieure de Stuttgart, Université de Göttingen ; Belgique : Université de Louvain ; Italie : École d'application des ingénieurs de Padoue, École d'application des ingénieurs de Bologne ; Portugal : Académie polytechnique de Porto). À la même époque, la nomographie fait également son entrée dans la formation des artilleurs et des marins [Ocagne 1900a].

Dans les premières années du XX^e siècle, le calcul graphique rayonne peu à peu au-delà des écoles techniques et finit par acquérir droit de cité dans les universités les plus traditionnelles. Un cours libre de calcul graphique et nomographie, confié à Maurice d'Ocagne, est ouvert à la Sorbonne le 1^{er} mars 1907. Ce cours a donné lieu à la publication d'un livre de même nom, *Calcul graphique et nomographie* [Ocagne 1908], qui a connu trois éditions et un vif succès. De façon analogue, aux États-Unis, c'est Carl Runge, célèbre professeur de mathématiques appliquées à l'université de Göttingen, qui a été invité à donner un cours sur les méthodes graphiques à la Columbia University de New York, d'octobre

1909 à janvier 1910. Il en est résulté un superbe ouvrage de référence intitulé *Graphical Methods* [Runge 1912]. Signalons aussi qu'un élève de Runge, Friedrich Adolf Willers, a consacré ses talents de pédagogue à écrire des ouvrages très clairs sur les divers aspects du calcul graphique [Willers 1920, 1926, 1928].

Interactions avec les autres parties des mathématiques

Pour ce qui est du contenu scientifique du calcul graphique, il ne faudrait pas croire à un développement autonome, purement utilitaire, confiné à un milieu restreint qui serait celui des ingénieurs et des dessinateurs techniques. Tout au long du XIX^e siècle, les progrès de cette discipline ont été régulièrement liés à ceux de diverses parties théoriques des mathématiques. On peut voir dans l'entrée de Maurice d'Ocagne à l'Académie des sciences, le 30 janvier 1922, le signe que le calcul graphique était perçu comme quelque chose d'important et d'intéressant par la communauté mathématique dans son ensemble.

Il n'est pas anodin que le calcul graphique se soit développé au XIX^e siècle, à la suite du renouveau de la géométrie incarné par Carnot, Monge, Poncelet, Chasles et quelques autres. Parlant du calcul par le trait et de la création de la statique graphique, Antonio Favaro met en valeur « l'action réciproquement exercée, au profit de la Géométrie, par la théorie sur les applications pratiques et par celles-ci sur la théorie elle-même » [Favaro 1879, p. VII]. Il est vrai que les calculateurs graphiques sont parmi les premiers à utiliser concrètement les grandeurs orientées (lignes ou aires), l'addition des points, le calcul vectoriel, les imaginaires, les transformations géométriques les plus générales, etc., contribuant sans doute, pour une part, à la mise au point de ces notions. À la fin du siècle, dans sa méthode nomographique des points alignés, Maurice d'Ocagne exploite au mieux les acquis de la géométrie projective : il fait appel au principe de dualité, s'inspire des coordonnées tangentielles de Plücker pour créer des nouvelles coordonnées qu'il appelle « coordonnées parallèles et axiales » [Ocagne 1885], et sollicite « l'intervention de l'homographie la plus générale, qui n'avait peut-être été utilisée jusque-là que pour des fins purement spéculatives » [Ocagne 1907, p. 392].

On peut remarquer au passage que cette fécondation mutuelle entre la géométrie projective et le calcul graphique, sous la double impulsion

de Poncelet et de Culmann, fut un phénomène essentiellement continental pendant tout le XIX^e siècle. Effectivement, nous avons vu dans les paragraphes précédents qu'aucun savant britannique (excepté peut-être Maxwell) n'avait apporté de contribution significative au développement du calcul graphique, qu'aucun traité original n'avait été publié en Angleterre et qu'aucun enseignement spécifique n'y avait été créé. À partir de 1889, H.S. Hele Shaw est chargé par la British Association for the Advancement of Science d'enquêter sur le sujet ; les conclusions de son rapport sont sans appel pour ce qui est du retard pris par les ingénieurs britanniques dans l'emploi des méthodes graphiques : « The fact is, that very few engineers in this country understand even the nature of projective, modern, higher geometry, or geometry of position, by all of which names it is variously called » [Hele Shaw 1893, p. 423].

Mais revenons sur le continent. Il y a eu aussi des interactions dans le domaine de l'analyse, car la caractérisation des équations pouvant se traduire graphiquement par un nomogramme d'un type donné conduit, en général, à de difficiles problèmes d'équations aux dérivées partielles. La recherche de conditions pour qu'une équation $f(x, y, z) = 0$ puisse être représentée par un abaque à trois faisceaux de droites, selon la méthode des anamorphoses de Lalanne, a fait l'objet d'une remarque de Cauchy [1843, p. 494] et a donné lieu à de nombreux développements ultérieurs [Mehmke et Ocagne 1909, p. 369–371]. Des travaux analogues, parmi lesquels on peut remarquer ceux de Gronwall [1912], ont porté sur les équations susceptibles d'être représentées par des nomogrammes à points alignés. Pour souligner l'intérêt que les mathématiciens étaient à même d'accorder à ce type de recherches, rappelons qu'au Congrès international de Paris, en 1900, David Hilbert a attiré l'attention des participants sur vingt-trois problèmes dont un, le treizième, intitulé « Impossibilité de la résolution de l'équation générale du septième degré au moyen de fonctions de deux arguments seulement », est exprimé en termes nomographiques [Hilbert 1900, rééd. 1990, p. 34–35].

État des recherches historiques sur le calcul graphique

Les historiens se sont peu intéressés au calcul graphique. En dépouillant les principales revues d'histoire des sciences, et en recourant aux bases de données électroniques *MathSciNet* et *Zentralblatt-Math*, j'ai pu répertorier,

entre 1931 et 1999, seulement 25 publications (monographies ou articles de périodiques) ayant un thème principal en rapport direct avec le contenu de cette note. Ces publications, pour la plupart, sont assez courtes et portent sur des corpus ou des périodes restreints. Elles sont rédigées dans les langues suivantes : russe, ukrainien, hongrois ou tchèque (11), anglais (6), allemand (5), français (3). L'importance des langues de l'Est confirme ce qui a été dit plus haut à propos de la place éminente des méthodes graphiques, au XX^e siècle, dans les pays de l'ancien bloc soviétique. Par ailleurs, les sujets abordés se répartissent ainsi : méthodes graphiques en astronomie et trigonométrie dans l'Antiquité et au Moyen Âge (4), statique graphique (4), nomographie (9), utilisation spécifique de méthodes graphiques dans certaines branches des sciences de l'ingénieur (4), solution graphique des équations polynomiales (1), intégration graphique (2), histoire générale des méthodes graphiques (1).

Un vaste champ de recherche reste ici ouvert. Sans prétention à l'exhaustivité et en excluant les publications des pays de l'Est (dont je ne suis pas en mesure d'évaluer le contenu), je vais tenter de présenter quelques références bibliographiques susceptibles d'être utiles. À côté de certaines des publications évoquées dans le paragraphe précédent, je ferai appel à des documents plus anciens, ainsi qu'à d'autres sources récentes qui, sans avoir pour objet principal le calcul graphique, contiennent sur ce thème des développements dignes d'intérêt.

Pour l'historien, le meilleur point de départ reste l'article « Calculs numériques » de R. Mehmke et M. d'Ocagne [1909] dans l'*Encyclopédie des sciences mathématiques*. Contrairement à ce que pourrait croire un lecteur d'aujourd'hui à la simple vue de son titre, cet article très long (250 pages) est consacré pour moitié au calcul graphique sous toutes ses formes, ce qui confirme bien qu'au début du siècle, le calcul graphique était une composante essentielle du « calcul numérique ». L'article de Mehmke et Ocagne est à compléter par deux articles plus spécialisés de l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* qui n'ont pas été repris dans l'édition française : « Die graphische Statik der starren Körper » de L. Henneberg [1909] et « Numerische und graphische Quadratur und Integration gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen » de C. Runge et F.A. Willers [1915].

Depuis ces études imposantes du début du siècle, on n'a guère progressé.

Personne ne s'est apparemment intéressé au calcul par le trait en tant que tel. Seule, la statique graphique a fait l'objet de recherches de la part des historiens allemands : E. Scholz, dans un article de 1984 et dans le chapitre II de son livre *Symmetrie, Gruppe, Dualität* [Scholz 1989], a réalisé une étude fine de la création de la statique graphique par Culmann, en insistant sur les liens de cette discipline avec le développement des méthodes projective et vectorielle en géométrie ; ce travail a été poursuivi tout récemment par B. Maurer dans un ouvrage remarquablement documenté qui s'intitule *Karl Culmann und die graphische Statik* [Maurer 1998]. En dehors de l'Allemagne, patrie de Culmann, il n'y a pas grand-chose à mentionner, si ce n'est une analyse sociale fort intéressante de K. Chatzis [à paraître] sur la réception de la statique graphique en France durant le dernier tiers du XIX^e siècle.

Pour la nomographie, on dispose principalement d'un article de H.A. Evesham [1988]. Il permet une première approche du sujet, mais il n'y est question que de la représentation graphique des relations entre trois variables. Par contre, il contient quelques renseignements précieux sur l'histoire de la nomographie soviétique au XX^e siècle, renseignements que l'on pourra compléter utilement par la lecture des *Éléments de nomographie* de G.S. Khovanski [1979]. L'article d'Evesham est un résumé de sa thèse [Evesham 1982], beaucoup plus complète mais malheureusement non publiée. À la suite d'Evesham, H. Verine [1997] a tenté d'étudier la terminologie de la nomographie et d'élaborer une typologie des nomogrammes. On trouvera dans son article des informations pertinentes sur l'origine et les différents sens des mots abaque, anamorphose, nomographie, nomogramme, etc., ainsi que de leurs équivalents en langues anglaise et allemande. T.L. Hankins [1999], quant à lui, reprend de manière attrayante l'histoire de la nomographie en la replaçant dans le contexte élargi des représentations graphiques utilisées depuis le XVIII^e siècle.

L'intégration graphique semble avoir exercé sur les historiens un pouvoir d'attraction des plus faibles. Aucune recherche générale n'est à mentionner sur les procédés graphiques de quadrature. Avec une ambition plus restreinte, j'ai entrepris d'étudier l'intégration graphique des équations différentielles ordinaires [Tournès 1996, chap. 6]. Ce travail a mis en évidence un développement parallèle des méthodes numériques et des méthodes graphiques. C'est ainsi, pour ne donner qu'un exemple, que

les méthodes multipas créées par J.C. Adams et G.H. Darwin, dans la seconde moitié du XIX^e siècle, apparaissent comme un approfondissement numérique de la méthode graphique des rayons de courbure pratiquée auparavant par Poncelet et Lord Kelvin [Tournès 1998, p. 43].

Si l'on s'intéresse aux instruments de dessin et aux appareils divers qui ont pu servir au calcul graphique, on tirera profit de l'imposante bibliographie relative aux instruments à calculer (332 références) qui avait été établie au début du siècle par le collectionneur L. Malassis [1920]. Au sujet de la règle à calcul, outil se distinguant par son ancienneté autant que par sa notoriété, on pourra recourir à un article de fraîche date de H. Joss [1998], mais il sera difficile de se passer du livre classique de F. Cajori, *A History of the Logarithmic Slide Rule and Allied Instruments* [Cajori 1909], qui contient un catalogue de 256 modèles de règles à calcul et une bibliographie de 285 références. En envisageant à nouveau dans leur ensemble les auxiliaires du calcul graphique, deux livres récents sont incontournables : *Drawing Instruments 1580–1980*, de M. Hambly [1988], pour les instruments de base (règles, compas, instruments de mesure, compas de proportion, traceurs de courbes, etc.), et *Histoire des instruments et machines à calculer*, de J. Marguin [1994], en ce qui concerne les appareils plus spécialisés du calcul graphomécanique (planimètres, intégraphes, etc.). La lecture du travail richement documenté de M. Hambly fait prendre conscience que les instruments du calcul graphique sont les mêmes que ceux du dessin technique en général. Dans une certaine mesure, il est donc difficile d'entreprendre une étude historique du calcul graphique sans tenir compte de cette autre composante essentielle de la « géométrie pratique » qu'est la géométrie descriptive. Cela est d'autant plus vrai que, comme nous l'avons vu, les deux disciplines se développent en interaction avec les mêmes théories, à savoir la géométrie projective, la géométrie vectorielle et les transformations géométriques. Pour faire le lien historique avec la géométrie descriptive, en tant qu'elle émerge des problèmes pratiques que posent la coupe des pierres, la construction des charpentes et, plus généralement, l'architecture, on pourra exploiter le livre très complet de J. Sakarovitch [1998].

En élargissant le point de vue, il va de soi que l'histoire des méthodes graphiques commence bien avant que le calcul graphique se soit constitué en corps de doctrine autonome, c'est-à-dire bien avant le XIX^e

siècle. Une histoire complète de ce domaine devrait donc avoir pour ambition de répertorier et d'étudier les méthodes graphiques dans les écrits des mathématiciens depuis l'Antiquité. Les origines du calcul graphique sont évidemment inséparables de celles des représentations graphiques. À ce propos, il y a eu diverses études intéressantes sur l'histoire de la représentation graphique des données statistiques et expérimentales, notamment celles de H.G. Funkhouser [1937], E. Royston [1956], L. Tilling [1975], J.R. Beniger et D.L. Robyn [1978]. Plus proche de notre sujet, J.D. North [1987] a montré que les astronomes médiévaux, pour figurer sur un même plan les liens entre plusieurs grandeurs astronomiques, utilisaient des procédés évoquant étrangement la nomographie moderne. Ces procédés ont été exploités jusqu'à l'époque contemporaine pour la construction de cadrans solaires, cadrans lunaires, astrolabes et autres instruments astronomiques, comme on pourra s'en convaincre à la lecture des articles de P. Luckey [1923, 1927] et de R. Rohr [1995]. De son côté, C.B. Boyer [1945] a étudié les solutions graphiques des équations polynomiales de l'Antiquité au XVIII^e siècle, mais on trouvera beaucoup plus de renseignements sur ce thème (et près de deux cents références bibliographiques) dans les anciens travaux historiques d'Antonio Favaro [1878, 1880]. Signalons enfin que, dans les rapports de H.S. Hele Shaw [1890, 1893, 1894] déjà évoqués plus haut, on dispose, sur 97 pages, d'un inventaire de toutes les interventions des méthodes graphiques⁹ dans les publications anglaises entre 1831 et 1892.

Je ne voudrais pas terminer ce panorama sans évoquer Isaac Newton, qui, bien que cela soit peu connu, fut un remarquable calculateur graphique. Nous en avons un témoignage dans le livre troisième des *Principia*, lorsqu'il raconte lui-même comment il a déterminé l'orbite de la comète de 1680 à partir de trois observations : « toutes ces déterminations ont été faites graphiquement avec une échelle de parties égales, et les cordes des angles ont été prises d'après la table des sinus naturels ; et en

⁹ Hele Shaw considère l'expression « méthodes graphiques » au sens le plus large qui soit. Son inventaire porte, en fait, sur les publications scientifiques et techniques qui contiennent des graphiques. Sauf exception, il s'agit de simples représentations graphiques qui ne servent pas à « calculer » au sens où on l'entend dans cette note. Cet inventaire n'en reste pas moins précieux pour étayer la thèse déjà formulée selon laquelle, vers la fin du XIX^e siècle, les scientifiques et ingénieurs anglais, bien que possédant une forte culture des représentations graphiques, étaient en retard sur les continentaux dans le domaine du calcul graphique.

faisant une grande figure dans laquelle le demi-diamètre du grand orbe (qu'on suppose avoir 10000 parties) étoit de 16 pouces anglais et un tiers» [Newton 1759, t. II, p. 134]. La feuille de calcul avait donc une largeur de l'ordre de 50 cm. On a vérifié que les valeurs numériques obtenues par Newton étaient correctes à la précision 10^{-4} , soit, graphiquement, à environ 0,05 mm près! A.N. Krilov [1925] a montré que l'on pouvait effectivement atteindre cette précision pour chaque point de l'orbite, en le construisant d'abord du mieux possible sur la figure principale et en corrigeant ensuite sa position sur une figure auxiliaire locale agrandie 100 fois. Par ailleurs, des recherches récentes ([Erlichson 1991, 1997], [Nauenberg 1993–1994]) ont révélé que, pendant les années 1679–1685, c'est par des techniques que l'on qualifierait aujourd'hui d'« intégration graphique » que Newton et son rival Robert Hooke ont abordé le fameux « problème inverse » (connaissant la loi de la force centrale à laquelle est soumise un corps, retrouver la courbe décrite par ce corps). Il ne fait plus de doute que le calcul graphique soit à mentionner, à côté du calcul des fluxions, parmi les outils d'investigation et de découverte qui ont pu mener Newton jusqu'à la rédaction des *Principia*.

Cette facette méconnue des talents de Newton met particulièrement bien en lumière les deux rôles dévolus à la figure géométrique lorsque le calcul graphique entre en jeu : la figure en tant qu'« outil de calcul numérique » et la figure en tant qu'« outil de simulation et de conjecture ». De façon générale, au vu des quelques travaux, partiels et limités, que nous venons de parcourir, il est évident qu'il reste beaucoup à faire pour inventorier et analyser, dans les diverses branches des mathématiques et des sciences, les interventions, directes ou indirectes, des méthodes graphiques.

Appel aux historiens

On a abondamment étudié le projet cartésien de mettre l'algèbre au service de la géométrie. En remplaçant l'étude des courbes par celle de leurs équations, ce point de vue fécond a ouvert la voie aux extraordinaires développements du calcul infinitésimal. À l'opposé, les historiens ont beaucoup moins scruté la possibilité, symétriquement contenue dans le discours de Descartes, de mettre la géométrie au service du calcul

algébrique¹⁰ et, en particulier, du calcul numérique. Comme nous l'avons vu, cette possibilité n'a pourtant pas échappé à Newton ni à bien d'autres pendant plus de trois siècles. Il n'est pas fortuit qu'en 1907, à Göttingen, un congrès de mathématiciens appliqués ait adopté la définition suivante : « L'essence des mathématiques appliquées réside dans la création et la mise en pratique de méthodes pour la résolution numérique et graphique des problèmes mathématiques » [Schubring 1989, p. 196]. Il faut constater à regret que tout se passe parfois comme si le mot « graphique » avait disparu de cette définition. Je souhaite que les historiens, notamment ceux de la géométrie et de l'analyse numérique, puissent redonner aux méthodes graphiques la place qui fut la leur au sein de la science du calcul.

BIBLIOGRAPHIE

ABDANK-ABAKANOWICZ (Bruno)

[1886] *Les intégrales*, Paris : Gauthier-Villars, 1886.

ANDRADE (Jules)

[1905] L'enseignement scientifique aux écoles professionnelles et les « Mathématiques de l'ingénieur », dans Krazer (Adolf), éd., *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*, Leipzig : Teubner, 1905, p. 622–626.

ASPRAY (William), éd.

[1990] *Computing before Computers*, Ames : Iowa State University Press, 1990.

BENIGER (James Ralph) & ROBYN (Dorothy L.)

[1978] Quantitative graphics in statistics : a brief history, *The American Statistician*, 32 (1978), p. 1–11.

BOYER (Carl Benjamin)

[1945] Early graphical solutions of polynomial equations, *Scripta mathematica*, 11 (1945), p. 5–19.

BOS (Henk. J.M.)

[1984] Arguments on motivation in the rise and decline of a mathematic theory : the “construction of equations”, 1637 – ca 1750, *Archive for History of Exact Sciences*, 30 (1984), p. 331–380.

CAJORI (Florian)

[1909] *A History of the Logarithmic Slide Rule and Allied Instruments*, New York : The Engineering News Publishing Company, 1909.

CAUCHY (Augustin-Louis)

[1843] Rapport sur un mémoire de M. Léon Lalanne, qui a pour objet la substitution de plans topographiques à des tables numériques à double entrée (Commissaires, MM. Élie de Beaumont, Lamé, Cauchy rapporteur), *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 17 (1843), p. 492–494.

¹⁰ À ce thème, on peut surtout attacher les travaux H. Bos sur la construction des équations, en particulier [Bos 1984].

CHATZIS (Konstantinos)

- [à paraître] La réception de la statique graphique en France durant le dernier tiers du XIX^e siècle, dans Benvenuto (Eduardo), Dhombres (Jean) et Radelet de Grave (Patricia), éd., *Actes du colloque international « La statica grafica : un linguaggio matematico per la scienza delle costruzioni »* (Gênes, 7-9 juin 1996), à paraître.

COUSINERY (Barthélémy-Édouard)

- [1839] *Le calcul par le trait, ses éléments et ses applications à la mesure des lignes, des surfaces et des cubes, à l'interpolation graphique et à la détermination, sur l'épure, de l'épaisseur des murs de soutènement et des murs de culées des voutes*, Paris : Carilian-Gœury et Dalmont, 1839.

CREMONA (Luigi)

- [1872] *Le figure reciproche nella statica grafica*, Milano, 1872.
 [1874] *Elementi di calcolo grafico*, Torino : Paravia, 1874.

CULMANN (Carl)

- [1866] *Die graphische Statik*, Zürich : Meyer und Zeller, 1866; 2^e éd. refondue, vol. 1, 1875.
 [1880] *Traité de statique graphique*, trad. de la 2^e éd. allemande par G. Glasser, J. Jacquier et A. Valat, Paris : Dunod, 1880.

DAUMAS (Maurice), dir.

- [1968] *Histoire générale des techniques. Tome III : L'expansion du machinisme*, Paris : PUF, 1968.

DESCARTES (René)

- [1637] *La géométrie*, appendice au *Discours de la méthode*, Leyde, 1637 ; rééd. New York : Dover, 1954.

DIDION (Isidore)

- [1848] *Traité de balistique*, Paris : Leneuveu, 1848; 2^e éd., Paris : Dumaine, 1860.

ERLICHSON (Herman)

- [1991] Newton's 1679/80 solution of the constant gravity problem, *American Journal of Physics*, 59 (1991), p. 728-733.
 [1997] Hooke's september 1685 ellipse vertices construction and Newton's instantaneous impulse construction, *Historia mathematica*, 24 (1997), p. 167-184.

EVESHAM (Harold Ainsley)

- [1982] *The History and Development of Nomography*, Ph. D. Thesis, University of London, 1982.
 [1986] Origins and development of nomography, *Annals of the History of Computing*, 8 (1986), p. 324-333.

FAVARO (Antonio)

- [1877] *Lezioni di statica grafica*, Padova : Sacchetto, 1877.
 [1878] *Notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni*, Modena : Società tipographica, 1878.
 [1879] *Leçons de statique graphique. Première partie. Géométrie de position*, trad. de l'italien par Paul Terrier, Paris : Gauthier-Villars, 1879.
 [1880] *Appendice alle notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni*, Modena : Società tipographica, 1880.
 [1885] *Leçons de statique graphique. Deuxième partie. Calcul graphique*, trad. de l'italien par Paul Terrier, avec appendice et notes du traducteur, Paris : Gauthier-Villars, 1885.

- FUNKHOUSER (Howard Gray)
 [1937] Historical development of the graphical representation of statistical data, *Osiris*, 3 (1937), p. 269–404.
- GALLE (Andreas)
 [1912] *Mathematische Instrumente*, Leipzig und Berlin : Teubner, 1912.
- GRONWALL (Thomas Hakon)
 [1912] Sur les équations entre trois variables représentables par des nomogrammes à points alignés, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 6^e s., 8 (1912), p. 59–102.
- HAMBLY (Maya)
 [1988] *Drawing Instruments. 1580–1980*, London : Sotheby's, 1988. Trad. fr. de Dominique Bauthier, *Les instruments de dessin. 1580-1980*, Gennevilliers : Ars Mundi, 1991.
- HANKINS (Thomas L.)
 [1999] Blood, dirt, and nomograms. A particular history of graphs, *Isis*, 90 (1999), p. 50–80.
- HELE SHAW (Henry Selly)
 [1890] First report of the Committee, consisting of Mr. W.H. Preece (Chairman), Professor H.S. Hele Shaw (Secretary), Messrs. B. Baker, W. Anderson, and G. Kapp, and Professors J. Perry and R.H. Smith, appointed to report on the development of graphic methods in mechanical science, dans *Report of the Fifty-Ninth Meeting of the British Association for the Advancement of Science (BAAS) held at Newcastle-upon-Tyne in September 1889*, London : John Murray, 1890, p. 322–327.
 [1893] Second report on the development of graphic methods in mechanical science, dans *Report of the Sixty-Second Meeting of the BAAS held at Edinburgh in August 1892*, London : John Murray, 1893, p. 373–531.
 [1894] The development of graphic methods in mechanical science. Third report, dans *Report of the Sixty-Third Meeting of the BAAS held at Nottingham in September 1893*, London : John Murray, 1894, p. 573–613.
- HENNEBERG (Lebrecht)
 [1909] Die graphische Statik der starren Körper, dans *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, t. IV, vol. 1, Leipzig : Teubner, 1909, p. 345–434.
- HILBERT (David)
 [1900] Mathematische Probleme, *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1900, p. 253–297. Trad. fr. de L. Laugel, Sur les problèmes futurs des mathématiques, dans Duporcq (Ernest), éd., *Compte rendu du deuxième Congrès international des mathématiciens tenu à Paris du 6 au 12 août 1900*, Paris : Gauthier- Villars, 1902, p. 58–114; rééd. Paris : Jacques Gabay, 1990.
- HORSBURGH (Ellice Martin), éd.
 [1914] *Modern Instruments and Methods of Calculation. A Handbook of the Napier Tercentenary Exhibition*, London : Bell and The Royal Society of Edinburgh, 1914.
- HUTCHINSON (Arthur)
 [1915] The graphical treatment of some crystallographic problems, dans [Knott 1915], p. 329–336.
- JACOB (Louis-Frédéric)
 [1909] *Intérogromètre à lame coupante*, Paris : Imprimerie nationale, 1909.

- [1911] *Le calcul mécanique*, Paris : Doin, 1911.
- JOSS (Heinz)
- [1998] Messrechnen : 350 Jahre Rechenschieber, *Elemente der Mathematik*, 53 (1998), p. 73–78.
- KÄMTZ (Ludwig Friedrich)
- [1843] *Cours complet de météorologie*, trad. de l'allemand et annoté par Charles Martins, avec un appendice contenant la représentation graphique des tableaux numériques, par Léon Lalanne, Paris : Paulin, 1843; 2^e éd., Paris : Delahays, 1858.
- KHOVANSKI (Georgi S.)
- [1979] *Éléments de nomographie*, trad. fr. de Djilali Embarek, Moscou : Mir, 1979.
- KNOTT (Cargill Gilston), éd.
- [1915] *Napier Tercentenary Memorial Volume*, London : Longmans, Green and Co., 1915.
- KRYLOV (Aleksei Nikolaevich)
- [1925] On sir Isaac Newton's method of determining the parabolic orbit of a comet, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 85 (1925), p. 640–656.
- LALANNE (Léon-Louis)
- [1843a] Appendice contenant la représentation graphique des tableaux numériques, dans [Kaemtzt 1843].
- [1843b] Mémoire sur la substitution de plans topographiques à des tables numériques à double entrée, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 1843, p. 1162–1164.
- [1844] *Abaque, ou Compteur universel, donnant à vue à moins de 1/200 près les résultats de tous les calculs d'arithmétique, de géométrie et de mécanique pratique*, Paris : Carilian-Gœury et Dalmont, 1844; 2^e éd., Paris : Hachette, 1851; 3^e éd., 1863.
- [1845] *Description et usage de l'abaque ou compteur universel*, Paris : Dubochet, 1845.
- [1846] Sur les tables graphiques et sur la géométrie anamorphique appliquée à diverses questions qui se rattachent à l'art de l'ingénieur, *Annales des Ponts et Chaussées*, 11 (1846), p. 1–69.
- [1878] *Méthodes graphiques pour l'expression des lois empiriques ou mathématiques à trois variables avec des applications à l'art de l'ingénieur et à la résolution des équations numériques d'un degré quelconque*, Paris : Imprimerie nationale, 1878; 2^e éd. revue et corrigée, 1880.
- LALLEMAND (Charles)
- [1885] *Les abaques hexagonaux. Nouvelle méthode générale de calcul graphique*, Paris : Ministère des travaux publics, 1885.
- [1922a] Sur la genèse et l'état actuel de la science des abaques, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 174 (1922), p. 82–88.
- [1922b] Sur les avantages comparés des abaques hexagonaux et des abaques à points alignés, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 174 (1922), p. 253–258.
- LEMOINE (Émile)
- [1902] *Géométopographie, ou Art des constructions géométriques*, Paris : Naud, 1902.
- LUCKEY (Paul)
- [1923] Zur älteren Geschichte der Nomographie, *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften*, 29 (1923), p. 54–59.
- [1927] Zur Geschichte der Nomographie, *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*, 58 (1927), p. 455–465.

- MALASSIS (Lucien)
 [1920] Bibliographie relative à l'arithmétique, au calcul simplifié et aux instruments à calculer, *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale*, 132 (1920), p. 739–757.
- MARGUIN (Jean)
 [1994] *Histoire des instruments et machines à calculer*, Paris : Hermann, 1994.
- MASSAU (Junius)
 [1877–1887] Mémoire sur l'intégration graphique et ses applications, *Annales de l'Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand*, 2 (1877–1878), p. 13–55 et 203–281; 7 (1883–1884), p. 53–132; 10 (1886–1887), p. 1–535. Rééd. des livres I à III en un vol. tiré à part, Liège : Desoer, 1884.
 [1888–1889] Appendice au mémoire sur l'intégration graphique et ses applications, *Annales de l'Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand*, 12 (1888–1889), p. 185–443. Rééd. en un vol. tiré à part, Paris : Gauthier-Villars, 1890.
 [1900–1904] Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles, *Annales de l'Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand*, 23 (1900), p. 95–214; (3^e s.) 1 (1902), p. 135–226 et 393–434; 2 (1903), p. 383–436; 3 (1904), p. 65–147. Rééd. en un vol. tiré à part, Mons : Delporte, 1952.
- MAURER (Bertram)
 [1998] *Karl Culmann und die graphische Statik*, Berlin : Verlag für Geschichte der Naturwissenschaft und Technik, 1998.
- MAXWELL (James Clerk)
 [1864] On reciprocal figures and diagrams of forces, *London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 4^e s., 27 (1864), p. 250–261.
 [1870] On reciprocal figures, frames and diagrams of forces, *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 26 (1870), p. 1–46.
- MEHMKE (Rudolf) & OCAGNE (Maurice d')
 [1909] Calculs numériques, dans *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, t. I, vol. 4, Paris : Gauthier-Villars, 1909, p. 196–452; rééd. Paris : Jacques Gabay, 1993.
- MORIN (Henri de)
 [1913] *Les appareils d'intégration, intégrateurs simples et composés, planimètres, intégromètres, intégraphes et courbes intégrales, analyse harmonique et analyseurs*, Paris : Gauthier-Villars, 1913.
- NAUENBERG (Michael)
 [1993–1994] Newton's early computational method for dynamics, *Archive for History of Exact Sciences*, 46 (1993–1994), p. 221–251.
- NEWTON (Isaac)
 [1759] *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, trad. par feu Madame la Marquise du Chastellet, Paris : Desaint et Saillant, 1759; rééd. Paris : Jacques Gabay, 1990.
- NORTH (John David)
 [1987] Coordinates and categories : the graphical representation of functions in medieval astronomy, dans Grant (Edward) et Murdoch (John E.), éd., *Mathematics and its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages. Essays in Honor of Marshall Claggett*, Cambridge : Cambridge University Press, 1987.

OCAGNE (Maurice d')

- [1884] Procédé nouveau de calcul graphique, *Annales des Ponts et Chaussées*, 8 (1884), p. 531–540.
- [1885] *Coordonnées parallèles et axiales. Méthode de transformation géométrique et procédé nouveau de calcul graphique déduits de la considération des coordonnées parallèles*, Paris : Gauthier-Villars, 1885.
- [1891] *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques*, Paris : Gauthier-Villars, 1891.
- [1893] *Le calcul simplifié par les procédés mécaniques et graphiques*, Paris : Gauthier-Villars, 1893; 2^e éd. entièrement refondue et considérablement augmentée, 1905; 3^e éd. avec une rédaction entièrement renouvelée et de nombreuses additions, 1928.
- [1899] *Traité de nomographie. Théorie des abaques, applications pratiques*, Paris : Gauthier-Villars, 1899; 2^e éd. entièrement refondue, avec de nombreux compléments, 1921.
- [1900a] La nomographie dans l'enseignement, *L'enseignement mathématique*, 2 (1900), p. 207–210.
- [1900b] Sur la résolution nomographique de l'équation du septième degré, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 131 (1900), p. 522–524.
- [1902] Sur les divers modes d'application de la méthode graphique à l'art du calcul. Calcul graphique et calcul nomographique, dans Duporcq (Ernest), éd., *Compte rendu du deuxième Congrès international des mathématiciens tenu à Paris du 6 au 12 août 1900*, Paris : Gauthier-Villars, 1902, p. 419–424.
- [1907] Les progrès récents de la méthode nomographique des points alignés, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 18 (1907), p. 392–395.
- [1908] *Calcul graphique et nomographie*, Paris : Doin, 1908; 2^e éd. revue et corrigée, 1914; 3^e éd., 1924.
- [1909] La technique du calcul considérée principalement au point de vue de la science de l'ingénieur, dans Castelnuovo (Guido), éd., *Atti del IV Congresso internazionale dei matematici (Roma, 6-11 aprile 1908)*, vol. III, Roma : Accademia dei Lincei, 1909, p. 346–350.
- [1915] Numerical tables and nomograms, dans [Knott 1915], p. 279–283.
- [1921] Pratique courante de la méthode nomographique des points alignés à propos de ses applications de guerre, dans Villat (Henri), éd., *Comptes rendus du Congrès international des mathématiciens (Strasbourg, 22-30 septembre 1920)*, Toulouse : Privat, 1921, p. 631–635.
- [1922a] Coup d'œil sur les principes fondamentaux de la nomographie, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 33 (1922), p. 230–239.
- [1922b] À propos de l'histoire de la nomographie, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 33 (1922), p. 620–623.
- [1926] Sur la classification d'ensemble de tous les procédés de calcul dérivés de la géométrie et de la mécanique, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 182 (1926), p. 191–194.
- [1928] Les archives nomographiques de l'École des ponts et chaussées, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 39 (1928), p. 625–626.
- [1929] Résumé synthétique des principes fondamentaux de la nomographie, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 40 (1929), p. 325–329.
- [1955] *Histoire abrégée des sciences mathématiques*, Paris : Vuibert, 1955.

PASCAL (Ernesto)

- [1914] *I miei integrali per equazioni differenziali*, Napoli : Pellerano, 1914.

- PASQUIER (Ernest)
 [1899] De la nomographie et de la nécessité de l'introduire dans l'enseignement, *L'enseignement mathématique*, 1 (1899), p. 350–357.
- PONCELET (Jean-Victor)
 [1827–1830] *Cours de mécanique industrielle*, rédigé par Mr le capitaine du Génie Gosselin, Paris : Lithographie de Clouet, 1^{re} partie, 1827–28; 2^e partie, 1828–1829; 3^e partie, 1830.
- POUCHET (Louis-Ézéchiél)
 [1794] *Tableau des nouveaux poids, mesures et monnoies de la République française, suivis des rapports qu'ils ont avec les plus connus de l'Europe comparés entre eux, d'après la métrologie de Paucton et au moyen des lignes proportionnelles*, Rouen : l'auteur, an III.
 [1795a] *Échelles graphiques des nouveaux poids, mesures et monnoies de la République française et des villes et pays les plus commerçants d'Europe*, 2^e éd. augmentée d'un *Traité sur les changes* et d'un *d'arithmétique linéaire*, Rouen : Guedra, an IV.
 [1795b] *Arithmétique linéaire, ou Nouvelle méthode abrégée de calculer, que l'on peut pratiquer sans savoir lire ni écrire*, Rouen : Guedra, an IV.
 [1797] *Métrologie terrestre, ou Tables des nouveaux poids, mesures et monnoies de France*, 3^e éd., Rouen : Guilbert et Herment, an V.
- POUSSIN (René)
 [1905] *Sur l'application des procédés graphiques aux calculs d'assurances*, Paris : Dulac, 1905.
 [1909] Sur l'application du graphicisme aux calculs d'assurances, dans Castelnovo (Guido), éd., *Atti del IV Congresso internazionale dei matematici (Roma, 6–11 aprile 1908)*, vol. III, Roma : Accademia dei Lincei, 1909, p. 228–232.
- ROBB (Andrew McCance)
 [1914] The use of mechanical integrating machines in naval architecture, dans [Horsburgh 1914], p. 206–216.
- ROHR (René)
 [1995] Nomogrammes lunaires, *Horlogerie ancienne*, 37 (1995), p. 89–98.
- ROSE (Joshua)
 [1910] Junius Massau (1852–1909). Courte notice sur sa vie et ses travaux en mécanique et en géométrie vectorielle, *L'enseignement mathématique*, 12 (1910), p. 187–200.
- ROUCHÉ (Eugène)
 [1889] *Éléments de statique graphique*, Paris : Baudry, 1889.
- ROYSTON (Erica)
 [1956] A note on the history of the graphical presentation of data, *Biometrika*, 43 (1956), p. 241–247.
- RUNGE (Carl)
 [1912] *Graphical Methods*, New York : Columbia University Press, 1912.
- RUNGE (Carl) & WILLERS (Friedrich Adolf)
 [1915] Numerische und graphische Quadratur und Integration gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen, dans *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, t. II, vol. 3, Leipzig : Teubner, 1915, p. 47–176.
- SAINTE-LAGUË (André) & MASSON (Henri)
 [1949] *L'utilisation pratique des mathématiques. Calculs numériques et graphiques*, Paris : Eyrolles, 1949.

SAKAROVITCH (Joël)

- [1998] *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive. XVI^e–XIX^e siècles*, Basel : Birkhäuser, 1998.

SCHOLZ (Erhard)

- [1984] Projektive und vektorielle Methoden in Culmanns graphischer Statik, *Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin*, 21-2 (1984), p. 49–64.
- [1989] *Symmetrie, Gruppe, Dualität. Zur Beziehung zwischen theoretischer Mathematik und Anwendung in Kristallographie und Baustatik des 19. Jahrhunderts*, Basel : Birkhäuser, 1989.

SCHUBRING (Gert)

- [1989] Pure and applied mathematics in divergent institutional settings in Germany : The role and impact of Felix Klein, dans Rowe (David E.) et McCleary (John), éd., *The History of Modern Mathematics. Vol. II : Institutions and Applications*, Boston : Academic Press, 1989, p. 171–209.

SOREAU (Rodolphe)

- [1901] *Contribution à la théorie et aux applications de la nomographie*, Paris : Chaix, 1901.
- [1921] *Nomographie ou Traité des abaques*, Paris : Chiron, 1921.
- [1922] Pour servir à l'histoire de la nomographie, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 33 (1922), p. 518–523.

TILLING (Laura)

- [1975] Early experimental graphs, *The British Journal for the History of Science*, 8 (1975), p. 193–213.

TORRÈS (Leonardo)

- [1901] Sur les rapports entre le calcul mécanique et le calcul graphique, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 29 (1901), p. 161–167.

TOURNÈS (Dominique)

- [1996] *L'intégration approchée des équations différentielles ordinaires (1671-1914)*, Thèse de doctorat de l'Université Paris 7-Denis Diderot, juin 1996.
- [1998] L'origine des méthodes multipas pour l'intégration numérique des équations différentielles ordinaires, *Revue d'histoire des mathématiques*, 4 (1998), p. 5–72.

VARIGNON (Pierre)

- [1687] *Projet d'une nouvelle mécanique*, Paris : Boudot et Martin, 1687.
- [1725] *Nouvelle mécanique, ou Statique, dont le projet fut donné en 1687*, ouvrage posthume, Paris : Jombert, 1725.

VERINE (Henri)

- [1997] Interdisciplinarité ou transdisciplinarité? Le cas d'une méthode de calcul graphique : la nomographie et sa terminologie, *Bibliothèque des cahiers de l'Institut de linguistique de Louvain*, 93 (1997), p. 73–91.

WILLERS (Friedrich Adolf)

- [1920] *Graphische Integration*, Berlin : Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1920.
- [1926] *Mathematische Instrumente*, Berlin : Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1926; rééd. München und Berlin : Oldenbourg, 1943.
- [1928] *Methoden der praktischen Analysis*, Berlin : de Gruyter, 1928; 2^e éd., 1950; 3^e éd., 1957; 4^e éd., 1971. Trad. angl. de Robert T. Beyer, *Practical Analysis. Graphical and Numerical Methods*, New York : Dover, 1948.