

Observação e Análise do Comportamento Dinâmico de Edifícios de Betão Armado

ANA PATRÍCIA PEREIRA GOMES

(Licenciada em Engenharia Civil)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Área de Especialização de Estruturas

Orientador:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof Adjunto (ISEL)

Júri:

Presidente:

Mestre Cristina Ferreira Xavier Brito Machado, Prof.^a Coordenadora (ISEL)

Vogais:

Doutor Sérgio Bruno Martins de Oliveira, Eq. Prof. Adjunto (ISEL)

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof. Adjunto (ISEL)

Dedicatória

Aos meus pais Leonel e Esmeralda

e ao Hugo

Agradecimentos

A realização desta dissertação de mestrado contou com importantes apoios e incentivos sem os quais não se teria realizado e aos quais estarei eternamente grata. Gostaria de agradecer a todos aqueles que de uma forma direta ou indireta contribuíram e apoiaram para a concretização deste objetivo.

Ao meu orientador, Professor Paulo Mendes, agradeço a disponibilidade para me aceitar como sua orientanda, os conhecimentos prestados ao longo deste trabalho, pelo seu apoio, incentivo e paciência demonstrada.

Agradeço ao ISEL e a todos os professores que me acompanharam nestes cinco anos de formação, pelos importantes contributos para a minha formação pessoal, técnica e científica.

Gostaria de agradecer a todos os colegas que me acompanharam durante esta longa etapa, pelo apoio, incentivo, compreensão e ajuda na elaboração deste trabalho, destacando a Mariana Simarro, o Guilherme Garcia, o Rui Duarte e o Naim Suleyman.

Aos meus familiares, em especial aos meus avós maternos e tia, pelo amor, força, incentivo e admiração demonstrada ao longo destes anos.

Por fim, gostaria de expressar o meu agradecimento aos meus queridos pais, Leonel e Esmeralda, pela excelente educação e formação que me proporcionaram, pelos valores transmitidos ao longo do meu percurso académico e pelo apoio incondicional. Acima de tudo proporcionam-me uma vida feliz e confortável, repleta de amor e carinho. Como não poderia deixar de ser, um obrigado muito especial e profundo ao Hugo, por ser fundamental na minha vida, por me acompanhar, incentivar e apoiar, sempre com muito amor e carinho.

OBSERVAÇÃO E ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO

Resumo

Neste trabalho mostra-se uma perspetiva sobre a observação e análise do comportamento dinâmico de edifícios de betão armado, recorrendo à análise e comparação de resultados de modelos numéricos e resultados experimentais provenientes da realização de ensaios de vibrações, com vista à caracterização dos principais parâmetros da resposta dinâmica, nomeadamente frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais.

Numa fase inicial do trabalho apresentam-se os conceitos fundamentais da dinâmica de estruturas, aplicados ao estudo de sistemas de um grau de liberdade, no domínio do tempo, no domínio da frequência, sendo depois generalizados para sistemas de vários graus de liberdade recorrendo a um exemplo de um modelo de dois graus de liberdade, associado a um modelo físico de um pórtico de dois pisos.

São também abordados alguns dos principais conceitos associados à realização de ensaios de vibrações, que vão desde a descrição dos principais tipos de ensaios, passando pela indicação de alguns dos equipamentos utilizados (sistemas de aquisição e sensores) e pelo planeamento necessário para a sua execução, até às metodologias envolvidas no pré-processamento e no processamento dos registos de aceleração obtidos em ensaios de vibrações.

Descrevem-se os principais conceitos associados à implementação de metodologias de identificação modal no domínio da frequência, recorrendo a resultados gerados numericamente e obtidos experimentalmente para o modelo físico do edifício de dois pisos, os quais são comparados com resultados de modelos numéricos.

O trabalho termina com a apresentação de um estudo de caso referente à caracterização do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado com 16 pisos, no qual se começa por estabelecer as principais hipóteses assumidas para o desenvolvimento do modelo numérico. Descrevem-se os procedimentos adotados para a realização de um ensaio de vibração ambiental, indicando-se os pontos instrumentados e os parâmetros utilizados na realização do ensaio, posteriormente procede-se à identificação modal dos principais parâmetros da resposta dinâmica (frequências naturais e modos de vibração), a partir das histórias de acelerações obtidas no ensaio. Finalmente é apresentada uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos, em termos de frequências naturais e modos de vibração.

OBSERVATION AND ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS DYNAMIC BEHAVIOUR

Abstract

In this work, it's shown a perspective about the observation and analysis of the dynamic behaviour of reinforced concrete buildings, based on the analysis and comparison of numeric results and experimental results from vibration tests, which aims the characterization of the main parameters of the dynamic response, namely natural frequencies and modes shapes.

At the beginning of the work the fundamental concepts of structural dynamics are presented, applied to a single degree of freedom system, in time domain, frequency domain, and then are generalized to multi degrees of freedom systems, using an example of a physical model of a two-story building.

Some of the main concepts related with vibration testing are also discussed, namely the description of the main types of tests, the indication of some of the equipment used (acquisition systems and sensors), the planning process to carry out it, the pre-processing and processing methodologies of the acceleration records, obtained from vibration tests.

The main concepts related with the implementation of modal identification techniques in the frequency domain are described, using numerically generated results for a two-story building model and experimental data obtained from the physical model of the two-story building, which are compared with results of numerical models.

The main goal of this work is the dynamic characterization of a 16th story reinforced concrete building, which starts with an approach to the assumed main hypothesis for the numerical model development. The procedures adopted to carry out an ambient vibration test are described, indicating the instrumented points and the parameters used in the test, and then proceed to the modal identification of the main parameters of the dynamic response (natural frequencies and mode shapes), from the time acceleration records obtained in the test. Finally, a comparison between experimental and numerical results, in terms of natural frequencies and modes of vibration, is presented.

Palavras chave / Keywords

Análise dinâmica / Dynamics analysis

Análise modal/ Modal analysis

Comportamento dinâmico / Dynamic behaviour

Dinâmica de estruturas /Structural Dynamics

Ensaio de medição de vibrações ambiente / Ambient vibration tests

Ensaio de vibração / Vibration tests

Elasticidade linear /Linear Elasticity

Frequências naturais / Natural frequencies

Identificação modal /Modal identification

Modelos numéricos /Numerical models

Modelos físicos / Physical models

Modos de vibração / Mode shapes

Monitorização dinâmica / Dynamic monitoring

Índice

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Enquadramento	1
1.2	Objetivos.....	3
1.3	Organização do texto	4
2	ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS	7
2.1	Considerações iniciais.....	7
2.2	Fundamentos da dinâmica de estruturas.....	8
2.2.1	Oscilador de um grau de liberdade	8
2.2.2	Oscilador de vários graus de liberdade.....	14
2.3	Excitação estocástica.....	23
2.3.1	Conceitos de estatísticas e de processos estocásticos	23
2.3.2	Funções de densidade espectral da resposta	27
2.4	Formulação de estado	28
2.4.1	Oscilador de 1 grau de liberdade	28
2.4.2	Osciladores de vários graus de liberdade	30
2.5	Geração de séries temporais de aceleração.....	33
2.6	Considerações finais	34
3	ENSAIOS DINÂMICOS	37
3.1	Considerações iniciais.....	37
3.2	Tipos de ensaios dinâmicos.....	38
3.2.1	Ensaio de vibração forçada	38
3.2.2	Ensaio de vibração livre.....	39
3.2.3	Ensaio de vibração ambiental	40
3.2.4	Escolha do tipo de ensaio	40
3.3	Preparação e realização de ensaios de vibração ambiental	42
3.3.1	Sistemas de aquisição de dados e acelerómetros	43
3.3.2	Planeamento e realização de ensaios	47
3.3.3	Pré-análise das séries temporais de aceleração.....	48
3.3.4	Processamento das séries temporais de aceleração	51
3.3.5	Interpretação de resultados experimentais e comparação com resultados numéricos.....	55
3.4	Considerações finais	56

4	MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL	59
4.1	Considerações iniciais.....	59
4.2	Métodos no domínio da frequência	60
4.2.1	Funções de densidade espectral de potência de resposta.....	61
4.2.2	Método básico no domínio da frequência.....	65
4.2.3	Método de decomposição no domínio da frequência.....	72
4.3	Métodos no domínio do tempo	82
4.4	Análise do modelo tridimensional	84
4.4.1	Descrição do modelo físico.....	85
4.4.2	Modelo numérico	85
4.4.3	Ensaio de vibração.....	87
4.4.4	Identificação modal.....	88
4.4.5	Comparação de resultados.....	92
4.5	Considerações finais	96
5	ESTUDO DE CASO	99
5.1	Considerações iniciais.....	99
5.2	Descrição da estrutura do edifício.....	100
5.3	Modelação do comportamento estrutural.....	102
5.4	Ensaio de vibração ambiental	104
5.4.1	Instrumentação.....	104
5.4.2	Localização dos acelerómetros	104
5.4.3	Parâmetros de ensaio	105
5.4.4	Pré-processamento das histórias de acelerações	106
5.5	Identificação modal.....	107
5.5.1	Processamento inicial das histórias de aceleração	107
5.5.2	Método de decomposição no domínio da frequência.....	108
5.6	Comparação de resultados.....	111
5.6.1	Comparação de frequências naturais.....	111
5.6.2	Comparação entre configurações modais	111
5.7	Considerações finais	112
6	CONCLUSÕES E PERSPETIVAS FUTURAS	115
6.1	Principais conclusões.....	115
6.2	Perspetivas de desenvolvimentos futuros	117
	BIBLIOGRAFIA	119

Simbologia

Latinas maiúsculas

A	Amplitude de uma onda
\underline{A}	Matriz dos coeficientes de estado (solução da eq. de estado – fórmula recursiva)
$\underline{A}_{(mck)}$	Matriz de estado que contém as matrizes de massa, amortecimento e rigidez
$\underline{A}_{(mc)}$	Sub-matriz de estado que contém as matrizes de massa e amortecimento
$\underline{A}_{(mk)}$	Sub-matriz de estado que contém as matrizes de massa e rigidez
\underline{B}	Matriz dos coeficientes de entrada (solução da eq. de estado – fórmula recursiva)
C_{xx}	Auto-covariância
E	Módulo de Elasticidade
$F(\omega)$	Transformada de Fourier de $f(t)$
\mathcal{F}	Transformada de Fourier
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência de um oscilador de 1 grau de liberdade
I	Parte imaginária de uma função complexa
L	Comprimento
R	Parte real de uma função complexa
\underline{R}	Matriz das funções de correlação da resposta
R_{xx}	Auto-correlação
\underline{S}	Matriz das funções das funções de densidade espectral de potência
$\underline{s}_i(\omega)$	Matriz das funções de densidade espectral da resposta da estrutura
$\underline{S}_p(\omega)$	Matriz das funções de densidade espectral de excitação
$U(\omega)$	Transformada de Fourier de $u(t)$
\underline{V}	Vetor de velocidade na formulação de estado
\underline{X}	Vetor de estado

Latinas minúsculas

c	Amortecimento
\underline{f}	Vetor das forças
\underline{f}^*	Vetor das forças nodais
f_N	Frequência natural
f_s	Frequência de amostragem
k	Rigidez
\underline{k}	Matriz de rigidez
\underline{k}^*	Matriz da rigidez modal
\underline{k}^e	Matriz de rigidez de um elemento finito
m	Massa específica (kg/m^3)
\underline{m}	Matriz de massa
\underline{m}^*	Matriz de massa modal
\underline{m}^e	Matriz de massa de um elemento finito
s_t	Desvio padrão
s_t^2	Variância
\underline{u}	Vetor de deslocamentos
$\underline{\dot{u}}$	Vetor de velocidades
$\underline{\ddot{u}}$	Vetor de acelerações
$\underline{\dot{y}}$	Vetor de acelerações na formulação de estado
\underline{x}^*	Vetor das coordenadas modais de estado
\bar{x}_t	Média
\bar{x}_t^2	Valor quadrático médio

Gregas maiúsculas

Φ	Matriz modal
--------	--------------

$\underline{\Phi}_E$	Matriz modal no espaço de estados
ψ	Matriz dos vetores próprios

Gregas minúsculas

α	Constante de amortecimento de <i>Rayleigh</i>
β	Constante de amortecimento de <i>Rayleigh</i>
δ	Decremento logarítmico
$\underline{\varepsilon}$	Vetor das deformações
ϕ	Vetor modal
ϕ_E	Vetor modal no espaço de estados
φ	Vetor dos deslocamentos virtuais
γ^2	Função de coerência
λ	Valores próprios de um sistema
λ_E	Valores próprios de um sistema no espaço de estados
ω_N	Frequência angular natural (rad/s)
ω_A	Frequência angular amortecida (rad/s)
τ	Instante genérico
$\underline{\sigma}$	Vetor das tensões
ξ	Coefficiente de amortecimento relativo

Abreviaturas (siglas)

ANPSD	<i>Average Normalized Power Spectral Density</i>
BFD	Método básico no domínio da frequência
CMIF	<i>Complex Mode Identification Function</i>
DEP	Densidade espectral de potência
EFDD	Método melhorado de decomposição no domínio da frequência

FDD	Método de decomposição no domínio da frequência
FFT	Transformada rápida de Fourier
FRF	Função de resposta em frequência
GL	Grau de liberdade
IFFT	Inversa da Transformada de Fourier
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
NPSD	<i>Normalized Power Spectral Density</i>
SVD	Decomposição em Valores Singulares

1

INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento

A crescente preocupação da sociedade com a segurança na engenharia estrutural em geral, tem-se traduzido numa evolução permanente, nomeadamente no que se refere à caracterização e análise do comportamento de estruturas de engenharia civil sob ações dinâmicas (Rodrigues 2004; Magalhães 2004; Mendes 2010; Cunha et al. 2010; Oliveira et al. 2011).

Também o aumento dos limites de resistência dos materiais mais utilizados na construção civil, betão e aço, associado à evolução na tecnologia de construção, que tem conduzido à adoção de soluções estruturais inovadoras e cada vez mais arrojadas, têm obrigado a um maior e melhor conhecimento sobre o seu funcionamento estrutural, encontrando-se na dinâmica de estruturas ferramentas extremamente úteis para elaborar uma adequada caracterização do seu comportamento estrutural (Mendes 2012).

Um conhecimento mais aprofundado das ações dinâmicas possibilita um estudo e análise mais completo ao nível do comportamento dinâmico estrutural, impulsionando a realização de projetos e construção de edificações cada vez mais esbeltas, mais suscetíveis a vibrações e por vezes com reduzida capacidade de dissipação de energia (Cunha et al. 2010).

A Figura 1.1 apresenta alguns dos edifícios mais altos do mundo, onde se pode aferir a evolução destes em relação à sua esbelteza. Inicialmente em 2550 a.C., foi construída a Pirâmide de Gizé, no Cairo, com altura de 146,6 metros, posteriormente, em 1889 foi construída a Torre Eiffel, com 324 metros. A partir do século XX, foram batidos consecutivamente recordes de edifícios

com maior altura, sendo neste momento o edifício mais alto, o *Burj Khalifa*, no Dubai, com 828 metros de altura.

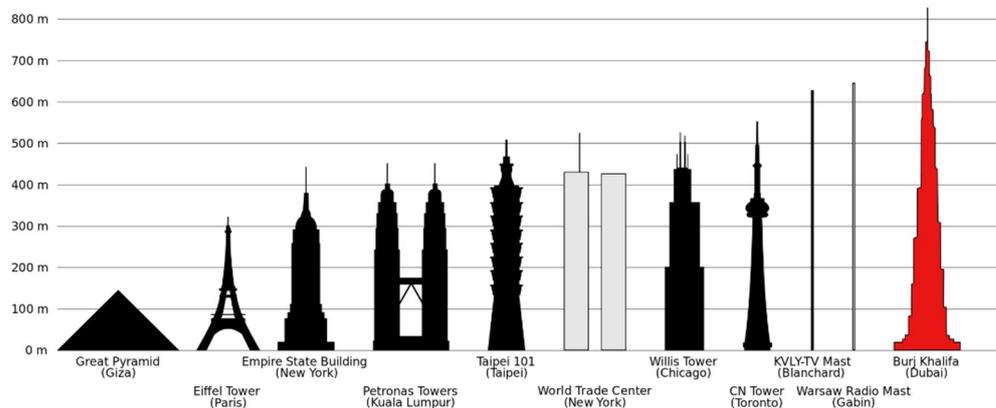


Figura 1.1 - Lista de edifícios já construídos mais altos do mundo.

A análise do comportamento dinâmico de estruturas tem um campo de aplicação vasto que assenta em duas componentes fundamentais que se complementam, o desenvolvimento de modelos numéricos (ver Figura 1.2) e a realização de ensaios dinâmicos.

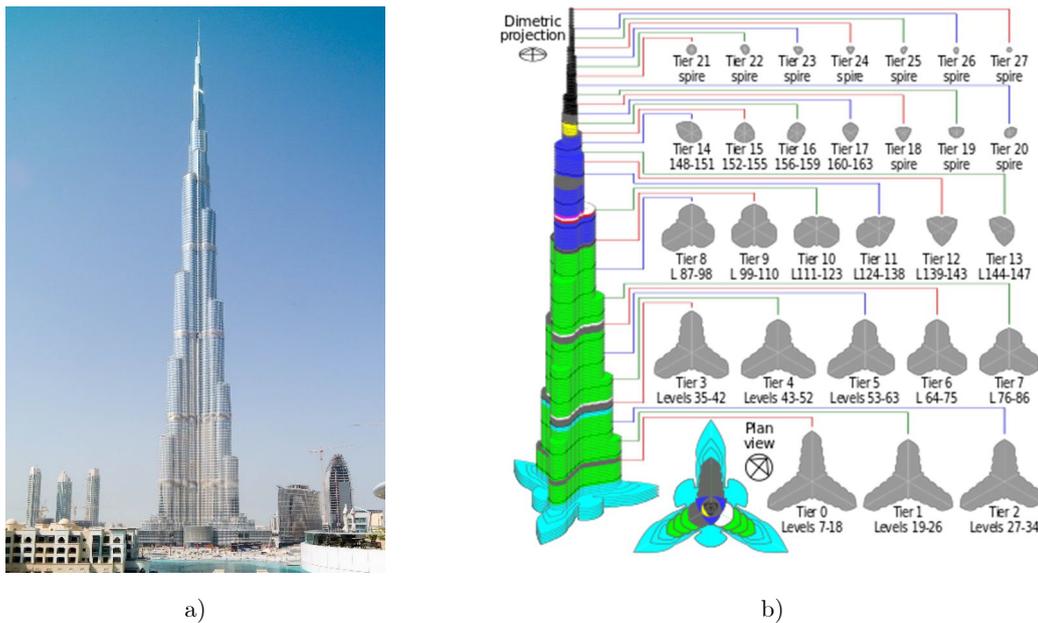


Figura 1.2 - O edifício mais alto do mundo: a) Edifício Burj Khalifa; e b) Modelo numérico do edifício Burj Khalifa.

Neste contexto, pretende-se com a realização deste trabalho mostrar uma perspetiva sobre a observação e análise do comportamento dinâmico de edifícios de betão armado, recorrendo à análise e comparação de resultados de modelos numéricos e resultados experimentais provenientes da realização de ensaios de vibrações, com vista à caracterização dos principais parâmetros da resposta dinâmica, nomeadamente frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais.

1.2 Objetivos

O principal objetivo estabelecido para a realização deste trabalho envolve a caracterização experimental e análise do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado de 16 pisos, sendo 4 deles enterrados. Contudo, para atingir esse objetivo principal foi necessário concretizar um conjunto de objetivos intermédios, os quais se enunciam a seguir:

- Rever os principais fundamentos da dinâmica de estruturas, aplicados ao estudo de sistemas de um grau de liberdade, no domínio do tempo e no domínio da frequência, sendo depois generalizados para sistemas de vários graus de liberdade. Esta revisão foi efetuada recorrendo ao estudo de um modelo físico de um edifício de dois pisos;
- Abordar os conceitos fundamentais associados à realização de ensaios de vibrações, onde se descrevem os diversos tipos de ensaios, os possíveis equipamentos (sistemas de aquisição e sensores), o planeamento de ensaios, bem como as metodologias envolvidas no pré-processamento e processamento;
- Estudo dos principais métodos de identificação modal no domínio da frequência, baseados na resposta das estruturas a ações dinâmicas: método básico no domínio da frequência (BFD), método de decomposição no domínio da frequência (FDD) e a sua versão melhorada (EFDD);
- Estudo introdutório de um método de identificação modal no domínio do tempo, nomeadamente, o método SSI-COV;
- Implementação de rotinas em MATLAB (The MathWorks 2016) para estudar e compreender os assuntos descritos nos três tópicos anteriores;
- Mostrar a importância da utilização conjunta de modelos numéricos de elementos finitos e de técnicas de identificação modal no apoio aos estudos de interpretação do comportamento dinâmico observado, para verificar a sua fiabilidade e calibrar os modelos numéricos de elementos finitos (ver Figura 1.3).

A concretização dos objetivos intermédios assenta no estudo de um modelo físico de um pórtico de betão armado com dois pisos (ver Figura 1.3) que facilitará posteriormente a generalização do estudo de um edifício de betão armado de grande porte (com 16 pisos), (ver Figura 1.4), envolvendo ambos:

- O desenvolvimento de modelos numéricos em SAP2000;
- A utilização das metodologias de identificação modal, implementadas em MATLAB, para caracterizar experimentalmente o seu comportamento dinâmico a partir de histórias de acelerações obtidas com a realização de ensaios de vibrações;

A calibração dos modelos numéricos e comparação entre resultados numéricos e experimentais, nomeadamente em termos de frequências naturais e modos de vibração.

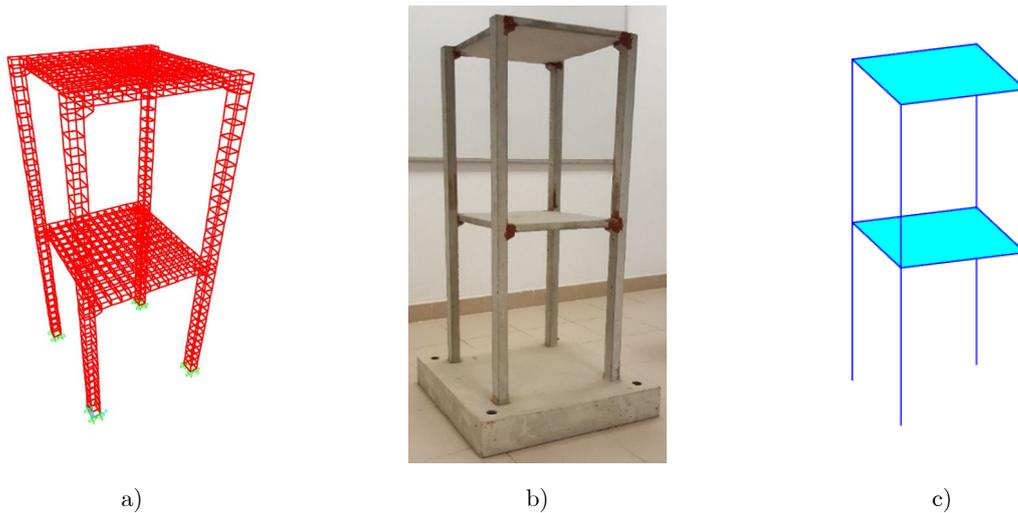


Figura 1.3 - Estudo de caso: a) Modelo numérico em elementos finitos desenvolvido no programa SAP2000; b) Modelo físico de um pórtico de dois pisos; e c) Modelo de suporte à análise experimental desenvolvido em MATLAB.



Figura 1.4 - Estudo de caso: a) Modelo numérico em elementos finitos desenvolvido no programa SAP2000; b) Edifício de 16 pisos; e c) Modelo de suporte à análise experimental desenvolvido em MATLAB.

1.3 Organização do texto

Este trabalho está organizado em seis capítulos, incluindo a presente introdução e as conclusões. Apresenta-se, de seguida, um breve resumo de cada um dos capítulos.

Capítulo 2 – Análise dinâmica de estruturas

Neste capítulo apresentam-se os principais fundamentos da modelação matemática do comportamento dinâmico de estruturas, apresentando-se a equação diferencial do movimento para estruturas de um grau de liberdade em vibração livre, de modo a obter a frequência natural de vibração e a história de deslocamentos desse sistema ao longo do tempo.

Segue-se uma generalização dos fundamentos para sistemas de vários graus de liberdade, obtendo a equação do movimento (matricial) destes sistemas, com vista à obtenção das frequências naturais de vibração e dos respetivos modos de vibração do sistema, recorrendo a um exemplo de um modelo de 2 graus de liberdade, associado a um modelo físico de um pórtico de dois pisos. Gera-se, também, um conjunto de histórias de aceleração para o modelo em estudo, que serão utilizadas no capítulo 4 para expor os conceitos abordados nesse capítulo.

Capítulo 3 – Ensaio dinâmicos

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos associados à execução de ensaios de vibrações, que vão desde a descrição dos principais tipos de ensaios, passando pela indicação dos equipamentos utilizados e pelo planeamento necessário à sua realização. Abordam-se também as metodologias envolvidas no pré-processamento e no processamento dos registos de aceleração medidos.

Capítulo 4 – Métodos de identificação modal

Neste capítulo são abordados os algoritmos utilizados para efetuar a identificação modal dos sistemas estruturais abordados no capítulo 2, que baseados nas formulações apresentadas, procuram identificar os parâmetros modais das estruturas a partir de dados experimentais obtidos em ensaios de vibrações. São apresentados vários métodos de identificação modal que se baseiam somente na análise da resposta medida, recorrendo a resultados gerados numericamente e obtidos experimentalmente para o modelo físico do pórtico de dois pisos, os quais são comparados com resultados de modelos numéricos.

Capítulo 5 – Estudo de caso

Neste capítulo procede-se ao estudo dinâmico de um edifício de 16 pisos, que tem como objetivo obter os parâmetros modais, visto que este está implantado numa zona residencial de Lisboa. Efetua-se uma análise preliminar de comportamento dinâmico da obra com base em resultados de um modelo numérico 3D de elementos casca e barra, admitindo a hipótese de comportamento elástico linear, e em resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração ambiental. Após a análise, procedeu-se à comparação entre os resultados experimentais e numéricos.

Capítulo 6 – Conclusões e Perspetivas Futuras

São apresentadas as principais conclusões obtidas com a realização deste trabalho, apresentando-se também algumas propostas para desenvolvimentos futuros.

2

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS

2.1 Considerações iniciais

A análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, é considerada por muitos autores, como uma extensão da análise estática, na qual se considera que as solicitações variam com o tempo e que as forças internas, que garantem o equilíbrio dinâmico, envolvem para além das forças elásticas, as forças de inércia e de amortecimento (Chopra 2001; Clough & Penzien 2003).

Os fundamentos da análise dinâmica de estruturas assentam no conhecimento que existe sobre a variação da ação dinâmica no tempo, podendo esta ser caracterizada por duas vias distintas: i) a via determinística, na qual existe conhecimento da lei de variação da ação no tempo, sendo possível o estabelecimento de uma relação entre a ação e a resposta; e ii) a via estocástica, na qual se assume que a ação é de natureza aleatória, podendo apenas ser caracterizada através de conceitos probabilísticos (Cunha 1990).

Para além de uma adequada idealização das ações é igualmente importante a consideração de modelos matemáticos capazes de descrever de uma forma suficientemente aproximada o funcionamento estrutural, os quais deverão permitir a obtenção de relações matemáticas entre as características essenciais da excitação e da resposta estrutural resultante. Estes modelos matemáticos, utilizados para caracterizar o comportamento dinâmico das estruturas, podem recorrer a diferentes formulações, nomeadamente, formulações no domínio do tempo e no domínio da frequência, em coordenadas estruturais ou coordenadas modais (Mendes & Oliveira 2008).

Neste capítulo introduzem-se os principais fundamentos da dinâmica de estruturas, a partir da formulação clássica, aplicados ao estudo de sistemas de 1 GL, no domínio do tempo e no domínio da frequência, sendo depois generalizados para sistemas de vários graus de liberdade. Estes conceitos vão sendo ilustrados ao longo do capítulo recorrendo a um modelo de um edifício de um piso, para sistemas de 1 GL, e a um modelo de um edifício de dois pisos para sistemas com vários graus de liberdade. Para as formulações descritas é apresentado um paralelismo entre a sua representação no domínio do tempo e no domínio da frequência.

São ainda apresentados os conceitos associados à formulação de estado para sistemas de 1 GL e de vários graus de liberdade, como uma alternativa às formulações anteriores, nomeadamente quando se abordam sistemas estruturais em que o amortecimento não é proporcional. No entanto, o estudo desta formulação também é importante para abordar e compreender os métodos de identificação modal no domínio do tempo.

Foram desenvolvidas, em MATLAB (The MathWorks 2016), um conjunto de rotinas com as quais se obtiveram os resultados que exemplificarão esses mesmos conceitos. Essas rotinas de MATLAB também são utilizadas para gerar um conjunto de histórias de aceleração, para o modelo do edifício de dois pisos, que serão utilizadas no capítulo 4 para expor os conceitos abordados nesse capítulo.

2.2 Fundamentos da dinâmica de estruturas

A análise e caracterização do comportamento dinâmico de estruturas baseia-se num conjunto de fundamentos, que usualmente são descritos em aplicações a modelos estruturais com um ou vários graus de liberdade. Os sistemas de 1 GL assumem em geral um papel bastante importante, nesse processo, pois permitem uma fácil introdução de conceitos e uma rápida extrapolação para modelos com vários graus de liberdade.

2.2.1 Oscilador de um grau de liberdade

O sistema de um grau de liberdade, também denominado oscilador de 1 GL é representado pelas suas propriedades físicas, isto é, pela massa (m), pela rigidez (k) e pelo amortecimento (c), que são constantes ao longo do tempo.

O movimento de um oscilador de um grau de liberdade é traduzido pela seguinte equação(2.1) de equilíbrio de forças:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t) \quad (2.1)$$

Em que $u(t)$ é a resposta do oscilador em termos de deslocamentos a uma ação $f(t)$, e $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ são a primeira e segunda derivadas de $u(t)$ em ordem ao tempo t , respetivamente, ou

seja, contêm as velocidades e acelerações generalizadas relativos a cada um dos graus de liberdade da estrutura.

Relativamente à equação (2.1), pode-se descrever as forças envolvidas em cada uma das parcelas, sendo de inércia, amortecimento, elástica e exterior, respetivamente (ver Figura 2.1).

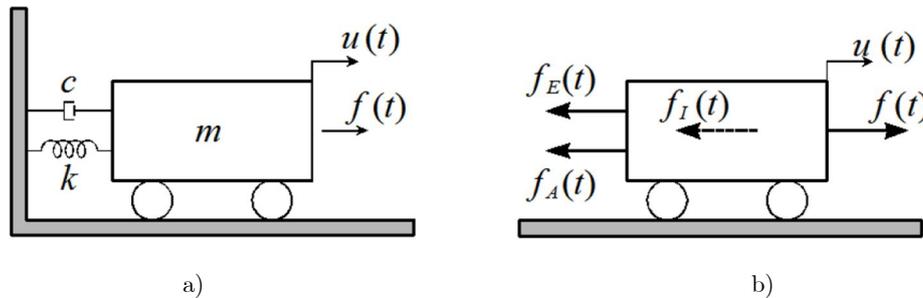


Figura 2.1 - Sistema de 1 GL: a) modelo usualmente idealizado; b) diagrama de corpo livre.

A formulação das equações do movimento pode ser obtida por diversas vias, que podem ser encontradas na bibliografia da especialidade (Chopra 2001; Clough & Penzien 2003; Mendes & Oliveira 2008).

A solução destes sistemas de equações diferenciais de segunda ordem, pode ser obtida:

- no domínio do tempo, recorrendo a funções de resposta a impulsos (integral de Duhamel), ou;
- no domínio da frequência, através da transformada de Fourier (para condições iniciais não nulas deve ser utilizado a transformada de Laplace).

2.2.1.1 *Análise no domínio do tempo*

A análise no domínio do tempo é realizada quando o sistema estrutural se encontra sujeito a uma força com variação arbitrária ao longo do tempo, como por exemplo a ação sísmica ou a ação do vento.

A solução da equação diferencial (2.1), no domínio do tempo, considerando nulos os valores do deslocamento e da velocidade no instante inicial, pode ser obtida através do integral de Duhamel (Chopra 2001; Clough & Penzien 2003), como mostra a equação (2.2):

$$u(t) = \int_0^t f(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \quad (2.2)$$

Sendo a função $h(t-\tau)$, definida pela equação (2.3), trata-se de uma função que traduz a resposta a uma força impulsiva unitária aplicada num instante genérico τ .

$$h(t-\tau) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot (t-\tau)) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot (t-\tau)} \quad (2.3)$$

Na Figura 2.2 apresenta-se a resposta obtida para uma força impulsiva unitária aplicada num instante genérico τ .

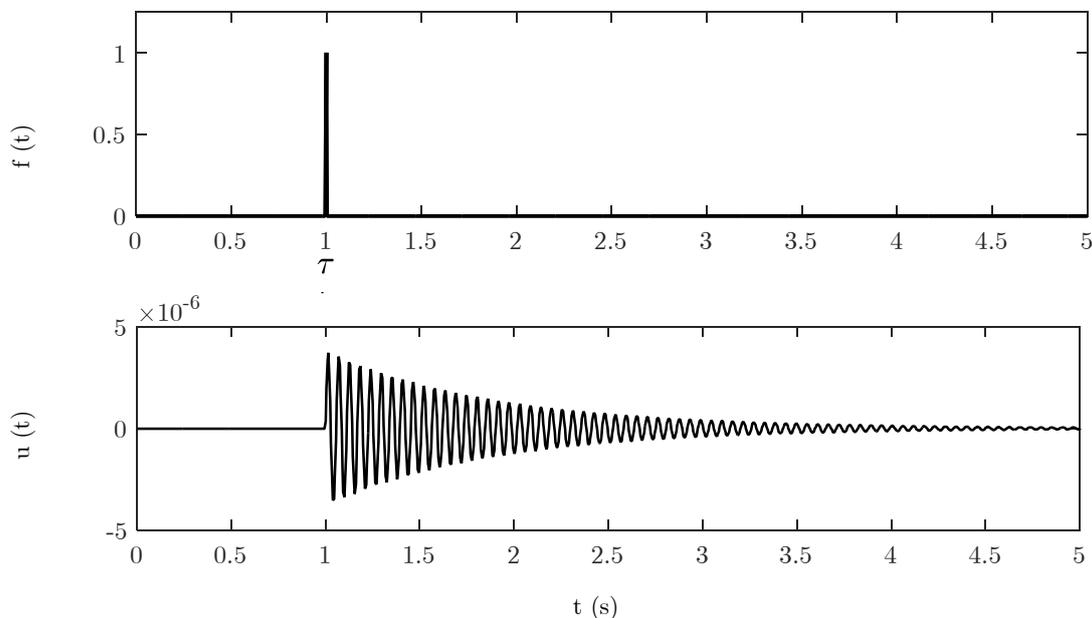


Figura 2.2 - Conceito de impulso unitário: a) força impulsiva unitária aplicada num instante genérico τ e b) respetiva resposta de um sistema de 1 GL.

A aplicação do Integral de Duhamel, baseia-se no princípio de sobreposição de efeitos, ou seja, a resposta a uma sequência de impulsos com diferentes intensidades, aplicados em instantes sucessivos, pode ser obtida somando as respostas a cada um desses impulsos (Mendes & Oliveira 2008).

Para facilitar a explicação dos conceitos que vão sendo apresentados para osciladores de 1 GL, foi idealizado como exemplo, um modelo da estrutura de um pequeno edifício de betão armado, constituído por 4 pilares, de 1 metro de altura que suportam uma pequena laje (ver Figura 2.3).

A análise do exemplo começa com a determinação da massa, da rigidez e do amortecimento, ao nível do grau de liberdade considerado, isto é, para a translação lateral do topo do edifício segundo a direção mais flexível. Relativamente à massa, considerar-se-á 11,5 kg, que envolve o contributo da laje, dos cachorros e dos pilares a partir da sua meia altura, considerando uma massa específica de 25 kN/m³. Para o cálculo da rigidez, sabendo que os pilares têm uma seção transversal retangular de 0,04 x 0,03 (m), determinou-se a sua inércia na direção mais flexível, considerou-se a altura indicada no modelo representado na Figura 2.3 b), um módulo de elasticidade de E = 33 GPa e utilizou-se um coeficiente de rigidez de 12EI/L³, assumindo um

modelo de cálculo com um encastramento na base e um encastramento deslizante no topo, obtendo-se assim um valor de rigidez igual a $142\,560\text{ N/m}$.

Determinados os valores de massa e de rigidez, procede-se ao cálculo da frequência angular natural e da frequência natural.

$$\omega_N = 111,34\text{ rad/s} ; f_N = 17,72\text{ Hz} \quad (2.4)$$

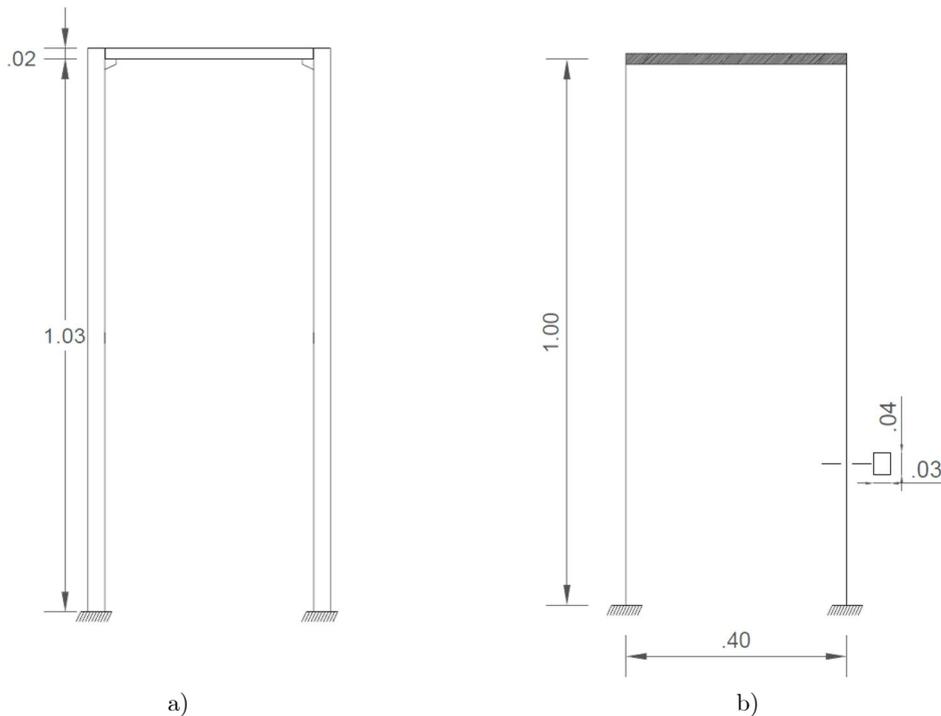


Figura 2.3 - Modelo físico da estrutura de um piso: a) análise plana; e b) a idealização estrutural plana.

2.2.1.2 Análise no domínio da frequência

A análise no domínio da frequência, também conhecida por análise espectral, representa a possibilidade de, no domínio da frequência, ser possível analisar uma função definida no domínio do tempo, mediante a sua decomposição em ondas sinusoidais de amplitude e frequência variáveis.

A transposição para o domínio da frequência é obtida por aplicação da transformada de Fourier a cada um dos seus membros, em que se consideram condições iniciais nulas, no caso das condições iniciais não serem nulas, pode-se recorrer a uma generalização desta transformada, conhecida por transformada de Laplace (Mendes & Oliveira 2008).

A aplicação da transformada de Fourier à equação diferencial da dinâmica permite transformá-la numa equação algébrica (ver Figura 2.4).

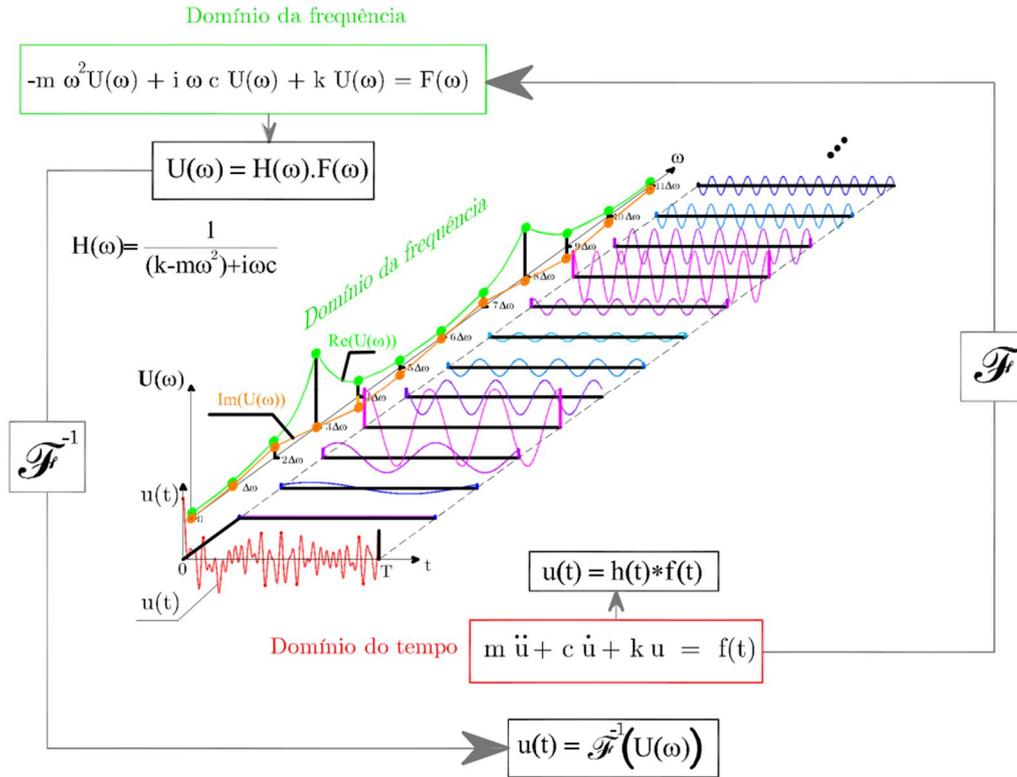


Figura 2.4 - Esquema que ilustra a aplicação da transformada de Fourier para converter a equação diferencial da dinâmica, definida no domínio do tempo, numa equação algébrica (complexa), definida no domínio da frequência (adaptado de Oliveira 2007; Mendes 2010).

A Transformada de Fourier da derivada de uma função $f(t)$ pode ser obtida multiplicando a Transformada de Fourier da função por $i\omega$, obtendo-se a seguinte equação algébrica (2.6):

$$\mathcal{F}(m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)) = \mathcal{F}(f(t)) \quad (2.5)$$

$$-m \omega^2 U(\omega) + i c \omega U(\omega) + k U(\omega) = F(\omega) \quad (2.6)$$

sendo $U(\omega)$ e $F(\omega)$ as transformadas de Fourier de $u(t)$ e $f(t)$, respetivamente.

A solução anterior é uma função complexa, definida no domínio da frequência, que de forma simplificada pode ser escrita de acordo com a equação (2.7):

$$U(\omega) = H(\omega) F(\omega) \quad (2.7)$$

sendo $H(\omega)$ a função de resposta em frequência (FRF) de um oscilador de um grau de liberdade, que corresponde à transformada de Fourier da função de resposta a um impulso unitário $h(t - \tau)$ e é definida pela equação (2.8):

$$H(\omega) = \frac{1}{(k - m \omega^2) + i c \omega} = \frac{1/m}{(\omega_N^2 - \omega^2) + i(2 \xi \omega_N \omega)} \quad (2.8)$$

A FRF é uma função que, no domínio da frequência, caracteriza o comportamento do oscilador, permitindo transformar a sua excitação na sua resposta (Mendes & Oliveira 2008). Na Figura 2.5, apresenta-se o gráfico desta função complexa (constituída por uma parte real R e por uma parte imaginária I), representada através da sua amplitude $\left(\sqrt{R^2 + I^2}\right)$ e fase $\left(\arctg(I/R)\right)$, para um oscilador com uma frequência natural ω_N e um coeficiente de amortecimento variável.

Na FRF do oscilador de 1 GL, o termo correspondente a $H(0)$ é igual a $1/k$, ou seja, ao inverso da rigidez, sendo esta igualdade obtida na parte correspondente à amplitude, isto é para $A(0)$, que corresponde ao deslocamento em regime estático.

A partir da equação (2.8) pode-se facilmente deduzir que a amplitude da FRF apresenta um máximo em correspondência com a abcissa $\omega = \sqrt{1 - \xi^2} \cdot \omega_N$, que para coeficientes de amortecimento baixos é uma boa estimativa da frequência natural do oscilador.

Tendo em conta os parâmetros previamente calculados, para o exemplo apresentado, determinaram-se as funções de resposta em frequência (FRF), recorrendo a rotinas desenvolvidas em MATLAB, tendo-se considerado dois valores de amortecimento, 1% e 5% (ver Figura 2.5).

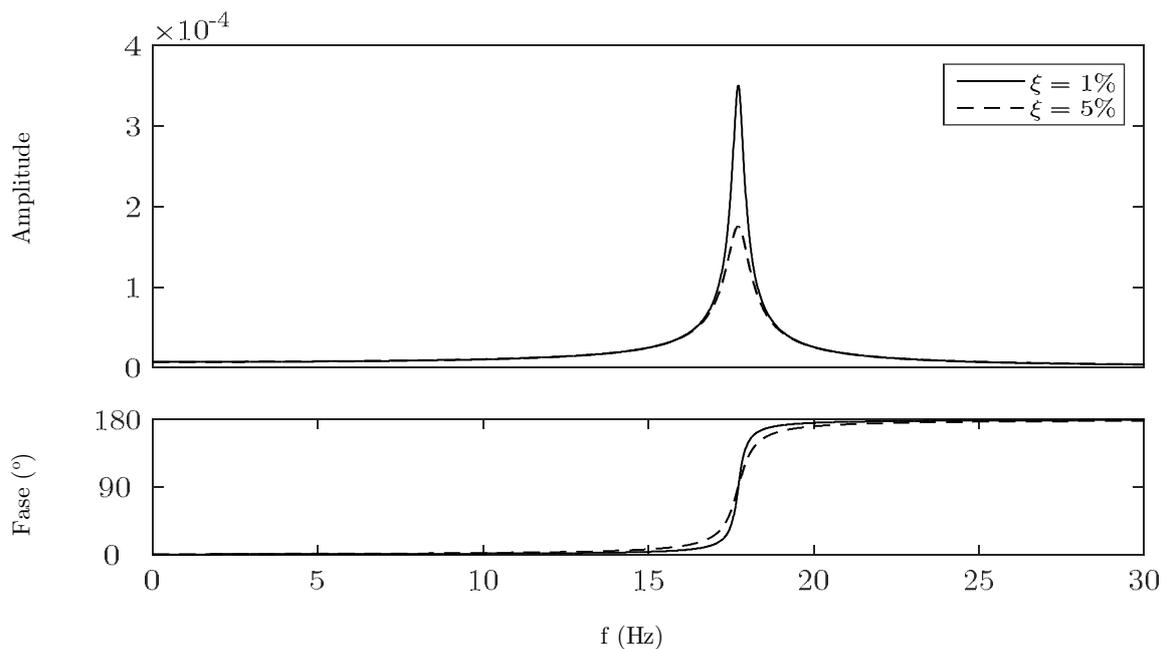


Figura 2.5 - Função de Resposta em Frequência (FRF): amplitude e fase.

Analisando os gráficos da FRF é possível identificar, aproximadamente, a frequência natural do oscilador, através do máximo da amplitude e da mudança de fase, verificada para essa frequência. Pode-se ainda estimar o coeficiente de amortecimento a partir da forma do gráfico da amplitude na vizinhança do máximo, podendo-se concluir que quanto mais aguçado este for, menor será o coeficiente de amortecimento (Magalhães 2004; Mendes & Oliveira 2008).

Na Tabela 2.1, apresenta-se uma síntese destes resultados, estabelecendo-se um paralelismo entre as formulações no domínio no tempo e no domínio da frequência, para resolução da equação dinâmica, para modelos com 1 GL.

Tabela 2.1 - Modelos com 1 GL. Paralelismo entre a formulação clássica no domínio do tempo e da frequência

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DINÂMICA. MODELOS COM 1 GL	
(Condições iniciais nulas*)	
Domínio do tempo	Domínio da frequência
<p>Equação Diferencial</p> $m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t)$	<p>Equação algébrica (complexa)</p> $\mathcal{F}(m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)) = \mathcal{F}(f(t))$ $-m\omega^2 U(\omega) + ic\omega U(\omega) + kU(\omega) = F(\omega)$
<p>Solução</p> <p>(Produto de convolução de funções reais)</p> $u(t) = h(t) * f(t)$ $h(t) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t) \cdot e^{-\xi \omega_N \cdot t}$	<p>Solução</p> <p>(Produto de funções complexas)</p> $U(\omega) = H(\omega)F(\omega)$ $H(\omega) = \frac{1}{(k - m\omega^2) + ic\omega}$
$u(t) = \mathcal{F}^{-1}(U(\omega))$ $U(\omega) = \mathcal{F}(u(t))$	
<p>*Para condições iniciais não nulas utiliza-se a transformada de Laplace em vez da transformada de Fourier.</p>	

2.2.2 Oscilador de vários graus de liberdade

O movimento de um oscilador de vários graus de liberdade é descrito pela equação matricial, com dimensão N_{GL} , em que N_{GL} representa o número de graus de liberdade do oscilador.

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (2.9)$$

As matrizes \underline{m} , \underline{c} e \underline{k} são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, enquanto $\ddot{\underline{u}}(t)$, $\dot{\underline{u}}(t)$ e $\underline{u}(t)$ representam os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respetivamente e $\underline{f}(t)$ representa o vetor das forças aplicadas (Mendes 2012).

À semelhança do que foi descrito para o oscilador de um grau de liberdade, para osciladores de vários graus de liberdade existem dois métodos para resolver este problema, isto é, no domínio

do tempo (escolhendo uma adequada discretização temporal e um método numérico adequado para resolução de equações diferenciais ordinárias), ou no domínio da frequência, neste caso efetua-se uma transposição do domínio do tempo para o domínio da frequência recorrendo à transformada de Laplace, ou à transformada de Fourier, no caso de se considerarem condições iniciais nulas (Mendes & Oliveira 2008).

Para resolução do sistema anterior pode-se proceder à sua diagonalização, recorrendo à transformação de coordenadas estruturais (deslocamentos $\underline{u} = \underline{u}(t)$) para coordenadas modais $\underline{u}^* = \underline{u}^*(t)$ de acordo com a relação seguinte:

$$\underline{u}(t) = \underline{\Phi} \underline{u}^*(t) \quad (2.10)$$

em que $\underline{\Phi}$ ($N_{GL}; N_{GL}$) corresponde à matriz modal, que contém em cada coluna os modos de vibração da estrutura.

2.2.2.1 *Análise no domínio do tempo*

Numa primeira abordagem é usual começar o estudo de sistemas de vários graus de liberdade, considerando a hipótese de amortecimento nulo e desprezando forças exteriores aplicadas, o que permite avaliar as frequências e os modos de vibração naturais desses sistemas, através da resolução da seguinte equação do movimento:

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = 0 \quad (2.11)$$

Para determinar a solução deste problema, há que procurar soluções linearmente independentes, cuja combinação linear permite obter a solução geral para vários graus de liberdade:

$$\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \cos(\omega_1 t) + b_1 \sin(\omega_1 t) \\ a_2 \cos(\omega_2 t) + b_2 \sin(\omega_2 t) \\ a_3 \cos(\omega_3 t) + b_3 \sin(\omega_3 t) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Na expressão anterior, os termos ϕ_{nm} não dependem do tempo, apenas asseguram a relação entre os vários graus de liberdade, podendo-se escrever a equação anterior num formato mais compacto, como mostra a equação (2.10).

Substituindo a equação (2.10) na equação (2.11), facilmente se obtém:

$$\left[\underline{k} - \underline{m}\omega_n^2 \right] \underline{u}(t) = 0 \quad (2.13)$$

O sistema de equações anterior, corresponde a um sistema algébrico cuja solução é genericamente dada por:

$$\underline{u}(t) = \left[\underline{k} - \underline{m}\omega_n^2 \right]^{-1} \underline{0} \quad (2.14)$$

Atendendo a que a inversa de uma matriz é a correspondente matriz adjunta a dividir pelo determinante:

$$\underline{u}(t) = \frac{\text{Adj}\left(\underline{k} - \underline{m}\omega_n^2\right)}{\left|\underline{k} - \underline{m}\omega_n^2\right|} \underline{0} \quad (2.15)$$

Pode-se concluir que $\underline{u}(t)$ será uma solução trivial (nula) sempre que o determinante (em denominador) for não nulo. Assim, para se obterem as soluções não nulas, o determinante $\left|\underline{k} - \underline{m}\omega_n^2\right|$, deverá ser nulo. Neste caso, a solução $\underline{u}(t)$ será não nula, mas indeterminada. Pelo que, apenas se poderá obter a solução não nula da equação do movimento $\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{0}$ quando for verificada a seguinte condição:

$$\left|\underline{k} - \underline{m}\omega_n^2\right| = 0 \quad (2.16)$$

O sistema de equações descrito pela expressão (2.11) é um sistema de equações diferenciais, em que as equações são dependentes entre si pois, numa forma geral, a matriz de rigidez \underline{k} tem termos fora da diagonal principal e nada obriga a que a matriz de massa \underline{m} seja uma matriz diagonal.

No entanto, é possível, através de uma transformação de coordenadas, representar o mesmo sistema de equações diferenciais noutra em que as equações diferenciais são independentes entre si, o que facilita a resolução do problema. Esta transformação de coordenadas passa o sistema de coordenadas estruturais para as designadas coordenadas modais.

Considere-se a equação (2.11) no qual se introduz a equação (2.10), obtém-se:

$$\underline{m} \underline{\Phi} \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k} \underline{\Phi} \underline{u}^*(t) = \underline{0} \quad (2.17)$$

Pré-multiplicando agora todos os termos pela transposta da matriz modal:

$$\underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi} \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi} \underline{u}^*(t) = \underline{0}$$

Facilmente se constata que se passa para um sistema em que as equações diferenciais ficam desacopladas, pois as matrizes $\underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi}$ e $\underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi}$ são matrizes diagonais.

$$\underline{m}^* = \underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix}; \underline{k}^* = \underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

em que m_i^* e k_i^* são, respetivamente a massa modal e a rigidez modal correspondentes ao modo de vibração i , verificando-se a seguinte relação

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i^*}{m_i^*}} \quad (2.19)$$

Considere-se agora estruturas com amortecimento, para as quais é necessário assumir a ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz de amortecimento, em que é estabelecida a definição de amortecimento modal c_i^* :

$$\underline{c}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{c} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & c_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} ; \quad \underline{2\omega\xi} = \underline{\hat{\Phi}}^T \cdot \underline{c} \cdot \underline{\hat{\Phi}} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde $\underline{\hat{\Phi}}^T$ corresponde à matriz modal normalizada em relação à matriz de massa.

O amortecimento de Rayleigh é um caso particular de amortecimento proporcional, cuja matriz de amortecimento resulta da combinação linear da matriz de massa e de rigidez, através da equação (2.21).

$$\underline{c} = \alpha \cdot \underline{m} + \beta \cdot \underline{k} \quad (2.21)$$

em que α e β são duas constantes. Este modelo de amortecimento admite que a distribuição do amortecimento ao longo da estrutura é proporcional à distribuição de massa e de rigidez. A equação (2.21) corresponde ao espaço físico e a equação (2.22) ao espaço modal, visto estar normalizado em relação à massa:

$$2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot \omega_i^2 \quad (2.22)$$

em ordem a ξ_i , obtêm-se

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{\omega_i} + \frac{\beta}{2} \cdot \omega_i \quad (2.23)$$

A solução geral do sistema de equações diferenciais pode ser obtida pela equação seguinte:

$$\underline{m}^* \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{c}^* \cdot \dot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{u}^*(t) = \underline{f}^*(t) \quad (2.24)$$

Onde as componentes modais da excitação $\underline{f}^*(t)$ resultam do produto do transposto da matriz modal pelo vetor de excitação $\underline{f}(t)$.

Para ilustrar os conceitos que foram apresentados relacionados com osciladores de vários graus de liberdade, é introduzido um modelo físico da estrutura de um edifício, constituída por dois pisos ligados entre si por 4 pilares (ver Figura 2.6 (a)). Os pilares do primeiro piso possuem uma altura de 0,51 m e de 0,50 m, no segundo piso.

Nesta fase, para reduzir a dimensão do problema, é feita apenas a análise plana do modelo, considerando a direção mais flexível do pórtico tridimensional (ver Figura 2.6 (b)).

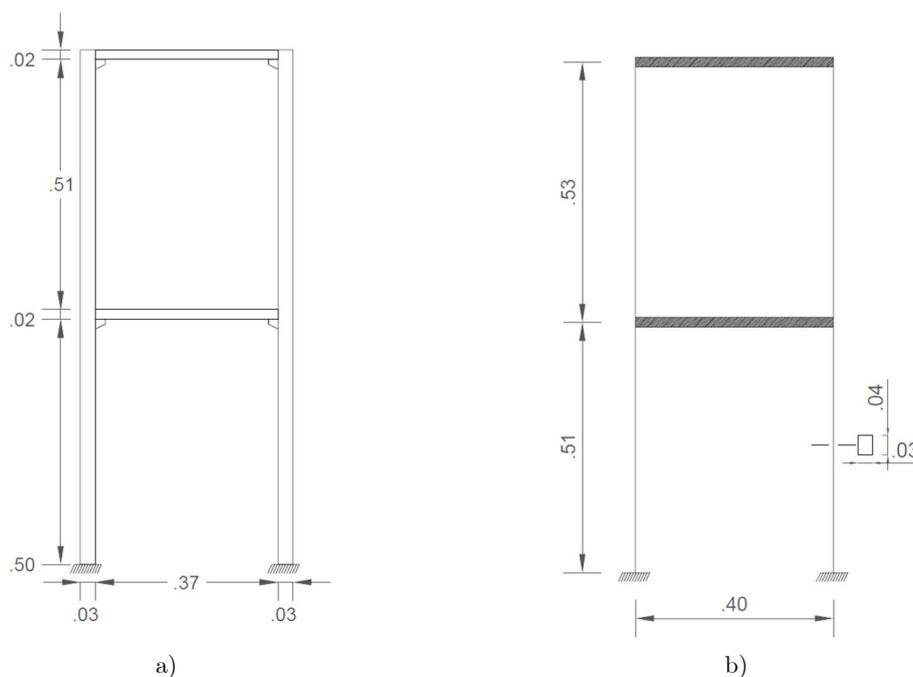


Figura 2.6 Modelo físico da estrutura de dois pisos: a) análise plana; e b) a idealização estrutural plana.

A análise do modelo plano da estrutura do edifício de 2 pisos começa com o cálculo das matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento.

Relativamente à matriz de massa, os valores de massa das lajes são conhecidos – no piso superior tem 8,0 kg e a do piso inferior tem 8,1 kg – opta-se por seguir uma abordagem na ótica do exposto na Figura 2.6, onde se acrescenta o contributo da massa dos cachorros e dos pilares, considerando uma massa específica de $2\,350\text{ kg/m}^3$, obtendo, por aproximação, a matriz de massa do tipo “cheia” dada por:

$$\underline{\underline{m}} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,5 & 3,5 \\ 3,5 & 15,0 \end{bmatrix} [\text{kg}] \quad (2.25)$$

Relativamente à matriz de rigidez, sabendo que os pilares têm uma seção transversal retangular de $0,04 \times 0,03$ (m), determinou-se a sua inércia na direção mais flexível, considerou-se a altura indicada no modelo representado na Figura 2.6 (b), assumindo que o módulo de elasticidade do material é $E = 33\text{ GPa}$ e o coeficiente de rigidez é igual a $12EI/L^3$.

Ficando assim a matriz de rigidez definida por:

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1074700 & -1074700 \\ -1074700 & 2032269 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (2.26)$$

Utilizou-se igualmente uma matriz de amortecimento, obtida através da combinação linear das anteriores com base na formulação de amortecimento de Rayleigh, dada pela expressão (2.21), considerando $\alpha = 0,01$ e $\beta = 0,0001$.

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} 107,585 & -107,585 \\ -107,585 & 203,377 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{N}}{\text{ms}^{-1}} \right] \quad (2.27)$$

Na Figura 2.7 apresenta-se a curva de Rayleigh, para as condições anteriormente referidas, tendo por base a equação (2.23).

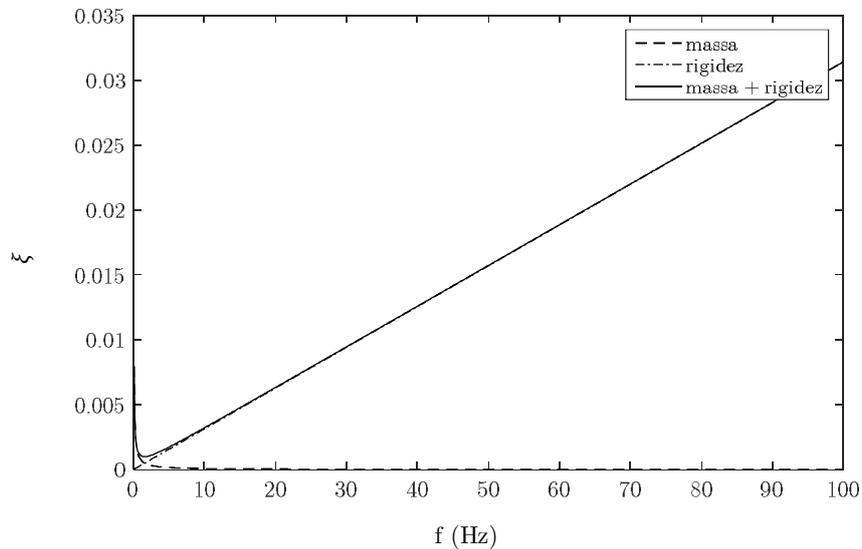


Figura 2.7 – Representação da curva de Rayleigh, considerando $\alpha = 0,01$ e $\beta = 0,0001$.

Determinadas as matrizes anteriores, apresenta-se o cálculo das frequências naturais e modos de vibração. A solução do problema obtém-se através da resolução de um sistema de duas equações diferenciais de 2ª ordem a duas incógnitas. Contudo, utilizando a função *eig* do MATLAB pode-se resolver o problema de valores e vetores próprios, em que os valores próprios estão organizados na matriz espectral $\underline{\Omega}^2$ e os vetores próprios na matriz modal $\underline{\phi}$:

$$\underline{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} 23824 & 0 \\ 0 & 269558 \end{bmatrix} ; \quad \underline{\phi} = \begin{bmatrix} -0,2062 & -0,2260 \\ -0,1426 & 0,2268 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Na Figura 2.8 apresentam-se as configurações modais, aplicando um valor de escala de 0,5 aos valores obtidos para a matriz modal previamente apresentada.

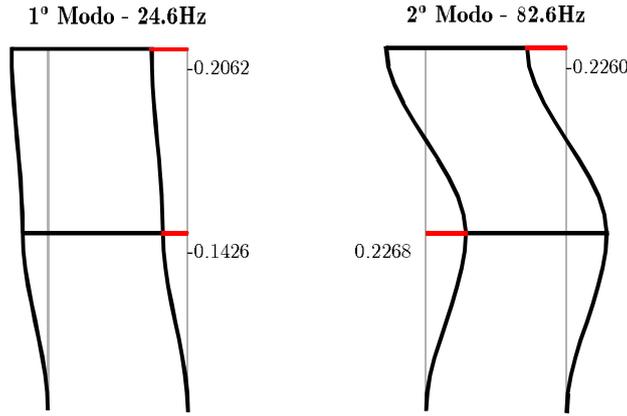


Figura 2.8 - Configurações modais para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Conhecendo os coeficientes da matriz espectral $\underline{\Omega}^2$, é possível obter as frequências naturais de vibração f_n :

$$\underline{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} 23\,824 & 0 \\ 0 & 269\,558 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 24,565 \text{ Hz} \\ f_2 = 82,632 \text{ Hz} \end{cases} \quad (2.29)$$

2.2.2.2 Análise no domínio da frequência

A equação de equilíbrio dinâmico, para o caso de osciladores com vários graus de liberdade, também pode ser transposta do domínio do tempo para o domínio da frequência, aplicando a transformada de Fourier (Mendes & Oliveira 2008):

$$-\underline{m} \omega^2 \underline{U}(\omega) + i \underline{c} \omega \underline{U}(\omega) + \underline{k} \underline{U}(\omega) = \underline{F}(\omega) \quad (2.30)$$

A solução da equação anterior é dada por:

$$\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{F}(\omega) \quad (2.31)$$

Na equação anterior, $\underline{H}(\omega)$ é uma matriz que contém as funções de resposta em frequência e é dada pela seguinte expressão:

$$\underline{H}(\omega) = \left[\left(\underline{k} - \underline{m} \omega^2 \right) + i \underline{c} \omega \right]^{-1} \quad (2.32)$$

A matriz de funções de resposta em frequência completa, no sistema de coordenadas generalizadas iniciais, pode ser obtida através da seguinte equação:

$$\underline{H}(\omega) = \underline{\Phi} \cdot \underline{H}^*(\omega) \cdot \underline{\Phi}^T \quad (2.33)$$

onde a matriz $\underline{H}^*(\omega)$ é a matriz diagonal que contém, na sua diagonal principal, as funções de resposta em frequência no espaço modal, encontrando-se os modos de vibração normalizados em relação à matriz de massa. O conjunto de FRF's, determinadas para cada uma das equações diferenciais independentes, pode ser correlacionado com a matriz $\underline{H}(\omega)$ global, através da seguinte equação:

$$H_{m,n}(\omega) = \sum_{i=1}^{N_{GL}} \frac{(\phi_m)_i (\phi_n)_i}{(\omega_i^2 - \omega^2) + i(2\xi_i \omega_i \omega)}, (m = 1, 2, \dots, N_{GL}), (n = 1, 2, \dots, N_{GL}) \quad (2.34)$$

onde $(\phi_m)_i$ é a componente m do modo de vibração i.

A determinação da matriz das FRF, $\underline{H}(\omega)$, através da formulação modal é muito mais eficiente, não só pelo facto de envolver operações matemáticas mais simples, mas também porque é possível envolver um número limitado de modos de vibração, permitindo a contribuição apenas dos primeiros modos de vibração, que se julguem representativos do sistema dinâmico. Obtém-se, assim, a resposta no domínio da frequência, pela seguinte expressão:

$$\underline{U}(\omega) = \sum_{i=1}^N \underline{\phi}_i \cdot H^*(\omega) \cdot \underline{F}_i(\omega) \quad (2.35)$$

Tendo por base o exemplo do modelo do edifício de dois pisos, apresenta-se na Figura 2.9 a matriz das FRF, tendo estas funções sido obtidas através de rotinas desenvolvidas em MATLAB, considerando a hipótese de amortecimento proporcional. Estas funções são complexas, pelo que são representadas, recorrendo a duas funções, a amplitude e a fase.

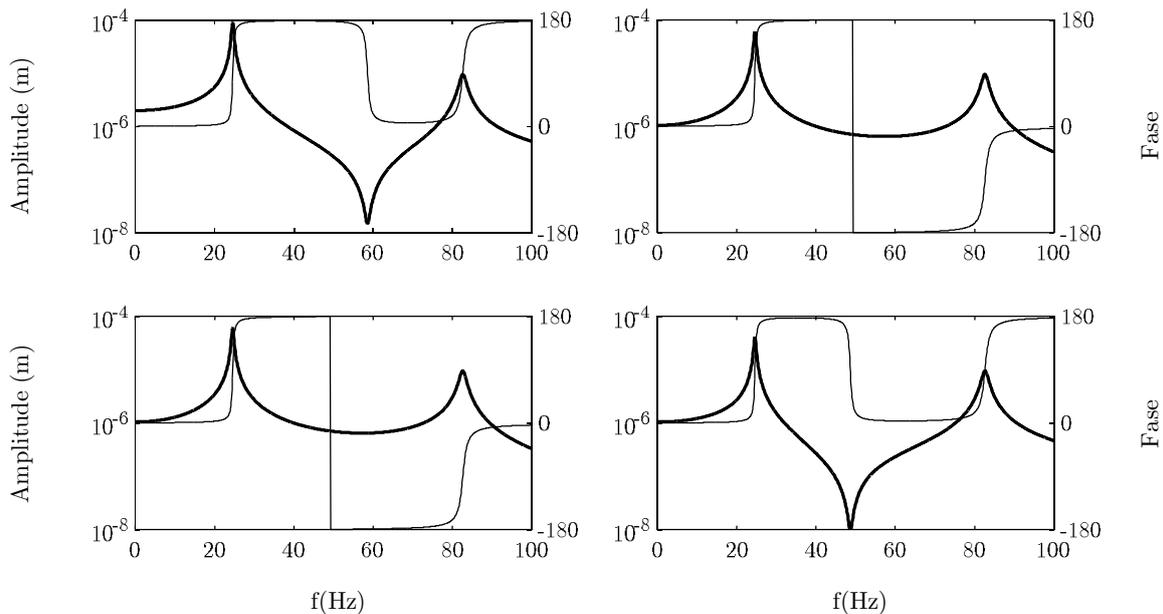


Figura 2.9 - Matriz completa das FRF's do modelo do edifício de 2 pisos.

Analisando a Figura 2.9, verifica-se que em qualquer dos espectros de amplitude, surgem 2 picos para as frequências naturais do modelo estrutural. Relativamente às variações de fase, verifica-se que sempre que existe um pico ou vale aguçado, ocorre uma mudança de fase.

A matriz das FRF também é denominada por matriz de flexibilidade dinâmica, pois existe uma ligação entre a resposta dinâmica, quando $\omega = 0$, e a resposta estática, tal como foi referido no caso do oscilador de 1 GL. Neste exemplo, para $H(\omega = 0)$, obtém-se a matriz de flexibilidade, para a parte correspondente à amplitude, isto é $A(\omega = 0)$, visto que apenas se tem parte real, sendo a parte imaginária zero.

$$\underline{\underline{f}} = \underline{\underline{k}}^{-1} \Leftrightarrow \underline{\underline{f}} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1975 & 0,1044 \\ 0,1044 & 0,1044 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \left[\text{m/N} \right] \quad (2.36)$$

Na Tabela 2.2 apresenta-se uma síntese destes resultados, estabelecendo-se um paralelismo entre as formulações no domínio no tempo e no domínio da frequência, para resolução da equação dinâmica para modelos com N GL.

Tabela 2.2 - Modelos com N GL. Paralelismo entre a formulação clássica no domínio do tempo e da frequência.

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DINÂMICA. MODELOS COM N GL	
Domínio do tempo	Domínio da frequência
<p>Equação Diferencial vetorial</p> $\underline{\underline{m}} \cdot \ddot{\underline{\underline{u}}}(t) + \underline{\underline{c}} \cdot \dot{\underline{\underline{u}}}(t) + \underline{\underline{k}} \cdot \underline{\underline{u}}(t) = \underline{\underline{f}}(t)$ <p>Recorrendo à matriz dos modos de vibração $\underline{\underline{\Phi}}$, este sistema transforma-se num conjunto de N_n eq. diferenciais escalares, não acopladas (coord.modais)</p> $m_i^* \cdot \ddot{u}_i^*(t) + c_i^* \cdot \dot{u}_i^*(t) + k_i^* \cdot u_i^*(t) = f_i^*(t)$ $n = 1 \text{ a } N_{GL}$ $m_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{m}} \underline{\underline{\Phi}}_n \quad c_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{c}} \underline{\underline{\Phi}}_n \quad k_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{k}} \underline{\underline{\Phi}}_n$ $u_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{u}} \quad f_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{f}}$	<p>Sistema de N equações algébricas complexas (não acopladas, quando se utilizam coordenadas modais $\underline{\underline{u}}_n^*$)</p> $\mathcal{F}(m_n^* \cdot \ddot{u}_n^* + c_n^* \cdot \dot{u}_n^* + k_n^* \cdot u_n^*) = \mathcal{F}(f_n^*)$ $n = 1 \text{ a } N_{GL}$ $m_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{m}} \underline{\underline{\Phi}}_n \quad c_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{c}} \underline{\underline{\Phi}}_n \quad k_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{k}} \underline{\underline{\Phi}}_n$ $u_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{u}} \quad f_n^* = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{f}}$
<p>Solução (cond. iniciais nulas)</p> $u_n^*(t) = h_n^*(t) * f_n^*(t)$ $h_n^*(t) = \frac{1}{m_n^* \cdot \omega_{An}} \cdot \text{sen}(\omega_{An} \cdot t) \cdot e^{-\xi_n^* \cdot \omega_n \cdot t}$ $u(t) = \underline{\underline{\Phi}} \underline{\underline{u}}^*(t)$	<p>Solução (cond. iniciais nulas)</p> $\underline{\underline{U}}(\omega) = \underline{\underline{H}}(\omega) \underline{\underline{F}}(\omega)$ $\underline{\underline{H}}(\omega) = \underline{\underline{\Phi}} \underline{\underline{H}}_d(\omega) \underline{\underline{\Phi}}^T$ $H_n^*(\omega) = \frac{1}{(k_n^* - m_n^* \omega^2) + i c_n^* \omega}$
$\underline{\underline{u}}(t) = \mathcal{F}^{-1}(\underline{\underline{U}}(\omega)) \quad \underline{\underline{U}}(\omega) = \mathcal{F}(\underline{\underline{u}}(t))$	

2.3 Excitação estocástica

Quando a excitação é do tipo aleatória, a sua caracterização tem que ser realizada com base em conceitos probabilísticos, pelo que se torna conveniente idealizar a excitação através de um processo estocástico (Cunha et al. 2010).

Atendendo ao facto de a excitação ser desconhecida, o processo referente à caracterização do comportamento dinâmico, baseia-se em hipóteses simplificativas sobre as características estatísticas da excitação, procurando-se estabelecer relações destas, com as características estatísticas da resposta (conhecidas) e com as propriedades dinâmicas das estruturas, as quais interessa avaliar.

Este tipo de processo baseia-se na análise e interpretação da resposta das estruturas, e está vocacionado para a vertente experimental. Introduzem-se assim os conceitos básicos de estatística e processos estocásticos, os quais visam a introdução e o estudo da representação analítica das funções de densidade espectral de potência da resposta das estruturas.

2.3.1 Conceitos de estatísticas e de processos estocásticos

Considere-se a evolução no tempo de um conjunto de variáveis aleatórias, as quais correspondem a um determinado conjunto de realizações de um processo estocástico. Pode-se definir a evolução de uma variável aleatória ao longo do tempo como $x_k(t)$, em que o índice k indica a realização a que se refere ($k \in [0, N]$) e t indica o instante temporal ($t \in [0, T]$).

Considerando que as realizações estão compreendidas num intervalo limitado ($t \in [0, T]$), então está-se a considerar apenas uma *amostra* da população total de valores ($t \in]-\infty, +\infty[$), para a *população* total, representativa de cada uma das realizações k .

Nestas circunstâncias para cada amostra da evolução de uma variável aleatória dá-se a designação de função aleatória, sendo que nenhuma delas é decomponível em nenhuma função conhecida.

Uma função aleatória resulta da medição ou registo de uma grandeza física, onde a variação resulta de causas não controláveis pelo observador. Contudo, o conceito de aleatoriedade é reforçado, caso se meçam várias amostras em simultâneo, obtendo-se assim um conjunto de diferentes registos aos quais se dá a designação de *processo estocástico* (Magalhães 2004).

A caracterização dos processos estocásticos é habitualmente realizada com base nas grandezas estatísticas que se definem na Tabela 2.3, tomando como referência um processo estocástico escalar $x_k(t)$:

Tabela 2.3 - Grandezas estatísticas de variáveis aleatórias

Designação	Amostra $[0, N]$
Média	$\bar{x}_t = E[x_k(t)] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k(t)$
Valor quadrático médio	$\bar{x}_t^2 = E[x_k(t)^2] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k(t)^2$
Variância	$s_t^2 = E[(x_k(t) - \bar{x})^2] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k(t) - \bar{x})^2$
Desvio padrão	$s_t = \sqrt{s_t^2}$
Auto-correlação	$R_{xx}(t, t + \tau) = E[x_k(t) \cdot x_k(t + \tau)] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N [x_k(t) \cdot x_k(t + \tau)]$
Auto-covariância	$C_{xx}(t, t + \tau) = E[(x_k(t) - \bar{x}_t) \cdot (x_k(t + \tau) - \bar{x}_{t+\tau})] =$ $= \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N [(x_k(t) - \bar{x}_t) \cdot (x_k(t + \tau) - \bar{x}_{t+\tau})]$

Para simplificar o tratamento matemático dos processos estocásticos, em diversas aplicações práticas, é comum assumir-se que os processos estocásticos são estacionários e ergódicos. O facto de ser estacionário significa que as suas características são independentes do instante temporal. A ergodicidade significa que o valor dos parâmetros estatísticos avaliados tendo em conta as diferentes realizações, para um determinado instante de tempo, é igual ao dos mesmos parâmetros estatísticos avaliados apenas numa realização ao longo do tempo.

Usualmente, assim como neste trabalho, é também admitido que os processos estocásticos apresentam média nula e natureza Gaussiana (ou normal). Ao se admitir a natureza Gaussiana, no fundo está-se a assumir que a função de correlação caracteriza completamente o processo (Carvalho et al. 2008). Esta é uma característica comum a muitos fenómenos naturais, até porque, segundo o Teorema do Limite Central, a soma de um grande número de variáveis aleatórias independentes, cada uma com diferentes distribuições individuais, tende para uma distribuição normal.

Admitindo que o processo estocástico é estacionário e ergódico, a função de auto-correlação apenas contempla uma única realização k e um desfasamento temporal τ , podendo ser determinada simplesmente através da seguinte expressão:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) \cdot x_k(t + \tau) dt \quad (2.37)$$

As funções de auto-correlação associadas a processos estocásticos estacionários de média nula são funções simétricas com um máximo na origem, cuja ordenada é igual à variância de

processo. A função de auto-correlação pode ser transposta para o domínio da frequência através da transformada de Fourier, obtendo-se uma função que se designa auto-espectro ou espectro de potência, definida no domínio da frequência.

$$S_{xx} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.38)$$

Os auto-espectros são funções reais que quantificam a distribuição do conteúdo energético de um sinal (série temporal) em frequência. Para sinais de média nula, a área do gráfico que representa o conteúdo energético total do sinal é igual ao valor da sua variância.

Neste momento, deve-se introduzir o conceito de ruído branco de modo a clarificar este tipo de funções. O ruído branco trata-se de um tipo de sinal que é caracterizado por ser idealmente aleatório e no limite pode-se afirmar que, contém a contribuição, com conteúdo energético significativo, de todas as frequências. Conduz a um espectro com área infinita, enquanto que a função de auto-correlação apresentará uma ordenada com valor infinito na origem, que deriva do facto da variância ser infinita, apresentando ordenadas nulas em todas as restantes abcissas, pelo facto do sinal ser idealmente aleatório, tal como se apresenta na Figura 2.10.

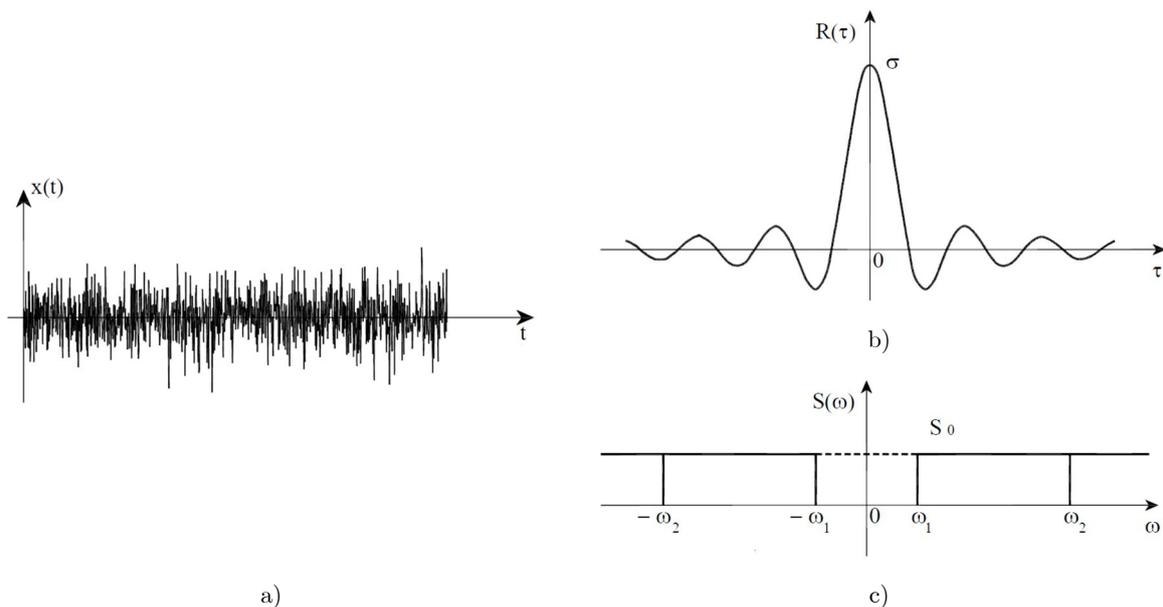


Figura 2.10 – a) Exemplo de um sinal representativo de um processo de banda larga; b) função de auto-correlação; e c) função de densidade espectral de potência.

Em termos práticos, a obtenção de uma variância infinita não é realista, pelo que é usual considerar-se um ruído branco de banda limitada, isto é, um processo estocástico que é caracterizado por um auto-espectro com intensidade constante dentro de um determinado intervalo de frequências.

Na aplicação dos métodos de identificação, baseados na medição da resposta da estrutura a uma excitação ambiental, assume-se que a excitação tem as propriedades de um ruído branco: espectro de potência constante e função de auto-correlação com ordenada na origem igual à variância do processo e o valor nulo em todas as restantes abcissas.

Os conceitos de função de auto-correlação e auto-espectro podem ser generalizados, de forma a considerar dois processos estocásticos $(x_i(t) \text{ e } x_j(t))$. Assim, aparece a função de correlação cruzada e o espectro cruzado, definidos pelas expressões (2.39) e (2.40), respetivamente.

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) \cdot x_j(t + \tau) dt \quad (2.39)$$

$$S_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ij}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.40)$$

No âmbito da identificação modal estocástica, as funções de densidade espectral de potência são determinadas a partir de séries temporais, podendo-se nessas circunstâncias aplicar a seguinte expressão:

$$S_{ij}(\omega) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty}} \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \frac{\mathcal{F}_{T,r}[x_i(t)]^* \cdot \mathcal{F}_{T,r}[x_j(t)]}{T} \quad (2.41)$$

em que $\mathcal{F}_{T,r}[x_i(t)]$, representa a transformada de Fourier da realização r , do processo estocástico $x_i(t)$, no intervalo $[0, T]$.

Destaca-se o facto de a expressão (2.41) também ser apropriada para determinar auto-espectros, fazendo $x_i = x_j$, e também, se verifica que estes são funções reais, enquanto que os espectros cruzados são funções complexas.

Agrupando num único vetor vários processos estocásticos associados à caracterização de um dado fenómeno físico, constitui-se um processo estocástico vetorial. Neste caso, a função escalar de auto-correlação é substituída por uma matriz de correlação. Esta matriz contém nos elementos da diagonal principal as funções de auto-correlação, relativas a cada uma das componentes do processo, e nos elementos fora da diagonal principal a correlação cruzada entre a componente i e a componente j . De forma idêntica é usual definir uma matriz de funções de densidade espectral (ou matriz espectral) que contém, na sua diagonal principal, os auto-espectros e os espectros cruzados fora dessa diagonal.

2.3.2 Funções de densidade espectral da resposta

As funções de densidade espectral de resposta para estruturas com vários graus de liberdade podem-se definir com base na seguinte expressão:

$$\underline{S}_u(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{S}_p(\omega) \cdot (\underline{H}^T)^*(\omega) \quad (2.42)$$

onde $\underline{H}(\omega)$ representa a matriz das funções de resposta em frequência, $\underline{S}_u(\omega)$ é a matriz das funções de densidade espectral da resposta da estrutura, enquanto que $\underline{S}_p(\omega)$ é a matriz das funções de densidade espectral de excitação.

Assumindo que a excitação atuante ao nível dos diferentes graus de liberdade da estrutura tem as características de um ruído branco, então a matriz dos espectros da excitação é constante e depende do valor da matriz das correlações para $\tau = 0$ e matriz dos espectros da resposta passa a depender exclusivamente da matriz das funções de resposta em frequência e de uma matriz constante:

$$\underline{S}_u(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{R}_p(\omega) \cdot (\underline{H}^T)^*(\omega) \quad (2.43)$$

Para o exemplo utilizado anteriormente, determinou-se a matriz das funções de densidade espectral de potência de resposta em aceleração, considerando a matriz das funções de densidade espectral da excitação a matriz de identidade. Assim, assume-se que as excitações dos vários graus de liberdade são independentes entre si, sendo ruídos brancos. Na Figura 2.11, apresenta-se a matriz das amplitudes das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração.

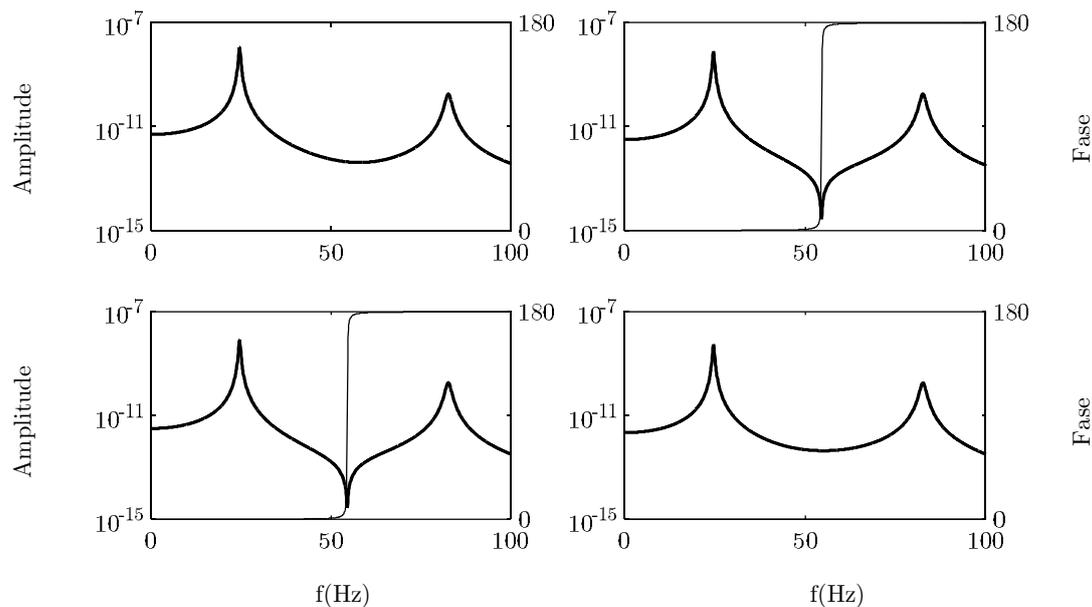


Figura 2.11 - Matriz completa das funções de densidade de potência da resposta em aceleração do edifício de 2 pisos.

Comparando a Figura 2.11 com a Figura 2.9, podem-se verificar algumas semelhanças, nomeadamente o facto de se confirmar que os picos que surgem na matriz das FRF's também ocorrem na matriz dos espectros, sendo com base neste aspeto que se utilizam as funções de densidade espectral de potência nos métodos de identificação modal estocástica, no domínio da frequência, para se estimarem as características modais das estruturas. Pode-se ainda constatar que, na diagonal principal, os elementos correspondentes à fase são nulos, devido ao relacionamento de um grau de liberdade com ele mesmo.

Existe ainda um aspeto curioso, quando se sobrepõe os gráficos referentes à amplitude e à fase, pois permite verificar que as mudanças de fase estão associadas a vales com picos invertidos.

2.4 Formulação de estado

Em muitos dos problemas de análise dinâmica de estruturas de engenharia civil é aceitável assumir a hipótese de amortecimento proporcional, admitindo que a matriz de amortecimento global da estrutura é proporcional às matrizes de massa e de rigidez globais do sistema estrutural. Contudo, vários são os exemplos nos quais se verifica que a hipótese de amortecimento proporcional nem sempre é a mais adequada, pelo que é importante explorar outro tipo de abordagens com capacidade para ultrapassar esse tipo de limitações.

A formulação de estado, para além de permitir a consideração de amortecimento não proporcional à rigidez e/ou à massa, é também importante para abordar e compreender os métodos de identificação modal no domínio do tempo.

Assim, nesta secção são apresentados os principais conceitos associados à formulação de estado, e à semelhança do que foi feito anteriormente, para as formulações no domínio do tempo e da frequência, também se recorre aos exemplos dos modelos dos edifícios de um e dois pisos para ilustrar, respetivamente, a sua aplicação a osciladores de 1 GL e vários graus de liberdade.

2.4.1 Oscilador de 1 grau de liberdade

Para obter a denominada representação do espaço de estados da equação diferencial anterior (equação de 2ª ordem) há que efetuar uma mudança de variável, de forma a obter um sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem equivalente à equação original de 2ª ordem.

Considerando a mudança de variável $\dot{u} = v$ é possível converter a equação da dinâmica de um sistema de 1 GL no seguinte sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem em que as funções incógnitas são o deslocamento $u = u(t)$ e a velocidade $v = v(t)$.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{u} = v \\ m\dot{v} + cv + ku = f \end{cases} \quad (2.44)$$

A partir do sistema anterior pode ser obtida a representação no espaço de estados da equação do movimento do modelo estrutural de 1 GL (nas variáveis de estado: deslocamento e velocidade).

$$\begin{cases} \dot{u} = v \\ \dot{v} = -\frac{k}{m}u - \frac{c}{m}v + \frac{f}{m} \end{cases} \quad (2.45)$$

pelo que a equação de estado assume a seguinte forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} f \quad \text{ou} \quad \dot{\underline{x}} = \underline{\underset{(mck)}{A}} \underline{x} + \underline{\underset{m}{B}} f \quad (2.46)$$

em que o vetor \underline{x} , designado vetor de estado, contém o deslocamento e a velocidade, a matriz $\underline{\underset{(mck)}{A}}$ é a matriz de estado e a matriz $\underline{\underset{m}{B}}$ é a matriz de influência de entrada.

Para melhor exemplificar o método utilizado, utiliza-se o exemplo do pórtico plano de 1 piso, considerando-se o valor de amortecimento igual ao do pórtico de 2 pisos ($c_1=0,01$; $c_2=0,0001$). Assim, começa-se pelo cálculo da matriz $\underline{\underset{(mck)}{A}}$:

$$\underline{\underset{(mck)}{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 12397 & -1,2497 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Usando a função *eig* do MATLAB, determinam-se os seus valores e vetores próprios.

$$\text{Valores próprios} = \begin{bmatrix} -0,62483 + 111,34i \\ -0,62483 - 111,34i \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Os valores próprios obtidos agrupam-se em pares complexo-conjugados, a partir dos quais é possível obter as frequências naturais e os coeficientes de amortecimento da estrutura recorrendo à equação (2.49).

$$\lambda_k, \lambda_k^* = -\xi_k \cdot \omega_k \pm i \cdot \sqrt{1 - \xi_k^2} \cdot \omega_k \quad (2.49)$$

As frequências angulares naturais são, respetivamente:

$$\omega = [111,3397] \text{ rad/s} \Rightarrow f = [17,7203] \text{ Hz} \quad (2.50)$$

O coeficiente de amortecimento da estrutura é:

$$\xi = [0,0056] \quad (2.51)$$

Os vetores próprios são os seguintes:

$$\psi = \begin{bmatrix} -0,0001 - 0,009i & -0,0001 + 0,009i \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

2.4.2 Osciladores de vários graus de liberdade

No caso geral de estruturas em que não é aceitável adotar a hipótese de amortecimento proporcional (ou hipótese de Rayleigh: $\underline{c} = \alpha \cdot \underline{m} + \beta \cdot \underline{k}$) verifica-se que não é possível proceder à diagonalização do sistema de equações diferenciais da dinâmica ($\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}} + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}} + \underline{k} \cdot \underline{u} = \underline{f}$). na forma em que ele se apresenta, ou seja, na forma de um sistema de N_{GL} equações diferenciais de 2ª ordem, com N_{GL} funções incógnitas (correspondentes às histórias de deslocamentos nos N_{GL} graus de liberdade da discretização adotada: $u_n = u_n(t)$, com $n=1,2, \dots, N_{GL}$).

Contudo, neste caso geral de amortecimento não proporcional, é possível obter a pretendida diagonalização se for adotada a representação no espaço de estados, que, como se referiu, consiste em adotar como funções incógnitas não apenas as N_{GL} histórias de deslocamentos $\underline{u} = \underline{u}(t)$, mas também as correspondentes N_{GL} histórias de velocidades $\underline{v} = \underline{v}(t)$, o que envolve um sistema de $2 N_{GL}$ equações diferenciais de 1ª ordem, equivalente ao sistema original de N_{GL} equações diferenciais de 2ª ordem.

Como no caso de 1 GL, para obter o pretendido sistema de equações diferenciais de 1ª ordem a partir do sistema original basta considerar a mudança de variável obtendo-se então o sistema de duas equações diferenciais (matriciais) de 1ª ordem em que as funções incógnitas são os deslocamentos $\underline{u} = \underline{u}(t)$ e as velocidades $\underline{v} = \underline{v}(t)$ (Mendes 2010).

$$\begin{cases} \dot{\underline{u}} = \underline{v} \\ \underline{m} \dot{\underline{v}}(t) + \underline{c} \underline{v}(t) + \underline{k} \underline{u}(t) = \underline{s} \underline{f}(t) \end{cases} \quad (2.53)$$

A partir desta forma obtém-se facilmente a seguinte representação no espaço de estados da equação do movimento de um modelo estrutural discretizado espacialmente (nas variáveis de estado: deslocamentos e velocidades).

$$\begin{cases} \dot{\underline{u}} = \underline{v}(t) \\ \dot{\underline{v}}(t) = -\underline{m}^{-1} \underline{k} \underline{u}(t) - \underline{m}^{-1} \underline{c} \underline{v}(t) + \underline{m}^{-1} \underline{s} \underline{f}(t) \end{cases} \quad (2.54)$$

ou, matricialmente

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{u}}(t) \\ \dot{\underline{v}}(t) \end{bmatrix}}_{\substack{\underline{\dot{x}} \\ (2N_{GL} \times 1)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{m}^{-1}\underline{k} & -\underline{m}^{-1}\underline{c} \end{bmatrix}}_{\substack{\underline{A} \\ (mck) \\ (2N_{GL} \times 2N_{GL})}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{v}(t) \end{bmatrix}}_{\substack{\underline{x} \\ (2N_{GL} \times 1)}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{m}^{-1}\underline{s} \end{bmatrix}}_{\substack{\underline{B} \\ (ms) \\ (2N_{GL} \times n_1)}} \underbrace{\underline{f}(t)}_{(n_1 \times 1)} \quad (2.55)$$

É comum escrever a equação anterior de forma mais compacta em termos do denominador vetor de estado

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{v}(t) \end{bmatrix} \quad (2N_{GL} \times 1) \quad (2.56)$$

e das matrizes $\underline{A}_{(mck)}$ e $\underline{B}_{(ms)}$, obtendo-se então a representação de estado da equação do movimento de um modelo estrutural discretizado espacialmente

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}_{(mck)} \underline{x} + \underline{B}_{(ms)} \underline{f} \quad (2.57)$$

em que

$$\underline{A}_{(mck)} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{m}^{-1}\underline{k} & -\underline{m}^{-1}\underline{c} \end{bmatrix} \quad - \text{Matriz de estado envolvendo as propriedades do sistema estrutural discretizado, referentes à distribuição de massa, amortecimento e rigidez};$$

$$\underline{B}_{(ms)} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{m}^{-1}\underline{s} \end{bmatrix} \quad - \text{Matriz envolvendo valores nulos e a inversa da matriz de massa e a distribuição das histórias de forças aplicadas pelos graus de liberdade do modelo discretizado};$$

$$\underline{f} = \underline{f}(t) \quad - \text{Vetor com as } m \text{ histórias de forças aplicadas (em apenas } n \text{ graus de liberdade).}$$

Para o exemplo do pórtico plano de 2 pisos, procedeu-se ao cálculo da matriz $\underline{A}_{(mck)}$:

$$\underline{A}_{(mck)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -124\,068 & 144\,982 & -12,417 & 14,498 \\ 100\,596 & 169\,314 & 10,060 & -16,941 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Usando a função *eig* do MATLAB, determinaram-se os seus valores e vetores próprios.

$$\text{Valores próprios} = \begin{bmatrix} -13,48 + 519,02i \\ -13,48 - 519,02i \\ -1,20 + 154,34i \\ -1,20 - 154,34i \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Os valores próprios obtidos agrupam-se em pares complexo-conjugados, a partir dos quais é possível obter as frequências naturais e os coeficientes de amortecimento da estrutura recorrendo à equação (2.49).

As frequências angulares naturais e frequências naturais são, respetivamente:

$$\omega = \begin{bmatrix} 519,1903 \\ 154,3587 \end{bmatrix} \text{rad/s} \Rightarrow f = \begin{bmatrix} 82,6317 \\ 24,5654 \end{bmatrix} \text{Hz} \quad (2.60)$$

Os coeficientes de amortecimento modais da estrutura são:

$$\xi = \begin{bmatrix} 0,0260 \\ 0,0077 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Comparando com os valores obtidos através da formulação clássica, pode-se concluir que são semelhantes. As frequências ficam ordenadas de forma decrescente, pois o algoritmo utilizado no seu cálculo ordena os valores próprios por ordem crescente da parte real, que é o simétrico da frequência multiplicada pelo amortecimento modal respetivo.

Os vetores próprios são os seguintes:

$$\psi = \begin{bmatrix} +0,0014i & -0,0014i & -0,0053i & +0,0053i \\ -0,0014i & +0,0014i & -0,0037i & +0,0037i \\ -0,7059 & -0,7059 & 0,8225 & 0,8225 \\ 0,7083 & 0,7083 & 0,5687 & 0,5687 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Nas duas últimas linhas da matriz anterior identificam-se os modos de vibração já determinados através da formulação clássica.

Encontram-se em duplicado, devido ao facto da matriz ψ conter os modos da estrutura original e os seus complexo-conjugados, que neste caso são iguais, dado que o amortecimento é proporcional.

Na Figura 2.13 apresentam-se as configurações modais, aplicando um valor de escala de 0,2 aos valores obtidos para os modos de vibração.

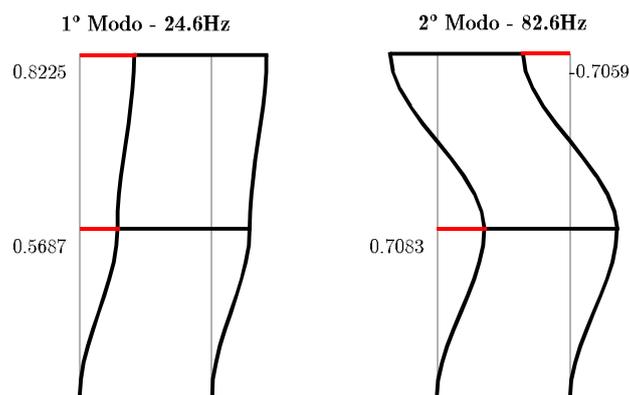


Figura 2.12 - Configurações modais para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Como referido, anteriormente, os modos de vibração representam apenas a configuração da estrutura, quando esta vibra com uma determinada frequência, o valor absoluto das componentes que constituem o vetor, não têm qualquer significado, sendo apenas relevante a relação entre essas componentes, por isso os valores dos vetores próprios obtidos em (2.62) são diferentes dos obtidos em (2.28).

2.5 Geração de séries temporais de aceleração

A formulação clássica, no domínio tempo, anteriormente descrita foi implementada numa rotina desenvolvida em MATLAB e foi utilizada para gerar numericamente séries temporais de aceleração, para o exemplo do modelo plano do pórtico de 2 pisos. Para as séries temporais foram geradas 2 cargas aleatórias obtidas a partir da função existente no MATLAB designada por *random*, aplicadas a cada um dos pisos, com o objetivo de ajudar a exemplificar os métodos de identificação modal que serão apresentados no capítulo 4. Na Figura 2.13 apresentam-se as histórias de acelerações geradas para cada um dos pisos.

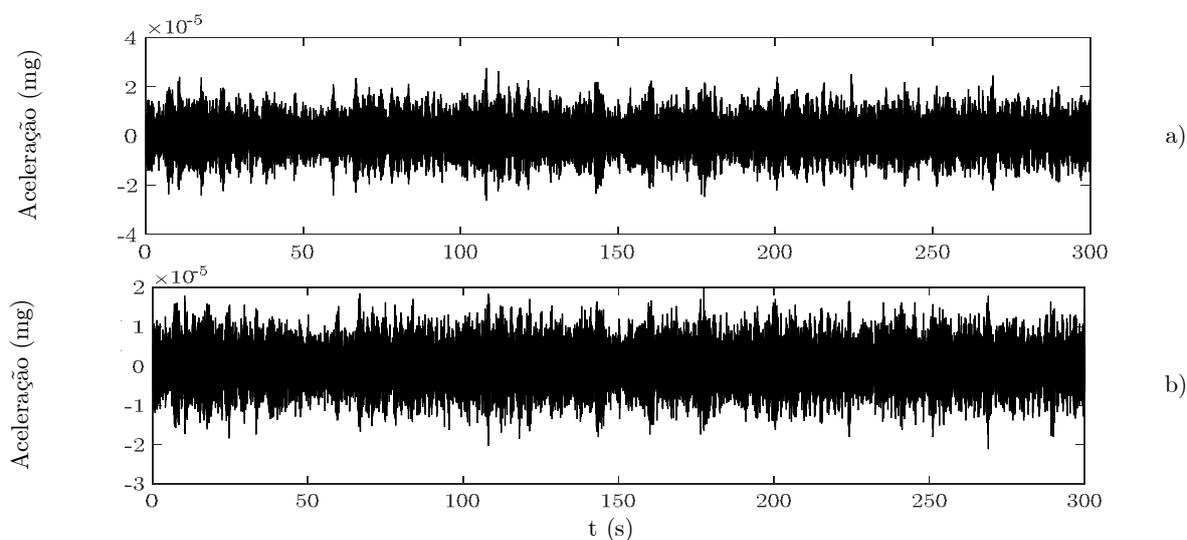


Figura 2.13 – Histórias de acelerações geradas com duração de 300 s (5 minutos): a) ao nível do piso superior; e b) ao nível do piso inferior.

2.6 Considerações finais

Neste capítulo apresentaram-se os principais fundamentos da dinâmica de estruturas, aplicados a sistemas com um e vários graus de liberdade, tendo estes conceitos sido ilustrados ao longo do capítulo recorrendo a um modelo de um edifício de um piso, para sistemas de 1 GL, e a um modelo de um edifício de dois pisos para sistemas com vários graus de liberdade.

Abordou-se a formulação clássica, no domínio do tempo e no domínio da frequência, aplicada ao estudo de sistemas de 1 GL, sendo depois generalizados para sistemas de vários graus de liberdade, quando se está perante excitações conhecidas (definidas deterministicamente).

Nos sistemas com vários graus de liberdade, para além de se descrever o processo referente à obtenção das frequências naturais e dos modos de vibração, dedicou-se especial atenção à passagem do domínio do tempo para o domínio da frequência destacando-se o processo referente à obtenção das funções de resposta em frequência (FRF), as quais são utilizadas para relacionar, no domínio da frequência, a resposta das estruturas com as ações.

A partir destas funções é possível caracterizar os principais parâmetros modais, nomeadamente as frequências naturais, os amortecimentos modais e os modos de vibração. As FRF também permitem conhecer a resposta dinâmica de uma estrutura num determinado ponto, em função da gama de frequências em análise, para uma ação harmónica aplicada num qualquer ponto da estrutura.

Posteriormente foi abordado o processo referente à caracterização do comportamento dinâmico de estruturas quando se está perante excitações aleatórias (definidas estocasticamente). Neste contexto foram introduzidos os conceitos necessários para obter as funções de densidade espectral de potência da resposta, a partir das quais é possível avaliar os principais parâmetros modais, essenciais para caracterizar a resposta dinâmica das estruturas (no domínio da frequência), tendo-se evidenciado a relação entre estas funções e as FRF's.

Também foram introduzidos um conjunto de conceitos da formulação no espaço de estados, associados a sistemas de 1 GL e vários graus de liberdade. Esta formulação é usualmente utilizada em estruturas em que não se considera aceitável a hipótese de amortecimento proporcional, sendo por isso uma alternativa interessante à formulação clássica, para além de ser a base em que assentam os métodos de identificação modal no domínio do tempo.

Neste capítulo foram apresentados um conjunto de conceitos, considerados fundamentais para o tema abordado neste trabalho. Para maximizar a aprendizagem desses conceitos, foram desenvolvidas, em MATLAB, um conjunto de rotinas com as quais se obtiveram os resultados que ajudaram a exemplificar esses mesmos conceitos, os quais foram sendo mostrados ao longo

do capítulo. Essas rotinas de MATLAB também foram utilizadas para gerar um conjunto de histórias de aceleração, para o modelo do edifício de dois pisos, que serão utilizadas no capítulo 4 para expor os conceitos abordados nesse capítulo.

3

ENSAIOS DINÂMICOS

3.1 Considerações iniciais

Atualmente, os ensaios experimentais dinâmicos são considerados como uma ferramenta muito interessante para ajudar a caracterizar o comportamento dinâmico das estruturas de engenharia civil, sendo utilizados como vetor fundamental no apoio ao projeto e verificação de estruturas mais complexas e começam a ser integradas nos sistemas de gestão de construção, com o objetivo de apoiar a decisão de implementação de modificações/reparações em face de detecção de danos (Cunha et al. 2010).

Este tipo de ensaios também são utilizados para validar e calibrar modelos numéricos, sendo possível assim avaliar o comportamento dinâmico das estruturas para diferentes condições de serviço/operação (Mendes 2012).

Neste domínio existem diversas metodologias de ensaio, das quais se destacam os ensaios de vibração forçada, vibração livre e vibração ambiental.

Neste capítulo serão apresentadas as principais diferenças entre cada um destes tipos de ensaios de vibrações. Para os ensaios de vibração ambiental ir-se-á abordar os principais aspetos a ter na preparação e realização destes ensaios, discutindo-se o processo de seleção do tipo de equipamento a utilizar, referindo-se os principais cuidados a ter no pré-processamento e processamento da informação experimental adquirida nos ensaios (histórias de acelerações). Relativamente às séries temporais de aceleração, será abordada a sua análise recorrendo inicialmente à sua inspeção visual e ao seu pré-processamento bem como o seu processamento

para aplicação posterior das metodologias de identificação modal, que serão abordadas no capítulo 4.

Relativamente ao processamento serão abordados os principais erros provenientes do processo de medição quer da aplicação das técnicas de processamento do sinal, tais como os erros de carácter estatístico, por sobreposição ou dobragem (ou *aliasing errors*) e por efeito de escorregamento, também conhecidos na literatura inglesa por *leakage effect*.

3.2 Tipos de ensaios dinâmicos

Na execução de ensaios dinâmico existem dois objetivos, que diferem entre estruturas novas e antigas. Em estruturas novas avalia-se a sua conformidade com os modelos de projeto, designando-se, neste enquadramento, por ensaios de receção, e estimam-se as repercussões de erros construtivos; e em estruturas antigas avaliam-se os parâmetros de resposta da estrutura a ações estáticas e dinâmicas como, por exemplo, as deformações e os níveis e as frequências de vibração podendo ainda apreciar-se ou verificar-se a capacidade de carga da estrutura.

Os tipos ensaios dinâmicos que se podem realizar são ensaios de vibração forçada, ensaios de vibração livre e ensaios de vibração ambiental. A escolha do tipo de ensaio a realizar deve ser feita em função do objetivo pretendido e dos resultados que se desejam obter, tendo em consideração as características dos equipamentos de excitação, a caracterização experimental e os respetivos custos.

3.2.1 Ensaios de vibração forçada

Os ensaios de vibração forçada baseiam-se na aplicação de uma excitação às estruturas (do tipo aleatório, transitório ou harmónico), utilizando vibradores, em que a excitação pode ser ou não conhecida e/ou controlada na medição do seu efeito sobre a estrutura.

A análise dos resultados obtidos através destes ensaios baseia-se na correlação da excitação aplicada com a resposta medida, como por exemplo, através das funções de resposta em frequência (FRF), a partir das quais é possível obter estimativas das frequências naturais, dos modos de vibração e dos coeficientes de amortecimento modais.

Este tipo de ensaio permite ao utilizador escolher os parâmetros de excitação, tais como a localização da força, conteúdo de frequência excitáveis, amplitude, duração e hora do dia. A amplitude das excitações de vibração forçada pode ser programada de forma a ser mais elevada do que a ambiente ou níveis de ruído eletrónico, para isolar destes as alterações no sistema estrutural (Cunha & Caetano 2012).

Contudo, a estes ensaios está associado um elevado custo, pelo que apenas se realizam com intervalo de tempo muito longos, não permitindo a obtenção de muita informação experimental

sobre o comportamento dinâmico destas obras, ao contrário do que se verifica para o caso de ensaios utilizados para aferir o comportamento estático. Os métodos geralmente utilizados para impor vibrações forçadas são o vibrador mecânico de massas excêntricas, vibradores eletrodinâmicos, vibradores electro-hidráulicos e martelo de impulsos.

Este ensaio (Figura 3.1) foi realizado num sector de arquibancada do Arena Corinthians, em São Paulo, tendo como objetivo verificar a segurança estrutural do estádio, onde se realizou a abertura do Campeonato do Mundo de 2014. Neste ensaio foi aplicada uma carga dinâmica equivalente à vibração de dez mil adeptos (Canônico 2014).



Figura 3.1 - Arena Corinthians: a) o setor de arquibancada do Arena Corinthians; e b) vibrador.

O equipamento foi colocado em baixo da arquibancada, onde se simulou a vibração com frequência e amplitude equivalente aos movimentos de 10 mil adeptos, sendo a capacidade máxima que os setores removíveis nos prédios Norte e Sul, podem suportar. Os resultados dos ensaios foram favoráveis, permitindo a abertura do estádio, na data prevista.

3.2.2 Ensaios de vibração livre

Os ensaios de vibração livre consistem na medição da resposta estrutural em aceleração associada à imposição de um deslocamento inicial à estrutura. Este tipo de ensaio recorre à libertação súbita de uma massa suspensa ou do corte de uma barra tracionada, enquanto que, no caso dos ensaios de vibração forçada, a excitação é aplicada pela imposição de forças. A outra diferença reside no facto de a estrutura depois de sujeita ao impulso, vibrar livremente (Cunha et al. 2010).

O objetivo deste tipo de ensaio é “induzir” a estrutura a vibrar com amplitudes superiores às verificadas devidas à vibração ambiental, permitindo uma melhoria na determinação dos coeficientes de amortecimento, associados a cada modo de vibração, pois induz níveis de vibração mais elevados, quando comparados com os obtidos a partir de ações ambientais.

O ensaio apresentado na Figura 3.2 foi realizado na Ponte Internacional do Guadiana e na estrutura de ampliação da pista do Aeroporto Internacional da Madeira, em que foi utilizada uma massa que tem uma força de 600 kN suspensa no tabuleiro através dos cabos de pré-esforço (Santos 2014).

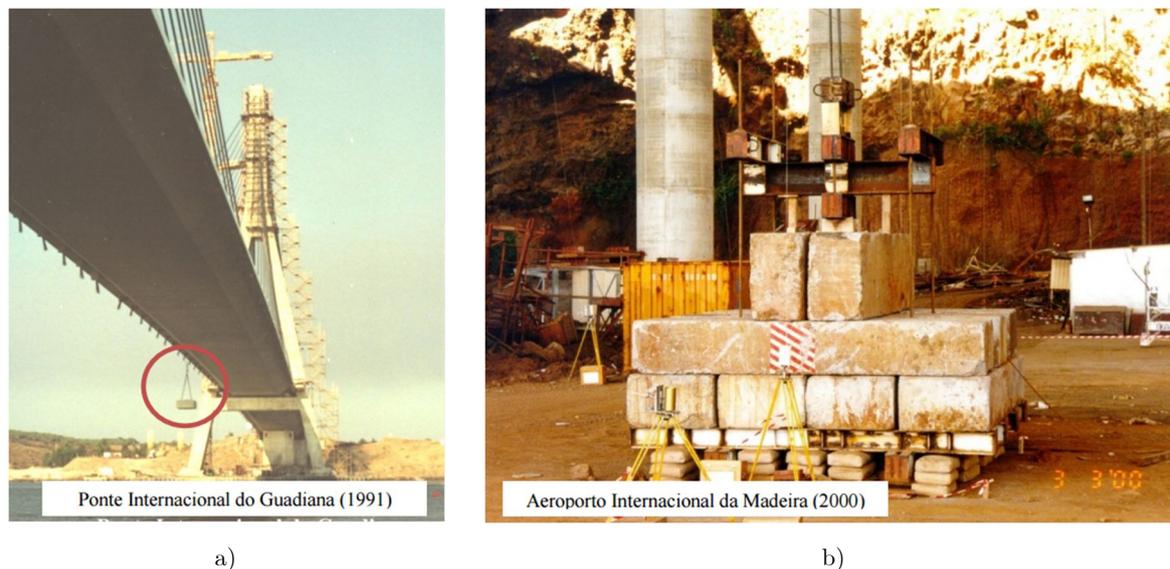


Figura 3.2 - Ensaio de vibração livre: a) Ponte Internacional do Guadiana (1991); e b) Aeroporto Internacional da Madeira (2000).

3.2.3 Ensaios de vibração ambiental

Os ensaios de vibração ambiental baseiam-se na medição da resposta das estruturas em aceleração para as ações a que estão normalmente sujeitas, tais como o vento, o tráfego de veículos que circulem sobre as estruturas ou sismos de baixa intensidade, em pontos criteriosamente escolhidos nas estruturas, a partir das quais são identificados os parâmetros modais, ou seja, frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais.

O recurso a este tipo de ensaios tem crescido nos últimos anos devido às evidentes vantagens económicas e à simplicidade de execução, quando comparados com os ensaios de vibração forçada. Estes ensaios podem ser efetuados sem qualquer interrupção do funcionamento normal da estrutura, pois são as próprias ações decorrentes desse funcionamento que constituem as fontes de excitação dinâmica que induzem as respostas que são medidas, no entanto não existe qualquer controlo sobre a excitação, inviabilizando a sua medição de forma determinística (Cunha et al. 2010).

3.2.4 Escolha do tipo de ensaio

O tipo de ensaio a realizar depende do tipo de informação pretendida, o tipo de estrutura e as condições existentes. A técnica a utilizar depende do objetivo, ou seja, se quer avaliar uma

situação pontual sob condições específicas, se o objetivo é avaliar a estrutura durante um período de tempo determinado em serviço ou com cargas particulares, se pretende obter dados contínuos. Para tal há que definir a técnica de ensaio entre as apresentadas em seguida.

3.2.4.1 Metodologias de ensaios

Os ensaios podem ser realizados em apenas uma fase ou por várias fases. Quando são realizados numa só fase, consistem na medição simultânea das vibrações em vários pontos, para uma determinada excitação, ou seja, os sensores encontram-se distribuídos por toda a estrutura e para uma determinada vibração, seja forçada, livre ou ambiental, os dados são lidos no mesmo instante em todos os sensores. Em seguida, apresentam-se dois esquemas, sendo que o primeiro representa uma única fase de ensaio (Figura 3.3) e o segundo mostra várias fases de ensaio (Figura 3.4).

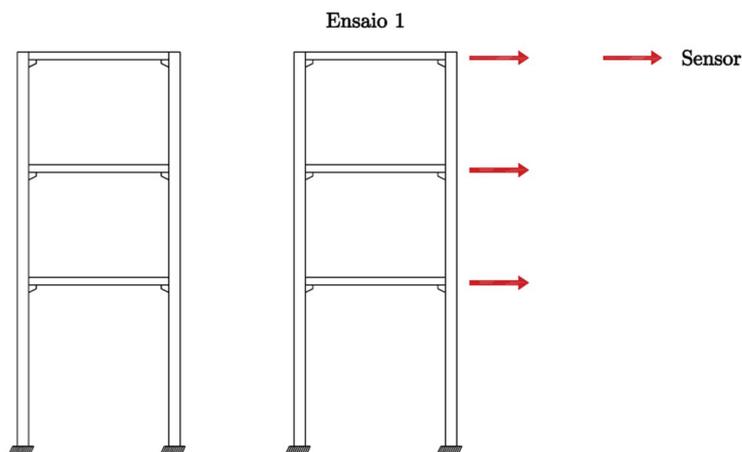


Figura 3.3 - Exemplo de ensaio realizado numa única fase.

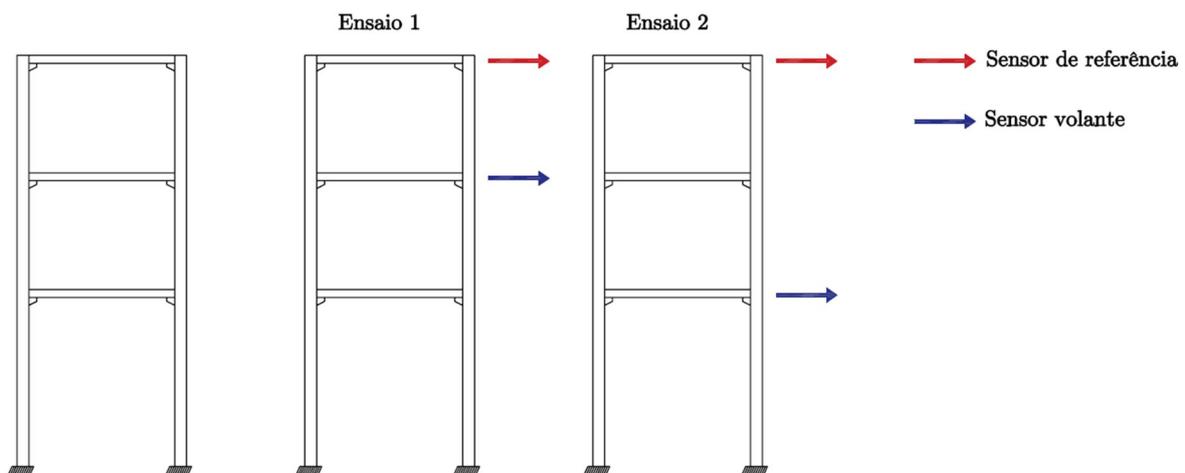


Figura 3.4 - Exemplo de ensaio realizado em várias fases.

Quando os ensaios são realizados em várias fases é necessário ter alguns cuidados com a sua realização, nomeadamente evitar posicionar os sensores de referência em locais da estrutura correspondentes a nodos dos modos de vibração (i. e. com pontos com deslocamento modal

nulos). Neste tipo de metodologia de ensaio são utilizados sensores de referência, com posição fixa, e sensores móveis ou volantes, que mudam de posição ao longo de todas as fases de ensaio.

A obtenção da forma dos modos de vibração baseia-se no estabelecimento de correlações normalizadas entre os pontos onde são colocados os sensores de referência com os pontos onde são colocados os sensores móveis.

No âmbito deste trabalho foi desenvolvida uma rotina de programação em MATLAB que permitiu, para o caso do exemplo em análise no capítulo 5, obter as configurações modais a partir de ensaios realizados recorrendo a diversas fases.

3.2.4.2 *Monitorização dinâmica permanente*

A tecnologia associada à realização de ensaios de vibração ambiental tem contribuído para o desenvolvimento da instrumentação associada à observação do comportamento dinâmico de protótipos, assim como das técnicas de aquisição e processamento de dados, tendo-se registado, nos últimos anos, a instalação de diversos sistemas de observação permanente, do comportamento dinâmico de grandes obras (Mendes 2010; Cunha et al. 2010; Oliveira et al. 2011), com o objetivo de obter um número representativo de estudos experimentais fiáveis, com base nos quais se espera ser possível calibrar e verificar devidamente a fiabilidade dos modelos existentes para análise do comportamento dinâmico dessas obras (Oliveira et al. 2011).

A monitorização dinâmica permanente (ou realização de ensaios de vibração ambiental em contínuo) encontra-se ainda numa fase evolutiva, que muito provavelmente evoluirá com o objetivo de fornecer dados da observação das obras que permitam efetuar a verificação da respetiva segurança em tempo real, através da comparação com resultados de modelos numéricos (Mendes 2010; Oliveira et al. 2011).

Atualmente, com a informação experimental que se vem obtendo, a partir desses sistemas de observação permanente, é possível dar contributos para a evolução/aperfeiçoamento das hipóteses adotadas em modelos numéricos para análise do comportamento de estruturas de grande complexidade (Oliveira et al. 2011).

Esses sistemas, também, são utilizados para caracterizar ações sísmicas de elevada intensidade e a resposta das obras a essas ações, funcionando assim como ferramentas muito interessantes para o controlo da sua segurança sísmica em serviço e em estudos de caracterização de processos de deterioração evolutiva (Mendes 2010).

3.3 Preparação e realização de ensaios de vibração ambiental

Os ensaios de vibração ambiental consistem na medição da resposta das estruturas (usualmente através de séries temporais de aceleração), em relação às ações dinâmicas a que estas estão

sujeitas, designadas usualmente por ações ambiente como é o caso da ação do vento, do tráfego pedonal e de viaturas, etc.

No entanto, para sua realização tem de se ter em conta diversos pressupostos tais como: a análise depende das excitações ambientais, e estas usualmente induzem baixas amplitudes de vibração, por isso deve-se ter em conta a sensibilidade dos transdutores e a resolução dos sistemas de aquisição de dados, de modo a garantir que existam condições para uma adequada caracterização experimental.

O sucesso da realização deste tipo de ensaios envolve um importante trabalho prévio de preparação e um adequado planeamento dos mesmos. Assim, nesta secção, abordam-se alguns dos principais aspetos a ter na preparação e realização destes ensaios, nomeadamente, discute-se o processo de seleção do tipo de equipamento a utilizar, referem-se os principais cuidados a ter no pré-processamento e processamento da informação experimental adquirida nos ensaios e introduzem-se os principais métodos utilizados para identificar os parâmetros modais a partir dessa informação experimental.

3.3.1 Sistemas de aquisição de dados e acelerómetros

O sistema de aquisição de dados representa o processo onde a informação recolhida a partir dos sensores, é condicionada e convertida em formato digital, normalmente, e transmitida para um computador para posterior análise e interpretação (Aktan & Catbas 2003).

Ou seja, antes de se efetuar qualquer análise, a vibração tem de ser convertida num sinal elétrico, sendo essa tarefa desempenhada pelos sensores que convertem uma forma de energia noutra mais perceptível e fácil de analisar.

No mercado existem diversos tipos de equipamentos para a medição de acelerações, apresentando-se na Tabela 3.1, alguns dos equipamentos para aquisição de sinais de aceleração, neste caso, compatíveis com acelerómetros do tipo *force balance* (adequados para ensaios em estruturas de engenharia civil, envolvendo a caracterização experimental de baixas frequências).

Tabela 3.1 - Características de alguns equipamentos para aquisição de sinais de aceleração compatíveis com acelerómetros *force balance*.

	<p>Marca: Kinometrics (https://www.kinmetrics.com)</p> <p>Modelo: Quanterra Q330</p> <p>Resolução da placa de ADC: 32 Bits</p> <p>Memória: 32 MB</p> <p>Transdutores: família kinometrics</p>
	<p>Marca: Kinometrics (https://www.kinmetrics.com)</p> <p>Modelo: Granite</p> <p>Resolução da placa de ADC: 24 Bits</p> <p>Memória: Interna até 64 GB</p> <p>Transdutores: família kinometrics</p>
	<p>Marca: Kinometrics (https://www.kinmetrics.com)</p> <p>Modelo: Etna 2</p> <p>Resolução da placa de ADC: 24 Bits</p> <p>Memória: Cartão de memória de 16GB</p> <p>Transdutores: família kinometrics</p>
	<p>Marca: Geosig (https://www.geosig.com)</p> <p>Modelo: GMS Plus 6</p> <p>Resolução da placa de ADC: 24 Bits</p> <p>Memória: Cartão de memória até 128 GB</p> <p>Transdutores: família geosig</p>
	<p>Marca: Guralp (https://www.guralp.com)</p> <p>Modelo: DM24S6EAM</p> <p>Resolução da placa de ADC: 24 Bits</p> <p>Memória: até 128 GB</p> <p>Transdutores: família guralp</p>

Quando os transdutores convertem as oscilações provocadas pelas vibrações em acelerações chamam-se acelerómetros. Na Tabela 3.2 apresentam-se alguns dos acelerómetros do tipo “force balance”.

Tabela 3.2 - Características de alguns acelerômetros de tipo "force balance".

	<p>Marca: Kinemetrics (https://www.kinmetrics.com)</p> <p>Modelo: Episensor ES- U2 (uniaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: configurável em $\pm 0,25g$, $\pm 0,5g$, $\pm 1g$, $\pm 2g$ ou $4g$</p> <p>Gama dinâmica: < 140 dB</p> <p>Resposta dinâmica: de DC até 200 Hz</p>
	<p>Marca: Kinemetrics (https://www.kinmetrics.com)</p> <p>Modelo: Episensor ES- T (triaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: configurável em $\pm 0,25g$, $\pm 0,5g$, $\pm 1g$, $\pm 2g$ ou $4g$</p> <p>Gama dinâmica: < 155 dB</p> <p>Resposta dinâmica: de DC até 200 Hz</p>
	<p>Marca: GeoSig (https://www.geosig.com)</p> <p>Modelo: AC-7x</p> <p>Gama de amplitudes: configurável em $\pm 0,5g$, $\pm 1g$, $\pm 2g$, $\pm 3g$ ou $4g$</p> <p>Gama dinâmica: 165 dB</p> <p>Resposta dinâmica: de DC até 200 Hz</p>
	<p>Marca: Guralp (https://www.guralp.com)</p> <p>Modelo: CMG - 5U (uniaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: configurável em $\pm 0,1g$, $\pm 0,5g$, $\pm 1g$ ou $\pm 2g$</p> <p>Gama dinâmica: < 127 dB</p> <p>Resposta dinâmica: de DC até 100 Hz</p>
	<p>Marca: Guralp (https://www.guralp.com)</p> <p>Modelo: CMG - 5TC (triaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: configurável em $\pm 0,1g$, $\pm 0,5g$, $\pm 1g$, $\pm 2g$ ou $\pm 4g$</p> <p>Gama dinâmica: > 140 dB</p> <p>Resposta dinâmica: de DC até 100 Hz</p>

Apresentam-se na Tabela 3.3, alguns acelerômetros de outro tipo, neste caso do tipo piezoelétrico.

Tabela 3.3 - Características de alguns acelerómetros piezoelétricos.

	<p>Marca: PCB Piezotronics (http://www.pcb.com)</p> <p>Modelo: 333B50 (uniaxial)</p> <p>Sensibilidade: $102 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$</p> <p>Resposta dinâmica: 0,5 até 3000 Hz</p>
	<p>Marca: PCB Piezotronics (http://www.pcb.com)</p> <p>Modelo: 356A17 (triaxial)</p> <p>Sensibilidade: $51 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$</p> <p>Resposta dinâmica: 1 até 3000 Hz</p>
	<p>Marca: Brüel & Kjaer (http://www.bksv.com)</p> <p>Modelo: 4507-002 (uniaxial)</p> <p>Sensibilidade: $100 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$</p> <p>Resposta dinâmica: 0,3 até 6000 Hz</p>
	<p>Marca: Brüel & Kjaer (http://www.bksv.com)</p> <p>Modelo: 4524 (triaxial)</p> <p>Sensibilidade: $100 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$</p> <p>Resposta dinâmica: 0,25 até 3000 Hz</p>

Para a aquisição de sinais de aceleração utilizando acelerómetros piezoelétricos, existe equipamento específico que se apresenta na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Características de alguns equipamentos para aquisição de sinais de aceleração compatíveis com acelerómetros piezoelétricos.

	<p>Marca: Oros (http://www.oros.com)</p> <p>Modelos: OR34, OR35, OR36, OR38 e Mobi-Pack</p> <p>Nº canais de medição: 2 a 1000 canais</p>
	<p>Marca: Brüel & Kjaer (http://www.bksv.com)</p> <p>Modelos: Lan-XI</p> <p>Nº de canais de medição: 2 a 1000 canais</p>

O princípio de funcionamento de diversos transdutores de aceleração, baseia-se em cristais piezoelétricos, que depois de sujeitos à compressão geram um pequeno sinal elétrico proporcional à aceleração.

Quando se encontra em funcionamento, o transdutor acompanha a vibração transmitida pela estrutura em estudo, a massa no interior do transdutor tende a manter-se estacionária no espaço. Um transdutor sensível à aceleração denomina-se por acelerómetro e este é fixado numa superfície em movimento, onde haverá um deslocamento provocado pelos vibradores que dão origem ao movimento.

A seleção do sistema a utilizar deve ser fundamentada no tipo, na quantidade e no condicionamento de sinal necessário para cada um dos sensores aplicados. Consoante o tipo de sinal emitido pelos sensores, a aquisição de dados deve ser desenvolvida de forma a disponibilizar ao sistema a quantidade de canais de comunicação necessários, com capacidade para o condicionamento de sinal adequadas ao bom desempenho de todo o sistema.

3.3.2 Planeamento e realização de ensaios

A preparação de ensaios de vibração ambiental segue, normalmente, um rigoroso planeamento, onde se definem os objetivos do ensaio e se realiza uma análise preliminar da estrutura. Esta análise baseia-se no desenvolvimento de um modelo numérico preliminar, cujo objetivo é a avaliação inicial das configurações dos principais modos de vibração da estrutura em estudo (normalmente os primeiros) e respetivas frequências naturais.

Para a construção desse modelo são utilizadas as peças desenhadas com a geometria da estrutura e demais elementos do projeto com informação relevante para a concretização do mesmo. O desenvolvimento desse modelo numérico preliminar assume um papel importante, nomeadamente, para ajudar a definir o valor a utilizar como frequência de amostragem, o número de pontos a instrumentar e a localização dos pontos a medir, de maneira a garantir que as frequências naturais e as formas dos modos de interesse sejam convenientemente caracterizados com os ensaios a realizar.

Pode ainda ser útil efetuar uma visita preliminar à estrutura, para reconhecimento da mesma, através de inspeção visual e registo fotográfico, podendo essa informação ser relevante para o posicionamento final dos sensores e passagem dos cabos no processo de instrumentação (Mendes 2010).

Este tipo de ensaio requer uma cuidada preparação do trabalho de campo, garantindo uma boa articulação com o dono de obra e outros intervenientes, uma adequada escolha da metodologia do ensaio (atendendo ao que foi descrito na secção 3.2.4) e uma cuidadosa seleção do equipamento e verificação do seu funcionamento, bem como a verificação da amplitude das

vibrações (ensaio preliminar) e finalmente uma adequada parametrização do sistema de aquisição de dados (Girard & Roy 2007).

É de salientar que no processo de parametrização final do sistema é usual procederem-se a alguns ajustes nomeadamente, deve-se ter especial atenção na definição do comprimento dos registos a medir, visto que afetam a resolução em frequência e os erros de variância associados aos sinais medidos. Para obter uma boa resolução de frequência é vital utilizar janelas de dados com elevado comprimento e para minimizar os erros de variância dos sinais medidos é necessário efetuar muitas médias (Bendat & Piersol 2000).

Neste contexto, é possível efetuar muitas médias utilizando janelas de dados compridas, adquirindo séries temporais com um grande comprimento, sendo prática usual sobrepor as janelas de dados entre $1/2$ a $2/3$, para efetuar mais médias. O comprimento dos registos pode seguir uma regra empírica que define uma duração de 2000 ciclos do modo com período mais longo (obtido na primeira frequência natural), no entanto esta regra dá apenas uma primeira indicação (Rodrigues 2004).

3.3.3 Pré-análise das séries temporais de aceleração

Na realização de ensaios de vibração ambiental podem ocorrer um conjunto de eventos/interferências durante o processo de aquisição dos dados, pelo que é usual dedicar algum tempo a efetuar uma pré-análise das séries temporais obtidas. Geralmente, essa pré-análise é concretizada em duas fases, a inspeção visual e o pré-processamento das séries, as quais se descrevem brevemente em seguida.

3.3.3.1 *Inspeção visual às séries temporais de aceleração*

Na primeira fase da pré-análise das séries temporais de aceleração é usual proceder-se à inspeção visual das mesmas, de maneira a tentar verificar um conjunto de aspetos (Ventura & Horyna 2000; Brincker, Ventura, et al. 2001), dos quais se destacam os seguintes:

- Eventos físicos nas histórias de acelerações;
- Existência de ruído instrumental excessivo ou ruído intermitente;
- Existência de “contaminação” electromagnética;
- Existência de tendências espúrias;
- Existência de quebras no sinal;
- Existência de medições erráticas (um ou mais valores);
- Existência de ruído digital excessivo.

Caso sejam detetados alguns dos aspetos referidos anteriormente, é necessário proceder a um pré-processamento da informação experimental que atenua ou elimine essas anomalias, e que ajude a evidenciar os aspetos importantes que se encontravam dissimulados.

3.3.3.2 *Pré-processamento das séries temporais de aceleração*

Atendendo que a observação experimental de uma determinada grandeza pode ser desvirtuada pela ocorrência de erros na fase de aquisição e processamento de sinal, ou então por fontes exteriores ao sistema estrutural analisado é fundamental prevenir o aparecimento, antes da amostragem, e proceder à eliminação ou atenuação, após a amostragem, das componentes do sinal que não sejam intrínsecas da grandeza física observada ou que se revelem inúteis ou prejudiciais para a análise a desenvolver, pelo que, usualmente, se recorre à utilização de filtros (Mendes 2010; Brincker & Ventura 2015):

- Remoção de valores extremos;
- Aplicação de fatores de escala aos sinais medidos;
- DC – Remoção da média e de tendências (variações térmicas);

Um outro aspeto importante da aplicação de filtros, é a remoção de tendências existentes nos sinais. Após amostragem, verifica-se por vezes a existência de um desvio relativamente ao zero das amplitudes (*off-set*), o qual se deve à não estabilização completa do sensor durante o intervalo de observação. Se não for eliminado este tipo de tendência pode introduzir algumas perturbações durante a fase de processamento. Usualmente, a remoção deste tipo de tendências é efetuada através de um ajuste por mínimos quadrados de uma função polinomial. Para proceder à remoção destas tendências utiliza-se a função *detrend* do programa MATLAB, que promove a eliminação de tendências lineares e *offset*.

- Obtenção de médias;
- Aplicação de decimação (por exemplo 200Hz para 50Hz);
- Filtragem do sinal.

A decimação é aplicada nos casos em que se pretende reduzir os tamanhos das séries temporais para análises posteriores. A decimação consiste em escolher um conjunto de dados, considerando uma frequência de amostragem inferior, e eliminar as restantes.

A filtragem do sinal permite modificar e/ou condicionar a distribuição em frequência de um sinal, excluindo o conteúdo energético de certas partes do sinal onde tal energia é inconveniente quando este é observado no domínio da frequência. Nesta perspetiva, em termos globais, existem três tipos de filtros ideais dependendo das bandas de frequência a eliminar (Mendes 2005):

- Filtro ideal *passa alto*, é um filtro que atenua as frequências desde a frequência zero até uma determinada frequência de corte e deixa passar as frequências imediatamente a seguir. Este tipo de filtro é útil na eliminação do ruído nas baixas frequências, como por exemplo, em determinados transdutores que são notavelmente ruidosos nas baixas frequências ou apresentam “offset” (ver Figura 3.5 (a)).
- Filtro ideal *passa baixo*, possui características contrárias às do anterior, ou seja, deixa passar todas as frequências, desde zero até uma determinada frequência de corte e atenua infinitamente todas as frequências acima da frequência de corte. Devido às suas características apresenta vantagem como elemento condicionador de sinal, assegurando a eliminação de ruído acima de uma determinada frequência (ver Figura 3.5 (b)).

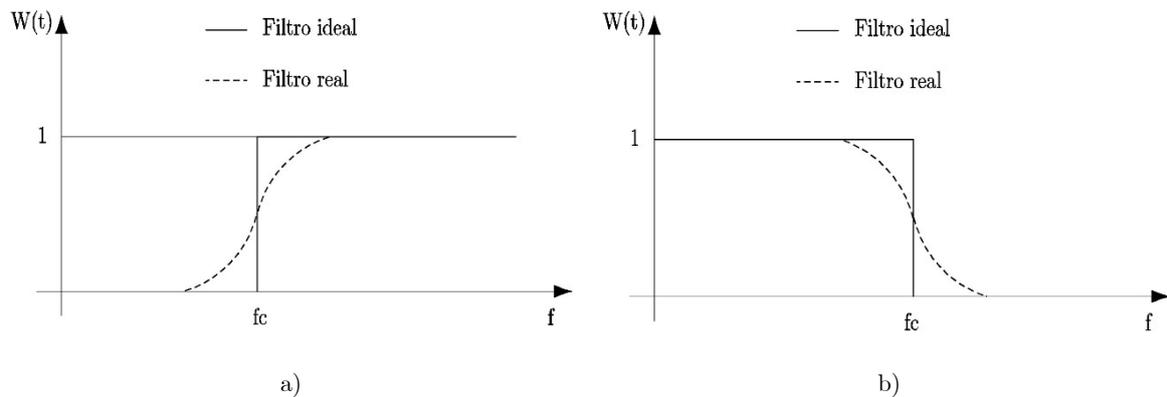


Figura 3.5 - Funções de transferência de filtros: a) Filtro ideal *passa alto*, com frequência de corte f_c ; e b) Filtro ideal *passa baixo*, com frequência de corte f_c .

- Filtro ideal *passa banda*, resulta da combinação dos dois filtros referidos anteriormente, apresentando características que atenuam infinitamente todas as frequências fora de uma determinada banda e deixa passar, com atenuação nula, as frequências contidas nessa banda. É útil para eliminar fontes de ruído previamente conhecidas (ver Figura 3.6).

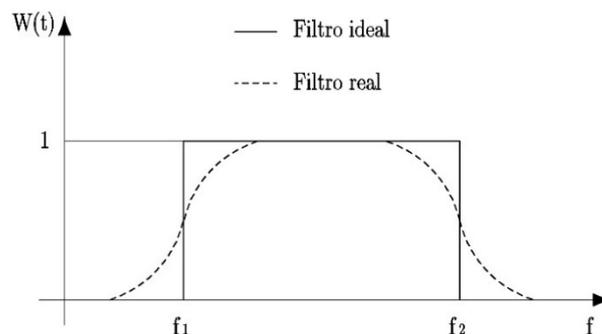


Figura 3.6 - Funções de transferência de um filtro ideal *passa banda*, para frequências entre f_1 e f_2 .

Apesar de todos os benefícios retirados da utilização de filtros quer na sua forma analógica, quer na forma digital, deve se ter uma noção prévia da natureza do sinal que se pretende extrair

e do tipo de ruído que se pretende eliminar, caso contrário pode originar resultados incorretos (Rodrigues 2004).

3.3.4 Processamento das séries temporais de aceleração

Após o pré-processamento da informação obtida experimentalmente, onde se procedeu à aplicação dos filtros, procura-se agora caracterizar a resposta dinâmica recorrendo aos métodos de identificação modal.

Para avaliar o comportamento dinâmico de uma estrutura é de boa prática a utilização de mais do que um método de identificação modal, pois os resultados da aplicação de dois ou mais métodos permitem uma validação mútua. Pode-se até recomendar a utilização de métodos de diferentes tipos, por exemplo, no domínio do tempo e outro no domínio da frequência (Mendes 2010).

No capítulo 4 serão apresentados alguns métodos de identificação modal no domínio da frequência e no domínio do tempo, onde se descrevem os principais aspetos de processamento inerentes à implementação dessas metodologias. Nesta secção apresentam-se e discutem-se alguns dos erros que podem ocorrer durante o processamento e mostra-se a importância de recorrer à utilização de janelas de dados para melhorar o resultado proveniente do processamento.

3.3.4.1 Erros

Durante todo o processo referente à estimativa do conteúdo espectral são cometidos diversos erros provenientes quer do processo de medição quer da aplicação das técnicas de processamento de sinal. Esses erros têm origens ou causas distintas podendo-se agrupar em três grupos:

- Erros de carácter estatístico

Os erros de carácter estatístico que derivam da instabilidade estatística da estimativa, os quais podem ser reduzidos através do que é usual designar-se por alisamento. As operações de alisamento são, fundamentalmente, operações de média de conjunto aproximando-se, assim, da operação valor expectável e tornando, deste modo, as estimativas consistentes.

Este tipo de erros, podem ser designados por erros de viés se forem do tipo sistemático, se forem do tipo aleatório são designados por erros de variância.

Quando se utilizam métodos discretos surgem erros associados aos arredondamentos que se verificam durante a realização dos diversos cálculos, não apenas devidos à quantificação efetuada nos conversores analógico/digital.

Este tipo de erro, normalmente, é considerado como ruído sobreposto às estimativas calculadas.

- Erros por sobreposição – *Aliasing errors*

Estes tipos de erros resultam do processo de amostragem (conversão A/D). Surge quando uma componente com uma frequência superior à frequência de Nyquist aparece incorretamente na série discreta como tendo uma frequência inferior. Estes fenómenos podem ser reduzidos através do aumento da frequência de amostragem. No entanto, esta é uma técnica que não é completamente fiável, devido ao desconhecimento do conteúdo espectral do sinal temporal. No entanto, este pode ser evitado de uma forma mais fiável, introduzindo um filtro analógico antes que este seja digitalizado, também designado por filtro *anti-aliasing*, que remove as frequências mais altas do sinal (Mendes & Oliveira 2008).

Outra forma de resolver o problema consiste em proceder à filtragem digital do sinal, ao nível do pré-processamento, e seguidamente a uma decimação para a gama de frequências pretendida para a análise.

- Erros por efeito de escorregamento – *Leakage effect*

Estes erros estão associados ao carácter finito das séries temporais e consistem num fenómeno que tem como consequência a distribuição da energia contida numa determinada frequência, por uma banda de frequências adjacentes a esta, fazendo com que a amplitude seja subestimada. Uma das técnicas utilizadas para reduzir o erro de *leakage* consiste na aplicação de janelas de dados ou janelas de processamento de sinal (Heylen et al. 2007).

A aplicação de janelas de dados reduz as descontinuidades do sinal periodizado nas fronteiras do tempo de amostragem, ou seja, as janelas de dados ao serem aplicadas às séries temporais, introduzem neles, valores de zero no início e no fim do registo, para que o sinal possua um número inteiro de ciclos, minimizando-se assim o efeito de *leakage* (Caetano 1992). O uso de janelas de dados permite não só reduzir o fenómeno de *leakage* como o impacto de máximos laterais, no entanto não podem ser ambos atenuados, por isso procura-se o melhor compromisso entre resolução e deteção. Sendo o tema das janelas de dados abordado no ponto seguinte.

3.3.4.2 *Janelas de dados*

Como se viu anteriormente, as janelas de dados são utilizadas para atenuar alguns erros de processamento, como é o caso do efeito de *leakage*, assim como outros efeitos do mesmo género, como por exemplo o fenómeno de Gibbs (Pan 2001).

Na literatura da especialidade podem ser encontrados diversos tipos de janelas de dados. Dependendo do tipo de aplicação algumas podem ter uma maior utilidade do que outras. De seguida descrevem-se algumas dessas janelas que são mais utilizadas e referenciadas no âmbito da sua implementação em métodos de identificação modal, apresentando-se na Figura 3.7 um esquema representativo de algumas dessas janelas de dados.

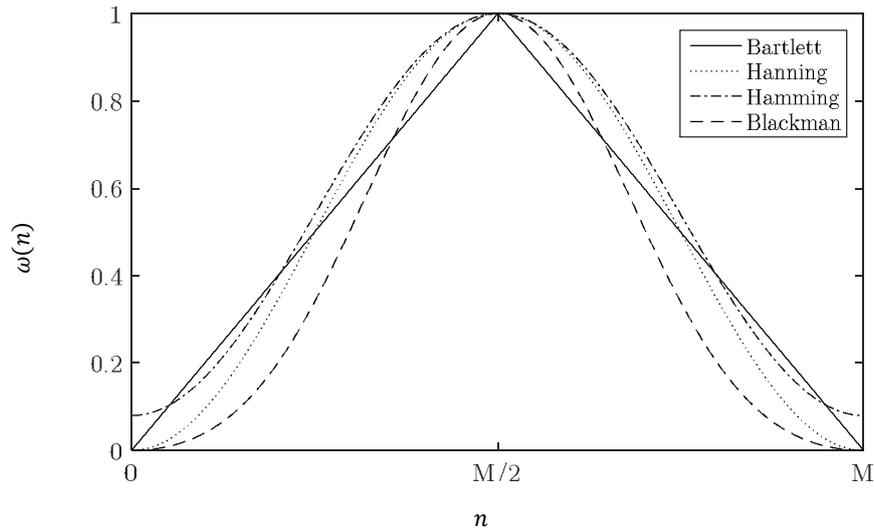


Figura 3.7 - Diferentes tipos de janelas de dados.

- Janela de dados de Bartlett

A janela de Bartlett ou triangular sugeriu uma transição mais suave para evitar o fenômeno de Gibbs (ver Figura 3.8). Isso seria conseguido através de uma janela triangular definida pela equação (3.1).

$$\omega(n) = \begin{cases} \left(\frac{2n}{M}\right), & 0 \leq n \leq \frac{M}{2}, \\ 2 - \left(\frac{2n}{M}\right), & \frac{M}{2} \leq n \leq M, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

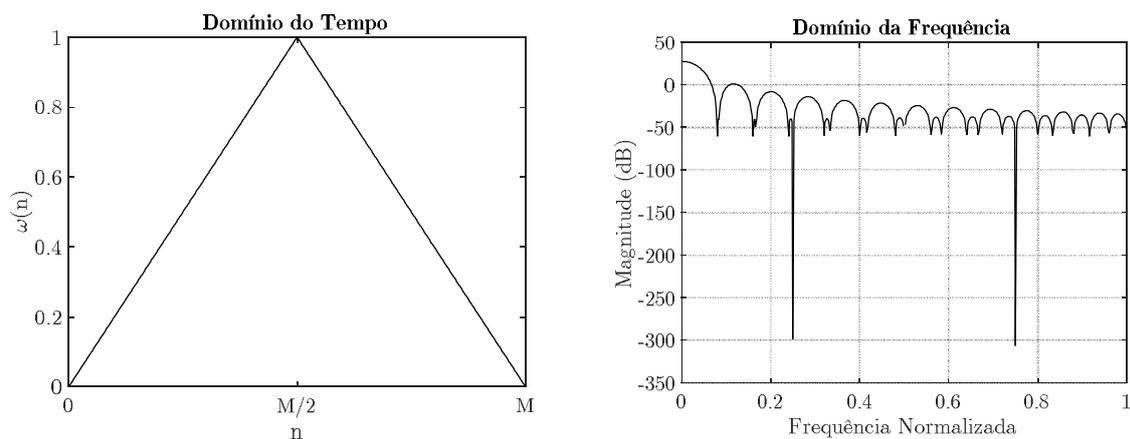


Figura 3.8 - Janela de dados de Bartlett ou triangular.

- Janela de dados de Hanning

A janela de Hanning possui uma forma similar a meio ciclo de uma forma de onda cossenoidal.(ver Figura 3.9) Quando possui comprimento M é definida pela equação (3.2).

$$\omega(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{M} \right) \right), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.2)$$

A janela de Hanning é útil para a análise de transientes maiores que o tempo de duração da janela e também para aplicações de objetivos gerais.

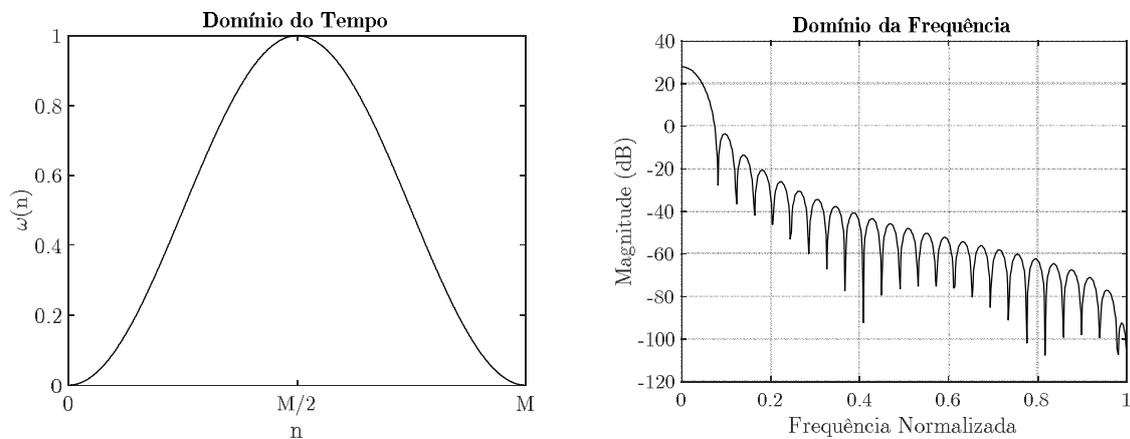


Figura 3.9 - Janela de dados de Hanning.

- Janela de dados de Hamming

Esta janela é uma versão melhorada da janela de Hanning, possuindo uma forma, também, semelhante a uma onda cossenoidal (ver Figura 3.10). Quando possui comprimento M é definida pela equação (3.3).

$$\omega(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \left(\frac{2\pi n}{M} \right), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.3)$$

As janelas de Hanning e de Hamming são semelhantes, no entanto, deve ser observado que no domínio do tempo, a janela de Hamming não se aproxima do valor zero nas extremidades como a janela de Hanning. Este tipo de janelas apresenta maior atenuação das oscilações de Gibbs se comparadas às janelas triangulares.

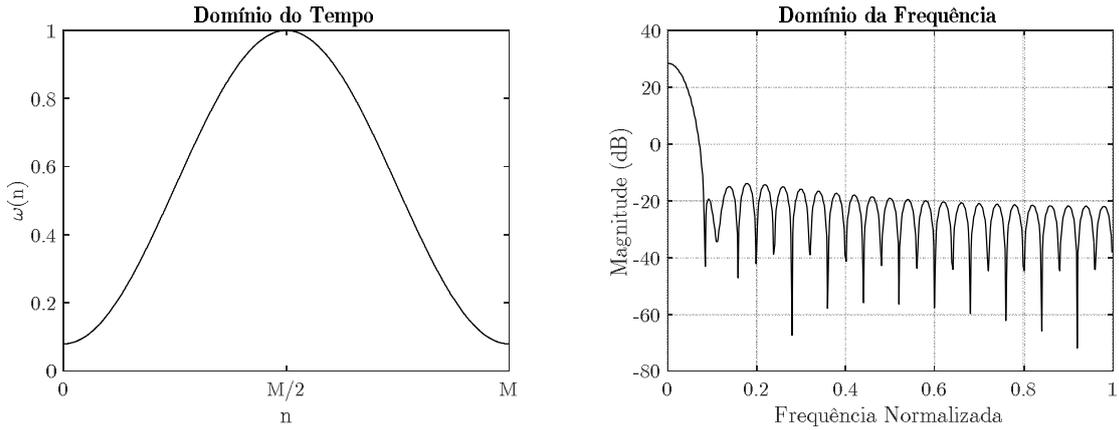


Figura 3.10 - Janela de dados de Hamming.

- Janela de dados de Blackman

A janela de Blackman é obtida a partir de modificações na janela de Hamming (ver Figura 3.11), sendo definida pela equação (3.4):

$$\omega(n) = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{M}\right), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

Comparada com as janelas anteriores, a de Blackman apresenta características como menor ondulação na faixa de passagem e maior atenuação na banda de rejeição.

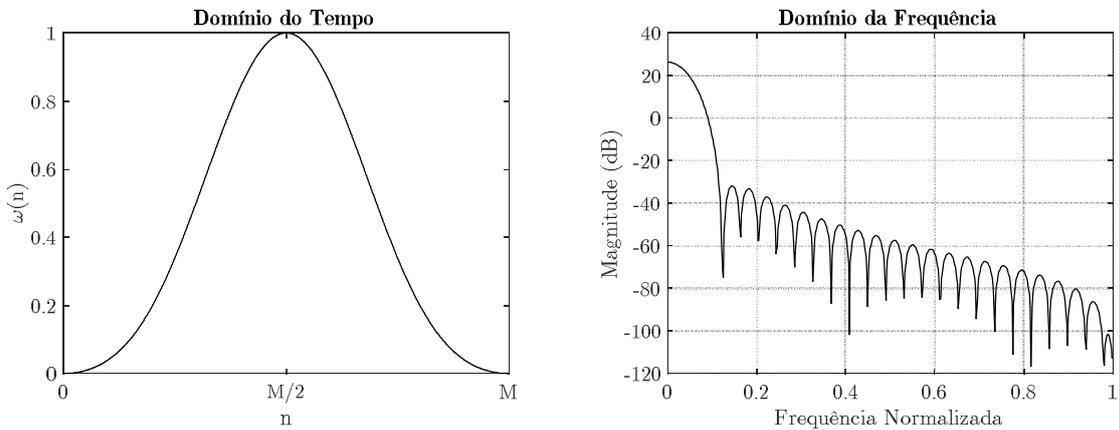


Figura 3.11 - Janela de dados de Blackman.

3.3.5 Interpretação de resultados experimentais e comparação com resultados numéricos

É fundamental a comparação entre os modelos numéricos com resultados experimentais, obtidos através de métodos de identificação modal, visto que facilita a interpretação e validação dos resultados experimentais obtidos. Permite ainda calibrar e validar os modelos numéricos

existentes, nomeadamente o modelo preliminar que serviu de base para a preparação dos ensaios.

Após este processo de calibração e validação dos modelos numéricos, é possível elaborar análises de previsão do comportamento futuro das obras. Este tipo de estudo de previsão é essencial no âmbito das atividades de controlo de segurança das obras existentes.

3.4 Considerações finais

Neste capítulo foram descritos os diversos tipos de ensaios dinâmicos: ensaio de vibração forçada, vibração livre e vibração ambiental, onde se mostrou a importância que têm na caracterização do comportamento dinâmico das estruturas. Os ensaios de vibração ambiental foram os mais explorados neste capítulo, pois foram utilizados no âmbito deste trabalho.

Este tipo de ensaios, baseia-se apenas na medição da resposta das estruturas, usualmente em termos de histórias de aceleração, a partir das quais é possível obter os parâmetros modais da estrutura (depois de transformadas para o domínio da frequência, como se verá no capítulo 4), tornando-os por essa razão mais interessantes em termos práticos e económicos. O que motivou importantes desenvolvimentos, quer ao nível dos sistemas de aquisição e dos sensores (os quais apresentam cada vez mais sensibilidade), quer ao nível das metodologias de análise de sinal, utilizados para a realização destes ensaios.

Relativamente aos sistemas de aquisição de dados e acelerómetros foram apresentados os modelos mais recentes (disponíveis no mercado), indicando-se, essencialmente, a sua gama dinâmica e a sua sensibilidade, respetivamente.

Para além de uma boa escolha de equipamento, também é essencial um bom planeamento para realização dos ensaios de vibração ambiental. Neste sentido, apresentaram-se e discutiram-se os principais aspetos associados, nomeadamente: em termos das metodologias de ensaio; definição da frequência de amostragem a utilizar; número de pontos a instrumentar e a sua localização. Mostrando-se a importância do desenvolvimento de modelos numéricos para ajudar a definir alguns dos parâmetros descritos anteriormente, permitindo assim obter uma visão mais abrangente dos resultados que se espera obter.

Também se mostrou que os processos referentes à realização dos ensaios de vibração ambiental e à pré-análise dos dados adquiridos podem envolver diversos tipos de eventos/interferências. Neste contexto, foram abordados os principais conceitos associados, e que, usualmente, são tidos na pré-análise e o pré-processamento das séries temporais de aceleração adquiridas nestes ensaios, onde também se tenta evidenciar as possíveis anomalias e como estas se podem minimizar. Ainda neste enquadramento, apresentaram-se alguns dos filtros ideais, que permitem a modificação e/ou condicionamento da distribuição em frequência de um sinal já digitalizado.

Por último, abordaram-se alguns aspetos referentes ao processamento inicial das séries temporais de aceleração, antes da aplicação dos métodos de identificação modal, alertando para os possíveis erros que possam existir nessa fase, tais como os erros por sobreposição (*Aliasing errors*) e os erros por efeitos de escorregamento (*Leakage effect*). Para o caso dos últimos mostrou-se que estes podem ser atenuados recorrendo à aplicação de janelas de dados, que permitem suavizar as zonas de transição, onde existem descontinuidades, reduzindo assim o designado fenómeno de Gibbs. Neste contexto foi mostrado o efeito dessas janelas recorrendo a exemplos provenientes de rotinas desenvolvidas em MATLAB.

4

MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL

4.1 Considerações iniciais

A possibilidade de obter experimentalmente informações sobre as características dinâmicas das estruturas permite a validação dos modelos utilizados para avaliar o comportamento dessas mesmas estruturas relativamente às ações que lhe induzem uma resposta dinâmica, tais como os sismos, vento, tráfego rodoviário, ferroviário ou pedonal. O interesse da aplicação destes métodos também engloba a caracterização global do estado da estrutura, visto que as propriedades dinâmicas estão diretamente relacionadas com a evolução deste estado, permitindo o estudo de fenómenos de deterioração evolutiva (Mendes 2010).

A identificação das características dinâmicas das estruturas pode ser realizada por duas vias: relacionando a resposta medida da estrutura com a correspondente excitação imposta, também medida, ou analisando apenas a resposta da estrutura, assumindo que a excitação é do tipo ambiental com características de ruído branco. Para as estruturas de engenharia civil, que em geral são de grande dimensão, a segunda via é mais interessante, pois evita o recurso a equipamento de excitação pesado, que estão associados a elevados custos (Brincker et al. 2000; Brincker, Zhang, et al. 2001).

Neste capítulo são apresentados vários métodos de identificação modal que se baseiam somente na análise da resposta medida. Tendo em conta o facto de nos ensaios de vibração ambiental, não existir controlo sobre as forças de excitação, nem existir a possibilidade de as conhecer ou medir, para efeitos de identificação modal é necessário assumir que as forças de excitação são

consideradas como uma realização de um processo estocástico gaussiano de tipo ruído branco com média nula.

A apresentação dos diversos métodos e conceitos baseia-se numa abordagem assente em exemplos gráficos que se obtêm, recorrendo a várias rotinas desenvolvidas em MATLAB (The MathWorks 2016), no âmbito deste trabalho, utilizando como base a informação gerada numericamente para o modelo matemático do pórtico de 2 pisos, utilizado no capítulo 2.

O capítulo termina com a apresentação de um estudo de caso, envolvendo a análise modal de um modelo físico de um edifício de 2 pisos em betão armado, tendo por base a informação experimental obtida através da realização de um ensaio de vibração ambiental e o desenvolvimento de um modelo numérico de elementos finitos sólidos 3D, em SAP2000. Esta análise teve por objetivo consolidar a apreensão dos conceitos abordados, ao longo do capítulo, bem como introduzir a importância que os resultados obtidos em ensaios de vibrações podem ter no desenvolvimento e calibração de modelos numéricos, abordados no capítulo 5.

4.2 Métodos no domínio da frequência

A análise, no domínio da frequência, de séries temporais de acelerações observadas em ensaios de vibração ambiental, deve-se a uma constatação física: a simples decomposição em ondas sinusoidais, pela técnica de Fourier (análise de frequência), de uma história de acelerações (ou de velocidades ou de deslocamentos) medida num dado ponto de uma estrutura, sob qualquer tipo de excitação, permite identificar as frequências dos principais modos de vibração assim como as frequências das ondas de maior amplitude em que essa história pode estar decomposta.

Partindo da anterior constatação física foram desenvolvidas diversas formulações matemáticas para a identificação modal estocástica de estruturas no domínio da frequência as quais se baseiam, normalmente, na avaliação das funções de densidade espectral de potência da resposta (dos sistemas estruturais) medida experimentalmente (Mendes 2010).

Importa referir que as comparações entre séries temporais são asseguradas de uma forma automática através da matriz das funções de densidade espectral de resposta, sendo que o estabelecimento destas relações tem origem na matriz de correlação, ou seja, permite o estabelecimento de medidas de correlação ao longo do tempo entre as séries temporais.

$$\underline{\mathbf{R}}_T(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} & \mathbf{R}_{13} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \mathbf{R}_{23} \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{S}}_T(\omega_n) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} \\ \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\underline{\mathbf{S}}_T(\omega_n) = \mathfrak{F}[\underline{\mathbf{R}}_T(\tau)] \quad (4.2)$$

$$\underline{S}_T(\omega_n) = \frac{1}{T} \cdot \tilde{X}^*(\omega_n) \cdot \tilde{X}^T(\omega_n) = \begin{bmatrix} X_1^*(\omega_n) \\ X_2^*(\omega_n) \\ X_3^*(\omega_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(\omega_n) & X_2(\omega_n) & X_3(\omega_n) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A obtenção destas funções é feita partir da utilização das transformadas discretas de Fourier, cuja análise computacional é efetuada com base no algoritmo da transformada rápida de Fourier.

4.2.1 Funções de densidade espectral de potência de resposta

Estas funções são dispostas numa matriz, designada por matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta (ver equação (4.3)), a qual contém na sua diagonal principal os auto-espectros, da resposta medida nos vários graus de liberdade instrumentados e nas restantes posições, fora da diagonal principal, encontram-se os espectros cruzados. Quando a resposta é obtida em simultâneo, para todos os pontos, esta matriz é quadrada, sendo a sua dimensão igual ao número de pontos instrumentados.

No entanto, em diversas situações é necessário obter a resposta num elevado número de graus de liberdade, para caracterizar adequadamente o seu comportamento dinâmico, pelo que nesses casos é necessário recorrer à utilização de muitos sensores, o que nem sempre é possível. Nessas circunstâncias é usual realizar o ensaio recorrendo a várias fases (tal como foi abordado no capítulo 3), recorrendo-se a graus de liberdade de referência que asseguram o relacionamento com os outros graus de liberdade designados por móveis, obtendo-se uma matriz retangular (Mendes & Oliveira 2008).

O processo referente à obtenção das funções de densidade espectral de potência da resposta envolve algumas noções de processamento digital e análise espectral. Atendendo que no capítulo 3 foram introduzidas algumas dessas noções, nesta fase, far-se-á apenas a devida referência, contudo, sempre que se justifique serão introduzidos novos conceitos. Neste domínio são unanimemente consideradas como referências de base os trabalhos de (Bendat & Piersol 2000).

Os conceitos associados às funções de densidade espectral de potência, nomeadamente os de auto-espectros e espectro cruzado foram introduzidos no capítulo 2, no entanto aplicando-os às séries temporais observadas $[x_i(t) \text{ e } x_j(t)]$, os quais são organizados na matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta, utilizando-se a seguinte expressão:

$$S_{ij}(\omega_n) = \frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T}, \quad i, j = 1, 2, \dots, NPI \quad \text{e} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.4)$$

Tendo em conta que as séries temporais observadas têm uma duração finita e de apenas se medir o seu valor em instantes temporais afastados de Δt , pois o sinal adquirido encontra-se

discretizado, apenas se obtém estimativas de espectros, sendo estas obtidas com base no produto do conjugado da transformada discreta de Fourier $X_i^*(\omega_n)$, no grau de liberdade i , pela transformada discreta de Fourier $X_j(\omega_n)$, no grau de liberdade j . Em relação à expressão anterior $T = N \cdot \Delta t$, sendo N , o número total de pontos adquiridos por amostra.

Sabendo que se torna mais cómodo trabalhar com frequências positivas e conhecendo as propriedades de simetria e anti-simetria das funções de densidade espectral, é usual apresentar apenas a parte positiva das estimativas das funções de densidade espectral.

Tendo por base as histórias de acelerações, geradas numericamente para o modelo matemático do pórtico de 2 pisos, apresentadas na Figura 2.13, procedeu-se à avaliação das funções de densidade espectral.

Na Figura 4.1, apresentam-se as estimativas de amplitude da matriz de funções de densidade de resposta em aceleração, considerando uma amostra com 60 001 pontos, envolvendo uma duração de 300 s (5 minutos) para uma frequência de amostragem de 200 Hz.

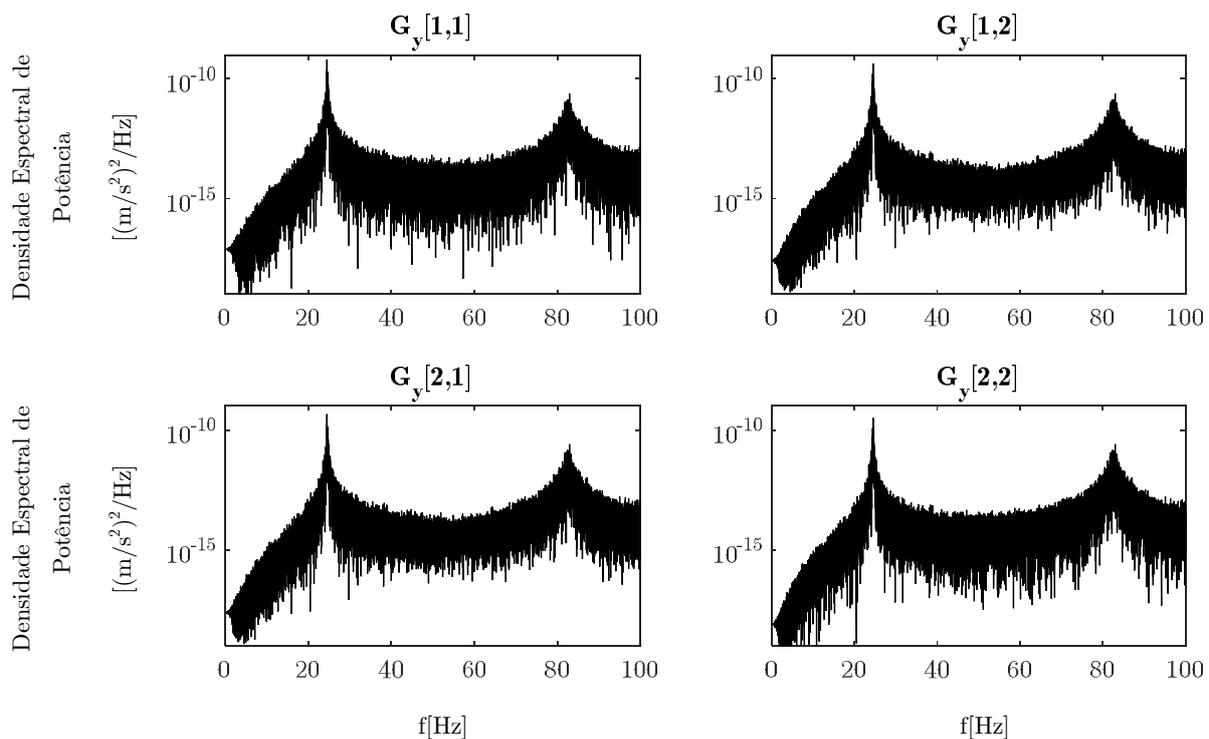


Figura 4.1 - Estimativa das funções de densidade espectral de resposta de potência em aceleração do edifício de 2 pisos. Matriz das amplitudes considerando 1 amostra com 60 001 pontos.

Estas estimativas apresentam um aspeto muito rugoso, pois têm uma elevada variância, devido ao facto do seu cálculo se basear em apenas uma série temporal discretizada com duração finita. Esta variância pode ser atenuada dividindo a série temporal em segmentos mais pequenos e efetuando, posteriormente, a média das estimativas espectrais simples dos segmentos, permitindo assim obter uma estimativa mais alisada da função de densidade espectral, em que na expressão seguinte n_d , corresponde ao número total de segmentos utilizados:

$$\tilde{S}_{ij}(\omega_n) = \frac{1}{n_d} \sum_{m=1}^{n_d} \left[\frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T} \right]_m, \quad i, j = 1, 2, \dots, NPI \quad \text{e} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.5)$$

Assumindo uma sobreposição de 2/3 (bastante usual), obtêm-se 173 amostras independentes ($n_d = 173$) de 1024 valores cada, correspondendo a uma duração de 5,12 s. Na Figura 4.2.(a) apresenta-se um dos segmentos, enquanto na Figura 4.2.(b) mostra-se a sua representação no domínio da frequência correspondente a uma estimativa espectral. Este processo repete-se para os 173 segmentos, efetuando-se no final a média das estimativas espectrais simples dos segmentos, obtendo-se a designada estimativa alisada (ver Figura 4.4).

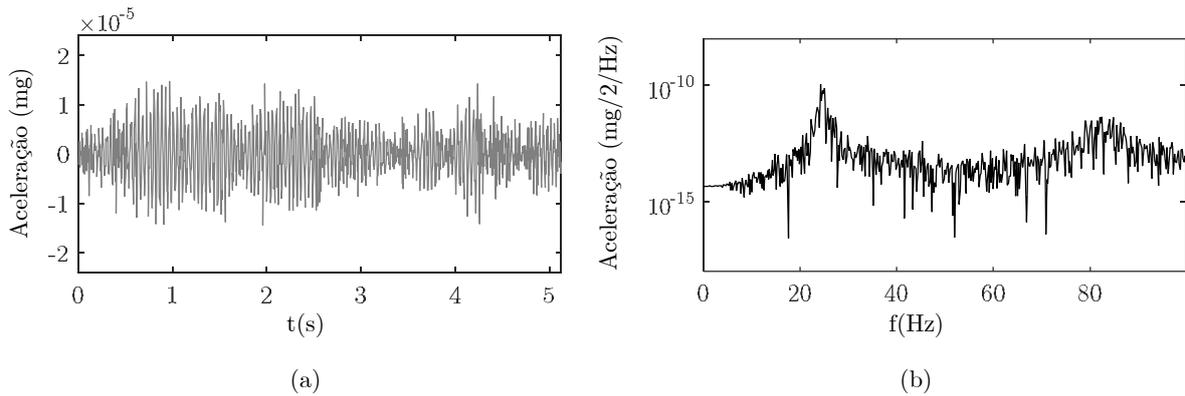


Figura 4.2 - Análise de um segmento, referente ao edifício de 2 pisos: a) Representação no domínio do tempo com uma duração de 5,12 s; b) Representação no domínio da frequência correspondente a uma estimativa espectral.

Aplicando este procedimento, verifica-se a ocorrência de erros por escorregamento, e para atenuar esse efeito é usual aplicar janelas de dados a cada um dos segmentos, como por exemplo as janelas de Hanning (descritas no capítulo 3), pelo que a estimativa espectral pode agora ser escrita na forma:

$$\tilde{S}_{ij}(\omega_n) = \frac{1}{n_d} \sum_{m=1}^{n_d} \left[\frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T \cdot \sum_{k=0}^{N-1} |w_k|^2} \right]_m, \quad i, j = 1, 2, \dots, NPI \quad \text{e} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.6)$$

Na Figura 4.3.(a) mostra-se o efeito da aplicação da janela de dados de Hanning ao segmento apresentado na Figura 4.2, enquanto na Figura 4.3(b) mostra-se a respetiva representação no domínio da frequência correspondente a uma estimativa espectral.

O procedimento utilizado para estimar as funções de densidade espectral com base em séries temporais divididas em segmentos, aplicação de uma janela de dados a cada segmento, cálculo da FFT de cada segmento e posterior realização de médias é conhecido como procedimento de (Welch 1967). Em (Bendat & Piersol 1993) e (Bendat & Piersol 2000) são descritos este e outros métodos utilizados para estimar as funções de densidade espectral.

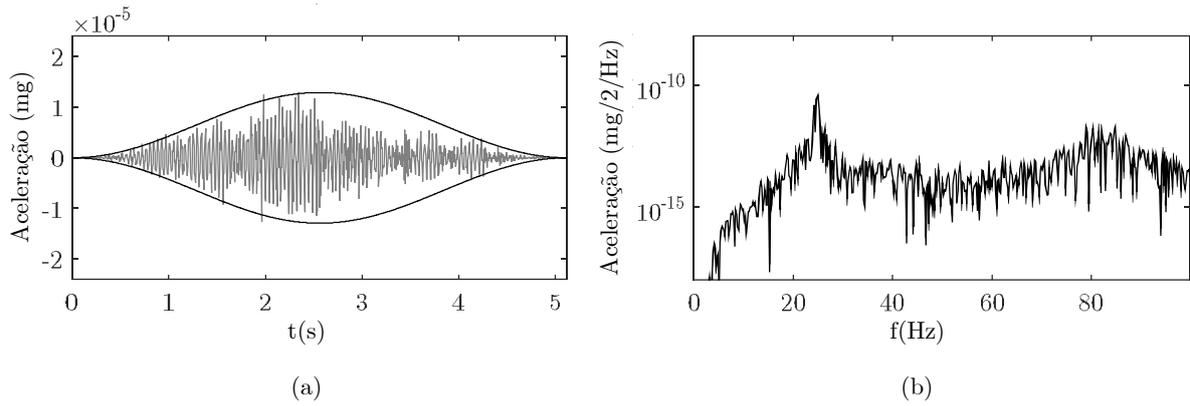


Figura 4.3 - Representação do processo de análise de um dos 173 segmentos com aplicação da sobreposição 2/3 e das janelas de Hanning, referente ao edifício de 2 pisos: a) Representação do segmento de comprimento 5,12 s; e b) Função de densidade espectral de potência correspondente ao segmento escolhido.

Na Figura 4.4, apresenta-se, em formato compacto, a matriz completa das estimativas das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração, a qual será utilizada como elemento de base para aplicação dos vários métodos de identificação modal estocástica no domínio da frequência, que se descrevem nas secções seguintes.

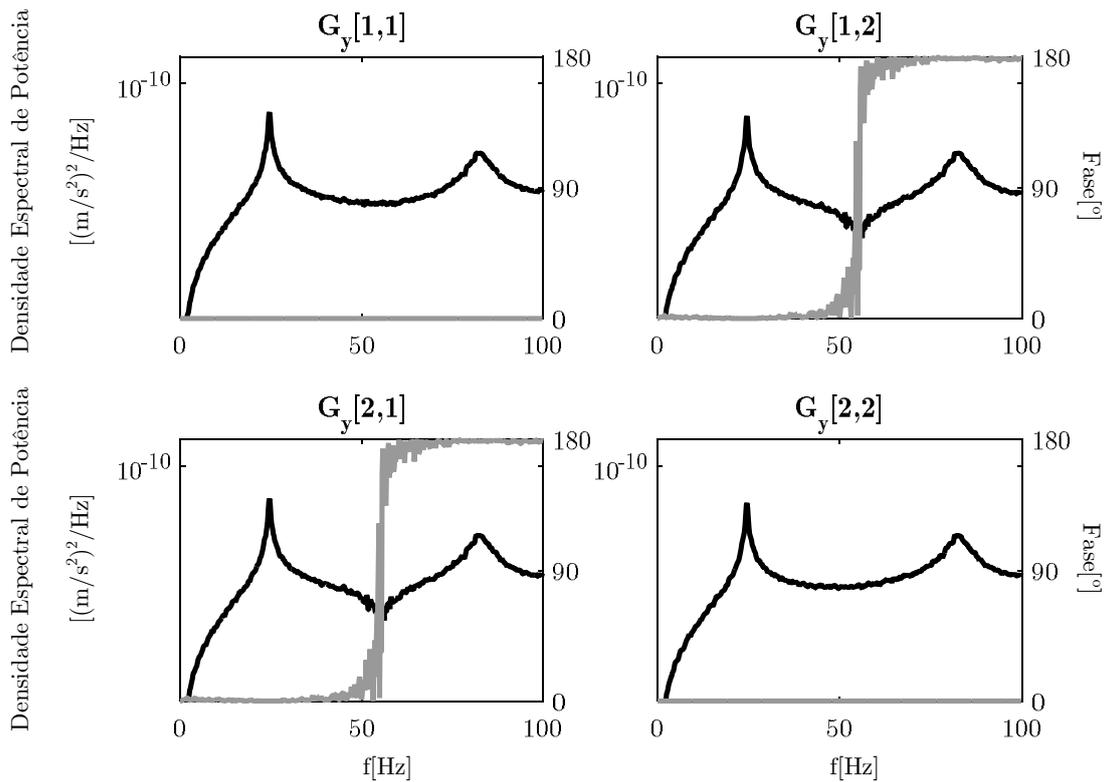


Figura 4.4 - Estimativa das funções de densidade espectral de potência de resposta referentes ao edifício de 2 pisos.

Matriz completa contendo as amplitudes e as fases, considerando a média de 173 amostras independentes e a aplicação de janelas de Hanning a cada uma das amostras independentes.

Introduzidos os principais conceitos associados à matriz das funções de densidade espectral, ir-se-á dedicar nos pontos seguintes especial atenção à descrição dos métodos de identificação

modal estocástica, no domínio da frequência, desenvolvidos com base nos elementos contidos naquela matriz.

4.2.2 Método básico no domínio da frequência

O método básico no domínio da frequência (conhecido na literatura inglesa por *Basic Frequency Domain* – BFD), também denominado por método da seleção de picos (*Peak Picking* - PP), é o método de identificação modal mais conhecido, visto ter sido pioneiro nesta área e também por ser um método de fácil aplicação e implementação, permitindo obter resultados fiáveis e com fácil interpretação física.

Este método foi aplicado, pela primeira vez, em 1964, nessa altura consistia num processo para avaliar os períodos naturais de vibração de um edifício de 19 pisos a partir de uma análise de auto-espectros de registos de velocidades obtidos em ensaios de vibração ambiental (Crawford & Ward 1964). Em Portugal, também foi desenvolvido um trabalho pioneiro no LNEC, em 1969, no qual se avalia o comportamento dinâmico de edifícios partir de ensaios de vibração ambiental, utilizando os conceitos deste método (Priestley 1969).

Os fundamentos teóricos deste método foram apresentados de uma forma mais aprofundada nas referências (Bendat & Piersol 1993; Bendat & Piersol 2000). No entanto, a sistematização do método deve-se a (Felber 1993), que culminou com a automatização do método, da qual resultaram dois programas (ULTRA e VISUAL), que para além de efetuarem uma análise espectral permitiam a visualização gráfica das configurações modais identificadas.

O método básico no domínio da frequência assenta na hipótese de as ações ambiente serem consideradas como um processo estocástico gaussiano de ruído branco com média nula. Nessas condições, encontram-se, nas funções de densidade espectral da resposta, concentrações energéticas sob a forma de picos, nas zonas correspondentes às frequências naturais de vibração das estruturas.

Para estruturas que apresentem modos de vibração com frequências bem separadas a sua resposta é condicionada, essencialmente, pela contribuição dos modos ressonantes. Esta hipótese é baseada nos modelos de 1 GL, pelo que assumindo a sua veracidade, é possível simular o comportamento dinâmico de uma estrutura na vizinhança das suas frequências de ressonância através de osciladores de 1 GL, com base na frequência natural e no coeficiente de amortecimento modal do modo ressonante.

Atendendo ao descrito no parágrafo anterior, é possível concluir que as frequências naturais correspondem aos valores das frequências associadas aos picos nas funções de densidade espectral, enquanto que os coeficientes de amortecimento podem ser estimados através da análise da largura dos picos de ressonância das mesmas funções de densidade espectral. Já as

configurações de cada modo, dependem da relação entre as funções de densidade espectral, tendo por referência a função de densidade espectral associada a um determinado grau de liberdade.

Nos tópicos seguintes descrevem-se os principais procedimentos associados ao método BFD para avaliação das características dinâmicas de estruturas, os quais foram implementados em rotinas de MATLAB, desenvolvidas no âmbito deste trabalho. Essa descrição assenta na apresentação de aplicações ao exemplo do modelo do edifício de 2 pisos, anteriormente referido.

4.2.2.1 Identificação de frequências naturais. Espectro normalizado médio.

A caracterização experimental do comportamento dinâmico de uma estrutura, requer a medição da sua resposta, em vários graus de liberdade. Para identificar todas as frequências de ressonância de uma estrutura, é insuficiente proceder uma análise isolada de apenas um espectro de potência, visto que o grau de liberdade utilizado pode coincidir com o nodo de um ou mais modos de vibração da estrutura, podendo assim inviabilizar uma adequada identificação das frequências associadas a esses modos.

Por este motivo, deve-se proceder a uma análise espectral de todos os auto-espectros e espectros cruzados obtidos, no entanto, este é um processo demorado e trabalhoso, dependendo do número de graus de liberdade instrumentados. De modo a compactar toda esta informação pode-se recorrer à utilização de espectros normalizados médios (Felber 1993). Esses espectros são determinados a partir de uma média dos auto-espectros, recorrendo ao processo que se descreve em seguida:

- Normalização dos auto-espectros (*Normalized Power Spectral Density* - NPSD), dividindo as estimativas dos auto-espectros $\tilde{S}_{ii}(\omega_n)$ pela soma das suas N_F (números de ordenadas em frequência):

$$\text{NPSD}_i(\omega_n) = \frac{\tilde{S}_{ii}(\omega_n)}{\sum_{m=ii}^{N_F} \tilde{S}_{ii}(\omega_n)} \quad (4.7)$$

- Cálculo da média dos auto-espectros normalizados (*Average Normalized Power Spectral Density* - ANPSD), correspondentes a todos os pontos instrumentados

$$\text{ANPSD}(\omega_n) = \frac{1}{n_{GL}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{GL}} \text{NPSD}_i(\omega_n) \quad (4.8)$$

onde n_{GL} é o número de graus de liberdade utilizados.

Retomando o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos, apresentam-se, na Figura 4.5, os 2 auto-espectros normalizados (NPSD), calculados a partir das séries temporais geradas, considerando uma excitação de ruído branco.

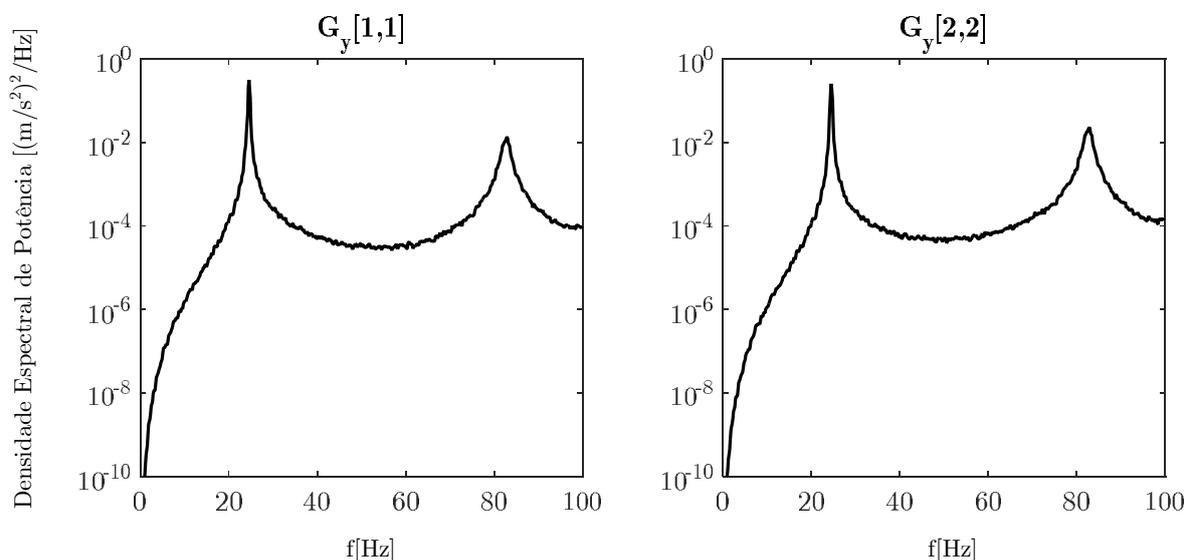


Figura 4.5 - Auto-espectros normalizados.

A determinação do ANPSD é uma forma expedita de sintetizar a informação contida nos diversos auto-espectros, calculados a partir dos registos obtidos nos diferentes graus de liberdade. Resulta da média dos auto-espectros normalizados, o que evidencia os picos de ressonância que se verificam em todos os auto-espectros e suaviza os picos que surgem em apenas num auto-espectro.

A identificação das frequências naturais é simplificada, visto que basta analisar os picos contidos no ANPSD devendo estes corresponder aos modos globais de vibração da estrutura.

Este processo deve sempre ser validado, considerando a informação disponibilizada através do cálculo das funções de coerência entre os registos de resposta obtidos nos diferentes pontos instrumentados e as configurações modais correspondentes a essas frequências.

Analisando o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos apresenta-se o espectro normalizado médio (ANPSD) como se mostra na Figura 4.6:

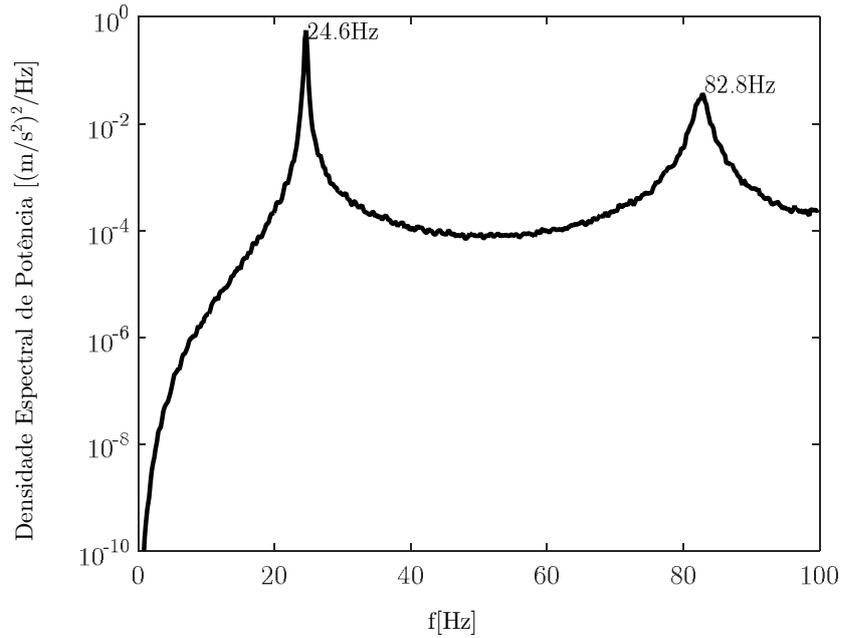


Figura 4.6 - Espectro normalizado médio, considerando janelas com 20,48 s (correspondentes a 1024 pontos), referente ao edifício de 2 pisos.

4.2.2.2 Funções de Coerência

No método BFD, as funções de coerência são utilizadas para avaliar se os picos identificados nas funções de densidade espectral correspondem efetivamente a modos de vibração da estrutura, recorrendo ao estabelecimento de uma medida de correlação entre os vários graus de liberdade medidos.

A correlação entre os sinais da resposta observados, fornece indicações úteis sobre o grau de linearidade entre eles, podendo também ser utilizada para avaliar o nível de ruído das medições efetuadas. A estimativa da função de coerência entre dois sinais de resposta, medidos nos graus de liberdade i e j , é dada pela seguinte expressão:

$$\gamma_{ij}^2(\omega_m) = \frac{|\tilde{S}_{ij}(\omega_m)|^2}{\tilde{S}_{ii}(\omega_m) \cdot \tilde{S}_{jj}(\omega_m)} \quad (4.9)$$

Estas funções, variam entre 0 e 1, ao longo de todo o domínio da frequência, ou seja, no intervalo $[0, f_N]$. Valores de coerência próximos da unidade mostram que existe uma elevada relação de linearidade entre os dois sinais, por contraposição, valores próximos de zero denunciam níveis de ruído elevados.

Tendo em conta as funções de densidade espectral calculadas, anteriormente, para o modelo do edifício de 2 pisos, apresentam-se agora as estimativas das funções de coerência entre as séries temporais geradas. Como estas estimativas são apresentadas em matriz, as funções de coerência

de uma série consigo própria apresenta sempre um valor unitário. Nos elementos fora da diagonal principal, pode ser verificado que em bandas de frequências próximas das frequências dos modos de vibração identificados no ANPSD, as funções de coerência apresentam valores muito próximos da unidade, indicando nessas frequências uma elevada relação de linearidade entre séries, permitindo concluir que existem modos de vibração globais da estrutura, como mostra a Figura 4.7.

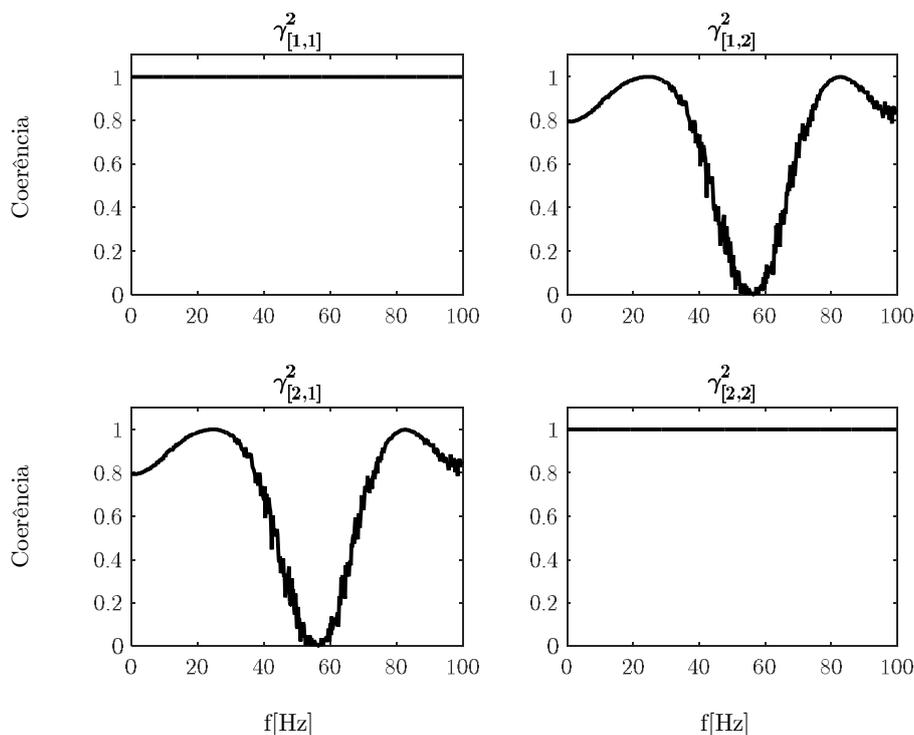


Figura 4.7 - Estimativas das funções de coerência do modelo plano do edifício de 2 pisos.

A análise das funções de coerência é muito importante para confirmar se as frequências dos picos de ressonância identificadas no ANPSD correspondem efetivamente a modos de vibração da estrutura.

Todavia, em algumas situações, só se detetam os picos de ressonância em alguns auto-espectros, e nesses casos está-se perante modos locais das estruturas ou forças de excitação que não induzem movimentos globais às estruturas, apresentando as funções de coerência entre os sinais da resposta valores baixos. Podem ocorrer valores baixos nas funções de coerência, para frequências correspondentes a modos de vibração pouco excitados pelas ações de origem ambiental, ou então, em situações onde o sinal analisado provém de um ponto próximo de um modo dos correspondentes modos de vibração, em análise.

4.2.2.3 Identificação das configurações modais

Quando se implementa a identificação de configurações modais a partir de resultados experimentais, devem-se ter alguns cuidados, dos quais se destacam os seguintes:

- os modos de vibração, obtidos por esta via, podem não coincidir exatamente com os modos de vibração teóricos, pois estes últimos representam a configuração deformada que a estrutura assume quando excitada por um harmónico puro;
- se existirem modos de vibração com frequências naturais próximas, os modos de deformação operacionais, identificados na vizinhança dessas frequências, são uma combinação dos modos de vibração respetivos;
- para sistemas estruturais sujeitos a forças de excitação com características de ruído branco, que apresentem frequências bem separadas e com valores de coeficientes de amortecimentos modais pequenos, a resposta na frequência de um dos seus modos de vibração é claramente dominada por esse modo de vibração.

Para avaliar a forma dos modos de vibração, considera-se um dos pontos instrumentados como referência, no entanto, a escolha desse ponto deve ser cuidada, de modo a evitar a escolha de um ponto que se encontre posicionado num nodo dos modos de vibração.

Atendendo que a matriz das funções de densidade espectral é composta por funções complexas, então do quociente entre um qualquer elemento de uma qualquer coluna, considerado como referência, e os restantes elementos, dessa coluna, resultarão igualmente funções complexas. Assim, para uma dada frequência, a amplitude corresponde à amplitude do modo de vibração, enquanto que a fase ou é 0° ou 180° , caso sejam exetáveis apenas modos reais. A fase indica o sentido a dar às amplitudes na avaliação das configurações modais, isto é quando a fase é 0° significa que a amplitude tem sentido igual ao da referência, por contraposição quando a fase é 180° a amplitude tem sentido oposto ao da referência, ou seja, encontra-se em oposição de fase.

Depois de escolhido o ponto a estudar, divide-se todos os elementos de uma coluna da matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta, pelo elemento considerado como referência, para todo o intervalo $[0, f_N]$. À função que se obtém é atribuída a designação da função de transferência $T_{j,\text{ref}}$, ou FRF de transmissibilidade, entre um qualquer ponto j da coluna escolhida e o ponto de referência ref :

$$T_{j,\text{ref}} = \frac{\tilde{S}_{j,\text{ref}}(\omega)}{\tilde{S}_{\text{ref},\text{ref}}(\omega)} \quad (4.10)$$

Como as formas dos modos de vibração, resultam da relação entre as respostas observadas em diferentes graus de liberdade das estruturas, então é usual designar estes modos, como modos de deformação operacionais, pois não resultam do ajuste de um modelo matemático

representativo do comportamento dinâmico da estrutura. Pelo que, os modos de vibração obtidos não coincidem exatamente com os modos de vibração teóricos, eles representam a configuração que a estrutura assume quando excitada por um harmônico puro. Quando existem modos de vibração com frequências naturais próximas, os modos de deformação operacionais, identificados na vizinhança dessas frequências, são uma combinação dos modos de vibração respetivos.

Na Figura 4.8 apresentam-se as estimativas das funções de transferência, ou FRF de transmissibilidade com base nas quais se avaliaram as configurações modais associadas às frequências naturais identificadas no espectro normalizado médio apresentado na Figura 4.6.

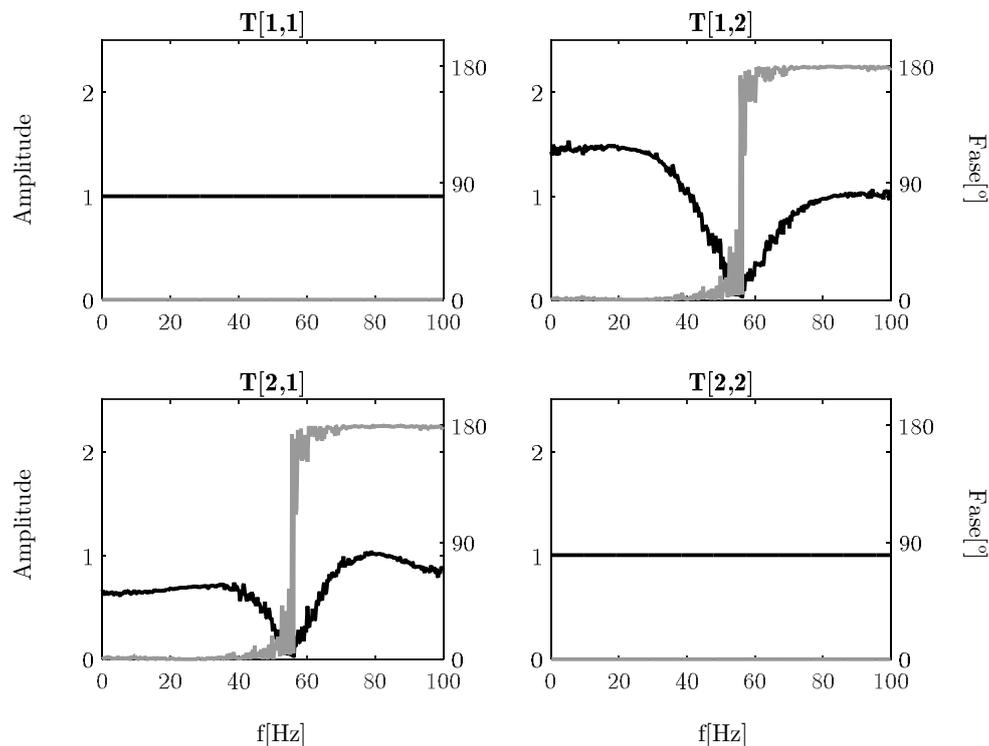


Figura 4.8 - Estimativa das funções de transferência do edifício de 2 pisos.

Os valores das amplitudes obtidos referem-se a valores relativos entre os graus de liberdade instrumentados, assumindo o valor unitário quando associadas ao grau de liberdade de referência, sendo necessário normalizar estes valores quando se pretende desenhar a configuração modal. A normalização é efetuada normalmente através da divisão de todos os valores pelo maior obtido, aplicando em seguida um fator de escala que seja adequado ao fator de escala da representação da estrutura.

Na Figura 4.9, apresentam-se as configurações modais avaliadas com base na 1ª coluna das Funções de transferência da Figura 4.8, com um fator de escala de 0,2.

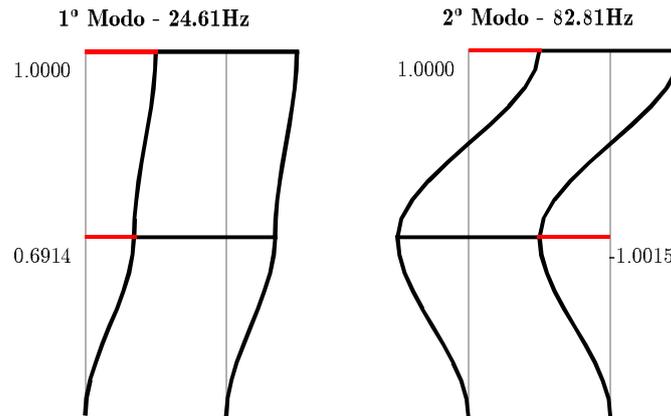


Figura 4.9 - Configurações modais avaliadas com base na 1ª coluna das Funções de Transferência da Figura 4.8.

Como referido, anteriormente, os modos de vibração representam apenas a configuração da estrutura, quando esta vibra com uma determinada frequência, o valor absoluto das componentes que constituem o vetor, não tem qualquer significado, sendo apenas relevante a relação entre essas componentes.

4.2.3 Método de decomposição no domínio da frequência

O método de decomposição no domínio da frequência (FDD), tal como o método de BFD, desenvolve-se a partir das estimativas das funções de densidade de resposta em aceleração. Este método foi desenvolvido por (Brincker, Zhang, et al. 2001) e por (Peeters 2000) sob a designação de *Complex Mode Identification Function* - CMIF, no entanto, alguns dos seus princípios fundamentais já teriam sido utilizados por outros autores, como sejam (Prevosto 1982) e por (Corrêa & Costa 1992).

Este método resolve as duas principais limitações do método BFD, ou seja, permite a identificação de modos de vibração com frequências próximas, logo na versão base do método FDD, enquanto que a versão melhorada (EFDD) veio possibilitar a obtenção de melhores estimativas dos coeficientes de amortecimento modais. Pelo que, o FDD é considerado como uma extensão do BFD.

Os princípios teóricos deste método são de fácil compreensão, uma vez subentendida a fundamentação do método BFD. Dos trabalhos de (Brincker, Zhang, et al. 2001) resultou a implementação do método no software ARTeMIS, que permite a sua aplicação de forma automática, que se baseia na simples seleção dos picos de ressonância contidos num espectro. Este é um conceito muito familiar em engenharia civil, uma vez que se baseia em conceitos de dinâmica relativamente simples.

Apresentado os traços gerais do método, este tem como principal ferramenta matemática, a designada decomposição em valores singulares. Em termos gerais, o conceito de decomposição

em valores singulares, pode ser entendido como uma extensão da decomposição em valores e vetores próprios. Neste caso, o algoritmo diagonaliza a matriz das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração, decompondo-a em contribuições modais que, em cada frequência, influenciam significativamente a resposta de uma estrutura.

De seguida são resumidos os aspetos teóricos mais importantes, relacionados com a decomposição em valores singulares, que se encontram descritos num anexo do livro (Juang 1995), podendo-se encontrar uma descrição mais detalhada em (Klema & Laub 1980).

Ainda nesta seção, depois de se abordar a decomposição em valores singulares, procede-se à descrição da versão base do método FDD e da sua versão melhorada designada por EFDD. Tal como na descrição de BFD, também neste caso se descrevem os principais conceitos recorrendo a exemplos em que se utilizará o modelo do edifício de 2 pisos tendo por base rotinas implementadas em MATLAB, no âmbito deste trabalho.

4.2.3.1 Decomposição em valores singulares

O algoritmo da decomposição em valores singulares (Singular Value Decomposition - SVD) é uma ferramenta matemática que em termos gerais pode ser entendida como uma extensão da decomposição em valores e vetores próprios, em que uma dada matriz pode ser decomposta no produto de outras três

$$\underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{U}} \underline{\mathbf{\Sigma}} \underline{\mathbf{V}}^T \quad , \quad \underline{\mathbf{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{S}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{U}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{V}}^T \quad (4.11)$$

O algoritmo diagonaliza a matriz das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração, decompondo-a em contribuições modais que, em cada frequência, influenciam significativamente a resposta duma estrutura.

A matriz $\underline{\mathbf{S}}$ é uma matriz quadrada diagonal, de dimensão n , que contém os valores singulares da matriz $\underline{\mathbf{A}}$ por ordem decrescente. Enquanto que as matrizes $\underline{\mathbf{U}}$ e $\underline{\mathbf{V}}$ são matrizes unitárias que contém os vetores singulares à esquerda e à direita, respetivamente. O número de valores singulares não nulos indica a ordem da matriz, ou seja, o número de colunas ou linhas linearmente independentes.

A SVD pode-se relacionar com a determinação de valores e vetores próprios das matrizes $\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}}$ e $\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{A}}^T$. Os valores singulares da matriz $\underline{\mathbf{A}}$ correspondem às raízes quadradas dos valores próprios das matrizes $\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}}$ e $\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{A}}^T$. Enquanto as colunas das matrizes $\underline{\mathbf{U}}$ e $\underline{\mathbf{V}}$, contém os valores próprios de $\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{A}}^T$ e $\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}}$, respetivamente. Se a matriz for complexa, as igualdades mantêm-se válidas se a operação de transposição ($\mathbf{\Delta}^T$) for substituída pela operação de transposição seguida de conjugação complexa ($\mathbf{\Delta}^H$), ou seja:

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{S}} \underline{\underline{V}}^T \rightarrow \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{S}} \underline{\underline{V}}^H \quad (4.12)$$

Quando a matriz $\underline{\underline{A}}$ é real e simétrica ou complexa e hermitiana, os valores singulares coincidem com os valores próprios e as matrizes $\underline{\underline{U}}$ e $\underline{\underline{V}}$, que passam a ser coincidentes, contêm os vetores próprios. Assim, o problema de determinação dos valores e vetores próprios pode ser entendido como um caso particular de aplicação desta técnica mais genérica, que pode ser aplicada a matrizes retangulares.

4.2.3.2 Versão Base (FDD)

Como referido anteriormente, o método FDD baseia-se na aplicação da SVD à matriz das funções de densidade espectral, decompondo-a num conjunto de funções de densidade de resposta espectral de um grau de liberdade, correspondendo cada uma a um sistema de 1 GL, com as mesmas frequências e os mesmos coeficientes de amortecimento dos modos de vibração da estrutura (Brincker, Zhang, et al. 2001).

A obtenção de bons resultados, utilizando este método, depende da consideração de algumas hipóteses tais como:

- i. A excitação deverá ter as características de um ruído branco;
- ii. O amortecimento da estrutura deverá ser baixo;
- iii. Os modos de vibração com frequências próximas deverão ser ortogonais.

Caso estas hipóteses não sejam verificadas, o método pode ainda ser aplicado, sendo os resultados aproximados, embora ainda melhores do que aqueles que resultam da aplicação do método BFD.

Em suma, o método baseia-se nas seguintes etapas:

- i. avaliação das funções DEP da resposta;
- ii. aplicação do algoritmo da decomposição em valores singulares à matriz das DEP da resposta, decompondo-a num conjunto de funções de densidade espectral de 1 GL, correspondendo cada uma a um sistema de um grau de liberdade, com as mesmas frequências e os mesmos coeficientes de amortecimento dos modos de vibração;
- iii. análise dos espectros de valores singulares para seleção de picos de ressonância correspondentes aos modos de vibração;
- iv. avaliação das configurações modais segundo os graus de liberdade observados, através dos vetores singulares.

Importa referir que a estimativa das DEP avaliada em qualquer frequência discreta ω_m , é decomposta aplicando SVD à matriz.

$$G(\omega_m) = \underline{U}_m \underline{S}_m \underline{U}_m^H \quad (4.13)$$

Na diagonal da matriz \underline{S} encontram-se armazenados, por ordem decrescente, os valores singulares da matriz dos espectros de densidade espectral (termos \underline{S}_m). Pelo que, o primeiro valor singular contém para cada frequência, a ordenada do auto-espectro do oscilador de 1 GL relativo ao modo de vibração dominante na vizinhança do pico.

Se não existirem modos próximos, o gráfico da variação do primeiro valor singular, ao longo da frequência, contém, na vizinhança de cada frequência de ressonância, os segmentos mais relevantes dos auto-espectros de todos os osciladores de 1 GL, importantes para explicar a resposta da estrutura.

Os restantes valores singulares apresentam valores próximos de zero, todavia, os sinais com baixo nível de ruído dão uma ideia da continuidade dos osciladores de 1 GL definidos no primeiro valor singular, no entanto, em sinais com elevado nível de ruído este efeito pode passar despercebido.

Se existirem modos de vibração com frequências próximas, então a SVD da matriz das funções de densidade espectral, na vizinhança dessas frequências, apresenta tantos valores singulares como valores significativos, quantos os modos nessa situação, permitindo assim o seu reconhecimento.

A identificação das frequências naturais da estrutura pode ser realizada, simplesmente através da avaliação da abcissa em correspondência com o máximo dos picos de todos os valores singulares.

A matriz \underline{U} contém na primeira coluna para cada valor de frequência a configuração do modo dominante (vetor singular), as configurações dos restantes modos, se forem mutuamente ortogonais e ortogonais em relação ao primeiro, aparecem nas restantes colunas desta matriz.

A partir da matriz das funções de densidade de espectral de potência da resposta em aceleração, estimam-se os espectros dos valores singulares, aplicando o algoritmo SVD, os quais se apresentam na Figura 4.10.

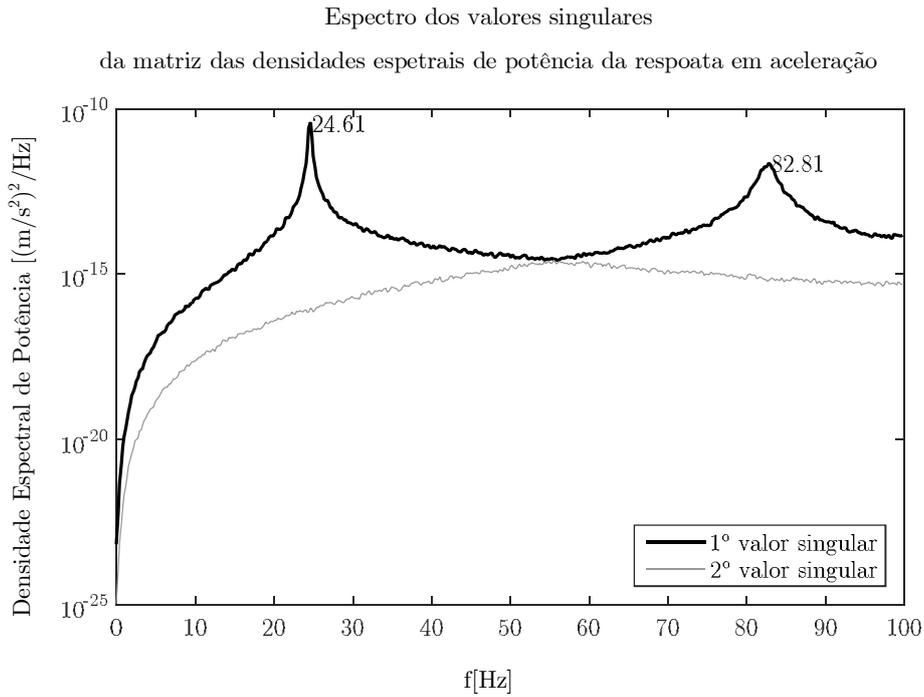


Figura 4.10 - Espectro dos valores singulares da matriz das densidades espectrais de potência da respoata em aceleração.

Uma vez que as frequências naturais se encontram suficientemente afastadas, e como se está num exemplo em que as condições são controladas, apenas existem picos no espectro do 1º valor singular.

As configurações modais foram avaliadas a partir da 1ª coluna da matriz dos vetores singulares, com base nas correspondentes frequências identificadas no espectro do 1º valor singular da matriz das funções de densidade espectral.

Na Figura 4.11, apresentam-se as configurações modais avaliadas, com um fator de escala de 0,2, utilizando o método FDD.

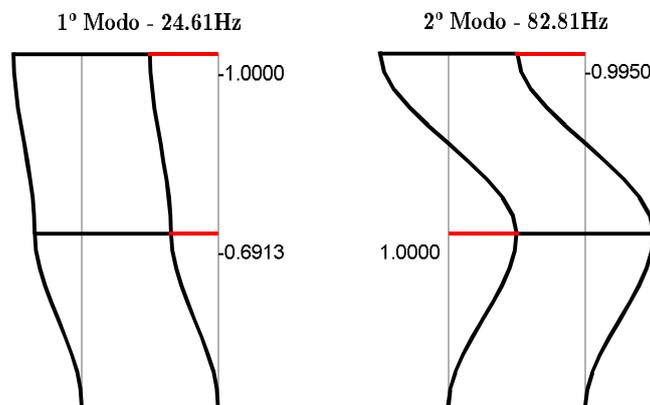


Figura 4.11 - Configurações modais avaliadas com base no FDD.

Tal como no método ANPSD, optou-se por introduzir um processo de normalização, que consistiu em dividir todos os valores pelo maior obtido, ficando este unitário. Permitindo obter configurações modais comparáveis entre métodos.

4.2.3.3 *Versão Melhorada (EFDD)*

A técnica melhorada de decomposição no domínio da frequência (EFDD) corresponde a um aperfeiçoamento da técnica descrita anteriormente, que permite estimar os coeficientes de amortecimento modais e identificar com maior rigor as frequências naturais e as configurações modais da estrutura.

O melhoramento introduzido baseia-se no facto da função de auto-correlação da resposta de um oscilador de 1 GL sujeito a uma excitação do tipo ruído branco ser proporcional à sua resposta em vibração livre (Brincker, Ventura, et al. 2001).

Pode-se dividir o método EFDD em duas fases distintas (Rodrigues 2004), a primeira corresponde ao método FDD e engloba:

- i. a avaliação das funções de densidade espectral da resposta;
- ii. a decomposição em valores singulares da matriz das funções de densidade espectral;
- iii. a análise dos espectros de valores singulares para seleção dos picos de ressonância correspondentes aos modos de vibração;
- iv. a avaliação das configurações modais segundo os graus de liberdade observados, através dos vetores singulares.

A segunda fase contempla (Mendes & Oliveira 2008):

- i. a introdução de um procedimento (utilizando o coeficiente MAC), que permite estimar as funções de densidade espectral associadas a cada modo de vibração, a partir dos espectros de valores singulares;
- ii. o ajuste da configuração modal do oscilador, através de uma média ponderada, que contabiliza o contributo de cada vetor singular, afetado do correspondente valor singular;
- iii. a transformação para o domínio do tempo, das funções de densidade espectral associadas a cada modo de vibração, aplicando-lhes a inversa da transformada de Fourier, obtendo-se as funções de auto-correlação da resposta dos vários osciladores de 1 GL;
- iv. a avaliação do coeficiente de amortecimento através do decremento logarítmico das funções de auto-correlação;
- v. o ajuste da estimativa da frequência do oscilador através dos instantes de passagem por zero, das funções de auto-correlação;

Ao aplicar o método FDD pode-se verificar que aplicando a SVD à matriz das funções de densidade espectral obtém-se um conjunto de funções de densidade espectral de osciladores de 1GL. No entanto, para utilizar o método melhorado (EFDD) é necessário limitar essas funções de acordo com o modo de vibração que lhe está associado, esses limites são estimados a partir dos espectros de valores singulares, na vizinhança dos picos de ressonância.

A identificação dos limites pode ser efetuada manualmente, no entanto é preferível utilizar um procedimento mais apropriado, comparando vetores singulares das frequências vizinhas, com o vetor singular correspondente à frequência de ressonância (configuração dos modos de vibração).

A comparação entre vetores singulares é efetuada utilizando o coeficiente MAC (*Modal Assurance Criterion*), o qual mede a correlação entre duas configurações modais analíticas e/ou experimentais (Allemang & Brown 1982), através da seguinte expressão:

$$\text{MAC}_{i,j} = \frac{|\varphi_i^T \cdot \varphi_j|^2}{(\varphi_i^T \cdot \varphi_i) \cdot (\varphi_j^T \cdot \varphi_j)} \quad (4.14)$$

em que, φ_i e φ_j , são dois vetores coluna que contêm as configurações modais a comparar.

O coeficiente MAC assume valores entre zero e um. Um valor unitário significa que os modos são coincidentes ou diferem apenas no fator de escala, enquanto que valores próximos de zero revelam que a correlação é muito baixa. Pelo que é necessário considerar um limite para o coeficiente MAC (por exemplo $\text{MAC} > 0,90$). Uma vez escolhido o limite, os valores singulares associados às frequências de ressonância, entre os limites estimados à esquerda e à direita, integram as referidas funções de densidade espectral dos osciladores de 1 GL, considerando-se que fora desse intervalo têm um valor de zero.

A escolha dos limites a considerar para o coeficiente MAC deve ser analisada caso a caso, para que a função de densidade espectral seja dominada pelo vetor modal que caracteriza a frequência de ressonância. Considerando um valor do coeficiente MAC baixo, engloba-se um maior número de valores singulares, na função de densidade espectral, tendo como consequência um maior desvio em relação ao vetor singular de referência.

Se as frequências naturais da estrutura em análise forem suficientemente bem afastadas, a definição das funções de densidade espectral dos osciladores de 1 GL envolverá, em geral, apenas o espectro do primeiro valor singular. Nos casos em que existam modos de vibração com frequências próximas, a definição dessas funções envolve a contribuição de diversos espectros de valores singulares.

Definidas as funções de densidade espectral de osciladores de 1 GL, é possível efetuar um ajuste na avaliação das configurações modais. Esse ajuste é feito através da média dos vetores singulares, que se encontram na vizinhança do pico de ressonância e que fazem parte das funções de densidade espectral dos osciladores de 1 GL, ponderada pelo valor dos correspondentes valores singulares.

O método EFDD assenta na transformação das funções de densidade espectral dos osciladores de 1GL para o domínio do tempo, através da inversa da transformada de Fourier (utilizando o algoritmo IFFT), obtendo-se assim as funções de auto-correlação, com base nas quais é possível obter estimativas dos coeficientes de amortecimento modais e valores ajustados das estimativas das frequências naturais. Os coeficientes de amortecimento modais são avaliados com base no decremento logarítmico δ que se obtém a partir dos máximos positivos e negativos das funções de auto-correlação utilizando a seguinte sequência de expressões:

$$\delta = \frac{2}{k} \ln \left(\frac{r_0}{|r_k|} \right) \rightarrow \delta = \frac{2 \pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \rightarrow \xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4 \cdot \pi^2}} \quad (4.15)$$

em que r_0 é o valor inicial da função de auto-correlação e r_k é o k -ésimo máximo (positivo ou negativo) da função de auto-correlação, e ξ é o coeficiente de amortecimento.

De forma similar, a partir das funções de auto-correlação, é possível obter uma estimativa ajustada das frequências naturais, aplicando o conceito de frequência. Tendo em conta que a frequência é o inverso do tempo necessário para completar um ciclo completo, é possível avaliar este intervalo de tempo a partir de dois cruzamentos consecutivos do eixo do tempo (abscissas), ou então analisando o tempo entre a ocorrência de dois valores extremos da função de auto-correlação, separados por um qualquer número de ciclos.

Pode-se assim estimar as frequências naturais efetuando uma regressão linear dos instantes de passagem por zero e nos instantes correspondentes aos valores máximos (positivos ou negativos), obtendo-se uma reta cujo declive coincide com a frequência amortecida. A frequência natural é determinada com base na expressão seguinte, utilizando o coeficiente de amortecimento previamente estimado:

$$f_N = \frac{f_a}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (4.16)$$

Uma vez que as funções de auto-correlação são discretas, importa referir que, para se avaliar de uma forma precisa os seus valores máximos (positivos ou negativos), por consequência os correspondentes instantes de ocorrência e os instantes de passagem por zero, é conveniente recorrer à utilização de funções de interpolação entre os valores discretos.

Na referência (Brincker, Ventura, et al. 2001) é proposta a utilização de uma interpolação quadrática. Na Figura 4.12, apresenta-se a variação dos coeficientes MAC em frequência (considerando o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos), com base nas quais se definem as funções de densidade espectral, dos osciladores de 1 GL, que se apresentam na Figura 4.13.

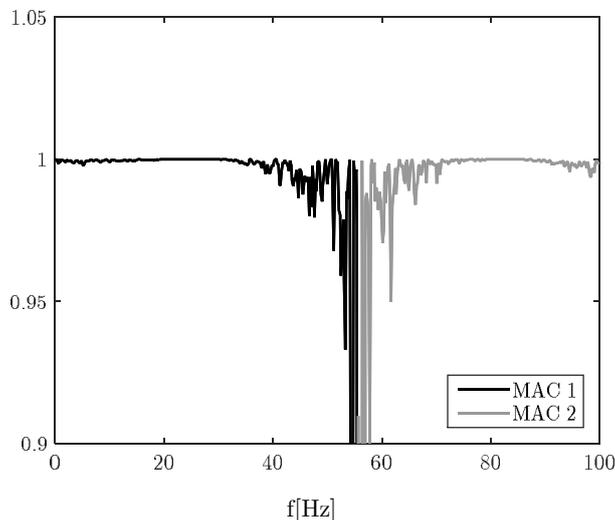


Figura 4.12 - Valores do coeficiente de MAC para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Deve-se salientar que, quando mais alisada for a estimativa dos espectros de valores singulares (menor comprimento das amostras), menor será rugosidade dos coeficientes de MAC nas zonas de transição entre modos de vibração.

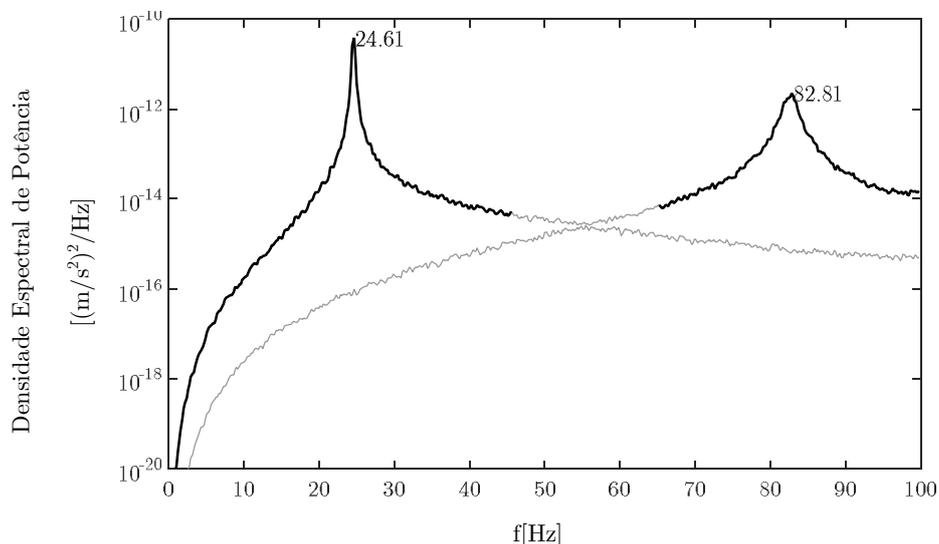


Figura 4.13 - Funções de densidade espectral de cada modo de vibração, obtidas com base no coeficiente MAC, para o exemplo referente ao modelo do edifício de dois pisos.

A partir das funções de densidade espectral referentes aos osciladores de 1 GL avaliam-se as respectivas funções de auto-correlação, com base nas quais se estimam valores para os coeficientes de amortecimento modais, com base no logaritmo dos máximos locais obtidos para aquelas funções (ver Figura 4.14 e Figura 4.15)

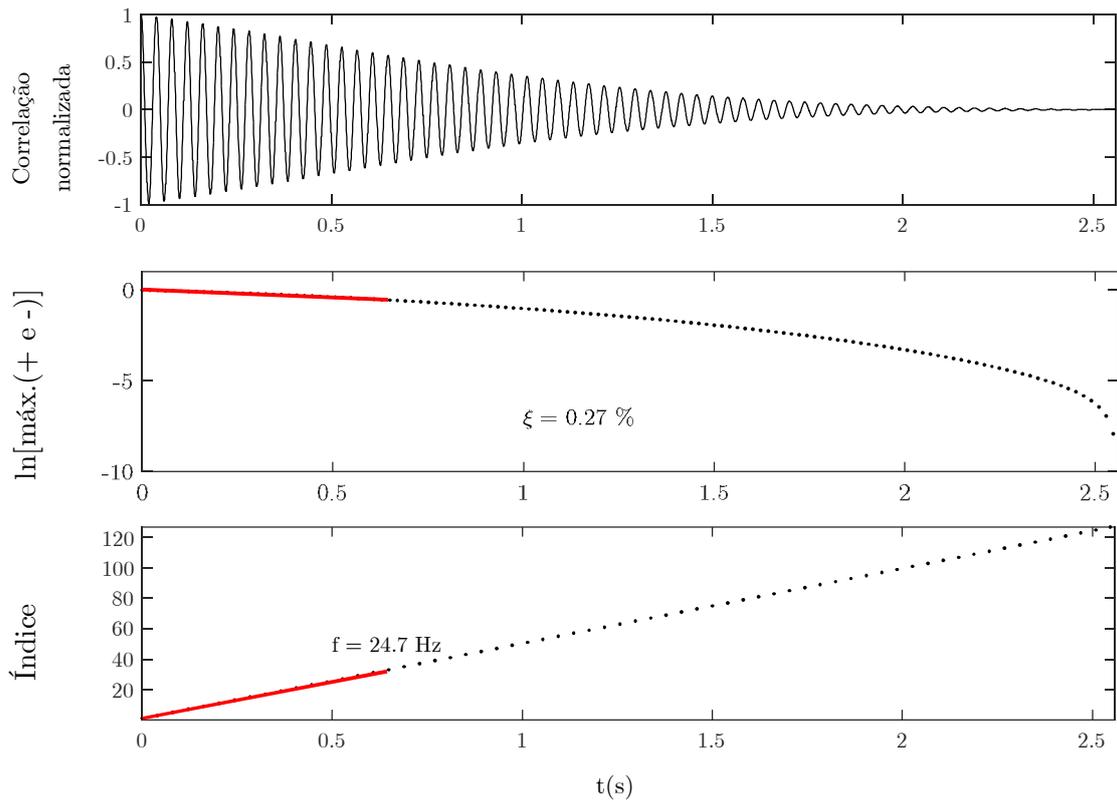


Figura 4.14 - Avaliação do coeficiente de amortecimento e da frequência do 1º modo para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

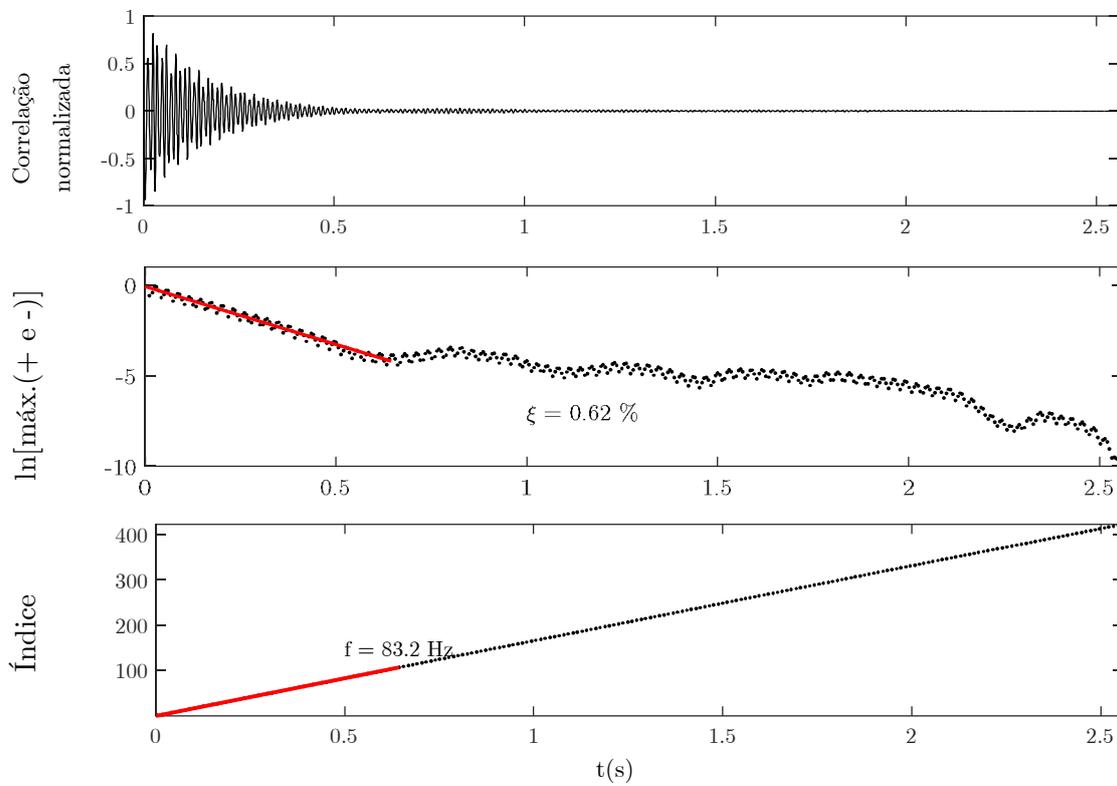


Figura 4.15 - Avaliação do coeficiente de amortecimento e da frequência do 2º modo para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Ainda com base nessas funções estimam-se valores ajustados para as frequências naturais, tendo em conta os instantes de passagem por zero.

Nas figuras anteriores, representam-se a vermelho as retas ajustadas aos pontos mais representativos das funções de auto-correlação. É a partir do declive dessas retas que se estimaram os coeficientes de amortecimento e os valores ajustados das frequências dos dois modos de vibração da estrutura, os quais se resumem na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Avaliação dos valores de amortecimento modal e valor ajustado da frequência com base no método EFDD, obtidos para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Modos	Frequência [Hz]	Coefficiente de amortecimento [%]	Valor ajustado da frequência [Hz]
1°	24,61	0,27	24,7
2°	82,81	0,62	83,2

Em seguida efetua-se a avaliação das configurações modais, tendo em conta a contribuição de todos os vetores singulares associados aos espectros dos osciladores de 1 GL, identificados na Figura 4.13. Na Figura 4.16 apresentam-se as configurações modais avaliadas (considerando o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos), com um fator de escala de 0,2 utilizando o método EFDD.

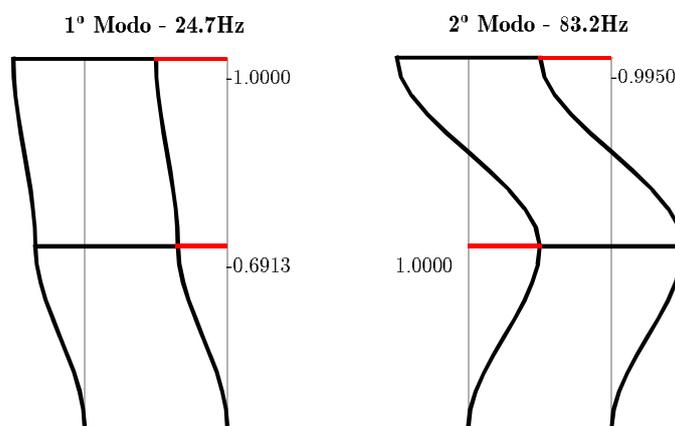


Figura 4.16 – Configurações modais obtidas a partir da aplicação do método EFDD, para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Comparando as configurações modais obtidas a partir da versão base do método FDD (Figura 4.9) e as configurações modais obtidas a partir da versão melhorada (EFDD), são muito semelhantes, diferindo apenas por algumas casas decimais.

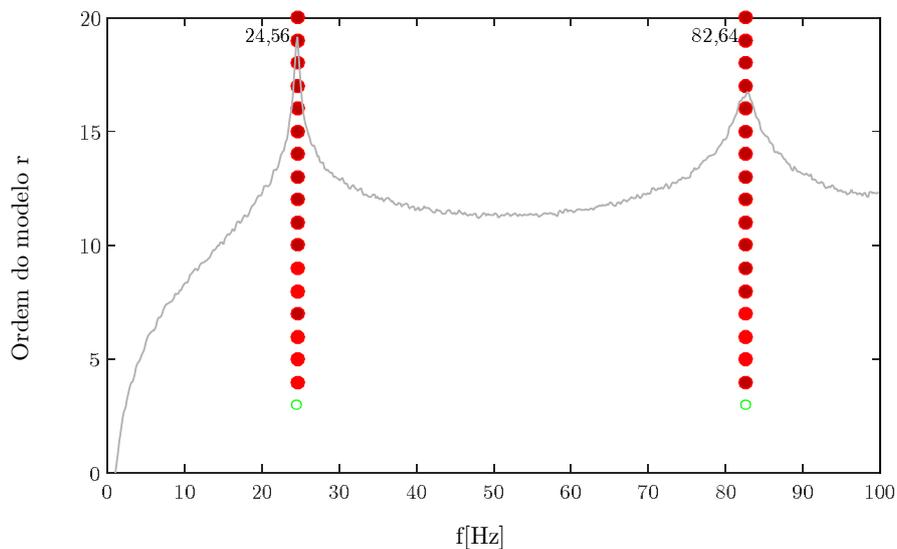
4.3 Métodos no domínio do tempo

Os métodos de identificação no domínio do tempo constituem uma outra categoria de métodos de identificação modal. Usualmente são subdivididos em dois grandes grupos: i) os métodos de duas fases, que se baseiam no ajuste de parâmetros às funções de correlação, e que foram

inicialmente desenvolvidos no âmbito da identificação modal clássica a partir das funções de resposta impulsiva (Juang & Papa 1985; Peeters 2000; Rodrigues 2004); e ii) os métodos de uma fase, que se baseiam no ajuste direto de modelos às séries temporais (Van Overschee & De Moor 1996; Ljung 1999; Peeters 2000; Rodrigues 2004).

A identificação modal no domínio do tempo apresenta várias vantagens em relação à análise no domínio da frequência. Uma vez que se trata de uma análise que não se baseia nos dados das funções de densidade espectral (exceto em alguns métodos em que se pode utilizar a função de resposta impulsiva com base na inversa da transformada de Fourier das FRF), pode constituir uma boa alternativa para identificar modos de vibração com frequências próximas e em sistemas estruturais de elevada complexidade, nomeadamente nos casos em que a hipótese de amortecimento proporcional não se ajusta.

Os fundamentos de aplicação destes métodos assentam nos modelos de estado, abordados no capítulo 2, encontrando-se diversas implementações (LMS 2016; SVS 2016). Contudo, no âmbito deste trabalho não se procedeu à implementação deste tipo de métodos. A título meramente exemplificativo mostra-se na Figura 4.17 um exemplo de um diagrama de estabilização obtido através de uma rotina desenvolvida em MATLAB no âmbito do trabalho de (Mendes 2010), aplicado ao exemplo do modelo do edifício de dois pisos.



	Pólos com pares de valores complexos conjugados	$0 < \xi < 20\%$	Pólo estável em $f \Delta f$ relativo $< 1\%$	Pólo estável em $\xi \Delta f$ relativo $< 5\%$	Pólo estável em configuração MAC $> 0,99$
○	sim	-	-	-	-
○	sim	sim	-	-	-
○	sim	sim	sim	-	-
●	sim	sim	sim	sim	-
●	sim	sim	sim	-	sim
●	sim	sim	sim	sim	sim

Figura 4.17 – Diagrama de estabilização utilizando o método SSI-COV, para o modelo do edifício de 2 pisos.

Na figura anterior é fácil de identificar duas colunas de estabilização de pólos, precisamente nas frequências correspondentes aos dois modos de vibração da estrutura do modelo do edifício de 2 pisos. O diagrama de estabilização de pólos é apresentado sobre um espectro médio obtido com o método BFD, para uma melhor análise e interpretação de resultados. A partir deste método, ainda é possível obter os coeficientes de amortecimentos, tendo-se obtido os valores de 0,366% e 1,124 %, para o primeiro e segundo modos, respetivamente.

Na Figura 4.18 apresentam-se as configurações modais avaliadas (considerando o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos), utilizando o método SSI-COV.



Figura 4.18 – Configurações modais obtidas a partir da aplicação do método SSI-COV, para o exemplo do modelo do edifício de dois pisos.

Os resultados obtidos através da aplicação deste método ajudam a validar os obtidos através dos métodos no domínio da frequência, sendo semelhantes.

4.4 Análise do modelo tridimensional

No âmbito deste trabalho, sempre que se abordaram temas que envolviam osciladores de vários graus de liberdade, recorreu-se ao exemplo do modelo do edifício de 2 pisos, para ajudar a explicar os conceitos que iam sendo introduzidos. Esse modelo matemático teve por base o modelo físico de um edifício de 2 pisos em betão armado existente no laboratório de estruturas (Moreira 2010).

Nesta secção apresenta-se uma análise deste pequeno exemplo, para mostrar a utilidade das ferramentas de identificação modal apresentadas neste capítulo (desenvolvidas em MATLAB, no âmbito deste trabalho) e também com o objetivo de mostrar a importância da utilização conjunta de modelos numéricos de elementos finitos e de técnicas de identificação modal no apoio aos estudos de interpretação do comportamento dinâmico observado, para verificar a sua fiabilidade e calibrar os modelos numéricos de elementos finitos.

Assim, nos pontos seguintes procede-se à descrição do modelo físico e introduzem-se os aspetos mais relevantes associados ao desenvolvimento de um modelo numérico de elementos finitos e à realização de um ensaio de vibração.

4.4.1 Descrição do modelo físico

A estrutura a analisar corresponde a um modelo físico de um edifício de 2 pisos constituído por quatro pilares e duas lajes, com uma altura total de 1,05 metros e dimensões em planta de $0,39 \times 0,40$ metros (ver Figura 4.19 (a)). As lajes têm uma espessura de 0,02 metros e os pilares possuem uma geometria retangular $0,03 \times 0,04$ metros, assumindo uma altura de 0,51 metros no primeiro piso e de 0,50 m, no segundo piso (ver Figura 4.19 (b)).

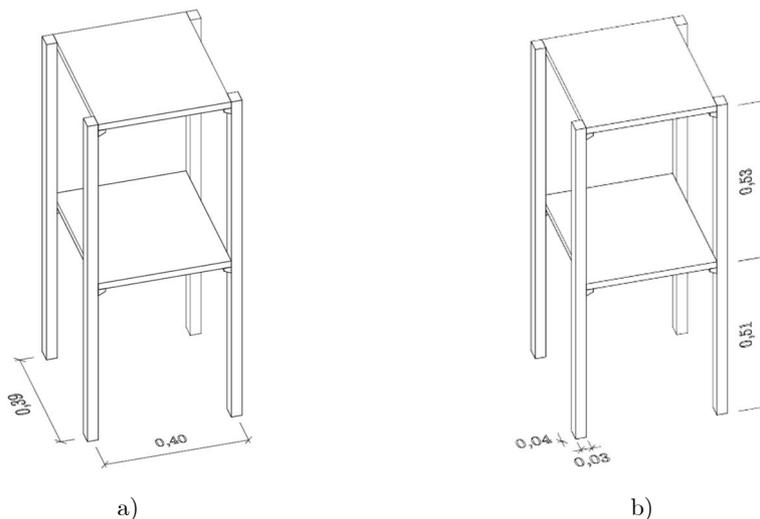


Figura 4.19 -Edifício de 2 pisos em estudo: a) modelo físico com as medidas entre pilares; e b) modelo físico com as respectivas medidas dos pilares.

4.4.2 Modelo numérico

A estrutura do modelo físico do edifício de 2 pisos foi modelada no programa SAP2000 (Computers & Structures Inc. 2016), através do desenvolvimento de um modelo tridimensional em elementos finitos cúbicos de 8 nós (Figura 4.20).

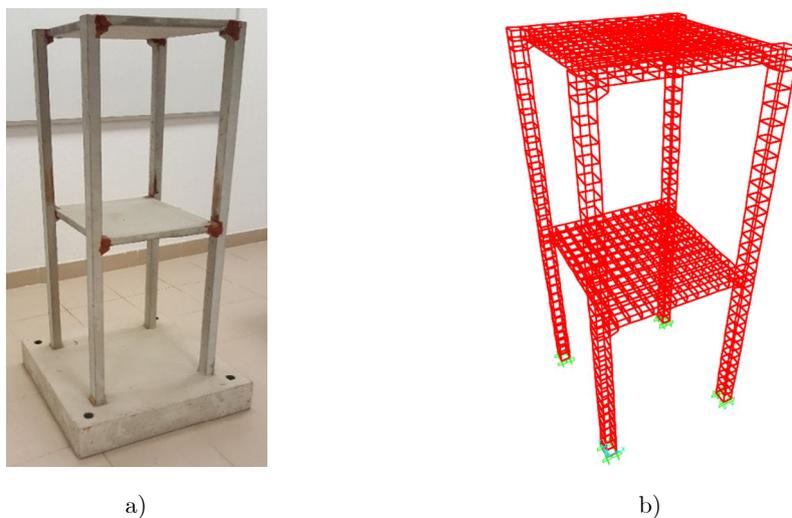


Figura 4.20 - Edifício de 2 pisos em estudo: a) Modelo físico; e b) Modelo numérico desenvolvido no programa SAP2000.

O modelo numérico apresentado é composto por 474 elementos cúbicos, foi considerado como material, um betão, com módulo de elasticidade de $E = 33 \text{ GPa}$, coeficiente de Poisson igual a 0,2 e peso específica de 25 kN/m^3 . Assumiu-se que a laje existente na base do modelo garantia condições de encastramento ao nível da base dos pilares, tendo sido essas as condições de fronteira adotadas no modelo. Também se assumiu uma continuidade perfeita nas ligações lajes-pilares, garantida através de uma bucha química ao nível dos cachorros existentes nos pilares que suportam as lajes (Moreira 2010).

Para as condições anteriormente descritas, foram obtidos, através de uma análise modal no SAP2000, os principais parâmetros da resposta dinâmica desta estrutura, designadamente os seis primeiros modos de vibração e as respetivas frequências próprias, que se mostram na Figura 4.21.

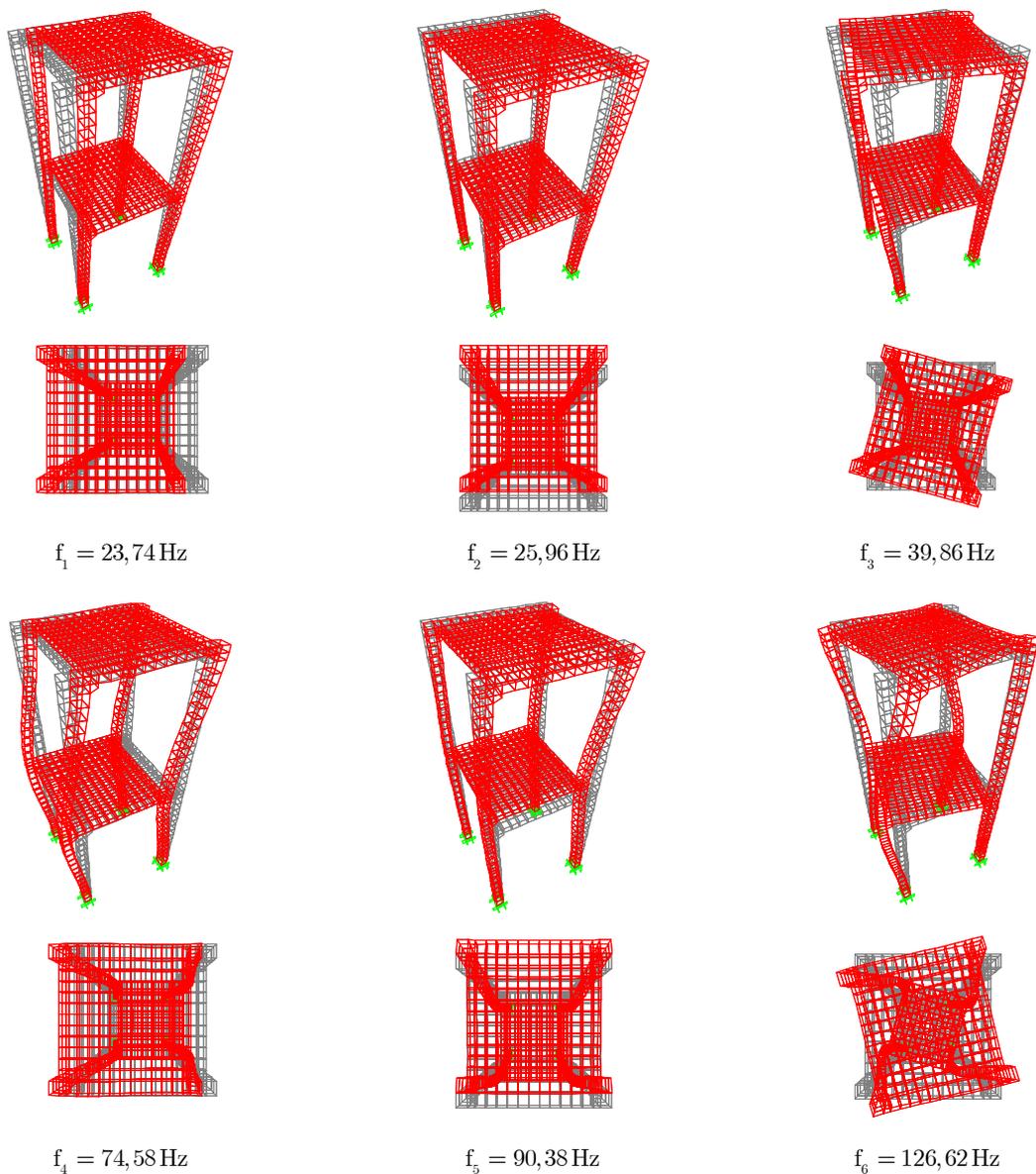


Figura 4.21 - Configurações modais e frequências naturais de vibração dos seis modos, obtidas através do modelo numérico desenvolvido no programa SAP2000, para o exemplo do edifício de 2 pisos.

Ao analisar as configurações modais apresentadas na Figura 4.21, pode-se concluir que o 3º e o 6º modo de vibração são claramente modos de torção enquanto que os restantes são devidos à flexão dos pilares evidenciando-se a translação ao nível dos pisos. Assumindo uma sequência caracterizada por translação em planta na direção mais flexível, translação em planta na direção mais rígida e torção.

4.4.3 Ensaio de vibração

A preparação do ensaio de vibração teve por base os resultados obtidos para o modelo numérico, abordado no ponto anterior, nomeadamente em termos das suas configurações modais e das respetivas frequências naturais. Essa informação foi utilizada para ajudar a definir um adequado posicionamento dos sensores (acelerómetros) e a gama de frequência de amostragem a utilizar no ensaio.

Como frequência de amostragem foi adotado um valor de $f_s = 409,6 \text{ Hz}$, que permitia identificar modos de vibração com frequências até cerca de 200 Hz, garantindo-se assim que todos os seis primeiros modos seriam identificados experimentalmente.

Quanto ao posicionamento dos sensores pretendeu-se garantir que com o posicionamento adotado (ver Figura 4.23) eram identificadas configurações modais compatíveis com as obtidas com o modelo numérico, nomeadamente para as configurações modais associadas a torção.

Neste contexto, realizou-se um ensaio de vibração, no qual se utilizaram 8 acelerómetros piezoelétricos da marca *PCB Piezotronics*, ligados por cabos coaxiais a um sistema de aquisição de dados da marca *OROS*, modelo *OR35*, com ligação a um computador que permite controlar e configurar o sistema ao longo do desenvolvimento dos ensaios (ver Figura 4.22).



a)



b)

Figura 4.22 - Equipamentos utilizados: a) Sistema de aquisição de dados da marca *OROS*; e b) Acelerómetro piezoelétrico da marca *PCB Piezotronics*.

O ensaio foi realizado no Laboratório de Estruturas do ISEL, que se encontra situado no piso - 2, onde se verificam baixos níveis de vibração ambiental. Por esse motivo, procedeu-se a alguns impactos aleatórios na base do modelo para melhorar as condições de excitação, de modo a obter uma melhor relação sinal-ruído, facilitando assim o processo de identificação modal. O ensaio teve uma duração total de 60 segundos e, como referido anteriormente foi utilizada uma frequência de amostragem de 409,6 Hz.

4.4.4 Identificação modal

O processo referente à identificação modal foi assegurado recorrendo às rotinas desenvolvidas em MATLAB, no âmbito deste trabalho. Envolve a definição de uma geometria simplificada da estrutura a analisar, na qual se mostra a posição e orientação dos acelerómetros utilizados no ensaio (ver Figura 4.23).

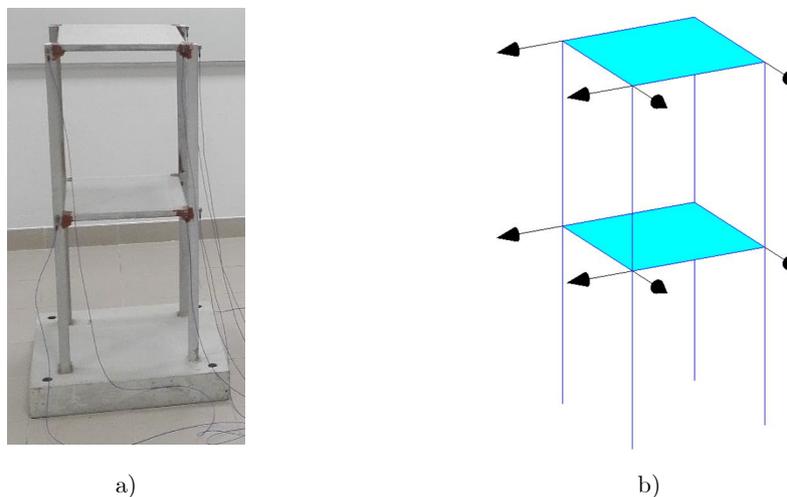


Figura 4.23 – Modelo físico do edifício de 2 pisos em estudo: a) durante a realização do ensaio de vibração; e b) representação simplificada obtida a partir das rotinas de identificação modal, desenvolvidas em MATLAB.

Como referido anteriormente, para avaliar o comportamento dinâmico de uma estrutura é de boa prática a utilização de mais do que um método de identificação modal, de modo a permitir uma validação mútua. Por este motivo, procedeu-se à identificação modal dos parâmetros modais que caracterizam a resposta do edifício, utilizando o método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFDD) e o método de identificação estocástica em subespaços de duas fases (SSI-COV), ambos implementados em rotinas desenvolvidas em MATLAB, no âmbito dos trabalhos de (Mendes, 2010).

4.4.4.1 Identificação modal utilizando o EFDD

Neste ponto mostra-se uma aplicação do método EFDD ao exemplo do modelo físico do edifício de 2 pisos (utilizando uma rotina desenvolvida em MATLAB, desenvolvida no âmbito deste trabalho), tendo-se obtido o espectro dos valores singulares da matriz das densidades espectrais

de potência da resposta em aceleração que se apresenta na Figura 4.24, onde também se indicam os valores de frequências naturais identificadas nos seis picos de ressonância esperados.

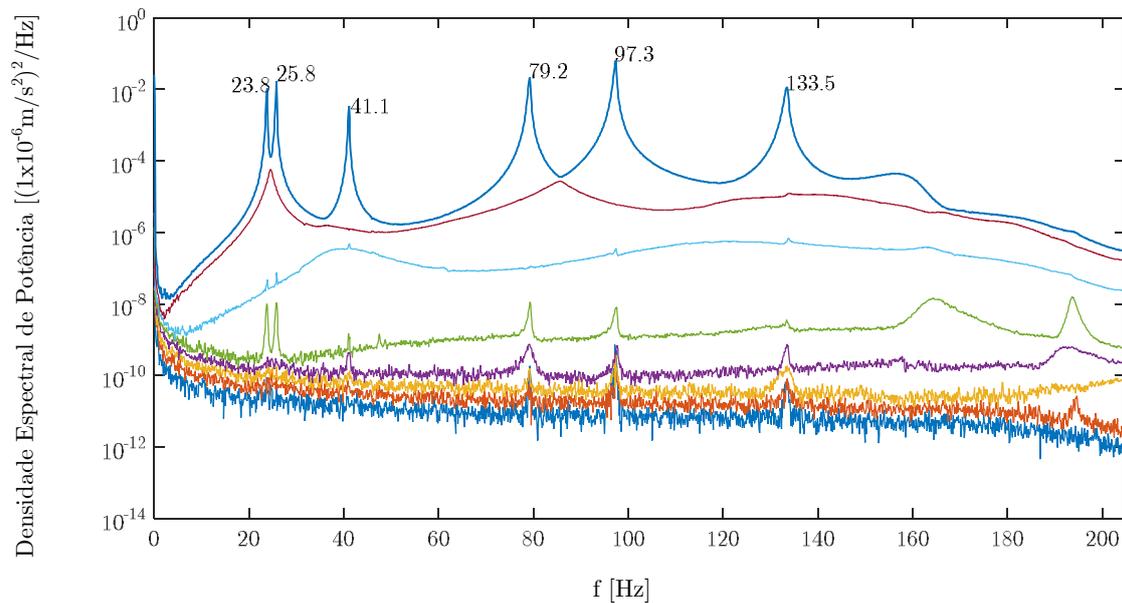


Figura 4.24 - Espectro dos valores singulares da matriz das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração, para o exemplo do modelo físico do edifício de 2 pisos.

No processamento inicial, as histórias de aceleração, adquiridas no ensaio de vibração realizado no modelo físico, foram subdivididas em segmentos com um comprimento de 10 s (envolvendo 4096 pontos), sobrepostos a 2/3, tendo-se aplicado a cada um dos segmentos uma janela de dados de Hanning antes da sua transformação para o domínio da frequência através da FFT.

Atendendo às opções tomadas neste processamento inicial, a precisão dos valores identificados depende da resolução em frequência, que neste caso é $\Delta f = 1 / 10 \simeq 0,10\text{Hz}$, uma vez que se utilizou uma frequência de amostragem de 409,6 Hz ($\Delta t = 0,00244\text{s}$).

O método EFDD permite a obtenção de coeficientes de amortecimento modais e valores ajustados das frequências naturais, que se apresentam na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Avaliação dos valores de amortecimento modal e valor ajustado da frequência com base no método EFDD, obtidos para o exemplo do modelo do edifício de 2 pisos.

Modos	Frequência [Hz]	Coefficiente de amortecimento [%]	Valor ajustado da frequência [Hz]
1º	23,8	0,20	23,8
2º	25,8	0,38	25,8
3º	41,1	0,23	41,1
4º	79,2	0,20	79,2
5º	97,3	0,19	97,3
6º	133,5	0,19	133,5

Na Figura 4.25 apresentam-se os modos de vibração associados às frequências naturais identificadas no espectro de valores singulares, mostrando-se esquemas de representação tridimensionais e vistas de topo.

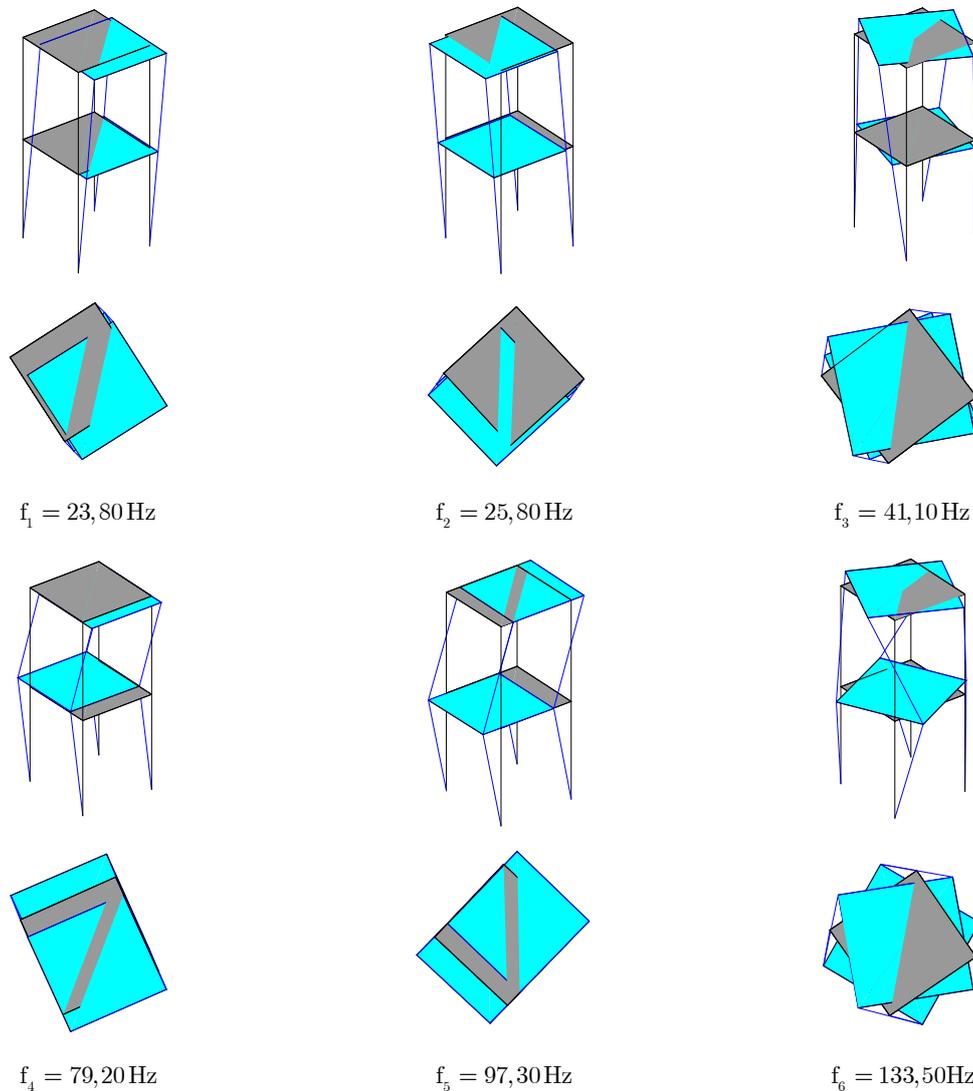
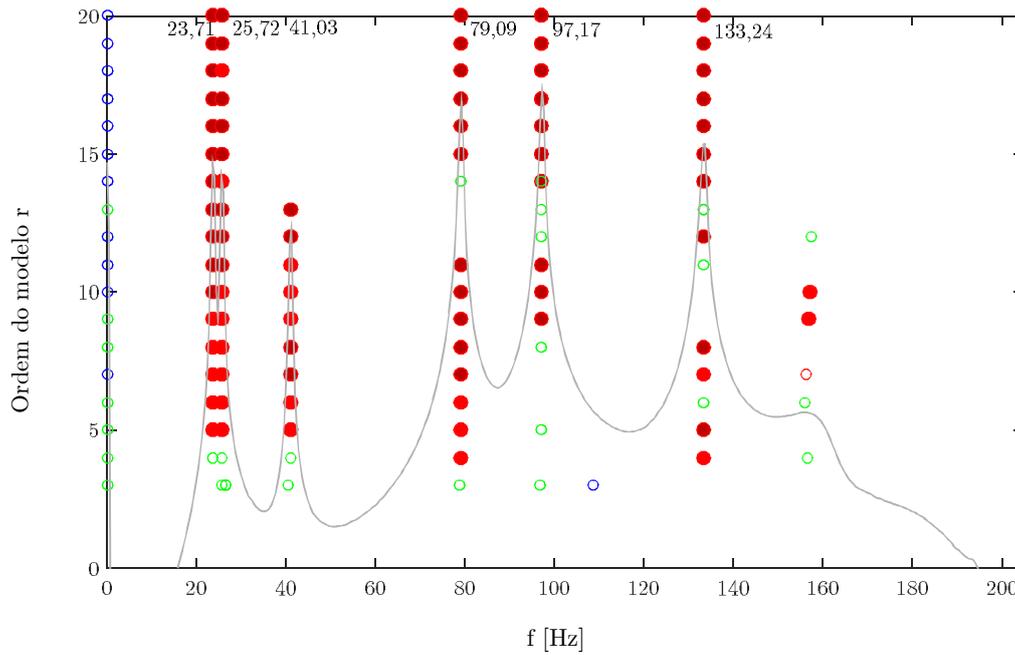


Figura 4.25 - Configurações modais e frequências naturais de vibração dos seis modos obtidos a partir da rotina desenvolvida em MATLAB.

Analisando visualmente as configurações modais anteriores, verifica-se uma boa correlação com as obtidas através do modelo numérico. No entanto, no ponto 4.4.5 será estabelecida uma comparação mais objetiva recorrendo ao coeficiente MAC.

4.4.4.2 Identificação modal utilizando o SSI-COV

Neste ponto mostra-se, mais uma vez, a título meramente exemplificativo, uma aplicação do método SSI-COV ao exemplo do modelo físico do edifício de 2 pisos (utilizando a rotina MATLAB, referida no ponto 4.3), tendo-se obtido o diagrama de estabilização que se apresenta na Figura 4.26.



	Pólos com pares de valores complexos conjugados	$0 < \xi < 20\%$	Pólo estável em f Δf relativo $< 1\%$	Pólo estável em ξ Δf relativo $< 5\%$	Pólo estável em configuração MAC $> 0,99$
○	sim	-	-	-	-
○	sim	sim	-	-	-
○	sim	sim	sim	-	-
●	sim	sim	sim	sim	-
●	sim	sim	sim	-	sim
●	sim	sim	sim	sim	sim

Figura 4.26 – Diagrama de estabilização utilizando o método SSI-COV, para o exemplo do modelo físico do edifício de 2 pisos.

No diagrama de estabilização, verifica-se claramente que existem seis linhas verticais de estabilização de pólos, associadas às seis frequências naturais identificadas. Na Tabela 4.3 apresentam-se os coeficientes de amortecimento modais obtidos com o método SSI-COV.

Tabela 4.3 – Valores das frequências naturais e coeficientes de amortecimento modais para o exemplo do modelo físico do edifício de 2 pisos.

Modos	Frequência [Hz]	Coefficiente de amortecimento modal [%]
1°	23,71	0,279
2°	25,72	0,255
3°	41,03	0,240
4°	79,09	0,283
5°	97,17	0,287
6°	133,24	0,340

Na Figura 4.27 apresentam-se os modos de vibração associados às frequências naturais identificadas, referentes ao modelo de ordem 20. Tal como para o método EFDD, também se mostram esquemas de representação tridimensional e vistas de topo.

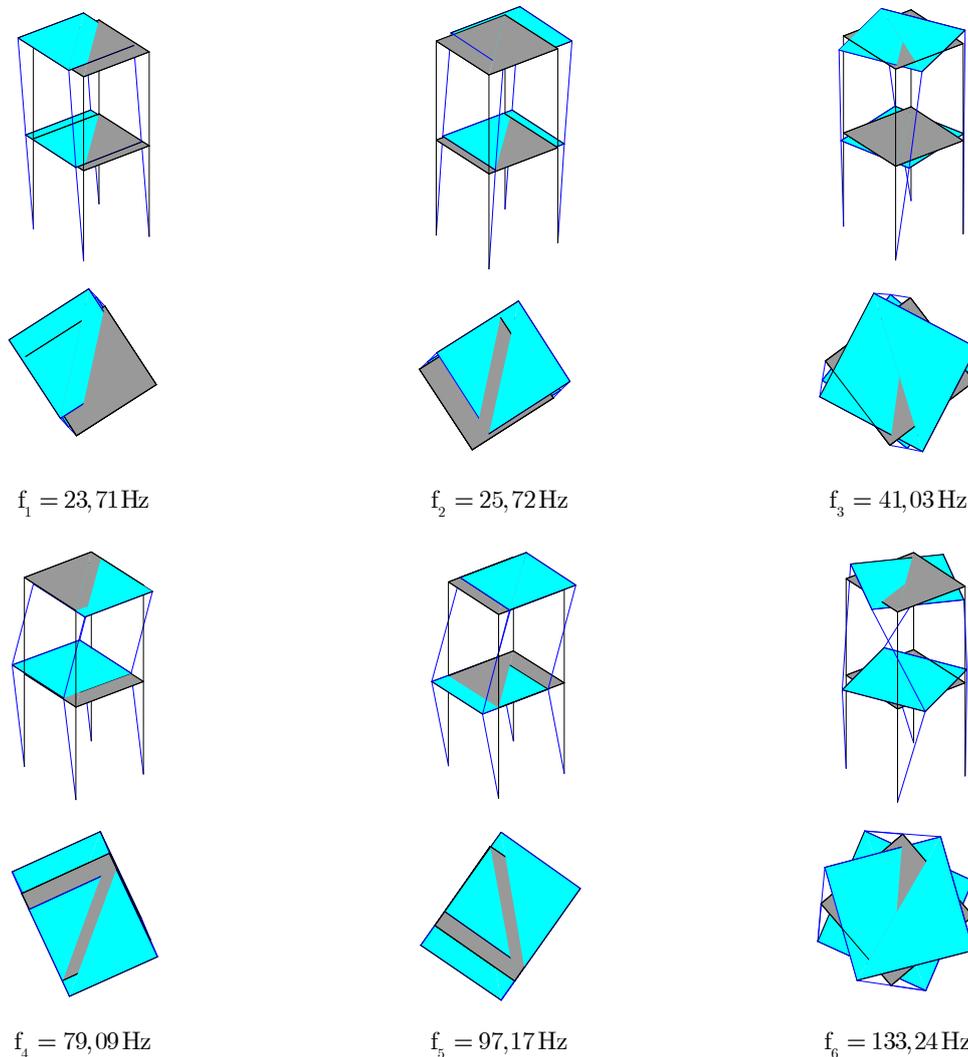


Figura 4.27 - Configurações modais e frequências naturais de vibração dos seis modos obtidos a partir da rotina desenvolvida em MATLAB.

Estas configurações modais têm uma boa correlação com as obtidas através do modelo numérico e com as obtidas com o método EFDD. No ponto 4.4.5 será estabelecida uma comparação mais objetiva recorrendo ao coeficiente MAC.

4.4.5 Comparação de resultados

Neste ponto mostra-se uma comparação de resultados, para frequências naturais e modos de vibração, entre os obtidos com o modelo numérico e os estimados experimentalmente com os métodos EFDD e SSI-COV. Proceder-se, também, a uma comparação entre coeficientes de amortecimento modais estimados com o método EFDD e com o método SSI-COV.

4.4.5.1 Comparação de frequências naturais

A comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente através da identificação modal (EFDD e SSI-COV) e as numéricas obtidas a partir do modelo 3D desenvolvido em SAP2000 é apresentada na Tabela 4.4. Nesta tabela é possível estabelecer uma comparação em termos absolutos e para facilitar a análise e interpretação de resultados é também apresentada uma taxa de erro entre valores, tomando como referência os que são obtidos experimentalmente.

Tabela 4.4 - Comparação das frequências naturais dos modos de vibração obtidas a partir da identificação modal (EFDD e SSI-COV) e as obtidas no modelo numérico.

Modos	Frequências naturais dos modos de vibração				
	Modelo de elementos sólidos [Hz]	EFDD [Hz]	Erro [%]	SSI-COV [Hz]	Erro [%]
1°	23,74	23,80	0,252	23,71	0,126
2°	25,96	25,80	0,620	25,72	0,933
3°	39,86	41,10	3,017	41,03	2,852
4°	74,58	79,20	5,833	79,09	5,702
5°	90,38	97,30	7,112	97,17	6,988
6°	126,62	133,50	5,154	133,24	4,968

A comparação entre valores das frequências naturais é um bom indicador para avaliar a correlação entre resultados numéricos e experimentais, contudo, esse indicador pode também envolver uma comparação entre configurações modais, a qual se mostra no ponto seguinte.

A partir da Tabela 4.4, verifica-se uma aceitável concordância entre resultados numéricos e experimentais, com erros abaixo de 7,2%. Pode-se ainda concluir que as percentagens de erro são mais baixas pelo método no domínio do tempo (SSI-COV), quando comparadas com as obtidas pelo método no domínio da frequência (EFDD).

4.4.5.2 Comparação de configurações modais

Neste ponto apresenta-se uma comparação entre as configurações modais obtidas experimentalmente pelos métodos EFDD e SSI-COV, com as calculadas através do modelo numérico, utilizando para o efeito o coeficiente MAC introduzido na equação (4.14). Essa comparação foi concretizada utilizando uma rotina desenvolvida em MATLAB tendo-se obtido os coeficientes (entre 0 e 1) que se indicam a seguir.

4.4.5.2.1 Entre o modelo numérico e o método EFDD

Em primeiro lugar, procedeu-se à comparação entre as configurações modais obtidas experimentalmente pelo método EFDD com as calculadas através do modelo numérico, tendo-se obtido os seguintes coeficientes MAC:

$$\text{MAC} = \begin{bmatrix} 0,966 & 0,041 & 0,000 & 0,035 & 0,000 & 0,000 \\ 0,033 & 0,957 & 0,004 & 0,000 & 0,041 & 0,001 \\ 0,000 & 0,001 & 0,992 & 0,000 & 0,000 & 0,091 \\ 0,009 & 0,000 & 0,000 & 0,995 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,012 & 0,000 & 0,001 & 0,995 & 0,003 \\ 0,000 & 0,000 & 0,482 & 0,000 & 0,002 & 0,990 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Na Figura 4.28 apresenta-se uma representação esquemática muito utilizada, neste domínio, para interpretar os coeficientes MAC.

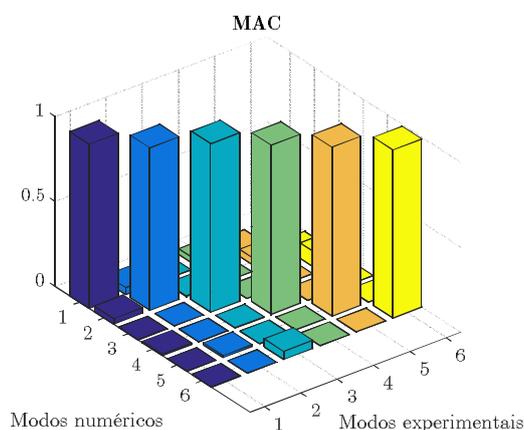


Figura 4.28 - Coeficientes MAC obtidos para o modelo do edifício de 2 pisos, resultantes da comparação entre as configurações modais obtidas pelo método EFDD com as calculadas através do modelo numérico.

4.4.5.2.2 Entre o modelo numéricos e o método SSI-COV

Em segundo lugar, procedeu-se à comparação entre as configurações modais obtidas experimentalmente pelo método SSI-COV com as calculadas através do modelo numérico, tendo-se obtido os seguintes coeficientes MAC:

$$\text{MAC} = \begin{bmatrix} 0,966 & 0,037 & 0,000 & 0,035 & 0,000 & 0,000 \\ 0,033 & 0,962 & 0,003 & 0,000 & 0,041 & 0,001 \\ 0,000 & 0,000 & 0,993 & 0,000 & 0,000 & 0,092 \\ 0,009 & 0,000 & 0,000 & 0,995 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,014 & 0,000 & 0,001 & 0,995 & 0,002 \\ 0,000 & 0,000 & 0,048 & 0,000 & 0,002 & 0,990 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Na Figura 4.29 apresenta-se uma representação esquemática muito utilizada, neste domínio, para interpretar os coeficientes MAC.

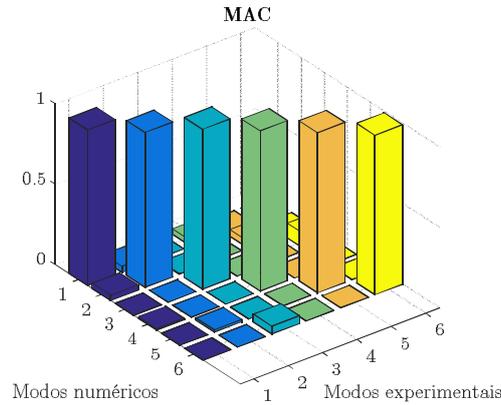


Figura 4.29 - Coeficientes MAC obtidos para o modelo do edifício de 2 pisos, resultantes da comparação entre as configurações modais obtidas pelo método SSI-COV com as calculadas através do modelo numérico.

4.4.5.2.3 Entre o método EFDD e o método SSI-COV

Em terceiro lugar, procedeu-se à comparação entre as configurações modais obtidas experimentalmente pelo método SSI-COV com as obtidas pelo método EFDD, tendo-se obtido os seguintes coeficientes MAC:

$$\text{MAC} = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,000 & 0,001 & 0,024 & 0,002 & 0,000 \\ 0,000 & 0,999 & 0,007 & 0,001 & 0,033 & 0,001 \\ 0,001 & 0,007 & 0,999 & 0,000 & 0,001 & 0,078 \\ 0,024 & 0,001 & 0,000 & 0,999 & 0,001 & 0,000 \\ 0,001 & 0,029 & 0,001 & 0,001 & 0,999 & 0,005 \\ 0,000 & 0,001 & 0,079 & 0,000 & 0,005 & 0,999 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Na Figura 4.30 apresenta-se uma representação esquemática muito utilizada, neste domínio, para interpretar os coeficientes MAC.

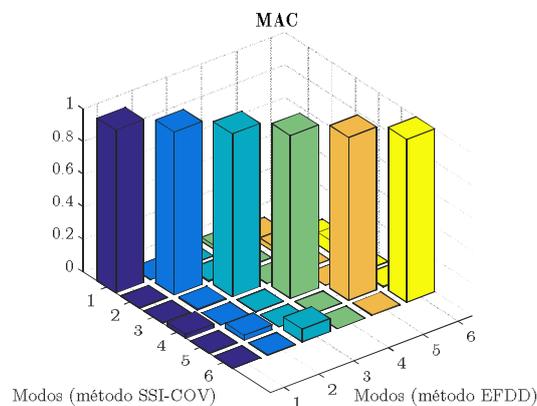


Figura 4.30 - Coeficientes MAC obtidos para o modelo do edifício de 2 pisos, resultantes da comparação entre as configurações modais obtidas pelo método SSI-COV com as obtidas através do método EFDD.

Analisando os valores obtidos através das equações (4.17) e (4.18), da Figura 4.28 e da Figura 4.29, pode-se concluir que os valores da diagonal principal se aproximam da unidade apresentado assim uma boa correlação entre os modos experimentais e numéricos. Comparando os coeficientes MAC dos dois métodos, EFDD e SSI-COV, ambos apresentam valores muito próximo diferindo apenas no segundo modo, em que o pelo método SSI-COV obtém-se um valor mais próximo da unidade, apresentando uma melhor correlação. Relativamente aos coeficientes MAC obtidos entre o método EFDD e o método SSI-COV, pode-se concluir que apresentam uma boa correlação entre modos experimentais dos dois métodos, visto que os valores da diagonal principal são todos próximos da unidade (0,999).

4.4.5.3 Comparação de coeficientes de amortecimento modais

Neste ponto compara-se os coeficientes de amortecimento modais avaliados com o método EFDD, com os obtidos a partir do método SSI-COV (ver Tabela 4.5).

Tabela 4.5 - Comparação entre os coeficientes de amortecimento modais avaliados com o método EFDD, com os obtidos a partir do método SSI-COV.

Modos	Coeficiente de amortecimento modal [%]	
	Método EFDD	Método SSI-COV
1°	0,20	0,279
2°	0,38	0,255
3°	0,23	0,240
4°	0,20	0,283
5°	0,19	0,287
6°	0,19	0,340

Analisando os resultados apresentados na tabela anterior verifica-se que os valores estimados são coerentes entre os métodos, no entanto, este é ainda um domínio que precisa de ser explorado futuramente.

4.5 Considerações finais

Neste capítulo descreveram-se alguns métodos de identificação modal, no domínio da frequência (usualmente designados por não paramétricos), designadamente, os métodos BFD, FDD e EFDD, que se baseiam na análise das estimativas das funções de densidade espectral da resposta em aceleração. A descrição destes métodos assenta na utilização das histórias de aceleração geradas, com a rotinas desenvolvidas em MATLAB, no âmbito do capítulo 2 para o modelo do edifício de 2 pisos.

Os métodos no domínio do tempo, também, são abordados, no entanto, com menor expressividade do que os métodos no domínio da frequência, mostrando-se apenas a aplicação do método SSI-COV aos exemplos abordados neste capítulo.

O método básico no domínio da frequência (BFD) é o método de identificação modal mais conhecido, visto ter sido pioneiro nesta área e também por ser um método de mais fácil aplicação e implementação, permitindo obter resultados fiáveis e com boa interpretação física. As frequências naturais obtidas estão associadas aos valores dos picos nas funções de densidade espectral, enquanto que os coeficientes de amortecimento podem ser estimados através da análise da largura dos picos de ressonância das mesmas funções de densidade espectral. Neste método os modos de vibração obtêm-se relacionando as funções de densidade espectral contidas numa coluna recorrendo às designadas funções de transferência.

O método de decomposição no domínio da frequência (FDD), tal como o método BFD, também se desenvolve a partir das estimativas das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração, pela aplicação do algoritmo da decomposição em valores singulares (SVD). Existe uma versão base que permite apenas a identificação das frequências naturais e dos modos de vibração, a partir dos valores singulares e dos vetores singulares, respetivamente. Quando comparado com o método BFD, tem a vantagem de melhorar o processo de identificação de frequências próximas.

A versão melhorada do FDD (EFDD), veio permitir a obtenção de estimativas dos coeficientes de amortecimento modais, e com base nesse conhecimento, possibilitar a obtenção de frequências naturais “ajustadas”.

Este capítulo termina com um pequeno exemplo de aplicação, referente à análise numérica e experimental do modelo do físico do edifício de 2 pisos em betão armado, existente no Laboratório de Estruturas. Para analisar o comportamento dinâmico deste exemplo, foi desenvolvido um modelo numérico de elementos finitos 3D (utilizando elementos cúbicos de 8 nós), e realizou-se um ensaio de vibrações para caracterizar experimentalmente os parâmetros modais da resposta do edifício.

A identificação dos parâmetros modais, a partir das histórias de aceleração obtidas no ensaio de vibrações, foi efetuada recorrendo ao método EFDD e ao método SSI-COV. Os resultados obtidos experimentalmente (frequências e modos de vibração) foram comparados com os calculados numericamente, para aferir as hipóteses adotadas no desenvolvimento do modelo, com o objetivo de mostrar a importância da utilização de resultados experimentais na calibração de modelos numéricos. Também se estabeleceu uma comparação entre os coeficientes de amortecimento estimados através do método EFDD e do método SSI-COV, tendo-se obtido valores coerentes entre os dois métodos.

Da comparação de resultados verificou-se para o caso das frequências naturais uma aceitável concordância entre resultados numéricos e experimentais, com erros abaixo de 7,2%. Já para o caso das configurações modais utilizou-se como referência de comparação o coeficiente MAC, tendo-se obtido valores de comparação deste coeficiente bastante aceitáveis (acima 0,95).

5

ESTUDO DE CASO

5.1 Considerações iniciais

Neste capítulo procede-se ao estudo do comportamento dinâmico de um edifício de 16 pisos (Figura 5.1), com base na análise de resultados experimentais obtidos a partir de um ensaio de vibração ambiental, os quais são comparados com resultados de um modelo numérico tridimensional de elementos finitos de casca delgada e de barra (em SAP2000) tendo em vista a calibração do referido modelo.

Pretende-se, com a apresentação deste exemplo, mostrar que a utilização deste tipo de ensaios e de técnicas de identificação modal, descritos nos capítulos 3 e 4, podem ser de grande utilidade para verificar a adequabilidade e para calibrar modelos numéricos, com vista à sua utilização em estudos de previsão, nomeadamente para análise da resposta a ações sísmicas ou em qualquer outro tipo de análises que visem o controlo da segurança estrutural sob ações dinâmicas.

É de salientar que alguns parâmetros podem ser de difícil calibração, como é o caso, por exemplo, do amortecimento, visto que este depende da amplitude das ações sendo por isso difícil estimar qual o valor a adotar para análises, por exemplo, sob sismos intensos a partir dos valores determinados com base em modelos de identificação modal aplicados a resultados obtidos em ensaios de vibração ambiental.



Figura 5.1 - Edifício em estudo.

Assim, nos pontos seguintes procede-se à descrição da estrutura do edifício e introduzem-se os aspetos mais relevantes associados ao desenvolvimento de um modelo numérico tridimensional de elementos finitos.

Em seguida, efetua-se uma análise preliminar de comportamento dinâmico da obra com base em resultados do modelo numérico, e em resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração ambiental. Após a análise, procede-se à comparação entre os resultados experimentais e numéricos, para verificar/calibrar o modelo numérico desenvolvido.

5.2 Descrição da estrutura do edifício

O edifício em estudo apresenta uma geometria pouco vulgar, com um desenvolvimento oval em planta. Trata-se de um edifício com 16 pisos, sendo quatro deles enterrados (ver Figura 5.2). Para melhor perceção, o edifício abrange uma área de construção de 13 250 m², sendo 8 400 m² acima do solo e 4 850 m² abaixo do solo.



a)



b)

Figura 5.2 - Edifício de 16 pisos: a) Edifício em fase de construção; e b) Edifício em 1998.

Relativamente à estrutura, esta é composta por dois núcleos de paredes resistentes, um em cada extremidade, que conferem rigidez ao edifício de um ponto vista estrutural, possuindo as paredes uma espessura de 0,30 m. Cada um dos núcleos tem incorporadas escadas, no núcleo poente encontram-se também elevadores.

A ligação entre os dois núcleos é concretizada através de lajes maciças fungiformes, ao nível dos pisos, descarregando diretamente em pilares e vigas de bordadura nos pisos acima do R/C, enquanto nos pisos inferiores apresentam uma solução similar à dos pisos superiores, mas com uma contenção periférica de paredes resistentes em betão armado (ver Figura 5.3). As lajes dos pisos 5 a 11 têm uma espessura de 0,25 m, nos pisos de 1 a 4 a espessura das lajes é de 0,30 m, enquanto nos restantes pisos é de 0,40 m. Os pisos acima do R/C não possuem paredes divisórias em alvenaria.

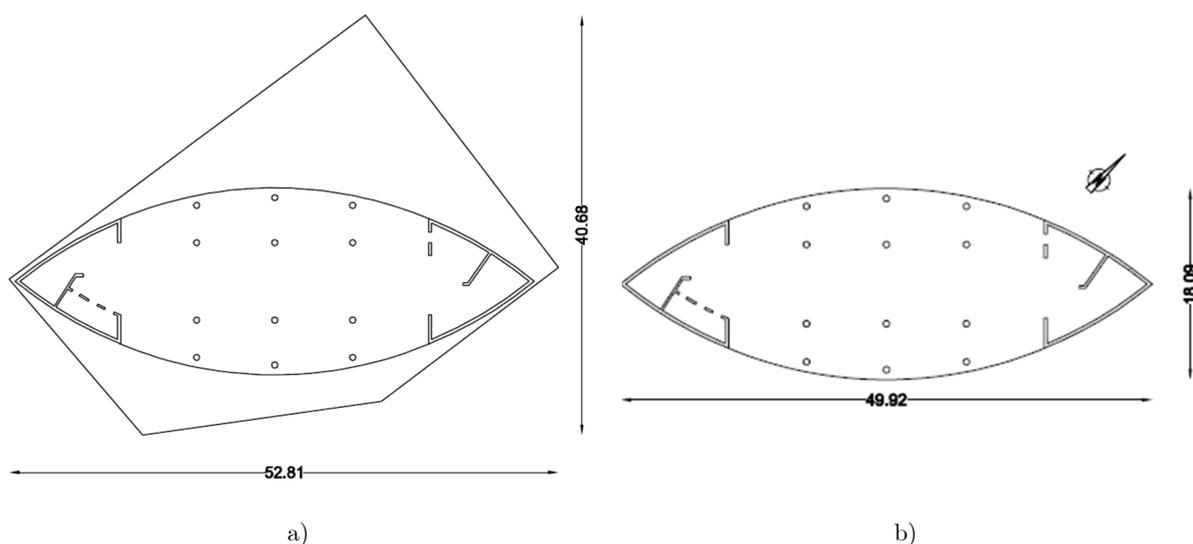


Figura 5.3 - Plantas do edifício em estudo com respetivas dimensões em metros: a) Pisos -4 a 2; e b) Pisos 3 a 12.

A análise do comportamento dinâmico deste edifício é muito interessante por diversas razões, nomeadamente:

- a) pelo facto de ser construído em lajes fungiformes;
- b) apresentar uma forma oval em planta pouco vulgar;
- c) não conter paredes divisórias em alvenaria (nos pisos acima do R/C);
- d) encontrar-se fundado numa zona aluvionar com nível freático elevado.

A análise da resposta dinâmica de um edifício com este tipo de configuração também é interessante do ponto de vista da engenharia, nomeadamente no que se refere à análise do seu comportamento perante ações sísmicas. Uma vez que a sua capacidade resistente terá de ser assegurada essencialmente pelos dois núcleos que se encontram situados nas extremidades, (constituídos por paredes de betão), nomeadamente em relação às translações nas duas direções e aos efeitos de torção. Contudo este último tipo de análise não será objeto deste trabalho.

5.3 Modelação do comportamento estrutural

A modelação do comportamento estrutural do edifício em estudo foi realizada com recurso a um programa de elementos finitos, o SAP2000 versão 18.1.1 (Computers & Structures Inc. 2016). Este modelo (ver Figura 5.4) foi concebido com o principal objetivo de calcular as características dinâmicas da estrutura (frequências e modos de vibração), que se pretendia comparar com as identificadas experimentalmente. A recolha de informações para o desenvolvimento do modelo de elementos finitos, relativos à geometria da estrutura e dos seus elementos, às características dos materiais e das ligações entre elementos, foi efetuada recorrendo às plantas e à memória descritiva e justificativa do projeto de execução (P.E. 1996).

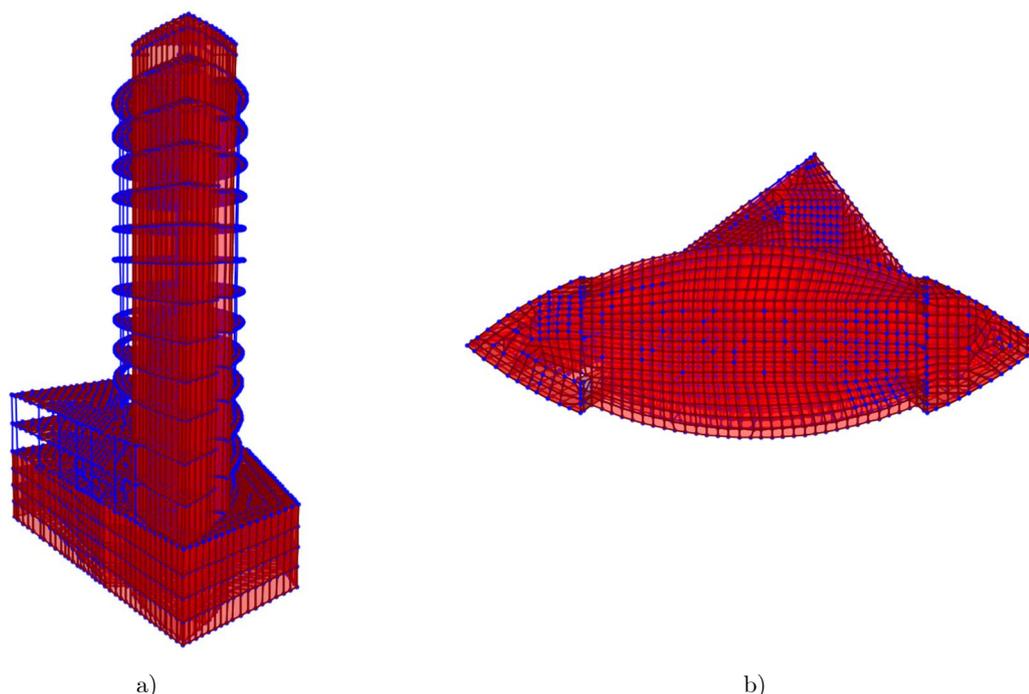


Figura 5.4 - Modelo numérico de elementos finitos tridimensional do edifício em estudo : a) Vista lateral NE-SW; e b) Vista de topo.

Trata-se de um modelo tridimensional, composto por 28 043 elementos de casca delgada e 9 024 elementos de barra, com um total de 107 580 graus de liberdade, em que se admite que a estrutura é de betão armado com peso específico de 25 kN/m^3 . Por motivos de simplificação, considerou-se que o betão é um material homogéneo e isotrópico de comportamento elástico linear com um módulo de elasticidade $E = 36,5 \text{ GPa}$ (valor estimado com base nas indicações de projeto e admitindo o aumento do seu valor com base no disposto no REBAP) e coeficiente de Poisson igual a 0,2. A elevada rigidez no próprio plano das paredes de contenção, associada a uma compatibilização de deslocamentos, assegurada pelas lajes de piso, permite considerar que os pisos enterrados funcionam como um núcleo rígido, assim sendo no modelo assumiu-se um encastramento dos elementos estruturais periféricos até ao nível do piso 0.

Utilizando o modelo numérico, anteriormente descrito, efetuou-se uma análise modal na qual se obtiveram 12 modos de vibração. No entanto, na Figura 5.5 apenas se apresentam as frequências próprias e as correspondentes configurações modais associadas aos 6 modos de vibração que posteriormente se verifica que têm correlação com os identificados experimentalmente.

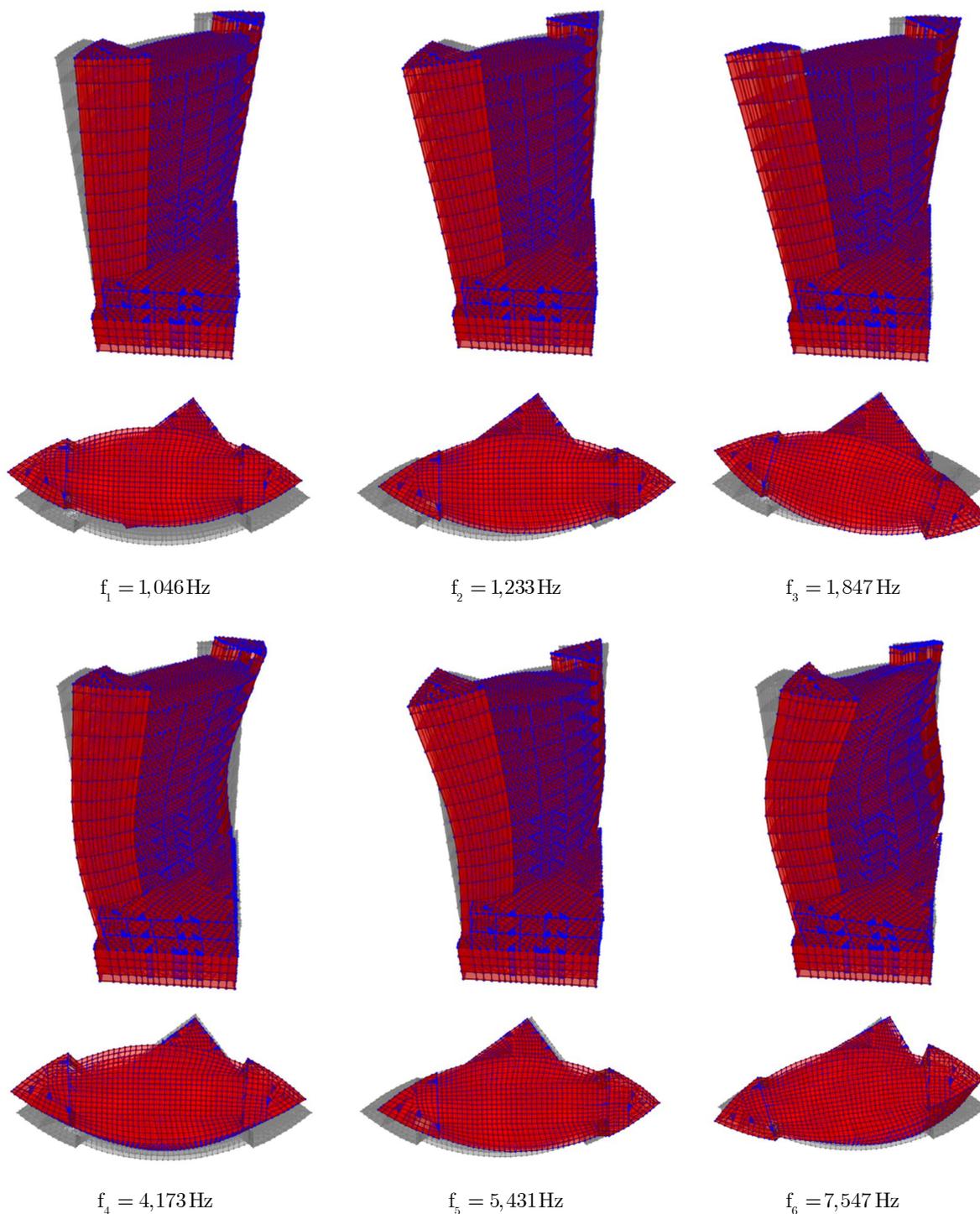


Figura 5.5 - Configurações modais e frequências de vibração dos seis modos obtidas pelo modelo numérico do programa SAP2000, para o edifício em estudo.

Ao analisar as configurações modais apresentadas na Figura 5.5, pode-se concluir que os 3º e 6º modos são claramente, modos de torção enquanto que os restantes apresentam efeitos de translação ao nível dos pisos, correspondendo a flexão nessas direções. Assumindo uma sequência caracterizada por translação em planta na direção mais flexível, translação em planta na direção mais rígida e torção.

5.4 Ensaio de vibração ambiental

A preparação do ensaio de vibração ambiental teve por base os resultados obtidos com o modelo numérico, descrito na seção anterior, nomeadamente em termos das suas configurações modais e das respetivas frequências naturais. Essa informação foi utilizada para ajudar a definir um adequado posicionamento dos acelerómetros, com vista à identificação dos seis primeiros modos de vibração, e para ter uma ideia sobre a gama das frequências de vibração da estrutura e assim ponderar a frequência de amostragem a utilizar no ensaio.

5.4.1 Instrumentação

Para a realização do ensaio de vibração ambiental foram utilizados acelerómetros do tipo “force balanced” (3 Episensor, Modelo FBA ES-U e 1 Episensor, Modelo FBA ES-T) da Kinematics, cabos do tipo Belden de 6 pares (P/N 9874), um sistema de aquisição de dados Altus K2 da Kinematics, com 12 canais de medida (cada canal possui um condicionador de sinal com amplificador) e um computador portátil para aquisição e registo das histórias de aceleração.

Este sistema de aquisição de dados tem uma gama dinâmica superior a 114 dB, e “output” de 24 bits. Os sensores utilizados permitem obter uma sensibilidade máxima de $\pm 2,5$ volt / mg, situando-se o seu nível de saturação nos ± 10 volt. O sincronismo entre sensores e o sinal tempo TU (tempo universal) são assegurados por um sistema de GPS de precisão 0,5 ms (Baptista et al. 2004).

5.4.2 Localização dos acelerómetros

Na escolha da localização dos acelerómetros, teve-se como base o modelo numérico antes descrito, de maneira que o posicionamento escolhido permitisse identificar os modos de translação segundo as direções NW-SE e NE-SW, e os modos de torção. Assim no piso 12 foi colocado dois acelerómetros, um triaxial e outro uniaxial, que funcionaram como referência, para as diversas fases de ensaio realizadas, e que têm correspondência com os graus de liberdade representados à esquerda na Figura 5.6, nos restantes pisos foram dispostos acelerómetros uniaxiais de acordo com o esquema representado na Figura 5.6 e que funcionaram como móveis nas diversas fases de ensaio.

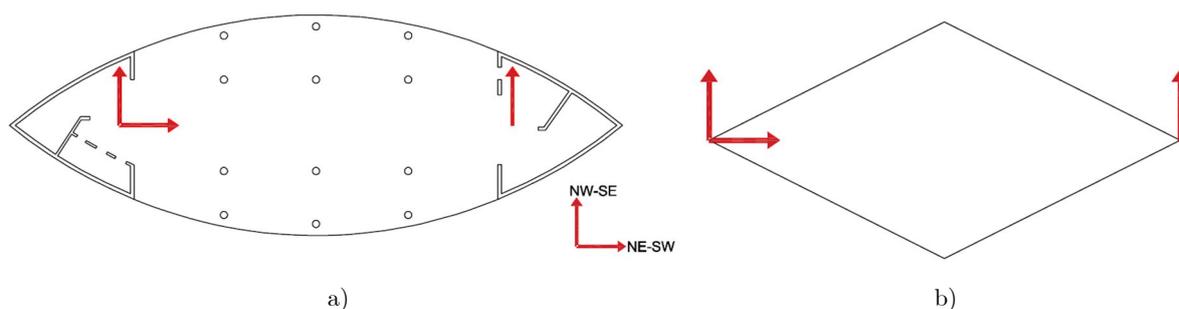


Figura 5.6 - Disposição dos acelerómetros em planta, para o edifício em estudo: a) representação em planta tipo; e b) modelo experimental.

Os graus de liberdade instrumentados permitem o estabelecimento de uma correspondência direta com as direções transversal e longitudinal da estrutura, bem como obter correlações que permitem obter os efeitos correspondentes às torções.

Na Figura 5.6, apresentou-se uma representação, dos graus de liberdade instrumentados, numa planta tipo do edifício e na forma simplificada que será posteriormente utilizada para a representação dos modos que serão identificados experimentalmente. Na Figura 5.7 apresenta-se o modelo de suporte à análise experimental desenvolvido em MATLAB, com a indicação da posição dos sensores utilizados em todas as fases (ver Figura 5.7 (a)) e na 1ª fase de ensaio (ver Figura 5.7 (b)), em que cor vermelha é associada aos sensores de referência e a cor preta, aos sensores móveis.

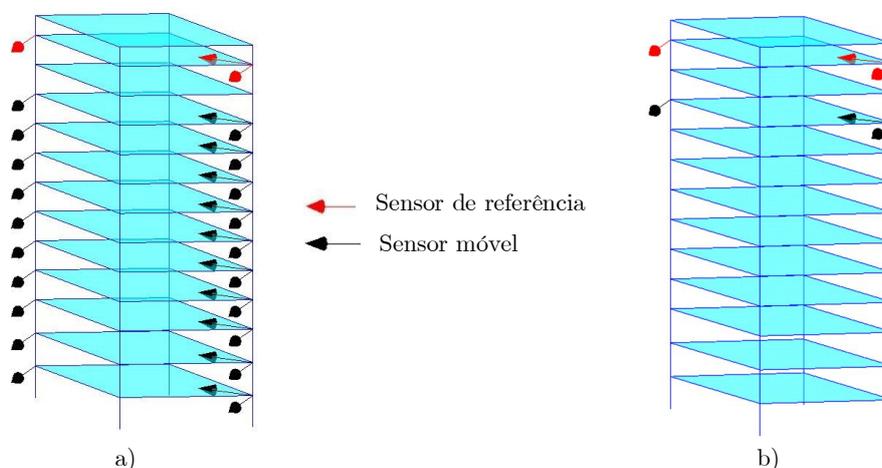


Figura 5.7 -Modelo de suporte à análise experimental desenvolvido em MATLAB, para o edifício de 16 pisos, com indicação da posição dos sensores: a) Representação de todas as fases de ensaio; e b) Representação da 1ª fase de ensaio.

5.4.3 Parâmetros de ensaio

Como já foi referido anteriormente, o ensaio de vibração ambiental foi realizado recorrendo a diversas fases, tendo estas sido realizadas de forma sequencial desde o piso 10 até ao piso 1. Cada fase de ensaio teve uma duração de 30 minutos e foi utilizada uma frequência de amostragem de 250 Hz para a recolha das histórias de aceleração.

5.4.4 Pré-processamento das histórias de acelerações

Às histórias de aceleração, obtidas no ensaio de vibração ambiental, foi aplicado um pré-processamento que consistiu na remoção do efeito usualmente conhecido por DC¹, e de um efeito de tendência linear que facilmente se identificam analisando, a título de exemplo, as histórias de acelerações, obtidas pelo acelerômetro de referência segundo as direções NE-SW (longitudinal) e NW-SE (transversal), na fase de ensaio 1, apresentadas na Figura 5.8 e na Figura 5.9.

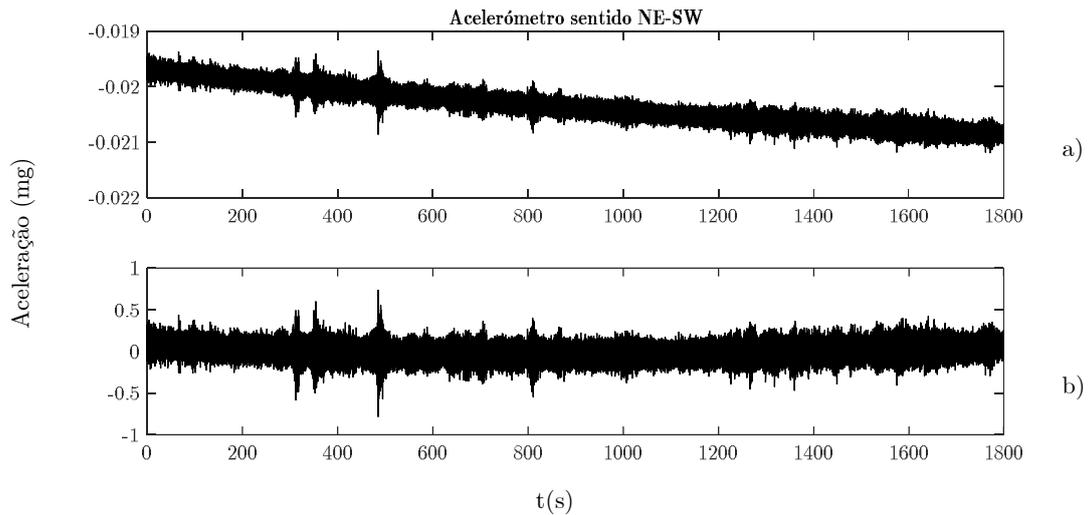


Figura 5.8 – História de aceleração, obtida pelo acelerômetro de referência segundo a direção NE-SW: a) antes do pré-processamento; e b) após o pré-processamento.

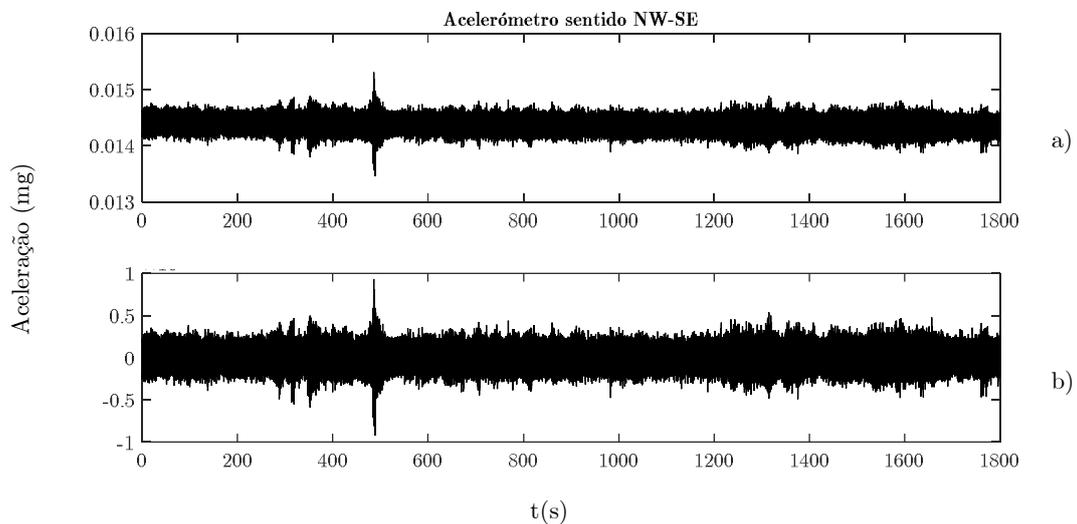


Figura 5.9 – História de aceleração, obtida pelo acelerômetro de referência segundo a direção NW-SE: a) antes do pré-processamento; b) após o pré-processamento.

¹ DC, abreviatura de *direct current*, que usualmente está associada à tendência de desvio dos valores medidos de aceleração em relação ao zero.

Analisando as histórias de aceleração, apresentadas nas figuras anteriores, verifica-se claramente o desvio dos valores medidos em relação ao “zero”, do eixo das acelerações, e no caso da história de aceleração apresentada na Figura 5.8, para além do efeito anterior, verifica-se também a existência de uma tendência linear que se traduz numa tendência de diminuição linear dos valores medidos em termos globais.

Para a remoção dessas tendências, foi aplicado um pré-processamento, baseado na utilização de uma função existente no MATLAB designada por *detrend*, que genericamente, consiste em retirar aos valores medidos o seu valor médio (ao longo de toda a sua extensão), funcionamento apenas para tendências com características de variação lineares.

Esta fase de pré-processamento terminou com a aplicação de um fator de decimação para passagem da frequência de amostragem de 250 Hz para 25 Hz, permitindo assim a identificação de frequências naturais até 12,5 Hz.

5.5 Identificação modal

O edifício em estudo encontra-se sujeito a vibrações ambientais geradas pelo vento, pelos equipamentos de ar condicionado, pelos ocupantes do edifício, entre outras, que são desconhecidas, ou seja, não são possíveis de quantificar *à priori*, por isso assume-se que o seu efeito combinado tem as características equivalentes às de um ruído branco, isto é, assume-se que a estrutura é excitada em todos os seus pontos de igual forma. Assim sendo, este tipo de análise baseia-se unicamente na medição da resposta *output only*, permitindo fazer a distinção entre os modos estruturais e os modos operacionais (Brincker & Ventura 2015).

O processo referente à identificação modal dos parâmetros dinâmicos (frequências naturais e modos de vibração), que caracterizam a resposta dinâmica do edifício, foi assegurado recorrendo às rotinas desenvolvidas em MATLAB, preparadas para análise por fases com sensores de referência, no âmbito deste trabalho e descritas no capítulo 4.

Este processo começa por uma fase inicial de processamento das histórias de aceleração (adquiridas no ensaio de vibração ambiental), com vista à obtenção das funções de densidade espectral associadas, seguindo-se a aplicação do método de decomposição no domínio da frequência (FDD), com vista à identificação das frequências naturais e dos modos de vibração.

5.5.1 Processamento inicial das histórias de aceleração

Antes de se aplicar o método de decomposição no domínio da frequência (FFD) procedeu-se a um processamento inicial das histórias de aceleração com vista à obtenção das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração, sobre as quais assenta a aplicação do referido método.

Nesse processamento inicial, as histórias de aceleração foram subdivididas em segmentos com um comprimento de 40,96 s (envolvendo 1024 pontos), sobrepostos a 2/3, tendo-se aplicado a cada um dos segmentos uma janela de dados de Hanning antes da sua transformação para o domínio da frequência através da aplicação da FFT.

Atendendo às opções tomadas neste processamento inicial, a precisão dos valores identificados depende da resolução em frequência, que neste caso é $\Delta f = 1 / 40,96 \simeq 0,0244\text{Hz}$, uma vez que se utilizou uma frequência de amostragem de 25 Hz ($\Delta t = 0,04\text{s}$).

5.5.2 Método de decomposição no domínio da frequência

Após o processamento inicial, descrito no ponto anterior, aplicou-se o método de decomposição no domínio da frequência. Este método consiste na aplicação do algoritmo de valores singulares à matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração, obtendo-se numa primeira fase o espectro de valores singulares, a partir do qual se identificaram as frequências naturais de vibração da estrutura. Na Figura 5.10 apresenta-se o referido espectro e assinalam-se as frequências naturais identificadas.

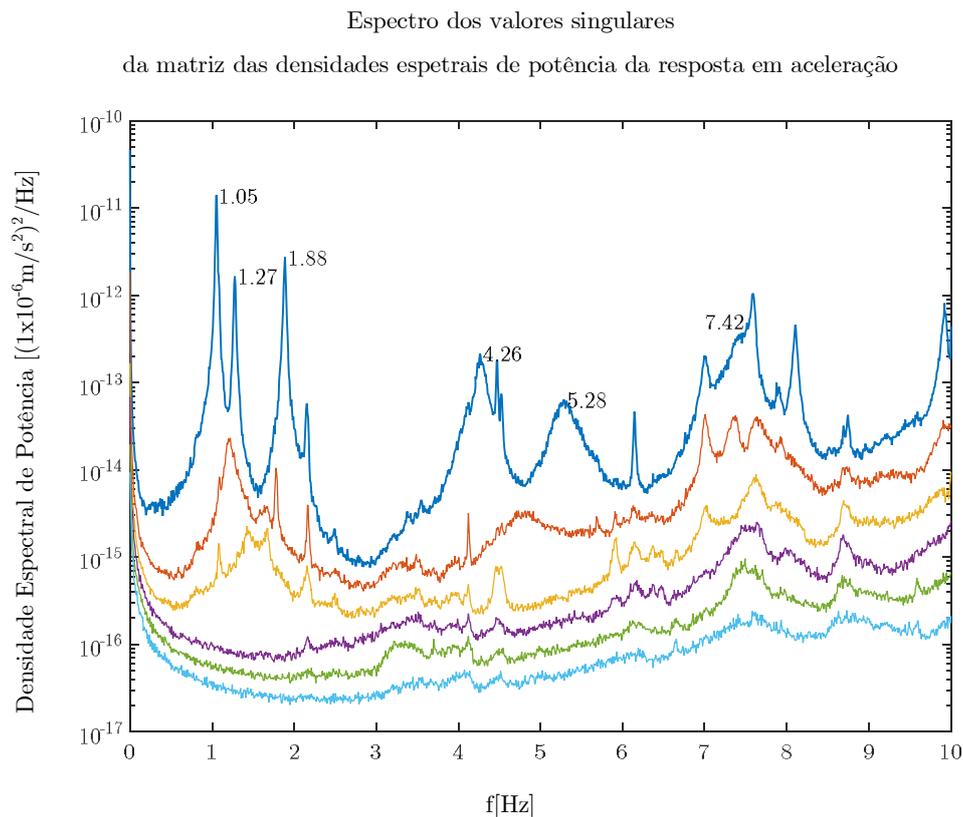


Figura 5.10 - Espectro dos valores singulares da matriz das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração.

Atendendo que o ensaio de vibração ambiental apenas se baseia na análise dos resultados da resposta (é do tipo *output-only*), então é necessário ter um especial cuidado na distinção das frequências associadas a modos estruturais, dos não estruturais.

O processo de seleção dos picos, no espectro de valores singulares, é um processo que em alguns casos não envolve qualquer dúvida, todavia, noutros é necessário analisar a forma do modo de vibração associado ao pico escolhido, para verificar se tem uma correspondência com os que foram obtidos com o modelo numérico.

Analisando a Figura 5.10 verifica-se facilmente que existem alguns picos que não foram associados a modos estruturais, essencialmente, por não terem uma correspondência direta com os modos do modelo, no entanto, a sua forma tendencialmente mais “aguçada” é um indicador que usualmente é associado a modos não estruturais. Neste processo de seleção de picos apenas existiu uma dúvida, associada ao sexto pico identificado, que foi ultrapassada comparando a forma do modo, associado ao pico identificado, com o correspondente modo de vibração obtido com o modelo numérico nessa gama de frequência.

Neste contexto, uma adequada representação espacial da forma dos modos de vibração é essencial. Neste exemplo essa representação espacial teve por base a “planta” simplificada indicada na Figura 5.6 (b), na qual a configuração oval da estrutura foi idealizada em forma de losango, tendo-se obtido o modelo espacial para representação dos modos experimentais indicado na Figura 5.11.

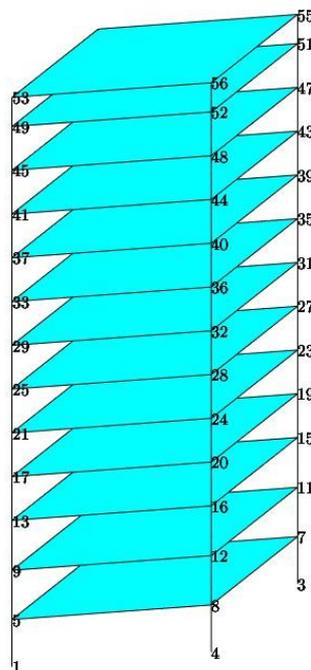


Figura 5.11 - Modelo espacial para representação dos modos experimentais do edifício em estudo.

Tendo por base o modelo espacial anterior, apresentam-se na Figura 5.12 as configurações modais dos primeiros seis modos de vibração, referentes às frequências naturais assinaladas no espectro de valores singulares.

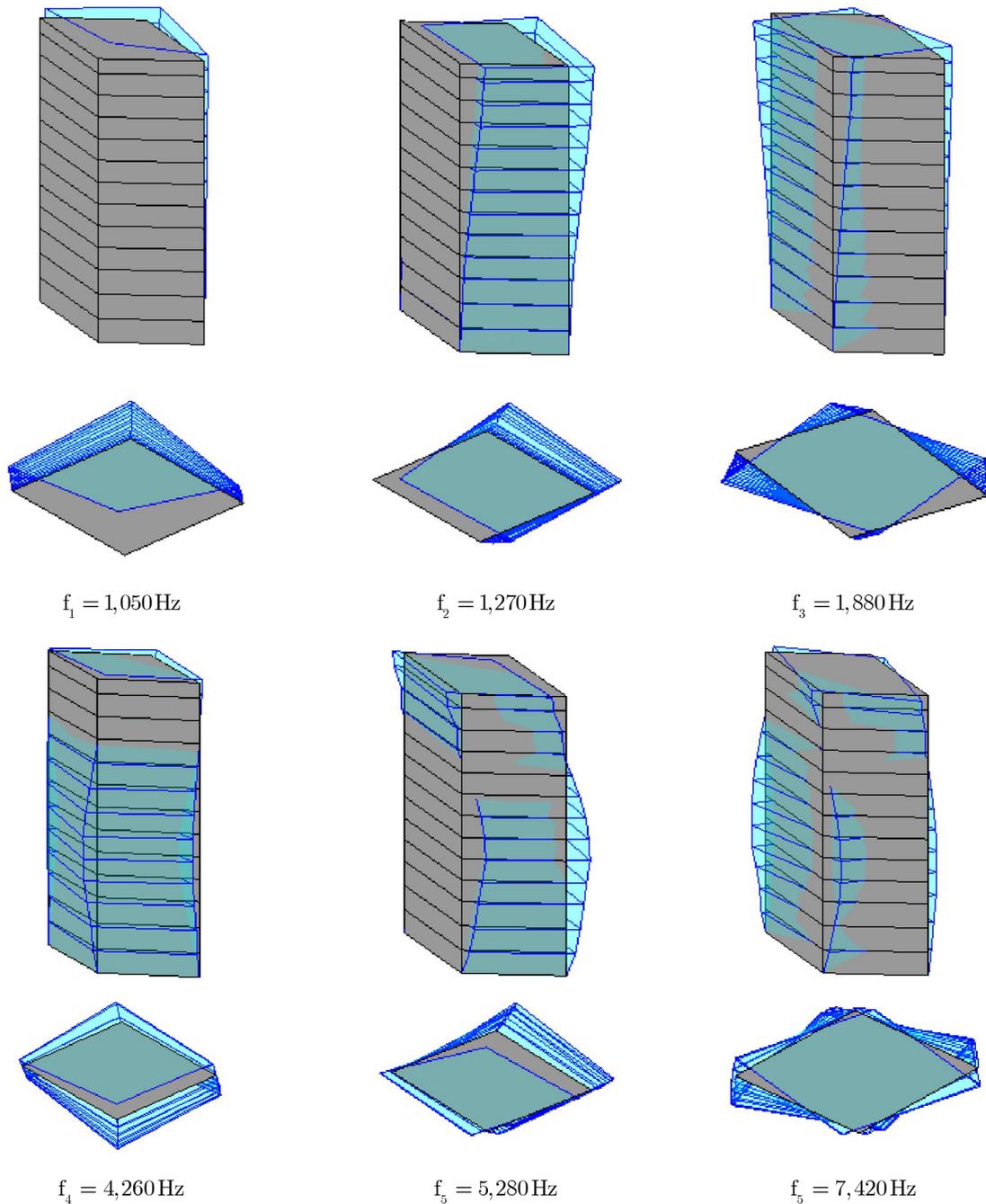


Figura 5.12 - Configurações modais e frequências de vibração dos seis modos obtidos a partir da rotina desenvolvida em MATLAB.

Da análise comparativa entre os modos de vibração, apresentados na Figura 5.5 e na Figura 5.12, verifica-se que as configurações modais identificadas têm uma correspondência com as obtidas a partir do modelo numérico e encontram-se na mesma sequência. Na secção seguinte apresentar-se-á uma comparação entre configurações modais utilizando o coeficiente MAC, para

além de uma comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente e numericamente.

5.6 Comparação de resultados

Nesta seção apresenta-se uma comparação entre as frequências naturais e as configurações modais, obtidas experimentalmente e numericamente. No caso da comparação entre modos de vibração utilizou-se o coeficiente MAC descrito no capítulo 4.

5.6.1 Comparação de frequências naturais

A comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente através da identificação modal e as numéricas obtidas a partir do modelo desenvolvido em SAP2000 é apresentada na Tabela 5.1. Nesta tabela é possível estabelecer uma comparação em termos absolutos e para facilitar a análise e interpretação de resultados é também apresentada uma taxa de erro entre valores, tomando como referência os que são obtidos experimentalmente.

Tabela 5.1 - Comparação das frequências naturais dos modos de vibração obtidas a partir da identificação modal e as obtidas no modelo numérico.

Modos	Configuração Modal	Identificação modal [Hz]	Modelo de elementos finitos [Hz]	Erro [%]
1	1° NW-SE	1,050	1,046	0,38
2	1° NE-SW	1,270	1,233	2,91
3	1° Torção	1,880	1,847	1,76
4	2° NW-SE	4,260	4,173	2,04
5	2° NE-SW	5,280	5,431	2,86
6	2° Torção	7,580	7,420	2,11

Analisando a comparação de resultados, nomeadamente em termos da taxa de erro entre valores obtidos, verifica-se uma aceitável concordância entre resultados experimentais e numéricos, com erros inferiores a 3%.

5.6.2 Comparação entre configurações modais

Neste ponto apresenta-se uma comparação entre as configurações modais obtidas experimentalmente com as calculadas através do modelo numérico, utilizando para o efeito o coeficiente MAC introduzido na equação (4.14). Essa comparação foi concretizada utilizando uma rotina desenvolvida em MATLAB tendo-se obtido os coeficientes (entre 0 e 1) que se indicam a seguir:

$$\text{MAC} = \begin{bmatrix} 0,985 & 0,007 & 0,012 & 0,008 & 0,002 & 0,001 \\ 0,086 & 0,942 & 0,007 & 0,001 & 0,003 & 0,000 \\ 0,009 & 0,067 & 0,873 & 0,000 & 0,003 & 0,003 \\ 0,013 & 0,000 & 0,003 & 0,885 & 0,069 & 0,011 \\ 0,002 & 0,019 & 0,000 & 0,015 & 0,856 & 0,001 \\ 0,000 & 0,002 & 0,011 & 0,069 & 0,021 & 0,696 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Os coeficientes antes indicados são usualmente representados num formato gráfico que se mostra na Figura 5.13, sendo essa representação esquemática extremamente útil, pois permite uma imediata interpretação dos coeficientes MAC.

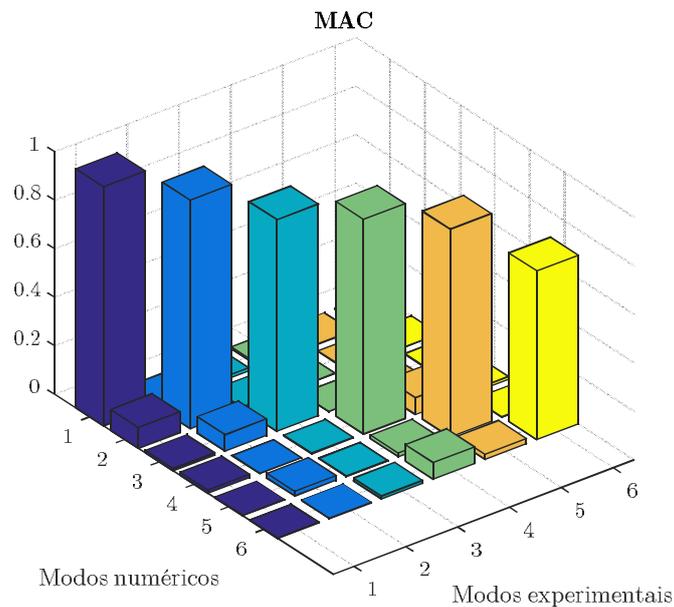


Figura 5.13 – Coeficientes MAC obtidos para o edifício em estudo, resultantes da comparação entre as configurações modais obtidas pelo método FDD com as calculadas através do modelo numérico.

Analisando os valores apresentados na equação (5.1) e na Figura 5.13, pode-se concluir que os valores da diagonal principal, têm valores próximo da unidade, para os dois primeiros modos de vibração, o que significa uma muito boa correlação entre os modos experimentais e numéricos. Relativamente aos modos de vibração 3, 4 e 5 também têm uma boa correlação, embora um pouco inferior aos dois primeiros. No entanto, o valor correspondente ao sexto modo de vibração (2º torção) é o que revela uma mais fraca correlação, que em parte se justifica com a dificuldade que existiu em identificar a frequência que lhe está associada no espectro dos valores singulares, mas que se considera aceitável.

5.7 Considerações finais

Neste capítulo procedeu-se ao estudo do comportamento dinâmico de um edifício de 16 pisos, com base na análise de resultados experimentais obtidos a partir de um ensaio de vibração

ambiental, os quais são comparados com resultados de um modelo numérico de elementos finitos 3D (utilizando elementos cúbicos de 8 nós) tendo em vista a calibração do referido modelo.

A identificação dos parâmetros modais, a partir das histórias de aceleração obtidas no ensaio de vibração ambiental, foi efetuada recorrendo ao método FDD. Os resultados obtidos experimentalmente (frequências naturais e modos de vibração) foram comparados com os calculados numericamente, para aferir as hipóteses adotadas no desenvolvimento do modelo, com o objetivo de mostrar a importância da utilização de resultados experimentais na calibração de modelos numéricos.

A partir da informação experimental identificaram-se seis frequências naturais e os respetivos modos de vibração, em duas sequências caracterizadas ambas por dois modos de flexão com componentes de translação em planta na direção mais flexível e translação em planta na direção mais rígida, terminando cada uma das sequências com um modo de torção.

Da comparação de resultados verificou-se, para o caso das frequências naturais, uma boa concordância entre resultados numéricos e experimentais, com erros abaixo de 3%. Já para o caso das configurações modais utilizou-se como referência de comparação o coeficiente MAC, tendo-se obtido valores próximos da unidade, para os dois primeiros modos de vibração, o que significa uma muito boa correlação entre os modos experimentais e numéricos. Relativamente aos modos de vibração 3, 4 e 5 também têm uma boa correlação, embora um pouco inferior aos dois primeiros. No entanto, o sexto modo de vibração (2º torção) apresenta um valor mais baixo (0,696), o que revela uma mais fraca correlação, essencialmente devido ao fato de na proximidade da frequência associada a este modo verificar-se a existência de picos possivelmente associados a outros fenómenos de vibração que perturbaram o processo de identificação desse modo. Todavia ainda se está perante um valor aceitável com uma configuração modal que não deixa margens para dúvidas da sua compatibilidade com a obtida numericamente, nomeadamente quando representada em animação.

A caracterização do comportamento dinâmico deste edifício de betão armado (quase sem alvenarias), baseado na realização de um ensaio de vibração ambiental para calibrar o modelo numérico, mostrou-se muito interessante, nomeadamente pela capacidade demonstrada para validar as hipóteses adotadas na construção do modelo.

6

CONCLUSÕES E PERSPETIVAS FUTURAS

6.1 Principais conclusões

Com a realização deste trabalho mostrou-se a importância que os fundamentos matemáticos da dinâmica de estruturas têm na caracterização e análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, nomeadamente para o caso de edifícios de betão armado, quando se pretendem estimar os seus parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais).

Atualmente, a abordagem a adotar para estudar e compreender esses fundamentos pode ser facilitada através da sua programação em rotinas de MATLAB, tal como se procurou mostrar no capítulo 2 deste trabalho.

A utilização de ensaios de vibração para caracterizar o comportamento dinâmico de edifícios de betão armado, é uma metodologia muito interessante, nomeadamente, quando se recorre a ensaios de vibração ambiental. Este tipo de ensaios permite a obtenção de bons resultados considerando apenas as excitações de carácter ambiental e operacional, a sua execução é relativamente fácil, pelo que são mais económicos.

Todavia o sucesso para realização destes ensaios envolve a compreensão e a capacidade de analisar e interpretar um conjunto de aspetos que podem influenciar a qualidade dos dados/resultados que se espera obter, nomeadamente: a escolha de equipamento adequado (sistemas de aquisição de dados e sensores) para o tipo de ensaio que se pretende realizar; um bom planeamento e uma metodologia de ensaio apropriada; a consciência da possibilidade de poderem ocorrer diversos tipos de eventos/interferências e a necessária capacidade para os

analisar e corrigir; e o devido conhecimento dos possíveis erros que podem resultar das fases de pré-processamento e processamento, os quais foram abordados e discutidos no capítulo 3 deste trabalho.

A informação experimental que se obtém a partir de ensaios de vibração ambiental é traduzida na forma de histórias ou séries temporais de aceleração. Contudo, para obter os parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais), após as fases associadas à sua pré-análise, pré-processamento e processamento é necessário recorrer à utilização das designadas metodologias de identificação modal. No âmbito deste trabalho, foram descritas algumas metodologias no domínio da frequência, designadamente os métodos BFD, FDD e EFDD, e no domínio do tempo, SSI-COV, tendo essas metodologias sido descritas, no capítulo 4, com base na análise de um exemplo, associado ao modelo de um edifício de dois pisos e tendo-se procedido à implementação das metodologias no domínio da frequência em rotinas de MATLAB, para ajudar à sua compreensão.

Após a descrição das metodologias de identificação modal procedeu-se à caracterização e análise do comportamento dinâmico de um modelo físico em betão armado de um edifício de dois pisos, existente no Laboratório de Estruturas, para mostrar a validade das rotinas de identificação modal, implementadas em MATLAB e para mostrar a importância da comparação entre resultados experimentais e numéricos neste tipo de processos, nomeadamente para a calibração de modelos numéricos.

Este trabalho teve como objetivo principal a caracterização e análise do comportamento dinâmico de um edifício de 16 pisos (4 deles enterrados) em betão armado, caracterizado por praticamente não ter paredes em alvenaria de tijolo. Tendo-se concretizado esse processo através da realização de um ensaio de vibração ambiental para calibrar um modelo numérico desenvolvido (no âmbito deste trabalho em SAP2000), o que se mostrou da maior utilidade para validar as hipóteses adotadas na elaboração do referido modelo.

Assim, a partir da informação experimental obtida com a realização do ensaio de vibração ambiental, foram identificadas as frequências naturais dos seis modos e as respetivas configurações modais, utilizando o método FDD implementado em rotinas de MATLAB, desenvolvidas no âmbito deste trabalho e preparadas para análise de resultados de ensaios por fases. Esses resultados experimentais foram comparados com resultados numéricos obtidos com o modelo de elementos finitos desenvolvido (SAP2000), com vista à calibração do modelo, tendo-se obtido boa concordância entre resultados numéricos e experimentais, em termos de frequências naturais e modos de vibração. Relativamente à comparação entre frequências naturais, as diferenças foram inferiores a 3%, em relação aos modos de vibração, utilizou-se como critério de comparação o coeficiente MAC, tendo-se verificado para os dois primeiros modos uma muito boa correlação, para os modos 3, 4 e 5 uma boa correlação (próximo de 90%), enquanto que o sexto modo apresentou uma correlação mais fraca, que os outros

(próximo de 70%), o que mesmo assim se considera como um valor aceitável, pois não deixa margens para dúvidas, em relação à sua compatibilidade com a obtida numericamente, nomeadamente quando representada em animação.

Fica assim demonstrado com a realização deste trabalho que estudos deste tipo baseados em ensaios de vibração ambiental/operacional permitem obter dados de grande utilidade para calibrar os modelos numéricos, todavia a monitorização permanente de uma estrutura deste tipo pode permitir a obtenção de um conjunto de informação mais vasta e mais interessante, nomeadamente se for obtida na sequência da ocorrência de um sismo intenso.

Atualmente ainda continuam a subsistir dúvidas sobre qual será o comportamento estrutural dinâmico deste tipo de estruturas na sequência da ocorrência desse tipo de eventos.

6.2 Perspetivas de desenvolvimentos futuros

O trabalho apresentado pode ser complementado nas diversas áreas abordadas, assim:

- Do ponto de vista da identificação modal podem-se comparar os resultados da identificação modal no domínio da frequência apresentados, para o caso do edifício de 16 pisos, com resultados de outros métodos no domínio da frequência (EFDD e Polimax) ou provenientes de métodos no domínio do tempo (p. ex. SSI-COV);
- Na análise dos resultados experimentais ficou ainda em aberto a área referente à identificação de coeficientes de amortecimento modais, podendo ser um campo a explorar, noutros trabalhos desta natureza;
- A realização de ensaios de vibração ambiental é interessante para caracterizar experimentalmente o comportamento dinâmico de edifícios, no entanto, a monitorização permanente de uma estrutura deste tipo pode permitir a obtenção de um conjunto de informação mais vasta e mais interessante, nomeadamente se for obtida na sequência da ocorrência de um sismo;
- O desenvolvimento de uma análise sísmica ao edifício em estudo, depois de calibrado, pode ser também interessante, no entanto, a calibração feita neste trabalho apenas é válida para ações dinâmicas associadas a vibrações ambientais. Nesse caso seria importante conhecer a resposta devida a sismos de diferentes intensidades.

BIBLIOGRAFIA

- Aktan, A. & Catbas, F., 2003. *Development of a model health monitoring guide for major bridges*, Federal Highway Administration Research and Development.
- Allemang, R.J. & Brown, D.L., 1982. *A correlation coefficient for modal vector analysis*, Orlando, USA: IMAC.
- Baptista, M. et al., 2004. Análise experimental para a obtenção das características dinâmicas do edifício da Portugal Telecom no Parque das Nações. *6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica - Sísmica 2004, Aveiro, Portugal*, 2, pp.1–9.
- Bendat, J. & Piersol, A., 1993. *Engineering applications of correlation and spectral analysis* 2nd ed., John Wiley & Sons.
- Bendat, J. & Piersol, A., 2000. *“Random Data: Analysis and Measurement Procedures”* 3rd ed., Wiley-Interscience.
- Brincker, R., Andersen, P. & Zhang, L., 2000. *Modal Identification From Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition*. In *Proceed.*, San Antonio, Texas.
- Brincker, R. & Ventura, C., 2015. *Introduction to Operational Modal Analysis*. In Wiley.
- Brincker, R., Ventura, C.E. & Andersen, P., 2001. *Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition* IMAC-XIX, ed., Kissimmee, USA.
- Brincker, R., Zhang, L. & Andersen, P., 2001. *Modal identification of out-only systems using frequency domain decomposition.*, Mater, Smart.
- Caetano, E.D.S., 1992. *Identificação Experimental de Parâmetros Dinâmicos em Sistemas Estruturais*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Canônico, L., 2014. Testes simulam vibração da torcida em provisórias da Arena Corinthians. *globoesporte*. Available at: <http://globoesporte.globo.com/futebol/times/corinthians/noticia/2014/05/testes-simulam-vibracao-da-torcida-em-provisorias-da-arena-corinthians.html> [Accessed August 8, 2016].
- Carvalho, F.J., Costa, C.O. & Azevedo, F.S. de, 2008. *Elementos de sistemas e de análise e processamento de sinais.*, Curso, LNEC.
- Chopra, A., 2001. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall.
- Clough, R.W. & Penzien, J., 2003. *Dynamic of Structures* Second Edi. B.J.Clark, ed., Berkeley:

- McGraw-Hill, Inc.
- Computers & Structures Inc., 2016. “*SAP2000 Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures*,” Berkeley, California, USA.
- Corrêa, M.R. & Costa, A.C., 1992. *Ensaaios Dinâmicos da Ponte sobre o Rio Arade - Pontes Atirantadas do Guadiana e do Arade* LNEC, ed., Lisboa, Portugal: Editado por J.A.Fernandes; L.O.Santos.
- Crawford, R. & Ward, H., 1964. Determination of natural period of buildings. Bulletin of the Seismological Society of America. In *Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 54, N.6*. pp. 1743–1756.
- Cunha, A., 1990. *Dinâmica Estrutural Estocástica. Aplicações à engenharia sísmica*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, ed., Porto, Portugal.
- Cunha, Á. & Caetano, E., 2012. *Monitorização Dinâmica e Identificação Estrutural de Pontes e Estruturas de Grande Vão.*, Rio de Janeiro: Em XXXV Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural - Infraestruturas e Desenvolvimento.
- Cunha, Á., Caetano, E. & Magalhães, F., 2010. Novas Perspetivas na Análise do comportamento dinâmico de estruturas. *Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões*, 18, pp.23-34.
- Felber, A.J., 1993. *Development of hybrid bridge evaluation system* U. of B. Columbia, ed., Vancouver, Canada.
- Girard, A. & Roy, N., 2007. *Structural Dynamics in Industry* Wiley, ed.,
- Heylen, W., Lammens, S. & Sas, P., 2007. *Modal analysis theory and testing*, Katholieke Universiteit Leuven, Faculty of Engineering.
- Juang, J.-N., 1995. *Applied system identification* P. Hall, ed., USA.
- Juang, J.N. & Papa, R.S., 1985. An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction *AIAA Journal of Guidance and Dynamics*, ed. , 8(4), pp.620–627.
- Klema, V.C. & Laub, A.J., 1980. The Singular Value Decomposition: Its Computation and Some Applications. In *IEEE Transactions on Automatic Control*. pp. 164–176.
- Ljung, L., 1999. *System identification - theory for the user, 2nd Edition.*, Prentice Hall, USA.
- LMS, 2016. Test.Lab Modal Analysis Software.
- Magalhães, F., 2004. *Identificação modal estocásticas para validação experimental*. FEUP,

- Porto, Portugal.
- Mendes, P., 2012. *Dinâmica de Estruturas. Sebenta da unidade curricular Dinâmica de Estruturas*. I. S. de E. de Lisboa, ed., Lisboa.
- Mendes, P., 2010. *Observação e Análise do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Mendes, P., 2005. *Observação e análise do comportamento dinâmico de barragens de betão sob excitação ambiente. Tese Mestrado*. Lisboa.
- Mendes, P. & Oliveira, S., 2008. *Análise Dinâmica de Estruturas*, LNEC.
- Moreira, A., 2010. Modelo físico de um edifício de 2 pisos.
- Oliveira, S., 2007. *Folhas da disciplina de Matemática Aplicada à Engenharia Civil*, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.
- Oliveira, S. et al., 2011. Long-term dynamic monitoring systems for the safety control of large concrete dams. The case of Cabril Dam. In Portugal, pp. 1–2.
- Van Overschee, P. & De Moor, B., 1996. *Subspace Algorithms for the Stochastic Identification Problem*,
- P.E., 1996. *Projeto de Execução da autoria dos seguintes gabinetes: SUA KAY Arquitetos; Arquimedix Lda; Nelson Cruz & João Caixaria Engenheiros Associados Lda; DUCTOS Sociedade de Projetos de Engenharia Lda; Planeamento e Projetos de Engenharia Lda.*,
- Pan, C., 2001. *Gibbs phenomenon removal and digital filtering directly through the fast Fourier transform*, IEEE Transactions on Signal Processing.
- Peeters, B., 2000. System identification and damage detection in civil engineering - PhD Thesis. *Status: Published*.
- Prevosto, M., 1982. *Algoritmes d'Identification des Caractéristiques Vibratoires de Structures Mécaniques Complexes.*, Ph.D.Thesis, Université de Rennes I, Rennes, France.
- Priestley, M., 1969. *Structural Behaviour of Buildings from Dynamics Measurements under Ambient Excitation.*, LNEC.
- Rodrigues, J., 2004. *Identificação Modal Estocástica. Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil.*, Tese de Doutoramento apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Santos, L.O., 2014. *Monitorização e ensaio de pontes.*, Rio de Janeiro: VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas.

SVS, 2016. ARTeMIS Modal Software.

The MathWorks, 2016. MatLab.

Ventura, C. & Horyna, T., 2000. *Measured and calculated modal characteristics of the Heritage Court Tower in Vancouver.*, San Antonio, USA: Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference.

Welch, P.D., 1967. *The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectral: A Method Based on Time Averaging Over Short Modified Periodograms.*, IEEE Transactions on Audio and Electro-Acoustics.