

Gero STOFFELS, Siegen

Auffassungswechsel als eine wesentliche Hürde beim Übergang Schule – Hochschule: Ein Blick aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Die Übergangsproblematik ist ein komplexes Phänomen, das aus verschiedenen Perspektiven und von vielen Mitgliedern der mathematikdidaktischen Community diskutiert wird. Die aktuelle Forschung in diesem Bereich lässt sich in einem Spannungsfeld zwischen den vermuteten Ursachen „Fehlende Kenntnisse und Kompetenzen der Studienanfänger“ vs. „Andersartigkeit von Schul- und Hochschulmathematik“ verorten (vgl. Ableitinger, et al., 2013, S. V&VI). Das hier vorgestellte Promotionsprojekt ist eher letzterem Pol zuzuordnen. Ziele des Projekts sind zum einen die Übergangsproblematik durch Analyse von Übergangsbioographien der Studierenden aber auch Übergängen in der historischen Entwicklung der Mathematik zu verstehen. Zum anderen wird versucht innerhalb eines Seminarsettings der Übergangsproblematik dadurch zu begegnen, dass Studierenden die Möglichkeit gegeben wird anhand ausgesuchter historischen Quellen ihre eigene Auffassung von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematik zu reflektieren, um auf diese Weise ihren eigenen Übergang besser zu bewältigen. Auf der Basis eines Netzwerks von Theorien aus den Bereichen Mathematikdidaktik, Erkenntnistheorie und Psychologie (Balzer, Moulines, & Sneed, 1987; Bauersfeld, 1983; Burscheid & Struve, 2010; Gopnik & Meltzoff, 1997; Schoenfeld, 1985) lässt sich die folgende Hypothese formulieren:

Der Wechsel von einer empirisch-gegenständlichen zu einer formal-abstrakten Auffassung von Mathematik ist eine wesentliche Hürde für den Übergang von der Schule zur Hochschule.

Ein ähnlicher Auffassungswechsel von empirisch-gegenständlich zu formal-abstrakt ist in der Geschichte der Mathematik zu finden (Bspw. in der Entwicklung der Stochastik).

Daraus kann man die folgenden vier Forschungsfragestellungen entwickeln:

- Treten beide Auffassungen in der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf?
- Ist die empirisch-gegenständliche Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Schule dominant?
- Ist die formal-abstrakte Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Hochschule/Universität dominant?

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. WTM-Verlag, Münster, 2014, S. x-y

- Inwieweit kann die Auseinandersetzung mit historischen Quellen aus der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung den Studierenden dabei helfen ihre eigenen Übergangsprobleme besser zu bewältigen?

Die erste, zweite und dritte Fragestellung unterscheiden sich in ihrer methodischen Herangehensweise wesentlich von der vierten Fragestellung. Erstere soll insbesondere mithilfe einer strukturalistischen Rekonstruktion (vgl. Burscheid & Struve, 2010) von historischen Quellen, sowie Schul- und Fachbüchern untersucht werden. Letztere durch eine Fallstudie auf der Basis eines Forschungsseminars in Zusammenarbeit mit den teilnehmenden Studierenden (Stake, 1995).

Hinweise zu einer möglichen Antwort auf die erste Fragestellung können von Mises in „Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit“ (Mises, 1928) und Kolmogoroff in seinen „Grundbegriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ (Kolmogoroff, 1933) geben. Von Mises legt seine Auffassung der Wahrscheinlichkeitstheorie folgendermaßen dar:

„Wir können sagen: Die Wahrscheinlichkeit, Sechs zu zeigen, ist eine physikalische Eigenschaft [sic!] eines Würfels, von derselben Art wie sein Gewicht, seine Wärmedurchlässigkeit, seine elektrische Leitfähigkeit usf. Ebenso entspricht dem Würfelpaar [sic!] [...] neben anderen eine bestimmte physikalische Größe: die Wahrscheinlichkeit der Doppelsechs. Mit den mannigfachen Beziehungen derartiger Größen untereinander beschäftigt sich die Wahrscheinlichkeitsrechnung.“ (Mises & Geiringer, 1972, S. 16)

Dieser Auszug deutet auf eine empirisch-gegenständliche Auffassung hin, schließlich fordert von Mises nicht nur die Anwendung eines formal-abstrakten Wahrscheinlichkeitsbegriffs, sondern legt diesen als „physikalische Eigenschaft“ in einem empirisch wahrnehmbaren Phänomenbereich fest, worauf er im Folgenden seine Wahrscheinlichkeitsrechnung aufbaut.

Kolmogoroff wählt dagegen eine grundsätzlich andere Basis. Der Zweck seiner Ausarbeitung ist eine axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, durch die ihre Grundbegriffe auf natürliche Weise in die moderne Mathematik eingeordnet werden können (vgl. Kolmogoroff, 1973, S. III). Dabei versteht er unter einer modernen Mathematik,

„daß [sic!], nachdem die Namen der zu untersuchenden Gegenstände und ihrer Grundbeziehungen sowie die Axiome, denen diese Grundbeziehungen zu gehorchen haben, angegeben sind, die ganze weitere Darstellung sich ausschließlich auf diese Axiome gründen soll und keine Rücksicht auf die jeweilige konkrete Bedeutung dieser Gegenstände und Beziehung nehmen darf.“ (Kolmogoroff, 1973, S. 1)

Dieser Auszug erinnert an Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ (Hilbert, 1899) auf die sich Kolmogoroff explizit bezieht. Damit ist seine Auffassung, die er innerhalb der „Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ vertritt, wohl eher als formal-abstrakt einzuordnen.

Aufschlüsse über die durch die Schule vermittelte Auffassung von Mathematik bzw. der Wahrscheinlichkeitsrechnung können Schulbücher geben. Exemplarisch sei hier eine Definition der Wahrscheinlichkeit aus dem Schulbuch Fokus 7 (NRW) genannt. „Mit der **Wahrscheinlichkeit** [sic!] eines Ausgangs wird die relative Häufigkeit bei vielen Wiederholungen des Experiments abgeschätzt.“ (Fokus Mathematik 7, 2014, S. 124)

Diese rekurriert auf die Definition der relativen Häufigkeit, die dort als Quotient von absoluter Häufigkeit und Gesamtanzahl der Versuchsausgänge gebildet wird. Die Wahrscheinlichkeit dient also, analog zu von Mises, zur Beschreibung empirischer Phänomene, d.h. tatsächlich durchgeführter Zufallsexperimente. Dementsprechend kann man auch hier von einer empirisch-gegenständlichen Auffassung sprechen.

Der dritten Frage wird sich mithilfe von Fach- bzw. Lehrbüchern ähnlich genähert. Georgii drückt beispielsweise in seiner „Einführung in die Stochastik“ seine im Werk vertretene Auffassung von Mathematik folgendermaßen aus:

„Erfreulicherweise hängt die Gültigkeit der mathematischen Aussagen über ein Wahrscheinlichkeitsmodell nicht von ihrer Interpretation ab. Die Mathematik wird nicht durch die Begrenztheiten menschlicher Interpretationen relativiert.“ (Georgii, 2009, S. 14)

In diesem Lehrbuch scheint also eine zu Kolmogoroff ähnliche Auffassung von (moderner) Mathematik vertreten zu werden, die auch ohne Interpretation, d.h. auch ohne Rückbezug auf empirische Gegenstände, gilt. Deshalb lässt sich diese Auffassung eher als formal-abstrakt klassifizieren.

Im Wintersemester 2015/2016 wurde in Hinblick auf die vierte Fragestellung erstmals ein Forschungsseminar mit ca. 25 Teilnehmenden durchgeführt, die sich überwiegend im 3.-6. Studiensemester des Studiengangs „Bachelor für das Lehramt an Haupt-, Real- und Gesamtschulen“ befanden. Die Fragestellung wird mithilfe des Fallstudienansatzes auf Basis dreier Datenquellen untersucht (Stake 1995). Dazu wurden zum einen Vorkenntnisse und Auffassungen über die Wahrscheinlichkeitsrechnung, sowie Mathematik im Allgemeinen, mithilfe eines Pre- und Post-Tests erhoben, zum anderen wurde von den Teilnehmenden wöchentlich ein Reflexionsbuch geführt. Im Reflexionsbuch sollten drei bis fünf Fragen, die mehr oder weniger eng mit den Themen

der jeweiligen Sitzung verknüpft waren, im Anschluss an jede Sitzung beantwortet werden. Dies konnte digital online oder handschriftlich erfolgen. Die Antworten in den jeweiligen Datenquellen sind durch einen Identifikationscode verknüpfbar, sodass die Möglichkeit besteht die Entwicklung der Teilnehmenden mithilfe dieser Daten nachzuzeichnen. Die Auswertung der vorliegenden Daten befindet sich in der Codier-Phase, daher können an dieser Stelle noch keine gesicherten Ergebnisse, inwieweit die Studierenden ihren eigenen Übergang mithilfe der vorgestellten Auseinandersetzung bewältigen, vorgestellt werden. Aus der Evaluation der Veranstaltung geht aber klar hervor, dass das Reflexionsbuch von den Teilnehmenden äußerst positiv aufgenommen wurde.

Literatur

- Ableitinger, C., Kramer, J., & Prediger, S. (Eds.). (2013). *Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik. Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung: Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Balzer, W., Moulines, C. U., & Sneed, J. D. (1987). *An Architectonic for Science: The Structuralist Program*: Springer Netherlands.
- Bauersfeld, H. (1983). *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zum Unterrichtshandeln*: Vol. 2. Köln: Aulis-Verlag Deubner.
- Burscheid, H. J., & Struve, H. (2010). *Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen: Ein Beitrag zu ihrer Grundlegung*. Hildesheim: Franzbecker.
- Fokus Mathematik 7. Nordrhein-Westfalen, Gymnasium. (1. Aufl., 1. Dr). (2014). Berlin: Cornelsen.
- Georgii, H.-O. (2009). *Stochastik: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik* (4. überarb. und erw. Aufl.). De-Gruyter-Lehrbuch. Berlin: De Gruyter.
- Gopnik, A., & Meltzoff, A. N. (1997). *Words, thoughts, and theories. Learning, development, and conceptual change*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Hilbert, D. (1899). *Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmal in Göttingen*: Herausgegeben vom dem Fest-Comitee : Inhalt. D. Hilbert Grundlagen der Geometrie. Leipzig: B. G. Teubner.
- Kolmogoroff, A. N. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*: A. Kolmogoroff. Berlin: J. Springer.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, Fla.: Academic Press.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Von Mises, R. (1928). *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*: Richard von Mises. Wien: J. Springer.
- Von Mises, R. von, & Geiringer, H. (1972). *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit* (4. Aufl. / durchges. von Hilda Geiringer). Library of exact philosophy: Vol. 7. Wien: Springer.