

Julia JOKLITSCHKE, Essen; Benjamin ROTT, Essen & Maike SCHINDLER, Örebro

Erfassung mathematischer Kreativität – Herausforderungen valider Untersuchungsmethoden

Motivation und Projektvorstellung

Die Förderung potentiell mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler (SuS) gewinnt im deutschen Schulsystem immer mehr an Bedeutung. Hierzu gibt es vor allem im Primarbereich und in der Sekundarstufe I bereits Erkenntnisse und Tests zur Identifikation und zur Förderung dieser Lernengruppe (u.a. Käpnick, 1998; Kießwetter, 1985; Krutetskii, 1976).

Merkmale, die im Bereich mathematischer Begabung herausgearbeitet wurden, beziehen sich zumeist auf *außergewöhnliche Fähigkeiten* (eine zentrale Komponente aus Renzullis Drei-Ringe-Modell) wie Fähigkeiten zur Mustererkennung oder ein sogenanntes mathematisches Gedächtnis, die in ähnlicher Form auch mit vielen gängigen Intelligenztests erfasst werden. Weitere Aspekte von Begabung, wie z.B. *Aufgabenzuwendung* und *Kreativität* (Renzulli, 2002), finden dabei nur wenig Beachtung. Ausgehend von diesem Desiderat legt das Forschungsprojekt MBF₂ – mathematische Begabung im Fokus in der Sekundarstufe II – das Interesse auf SuS der Sek II und ein breites Spektrum an (potentiellen) Merkmalen mathematisch begabten Handelns wie beispielsweise Kreativität. Im Rahmen des Projektes fanden etwa 15 SuS der Sek II in zehn Treffen Gelegenheit, sich in moderne Themen der Mathematik zu vertiefen und sich kreativ mit Problemstellungen zu beschäftigen (Joklitschke et al., 2016). Das wissenschaftliche Erkenntnisinteresse dieses Beitrags liegt in der mathematischen Kreativität.

Theoretischer Hintergrund

Die Konzeptualisierung mathematischer Kreativität findet seinen Ausgang in Theorien zum divergenten Denken, welchem Guilford (1967) die vier Dimensionen *Fluency* (Fähigkeit, mehrere Ideen zu generieren), *Flexibility* (Verschiedenartigkeit von Ideen), *Originality* (Einzigartigkeit von Ideen) und *Elaboration* (Detailierungsgrad) zuschreibt. Eine präzise allgemeinakzeptierte Definition fehlt jedoch. Die oben genannten Komponenten finden auch Einzug in etablierten Tests wie den *Torrance Test of Creative Thinking* (kurz: TTCT; Torrance, 1974).

Um an bisherige Erkenntnisse anzuschließen und Kreativität in der Mathematik genauer zu untersuchen, betrachten wir *mathematisch kreatives Handeln* als solches, in dem SuS zu einem gegebenen mathematischen Problem vielfältige Lösungsansätze finden. Die Kreativität der Lösungsansätze wird In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

in Anlehnung an Guilfords Dimensionen durch deren Quantität sowie durch die Verschiedenheit und Seltenheit, die im Vergleich zur Referenzgruppe gegeben werden, operationalisiert.

In mathematikdidaktischen Studien – unter anderem von Kattou et al., (2013) und auch Leikin und Lev (2013) – gibt es bereits Adaptionen des oben erwähnten TTCT, um mathematisch kreatives Handeln zu erfassen. In beiden Arbeiten wurden sogenannte *Multiple Solution Tasks* (kurz MSTs) eingesetzt: Problemlöseaufgaben mit dem konkreten Arbeitsauftrag, möglichst viele Lösungen zu finden. Durch eine Analyse von Schülerbearbeitungen in den Dimensionen Fluency, Flexibility und Originality kann somit auf einen Gesamt-Kreativitätsscore geschlossen werden. Bisherige Bewertungsschemata betrachten bei der Ermittlung eines Kreativitätswertes jedoch nicht die Elaboration. Darüber hinaus wird eine streng dichotome Auswahl der Lösungen getroffen, das heißt, dass nur korrekte Lösungen mit in das Bewertungsschema einfließen. Falsche Lösungen werden nicht gewertet. Sowohl das Auslassen der Dimension Elaboration als auch das Aussortieren nicht korrekter Lösungsansätze legitimiert das Forschungsinteresse, bestehende Analysemethoden näher zu untersuchen.

Forschungsfragen

Um an die internationale mathematikdidaktische Kreativitätsforschung (u.a. Kattou et al., 2013; Leikin & Lev, 2013; Tagungsbeiträge der Forschungsgruppe um *Mathematical potential, creativity and talent* der CERME9) anzuschließen, fokussiert das Forschungsinteresse auf eine produktorientierte Forschung, sodass sich folgende Forschungsfragen ergeben:

1. Inwiefern erfassen bestehende Analysemethoden (insb. Tests) das Konstrukt „mathematische Kreativität“ valide?
2. Inwiefern können bestehende Analysemethoden vor diesem Hintergrund weiterentwickelt werden?

Erste Ergebnisse

Exemplarisch wird die Bearbeitung einer geometrischen Aufgabe (Abbildung 1) vorgestellt.

Zur Bearbeitung in Einzelarbeit hatten die SuS 20 Minuten Zeit. Die entstandenen Schriftprodukte wurden hinsichtlich der oben genannten Kategorien Fluency, Flexibility und Originality nach Leikin und Lev (2013) ausgewertet. Es zeigte

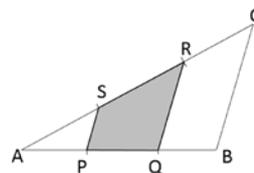


Abbildung 1. MST Dreieck. Es sei ein beliebiges Dreieck ABC gegeben. Die Punkte P, Q und R, S teilen die Seiten AB und AC in jeweils drei gleiche Teile. Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Vierecks im Vergleich zum Flächeninhalt des Dreiecks?

sich, dass nur drei SuS auf der Basis des vorgegebenen Bewertungsschemas Punkte erreichen konnten. Die entsprechenden Lösungen waren korrekt und gut begründet. Bei Betrachtung der übrigen – mit null Punkten bewerteten – Schriftprodukte zeigte sich jedoch, dass auch diese auf durchaus kreative Leistungen hindeuten, aber aus unterschiedlichen Gründen nicht bewertet werden konnten. Hierzu zählten mangelnde Begründungen oder eine fehlende Antwort. Beispielsweise zeigte Laura (Abbildung 2 links) zwar, dass sie das Dreieck zu einem Parallelogramm ergänzte und somit darstellen konnte, dass es sich bei der gesuchten Fläche um die Hälfte des Drittels eines Parallelogramms handelte. Jedoch kam sie zu keiner vollständig korrekten Antwort, sodass ihr Lösungsansatz vor dem Hintergrund der Bewertungsvorgaben nur null Punkte bekam.

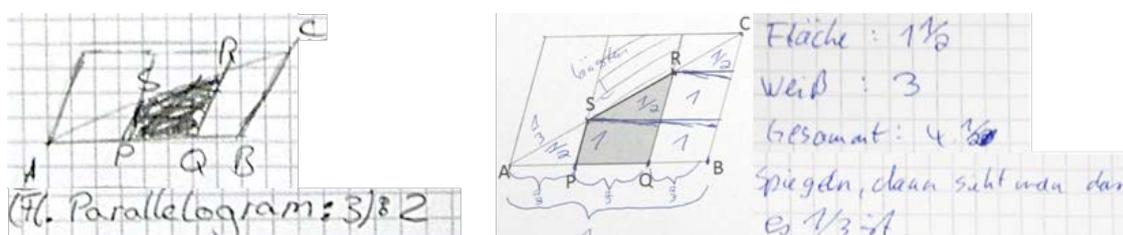


Abbildung 2. Lösungsansätze zur Dreiecksaufgabe. Links: Lauras Ansatz. Rechts: Tonys Ansatz.

Abbildung 2 (rechts) zeigt zwei Ansätze, die Tony erarbeitet hat. Im ersten unterteilte er die Fläche des Dreiecks in kongruente Parallelogramme und Dreiecke und zählte diese. Hier verpasste er es jedoch, die graue Fläche in Relation zur Gesamtfläche darzustellen und kam daher nicht zu einer vollständig korrekten Lösung. Sein zweiter Ansatz deutete, ebenso wie Lauras Ansatz, auf eine Punktspiegelung und damit eine Ergänzung zu einem Parallelogramm hin. Obwohl er eine korrekte Antwort formulierte, ist jedoch die Begründung unzureichend. Nach dem streng dichotomen Bewertungsschema von Leikin und Lev (2013) fließen die beiden Ansätze nicht in die Bewertung ein. Beide Lösungsansätze spiegeln jedoch trotz der Unzulänglichkeiten kreative Leistungen wider und sollten daher in eine Beurteilung des kreativen Handelns einfließen.

Insgesamt wurden im Rahmen dieser Erhebung wenige richtige und zudem gut begründete Antworten angefertigt. Jedoch gab es zahlreiche Lösungsansätze, die eine kreative Leistung erkennen lassen. Mit einer Modifikation hinsichtlich der streng dichotomen Bewertung hingehend zu einer Betrachtung aller Bearbeitungsansätze zeigt sich dann ein durchaus detaillierteres Bild in dem das kreative Handeln deutlicher herausgestellt werden konnte.

Ausblick und Diskussion

Mit der vorliegenden Arbeit konnte das bestehende Analyseinstrument zur Erfassung mathematischer Kreativität, welches in der internationalen

Community Anwendung findet, näher untersucht werden. Die Ergebnisse deuten an, dass eine detailliertere Betrachtung dazu beiträgt, das Konstrukt genauer zu erfassen. Dies liegt vor allem an der streng dichotomen Bewertung, die dem vorhandenen Analyseschema zugrunde liegt. Mit Blick auf die Entwicklung eines Testinstruments sollten verschiedene Möglichkeiten einer Adaption in Erwägung gezogen werden. Beispielsweise könnte die Schwelle zur Aufnahme eines Ansatzes in das Bewertungsschema deutlich nach unten korrigiert werden, sodass auch jene Bearbeitungen gewürdigt werden, die entweder zu einer falschen Lösung kommen oder aber nicht ausführlich genug begründet wurden. In Bezug auf den zweiten Aspekt könnte auch die Aufnahme der Dimension *Elaboration* die Ansätze hinsichtlich ihrer Qualität unterscheidbar zu machen. Der Fokus der Kreativitätsmessung sollte nicht auf kreativen Lösungen beruhen, sondern vielmehr auf kreativen Ansätzen, die erarbeitet werden.

In Folgestudien ist eine Ausweitung des Forschungsvorhabens auf andere Teilgebiete (Algebra, Arithmetik) vorgesehen. Ebenso wird die Kreativität mit andern Merkmalen mathematisch begabten Handelns in Verbindung gebracht. Auch die Betrachtung aus einer ganzheitlichen, qualitativen Ebene rückt in den Fokus, nachdem gezeigt werden konnte, dass hier zugrunde gelegte Konzeptualisierung zur adäquaten Erfassung unzureichend sind.

Literatur

- Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.
- Joklitschke, J., Rott, B. & Schindler, M. (2016, akzeptiert). Revisiting the identification of mathematical creativity. Validity concerns regarding the correctness of solutions. In G. Kaiser & R. Vom Hofe (Hrsg.), *ICME13. 13th International Congress on Mathematical Education*.
- Käpnick, F. (1998). *Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter*. Frankfurt am Main: P. Lang.
- Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D. & Christou, C. (2013). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. *ZDM*, 45 (2), 167–181.
- Kießwetter, K. (1985). Die Förderung von mathematisch besonders begabten und interessierten Schülern. Ein bislang vernachlässigtes sonderpädagogisches Problem. *MNU – der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 38 (5), 300–306.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University of Chicago Press.
- Leikin, R. & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? *ZDM*, 45 (2), 183–197.
- Renzulli, J. S. (2002). Emerging Conceptions of Giftedness. Building a Bridge to the New Century. *Exceptionality*, 10 (2), 67–75.
- Torrance, E. P. (1974). *Torrance Tests of Creative Thinking*. Bensenville, IL: Scholastic Testing Service.