

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ТА БІОХІМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

УДК 536.24:621.791.55

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОАККУМУЛИРУЮЩЕГО ТЕЛА ПРИ РАБОТЕ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ТЕПЛОВОГО АККУМУЛЯТОРА

Белименко С.С., Казимиров И.П.

### ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІНИ ТЕМПЕРАТУРИ ТІЛА, ЩО АКУМУЛЮЄ, ПРИ РОБОТІ ТВЕРДОТІЛОГО ТЕПЛОВОГО АКУМУЛЯТОРА

Бєліменко С.С., Казіміров І.П.

### DETERMINATION OF CHANGE OF TEMPERATURE OF HEAT-RETAINING BODY DURING WORK OF TVERDOTEL'NOGO THERMAL ACCUMULATOR

Belimenko S.S., Kazimirov I.P.

Предприятие ООО «Теплотехника»,  
Украинский государственный химико- технологический университет  
г. Днепропетровск, Украина  
[director@teplotehnika.dp.ua](mailto:director@teplotehnika.dp.ua)

*На основе полученной математической модели теплового поля в аккумулирующем теле теплового аккумулятора проведено моделирование его работы с водяной системой охлаждения. Получено экспериментальное подтверждение адекватности модели теплового поля теплоаккумулирующего тела. Предложенная математическая модель позволяет на этапе проектирования оптимизировать параметры теплового аккумулятора.*

**Ключевые слова:** тепловой аккумулятор, заряд, разряд, условия теплопередачи, преобразование Лапласа, граничные условия

*На основі отриманої математичної моделі теплового поля в тілі , що акумулює, теплового аккумулятора проведено моделювання його роботи з водяною системою охолодження. Отримано експериментальне підтвердження адекватності моделі теплового поля тіла, що акумулює. Запропонована математична модель дозволяє на етапі проектування оптимізувати параметри теплового аккумулятора.*

**Ключові слова:** тепловий аккумулятор, заряд, розряд, умови теплопередачі, перетворення Лапласа, граничні умови

*Based on the derived mathematical model of the thermal field in the accumulating body heat storage simulated his work with water cooling system. Experimental confirmation of the model adequacy of the thermal field heat accumulating body. The proposed mathematical model allows the design phase to optimize the parameters of the heat accumulator,*

**Keywords:** thermal battery, charge, discharge, heat transfer conditions, the Laplace transform, the boundary conditions

#### Введение

В настоящее время основным направлением энергосбережения является экономия затрат на теплоснабжение в промышленных и жилых зданиях за счет запасенной тепловой энергией в ночное время и отдаче ее в дневные часы. При проектировании тепловых аккумуляторов (ТА) необходимо знать характер распределения теплового поля теплоаккумулирующего тела (ТАТ) в любой момент времени, поскольку особенности процессов заряда и разряда твердотельного теплового аккумулятора определяют его конструктивные особенности и весогабаритные характеристики,

В настоящий момент для расчета температурного поля ТА наиболее широко применяют численные методы [1,2]. Получение характеристик нестационарного теплового поля ТАТ ТА возможно при составлении математической модели на основе базовых дифференциальных уравнений теплопередачи [3] и решения их при заданных начальных и граничных условиях [4]. Во многих случаях рабочие элементы ТА состоят из двух слоев: стали (труба теплообменника) и теплоаккумулирующего материала [5]. Ранее была предложена математическая модель теплового поля ТАТ ТА с двухслойной моделью теплопередачи [6].

На рис.1 представлена расчетная схема для анализа температурного поля в случае двухслойного рабочего элемента

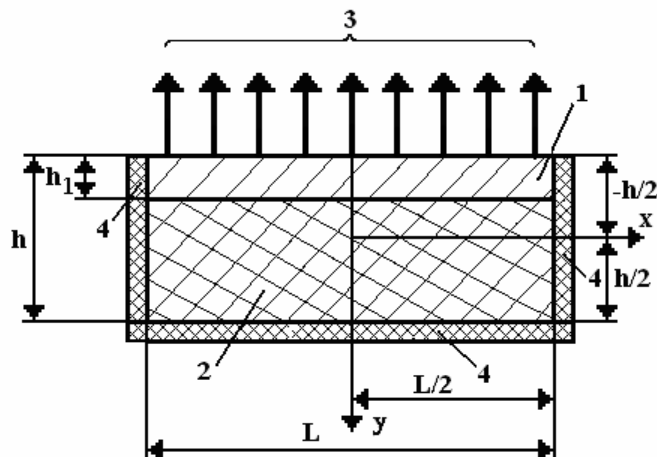


Рис. 1. Расчетная схема для анализа температурного поля:

- 1 – верхний слой- сталь;
- 2 – нижний слой – теплоаккумулирующий материал;
- 3 – поток теплоносителя;
- 4 – теплоизоляция

Для данного случая рассмотрено температурное поле в каждом из слоев с учетом, условий на границе слоев. При этом базовая система уравнений представлена следующим образом

$$\rho_1 \cdot C_{p1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}; \quad \rho_2 \cdot C_{p2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где индексы 1 и 2 представляют собой параметры соответственно для первого и второго слоев.

Граничные условия для верхнего слоя

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial y} \Big|_{y=-h/2} &= q_T, \\ T_1 &= T_{gr} \Big|_{y=h_1-h/2}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $T_{gr}$  – температура на границе слоев.

Выполнены преобразования Лапласа для уравнений (1) по времени и граничных условий (2), соответственно получены следующие операторные аналоги

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 T^L}{dy^2} - \frac{s}{a} \cdot T^L &= -\frac{T_n}{a}; \\ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=-h/2} &= \frac{q_T}{s}, \\ \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h/2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $T^L$  – изображение температуры  $T$ ;  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $a = \lambda / (\rho \cdot C_p)$ ;  $s$  – переменная преобразования Лапласа;  $T_n$  – начальная температура охлаждающей среды в канале.

Граничное условие для нижнего слоя в зоне контакта с верхней пластиной соответствует граничному условию четвертого рода, то есть равенству температур соприкасающихся поверхностей, а на нижней поверхности тела 2 справедливо второе условие из системы (2).

Начальные условия для двух слоев одинаковы и заданы следующим образом:  $T = T_n$  при  $t = 0$ ;

Решение уравнений (1) произведено с использованием интегрального преобразования Лапласа. Получены следующие решения в изображениях соответственно для указанных уравнений:

$$\begin{aligned} T_1^L &= \frac{T_n}{s} + \frac{T_{gr} - T_n}{s} \cdot \frac{\cosh[\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot (h/2 + y)]}{\cosh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot h_1)} + \\ &+ \frac{q_T}{\lambda_1 \cdot \alpha_{11} \cdot s \cdot \sqrt{s}} \cdot \left\{ \frac{\sinh[\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot (h/2 - h_1)] \cdot \tanh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot h/2) \cdot \sinh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot y)}{\cosh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot h_1)} + \right. \\ &\left. + \frac{\sinh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot y)}{\cosh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot h/2)} + \frac{\sinh[\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot (h/2 - h_1)] \cdot \cosh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot y)}{\cosh(\alpha_{11} \cdot \sqrt{s} \cdot h_1)} \right\}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$T_2^L = \frac{T_n}{s} + \frac{T_{gr} - T_n}{s} \cdot \frac{\cosh[\alpha_{12} \cdot \sqrt{s} \cdot (h/2 - y)]}{\cosh[\alpha_{12} \cdot \sqrt{s} \cdot (h - h_1)]}, \quad (5)$$

где  $\alpha_{11} = \sqrt{\rho_1 \cdot C_{p1} / \lambda_1}$ ,  $\alpha_{12} = \sqrt{\rho_2 \cdot C_{p2} / \lambda_2}$ .

Нахождение оригиналов слагаемых в уравнениях (4,5), приведено в [6]. Оригинал выражения (4), то есть уравнение для распределения температуры в верхнем слое получен в таком виде:

$$T_1(t,y) = T_{gr} + \frac{2 \cdot (T_{gr} - T_n)}{\pi} \cdot T_{12}(t,y) + \frac{qT}{\lambda_1 \cdot \alpha_{11}} \cdot [T_{13}(t,y) + T_{14}(t,y)] \quad (6)$$

где  $y$  – координата, которая изменяется в пределах  $y = -h/2 \div (h_1 - h/2)$ ;

$$T_{12}(t,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot \cos(hy_k)}{(k-0,5)} \cdot \exp(-b1_k \cdot t); \quad T_{13}(t,y) = \frac{2 \cdot a_{11} \cdot h_1}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot \sin(h1_k)}{(k-0,5)^2} \times$$

$$\times [\tan(h2_k) \cdot \sin(yh1_k) + \cos(yh1_k)] \cdot tb1_k;$$

$$T_{14}(t,y) = \frac{a_{11} \cdot h}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cdot \sin(2 \cdot yh_k) \cdot tb2_k}{(k-0,5)^2};$$

$$tb1_k = [1 - \exp(-b1_k \cdot t)], \quad tb2_k = [1 - \exp(-b2_k \cdot t)]; \quad hy_k = \pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{(h/2+y)}{h_1},$$

$$b1_k = \frac{\pi^2 \cdot (k-0,5)^2}{a_{11}^2 \cdot h_1^2}, \quad h1_k = \pi \cdot (k-0,5) \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot h_1} - 1 \right); \quad h2_k = \pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{h}{2 \cdot h_1},$$

$$yh1_k = \pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{y}{h_1}, \quad yh_k = \pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{y}{h}, \quad b2_k = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (k-0,5)^2}{a_{11}^2 \cdot h^2}.$$

Температурное поле в нижнем слое рассчитано по такой зависимости

$$T_2(y,t) = T_{gr} + \frac{2 \cdot (T_{gr} - T_n)}{\pi} \cdot T_{21}, \quad (7)$$

$$\text{где } T_{21} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot \cos \left[ \pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{h/2-y}{h-h_1} \right]}{k-0,5} \cdot \exp(-b3_k \cdot t), \quad b3_k = \frac{\pi^2 \cdot (k-0,5)^2}{a_{12}^2 \cdot (h-h_1)^2},$$

$y_1$  – координата, которая изменяется в пределах  $y_1 = (h_1 - h/2) \div h/2$ .

Таким образом, получены выражения (6,7) для определения распределения температуры в двухслойном теплоаккумулирующем теле ТА.

### Постановка задачи

После получения математической модели возникает необходимость ее экспериментальной проверки. Развитие и проверка теоретических положений для описания процессов теплообмена в рабочих объемах ТА, позволит получить описание теплового поля в любой момент времени, а также оптимизировать параметры проведения теплообменных процессов в ТА. Целью настоящей работы является экспериментальная проверка математической модели теплового поля ТА.

### Анализ исследований

Пример определения изменения температуры в ТАТ ТА посредством расчета в пакете Mathcad для разработанной математической модели двухслойной системы приведен в [6]. Исходные данные для расчета: верхний слой ТАТ – сталь, нижний слой – огнеупорный материал, теплообмен осуществляется с водной средой.

## КОМПЬЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ТА БІОХІМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

Подставив в предложенную модель исходные данные, для реального ТА, описанного в [7,8], получим решения, которые представлены на рис.2.

Модель для ТАТ ТА – двухслойная, теплообмен осуществляется, через стенку трубы и теплоаккумулирующий материал. Граничные условия второго рода – задается тепловой поток.

Для подтверждения разработанных математических моделей было проведено исследование распределения температуры в ТАТ ТА.

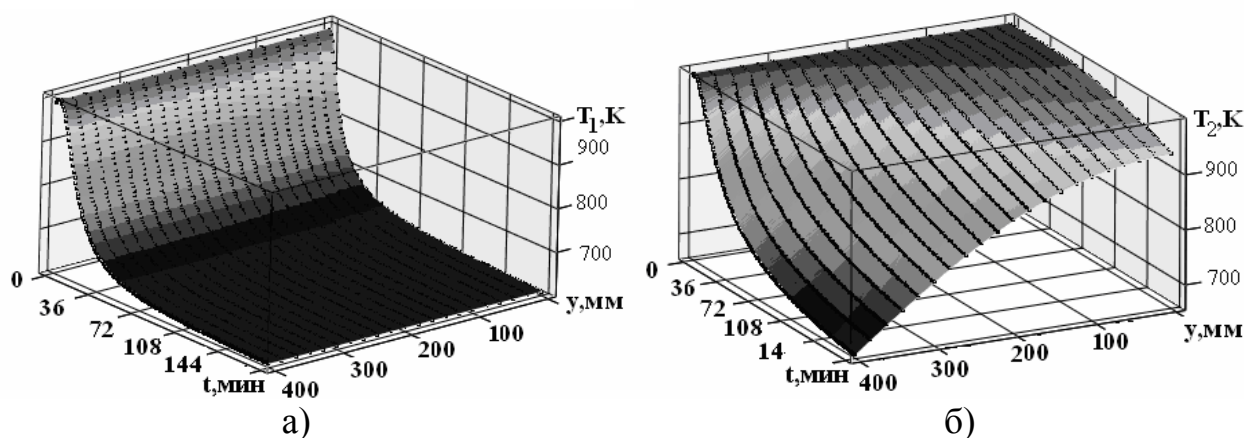


Рис. 2. Температурное поле для двухслойной системы:  
а)– в верхней слое, б)– в нижнем слое

Экспериментальные данные по заряду и разряд ТА приведены на рис. 3.

Теплофизические характеристики ТАТ ТА для расчета: теплопроводность ( $\lambda_{\text{eff}}$ ) = 2,1 Вт/(м·К), удельная теплоемкость материала ( $C_p$ ) = 650 Дж/(кг·К). Результаты сопоставления и оценки теоретических исследований для фиксированного расположения датчика, высота расположения исследуемого теплоаккумулирующего элемента – 400мм, глубина расположения датчика – 60мм.

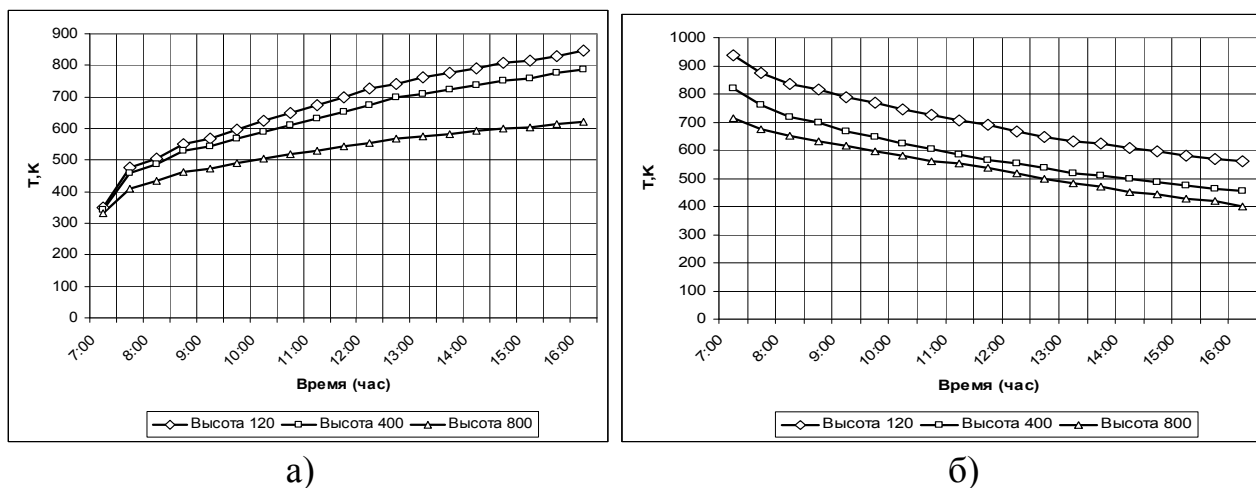


Рис.3. Тепловое поле ТАТ :

а–заряд ТА, глубина расположения термодатчика 110 мм,  
б – разряд ТА глубина расположения термодатчика 20 мм

Результаты экспериментальных зависимостей приведенных на рис.3, а также теоретической модели, в соответствии с уравнениями (6,7) приведены на рис. 4. Временной интервал теоретического и экспериментального исследования ограничен 180мин, поскольку дальнейшее изменение температуры ТАТ ТА, практически линейно.

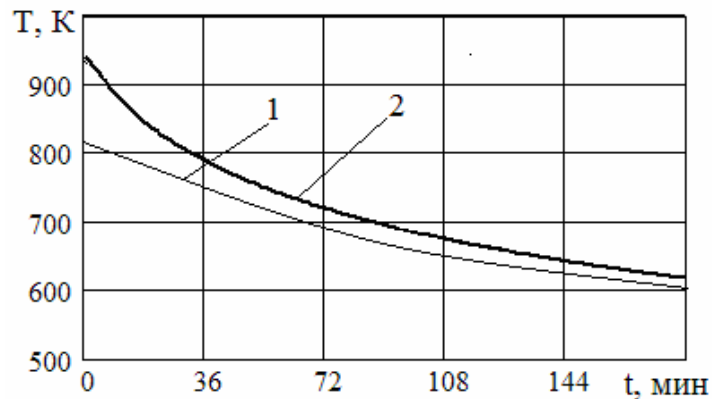


Рис.4. Экспериментальные и теоретические зависимости изменения температурного поля в ТАТ при разряде:

1– экспериментальный график, 2–теоретический

### Выводы

Распределение температурных полей в ТАТ ТА полученное экспериментально, а также результаты анализа теоретических моделей, показывает достаточную адекватность полученных результатов. Так характер изменения температуры ТАТ при разряде ТА приведенный на рис. 6 практически повторяет характер изменения температуры ТАТ, полученный при исследовании полученных моделей. Таким образом, можно считать, что результаты, полученные экспериментально и теоретически –адекватны.

### Литература

1. *STAR-CD* version 3.15. Methodology. CD Adapco Group, Computational Dynamics Limited, 2001.
2. *Холатов А.А.* Моделирование гидродинамики и теплообмена при обтекании воздухом поверхностей с канавками различной формы / А.А.Холатов, Г.В. Коваленко, С.Г. Кобзарь // Промышленная теплотехника. – 2004. – Т.26, №5. – С. 20–26.
3. *Лыков А.В.* Теплообмен / А.В. Лыков – М.:Энергия, 1972. – 560 с.
4. *Соляр Т.Я.* Визначення нестационарних температурних полів та напружень у кусково-однорідних кільцевих пластинах на основі числово-аналітичної формули обернення перетворення Лапласа / Т.Я. Соляр // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – Т. 52, № 3. – С. 148–155.
5. *Левенберг В.Д.* Аккумуляция тепла / В.Д. Левенберг – М.: Мир, 1991, с. 315.

6. Кузьяев И.М. Моделирование тепловых процессов в рабочих объемах химического и теплоэнергетического оборудования / И.М. Кузьяев, И.П.Казимиров, С.С. Белименко // Вопросы химии и химической технологии. – 2011. – №1. – С. 160 – 167.

7. Беліменко С.С. Системи опалювання теплоаккумуляційними нагрівачами / С.С. Беліменко // Екоінформ – 2011. – №6. – С.18–19.

8. Беліменко С.С. Електротеплоаккумуляційні нагрівачі – шлях до енергонезалежності України / С.С. Беліменко // Праці інституту електродинаміки НАНУ. – К. 2006– Спеціальний випуск. – С. 80–83

УДК 661.872.532-12

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Костынюк А.О., Качалова А.С., Николенко Н.В.

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ

Костинюк А.О., Качалова А.С., Ніколенко Н.В.

## COMPUTER SIMULATION OF THERMAL TREATMENT PROCESS

Kostyniuk A.O., Kachalova A.S., Nikolenko N.V.

ГВУЗ «Украинский государственный химико-технологический университет», г. Днепропетровск, Украина

[andry\\_kost@mail.ru](mailto:andry_kost@mail.ru)

*Методом компьютерного моделирования исследованы процессы термического разложения смеси  $Fe_2(MoO_4)_3-MoO_3-NH_4NO_3$  в интервале температур 100–500<sup>0</sup>С. Получены кривые распределения содержания компонентов твердой фазы в зависимости от времени и температуры процесса. Найденные временные интервалы реализации основных стадий процесса термического разложения осадков молибдата железа позволяют определить оптимальные технологические параметры процесса синтеза катализатора.*

**Ключевые слова:** железо-молибденовый катализатор, кинетика, математическая модель, триоксид молибдена

*Методом комп'ютерного моделювання досліджено процеси термічного розкладання суміші  $Fe_2(MoO_4)_3-MoO_3-NH_4NO_3$  в інтервалі температур 100–500<sup>0</sup>С. Отримано криві розподілу вмісту компонентів твердої фази в залежності від часу та температури процесу. Знайдені часові інтервали реалізації основних стадій процесу термічного розкладання осадів молибдату заліза дозволяють визначити оптимальні технологічні параметри процесу синтезу катализатора.*

**Ключові слова:** залізо-молибденовий катализатор, кінетика, математична модель, триоксид молибдену