

УДК 574.45

В.А. Усольцев^{1,2}, К.В. Колчин¹, М.П. Воронов¹
V.A. Usoltsev^{1,2}, K.V. Kolchin¹, M.P. Voronov¹

¹ Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург
² Ботанический сад УрО РАН, г. Екатеринбург

**ФИКТИВНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И СМЕЩЕНИЯ ВСЕОБЩИХ
АЛЛОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ
ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ (НА ПРИМЕРЕ *PICEA L.*)**

**DUMMY VARIABLES AND BIASES OF ALLOMETRIC MODELS WHEN LOCAL
ESTIMATING TREE BIOMASS (ON AN EXAMPLE OF *PICEA L.*)**



Ключевые слова: *Picea L.*, аллометрические модели, фитомасса дерева, пробные площади, региональные различия, стандартные и систематические ошибки.

Леса играют важную роль в снижении количества парниковых газов в атмосфере и предотвращении изменения климата. Одним из способов количественной оценки углеродного обмена в лесном покрове является определение изменений в запасах его фитомассы и углерода со временем. Запас фитомассы на единице площади начинается с определения его на уровне отдельных деревьев. Известно строгое и устойчивое аллометрическое соотношение между фитомассой дерева и его диаметром (простая аллометрия), или между фитомассой дерева и несколькими массообразующими (морфометрическими) показателями (многофакторная аллометрия). В настоящее время в разных странах и континентах проводятся интенсивные исследования применимости так называемых «всеобщих» аллометрических моделей (generic, generalized, common models), которые обеспечивали бы аллометрической модели приемлемую точность при оценке фитомассы насаждений. В статье на основе сформированной базы данных о фитомассе деревьев *Picea* в количестве 1065 определений построены аллометрические модели четырёх видов, включающие в себя фиктивные переменные, которые дают возможность дать региональные оценки их фитомассы по известным морфометрическим показателям (диаметр ствола и кроны, высота дерева). Предложенные аллометрические модели свидетельствуют об их адекватности фактическим данным (коэффициент детерминации от 0,959 до 0,984) и могут применяться при региональных оценках фитомассы деревьев ели. Однако всеобщие аллометрические модели, построенные по всему массиву фактических данных, дают в экорегионах слишком большие стандартные ошибки (до 402%) и неприемлемые смещения обоих знаков (от +311 до -86%), что исключает возможность их применения на региональных уровнях.

Key words: *Picea L.*, allometric models, tree biomass, sample plots, regional differences, standard errors, biases.

Forests play an important role in reducing the amount of greenhouse gases in the atmosphere and preventing climate change. One way to quantify carbon exchange in forest cover is estimating changes in its biomass and carbon pools over time. Biomass estimating on the

unit of area starts with harvesting sample trees and weighing their biomass. It is known the strong and sustainable relationship between tree biomass and its diameter (simple allometry), or between tree biomass and a number of mass-forming (morphometric) indices (multi-factor allometry). At present, in different countries and continents, the studies of the applicability of the so-called generic (generalized, common) allometric models are intensified that would give acceptable accuracy in estimating forest biomass. In the article on the basis of the compiled database of tree biomass of *Picea* at a number of 1065 trees, allometric models of the four modifications are designed, which include the block of independent dummy variables. These models provide an opportunity to give regional estimates of tree biomass when using some known mass-forming indices (stem and crown diameter and tree height). Allometric models proposed are indicative of their adequacy for the actual data (coefficients of determination are 0,959 to 0,984) and can be applied in regional estimating of spruce tree biomass. However, generic allometric models built using the total quantity of actual data give in different ecoregions too large standard errors (up to 402%) and unacceptable both positive and negative biases (from + 311 to -86%), that excludes any possibility of their application at regional levels.

Усольцев Владимир Андреевич - доктор сельскохозяйственных наук, заслуженный лесовод России, профессор кафедры менеджмента и управления качеством Института экономики и управления Уральского государственного лесотехнического университета, профессор, главный научный сотрудник Ботанического сада УрО РАН (г. Екатеринбург). Тел.: (343)254-61-59; e-mail: Usoltsev50@mail.ru.

Usoltsev Vladimir Andreyevich - Doctor of agricultural sciences, professor of the Department of quality management, Ural State Forest Engineering University, chief researcher at the Botanical Garden, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (Yekaterinburg). Phone: (343)254-61-59; e-mail: Usoltsev50@mail.ru.

Колчин Кирилл Владимирович – аспирант 2-го года обучения при Уральском государственном лесотехническом университете (Екатеринбург). Тел.: 8-999-567-20-33, e-mail: kirill_-92@mail.ru.

Kolchin Kirill Vladimirovich - Postgraduate of the Ural State Forest Engineering University (Yekaterinburg). Phone: 8-999-567-20-33, e-mail: kirill_-92@mail.ru.

Воронов Михаил Петрович - кандидат технических наук, профессор кафедры менеджмента и управления качеством Института экономики и управления Уральского государственного лесотехнического университета (г. Екатеринбург). Тел.: (343)375-51-40; e-mail: mstrk@yandex.ru.

Voronov Mikhail Petrovich - Candidate of technical sciences, Associate Professor of the Department of quality management at the Ural State Forest Engineering University (Yekaterinburg). Phone: (343)375-51-40; e-mail: mstrk@yandex.ru.

Введение

Леса играют важную роль в стремлении международного сообщества предотвратить изменение климата благодаря их способности депонировать атмосферный углерод и снижать количество парниковых газов в атмосфере. Это резервуар углерода, соизмеримый по объёму с его запасом в атмосфере. Фитомасса лесного покрова выступает как поглотитель углерода из атмосферы в результате фотосинтеза, но при сведении и деградации лесов является его источником. Фитомасса лесов – неотъемлемая составляющая в решении проблемы устойчивого развития (Müller et al., 2015) и является одним из основных индикаторов в климатических исследованиях (Wojński et al., 2014). Для глобального количественного описания перечисленных функций лесного покрова

необходимы соответствующие базы данных, включающие в себя количественные характеристики мировых лесов, в связи с чем научным сообществом констатируется наступление «эры больших массивов данных» (the Big Data Era) (Crowther et al., 2015; Poorter et al., 2015; Liang et al., 2016; Jucker et al., 2017).

Одним из способов количественной оценки углеродного обмена в лесном покрове является определение изменений в запасах его фитомассы и углерода со временем (Fang et al., 2001). Оценка запаса фитомассы на единице площади начинается с определения его на уровне отдельных деревьев. Известно строгое и устойчивое аллометрическое соотношение (степенная функция) между фитомассой дерева и его диаметром (простая аллометрия), или между фитомассой дерева и некоторыми массообразующими показателями (многофакторная аллометрия), и подобные аллометрические уравнения для разных древесных видов в мире исчисляются уже десятками тысяч (Jenkins et al., 2004).

В настоящее время в разных странах и континентах проводятся интенсивные исследования применимости так называемых «всеобщих» аллометрических моделей (generic, generalized, common models), которые обеспечивали бы аллометрической модели приемлемую точность при оценке фитомассы насаждений (т/га) на региональном или даже локальном уровне (Crow, 1978; Schmitt, Grigal, 1981; Pastor et al., 1984; West et al., 1999; Ares, Fownes, 2000; Ben Brahim et al., 2000; Wirth et al., 2004; Chave et al., 2005; Усольцев и др., 2006; Case, Hall, 2008; Vieilledent et al., 2012; Rutishauser et al., 2013; Stas et al., 2017). Основным источником неопределённости при оценке лесной фитомассы на единице площади с помощью аллометрических уравнений лежит в выборе их приемлемой модели (Chave et al., 2004; Molto et al., 2013), поскольку в зависимости от выбранной модели оценки фитомассы деревьев и древостоев могут различаться вдвое (Basuki et al., 2009).

Наиболее «всеобщий» характер имеет теоретическая модель Г. Веста (West et al., 1999) как симбиоз двух теорий – пайп-модели и фракталов - с фиксированным показателем степени $8/3$ (или 2,67), предполагающая возможность определения надземной фитомассы дерева по диаметру его ствола применительно к любой древесной породе в любых условиях роста. Д. Цианис и М. Менкуччини (Zianis, Mencuccini, 2004) вывели обобщённую аллометрическую модель на базе мировой сводки для нескольких древесных пород и установили, что она даёт более высокую точность оценки фитомассы по сравнению с теоретической моделью Г. Веста. Аналогичный вывод был получен в исследовании аллометрических уравнений разного уровня обобщения в сосновых насаждениях (Усольцев и др., 2006).

Хотя применяемые всеобщие уравнения характеризуются высокими показателями адекватности, их использование при расчете фитомассы на единице площади данного региона или конкретного древостоя не гарантирует приемлемую точность оценки. С другой стороны, расчёт аллометрических уравнений для каждого местообитания на основе фактических данных срубленных модельных деревьев требует слишком больших затрат времени и средств. Поэтому с целью минимизации затрат при максимуме точности оценок необходим анализ смещений, обусловленных применением той или иной всеобщей аллометрической модели в локальных географических регионах.

Для этого нужна наиболее полная база данных о фактической структуре фитомассы деревьев, взятых так называемым «деструктивным» методом на пробных площадях. Первый опыт формирования подобных баз данных уже имеется (Usoltsev, 2015; Falster et al., 2015; Усольцев, 2016; Usoltsev, 2016). В настоящем исследовании мы ограничиваемся анализом смещений всеобщих аллометрических уравнений при локальной оценке фитомассы деревьев ели (*Picea* L.). В качестве одного из методических подходов к анализу названных смещений нами принят метод фиктивных переменных (dummy variables).

Что такое фиктивные переменные?

Метод фиктивных переменных изначально использовался в эконометрических исследованиях. Н. Дрейпер и Г. Смит (1973) дают следующее обоснование метода: «Факторы, используемые в регрессионных задачах, обычно могут принимать значения из некоторого непрерывного интервала. Иногда мы можем вводить фактор, который имеет два или более различных уровней. Например, данные можно получать на трёх машинах или на двух фабриках, или с помощью шести операторов. В таком случае мы не можем построить непрерывную шкалу для факторов «машина» или «фабрика», или «оператор». Мы можем приписать этим факторам некоторые уровни по порядку, учитывая тот факт, что различные машины, фабрики или операторы могут иметь независимые детерминированные эффекты в отклике. Переменные такого типа обычно называют *фиктивными переменными*» (с. 143).

Метод фиктивных переменных комментирует Смита Скриванек (Skrivanek, 2009). Фиктивная, или индикаторная переменная (indicator variable) – это искусственная переменная, представляющая свойства двух или более обособленных уровней. Обычно в регрессионном анализе независимые переменные (X) используются как численные переменные, которые имеют сопоставимые значения, например, 10 вдвое больше 5, или 3 минус 1 равно 2. Однако часто бывает необходимо включать в уравнение номинальные переменные, такие как «бренд товара» или «вид дефекта». Скажем, вы имеете три вида дефекта, обозначенные как 1, 2 и 3. В этом случае 3 минус 1 не означает ничего... Вы не можете вычесть дефект номер 1 из дефекта номер 3. Числа здесь используются для того, чтобы обозначить или идентифицировать уровни «вида дефекта» и не имеют внутреннего смысла. В этом случае фиктивные переменные имеют цель «украсить» регрессионный алгоритм корректно анализируемыми характерными переменными.

Например, вы хотите выяснить продажную цену (Sale Price) домостроения в зависимости от положения его на востоке (E), юго-востоке (SE) или северо-западе (NW) данного территориального образования, а также в зависимости от того, когда оно сдано в эксплуатацию – до или после 1990 года (Y1990). Формируем матрицу исходных фактических данных (рис. 1). Sale Price – это численная зависимая переменная (отклик). Фиктивная переменная Y1990 представляет бинарную независимую переменную «до/после 1990 г.», принимающую значение 1, если дом построен после 1990 года, и 0, если он построен до 1990 г. Это одиночная переменная двух уровней.

Sale Price in \$ thousands			
SalePrice	Y1990	E	SE
370	1	1	0
315	0	0	1
310	1	0	0
305	0	0	0
305	1	0	1
300	1	0	0
300	0	0	1
295	0	0	0
295	1	0	0
293	0	1	0
290	0	1	0
290	0	0	1
290	0	1	0
290	0	0	1
288	0	0	0
	1		0

Рис. 1. Фрагмент матрицы исходных фактических данных, подготовленной для регрессионного анализа (Skrivanek, 2009).

Заметим, что лишь две фиктивные переменные E и SE представляют три уровня (варианта) местоположения дома – E, SE и NW. Они принимают значения: E = 1, если дом расположен на восточной стороне, и 0, если он расположен на любой другой; SE = 1, если дом расположен на юго-востоке, и 0, если на любой другой стороне. А что происходит с третьим вариантом местоположения, северо-западным (NW)? Оказывается, представлять третью фиктивную переменную не нужно. Если E = 0 и SE = 0, то это и означает, что дом находится на северо-западе (NW). Заметим, что подобная кодировка работает лишь в случае, когда все три уровня взаимоисключающие и единственные.

В результате имеем следующую линейную регрессионную модель

$$\text{Sale Price} = 258 + 33,9 (Y1990) - 10,7 (E) + 21 (SE).$$

Значение свободного члена уравнения, равное 258, означает, что дома имеют стартовую цену \$258 в случае их северо-западного местоположения, когда $E = 0$, $SE = 0$ и $Y1990 = 0$ (дом построен до 1990 года). Величина коэффициента 33,9 означает, что когда $E = 0$ и $SE = 0$, и дом построен после 1990 года ($Y1990 = 1$), то к стартовой цене \$258 добавляется ещё \$33,9. Величина коэффициента (-10,7) означает, что когда $Y1990 = 0$ и $SE = 0$, стартовая цена \$258 снижается на \$10,7. Наконец, величина коэффициента (21) означает, что когда $Y1990 = 0$ и $E = 0$, стартовая цена \$258 повышается на \$21.

Таким образом, фиктивная переменная, обозначенная как 1 или 0, означает принадлежность к одной из взаимоисключающих категорий. Количество включённых в уравнение фиктивных переменных всегда на единицу меньше их общего количества. Совокупный эффект двух фиктивных переменных выражается вводом третьей фиктивной переменной, представленной произведением первых двух (так называемый синергизм).

Н. Дрейпер и Г. Смит (1973) приводят пример регрессионного анализа, когда в уравнении фигурируют независимые переменные не только фиктивные, но и численные. Три промышленных предприятия производят одну и ту же продукцию, но объём потребляемой ими воды существенно различается. Эти предприятия кодируются двумя фиктивными переменными (рис. 2).

X_1	X_2	
1	0	завод № 1
0	1	завод № 2
0	0	завод № 3

Рис. 2. Схема кодировки трёх заводов двумя фиктивными переменными X_1 и X_2 (Дрейпер, Смит, 1973).

Предполагается, что количество потребляемой воды (Y) является линейной функцией трёх факторов (численных переменных): среднесуточной температуры (X_3), объема суточной продукции (X_4) и числа работников (X_5). На каждом из трёх заводов были взяты из отчётов случайные выборки по пять наборов данных с фиксацией значений названных трёх численных переменных и объёмов потреблённой воды (рис. 3). Линейная модель для оценки количества потребляемой воды, включающая в качестве независимых переменных три фиктивных и три численных переменных, имеет общий вид:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + a_4X_4 + a_5X_5 + \varepsilon,$$

где ε – ошибка уравнения.

X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y
1	1	0	$X_{3,11}$	$X_{4,11}$	$X_{5,11}$	Y_{11}
1	1	0	$X_{3,12}$	$X_{4,12}$	$X_{5,12}$	Y_{12}
1	1	0	$X_{3,13}$	$X_{4,13}$	$X_{5,13}$	Y_{13}
1	1	0	$X_{3,14}$	$X_{4,14}$	$X_{5,14}$	Y_{14}
1	1	0	$X_{3,15}$	$X_{4,15}$	$X_{5,15}$	Y_{15}
1	0	1	$X_{3,21}$	$X_{4,21}$	$X_{5,21}$	Y_{21}
1	0	1	$X_{3,22}$	$X_{4,22}$	$X_{5,22}$	Y_{22}
1	0	1	$X_{3,23}$	$X_{4,23}$	$X_{5,23}$	Y_{23}
1	0	1	$X_{3,24}$	$X_{4,24}$	$X_{5,24}$	Y_{24}
1	0	1	$X_{3,25}$	$X_{4,25}$	$X_{5,25}$	Y_{25}
1	0	0	$X_{3,31}$	$X_{4,31}$	$X_{5,31}$	Y_{31}
1	0	0	$X_{3,32}$	$X_{4,32}$	$X_{5,32}$	Y_{32}
1	0	0	$X_{3,33}$	$X_{4,33}$	$X_{5,33}$	Y_{33}
1	0	0	$X_{3,34}$	$X_{4,34}$	$X_{5,34}$	Y_{34}
1	0	0	$X_{3,35}$	$X_{4,35}$	$X_{5,35}$	Y_{35}

Рис. 3. Матрица исходных фактических данных, подготовленная для регрессионного анализа (Дрейпер, Смит, 1973).

Применительно к лесной тематике фиктивные переменные стали вводиться в регрессионные уравнения смешанного типа (mixed models). Изначально они были представлены кривыми роста деревьев и древостоев как функцией высоты от возраста дерева или древостоя, параметры которой варьировали случайным образом от дерева к дереву или от древостоя к древостою (Rao, 1965; Graybill, 1976; Vonesh, Carter, 1987; Lappi, Bailey, 1988). Затем случайную составляющую модели, варьирующую от объекта к объекту, стали включать в модели в виде фиктивных переменных (Bailey, Clutter, 1974; Li, Hong, 1997; Усольцев, 1998; Dieguez-Aranda, 2006; Nord-Larsen, 2006; Li et al., 2006; Wang et al., 2007, 2008; Fehrmann et al., 2008; Lang, 2008; Tang et al., 2008; Li, Zhang, 2010; Zeng et al., 2011; Fu et al., 2012, 2013, 2017; Zeng, 2015), в том числе в комбинации с разностными уравнениями (McDill, Amateis, 1992).

Применительно к оценке фитомассы деревьев комбинация численных и фиктивных переменных может быть представлена моделью общего вида (Fu et al., 2012):

$$\ln Pa = a_0 + \sum a_i X_i + \text{bln}D, \quad (1)$$

где Pa – надземная фитомасса дерева, кг; D – диаметр ствола на высоте груди, см; $\sum a_i X_i$ – блок фиктивных переменных в количестве $(i + 1)$.

Модели смешанного типа, включающие как фиктивные, так и численные независимые переменные, были разработаны для оценки фитомассы (т/га) разных фракций сосновых, еловых, пихтовых и берёзовых древостоев Северной Евразии на основе сформированной базы данных (Усольцев, 1998, 2001). В качестве численных переменных были приняты массообразующие показатели древостоев (возраст, запас, средний диаметр, средняя высота, густота), а фиктивные переменные характеризовали принадлежность фактических данных фитомассы пробных площадей к разным экорегионам Северной Евразии. Каждый блок переменных (X_0, \dots, X_n), представляющий группу пробных площадей, принадлежащую на данный экорегион, повторяется в исходной матрице фактических данных столько раз, сколько имеется пробных площадей в экорегионе (см. также рис. 3). В исходный (нулевой) блок, в котором все экорегионы кодируются нулём, обычно включалась Среднеевропейская провинция, а остальные экорегионы имели в кодировке одну единицу.

В получаемых расчетных уравнениях коэффициенты при фиктивных переменных каждого экорегиона означали степень последовательного «дистанцирования» каждого экорегиона от исходного (нулевого) в восточном направлении от Средней Европы по показателю фитомассы фракций при характерных массообразующих показателях древостоев. Для полученных показателей фитомассы выводились регрессионные уравнения связи с природной зональностью территории (Усольцев, 1998, 2001) или с индексом континентальности климата (Усольцев, 2002) или одновременно с природной зональностью в широтном градиенте и с индексом континентальности климата – в меридиональном (Усольцев, 2003, 2007).

Упомянутый выше анализ смещений, обусловленных применением той или иной всеобщей аллометрической модели в локальных географических регионах, выполнен в настоящей работе с использованием базы данных о фитомассе деревьев ели (Усольцев, 2016; Usoltsev, 2016).

Фактические данные фитомассы деревьев ели (1065 определений) после извлечения их из базы данных (Усольцев, 2016; Usoltsev, 2016) распределены по 9 экорегионам и обозначены соответственно девятью фиктивными переменными от X_1 до X_9 . В качестве нулевого варианта принят весь массив данных (табл. 1).

Таблица 1

Схема кодирования региональных и нулевого (общего) массива фактических данных фитомассы деревьев ели

Регион*	Вид <i>Picea</i> Dietr.	Блок фиктивных переменных									Число наблюдений
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	
Все регионы	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1065
СЕш	<i>P. abies</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	390
СР	<i>P. abies</i>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	234
ВРсп	<i>P. abies</i>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	70
УРюж (Е)	<i>P. obovata</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	40
УРюж (К)	<i>P. obovata</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	276
УРсп (Е)	<i>P. obovata</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	20
ЗСлс	<i>P. obovata</i>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	10
ПТ	<i>P. schrenkiana</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	15
ДВ	<i>P. ajanensis</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10

*СЕш – Среднеевропейская провинция, широколиственные леса; СР – Скандинавско-Русская провинция; ВРсп – Восток Русской равнины, средняя тайга; УРюж (Е) – Урал, южная тайга, естественные ельники; УРюж (К) – Урал, южная тайга, культуры; УРсп (Е) – Урал, средняя тайга, естественные ельники; ЗСлс – Западная Сибирь, лесостепь; ПТ – Памиро-Тяньшаньская провинция (Северо-Западный Китай); ДВ – Дальневосточная провинция.

В качестве базовой модели примем аллометрическую зависимость надземной фитомассы (Pa , кг) дерева в четырёх вариантах: (1) от диаметра ствола на высоте груди (D , см), (2) от диаметра ствола и высоты дерева (H , м), (3) от диаметра (ширины) кроны (Dcr , м) и (4) от диаметра кроны и высоты дерева.

Анализ аллометрических моделей по последним двум вариантам обусловлен исключительным прогрессом последних лет в области дистанционного зондирования Земли. В связи с глобализацией оценок биологической продуктивности лесного покрова сегодня происходит смещение ее приоритетов от наземных методов в пользу дистанционных. Лазерное зондирование лесного полога сегодня является составной частью новейших методов и технологий геоинформатики и цифровой фотограмметрии и по многим показателям превосходит не только другие дистанционные методы изучения и измерения параметров лесного полога (Данилин, 2003; Lim, Treitz, 2004; Maltamo et al., 2004; Stone et al., 2012), но и методы наземной таксации (Næsset, 2002; Næsset et al., 2004).

С другой стороны, аллометрические модели фитомассы вида $Pa \sim Dcr, H$ при несколько более низких показателях адекватности в сравнении с моделями $Pa \sim D, H$ компенсируют этот недостаток преимуществом бортового лазерного зондирования – несопоставимой с наземной таксацией скоростью измерения морфометрических показателей деревьев и совмещения их с аллометрическими моделями в режиме реального времени (Усольцев и др., 2016).

Анализ региональных смещений при оценке фитомассы дерева, обусловленных применением всеобщей простой аллометрической модели $Pa \sim D$

За основу регрессионного анализа фактических данных фитомассы деревьев взята простая модель общего вида (1), структурированная в соответствии с нашей схемой кодирования фиктивных переменных (см. табл. 1). В результате получено уравнение

$$\ln(Pa) = -1,467 + 0,141X_1 - 0,136X_2 - 0,167X_3 - 0,0049X_4 - 0,075X_5 + 0,162X_6 + 0,214X_7 + 0,260X_8 + 0,063X_9 + 2,111(\ln D); R^2 = 0,959; SE = 0,41. \quad (2)$$

Соотношение расчётных и фактических данных по модели (2) показано на рис. 4. Хотя изменчивость надземной фитомассы объясняется моделью (2) на 96 %, очевидна неоднородность её дисперсии остатков (Wirth et al., 1999), вследствие которой расчётные значения фитомассы у мелких деревьев занижаются. Причина такого смещения в том, что при высоте дерева менее 7-10 м диаметр на высоте груди смещается в область кроны, (а у дерева, например, высотой 1,35-1,30 м – это диаметр осевого побега последнего года), нарушая тем самым аллометрическое соотношение.

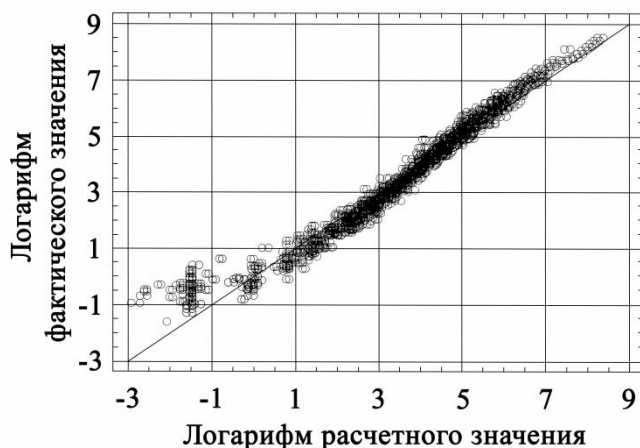


Рис. 4. Соотношение фактических и расчетных значений надземной фитомассы деревьев ели согласно модели (2).

Путём табулирования уравнения (2) по задаваемым значениям ступеней толщины D получили расчётные показатели надземной фитомассы дерева по общему массиву (X_0) и по каждому из 9 экорегионов (X_1, \dots, X_9) (табл. 2).

Таблица 2

Зависимости надземной фитомассы дерева (кг) от диаметра ствола (D)

Ступень толщины D	Блок фиктивных переменных									
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
8	18,6	21,4	16,2	15,7	18,5	17,2	21,9	23,0	24,1	19,8
12	43,7	50,3	38,2	37,0	43,5	40,6	51,4	54,2	56,7	46,6
16	80,3	92,4	70,1	67,9	79,9	74,5	94,4	99,4	104,1	85,5
20	128,6	148,0	112,2	108,8	127,9	119,3	151,2	159,3	166,8	137,0
24	188,9	217,4	164,9	159,9	188,0	175,3	222,2	234,0	245,1	201,3
28	261,6	301,1	228,3	221,3	260,3	242,8	307,7	324,0	339,3	278,7
32	346,7	399,1	302,7	293,4	345,0	321,8	407,9	429,5	449,8	369,5
36	444,6	511,7	388,1	376,2	442,4	412,6	523,0	550,8	576,7	473,8
40	555,4	639,2	484,8	469,9	552,6	515,4	653,3	688,0	720,4	591,8
44	679,1	781,6	592,8	574,6	675,8	630,3	798,9	841,3	880,9	723,6
48	816,1	939,2	712,3	690,5	812,1	757,3	960,0	1011	1059	869,5

Из табл. 2 видно, что региональные значения фитомассы (колонки X_1, \dots, X_9) отклоняются от всеобщей закономерности (колонка X_0) или в большую, или в меньшую сторону. Для оценки реальной среднеквадратической (стандартной) и систематической ошибок мы используем «усечённое» уравнение (3) (с исключёнными из (2) региональными фиктивными переменными)

$$\ln(Pa) = -1,467 + 2,111(\ln D), \quad (3)$$

которое протабулировано по фактическим региональным значениям диаметра (D) в базе данных и полученные расчётные показатели фитомассы сопоставлены с фактическими региональными. Результаты сведены в табл. 3.

Таблица 3

Ошибки определения фитомассы (кг) деревьев ели разных регионов по всеобщей модели (3)

№	Экорегion	Ошибка, %	
		Стандартная	Систематическая
1	Средневропейская провинция, широколиственные леса	28,6	-8,9
2	Скандинавско-Русская провинция	38,6	7,6
3	Восток Русской равнины, средняя тайга	48,3	26,6
4	Уральская провинция, южная тайга (Е)	32,1	4,4
5	Уральская провинция, южная тайга (К)	54,1	21,5
6	Уральская провинция, средняя тайга (Е)	41,3	-4,6
7	Западносибирская равнинная провинция, лесостепь	59,9	-5,3
8	Памиро-Тяньшаньская	29,7	-20,6
9	Дальний Восток	39,8	-0,02

Наибольшую стандартную ошибку (60%) при определении фитомассы дерева в том или ином экорегионе с помощью всеобщей простой аллометрической модели имеем в Западносибирской, наименьшую (29%) – в Средневропейской провинции, а в среднем по 9 экорегионам 41,4%. Всеобщая простая модель завышает фитомассу дерева на 22-27 % в Уральской южнотаёжной провинции (культуры) и на Востоке Русской равнины и занижает на 21% в Памиро-Тяньшаньской провинции. Небольшие отклонения (4-5%) имеют место в Уральской южнотаёжной и среднетаёжной провинциях (естественные ельники), и практически отсутствует смещение при оценке фитомассы ели аянской на Дальнем Востоке.

В общем случае применительно ко всем экорегионам положительные или отрицательные смещения могут быть связаны с игнорированием второго морфометрического (массообразующего) показателя – высоты дерева H .

Анализ региональных смещений при оценке фитомассы дерева, обусловленных применением всеобщей двухфакторной аллометрической модели $Pa-D, H$

В данном случае модель (4) структурирована в соответствии с той же схемой кодирования фиктивных переменных (см. табл. 1), и получено уравнение

$$\ln(Pa) = -0,411 + 0,018X_1 - 0,028X_2 - 0,155X_3 + 0,044X_4 - 0,028X_5 + 0,531X_6 - 0,120X_7 + 0,198X_8 + 0,246X_9 + 1,030(\ln D) - 0,275(\ln H) + 0,350(\ln D)(\ln H); R^2=0,984; SE=0,25. \quad (4)$$

Произведение $(\ln D)(\ln H)$ в качестве третьей независимой численной переменной в (4) характеризует совместное действие первых двух $(\ln D)$ и $(\ln H)$ (синергизм). Случай, когда введение синергизма в уравнение необходимо, показан графически на рис. 5.

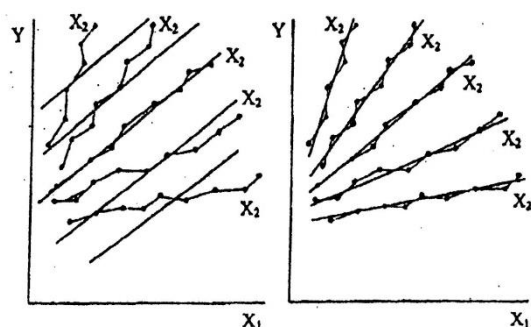


Рис. 5. Сравнительная геометрическая интерпретация двух 2-факторных уравнений: $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$ (слева) и $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3(X_1 \times X_2)$ (справа) (Усольцев, 2004).

Очевидно, что модель без учета $(X_1 \times X_2)$ дает воспроизводимые оценки лишь в средней

части трендов по X_2 , а на границах диапазонов X_2 она обуславливает значительные смещения. Константа при $(\ln D)(\ln H)$ в уравнении (4) значима на уровне вероятности P_{001} ($t_{\text{факт}} = 50,0 > t_{\text{табл}} = 2,0$). Это свидетельствует о том, что дисперсия остатков только по $(\ln D)$ и $(\ln H)$ не однородна (рис. 6а). Полная однородность дисперсии достигается путём введения в модель (4) синергизма $(\ln D)(\ln H)$ (рис. 6б).

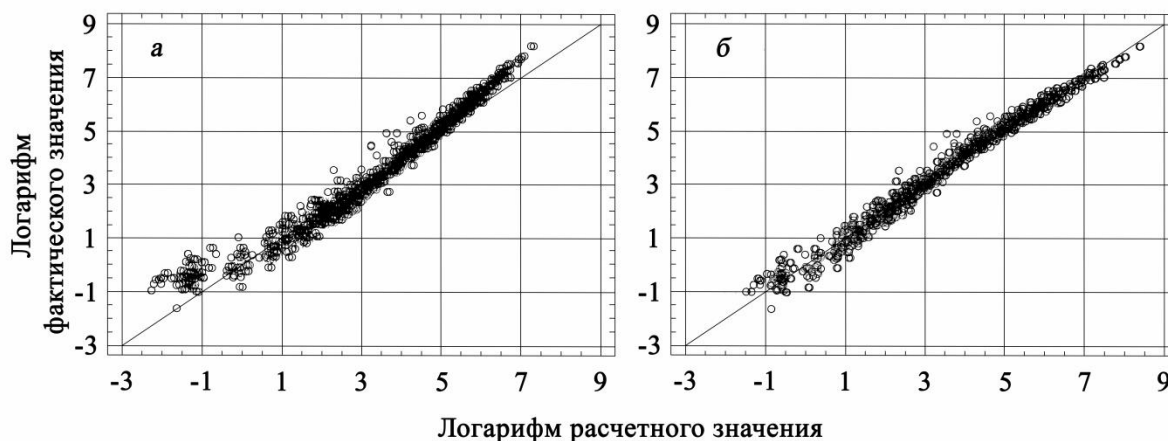


Рис. 6. Графическое визуальное подтверждение неоднородности дисперсии остатков (а) и её отсутствия после введения в уравнение (4) синергизма $(\ln D)(\ln H)$ (б).

Для оценки стандартной и систематической ошибок модель (4) приведена к «усечённому» виду

$$\ln(Pa) = -0,411 + 1,030(\ln D) - 0,275(\ln H) + 0,350(\ln D)(\ln H), \quad (5)$$

протабулирована по фактическим региональным значениям диаметра (D) и высоты дерева (H) в базе данных, и полученные расчетные показатели фитомассы сопоставлены с фактическими региональными. Результаты сведены в табл. 4.

Таблица 4

Ошибки определения фитомассы (кг) деревьев ели разных регионов по всеобщей двухфакторной модели (5)

№	Экорегion	Ошибка, %	
		Стандартная	Систематическая
1	Среднеевропейская провинция, широколиственные леса	20,3	-0,2
2	Скандинавско-Русская провинция	26,2	5,4
3	Восток Русской равнины, средняя тайга	34,1	19,7
4	Уральская провинция, южная тайга (Е)	23,7	-1,7
5	Уральская провинция, южная тайга (К)	33,7	7,5
6	Уральская провинция, средняя тайга (Е)	44,5	-37,3
7	Западносибирская равнинная провинция, лесостепь	30,3	15,5
8	Памиро-Тяньшаньская	21,4	-17,2
9	Дальний Восток	34,6	-16,0

Если при определении фитомассы дерева по простой всеобщей модели $Pa \sim D$ диапазон стандартной ошибки в регионах был от 29 до 60%, то во втором случае при использовании всеобщей двухфакторной модели $Pa \sim D, H$ этот диапазон сократился и находится в пределах от 20 до 44%. Снизилась также средняя по регионам стандартная ошибка до 30%.

Общая двухфакторная модель завышает фитомассу дерева на 20% на Востоке Русской равнины и занижает на 37% в Уральской среднетаёжной провинции. Отклонения в пределах от 0,2 до 5% наблюдаются в Среднеевропейской, Скандинавско-Русской и Уральской южнотаёжной провинциях.

Анализ региональных смещений при оценке фитомассы дерева, обусловленных применением всеобщей простой аллометрической модели $Pa-Dcr$

При регрессионном анализе фактических данных фитомассы в данном случае взята простая модель общего вида (1), в которую вместо диаметра ствола D включён диаметр (ширина) кроны Dcr . Модель структурирована в соответствии с нашей схемой кодирования фиктивных переменных (см. табл. 1). В результате получено уравнение

$$\ln(Pa) = 0,102 + 0,946X_1 - 0,386X_2 - 0,689X_3 + 0,109X_4 - 0,387X_5 - 0,402X_6 - 0,997X_7 + 2,153X_8 - 1,317X_9 + 3,406(\ln Dcr); R^2 = 0,814; SE = 0,88. \quad (6)$$

Соотношение расчётных и фактических данных по модели (6) показано на рис. 7. Дисперсия остатков на рис. 7 существенно выше, чем на рис. 4, но в данном случае она в отличие от дисперсии на рис. 4 однородна (см. рис. 7).

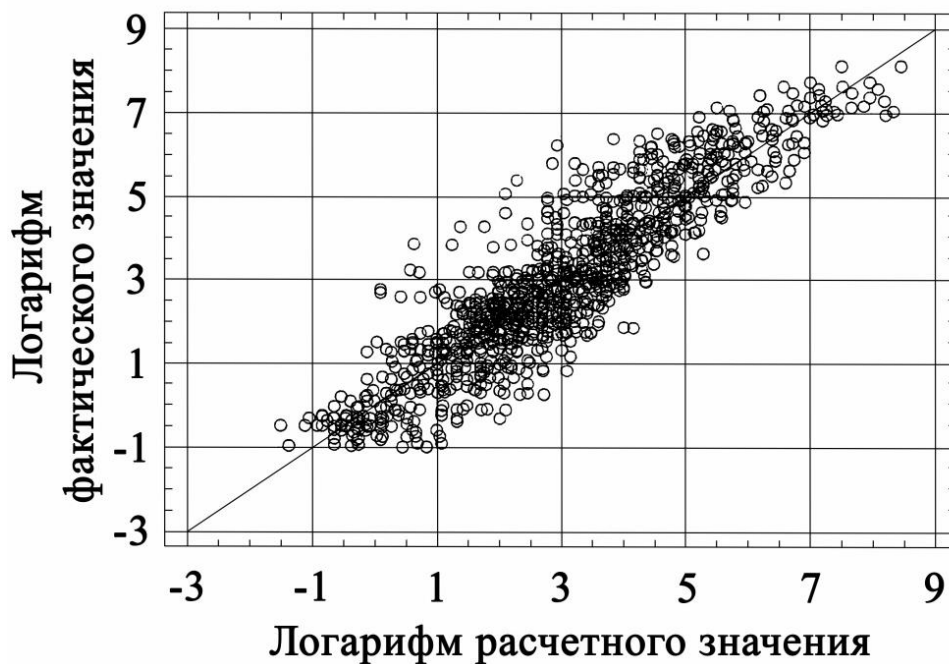


Рис. 7. Соотношение фактических и расчётных значений надземной фитомассы деревьев ели согласно модели (6).

Путём табулирования уравнения (6) по задаваемым значениям ширины кроны Dcr получили расчётные показатели надземной фитомассы дерева по общему массиву (X_0) и по каждому из 9 экорегионов (X_1, \dots, X_9) (табл. 5).

Расчётные значения фитомассы деревьев существенно отклоняются по экорегионам от значений, полученных по всеобщей модели, как со знаком плюс, так и со знаком минус. Наибольшее положительное смещение относительно всеобщей модели наблюдается в Памиро-Тяньшаньской провинции у ели Шренка, по-видимому, вследствие её специфического габитуса (рис. 8).

Таблица 5

Зависимости надземной фитомассы дерева (кг) от ширины кроны (Dcr)

Ширина кроны Dcr	Блок фиктивных переменных									
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
1	1,1	2,9	0,8	0,6	1,2	0,8	0,7	0,4	9,5	0,3
2	11,7	30,2	8,0	5,9	13,1	8,0	7,9	4,3	101,1	3,1
3	46,7	120,4	31,8	23,5	52,1	31,7	31,3	17,2	402,3	12,5
4	124,5	320,7	84,6	62,5	138,8	84,5	83,3	45,9	1072	33,4
5	266,3	685,8	181,0	133,7	296,9	180,8	178,1	98,2	2292	71,4
6	495,6	1276	336,8	248,9	552,5	336,4	331,5	182,8	4265	132,8
7	837,8	2158	569,4	420,7	934,0	568,8	560,4	309,1	7211	224,6
8	1320	3400	897,4	663,1	1472	896,3	883,2	487,1	11365	353,9



Рис. 8. Колоннообразные кроны горного вида - ели Шренка (*P. schrenkiana* F. et M.), Тянь-Шань (Еник, 1987)

Для оценки стандартной и систематической ошибок уравнение (6) приведено к «усечённому» виду

$$\ln(Pa) = 0,102 + 3,406(\ln Dcr), \quad (7)$$

протабулировано по фактическим региональным значениям ширины кроны (Dcr) в базе данных, и полученные расчетные показатели фитомассы сопоставлены с фактическими региональными. Результаты сведены в табл. 6.

Таблица 6

Ошибки определения фитомассы (кг) деревьев ели разных регионов по всеобщей модели (7)

№	Экорегion	Ошибка, %	
		Стандартная	Систематическая
1	Среднеевропейская провинция, широколиственные леса	89,4	-78,7
2	Скандинавско-Русская провинция	159,2	93,9
3	Восток Русской равнины, средняя тайга	196,2	141,2
4	Уральская провинция, южная тайга (Е)	42,6	-5,5
5	Уральская провинция, южная тайга (К)	189,5	90,2
6	Уральская провинция, средняя тайга (Е)	-	-
7	Западносибирская равнинная провинция, лесостепь	224,9	186,3
8	Памиро-Тяньшаньская	89,1	-85,6
9	Дальний Восток	401,9	311,0

Очевидно, что стандартные ошибки при определении фитомассы дерева по всеобщей модели $Pa \sim Dcr$ (диапазон от 43 до 402, в среднем 174 %, см. табл. 6) существенно превышают таковые по модели $Pa \sim D$ (в среднем 41%, см. табл. 3), поскольку объяснительная способность ширины кроны по сравнению с диаметром ствола при оценке фитомассы дерева значительно более низкая.

Наибольшую стандартную ошибку (190-402 %) при определении фитомассы дерева с помощью всеобщей простой аллометрической модели вида $Pa \sim Dcr$ имеем на Дальнем Востоке, на Востоке Русской равнины, в Уральской (культуры) и Западносибирской провинциях, а наименьшую (43%) – в Уральской южнотаёжной провинции. Общая простая модель вида $Pa \sim Dcr$ завышает фитомассу дерева на 311% на Дальнем Востоке, на 186% - в Западносибирской провинции и занижает на 79-86% в Среднеевропейской и Памиро-Тяньшаньской провинциях. Наименьшее смещение при оценке фитомассы - в естественных ельниках Уральской южнотаёжной провинции (-5 %).

Анализ региональных смещений при оценке фитомассы дерева, обусловленных применением всеобщей двухфакторной аллометрической модели $Pa \sim Dcr, H$

В данном случае модель (8) структурирована в соответствии с той же схемой кодирования фиктивных переменных (см. табл. 1), и получено уравнение

$$\ln(Pa) = -1,180 + 0,130X_1 - 0,162X_2 - 0,248X_3 - 0,129X_4 - 0,0124X_5 + 1,827X_6 - 0,434X_7 + 0,540X_8 - 0,0272X_9 - 0,482(\ln Dcr) + 1,680(\ln H) + 0,500(\ln Dcr)(\ln H); R^2=0,984; SE=0,25. \quad (8)$$

Мы видим (рис. 9а), что, как и в случае с двухфакторной моделью вида $Pa \sim D, H$, дисперсия остатков в модели вида $Pa \sim Dcr, H$, включающей в себя только $(\ln Dcr)$ и $(\ln H)$ без их произведения (синергизма), не однородна, и расчетные значения фитомассы занижаются как у самых мелких, так и у самых крупных деревьев. Полная однородность дисперсии достигается путём введения в модель (8) синергизма $(\ln Dcr)(\ln H)$ (рис. 9б). При этом константа при $(\ln Dcr)(\ln H)$ в уравнении (8) в высшей степени значима на уровне вероятности P_{001} ($t_{\text{факт}} = 19,5 > t_{\text{табл}} = 2,0$).

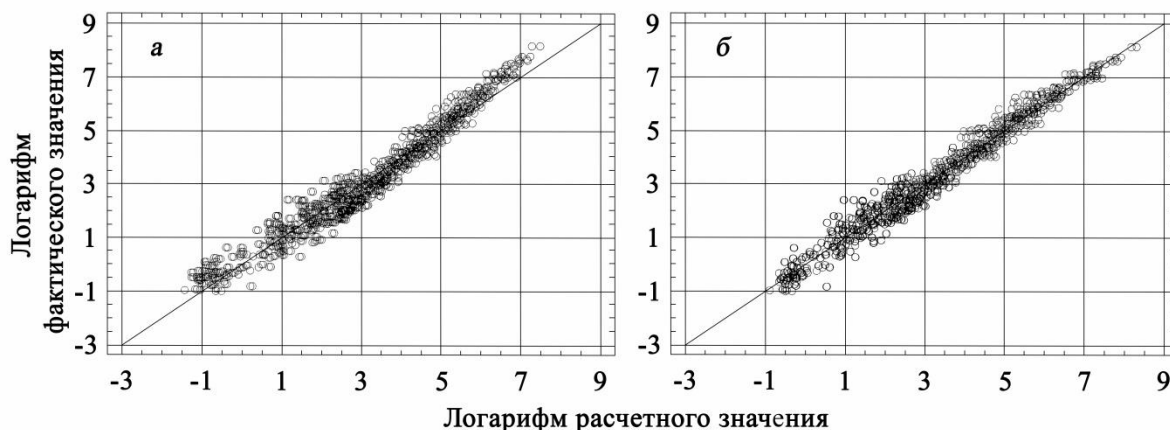


Рис. 9. Графическое визуальное подтверждение неоднородности дисперсии остатков (а) и её отсутствия после введения в уравнение (8) синергизма $(\ln Dcr)(\ln H)$ (б).

Для расчёта стандартной и систематической ошибок модель (8) приведена к «усечённому» виду

$$\ln(Pa) = -1,180 - 0,482(\ln Dcr) + 1,680(\ln H) + 0,500(\ln Dcr)(\ln H), \quad (9)$$

протабулирована по фактическим региональным значениям ширины кроны (Dcr) и высоты дерева (H) в базе данных, и полученные расчетные показатели фитомассы сопоставлены с фактическими региональными. Результаты сведены в табл. 7.

Таблица 7

Ошибки определения фитомассы (кг) деревьев ели разных регионов по всеобщей модели (9)

№	Экорегion	Ошибка, %	
		Стандартная	Систематическая
1	Среднеевропейская провинция, широколиственные леса	115,5	-36,9
2	Скандинавско-Русская провинция	95,4	50,7
3	Восток Русской равнины, средняя тайга	44,8	31,9
4	Уральская провинция, южная тайга (Е)	21,7	15,3
5	Уральская провинция, южная тайга (К)	97,6	97,4
6	Уральская провинция, средняя тайга (Е)	-	-
7	Западносибирская равнинная провинция, лесостепь	106,7	98,8
8	Памиро-Тяньшаньская	85,4	-56,9
9	Дальний Восток	68,4	49,7

Если при определении фитомассы дерева по простой всеобщей модели $Pa \sim Dcr$ диапазон стандартной ошибки в регионах был от 43 до 402% (в среднем 174%), то во втором случае при использовании всеобщей двухфакторной модели $Pa \sim Dcr, H$ этот диапазон сократился и находится в пределах от 22 до 115%. Снизилась также средняя по регионам стандартная ошибка до 79%.

Общая двухфакторная модель $Pa \sim Dcr, H$ завышает фитомассу дерева на 97-99% в Уральской южнотаёжной (культуры) и Западносибирской провинциях и занижает на 57-58% в Уральской южнотаёжной и Памиро-Тяньшаньской провинциях. Завышение оценок в пределах от 15 до 51% наблюдается в Скандинавско-Русской и Уральской южнотаёжной (естественные древостои) провинциях, на Востоке Русской равнины и на Дальнем Востоке.

Заключение

Аллометрические модели, полученные на основе базы данных о фитомассе деревьев ели и включающие в себя фиктивные переменные, дают возможность региональных оценок их фитомассы по известным морфометрическим показателям (диаметр ствола и кроны, высота дерева). Коэффициент детерминации в зависимости $Pa \sim D$ существенно выше, чем в зависимости $Pa \sim Dcr$ ($0,959 > 0,814$), а двухфакторные модели $Pa \sim D, H$ и $Pa \sim Dcr, H$ показали одинаковые коэффициенты детерминации (0,984). Применение двухфакторных всеобщих моделей вида $Pa \sim D, H$ и $Pa \sim Dcr, H$ в экорегionaх даёт меньшие стандартные ошибки (в среднем соответственно 30 и 77%) по сравнению с простыми уравнениями вида $Pa \sim D$ и $Pa \sim Dcr$ (в среднем соответственно 41 и 174%).

Однако вследствие наличия больших стандартных ошибок (до 402%) и неприемлемых региональных смещений обоих знаков (от +311 до -86%) применение всеобщих аллометрических моделей четырёх исследованных видов на региональных уровнях неприемлемо.

Список использованной литературы

Данилин И.М. Морфологическая структура, продуктивность и дистанционные методы таксации древостоев Сибири: Автореф. дис. ... докт. с.-х. наук. Красноярск: СибГТУ, 2003. 35 с.

Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Статистика, 1973. 392 с.

Еник Я. Иллюстрированная энциклопедия лесов. Прага: Артия, 1987. 431 с.

Усольцев В.А. Формирование банков данных о фитомассе лесов. Екатеринбург: УрО РАН, 1998. 541 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3224>).

Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: база данных и география. Екатеринбург: УрО РАН, 2001. 708 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3280>).

Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: нормативы и элементы географии. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. 762 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3302>).

Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: предельная продуктивность и география. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. 406 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3303>).

Усольцев В.А. О применении регрессионного анализа в лесоводственных задачах // Лесная таксация и лесоустройство / Междунар. научно-практич. журн. 2004. № 1 (33). С. 49-55.

Усольцев В.А. Биологическая продуктивность лесов Северной Евразии: методы, база данных и ее приложения. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. 636 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3281>).

Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2016. 336 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).

Усольцев В.А., Канунникова О.В., Платонов И.В. Исследование ошибок при оценке углеродного пула лесов посредством аллометрических моделей // Современные проблемы устойчивого управления лесами, инвентаризации и мониторинга лесов. Матер. международной конфер. С.-Петербург: С.-ПбГЛТА, 2006. С. 363-370.

Усольцев В.А., Часовских В.П., Норицина Ю.В., Норицин Д.В. Аллометрические модели фитомассы деревьев для лазерного зондирования и наземной таксации углеродного пула в лесах Евразии: сравнительный анализ // Сибирский лесной журнал. 2016. № 4. С. 68–76. (DOI: 10.15372/SJFS20160407).

Ares A., Fownes J.H. Comparisons between generalized and specific tree biomass functions as applied to tropical ash (*Fraxinus uhdei*) // New Forests. 2000. Vol. 20. P. 277-286.

Bailey R.L., Clutter J.L. Base-age invariant polymorphic site curves // Forest Science. 1974. Vol. 20. P. 155–159.

Basuki T.M., Van Laake P.E., Skidmore A.K., Hussin Y.A. Allometric equations for estimating the above-ground biomass in tropical lowland Dipterocarp forests // Forest Ecology and Management. 2009. Vol. 257. P. 1684–1694.

Ben Brahim M., Gavaland A., Cabanettes A. Generalized allometric regression to estimate biomass of *Populus* in short-rotation coppice // Scandinavian Journal of Forest Research. 2000. Vol. 15. P. 171-176.

Bojinski S., Verstraete M., Peterson T.C., Richter C., Simmons A., Zemp M. The concept of essential climate variables in support of climate research, applications, and policy // Bulletin of the American Meteorological Society. 2014. Vol. 95. No. 9. P. 1431-1443.

Case B.S., Hall R.J. Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-central Canada // Canadian Journal of Forest Research. 2008. Vol. 38. P. 878-889.

Chave J., Andalo C., Brown S., Cairns M.A., Chambers J.Q., Eamus D., Folster H., Fromard F., Higuchi N., Kira T., Lescure J.P., Nelson B.W., Ogawa H., Puig H., Riera B., Yamakura T. Tree allometry and improved estimation of carbon stocks and balance in tropical forests // Oecologia. 2005. Vol. 145. P. 87–99.

Chave J., Condit R., Aguilar S., Hernandez A., Lao S., Perez R. Error propagation and scaling for tropical forest biomass estimates // Phil. Trans. Royal Soc. London B. 2004. Vol. 359. P. 409-420.

Crow T.R. Common regressions to estimate tree biomass in tropical stands // *Forest Science*. 1978. Vol. 24. No. 1. P. 110-114.

Crowther T.W., Glick H.B., Covey K.R., Bettigole C., Maynard D.S., Thomas S.M. et al. Mapping tree density at a global scale // *Nature*. 2015. Vol. 525. P. 201–205 (doi: 10.1038/nature14967).

Diegues-Aranda U., Burkhart H.E., Amateis R.L. Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States // *Forest Science*. 2006. Vol. 52. No. 3. P. 262–272.

Falster D.S., Duursma R.A., Ishihara M.I., Barneche D.R. et al. BAAD: a Biomass And Allometry Database for woody plants // *Ecology*. 2015. Vol. 96. No. 5. P. 1445 (*Ecological Archives* E096-128), (<http://esapubs.org/archive/>).

Fang J., Chen A., Peng C., Zhao S., Ci L. Changes in forest biomass carbon storage in China between 1949 and 1998 // *Science*. 2001. Vol. 292. Issue 5525. P. 2320-2322 (DOI: 10.1126/science.1058629).

Fehrmann L., Lehtonen A., Kleinn C., Tomppo R. Comparison of linear and mixed-effect regression models and a k-nearest neighbor approach for estimation of single tree biomass // *Canadian Journal of Forest Research*. 2008. Vol. 38. P. 1–9.

Fu L., Sharma R.P., Hao K., Tang S. A generalized interregional nonlinear mixed-effects crown width model for Prince Rupprecht larch in northern China // *Forest Ecology and Management*. 2017. Vol. 389. P. 364–373.

Fu L., Sun H., Sharma R.P., Lei Y., Zhang H., Tang S. Nonlinear mixed-effects crown width models for individual trees of Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata*) in south-central China // *Forest Ecology and Management*. 2013. Vol. 302. P. 210–220.

Fu L.Y., Zeng W.S., Tang S.Z., Sharma R.P., Li H.K. Using linear mixed model and dummy variable model approaches to construct compatible single-tree biomass equations at different scales – A case study for Masson pine in Southern China // *Journal of Forest Science*. 2012. Vol. 58. No. 3. P. 101–115.

Graybill E.A. Theory and application of the linear model. Duxbury Press, N. Scituate, MA, 1976. 704 p.

Jenkins J.C., Chojnacky D.C., Heath L.S., Birdsey R.A. Comprehensive database of diameter-based regressions for North American tree species // *USDA Forest Service Northeastern Research Station. General Technical Report NE-319*. 2004. 45 p.

Jucker T., Caspersen J., Chave J., Antin C., Barbier N., Bongers F., Dalponte M., van Ewijk K.Y., Forrester D.I., Heani M., Higgins S.I., Holdaway R.J., Iida Y., Lorimer C., Marshall P.M., Momo S., Moncrieff G.R., Ploton P., Poorter L., Rahman K.A., Schlund M., Sonké B., Sterck F.J., Trugman A.T., Usoltsev V.A., Vanderwel M.C., Waldner P., Wedeux B., Wirth C., Wöll H., Woods M., Xiang W., Zimmermann N. and Coomes D.A. Allometric equations for integrating remote sensing imagery into forest monitoring programmes // *Global Change Biology*. 2017. Vol. 23. P. 177-190. DOI: 10.1111/gcb.13388.

Lang P.M. Linear mixed model of aerial photo crown width and ground diameter // *Scientia Silvae Sinicae*. 2008. Vol. 44. P. 41–44 (кит.)

Lappi J., Bailey R.L. A height prediction model with random stand and tree parameters: an alternative to traditional site index methods // *Forest Science*. 1988. Vol. 34. No. 4. P. 907–927.

Li C.M., Zhang H.R. Modeling dominant height for Chinese fir plantation using a nonlinear mixed-effects modeling approach // *Scientia Silvae Sinicae*. 2010. Vol. 46. P. 89–95 (кит.)

Li L.X., Hao Y.H., Zhang Y. The application of dummy variable in statistic analysis // *The Journal of Mathematical Medicine*. 2006. Vol. 19. P. 51–52 (кит.).

Li X., Hong L. Research on the use of dummy variables method to calculate the family of site index curves // *Forest Research*. 1997. Vol. 10. No. 2. P. 215–219 (кит. с англ. резюме).

Liang J., Crowther T.W., Picard N., Wiser S., Zhou M., Alberti G., Schulze E.-D., McGuire A.D., Bozzato F., et al. Positive biodiversity-productivity relationship predominant in global forests // *Science*. 2016. Vol.354. Issue 6309. P. 196-208. (DOI: 10.1126/science.aaf8957).

Lim K.S., Treitz P.M. Estimation of aboveground biomass from airborne discrete return laser scanner data using canopy-based quantile estimators // *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2004. Vol. 19. No. 6. P. 558-570.

Maltamo M., Eerikäinen K., Pitkänen J. et al. Estimation of timber volume and stem density based on scanning laser altimetry and expected tree size distribution functions // *Remote Sensing of Environment*. 2004. Vol. 90. No. 3. P. 319-330.

McDill M.E., Amateis R.L. Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function // *Forest Science*. 1992. Vol. 38. No. 2. P. 409–429.

Molto Q., Rossi V., Blanc L. Error propagation in biomass estimation in tropical forests // *Methods in Ecology and Evolution*. 2013. Vol. 4. P. 175–183.

Müller A., Weigelt J., Götz A., Schmidt O., Alva I.L., Matuschke I., Ehling U., Beringer T. The Role of Biomass in the Sustainable Development Goals: A Reality Check and Governance Implications. IASS Working Paper. Potsdam: Institute for Advanced Sustainability Studies, 2015. 36 p.

Næsset E. Predicting forest stand characteristics with airborne scanning laser using a practical two-stage procedure and field data // *Remote Sensing of Environment*. 2002. Vol. 80. No. 1. P. 88-99.

Næsset E., Gobakken T., Holmgren J., Hyypä H. et al. Laser scanning of forest resources: the Nordic experience // *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2004. Vol. 19. P. 482-489.

Nord-Larsen T. Developing dynamic site index curves for European beech (*Fagus sylvatica* L.) in Denmark // *Forest Science*. 2006. Vol. 52. No. 2. P. 173–181.

Pastor J., Aber J.D., Melillo J.M. Biomass prediction using generalized allometric regressions for some Northeast tree species // *Forest Ecology and Management*. 1984. Vol. 7. P. 265-274.

Poorter H., Jagodzinski A.M., Ruiz-Peinado R., Kuyah S., Luo Y., Oleksyn J., Usoltsev V.A., Buckley T.N., Reich P.B., Sack L. How does biomass allocation change with size and differ among species? An analysis for 1200 plant species from five continents // *New Phytologist*. 2015. Vol. 208. Issue 3. P. 736-749 (doi:10.1111/nph.13571).

Rao C.R. The theory of least squares when the parameters are stochastic and its application to the analysis of growth curves // *Biometrika*. 1965. Vol. 52. P. 447-458.

Rutishauser E., Noor'an F., Laumonier Y., Halperin J., Rufi'ie, Hergoulch K., Verchot L. Generic allometric models including height best estimate forest biomass and carbon stocks in Indonesia // *Forest Ecology and Management*. 2013. Vol. 307. P. 219-225.

Schmitt M.D.C., Grigal D.F. Generalized biomass estimation equations for *Betula papyrifera* Marsh. // *Canadian Journal of Forest Research*. 1981. Vol. 11. P. 837-840.

Skrivanek S. The use of dummy variables in regression analysis // *MoreSteam, com LLC*. 2009 (<http://www.moresteam.com>).

Stas S.M., Rutishauser E., Chave J., Anten N.P.R., Laumonier Y. Estimating the aboveground biomass in an old secondary forest on limestone in the Moluccas, Indonesia: Comparing locally developed versus existing allometric models // *Forest Ecology and Management*. 2017. Vol. 389. P. 27–34.

Stone C., Penman T., Turner R. Determining an optimal model for processing lidar data at the plot level: results for a *Pinus radiata* plantation in New South Wales, Australia // New Zealand Journal of Forestry Science. 2012. Vol. 42. P. 191-205 (<http://www.scionresearch.com/general/publications/nzjfs>).

Tang S.Z., Lang K.J., Li H.K. Statistics and Computation of Biomathematical Models (ForStat Course). Beijing: Science Press, 2008. P. 115–261 (кит.).

Usoltsev V.A. Sample tree biomass data for Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2015. ISBN 978-5-94984-521-9 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/4931>).

Usoltsev V.A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University. 2016. ISBN 978-5-94984-600-1 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>).

Vieilledent G., Vaudry R., Andriamanohisoa S.F.D., Rakotonarivo O.S., Randrianasolo Z.H., Razafindrabe H.N., Bidaud Rakotoarivony C., Ebeling J., Rasamoelina M. A universal approach to estimate biomass and carbon stock in tropical forests using generic allometric models // Ecological Applications. 2012. Vol. 22. Issue 2. P. 572–583.

Vonesh E.F., Carter R.L. Efficient Inference for Random-Coefficient Growth Curve Models with Unbalanced Data // Biometrics. 1987. Vol. 43. No. 3. P. 617-28.

Wang M., Borders B.E., Zhao D. An empirical comparison of two subject-specific approaches to dominant heights modeling: The dummy variable method and the mixed model method // Forest Ecology and Management. 2008. Vol. 255. P. 2659-2669.

Wang M., Borders B.E., Zhao D.H. Parameter estimation of base-age invariant site index models: which data structure to use? // Forest Science. 2007. Vol. 53. No. 5. P. 541–551.

West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. A general model for the structure and allometry of plant vascular system // Nature. 1999. Vol. 400. P. 664-667.

Wirth C., Schulze E.-D., Schulze W., von Stünzner-Karbe D., Ziegler W., Milyukowa I., Sogatchev A., Varlagin A.B., Panvyorov M., Grigoriev S., Kusnetzova W., Siry M., Harges G., Zimmermann R., Vygodskaya N.N. Above-ground biomass in pristine Siberian Scots pine forests as controlled by competition and fire // Oecologia. 1999. Vol. 121. P. 66-80.

Wirth C., Schumacher J., Schulze E.-D. Generic biomass functions for Norway spruce in Central Europe – a meta-analysis approach toward prediction and uncertainty estimation // Tree Physiology. 2004. Vol. 24. P. 121-139.

Zeng W.S. Using nonlinear mixed model and dummy variable model approaches to construct origin-based single tree biomass equations // Trees. 2015. Vol.29. No. 1. P. 275-283.

Zeng W.S., Tang S.Z., Xia Z.S., Zhu S., Luo H.Z. Using linear mixed model and dummy variable model approaches to construct generalized single-tree biomass equations in Guizhou // Forest Research. 2011. Vol. 24. No. 3. P. 285-291 (кит.).

Zianis D., Mencuccini M. On simplifying allometric analyses of forest biomass // Forest Ecology and Management. 2004. Vol. 187. P. 311-332.

Рецензент статьи: профессор Уральского государственного лесотехнического университета, доктор с.-х. наук В.А. Азарёнок.