

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUNYA - ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE BARCELONA -ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DEL VALLE - DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTÓNICAS 1

# DISEÑO DE ESTRUCTURA TRANSFORMABLE POR DEFORMACIÓN DE UNA MALLA PLANA EN SU APLICACIÓN A UN REFUGIO DE RÁPIDO MONTAJE

Tutor:Dr. José Ignacio LlorensCo-tutor:Dr. Ramón Sastre Sastre

Autor: Arq. Nelson Rodríguez

BCN Diciembre 2005

# **CAPÍTULO 2** DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

















CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# **CAPÍTULO 2** DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

#### **Resumen al capitulo:**

En este capitulo se desarrolla la parte central de este trabajo de investigación, aquí se sintetiza el estudio del material, el proceso para la obtención de la forma de la malla pre-flectada por el método de las curvas de flexión y de la membrana anticlástica textil de rigidización utilizando, para ambos casos, modelos experimentales físicos y modelos matemáticos, con la finalidad de verificar la hipótesis. También se realiza un detallado estudio del comportamiento de la malla ante cargas externas (viento y nieve) determinando, para cada caso, sus esfuerzos y la tensión de las barras críticas.

# Contenido:

- 2.1. Los plásticos como material de construcción
- 2.2 Definición geométrica form-finding (obtención de la forma)
- 2.3 Simulación por modelo físico
- 2.4 Simulación por computadora
- 2.5 Comprobación de la tensión inicial de la malla
- 2.6 Estudio de la influencia de la sección de la barra en la preflexión inicial
- 2.7 Comprobación de la obtención de la forma
- 2.8 Simulación del comportamiento estructural ante cargas externas
- 2.9 Comportamiento de la estructura ante cargas externas de viento: análisis elástico
- 2.10 Comportamiento de la estructura ante cargas externas de nieve: análisis elástico

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Introducción al capitulo El cálculo de mis tormentos

Una vez estudiadas las mallas deformadas a través de casos específicos y el tema centrado en el campo de las estructuras transformables, este capitulo se referirá al desarrollo técnico de las mallas.

Como primer punto, abordaremos un estudio del material seleccionado, analizamos sus características físicas y sus propiedades mecánicas para lo cual se determinó experimentalmente su límite rotura a través de probetas. También se abordará el tema de la búsqueda de la forma, su geometría y coordenadas, a través de la construcción de modelos a escala tanto físico como por computadora.

Para simplificar esta parte experimental tendremos como variable constante del estudio las barras. Todas las barras tendrán un mismo patrón de igual longitud para generar una cúpula de base cuadrada, con arcos perimetrales y apoyada sobre cuatro puntos, con la finalidad de comparar los resultados. La fuerza externa aplicada a la malla para lograr la deformación estará ubicada en las esquinas perimetrales y en la parte central de la malla. Los nudos estarán fijos. Las variables desconocidas son las coordenadas resultantes en cada uno de los modelos que serán encontrada al generar la forma.

Con los modelos físicos estudiaremos las coordenadas, geometría y comportamiento global de la estructura durante el proceso de erección. Con los modelos por computadora se estudiará las coordenadas, geometría, forma de la membrana y el análisis de los esfuerzos iniciales necesarios para introducir la pre-flexión en las barras, así como las tensiones para determinar los puntos críticos de la estructura.

Estos modelos nos permitieron estudiar la viabilidad del método de búsqueda de la forma por curvas de flexión, planteada en la hipótesis y no por catenaria de modelos colgantes. Así como es cierto, que un cable suspendido adopta una forma estáticamente óptima, tal y como lo explicamos en el capitulo Nº 1, es también cierto que a una barra rígida hay que doblarla. Por ello, no alcanzara la forma de una catenaria aunque sus diferencias sean despreciables por efecto de la longitud de la barra o de su sección, por lo que hay que estudiar la relación existente entre la geometría de la sección de la barra y el esfuerzo de flexión.

El cálculo matemático de las estructuras pre-flectadas ha sido posible únicamente por métodos aproximados. En este sentido, en el comportamiento estático de las mallas, el estudio de la influencia de las tensiones que actúa sobre los componentes estructurales es decisivo tanto para encontrar la forma como para su comportamiento como estructura ante cargas externas , ya que, como veremos en este capítulo, para cada estado de tensión hay una deformación. Es por ello, que centraremos la definición de las mallas pre-flectadas, a través de conceptos emitidos por expertos y desde el sistema de ecuaciones que la constituyen expresando la relación entre el método de búsqueda de la forma, el proceso de erección y su comportamiento ante cargas externas de viento y nieve.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Para este ultimo apartado del capítulo sobre el comportamiento estructural bajo cargas externas, realizamos un estudio de a través de un ensayo de túnel de viento para determinar coeficientes eólicos, lo que permitió determinar los coeficientes de presión sobre la membrana en exposición directa al viento, con el objetivo de precisar las deformaciones correspondientes y los puntos críticos de la estructura.

Para la elaboración de este capítulo realizamos consultas bibliográficas sobre cálculo no lineal, pasantías conjuntas entre en la empresa Technet, que gentilmente cedió los derechos comerciales del programa Easy® v8 para la elaboración de los modelos por computadora, y en el Instituto de Estructura Ligeras de la Universidad de Stuttgart donde se definieron aspectos geométricos y constructivos importantes para el desarrollo de esta investigación

En general, se presentan en este capítulo los conceptos teóricos y principios técnicos, necesarios para la comprensión del comportamiento estructural las mallas pre-flectadas, caso de estudio: cúpula de base cuadrada apoyada sobre cuatro puntos

### 2.1 La presencia del material: el plástico como material de construcción. El caso de los Plásticos Reforzados con Fibras de Vidrio (PRFV)

Para la construcción de una malla el material tiene que tener un comportamiento isótropo, en el caso de los materiales anisótropo como la madera y los plásticos hay que desarrollar estrategias para disminuir este efecto. En el caso específico del material de Plástico Reforzado con Fibra de Vidrio (PRFV) es utilizar perfiles de secciones cuadradas o redondas, huecas o sólidas. Así se logra una mejor distribución de las cargas en los componentes de la malla, dado que las mallas de barras rígidas estarán sometidas no sólo a esfuerzos axiales de compresión y tracción, sino que actuaran también sobre ellas momentos de flexión, torsión y esfuerzos cortantes

Los materiales compuestos específicamente los PRFV (resinas + fibra de vidrio) son materiales heterogéneos, anisótropos desde el punto de vista de su trabajo mecánico y visco-elásticos. La fibra de vidrio está elaborada a partir de materias primas tradicionales necesarias para la fabricación del vidrio: sílice, cal, alúmina y magnesita. A estos constituyentes se les añaden según los tipos de vidrio ciertos óxidos.

Los tipos de vidrio utilizados como fibras son:

- Vidrio A: de alto contenido de sílice. Se utiliza como reforzante y posee gran resistencia química.
- Vidrio B: Posee excelentes propiedades eléctricas y gran durabilidad.
- Vidrio E: Excelentes propiedades mecánicas, sin electricidad estática, buena absorción de la resina, especialmente indicado para el enrollamiento y pultrusión.
- Vidrio ERC: Con propiedades eléctricas combinadas con resistencia química.
- Vidrio S: Es el más costoso y posee alta resistencia a la tracción y estabilidad térmica. Se utiliza en las construcciones aerodinámicas.
- Vidrio R: Alta resistencia mecánica y módulo de elasticidad.

El vidrio en los plásticos reforzados es usado de diferentes formas, como:

- 1. Tejido: para conseguir resistencia en dos direcciones.
- 2. Mat: fieltro de hilos continuos o troceados mantenidos por un ligante adaptado al modelo.
- 3. Pultrusión: consiste en un método de fabricación en hilos continuos formando una hebra principalmente utilizada en la técnica de "Filament Winding".

Las resinas se pueden clasificar en:

1. Resinas epoxi: son termo-endurecibles que contienen en sus moléculas funciones epoxídicas o glicídicas. La más típica es el diglicidiléster del bisfenol.

Las resinas epoxi se presentan en forma líquida más o menos viscosa que pueden ser transformadas en material sólido infusible mediante la acción de endurecedores.

Las resinas epoxi presentan las siguientes propiedades:

- Baja retracción.
- Buen comportamiento a temperatura elevada, hasta 180 °C.
- Buena resistencia a los agentes químicos.

#### 2. Resinas de poliéster:

Son resinas compuestas fenólicas obtenidas por poli-condensación de uno o varios glicoles con uno o varios diácidos en los que por lo menos uno tiene doble enlace etilénico. Entre sus principales propiedades tenemos:

- Resistencia al choque.
- Resistencia a la abrasión.
- Resistencia al ataque químico, sobre todo a los disolventes orgánicos.
- Excelente adhesión a otras resinas (epoxis, formol, etc).
- Estabilidad dimensional.
- Se alteran con las rayos UV.

Se encuentra en varias presentaciones, polvo de moldeo, en disolventes orgánicos y en resinas líquidas con un porcentaje de agua. Su técnica de moldeo puede ser de alta y media presión o baja presión.

#### 3. Resinas Viniléster:

Son resinas termo-endurecibles de reciente desarrollo. Son el resultado de una poliadición de resina epoxi sobre el ácido insaturado acrílico o metacrílico.

Se presenta en disolución al 30-40% de monómetro reactivo, generalmente estireno y se utilizan de la misma forma que las resinas de poliéster con los mismos aceleradores y catalizadores.

Las principales propiedades son:

- Buenas cualidades mecánicas, excelente resistencia a la fatiga.
- Excelente fluidez que facilita la impregnabilidad y moldeo.

La fabricación de materiales compuestos avanzados:

El poliéster se encuentra entre las resinas existentes de bajo costo y se usa extensamente en la fabricación de plástico reforzado con fibra de vidrio (PRVF) para aplicaciones

estructurales de construcción industrial que requieren resistencia a la corrosión, a temperaturas por debajo de los 60° C.

Los vinilésteres tienen una resistencia superior y mantienen la rigidez a altas temperaturas hasta 90 °C., resistencia química y elongación del 4% para compatibilidad con fibras de vidrio reforzantes.

Los procesos de fabricación para plásticos reforzados con fibras dependen de su función, tamaño, cantidad, tasa de producción, acabado y costos. Los procesos más comunes son: contacto, laminado continuo, transferencia de resinas y pultrusión.

El proceso de pultrusión es ideal para la fabricación de piezas que tienen una sección transversal constante, tales como perfiles, celosías, postes, varillas, tubos, paneles y pasamanos. Mediante esta técnica pueden obtenerse dimensiones precisas, así como resistencias longitudinales altas y rigidez. La mayor dificultad que presenta son las uniones que suelen resolverse mediante tornillos, remaches o con adhesivos.

La Pultrusión es una técnica de fabricación que permite producir piezas de materiales compuestos que presentan formas parecidas a las fabricadas en acero o el aluminio, a pesar de las diferencias del comportamiento existentes entre ambos materiales, pues el comportamiento del acero es isótropo frente al marcado comportamiento anisótropo de los materiales compuestos.

(Ver anexo 2. Materiales Plásticos reforzados con fibra de vidrio- PRFV).

# 2.1.1. Propiedades Mecánicas

Las propiedades mecánicas del material compuesto, en cualquier dirección, dependen del porcentaje de fibra, en volumen, orientadas en la misma dirección, así como de las propiedades mecánicas de las fibras, de la longitud, forma, composición de las fibras, de las propiedades mecánicas de la resina y de la adherencia entre las fibras y matriz.

Los perfiles pultrusionados de materiales compuestos están constituidos por:

- Fibras de larga longitud capaces de resistir tensiones longitudinales de tracción y compresión, proporcionando rigidez y resistencia al impacto.
  Las fibras tienen influencia en las ropiedades eléctricas: el vidrio ofrece aislamiento eléctrico y transparencia electromagnética, mientras que la fibra de carbono presenta conductividad térmica.
- Matriz o resina.
  Las propiedades de la matriz influyen en:
  las resistencias a cortante del material compuesto. La matriz, también proporciona soporte lateral al pandeo de las fibras bajo solicitaciones de compresión.
- Aditivos: Sustancias añadidas a la matriz que permiten mejorar o complementar las propiedades físico-químicas del material compuesto, reducir la retracción (dilatación) o retrazar el proceso de endurecimiento del material durante su fabricación, pueden ser pigmentos, retardadores del fuego, etc.

En general, los perfiles pultrusionados incorporan fibras unidireccionales y capas de tejido que proporcionan fibras en dirección transversal a la del pultrusionado contribuyendo a una mejora de la resistencia del perfil a esfuerzos transversales y a las uniones atornilladas.

La fibra de vidrio de estos perfiles es del tipo "E" con un contenido de fibra entre un 45% a un 75% en peso y una resina termoestable viniléster.

Datos presentados en la ponencia " Pasarela peatonal de materiales compuestos de fibra de vidrio" por la empresa PEDELTA, Ingeniería de Estructuras. Barcelona (2002).

Propiedades	Und.
Resistencia Cortante (MPa)	23
Módulo Cortante, G (GPa)	3
Densidad (kg/dm <sup>3</sup> )	1.8
Coeficiente dilatación térmica (10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> )	8
Coeficiente Poisson V <sub>12</sub> (-)	0.23
Coeficiente Poisson V <sub>21</sub> (-)	0.09

Tabla Nº II-1. Propiedades mecánicas de los plásticos compuestos Propiedades mecánicas de la fibra de vidrio

Propiedades	Uni.
Resistencia Tracción (MPa)	81.4
Resistencia Flexión (MPa)	137.9
Modulo Deformación (Gpa)	3.7
Deformación de Rotura (%)	5

Tabla Nº II-2. Propiedades mecánicas de la fibra de vidrio Propiedades mecánicas de la resina

Propiedades	Und.
Densidad (Kg/dm <sup>3</sup> )	2,6
Resistencia Tracción (MPa)	3,400
Modulo Deformación (GPa)	72.4
Deformación de Rotura (%)	4.8

Tabla Nº II-3. Propiedades mecánicas de las resinas

### Datos tomados de la página web del fabricante (www.nioglas.com-2002)

Propiedades Físicas		Unidades	Norma
Peso específico	1,65 / 1,85	Kg/dm <sup>3</sup>	UNE 53020-73
Contenido en vidrio	50 / 70	%	
Absorción de agua	0,5 / 1,0	% peso	UNE 53028-55
Coeficiente dilatación lineal	15 / 17	1/ºC.106	UNE 53126-79
Propiedades Mecánicas			
Resistencia a la flexión	300 / 600	MPa	UNE 53022-76
Resistencia a la tracción	400 / 650	MPa	UNE 53023-86
Resistencia a la compresión	150 / 300	MPa	UNE 53024-86
Módulo de elasticidad (E)	15000 / 32000	MPa	UNE 53022-76
Resistencia al impacto	150	daN cm/cm2	UNE 53021-81
Propiedades Térmicas			
Conductividad térmica	0,2 / 0,3	Kcal / mH °C	UNE 53037-76

Tabla Nº II 4. Propiedades mecánicas de los plásticos compuestos fabricados por NIOGLAS

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Tabla comparativa de los módulos de elasticidad del acero y PRFV (KN/m<sup>2</sup>)

	Acero	PRFV
Modulo de elasticidad (KN/m²)	2,1x10 <sup>8</sup>	2,3x10 <sup>7</sup>
Resistencia a la rotura (KN/m²)	3,6 x10⁵	6,5 x10⁵
Resistencia a tracción (KN/m²)	2,6x10⁵	4x10 <sup>5</sup>

Tabla Nº II-5. Comparativa de los módulos de elasticidad entre el acero y PRFV (KN/m²)

Los materiales compuestos de PRFV tiene una resistencia a la tracción dos veces mayor que la del acero y son tres veces mas flexibles que el acero, lo que los hacen idóneos para aplicarlos a un sistema constructivo que tiene como objetivo la pre-flexión de una malla rígida para lograr la rigidez global. Entre otras ventajas para su aplicación en este proyecto pueden mencionarse los siguientes:

- Alto módulo de flexión.
- Posibilidad de colorear.
- Longitud máxima: 13.000 mm.
- Anchura máxima: 650 mm.
- Altura máxima: 400 mm.
- Pared máxima: 30 mm.
- Pared mínima: 2 mm.
- Radios mínimos: 1 mm.
- Tolerancia en espesor: +/- 0,1 mm.
- Tolerancia de corte: +/- 2%.

# 2.2.2 Ensayo experimental de comprobación del límite de rotura del material

Con el objetivo de comprobar el límite de rotura del material utilizado se prepararon tres probetas del material compuesto de acuerdo con la norma ISO/DP527, para someterlas a esfuerzos de tracción, determinar la curva tensión-deformación y compararla con las curvas teóricas típicas. (Sin determinar el módulo de elasticidad).

Informac	Información del material							
Tipo de material: Poliéster Reforzado con Fib Referencia comercial: Nioglas. Método de fabricación: Pultrusión. Antecedente: Aplicación estructural en la pasa	ra de Vidrio (PRFV). arela peatonal en Lleida. Catalunya (2001).							
Informació	n de las probetas							
<b>Dimensiones de la probeta:</b> Largo: 200 mm Ancho: 10 mm Espesor: 4 mm Área: 40 mm <sup>2</sup>	3-4 100 ≧ 170							
Nº de probetas ensayadas: 3								
Espacio para mordazas: 40 mm por cada	Tomado de: Guía de materiales plásticos. Propiedades, ensayos y parámetros.							
·								

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

lado, evitando su deslizamiento.	Hanser.
	Norma UNE-EN ISO 527 (I y II),AENOR-1997
Características de la máquina:	Ecuación de cálculo de la tensión:
	σ= <u>.</u>
WODEIO: ELID-50/W (IBERTEST)	A
velocidad del ensayo: entre 0.01 y 200	Donde:
mm/seg	F: Fuerza en Kilos
<b>Tipo de mordazas</b> : Cabezales de tracción	A: Area de la sección transversal inicial de la
con sistema de cierre en cuna modelo CTV	probeta en mm <sup>2</sup>
Grado de exactitud:	
Fuerza: U.UUU'IKN	
Software de medición: Wintere	
Cuadro Nº II-1 Datos del ensavo de límite de rotura	



#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-2. Resultados del ensayo de límite de rotura

En este ensayo se puede observar que el límite elástico del material (PRFV) es el límite de rotura.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Comparando la curva resultante de las probetas y las curvas típicas se observa que el material producto de este estudio corresponde a la curva Nº 1 definida como plástico frágil o rígido. El material es estructural porque tiene en su composición más del 40% de contenido de fibra, por otra parte no tiene ductilidad ya que al llegar a su límite elástico estalla teniendo una deformación por desgarre de las fibras.

Cálculo de la resistencia a la tracción ( $\sigma_{LE}$ ) con los datos obtenidos experimentalmente.

Datos para el cálculo: Resistencia a la tracción media ( <b>σ</b> ₂м)	): <b>5.713 Kg</b>	Ecuación: $\sigma_{LE} = \underline{.\sigma}_{2M}$ A Sustituyendo: $\sigma_{LE} = 142.83 \text{ Kp/cm}^2 = 14.283 \text{ Kp/cm}^2$
Alargamiento Promedio ( $\epsilon_{2M}$ ):9.36 mmÁrea de la probeta(A):40 mm		Coeficiente de minoración de la tensión del límite de rotura de tracción = 2 $\sigma_{LE}$ = 71,42 Kg/mm <sup>2</sup> = 7.141 Kp/cm <sup>2</sup>
		Equivalencias: σ <sub>LE</sub> = 700, 40 Mpa σ <sub>LE</sub> = 700.400 KN/m <sup>2</sup>

Tabla Nº II-6. Resultados del ensayo de límite de rotura

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Definición geométrica 2.2. Obtención de la forma (Form-finding)

Las geometrías con formas no conocidas usualmente no pueden ser descritas por simples funciones matemáticas y por consiguiente, requieren un proceso conocido como "form-finding" o de obtención de la forma. El objetivo de la obtención de la forma es producir formas con estructuras óptimas estables, en equilibrio y con rigidez, a través del uso de una cantidad mínima de material. En general, el proceso de obtención de la forma de las superficies de las membranas y mallas contempla:

- 1. La realización de modelos físicos a escalas reducidas.
- 2. El desarrollo de modelos por computador usando una variedad de técnicas numéricas.

Los modelos físicos son importantes porque son un verificador de los resultados del modelo informático, el modelo físico requiere una secuencia de actividades manuales para producir un modelo refinado con muchísimo cuidado y precisión y asegurar que las dimensiones pueden ser usadas en las fases de análisis estático y de diseño constructivo, ya que los errores longitudinales tienen efecto directo tanto en la tensión de la superficie como en los componentes estructurales. Los modelos físicos ofrecen una impresión visual instantánea de la superficie.

Los modelos por computadora de las estructuras de mallas presentan información numérica y gráfica. Describe la forma de la estructura, tensiones y deformaciones bajo ciertas condiciones de carga. La información se obtiene desde algoritmos numéricos a través de un proceso interactivo de ajustes geométricos de superficies en tensión y en equilibrio.

Mucho han sido los aportes en el estudio numérico de las formas no conocidas entre los que podemos mencionar a Euler (1744) con las primeras ecuaciones matemáticas describen las superficies mínimas, D'Arcy Thomson muestra con el logaritmo espiral que los vectores se cortan por sucesivos radios, al igual los ángulos vectoriales crecen continuamente sin cambiar la forma. La ecuación de tensión de Von Mises, implica que la superficie inicial producida se expande uniformemente y en proporción a la raíz cuadrada de las tensiones. Young (1805) y Laplace (1806) demostró que para la superficie curva, la tensión en la superficie en cualquier punto es igual a la relación entre la tensiones internas y las externas de la superficie y el radio de las curvaturas principales. Las investigaciones del Instituto de Estructuras Ligeras (IL) de la Universidad de Stuttgart (1964-1991), bajo la dirección del Dr. Frei Otto, en el estudio en las formas estructurales que obedecían a "principios de ligereza" de acuerdo con una interpretación de leyes naturales del comportamiento estructural.

Este trabajo exigió la realización de los dos tipos de modelo, físico y computarizado, dado que la experiencia ha demostrado que la combinación de ambos son la mejor estrategia metodológica que usar exclusivamente uno de ellos, ya que se pueden determinar desavenencias muy útiles para la investigación. Estos modelos se emplearon para los procesos de obtención de la forma tanto de la malla como de la membrana, la malla formada por barras rígidas a través de pre-flexión de las barras y para la membrana textil buscar su forma pretensada. Ambas actuaran conjuntamente en una sola estructura aportándose prestaciones.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

El proceso de obtención de la forma debe relacionar la forma con los esfuerzos iniciales y finales de la deformación de la malla, material, proceso de montaje y detalles constructivos. Lo cual llevó a diseñar unas condiciones que debía cumplir los modelos físico e informático para el proceso de obtención de la forma:

- 1. Las barras deben ser rígidas, de longitudes normalizadas y con capacidad para ser flectadas.
- 2. Los nudos en el caso del modelo físico, serán realizados con piezas existentes en el mercado y de fácil realización.
- 3. Además, deberán:
  - permitir el paso de la barra y su transformación de la posición plana a la posición deformada a través de todas las posiciones intermedias, otorgando suficiente libertad inicial, sin que las barras se suelten ni que se produzcan desplazamientos comportándose como un mecanismo.
  - minimizar el roce durante el proceso de deformación para evitar el desgaste excesivo de los componentes y piezas.
     permitir su rigidización para su comportamiento como estructura.
- 4. Los nudos de las bases deberán ser articulados sin que se produzcan momentos de flexión.
- 5. La malla plana será simétrica con barras de igual longitud con un sólo tipo de nudo.
- 6. La forma final será el resultado de deformar la malla al aplicarle una fuerza externa y la deformación será por curva de flexión, sin cambio de las longitudes de las barras ni de las condiciones de borde.
- 7. Las diagonales de rigidización serán sustituidas por una membrana pre-tensada.
- 8. El proceso de búsqueda de la forma tendrá que incorporar el método de erección y montaje de la malla, así como también los detalles constructivos de los nudos.

# 2.3 Simulación por modelo físico:

El modelo fue realizado en el Laboratorio de Construcción y de Maquetas de la Escuela de Arquitectura del Valles (ETSAV-UPC), se realizó tanto el modelo físico de las barras preflectadas como de la membrana pretensada.

Obtención de la forma de la malla pre-flectada:

Consistió en construir una retícula formada por barras rígidas y unidas por nudos con tornillos pasantes. Como la gran mayoría de los perfiles existentes en el mercado cuentan con una longitud estándar de 6 m, seleccionamos esta medida para evitar el corte de las barras del modelo y no generar desperdicios. Las características del modelo fueron las siguientes:



Figura Nº II-1: Características del modelo físico

La malla articulada en los nudos de tornillos pasantes, presenta dos niveles de transformabilidad. E primero como una estructura reticular plana en forma de paquete compacto facilitando su proceso de transporte para luego ser desplegada en el lugar de su montaje.



Figura Nº II-2: Primera transformación de la malla

En este primer nivel de transformabilidad de la malla, los nudos funcionan como un nudo tipo tijera, deben tener holgura suficiente para permitir que la malla pase de su configuración totalmente cerrada a la abierta plana. El nudo sólo debe permitir el giro y evitar que las barras puedan soltarse o desplazarse en cualquiera de las direcciones. Hasta esta posición en la malla sólo actúa el peso propio.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Para desarrollar el segundo nivel de transformabilidad, es necesario introducir la pre-fleción y deformar la malla. Para determinar la altura de arco de borde se realizó una prueba doblando una barra hasta alcanzar la altura útil habitable de 2.10 m que en el modelo fue de 350 mm.



Figura Nº II-3: prueba de flecha del arco

Segundo nivel de transformabilidad – form fi	nding por flexión
Posición inicial	Los cuatro nudos de la malla se hace coincidir con los soportes de la estructura del andamio. Estos nudos sólo podrán permitir el giro mas no desplazarse. Se pensó de esta manera, ya que la fuerza de la gravedad puede contribuir minimamente a la deformación de la malla por peso propio.
Posición intermedia	A la malla apoyada se le aplicó una fuerza externa gradualmente incrementada en los nudos de la base. Toda la malla fue capaz de repartir la carga homogéneamente a todos los componentes comenzando el proceso de deformación. En este punto los nudos tienen sólo las restricciones de movimiento que le impone la configuración de la malla. Son conexiones móviles, permitiendo el giro de las barras y cambiando la configuración de la retícula de cuadrados a rombos.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



La malla totalmente deformada con las barras pre-flextadas, la cual genera una forma de casquete formado por 4 arcos perimetrales y una cúpula sinclástica apoyada en cuatro puntos. En el proceso de deformación la transferencia de fuerzas entre los componentes estructurales se produce a través de la presión que ejerce un elemento sobre el otro, con lo que es previsible que las tensiones tiendan a crecer en los nudos. Al retirar la carga externa la malla volvió a su posición inicial sin presentar deformación de los componentes. (ver video Nº 1 en CD-ROM)

Figura Nº II-4: Segunda transformación de la malla. Proceso de obtención de la forma de la malla

Para el paso del mecanismo móvil a una estructura y poder obtener las coordenadas de la cúpula, es necesario rigidizar los nudos restringiendo el giro, para realizar este proceso se anclaron los nudos de las bases a la plataforma y se apretaron todos los nudos de la malla y los arcos perimetrales, pudiendo retirar el andamio de soporte.



En el proceso de bloqueo de los nudos realizado a través de atornillarlos, se partieron varios nudos, lo que hace pensar que perforar la barra crea una zona débil que unido a la fuerza, el aplastamiento del tornillo y la tensión a la que trabaja la barra producto de los esfuerzos iniciales de deformación, hace que se produzcan estas roturas. Sin embargo, la cúpula se mantiene, ya que se comporta como una malla donde al partir algunos de sus puntos, los nudos circundantes absorben los esfuerzos y la estructura no colapsa.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



#### Figura Nº II-5: Resultados geométricos

### Obtención de la Forma de la membrana pretensada y su unión con la estructura preflectada:

Este modelo consistió en generar una superficie anticlástica pretensada a partir de las coordenadas generadas por la obtención de la forma de la malla pre-flectada. Se reprodujeron los puntos de las coordenadas de los arcos con unos bastidores en triángulo de madera atornillados a una base y un punto central que coincide con el centro de la malla pre-flectada.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Figura Nº II-6: Obtención de la forma de la membrana

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

### 2.4 Simulación por computadora

Para simular la mecánica del modelo físico fue necesario seleccionar un paquete informático. En nuestro caso trabajamos con tres programas, el primero fue Wintess, programa interactivo de cálculo de estructuras tensadas diseñado en ETSAV-UPC (Sastre 2002), que calcula la catenaria en función del coseno hiperbólico producido al aplicar a una malla plana de hilos, una carga en cada nudo. Este procedimiento se suspendió porque el resultado fue análogo al del modelo colgado de cadenas o hilos y, al compararlo con las curvas de flexión de la malla, estableció unas diferencias considerables. Entre ellas se puede mencionar la condición de borde de los arcos perimetrales: mientras en el modelo físico las curvas eran cóncavas hacia fuera de la malla en el modelo informático eras convexas hacia dentro de la malla. Otro de los parámetros donde se encontraron diferencias fueron en las alturas y en la forma global.

El segundo intento por realizar la obtención de la forma fue con el programa SAP-2000. Se construyó una malla rectangular introduciendo las propiedades del material (módulo de elasticidad, modulo cortante, coeficiente de Poisson, densidad y las propiedades de la sección).

Los cuatro nudos centrales se restringieron los movimientos y giros. Los nudos restantes de la malla eran totalmente libres en los ejes x,y,z, en este caso los movimientos y giros están restringidos por la configuración de la malla. Se aplicó una fuerza vertical externa en los nudos de los extremos, el programa dio como resultado una deformación muy similar a la del modelo físico en términos globales, pero al no ser un programa de cálculo de segundo orden, los resultados de la deformación no recogía la distancia entre los extremos de las barras de la malla al flectar, teniendo como resultado una barra estirada, por lo que los resultados no eran admisibles.

El tercer programa utilizado fue el paquete informático **EASY**® Versión 8 (2003), , producido por la empresa alemana Technet-gmbh. Es un programa interactivo de calculo de segundo orden basado en el "método de la densidad de fuerza" (ver anexo N° 3), originalmente desarrollado para el cálculo de membranas a tensión. La versión usada para la realización de este capítulo fue de última generación para el momento de realizar esta actividad. El paquete informático cuenta con cuatro sub-programas: "**Easy-Form**" calcula la obtención de la forma en equilibrio. "**Easy-Statical Analysis**" calcula y analiza estructuras derivadas del proceso de la obtención de la forma bajo una carga externa de peso propio, nieve o viento por procesos no-lineales. "**Easy-Beam**" calcula y analiza barras rígidas con todos los datos como áreas, momentos de inercia, sección, módulo de elasticidad y sistema de coordenadas bajo una carga externa de peso propio, nieve o viento por procesos no-lineales. "**Easy-Cut**" descompone la superficie de doble curvatura en patrones planos de acuerdo con líneas geodésicas.

Como el subprograma "EASY-BEAM" puede calcular de manera conjunta o separada membranas pre-tensadas, los elementos a compresión y mallas constituidas por elementos rígidos a flexión, aunque no de manera directa, ya que el programa no tiene desarrolladas herramientas gráficas para elaborar el modelo, lo cual significo que la construcción del modelo se tuvo que realizar introduciendo los datos manualmente. Sin embargo el programa resultó ajustado a las necesidades de este trabajo.

El objetivo fue encontrar una forma en equilibrio con nuevas coordenadas partiendo de una malla plana.

La estructura debe cumplir los siguientes requisitos:

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

- 1. La condición de equilibrio: la fuerza en cada nudo libre es cero.
- 2. El material se comporta de acuerdo a la ley de Hooke
- 3. La geometría está en estado de deformación, donde para cada estado de tensión hay un estado de deformación.

En este apartado se estudia el modulo estructural y comprobaremos numéricamente estos requisitos.

### Procedimiento General para la obtención de la forma

El fundamento geométrico que debe cumplir la deformación de la malla se puede representar en el siguiente gráfico:



Figura Nº II-7: Fundamento geométrico

Los archivos de entrada del sistema son:

- 1. Introducción de los tipos de ligamientos de los nodos y el grado de libertad permitido.
- 2. Coordenadas de todos los puntos de la malla en su posición plana, indicando los puntos fijos con restricciones determinando igualmente las longitudes de las barras.
- 3. Valores de la relación fuerza-longitud (densidad de la fuerza) de los elementos de barras (ejemplo 0,1 a lo largo de toda la malla).
- 4. Las propiedades del material (área de la sección, módulo de elasticidad, momentos de inercia y momentos resistentes a la flexión y a torsión).
- 5. Los parámetros de las barras de la malla y la condición de borde de los arcos para determinar la forma de transmisión de esfuerzos y momentos.

### Construcción del modelo

### Primer modelo: La malla como mecanismo

Hay que destacar que los ingenieros que desarrollan el programa Easy habían participado en el cálculo de los modelos colgados realizados en el instituto de Ingeniería Geodésica conjuntamente con el Instituto de Estructura ligeras (IL) ambos de la Universidad de Stuttgart. Sin embargo, era la primera vez que el equipo, que asesoró el proceso de obtención de la forma para este trabajo, junto con los tutores y el autor, participaban en la

realización de los cálculos del proceso de obtención de la forma por pre-flexión de las barras, lo cual significó la realización de varias pruebas para ir descartando posibilidades. Las propiedades asignadas a los nudos tuvieron que editarse manualmente hasta lograr la simulación correcta, ya que el programa no contempla herramientas para realizarlo, como se dijo anteriormente. Siempre se tomó como referencia importante la mecánica del modelo físico. Lo que se presenta en este apartado es un resumen de los pasos realizados.

La simulación parte de la malla plana totalmente abierta, la cual se dibujó utilizando la herramienta "FRONT" del sub-programa "FORMFINDING", donde se generaron las características topológicas de la malla, números de nudos y barras, sus coordenadas iniciales y longitudes de barras. Luego fue exportado al subprograma "EASYBEAM" para incorporarle todas las propiedades mecánicas del material de las barras y las condiciones de restricción y grado de libertad de los nudos para obtener la deformación a flexión de las barras. (Ver Apéndice A. Construcción de modelo informático)

		Ν	umeració	n de los n	odos		
	40013007 •					40063007	
40003006	40013006	40023006	40033006	40043006	40053006	40063006	40073006
	40013005	40023005	40033005	40043005	40053005	40063005	
	40013004	40023004	40033004	40043004	40053004	40063004	
	40013003	40023003	40033003	40043003	40053003	40063003	
	40013002	40023002	40033002	40043002	40053002	40063002	
40003001	40013001	40023001	40033001	40043001	40053001	40063001	40073001
	40013000 •	,				40063000	

Figura Nº II-8: Numeración de los nudos

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

		Numera	ición de las	barras		
•					•	•
<b>(69</b> )	<b>(9</b>	(3)	<b>(2</b> )	(I)	(8)	
36	37	38	39	40	(41)	(42)
(85)	() ()	(2)	(9)	Le		
(29)	30	(31)	32	(33)	(34)	(35)
( <b>1</b> )	() (54)	<b>.</b>	(88)	<b>1</b> 2	83	
(22)	(23)	(24)	25	(26)	(27)	(28)
(9)-						
15	16	(17)	18	(19)	20	(21)
(8) (5)	(E) (E)	8 10	<b>99</b> (1)	(12) (12)	(13)	14
<u>(</u> )	(S) (2)	88 	3	( <b>E</b> ) (4)	( <b>F</b> )	6
( <b>£</b> )	3	ک	(3)	È	( <b>2</b> 8)	

Figura Nº II-9: Numeración de las barras

Es marcadas números de hacer notar que las barras con los 8,14,21,22,28,29,35,50,56,57,63,64,70,71 y 77, y representadas en línea segmentada en la figura II-9, se introdujeron en el modelo para que el programa pudiera simular los nudos de los arcos perimetrales articulados con doble punto de giro. De lo contrario, el programa asume que los nudos son rígidos e introduce deformaciones no deseadas sobre los arcos cuando se les introduce la carga de la pre-flexión. A estas barras no se le asignaron propiedades ni cargas.

Para que la malla se deformara como el modelo físico, había que de introducir a los nudos un mecanismo, por lo que hubo que realizar cambios en la configuración de la malla creada por el sub-programa "FRONT" que asume, automáticamente la condición de nudos rígidos, como se dijo anteriormente. Para definir estos cambios el estudio del comportamiento mecánico del modelo físico fue la clave fundamental para lograr la simulación.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Para que el modelo matemático simulara que la malla está conformada por nudos y barras pasantes y continuas se separaron otorgándole a cada nudo un doble punto de giro (ROT), es decir en una dirección la barra tiene giro los ejes X,Y,Z y en la que cruza tiene giro en los ejes X',Y',Z', vinculados por un resorte.

(Ver apéndice Nº A Construcción del modelo informático)

# Condiciones de los nudos

Nuc	dos cent	trales	Nudos Perimetrales (*)			Nudos de la Base																																									
Nº de nuc	dos	4	Nº de nuc	dos		32		Nº de nudo			8																																				
Ubicació	n	Centrales			Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro		Perímetro e		Perímetro e		Perímetro e Ub		า	Ba	ases
			Ubicació	n	interi	ores				-																																					
Condicior	ies:		Condiciones:			Condiciones:																																									
TRANS	ROT		TRANS ROT		TRANS	R	от																																								
(Desplaz)	(giros)		(Desplaz) (giros)		_	(Desplaz)	(gi	ros)																																							
Fijo	Resort	e X, X'	Libre Resorte X, X		X, X'		Libre	Lil	ore	X, X'																																					
Fijo	Resort	e Y, Y'	Libre Resorte Y, Y'			Libre	Lil	ore	Y, Y'																																						
Fijo	Resort	e <b>Z, Z</b> '	Libre Resorte Z, Z'			Libre	Lil	ore	Z, Z'																																						
				•			_	L																																							

Tabla Nº II-7: condición de los nudos

Como se puede observar en el cuadro anterior los nudos centrales de la malla tienen restricciones de desplazamiento en los ejes X,Y,Z y X',Y',Z', los nudos de la malla se pueden desplazar y los nudos de las esquinas no tienen ninguna restricción.

# Propiedades de la barra

Propiedades de la Sección											
	Long. de Barras entre nudos (m)		1			Modu elast		Modu elast	ulo de icidad del	23.000.000 KN/m <sup>2</sup>	
Sección (mm)			Diámetro exterior (D)	tro Diámetro or interior (d)			material (*) Densidad (*):		rial (*) sidad (*):	1.650 Kg/m <sup>3</sup> (**)	
	<b>F</b> ormon (1999)		32		26		(*) Datos suministrado por el fabrio NIOGLAS ver p. 81 cap II. (**)Con este valor, el área de la se			bricante sección y la	
Espesor (mm)			3				longitud de la barra el programa calcula el peso propio de la estructura				
Momento de Inercia torsor (I <sub>x</sub> ) (m <sup>4</sup> )		N In	Momento d lercia flect (l <sub>y,z</sub> ) (m <sup>4</sup> )	Momento resistente a la Flexión (m <sup>3</sup> )		Momento resistente a Torsión (m <sup>3</sup> )		Área de la sección (m²)			
I <sub>x</sub> =	$I_x = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$		$_{,z} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)  W_{y,z} =$			<sub>y,z</sub> = <u>I.</u> D∗ 1/2		W <sub>x</sub> = <u>π (D</u> 16	0 <sup>4</sup> -d <sup>4</sup> ) D	$A= \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$	
Sustituyendo I <sub>x</sub> = 5.800802x10 <sup>-8</sup>		Su I <sub>y,z</sub>	ustituyendo $_z$ = 2.9040x10 <sup>-8</sup> Sustituy $I_{y,z}$ = 1.8		iyendo .8150x10 <sup>-6</sup>		0 <sup>-6</sup>	Sustituyendo I <sub>y,z</sub> = 3.6300	o l2x10⁻ <sup>6</sup>	Sustituyendo <b>A=</b> 2.734x10 <sup>-4</sup>	

Tabla Nº II-8: propiedades de la barra

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Proceso de obtención de la forma de la malla por curvas de flexión

Una vez construido el modelo con todas sus características, y propiedades mecánicas y físicas se realizó el proceso de deformación de la malla, el cual consistió en aplicar a los nudos terminales, ubicados en los extremos de las esquinas, una carga que para determinarla fue incrementándose hasta llegar a la relación arco-flecha igual a la obtenida en el modelo físico, es decir con una flecha de f= 2.10 m.

Para aplicar la carga que deforma la malla e introduce la pre-flexión a las barras se creo manualmente un archivo llamado "LOADGEN". En los 8 nudos de las esquinas marcados con los números 40003001, 40073001, 40003006, 40073006, 40013000, 40013007, 40063000 y 40063007 se les aplicó una carga de 0.30 KN en una dirección negativa sobre el eje Z permitiendo el desplazamiento en los ejes X,Y,Z, marcados con la condición (TRANS). Tal y como se observa en la figura Nº 11-3.



Cuadro Nº II-3: Aplicación de cargas para la deformación

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



La malla plana marcada en verde y la malla deformada marcada en rojo. La forma encontrada no se puede asimilar a una bóveda por rotación, ya que la deformación y la disposición de las barras no presentan simetría radial. Por otra parte, la zona de máxima deformación en el ángulo de cruce entre las barras se presenta hacia los finales de los extremos de los arcos y la zona de menor deformación se acerca a los ejes de simetría de la cúpula.

Resultados Geométricos (*)					
Altura Total Cúpula (m)	3.26				
Flecha del arco (m)	2.14				
Distancia entre apoyo (m)	4.90				
Relación Luz/flecha	2.28				

(\*) Estos resultados son tomados directamente del modelo deformado

Cuadro Nº II-4: Resultado geométrico de la obtención de la forma simulado por computadora Estudio de los ángulos de la malla deformada:

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Los ángulos van cerrándose en la medida que se acercan a las esquinas perimetrales de la estructura. Van variando desde la configuración perfectamente cuadrada con ángulos de 90° (marcada en verde) hasta la configuración más cerrada (marcada en azul) que es un rombo con ángulos agudos de 63° en sus vértices más lejanos al centros y ángulos de 117º en sus vértices más cercanos al centro de la figura. Cumpliéndose de esta manera el fundamento geométrico general para la obtención de la forma explicada al principio de este capitulo.

Para el estudio de los ángulos, aplanamos los rombos deformados a través de rotaciones a fin de medir los ángulos en verdadero tamaño.

Figura Nº II-10: Ángulos de los rombos de la malla





#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Segundo modelo. Las reacciones

Las reacciones repartidas están entre los nudos centrales inferiores y los nudos de la base al asignarle la propiedad de restricción de desplazamiento vertical y horizontal, tal y como lo muestra la figura



Cuadro Nº II-5: Reacciones iniciales

Se puede ver como la suma de las reacciones verticales de los nudos centrales y los nudos perimetrales es el mismo valor, igual a 2.40 KN.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

### Tercer modelo: La malla como estructura

Una vez obtenida la forma de la cúpula por flexión de las barras había que transformarla en una estructura pre-flectada para su posterior cálculo estático ante una carga externa.

Al eliminar las restricciones de los nudos centrales se obtuvo un resultado de total aplanado de la cúpula, perdiéndose la forma encontrada, esto es debido a que los nudos de la malla tienen asignada la propiedad de doble punto de rotación o giro con lo que se le otorga libertad de giro y la pre-flexión interna inicial, intenta colocar las barras en su posición inicial deformando nuevamente los rombos. Por lo que la forma encontrada de la cúpula se mantendrá sólo cuando los nudos de la malla estén rígidos.

(Ver apéndice B. Procedimiento de transformación de la malla de mecanismo en estructura)



Figura Nº II-12: Perdida de la geometría

Al modelo obtenido con nudos bloqueados (impedidos de volver a su estado inicial) se le realizó un análisis estático para comprobar que estuviera en equilibrio, obteniendo como resultado una estructura en equilibrio con un asentamiento de 15 cm, resultando una altura total de la cúpula de 3.10 m y una flecha de arco perimetral de 2.088 m, con lo que la relación luz-flecha es de 2.36.

Según el grupo de asesores, este asentamiento se presentaba igualmente en los prototipos construidos por el IL en la década de los 70 y se pudo comprobar, al observar los audiovisuales<sup>(\*)</sup> filmados por el Instituto de Estructuras Ligeras de la Universidad de Stuttgart. Las estructuras de los prototipos al liberarlas del andamiaje de soporte durante el proceso de erección sufrían un ligero descenso hasta encontrar equilibrio.

<sup>(\*)</sup>"An Experimental Grid Shell".16 mm. 13 min. Silente. II-1977

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Este asentamiento es producto de dos aspectos, el primero es que para facilitar la construcción de la malla, la rigidez del arco perimetral es igual al de los componentes internos de malla, una manera de disminuir este efecto sería colocando barra doble en el perímetro, pero complica su construcción por lo que se descartó esta posibilidad. El segundo aspecto son las bases, en las que se apoya la estructura, las cuales están articuladas para facilitar el proceso de erección de la estructura, sobre este aspecto nos referiremos en el siguiente capítulo. Sin embargo este asentamiento no compromete el la forma global de la malla deformada ni su interior.

View 🗣 🖗 🥀 🖑 🗶 🕷 🔳	Parameters	1
	Translational Point:      40043003        Coordinates	
	Deflections:      ∆ x =      -0.0000      Absolute value =      0.1570        ∆ z =      -0.1570	

Figura Nº II-13: Proceso de re-equilibrio de la estructura

Este asentamiento, que se produce por las razones ya comentadas, tiene efectos en las coordenadas de la malla y en una leve disminución de los esfuerzos iniciales de la obtención de la forma, presentándose en la pre-flexión inicial de las barras y por ende en las reacciones finales.

Si observamos con detenimiento este asentamiento podemos ver el efecto que tiene pequeños movimientos del arco de borde sobre la cresta de la cúpula. En el arco hay desplazamiento resultante de 8 cm hacia fuera de la estructura (6 cm el eje X y 5 cm en el eje Z) Esto produce un desplazamiento de los nudos centrales de la malla en el eje Z de 15 cm, tal y como se observa en la figura N° 11-13 donde aparecen en la columna de "Parameters las coordenadas del punto N° 40043003 y su "Deflections", observándose el valor de descenso de la estructura en  $\Delta_z$ .

La cresta desciende 3 veces el valor de lo que desciende el arco en el eje Z.. Este efecto de asentamiento puede ser reducido cuando participe el cerramiento o diagonales ubicadas en el lado más corto de los rombos o empotrando las bases.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Estudio del efecto de la rigidización de la estructura en la geometría

Cuarto modelo: introducción de las diagonales

Para determinar si los elementos rigidizadores tienen influencia sobre la forma de la cubierta se introdujo unas diagonales en el lado corto de los rombos que forman los arcos de borde.



Figura Nº II-14: Proceso de re-equilibrio de la estructura con tensores en las esquinas

Al introducir diagonales en los rombos de las esquinas, dio como resultado que en los arcos perimetrales de borde no se presentan asentamiento dado que están restringidos por la diagonal corta del rombo. Los nudos centrales de la cúpula se asentaron 5 cm en el eje Z, tal y como se observa en la figura II-14. En la columna de "Parameters" se puede observar las coordenadas del punto 40043004 y en el apartado "Deflections" se puede verificar el descenso de la estructura en  $\Delta_z$ . El sentamiento del tercer modelo se redujo un 75 % con respecto al anterior. Estos resultado muestran la importancia de la rigidización de la cúpula para su funcionamiento como estructura.

# Comparación de las coordenadas obtenidas por el modelo físico y las obtenidas por el modelo informático



Figura Nº II-13: Comparación de coordenadas obtenidas por los dos modelos

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

## Estudio de la transformabilidad de la malla para volver a su posición horizontal

Con el objetivo de estudiar si las barras presentan alguna deformación al devolver a su estado inicial se realizó una prueba de cálculo estático al devolver el modelo a su posición inicial plano partiendo del modelo deformado. Para esto se eliminaron las restricciones de los nudos de la base y se restringieron en los ejes X,Y,Z los nudos del centro de la malla. Este procedimiento de comprobación se aplicó a los dos modelos informáticos, con los nudos sin restricciones y con dos puntos de giro (modelo N° 2), y cuando los nudos son considerados bloqueados con un solo punto de giro (modelo N° 3)



Figura Nº II-14. Retorno de la estructura a su posición inicial plano

El resultado de la prueba con el modelo con doble punto de rotación o giro, que regresa a su posición inicial, sólo presenta momento de flexión producto de la carga gravitatoria de peso propio, dado que la malla se encuentra en el espacio. Esta flexión tiene un valor mínimo de 0.004 KN-m

La segunda comprobación fue realizada con el modelo de los nudos rígidos, liberando los nudos de la base y colocando las restricciones en los nudos centrales de la malla en los ejes X,Y,Z.



Figura Nº II-15: Prueba de la malla con nudos bloqueados y anclajes sin restricciones

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

El modelo al ser liberado en los nudos de la base intenta retornar a su estado inicial pero los nudos bloqueados impiden que la malla vuelva a la posición totalmente plana, obteniéndose como resultado una forma que se asemeja a un modelo por catenaria. El momento de flexión máximo tiene un valor de 0.27 KN-m.

De este estudio concluimos que el diseño del nudo tiene que cumplir con dos condiciones: la primera, deben tener libertad de giro para lograr la deformación e introducir la pre-flexión a las barras, aunque estos giros movimientos estén restringidos por las propias barras. La segunda condición, deben estar bloqueados en todos los ejes para que, una vez la malla deformada, pueda trabajar como estructura.



# Estudio de las reacciones en las bases:

Reacciones en los de las bases en el nuevo estado de equilibrio

Nº de nudo	Reacción (KN) Puntos de la base					
	R <sub>x</sub>	Ry	Rz	R <sub>result.</sub>		
40003006	0.172	0.012	0	0.17		
40013000	-0.012	0.172	0	0.17		
40013007	0.012	0.172	0	0.17		
40063000	0.012	0.172	0	0.17		
40063007	0.012	0.172	0	0.17		
40073001	0.172	-0.012	0	0.17		
40073006	0.172	0.012	0	0.17		
40003001	0.172	0.012	0	0.17		

Cuadro Nº II-6: Reacciones iniciales después del re-equilibrio de la estructura

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Tal y como se muestra en la figura y la tabla de reacciones de los nudos de la base sólo existen componente en los ejes X e Y siendo la componente Z igual a 0. Esto indica que si conectamos en diagonal cada base con su respectiva opuesta entra en tensión el elemento de conexión y las fuerzas se anulan y por lo tanto la reacción total es cero obtendremos una estructura totalmente en equilibrio, la cual incluye los esfuerzos de la pre-flexión inicial y el peso propio de la estructura.

# Comprobación de la reacción = 0



Cuadro Nº II-7: Reacciones iniciales igual a 0

Si conectamos cada base con su opuesto con unos cables en la dirección de la diagonal obtenemos que las fuerzas se anulan siendo cero en cada uno de los puntos, la tensión del cable es en orden de magnitud, muy similar a las reacciones iniciales con un valor de 0.10 KN

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



# Obtención de la forma de la membrana rigidizadora

El objetivo fue buscar una membrana pre-tensada en equilibrio con forma anticlástica colgada de la malla de barras pre-flectadas que contribuyera a rigidizar la estructura y sustituir las diagonales en el lado menor de los rombos, ya que para cada rombo habría una distancia, y que también actuara de cerramiento.

La búsqueda de la forma de la membrana parte de las condiciones de borde dadas por el modelo de malla de barras pre-flectadas, es decir los puntos fijos vienen dados por las coordenadas de los nudos de las barras de los arcos y de la cresta de la cúpula.

Procedimiento de la obtención de la forma:

- 1. Introducir las coordenadas de los nudos de los arcos perimetrales y de los cuatro puntos altos de la cúpula.
- 2. Generar las condiciones topológicas internas de la membrana (longitud inicial de barras, propiedades de los bordes).
- 3. Generar la triangulación de la malla y los elementos de enlace entre la membrana y los bordes.
- 4. Calcular la forma anticlástica con las tensiones balanceadas por el método de la densidad de fuerza.

(Ver apéndice D. Proceso de obtención de la forma de la membrana)

# Propiedades de la membrana:

Para asignar las pro utilizamos el menu <b>E</b> programa <b>Statical A</b> <b>EASY</b> . Los módulos membrana en sus d tomados del catalog FERRARI (Francia) características	piedades del material <b>E-Modul</b> del sub- málisis del programa de elasticidad de la os direcciones fueron o de la casa comercial con las siguientes		Módulo de elasticidad Módulo de elasticidad en dirección de la urdimbre Módulo de elasticidad en dirección de la	de la membrana 201 KN/m 202 KN/m		
Modelo	Précontraint <sup>(*)</sup> 502 serie 8000		trama			
Color	olorBlancospesor0.60 mmeso650 grs/m²esistencia rotura280/260 daN/5 cm		Las membranas tiene dos módulos de elasticidad de acuerdo a las dos direcciones en que esta conformado el tejido (trama y			
Espesor						
Peso						
Resistencia rotura			urdimbre). Este modulo de elasticidad			
Resistencia a desgarro 28/25 daN			expresa la relación entre la tensión y deformación producida en el material por			
Adherencia	dherencia 10 daN/5 cm		efecto de este estado de tensión. En el caso			
Trasmisión 22% Iumínica			de la membrana utilizada los valores son similares en ambos sentidos por la tecnología Précontraint (ver anexo 4. Materiales textiles)			
Resistencia al No propaga la llama fuego						
Uso recomendado	Estructuras móviles					

Cuadro Nº II-8: Propiedades mecánica de la membrana

# Estudio de la pretensión de la membrana

Comprobamos gráficamente la pretensión inicial, permitiendo ver la distribución de los esfuerzos iniciales de pre-tensión producidos sobre la membrana. Sabemos de antemano que este estudio es pre-liminar, ya que el verdadero comportamiento lo tendrá cuando este unida a la estructura.
En el gráfico se puede observar como las tensiones producidas por la pretensión inicial de la obtención de la forma se concentran en las cuatro esquinas, donde alcanza sus valores máximos dado que es la zona más plana de la cubierta, seguida por el punto alto de la membrana, siendo la zona central inferior sobre la clave de los arcos de borde la menos pretensada. Esta pretensión inicial proveniente del archivo FOFIN es sólo una pretensión geométrica, producto del método de la densidad de fuerzas. Habrá que unirla con las propiedades del material y hacerle un análisis estático para saber con precisión la pretensión en términos de fuerza.





#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Comprobación de la Pretensión		
Para comprobar la pretensión inicial se introdujo la membrana con sus propiedades asignadas del material en	Longitud inicial de barra de la membrana	la <b>0.125 m</b>
el sub-programa " <b>EASYBEAM</b> ", realizando un análisis estático con un valor de carga externa igual a 0,	Longitud final de la barra de la membrana	0.1368 m
obteniendo los siguientes resultados que se muestran en la tabla.	Extensión de la barra	0.0118 m
Como se dijo antes, este estudio es preliminar, ya que los puntos de	Pre-tensión de la barra de la membrana	0.1368 KN
las direcciones X,Y,Z. Mientras que al estar unida a la malla de barras estos puntos pueden modificarse.	Estos valores nos ind pretensión es igual a lo que las tensiones e estando de acuerdo a de fuerza.	ican que el valor de la la longitud de la barra por están balanceadas, Il método de la densidad

(Ver anexo N° 2. método de la Densidad de fuerza)

Cuadro Nº II-9: Resultado del pre-tensado de la membrana



#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-10 Reacciones de la pretensión geométrica de la membrana, form finding

## Unión de la membrana pretensada con la malla de barras preflectadas



#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

La unión de las coordenadas de las dos mallas nos da como resultado un estructura en malla de dos capas, la capa superior trabajando a flexión y la capa inferior a tracción. Para que este proceso se produjera, era necesario la unificación de la numeración de los nudos de unión entre la membrana y la estructura de barra. Esto es posible gracias a los llamados "T Element" (en rojo), son puntos de unión entre la red y el borde repartiendo los esfuerzos a lo largo del borde. Para unir la malla pre-flectada +

membrana pretensada se construyeron manualmente archivos de entrada colocando los elementos en orden numérico ascendentes. Primero los elementos de la malla y secuencialmente los elementos de la membrana.



Figura Nº II-17: Unión malla de barras pre-flectadas y membrana

## Estudio del efecto de la pretensión sobre la forma de la malla rígida pre-flectada



El asentamiento de la estructura produce un desplazamiento máximo de 8 cm ubicado en los nodos del punto alto. El asentamiento de los arcos es muy reducido siendo su máximo valor 3 cm ubicado en los nudos de la clave del arco sobre el eje Z. Los nudos de las esquinas no se producen desplazamientos. En los nudos de las cuatro esquinas de la cresta de la cúpula el desplazamiento es de 8 cm en el eje Z. De esta manera podemos afirmar que la membrana contribuye notablemente a la rigidización de la estructura, además de su función de cerramiento.

Figura Nº II-18: Efecto de la pretensión y el re-equilibrio de la estructura

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Comparación de los esfuerzos de la pre-flexión iniciales con los esfuerzos de preflexión iniciales + esfuerzos de pretensión finales



Al comparar los esfuerzos iniciales de pre-flexión con los de pre-flexión + pretensión de la membrana, observamos cómo la fuerza axial se incrementa notablemente duplicando su valor máximo (54%), la diferencia ubicada en 0.40 KN es el aporte de la pretensión incluyendo el peso de la membrana que se ubica cerca de 0.072 KN/m<sup>2</sup>. Este incremento se distribuye por toda la superficie desde los ejes hasta los bordes.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

El comportamiento del arco perimetral es igual en los dos casos, tracción en la zona de la clave y compresión hacia los extremos.

En los esfuerzos de flexión hay una leve disminución que se ubica en un 7,8% al actuar la membrana pretensada. Como no es muy significativo, se puede afirmar que sus valores máximos están en ordenes de magnitud similares, y la deformación por flexión tiende a 0.

Respecto a los esfuerzos de corte se produce un aumento de este esfuerzo, aunque no es significativo pasa de 0.18KN a 0.20KN, concentrándose, en ambos casos, en los nudos cercanos a los arcos de borde.

(Ver apéndice E. Esfuerzos en las barras por pre-flexión + pre-tensión inicial)



## Estudio de la pre-tensión + pre-flexión

Cuadro Nº II-11: Estudio de la pretensión

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Tabla da racacianas en las pudes de las									
Tabla de re	accione	s en los i	nudos d	e las	Tabla de reacciones en los nudos de las				
bases con r	restriccio	on.			bases con o	cable de	arriostre	e y unida	con
						5 00365			
Nº de		Reacc	ión (KN	)	Nº de		Reaco	ión (KN)	
Nº de nudo		Reacc Puntos	ión (KN de la bas	) e	Nº de nudo		Reacc Puntos	ión (KN) de la base	)
Nº de nudo	R <sub>x</sub>	Reacc Puntos Ry	ión (KN de la bas R <sub>z</sub>	) e R <sub>result.</sub>	Nº de nudo	R <sub>x</sub>	Reacc Puntos Ry	ción (KN) de la base R <sub>z</sub>	Rresult.
Nº de nudo 40003006	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17	Reacc Puntos Ry 0.017	ión (KN de la bas R <sub>z</sub> 0	) e R <sub>result.</sub> 0.17	Nº de nudo 40003006	<b>R</b> <sub>x</sub> 0	Reacc Puntos R <sub>v</sub>	ción (KN) de la base R <sub>z</sub> 0	R <sub>result.</sub>
Nº de nudo 40003006 40013000	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17 -0.017	Reacc           Puntos           Ry           0.017           0.17	ión (KN de la bas R <sub>z</sub> 0 0	) e R <sub>result.</sub> 0.17 0.17	Nº de nudo 40003006 40013000	<b>R</b> <sub>x</sub> 0 0	Reacc Puntos Ry 0	ción (KN) de la base R <sub>z</sub> 0 0	R <sub>result.</sub>
Nº de nudo 40003006 40013000 40013007	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17 -0.017 -0.017	Reacc           Puntos           R <sub>y</sub> 0.017           0.17           -0.17	ión (KN de la bas R <sub>z</sub> 0 0 0	) e <u>R<sub>result.</sub> 0.17 0.17 0.17</u>	Nº de nudo 40003006 40013000 40013007	<b>R</b> <sub>x</sub> 0 0 0	Reacc Puntos R <sub>y</sub> 0 0 0	ción (KN) de la base R <sub>z</sub> 0 0 0	R <sub>result.</sub>
Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17 -0.017 -0.017 0.017	Reacc Puntos           Ry           0.017           0.17           -0.17           0.17	ión (KN de la bas R <sub>z</sub> 0 0 0 0	) e <u>Rresult.</u> 0.17 0.17 0.17 0.17	Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000	<b>R</b> <sub>x</sub> 0 0 0	<b>Reacc</b> <b>Puntos</b> <b>R</b> <sub>y</sub> 0 0 0 0	ción (KN) de la base R <sub>z</sub> 0 0 0 0 0	R <sub>result.</sub> 0 0 0 0
Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000 40063007	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17 -0.017 -0.017 0.017 0.017	Reacc           Puntos           0.017           0.17           -0.17           0.17           -0.17	ión (KN de la bas R <sub>z</sub> 0 0 0 0 0 0	) e R <u>result.</u> 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17	Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000 40063007	<b>R</b> <sub>x</sub> 0 0 0 0 0	Reacc           Puntos           0           0           0           0           0           0           0           0           0	ción (KN) de la base R <sub>z</sub> 0 0 0 0 0 0	R <sub>result.</sub> 0 0 0 0 0
Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000 40063007 40073001	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17 -0.017 -0.017 0.017 0.017 -0.17	Reacc           Puntos           0.017           0.17           -0.17           0.17           -0.17           -0.17           -0.17	ión (KN de la bas R <sub>z</sub> 0 0 0 0 0 0 0 0	) e R <sub>result.</sub> 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17	Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000 40063007 40073001	<b>R</b> <sub>x</sub> 0 0 0 0 0 0 0	Reacc           Puntos           0           0           0           0           0           0           0           0           0           0           0           0           0	<b>ión (KN)</b> de la base <b>R</b> z 0 0 0 0 0 0 0 0 0	R <sub>result.</sub> 0 0 0 0 0 0 0
Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000 40063007 40073001 40073006	<b>R</b> <sub>x</sub> 0.17 -0.017 -0.017 0.017 0.017 -0.17 -0.17	Reacc Puntos           Ry           0.017           0.17           -0.17           -0.17           -0.17           0.017	ión (KN de la bas 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	) e R <sub>result.</sub> 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17	Nº de nudo 40003006 40013000 40013007 40063000 40063007 40073001 40073006	<b>R</b> <sub>x</sub> 0 0 0 0 0 0 0 0 0	Reacc           Puntos           0	<b>R</b> ión (KN) de la base <b>R</b> z 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	R <sub>result.</sub> 0 0 0 0 0 0 0 0 0

## Estudio de las reacciones de preflexión + pretensión en los nudos de las bases

Cuadro Nº II-12:. Reacciones de la pretensión + preflexión

## Estudio de los esfuerzos durante el proceso de erección y comprobación de la Tensión de la barra

Antes de entrar a estudiar las tensiones analizaremos los esfuerzos máximos que se presentan en la estructura en cada una de las flechas.

El estudio se realizará en tres posiciones distintas de la estructura durante el proceso de erección. Se medirán la carga externa aplicada a los nudos de la base y las flechas del arco perimetral, estas flechas son:

Flec	has (f=m)	Cargas externas aplicadas (KN)
F₁	1.577	0.15
F <sub>2</sub>	1.940	0.20
f <sub>T</sub>	2.140	0.30

Tabla Nº II-9: Flechas del arco de borde

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Esfuerzos máximos ante las flechas intermedias antes de llegar a la posición final (simulación proceso de montaje)

Gráfico Nº II-3. Esfuerzos máximos durante el proceso e erección de la estructura

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

En estos gráficos se muestra claramente que cuando la malla esta a un metro y medio de flecha, es cuando se producen los mayores esfuerzos de axial. Una vez superado este máximo, entre una flecha de 1.80-1.90 m, los esfuerzos axiales disminuyen considerablemente en un 90%. Este aspecto es muy importante de considerar para la elección del mecanismo para introducir la pre-flexión durante el proceso de montaje, ya que tiene que ser un mecanismo que pueda superar el axial crítico y repartir esta carga uniformemente entre todos los componentes de la malla, para que no se presenten roturas en las barras. Este aspecto se ampliará en el tercer capitulo.

Las flexiones en ambas flechas permanecen constantes, no presentando incrementos significativos, por lo que se infiere que alcanzará sus valores máximos cuando llegue a la posición final.

## 2.5 Comprobación de la tensión inicial de la malla

Toda la malla de barras rígidas puede curvarse sin que la estructura falle, pero puede ocurrir que, durante el proceso de erección de la estructura, algunas barras se rompan cerca de los nudos por efecto de las tensiones internas que se producen. Por ello es importante verificar si, durante el proceso de montaje hasta llegar a su posición final, alguna barra se encuentra fuera del límite de rotura del material.

Para la comprobación de la tensión de las barras de sección constante se combinan los esfuerzos axial y cortante con los momentos flector y torsor. Para calcular la tensión normal y tangencial en la barras el sistema de ecuaciones es como se indica en la siguiente tabla.

Tensión Normal	Tensión Tangencial
Cálculo de tensión Axial en eje x	Cálculo de tensión cortante en y,z
$\sigma_{N} = \frac{N}{A}$	$\sigma_{T}: \sqrt{\frac{(T_{y})^{2} + (T_{z})^{2}}{A}}$ .
Donde:	Donde:
$\sigma_{N}$ : Tensión Axial	$\sigma_{T}:$ Tensión de corte
N: Esfuerzo Axial en la barra en eje x	$T_{y,z}:$ Esfuerzo de cortante en y,z
A: Área de la sección	<b>A</b> : Área de la sección
Cuando haya pandeo se utilizará la expresión:	Como la sección que estamos estudiando es una
$\sigma_{N} = \frac{N \cdot W}{A}$	sección circular el area de la tensión tangencial es
w: coeficiente de pandeo	igual al área para la tensión normal
Cálculo de tensión de flexión en ejes y,z	Cálculo de tensión de torsión
$\sigma_{M} = \underbrace{M_{y,z}}_{W_{y,z}}$	$\sigma_{MT} = \frac{M_T}{W_T}$
Donde:	Donde:
$\sigma_{M}$ : Tensión de momento de flexión	$\sigma_T$ : Tensión de torsor
$M_{y,z}$ : Esfuerzo de flexión en la barras en y,z	$M_T$ : Esfuerzo de torsor
$W_{y,z}$ : Momento resistente a flexión	$W_T$ : Momento resistente a torsor

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Cálculo de la tensión combinada tensión normal (compresión + flexión) y tangencial (corte + torsor)

## $σ_{COMB}$ : $\frac{1}{2}$ ( $σ_{Nx} + σ_{My,z}$ )<sup>2</sup> + 3 (. $σ_{Ty,z} + σ_{MT}$ )<sup>2</sup>

Como en las barras actúan simultáneamente el esfuerzo axial y flexión, para el cálculo de la combinada suponemos que la tensión normal axial actúa sobre la sección a una distancia "y" del eje "z", entonces la tensión normal combinada es una suma simple de estas tensiones Esta relación compresión + flexión nos dice como la dirección y la magnitud de la fuerza se relacionan con las propiedades de la sección, tal y como se comprobará mas adelante en el apartado "Estudio de la influencia de la sección de la barra en la pre-flexión inicial".

Tabla Nº II-10: Sistema de ecuaciones de la tensión de la barra

El objetivo principal de este estudio fue determinar cuales son las barras críticas que pueden llegar a fallar durante el proceso de transformación de la cubierta, así como también, determinar el efecto que produce en la pre-flexión inicial de las barras la aplicación de la pretensión de la cubierta.

Utilizamos para este estudio un cuarto de la cubierta, dada la simetría en los ejes x,y,z de la cubierta. Se utilizó también los valores de los esfuerzos producidos por el programa almacenados en el archivo "**BEAM3D.ELA**"

Para simplificar el proceso de comprobación, se elaboraron unas tablas de cálculo donde, a partir de los esfuerzos y los momentos, se calcularon las tensiones y sus combinadas. Estas operaciones se realizaron para los puntos de inicio y final de las barras. Como en toda la malla la sección es igual, los valores del área y momentos se mantienen constantes. En la primera fila se indica el número de la barra, la ubicación del punto (inicio o final de la barra) y el número del nudo. En la primera columna se coloca la nomenclatura de cada uno de los esfuerzos y momentos, en la segunda columna los valores absolutos de los esfuerzos y en la tercera columna se cálculo cada tensión (axial, flector, corte y torsor) en forma individual, aplicando las ecuaciones de la tensión normal y tangencial. En las zonas destacadas en color gris de la tabla de cálculo se ubican los valores de las tensiones combinadas, en la primera fila sombreada se calcula la combinada de la tensión normal (compresión-flexión), en la segunda fila sombreada la combinada de las tensiones tangenciales (corte-torsor) y en la última fila sombreada la combinada total, como se muestra en la siguiente tabla:

Nomenclatura de la tabla de cálculo

 $\begin{array}{l} \sigma_{\text{N}}: \text{Tensión axial} \\ \textbf{w}: \text{Coeficiente de pandeo} \\ \textbf{N}: \text{Esfuerzo axial} \\ \textbf{A}: \text{Área de la sección. Constante en todas las barras} \\ \sigma_{\text{M}:} \text{Tensión de flexión} \\ \textbf{M}_{yz}: \text{Esfuerzo de flexión} \\ \textbf{W}_{yz}: \text{Momento resistente a la flexión. Constante en todas las barras} \end{array}$ 

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

$\sigma_{T}$ : Tensión cortante	
T <sub>yz</sub> : Esfuerzo cortante	
$\sigma_{MT}$ : Tensión torsor	
M <sub>t</sub> : Esfuerzo torsor	
Wt: Momento resistente a la torsión. Constante en todas las barras	
L <sub>0</sub> : Longitud inicial	
La: Longitud final	
$\sigma_{\text{Total}}$ : Sumatoria total de las tensiones	

## Cálculo de la tensión de la barras por pre-flexión durante el proceso de erección

Barras Críticas Nº 4, 46 **f**<sub>3/4</sub>= 1.577 m q= 0.15 KN 25 23 24 33.746,742 36.643,843 106.888,589 108.260,796 107.380,909 4.330,999 108.260,796 107.380,909 109.972,44 103.783.47 284 34,417 46) 33 6 8 04.029,405 34.827,749 10.017,069 16 17 18 36.937,292 106.498,454 4.345,865 103.783,478 104.029,405 33.882,691 116.996,373 106.888,589 97.654293 106.498,454 45) 52) 6 8 36.643,843 97.219.573 36.937 292 21.083,502 9 10 2.513,341 47.244,630 21.083,502 97.654,293 110.017,069 109.972,442 83.161,902 33.746,742 47.244,630 33.882,691 4 <u>a</u> 69 28 4.345,865 513,341 4.330,999 830,308 3 2 4 1.830,308 116.996 373 134.827 749 62.378,398 14.826,457 83.161,902 97.219,573 134.417.284 14.826 457 43 62.378,398

## Tensión (KN/m<sup>2</sup>) de la malla cuando q= 0.15 KN

Gráfico Nº II-4: Tensión (KN/m<sup>2</sup>) de la barra con una carga de 0.15 KN

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

En el resultado de las tensiones combinadas producidas cuando se le ha aplicado a la malla la mitad de la carga de deformación, analizaremos dos aspectos, el primero es el comportamiento del arco destacando el nudo crítico y el nudo donde aplicamos la carga de deformación y luego la malla.

En el arco es donde se presentan las tensiones máximas. A partir del nudo de intercepción de los arcos las tensiones van incrementándose hasta llegar a la clave del arco donde se encuentran las tensiones máximas, perteneciendo a las barras 4 y la 46, en el nudo **40003001** correspondiente al inicio de la barra Nº 1 su comportamiento es diferente debido a que es el nudo donde aplicamos la carga de deformación.

Barra Nº 1	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40003001	Barra Nº 1	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40013003
$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Normal}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-17,047582		N (KN)	17,047582	
A (m²)	0,000273	-62.445,3634	A (m²)	0,000273	62.445,3634
M <sub>y</sub> (KN-m)	0,000000	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	M <sub>y</sub> (KN-m)	-0,127922	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>z</sub> (KN-m)	0,000000		M <sub>z</sub> (KN-m)	0,041581	
W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	0,000000	W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	-47570,640057
Comb. $\sigma_{Normal}$			Comb. $\sigma_{\text{Normal}}$		
(KN/m2)	62.372,573435			14.801,933378	
σ <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	σ <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	0,041581		T <sub>y</sub> (KN)	-0,041581	
T <sub>z</sub> (KN)	0,127922	0,134510	T <sub>z</sub> (KN)	-0,127922	0,134510
A (m2)	0,000273	$\sigma_{MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,000000		M <sub>t</sub> (KN-m)	0,000000	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	0,000273	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	0,000273
Comb σ <sub>Tangencial</sub>	492,137409		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	492,137409	
	62 378 397820			14 826 457076	

Tabla Nº II-11: Discretización de las tensiones barra Nº 1 con q= 0.15 KN

En el nudo **40003001** la tensión que más aporta a la combinada total es la tensión axial cuyos valores son muy similares, sólo afectada por la tensión cortante. En este punto no aparecen momentos de flexión ni momentos de torsión. Esto es debido a que en este nudo es donde se aplica la carga vertical de deformación de la malla.

Barra Nº 4	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40033001	Barra Nº 4	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40043001
$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-0,103729		N (KN)	0,103729	
A (m <sup>2</sup> )	0,000273	379,516853	A (m <sup>2</sup> )	0,000273	379,516853
M <sub>y</sub> (KN-m)	0,234371	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	M <sub>y</sub> (KN-m)	-0,234302	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>z</sub> (KN-m)	0,011031		M <sub>z</sub> (KN-m)	-0,010355	
W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	135.207,262035	W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	134.796,795086
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	134.827,745182		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	134.417,278233	

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

σ <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	σ <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	0,000677		T <sub>y</sub> (KN)	-0,000677	
T <sub>z</sub> (KN)	-0,000069	0,000681	T <sub>z</sub> (KN)	0,000069	0,000681
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,000079		M <sub>t</sub> (KN-m)	0,000079	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	21,762739	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	21,763286
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	-19,273218		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	24,252808	
Comb σ <sub>Total</sub>	134.827,749315		Comb $\sigma_{Total}$	134.417,284797	

Tabla Nº II-12: Discretización de las tensiones barra Nº 4 con q= 0.15 KN

La máxima tensión se produce sobre la barra 4, ubicada en la clave del arco, tanto en su punto inicial como final. Se puede observar como la tensión que más aporta a la tensión combinada es la tensión por flexión, siendo el nudo **40033001** donde se presenta el máximo valor de la tensión total combinada (normal-tangente).



Gráfico Nº II-5: Tensión (KN/m<sup>2</sup>) de la malla cuando q= 0.20 KN

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Al incrementar la carga de deformación a 0.20 KN en cada base el arco, va aumentando sus tensiones en la medida que se acerca a la clave donde se ubican los valores de máxima tensión, en los el nudos **40033001**, **40013003** asociado a las barras N° 3 y 45. Aunque el máximo valor se encuentra en el punto final de la barra 3, los valores correspondientes a la barra 4 son similares en orden de magnitud, por lo que la barra 4 y 46 pueden considerarse como barras de máxima tensión.

Con respecto al interior de la malla los valores de las tensiones combinadas tienden a ser mayores a medida que los nudos se acercan al centro de la malla.

Barra Nº 3	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40023001	Barra Nº 3	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40033001
$\sigma_{Normal}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-0,165958		N (KN)	0,165958	
A (m²)	0,000273	-607,196231	A (m <sup>2</sup> )	0,000273	607,196231
M <sub>y</sub> (KN-m)	0,198273	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m²)	M <sub>y</sub> (KN-m)	-0,282028	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>z</sub> (KN-m)	0,075763		M <sub>z</sub> (KN-m)	-0,014297	
W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	150.983,517897	W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	163.263,917664
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	150.376,321666		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	162.656,721432	
$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	0,061466	(KN/m2)	T <sub>y</sub> (KN)	-0,061466	(KN/m2)
T <sub>z</sub> (KN)	0,083754	0,103888	T <sub>z</sub> (KN)	-0,083754	0,103888
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,002915		M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,002915	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	803,027895	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	-803,027348
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	1.183,127712		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	422,927531	
	150.390.283899			162.658.370920	

Tabla Nº II-13: Discretización de las tensiones barra Nº 3 con q= 0.20 KN

La tensión máxima combinada (normal-tangente) se produce en el punto final del nudo N° **40033001**. La tensión que más aporta a la combinada es la tensión de flexión siendo incrementada en menor medida por el aporte de la tensión axial y tangente.

Las tensiones sufren un incremento del 20% con respecto a los valores de máxima tensión del cálculo anterior.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Gráfico Nº II-6. Tensión (KN/m<sup>2</sup>) de la malla cuando q= 0.30 KN (forma final)

Al incrementar la carga de deformación a 0.30 KN en cada base, el arco sigue aumentando sus tensiones en la medida que se acerca a la clave, donde se ubican los valores de máxima tensión, los nudos **40013003**, **40033001** asociado a la barras N° 3, 45 al igual que el cálculo anterior. Aunque el máximo valor se encuentra en el punto final de la barra 3 los valores correspondientes a la barra 4 son similares en orden de magnitud, por lo que la barra 4 y 46 pueden considerarse igualmente como barras de máxima tensión.

Con respecto al interior de la malla los valores de las tensiones combinadas tienden a ser mayores a medida que los nudos se acercan al centro de la malla

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Barra Nº 3	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40023001	Barra Nº 3	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40033001
$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-0,231859		N (KN)	0,231859	
A (m <sup>2</sup> )	0,000273	-848,310482	A (m²)	0,000273	848,310482
M <sub>y</sub> (KN-m)	0,226139	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m²)	M <sub>y</sub> (KN-m)	-0,357586	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>z</sub> (KN-m)	0,075121		M <sub>z</sub> (KN-m)	-0,010486	
W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	165.982,916849	W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	-202.793,813220
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	165.134,606367		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	201.945,502737	
$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	σ <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	0,064636		T <sub>y</sub> (KN)	-0,064636	
T <sub>z</sub> (KN)	0,131447	0,146479	T <sub>z</sub> (KN)	-0,131447	0,146479
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$σ_{MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,002943		M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,002943	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	810,741368	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	-810,740821
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	1.346,6692		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	274,812989	
Comb σ Total	165.151.078634		c Comb σ <sub>Total</sub>	201.946.06369	

Tabla Nº II-14: Discretización de las tensiones barra Nº 3 con q= 0.30 KN

Al igual que en cálculo anterior, la máxima tensión combinada (normal-tangente) se produce en el punto final del nudo N° **40033001**. La tensión que más aporta a la combinada es la tensión de flexión presentando un incremento del 20% con respecto a los valores de máxima tensión del cálculo anterior.

Esta tensión producida por la pre-flexión de las barras consume un 41,8% del límite de rotura del material.

## Cálculo de la tensión de las barras por pre-flexión + pre-tensión

Esta comprobación de las tensiones se realizó con la participación conjunta de las preflexión de las barras y la pretensión de la membrana.



Gráfico Nº II-7: Tensiones (KN/ m2) en arcos perimetrales de borde

Este cálculo de tensión toma en cuenta los esfuerzos producidos por la pre-flexión + pretensión sin considerar el pandeo. Las tensiones van aumentando su valor en la medida que se acercan a la clave del arco.

La tensión máxima se ubica en los nudos Nº 40023001, 40013002. asociados a la barra 2, 44 y en los nudos Nº, 40033001, 40043001, 40013003, 40013004 pertenecientes a las barras 3, 4, 45,46 respectivamente. Se presentan tensiones de igual orden de magnitud que a la del nudo de tensión máxima.

A continuación se presenta los esfuerzos de pre-flexión + pretensión en las barras críticas .

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Barra Nº 2	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40013001	Barra Nº 2	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40023001
$\sigma_{Normal}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{\text{Normal}}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	0,285407		N (KN)	-0,285407	
A (m2)	0,000273	1.045,45	A (m2)	0,000273	-1.044,22838
My (KN-m)	0,142419	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	My (KN-m)	-0,263752	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
Mz (KN-m)	0,015051		Mz (KN-m)	-0,064661	
Wy (m3)	1,8150E-06		Wy (m3)	1,8150E-06	
Wz (m3)	1,8150E-06	86.760,040882	Wz (m3)	1,8150E-06	-180.943,197475
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	296.690,842783		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	-181.987,425862	
$\sigma_{Tangencial}$			$\sigma_{Tangencial}$		
Ty (KN)	-0,049611		Ty (KN)	0,049611	
Tz (KN)	0,121333	0,131084	Tz (KN)	-0,121333	0,131084
A (m2)	0,000273	$\sigma_{MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
Mt (KN-m)	-0,001683		Mt (KN-m)	0,001683	
Wt (m3)	3,630012E-06	-463,634542	Wt (m3)	3,630012E-06	463,635089
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	15,965782		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	943,235413	
Comb o Total	87.804,273625		Comb $\sigma_{Total}$	181.994,758856	

Tabla Nº II-15: Discretización de las tensiones barra Nº 2 preflexión + pretensión

Barra Nº 3	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40023001	Barra Nº 3	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40033001
$\sigma_{\text{Normal}}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Normal}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-0,207927		N (KN)	0,207927	
A (m2)	0,000273	-760,749652	A (m2)	0,000273	760,749652
My (KN-m)	0,284632	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	My (KN-m)	-0,298349	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
Mz (KN-m)	0,038014		Mz (KN-m)	-0,033306	
Wy (m3)	1,8150E-06		Wy (m3)	1,8150E-06	
Wz (m3)	1,8150E-06	177.765,797616	Wz (m3)	1,8150E-06	-182.729,417406
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	177.005,047964		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	-181.968,667753	
$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
Ty (KN)	0,004708		Ty (KN)	-0,004708	
Tz (KN)	0,013717	0,014502	Tz (KN)	-0,013717	0,014502
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
Mt (KN-m)	-0,001836		Mt (KN-m)	0,001836	
Wt (m3)	3,630012E-06	-505,783162	Wt (m3)	3,630012E-06	505,783708
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	-452,722786		$\begin{array}{c} \text{Comb} \ \sigma_{Tangencial} \\ (KN/m^2) \end{array}$	558,844084	
	177.006.784837			181.971.242135	

 Tabla Nº II-16: Discretización de las tensiones barra Nº 3 preflexión + pretensión

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Barra Nº 4	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40033001	Barra Nº 4	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40043001
$\sigma_{\text{Normal}}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{\text{Normal}}$		$σ_N$ (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-0,264029		N (KN)	0,264029	
A (m²)	0,000273	-966,011965	A (m²)	0,000273	966,011965
M <sub>y</sub> (KN-m)	0,328940	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m²)	M <sub>y</sub> (KN-m)	-0,328807	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m²)
M <sub>z</sub> (KN-m)	0,002982		M <sub>z</sub> (KN-m)	-0,003029	
W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	182.876,524352	W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	-182.829,141591
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	181.910,512387		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	-181.863,129625	
$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	-0,000047		T <sub>y</sub> (KN)	0,000047	
T <sub>z</sub> (KN)	-0,000133	0,000141	T <sub>z</sub> (KN)	0,000133	0,000141
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000002	$σ_{MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,000008		M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,000008	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	2,204123	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	-2,203848
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	2,719951		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	75,515049	
	181.910.512448			182,193,392	

Tabla Nº II-17: Discretización de las tensiones barra Nº 4 preflexión + pretensión

Si bien la tensión axial aumenta por la pretensión de la membrana, lo que más perturba la estructura es la tensión por flexión, debido como es lógico a la pre-flexión inicial, sin embargo, hay una reducción de la tensión normal con respecto a la tensión de la pre-flexión inicial en un 10 %.

La tensión combinada tangencial es un valor muy reducido confirmando que en los nudos no se presentan estas tensiones. El valor de la tensión combinada total está muy cerca del valor de la tensión de la pre-flexión, observándose una reducción de la tensión combinada con respecto a la tensión en el mismo punto en la tensión de pre-flexión inicial, pasando de un máximo de 41,8% del límite de rotura del material a 37,5 %. Es el esfuerzo de flexión el que más aporta a la tensión combinada, representando un total de 99%. El aporte de las otras tensiones resta al total de la flexión pero no pasan del 1%.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Tensiones (KN/m2) en el interior de la malla

Gráfico Nº II-8: Tensiones (KN/ m2) en la malla

En las barras que forman la malla, las tensiones críticas se ubican en los nudos **40033002** y **40023003** asociados a las barras 10 y 52. respectivamente. Los valores mínimos se presentan en los nudos cuyos puntos iniciales están sobre el arco y la tensión va aumentando progresivamente hasta el nudo crítico. Luego baja para permanecer constante en la zona central de la malla. En los puntos altos de la cúpula, las tensiones se mantienen en un 33% del límite elástico del material. A continuación se presenta los esfuerzos en los nudos críticos.

Barra Nº 10	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40023003	Barra Nº 10	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40033002
$\sigma_{\sf Normal}$		$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )			$\sigma_N$ (KN/m <sup>2</sup> )
w	1,000000		w	1,000000	
N (KN)	0,674492	2.467,787033	N (KN)	-0,674492	-2.467,787033
A (m <sup>2</sup> )	0,000273	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	A (m <sup>2</sup> )	0,000273	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>y</sub> (KN-m)	0,238240		M <sub>y</sub> (KN-m)	-0,282643	
M <sub>z</sub> (KN-m)	0,089754	180712,344251	M <sub>z</sub> (KN-m)	-0,105931	-214089,643271
W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06		W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )	1,8150E-06	
Comb. <b>O<sub>Normal</sub></b> (KN/m2)	183.180,13128		Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	-216.557,430304	
Comb ${oldsymbol \sigma}_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	Comb $oldsymbol{\sigma}_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	-0,195685	0,200659	T <sub>y</sub> (KN)	0,195685	0,200659
T <sub>z</sub> (KN)	0,044402		T <sub>z</sub> (KN)	-0,044402	
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$σ_{MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,005054		M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,005054	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	1392,282126	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	-1392,281579
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	2126,440941		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	-658,122764	
Comb $\sigma_{Total}$	183.217,15462		c Comb σ <sub>Total</sub>	216.560,43035	

Tabla Nº II-18: Discretización de las tensiones barra Nº 10 preflexión + pretensión

En este punto tanto el esfuerzo axial como el flector aumentan. El esfuerzo axial se incrementa un 76% del valor de la pre-flexión inicial y la flexión también aumenta, aunque en menos proporción, incrementándose en un 11,80% del valor de la pre-flexión inicial. Esto es debido a que en el punto **40023002** ocurre un punto de suspensión de la membrana transfiriendo la pretensión a los puntos finales de las barras asociadas al nudo de suspensión.

La tensión tangencial también aumenta, siendo la tensión de torsor la que más incrementa su valor en un 21,2% respecto al esfuerzo de torsor de la pre-flexión. Sin embargo, el valor que más tensión aporta a la barra sigue siendo la flexión, la cual aporta el 98,84% del total de la tensión combinada. En este nudo, la tensión combinada consume un 44,8% del límite rotura del material.

Comparativa de las tensiones combinadas totales máximas entre la pre-flexión + pretensión, sólo la pre-flexión y la diferencia entre ambas definiendo sólo la pretensión.

	Pre-flexión+Pretensión	Pre-flexión	Pre-tensión
Nº Barra	Comb $\sigma_{Total}$ (KN/m <sup>2</sup> )	Comb $\sigma_{Total}$ (KN/m <sup>2</sup> )	Comb $\sigma_{\text{Total}}$ (KN/m <sup>2</sup> )
2 en arco	181.994,759	166.999,646	1.500,113
3 en arco	181.971,243	201.946,064	-19.974,821
4 en arco	181.910,513	201.730,022	-19.819,500
10 en malla	216.560,431	186.446,247	30.114,184
51 en malla	83.416,706	89.924,729	-6.508,023

Tabla Nº II-19: Comparativa de las tensiones combinadas totales máximas entre la pre-flexión + pretensión

De la comparación de estos datos podemos concluir que la pretensión de la membrana actúa sobre las barras pre-flectadas. En las barras ubicadas en los arcos perimetrales disminuyen las tensiones combinadas totales, pero en las barras ubicadas en el interior de

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

la malla, específicamente aquellas que rodean al nudo N° **40023002** donde se fija la membrana, hay un aumento de la tensión, siendo su máximo de 30.114,2 KN/m<sup>2</sup> incrementando la tensión de la barra 10 en un 16%.

## Comprobación del pandeo

Otro nivel de comprobación de la malla es el efecto de pandeo en las barras. El pandeo que se pudiera presentar en la estructura es el denominado pandeo por esbeltez, es decir el pandeo que se presenta en piezas esbeltas sometidas a compresión. Este efecto de pandeo puede definirse como una deformación lateral de la pieza y perpendicular al esfuerzo de compresión. Si el elemento tiene poca capacidad para resistir flexión es un elemento que tiende a sufrir pandeo. Estudiaremos este efecto a través del método de la carga crítica de Euler correspondiente a la barra doblemente articulada, pudiéndose expresar por la ecuación:

Ecuación de Euler:	
<b>-</b> 2 <b>-</b> .	Donde:
$P_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$ sustituyendo, tenemos que el valor de la fuerza de compresión crítica de la estructura es: $P_c = 6.583027 \text{ KN}$	<ul> <li>P<sub>c</sub>: Carga de compresión crítica</li> <li>E: Módulo de elasticidad</li> <li>I: Inercia de la sección de la barra</li> <li>L: Longitud de la barra</li> </ul>

Tabla Nº II-20: Ecuación de la carga crítica de Euler

Esta ecuación nos señala que el pandeo elástico es:

- 1. Proporcional a la rigidez del material.
- 2. Proporcional a la rigidez a flexión de la sección de la barra.
- 3. Inversamente proporcional a la longitud de la barra, siendo ésta un indicador de la esbeltez.

Para comprobar que no haya pandeo se utiliza la siguiente expresión  $P < P_c$ , es decir, que los valores de los esfuerzos de los elementos sometidos a compresión no deber ser mayor al valor de la compresión crítica. En el caso de la estructura en estudio consideramos los valores de compresión que incluyen la pre-flexión de las barras y la pretensión de la membrana, en este sentido tenemos que el valor máximo de compresión de la estructura es de **P= 0,75 KN**, este valor esta asociado a las barras N° 9,13,30,34,51,72,76. Por tanto podemos afirmar, dado los resultados, que el valor de P máximo es muy pequeño y no sobrepasa el valor de la compresión crítica, por tanto la flecha de pandeo tiende a 0.

Otra manera de comprobar estos resultados es comparándolo las tensiones, de compresión crítica de la sección y la máxima tensión de compresión en la estructura, que se puede expresar con la ecuación:

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Tensión crítica de compresión	
$\sigma_{\rm C} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$	Donde:
λ= <u>. L .</u>	$\sigma_{c}$ : Tensión crítica de compresión
1	E: Modulo de elasticidad de la sección
	λ: Esbeltez de la barra
i= <sub>1</sub> / <u>. I .</u>	i: Radio de inercia mínimo
Sustituyendo, tenemos:	
i= 0.01032	
λ= 96.9578	
σ <sub>c</sub> = 24.146,90 KN/m²	

Tabla Nº II-21: Tensión crítica de compresión

También podemos calcular este valor dividiendo el esfuerzo de compresión crítica entre el área de la sección de la barra y compararlo con el valor de la tensión crítica de compresión calculada anteriormente:

$$\sigma_c = \frac{P_c}{A}$$
  
Sustituyendo:  
 $\sigma_c = 24.113,66 \text{ KN/m}^2$ 

La tensión máxima de compresión se ubica en la barra Nº 10 con un valor de **2.467,787 KN/m**<sup>2</sup> Si comparamos los dos valores de la tensión crítica de compresión observamos que están en igual orden de magnitud. Si comparamos el valor de la tensión crítica de compresión con la máxima tensión de compresión producida en la estructura vemos que es un valor muy por debajo de la tensión crítica, lo que nos ratifica que el pandeo en la estructura tiende a **0**.

## 2.6 Estudio de la influencia de la sección de la barra en la pre-flexión inicial y la geometría final en la tensión de las barras críticas

La rigidez de la malla plana depende en gran medida de la sección de las barras. A mayor sección habrá mayor inercia y, por ende, mayor oposición a curvarse. Este estudio tiene por objetivo determinar la influencia de la sección en la tensión de flexión. La prueba se realizó tomando como variable fija la geometría y como referencia la flecha del arco igual a  $f_{arc}$ = 2.14 m. Las variables de sección de la barra y carga externa son modificables, ya que son interdependientes.

La primera parte del estudio consistió en tomar la sección de diámetro externo 32 mm y modificar su diámetro interno para ver los cambios en los esfuerzos y en las tensiones. Luego se seleccionaron dos secciones comerciales (8 mm por encima y por debajo de 32 mm) para aplicarles cargas externas y observar su comportamiento.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Sección	Espesor	Carga de	Deformación				
mm	mm	KN/base	8bases	I <sub>x</sub> (m <sup>4</sup> )	$I_{y,z}(m^4)$	W <sub>y</sub> (m <sup>3</sup> )	W <sub>z</sub> (m <sup>3</sup> )
32x26	3	0.30	2.40	5.80082x10 <sup>-8</sup>	2.90400x10 <sup>-8</sup>	1,81501x10 <sup>-6</sup>	3,63001x10 <sup>-6</sup>
32x28	2	1,215	1,72	4.260x10 <sup>-8</sup>	2.130x10 <sup>-8</sup>	1.33125x10 <sup>-6</sup>	2.6625 x10 <sup>-6</sup>
32x29	1.5	0.17	1.36	3,3506x10 <sup>-8</sup>	1,67533x10 <sup>-8</sup>	1,04708x10 <sup>-6</sup>	2,09416x10 <sup>-6</sup>

## Diámetro externo $\Phi_{ext}$ = 32 mm, $\Phi_{int}$ = variable y f<sub>arc</sub>= 2.14m



#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-13: Estudio de la sección de la barras en la pre-flexión

A pesar de que los valores de la carga externa de deformación van disminuyendo a medida que el espesor es menor debido a que la barra pone menos resistencia a ser flectada, los valores resultantes tanto de los esfuerzos axiales como flectores se mantienen en un orden de magnitud similar entre ellos consumiendo un 40% de la tensión de rotura. Es por esto, que al comparar los valores de las tensiones máximas podemos concluir que la variación de los espesores manteniendo el diámetro exterior constante no afecta significativamente las tensiones y, por lo tanto, la malla tendrá una rigidez final similar en cualquiera de los espesores. Como se observa, un espesor menor sólo facilitaría el proceso de deformación de la malla.

Sección	Espesor	Carga de	Deformación				
mm	mm	KN/base	8bases	$I_x (m^4)$	$I_{v,z}(m^4)$	$W_y (m^3)$	$W_z (m^3)$
24x18	3	0.011	0.92	2,2266x10 <sup>-8</sup>	1,1133x10 <sup>-8</sup>	9,2775x10 <sup>-7</sup>	1,8555x10 <sup>-6</sup>
24x20	2	0.085	0.68	1,6864x10 <sup>-8</sup>	8,43203 x10 <sup>-9</sup>	7,0267x10 <sup>-7</sup>	1,4053x10 <sup>-6</sup>
24x21	1.5	0.068	0.54	1,3478 x10 <sup>-8</sup>	6,7394 x10 <sup>-8</sup>	5,6162x10 <sup>-7</sup>	1,1232 x10 <sup>-6</sup>
			Sec	ción 24x18			
Esfuer	zo máximo	axial N= (	),12438KN	Esfuerzo	o máximo fleo	tor M <sub>y</sub> = 0,137	761KN-m
: ]	F		The second secon				

## <sup>1</sup>/<sub>4</sub> Diámetro externo (8mm menos) $\Phi_{ext}$ = 24 mm, $\Phi_{int}$ = variable y f<sub>arc</sub>= 2.14m

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-14: Estudio de la sección de la barras en la pre-flexión

El comportamiento de esta sección es similar al de la anterior. La variación de los espesores hace que se necesite menos carga para deformar la malla y los valores resultantes tanto de los esfuerzos axiales como flectores se mantienen en un orden de magnitud similar. Aunque al ser una sección tubular de diámetro externo menor las tensiones disminuyen notablemente, consumiendo un 30% de la tensión de rotura, 10% menos que la sección anterior. Hay que tener en cuenta que al disminuir la tensión de flexión también disminuye la rigidez global de la malla y por tanto diminuye su capacidad de resistencia ante cargas externas horizontales y verticales.

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	m³)
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	6x10 <sup>-6</sup>
40x37       1.5       0.34       2.72 $6,73321x10^8$ $3,3666x10^8$ $1,6833x10^6$ $3,3666x10^8$ Sección 40x34         Esfuerzo máximo axial N= 0,6402KN       Esfuerzo máximo flector M <sub>y</sub> = 0,721KN-m         Official off	5x10 <sup>-6</sup>
Sección 40x34         Esfuerzo máximo axial N= 0,6402KN         Esfuerzo máximo flector M <sub>y</sub> = 0,721KN-m	60x10
Esfuerzo máximo axial N= 0,6402KN       Esfuerzo máximo flector M <sub>y</sub> = 0,721KN-m         Image: structure of the structure of t	
$\frac{1}{\sigma_{Axial} (KN/m^2)} \frac{1}{\sigma_{flexion} (KN/m^2)} \frac{1}{\sigma_{rotal} (K$	1
Tensiones (σ) máximas       σ <sub>Axial</sub> (KN/m²)     σ <sub>flexión</sub> (KN/m²)     Comb. σ <sub>Normal</sub> (KN/m²)     Comb σ <sub>Total</sub> (σ <sub>N</sub> )	
$\sigma_{\text{Axial}} (\text{KN/m}^2) \qquad \sigma_{\text{flexion}} (\text{KN/m}^2) \qquad \text{Comb. } \sigma_{\text{Normal}} (\text{KN/m}^2) \qquad \begin{array}{c} \text{Comb } \sigma_{\text{Total}} (\sigma_{\text{N}}) \\ (\text{KN/m}^2) \end{array}$	
Barra Nº 2 Barra Nº 3 Barra Nº 3 Barra Nº 3	<sub>•</sub> σ <sub>Τ)</sub>
1.835,854 247.811,817 246.492,210 246.492,449	)
Sección 40x36	
Esfuerzo máximo axial N= 0,476 KN Esfuerzo máximo flector M <sub>y</sub> = 0,529 KN-n	1
	<b>*</b>
Tensiones (σ) máximas	
$\sigma_{Axial}$ (KN/m²) $\sigma_{flexión}$ (KN/m²)Comb. $\sigma_{Normal}$ (KN/m²)Comb $\sigma_{Total}$ ( $\sigma_{N-Total}$ ( $\sigma_{N-Total}$ ( $\kappa_{N/m²}$ )Barra Nº 2Barra Nº 3Barra Nº 3Barra Nº 31 989 952252 025 7179250 599 321250 599 404	⊦ <b>σ</b> <sub>Τ)</sub>

## 1/4 Diámetro externo (8 mm más) $\Phi_{ext}$ = 40 mm, $\Phi_{int}$ = variable y f<sub>arc</sub>= 2.14 m

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-15: Estudio de la sección de la barras en la pre-flexión

Esta sección tiene un comportamiento similar a la anterior. La variación de los espesores hace que se necesite menos carga para deformar la malla y por tanto facilitará el proceso de deformación. Los valores resultantes tanto de los esfuerzos axiales como flectores se mantienen en un orden de magnitud similar, aunque al ser una sección tubular de diámetro externo considerable, las tensiones aumentan notablemente con respecto a las tensiones de las dos secciones anteriores, consumiendo un 50% de la tensión de rotura, 10% más de la sección inmediata inferior (32 mm). Al aumentar las tensiones también aumenta la rigidez global de la malla y por tanto, aumenta su capacidad de resistencia ante cargas externas horizontales y verticales, aunque esta sección podría comprometer la seguridad de la estructura al estar muy cerca de su límite de rotura.

# 2.7 Comprobación de la obtención de la forma con la prueba de la capacidad de flexión de la barra

Una manera de verificar experimentalmente los resultados de la obtención de la forma fue la realización de la prueba de flexión de la barra hasta hacerla coincidir con el radio de curvatura del arco perimetral. Para el cálculo de los radios aplicamos la ecuación:



Cuadro Nº II-16. Cálculo del radio de curvatura

Para la realización de la prueba se dispuso de una barra de  $\Phi$  32x26 mm de 6 metros de longitud. En sus extremos se colocaron dos dispositivos que la sostenían. Estos elementos

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

eran uno fijo y el otro podía deslizarse a través de un riel de perfil "U". Al este último dispositivo se la aplicaba la fuerza a través de una barra roscada con un sistema de tuerca y contratuerca que iba acercando los extremos de la barra. Estos desplazamientos estaban previamente marcados sobre el riel "U" cada 200 mm. Al llegar el dispositivo a marcas señaladas en el perfil se medía experimentalmente la flecha del arco y con ayuda de una tabla de calculo se calculaba el radio por la ecuación antes indicada.

La longitud a la que se llevaron los extremos de la barra fue de 6 a 4 metros, 400 mm más de lo que el la longitud de la obtención de la forma indicaba.







Figura Nº II-19: Diseño del dispositivo para la aplicación de la tensión

Este dispositivo encargado de sujetar los extremos de la barra se realizó en madera con forma de "L". En la base contaba con unos ángulos metálicos que le impedían el movimiento laterales producto del esfuerzo de la barra sobre el dispositivo. En esta misma zona se encontraba la barra roscada que unía el otro extremo y era la encargada de aplicar la fuerza para el doblado de la barras a través del sistema de tuerca y contratuerca.

En la parte alta de la "L" se encontraba un aro, también de madera unido al taco de madera a través de un eje que le permita girar e ir adaptándose a las diferentes posiciones de la barras en su doblado. A este aro se unían los extremos de la barra a través de una abrazadera doble. Un extremo era fijo y el otro se desplazaba sobre el riel.



#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Figura Nº II-20: Resultados de la prueba de la capacidad de flexión de la barras

Como se puede observa las curvaturas no responde a un radio de circunferencia. A continuación se presenta un resumen del cálculo del radio en función de la longitud de los extremos y la flecha del arco (todas las unidades de las mediciones están en metros)

Material	Barra hueca de poliéster con fibra de vidrio					
Sección	32 mmx26 mm	e: 3 mm				
Longitud	6000 mm (6 m)	Fecha : 30/11/2003				
Luz (L)	Flecha ( <b>f</b> <sub>arc</sub> ))	Cálculo del Radio	Diferencia	Diferencia	Angulo	Ángulo total
(m)	Medida en sitio	(r)	entre radios	entre flechas	(α)	(2xα)
5,8	0,665	6,655808271	0	0	25,854	51,708
5,6	0,99	4,45459596	2,201212311	0,325	38,945	77,89
5,4	1,2	3,6375	0,81709596	0,21	47,924	95,848
5,2	1,38	3,139275362	0,498224638	0,18	55,92	111,84
5	1,55	2,791129032	0,34814633	0,17	63,57	127,14
4,8	1,67	2,559550898	0,231578134	0,12	69,66	139,32
4,6	1,74	2,390114943	0,169435956	0,07	74,21	148,42
4,4	1,78	2,249550562	0,140564381	0,04	77,95	155,9
4,2	1,97	2,10428934	0,145261222	0,19	86,37	172,74
4	2,07	2,001183575	0,103105765	0,1	88,1	176,2

Tabla Nº II-22: Datos de los resultados de la comparación del radio de curvatura calculado y el obtenido experimentalmente

#### Comprobación de los cálculos y mediciones experimentales

Para comprobar que el cálculo del radio de curvatura de las barras obtenido experimentalmente estuviera en los mismos de ordenes de magnitud que el radio de curvatura calculado por el modelo informático lo verificamos por dos métodos, el primero por método analítico a través de la ecuación de la longitud de las barras, ya que ésta es conocida y el segundo método por geometría reproduciendo el radio obtenido y sobreponiéndolo al arco perimetral del modelo. Tal como indicamos en los modelos previos del capitulo Nº 1, sabemos que los arcos de la malla se deforman por curvas de flexión y no por radios de circunferencias de presión constante, pero la comparación entre los dos radios permite determinar diferencias con una curva conocida

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-17: Comprobación del radio de curvatura de la malla

## 2.8 Simulación del comportamiento estructural ante cargas externas: Análisis Estático

El objetivo fue cargar la estructura para encontrar su nueva posición de equilibrio determinando sus deflexiones al aparecer los esfuerzos y momentos como consecuencia de las cargas aplicadas y dado que suponemos que estamos en el campo elástico del material habrá una relación lineal entre las acciones, las reacciones y deformaciones, cuya relación se denomina rigidez.

Para el análisis de la estructura se utilizó el programa comercial EASY® v8 (Technet-Sttugart 2003). El cálculo determinó las deformaciones de la estructura, los movimientos de los nodos en coordenadas y los esfuerzos que se producen en los inicios y finales de las barras de la estructura espacial por el método matricial de equilibrio de barras en teoría elástica de segundo orden.

La malla está formada por barras continuas curvas y pre-flectadas de sección constante, unida a ésta hay una membrana anticlástica pre-tensada. La deformación de la estructura esta referida a los movimientos en los nudos por los desplazamientos que se producen en el eje X, en el eje Y, y en el eje Z, así como también los giros alrededor de los ejes X, Y, Z.

Los apoyos son nudos cuyos movimientos están totalmente restringidos. Las acciones a las que estuvo sometida la estructura son fuerzas y momentos en los nudos dirigidos según los grados de libertad correspondiente a las cargas puntuales y cargas repartidas en las barras y en la superficie de la membrana.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

## Condiciones para el cálculo

El cálculo se realizó admitiendo las hipótesis básicas de la resistencia de materiales, estas fueron:

- Las cargas son estáticas.
- Como son grandes deformaciones el cálculo es no lineal, ya que éste considera los cambios de forma de la cubierta y grandes desplazamientos. En este sistema no lineal se realiza un sistema interactivo de cálculo entre las deformaciones y el modelo matemático ejecutándolo por el método de la densidad de fuerza. (ver Anexo Nº 2. Método de la densidad de fuerza)
- El comportamiento de los materiales es lineal y elástico rigiéndose de acuerdo a la ley de Hook.
- Las barras son continuas, curvas, pre-flectadas, de sección constante, de igual longitud y con diferente radio de curvatura entre ellas, por lo que hay que considerar el pandeo, sobre todo cuando hay poca curvatura.
- Los nudos son considerados rígidos.
- La membrana es una superficie anticlástica continua y como acepta grandes deformaciones hay que pre-tensarla. Está unida a la estructura de barras en la cresta de la cúpula formando un punto alto, a lo largo de los cuatro arcos perimetrales inferiores de la cúpula y en los puntos intermedios nº 40023002, 40053002, 40023005 y 40053005
- No se consideraron efectos de la carga en el tiempo (cálculo dinámico), ni los efectos térmicos de dilatación y retracción de los materiales, así como tampoco se consideraron la posibilidad de empujes del terreno y sismos, esto debido a la libertad de deformación que tiene la estructura.

## Matrices de Rigidez y Esfuerzos

Esta estructura reticular espacial está formada por una serie de barras curvas pre-flectadas y unidas entre sí por puntos denominados nudos. Los nudos son los puntos que se encuentran ubicados a los extremos de cada barra, siendo necesarios por la condición de barras curvas.

La ecuación matricial de equilibrio se puede representar por la expresión:

 $P=K \star \Delta_{x,y,z}$ , es decir, que las acciones (fuerza y momento) son directamente proporcionales a las deformaciones (giro y desplazamiento), siendo la K, un factor de proporcionalidad de la matriz de rigidez que depende de las características físicas de las barras de la malla.

(Ver Anexo Nº 2. Método de la densidad de fuerza.).

Son incógnitas que caracterizan el comportamiento estructural de esta estructura los siguientes:

- Los desplazamientos de los nudos de la estructura, que son por cada nudo los puntos de traslación  $\Delta_{x_x} \Delta_{y_y} \Delta_z$  en las direcciones de los ejes de la estructura y tres giros o rotación  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  alrededor de los ejes de la estructura.
- Los momentos de rigidez a flexión y a torsión.
- Las cargas que actúan sobre los nudos F<sub>x</sub>, F<sub>y</sub>, F<sub>z</sub> en las direcciones de los ejes generales.
- Los tres momentos (flector, cortante y torsor),  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  alrededor de dichos ejes.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

De esta estructura se conoce:

- Las dimensiones globales
- Sección de las barras
- Los módulos de elasticidad del material

En el programa de cálculo utilizado (EASY®-TECHNET) los desplazamientos  $\Delta_{x,} \Delta_{y,} \Delta_{z}$  se materializa de acuerdo con los TRANS POINT y los giros o rotación  $\theta_{x}$ ,  $\theta_{y,} \theta_{z}$  con los ROT POINT. Se definen como punto de desplazamiento (TRANS POINT) la representación de la localización global del punto en el espacio en sus tres dimensiones medidos en coordenadas (X,Y,Z). Sea una barra rígida o una barra de membrana. Los puntos de desplazamiento pueden ser totalmente libres, estar totalmente restringido o con resortes para controlar el movimiento. A todo punto de desplazamiento le corresponde un punto de rotación

Los puntos de rotación (ROT POINT) representan un giro en un extremo de la barra localizada en el espacio, este punto también puede ser libre, fijo o con resorte en la dirección X,Y,Z y medidos en grados.

Estos puntos (TRANS y ROT) definen los nudos de la estructura llamados BEAM LINK, y son el vínculo entre los extremos de cada barra, como contienen los puntos TRANS y ROT, cada nudo tiene dos puntos al inicio y al final. En las barras se tiene un resultado de carga (fuerzas y momentos en los ejes X,Y,Z).

Las barras, denominadas en el programa como BEAM representan un objeto físico, que esta formado por varios vínculos (BEAM LINK) y contiene información sobre la sección de la barra y las propiedades del material, tales como, moduló de elasticidad, módulo cortante y momentos de inercia resistentes a la flexión y torsor.

## Procedimiento de Cálculo

Las acciones que se han tenido en cuenta para el cálculo de la estructura son:

- 1. Carga permanente de peso propio.
- 2. Carga producida por el viento sobre las barras pre-flectadas y la membrana pretensada.
- 3. Carga producida por la nieve sobre las barras pre-flectadas y la membrana pre-tensada.

### Cálculo del Peso propio

Este cálculo se hace manualmente a manera de comprobación, ya que el programa utilizado (EASY) lo calcula directamente a partir de los datos de entrada de las propiedades del material (momentos de inercias, momentos resistentes, área de la sección, modulo de elasticidad). Para método de cálculo ver anexo Nº 3.

1. Tabla de peso propio de la malla de barras rígidas de PRFV:

Simbología:

D: diámetro de la barra tubular.

- Lt: Longitud total de la barra.
- Ln: Longitud de cada barra a eje de nudo.
- Nº: Número de barras
- PI: Peso lineal de la barra en Kg. Ap: Apoyo
- A: Área total de la cubierta.

D (mm)	Lt (mm)	Ln (mm)	Nº (uni)	PI (grs/ml)	A (m²)
32x26	6000	1000	12	405	25.01
Peso Propio total de las barras (Kg.)				29,16	

Tabla Nº II-23: Peso propio de las barras

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

## 2. Peso propio de los nudos

En la estructura hay un total de 36 nudos. Estos nudos son el punto de unión entre las barras verticales y horizontales de la malla, por lo que suman un total de 72 nudos. Cada punto de unión está constituido por un par de abrazaderas de acero galvanizado de 1 mm de espesor y 50 grs. de peso, vinculada por un círculo metálico con dos tornillos con tuercas y arandelas de D: 5 mm, con un peso total de 140 grs. por nudo.

Símbolos:

- Nº: Número de nodos
- Pa: Peso abrazadera
- Pp: Peso de la plancha metálica
- Pt: Peso del tornillo con tuercas y arandelas

N°	Pa (grs.)	Pp (grs.)	Pt (grs.)
72	50	100	40
Peso Propio del nodo	) (Kg.)	13	68

Tabla Nº II-24: Peso propio de los nudos

3. Peso propio de las bases:

La estructura son 8 bases articuladas formadas por una pieza de acero galvanizado en forma de U, de 4 mm de espesor y un tornillo de D: 10 mm, con un peso total de 1055 grs. por base. Un perfil metálico tubular de D 37x2 mm y 800 mm de longitud.

N°	Pb (grs)	Pt (grs)
8	1055	
Peso Propio las bases (Kg.)		8,440
Peso Propio la malla de barra	as (Kg.)	51,28

Tabla Nº II-25 Peso propio de las bases

### 4. Peso de la membrana:

Según catálogo, la membrana de la casa comercial Ferrari modelo Précontraint 502, Serie 8000, con un hilo de 1100 Dtex tiene un peso de 570 grs/m<sup>2</sup>. Superficie total de membrana del módulo: 22.10 m2 Peso del tensor: 225 grs c/u Aro metálico de esquina: 200 grs c/u

Peso Propio de la membrana (kg)

16,054

5. Tabla resumen del peso total

Peso Propio Total Cubierta	67,334 Kg	6,733 KN
Peso Propio por cada nudo	1,870 Kg/nudo	0.187 KN/nudo
Peso Propio por m <sup>2</sup>	2,804 kg/m <sup>2</sup>	0.280 kN/m <sup>2</sup>

Tabla Nº II-26: Peso propio total de la estructura

Como se puede apreciar en estas tablas la cubierta es bastante ligera debido al poco peso propio, lo que representa un problema a la hora de resistir cargas horizontales de viento, ya

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

que pudieran presentarse efectos de desprendimiento de la cubierta de su lugar o efecto de volteo o derribo de la estructura.

## 2.9 Comportamiento de la estructura ante cargas externas de viento

El viento produce sobre una construcción, tanto en su orientación a barlovento como a sotavento, unas zonas de presión y de succión que dependerán de la forma global y orientación de la edificación. Las superficies con pendiente o curvas pueden verse sometidas a ambos tipos de presiones a la vez, en la medida que el viento cambia de dirección. Las superficies ubicadas frente al viento y perpendiculares a su trayectoria reciben un efecto de impacto directo de la masa de aire en movimiento denominadas "Presión positiva directa" y las superficies ubicadas al lado opuesto al viento (sotavento) "Presión Negativa", por lo regular, ésta es un efecto de succión que consiste en una presión hacia fuera sobre la superficie de la edificación. Como el viento no se detiene después de impactar con el edificio sino que se mueve alrededor de él, como un fluido, se presenta un efecto de arrastre aerodinámico pudiendo generar oscilaciones, vibraciones o desprendimiento por efecto de fricción de las masas de aire (J. Ambrose, 1998)

Como ya se ha comentado anteriormente, el objetivo de realizar estas simulaciones fue determinar las deformaciones de la estructura, los movimientos de los nudos y los esfuerzos que se producen en las barras, así como también las tensiones de las barras críticas para comprobar que la estructura no haya superado su límite de rotura y entre en colapso. Por tratarse de un tema central en este trabajo lo desarrollaremos a través de unas tablas comparativas de las diferentes hipótesis de vientos, las cuales fueron:

Hipótesis de viento con una edificación con laterales cerrada:

Hipótesis Nº 1: dirección de viento a 90º con respecto a la fachada. (Ver apéndice F. Coeficientes por Ensayo de túnel de Viento a 90º).

Hipótesis Nº 2: dirección de viento a 45º con respecto a la fachada. (Ver apéndice F. Coeficientes por Ensayo de túnel de Viento a 45º).

Para el diseño las hipótesis consideramos los datos teóricos tomados de la normativa vigente (AE-88. Acciones en la edificación) De acuerdo esta norma, la presión dinámica según la altura del edificio es la siguiente:

Altura edificio	Situación de	Velocidad viento	Presión Dinámica (w)			
m	exposición	Km/h	kg/m²			
De 0 a10	normal	102	50			
La presión dinámic determinada por la <b>W= V²/16</b>	a (w) viene ecuación:	Donde: <b>V</b> : velocidad				
La sobrecarga del v Kg/m2, es consider normal a la superfic viene determinada <b>P= C.W</b>	viento (p), medida en rada una fuerza cie donde incide y por la ecuación:	Donde: <b>C</b> : coeficiente eólico <b>W</b> : presión dinámica				

Tabla Nº II-27: Datos de la normativa española AE-88

El coeficiente eólico (C) es positivo para las presiones y negativo para las succiones.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Según la norma española el coeficiente eólico de sobrecarga total sobre una construcción cerrada esférica es de 0.4. Para el método de cálculo ver anexo Nº 3

## 2.9.1. Hipótesis de viento a 90º con laterales cerrados

### Introducción de los datos de carga

La carga de viento actúa solamente perpendicular a los componentes. En este caso, se introdujo los datos sobre un área de la membrana en una relación fuerza/Área. Está calculada sobre la triangulación de la membrana que se realizó durante el proceso de búsqueda de la forma (ver apéndice D). Esta carga actúa sobre la superficie de acuerdo a un factor de carga (Loadfactor), que es el producto entre la presión dinámica (50 Kg/m<sup>2</sup>) y el coeficiente de presión indicada en el ensayo de túnel de viento. Esta carga, como ya se dijo, es normal a la superficie y la dirección normal es definida por el sentido de los triángulos, por tanto la dirección X,Y,Z es igual a 0. Si la carga es de presión el numero es positivo y si es de succión es negativo.

Se introdujeron 17 casos de cargas de acuerdo a los resultados del ensayo de túnel de viento. (Ver apéndice F. Ensayo de túnel de viento a 90°) y para método de cálculo ver anexo N° 3

Tabla de cargas							
к	MODE OF LOAD	LOAD FACTOR	X-DIR	Y-DIR	Z-DIR	IM <sup>(*)</sup>	Distribución de las áreas de presión sobre la superficie de la membrana
1	WIND	0.2250	0.0000	0.0000	0.0000	2	-0.25
2	WIND	0.1500	0.0000	0.0000	0.0000	2	
3	WIND	0.0750	0.0000	0.0000	0.0000	2	-0.30
4	WIND	-0.0750	0.0000	0.0000	0.0000	2	
5	WIND	-0.1000	0.0000	0.0000	0.0000	2	4.23
6	WIND	-0.1150	0.0000	0.0000	0.0000	2	
7	WIND	-0.1250	0.0000	0.0000	0.0000	2	-0.45
8	WIND	-0.1500	0.0000	0.0000	0.0000	2	0.15 0.15 0.55
9	WIND	-0.1900	0.0000	0.0000	0.0000	2	0.30
10	WIND	-0.2250	0.0000	0.0000	0.0000	2	0.50
11	WIND	-0.2700	0.0000	0.0000	0.0000	2	0.30
12	WIND	-0.3000	0.0000	0.0000	0.0000	2	
13	WIND	-0.3650	0.0000	0.0000	0.0000	2	828
14	WIND	0.4000	0.0000	0.0000	000	2	- 0.73
15	WIND	-0.2000	0.0000	0.0000	0.0000	2	
17	WIND	-0.2000	0.0000	0.0000	0.0000	2	1

Tabla Nº II-28: Datos de la carga de viento del archivo LOADGEN del programa EASY®-TECHNET

<sup>(\*)</sup> IM indica que el programa aplica la carga sobre una superficie y no sobre una barra, marcado con el Nº 2 El programa procesó la siguiente información:

Total de puntos TRANS:		1842
Total de puntos ROT:		60
Total de elementos:		2918
Número total de sub-matrices:		24182
Número de los T-elements:		488
Número de interacciones		200

(ver apéndice H. Acciones sobre la estructura bajo carga externa de viento a 90°)

#### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL
# Deflexión en la malla

Se entiende como deflexión la distancia de separación de los componentes de la estructura a partir de sus posiciones originales sin cargas externas.

La deformación global de la estructura se orienta hacia la misma dirección de la carga de viento. En la figura Nº II-26 se muestra a la derecha, el modelo sin carga y a la izquierda se representa la deformada al aplicarle la carga perpendicular a la superficie de la membrana



Figura Nº II-21: Estructura cerrada

Para estudiar las deformaciones se tomó la mitad de la estructura, ya que la carga se distribuye simétricamente sobre la superficie.

(Ver apéndice C. Tabla de Coordenadas finales apartado: Coordenadas bajo carga externa de viento a 90)



Cuadro Nº II-18: Resultado de la deflexión en la malla

La deflexión máxima en el eje X sucede en los nudos **40023003** y **40023004** con 3 centímetros de desplazamiento siendo ambos valores negativos indicando que sucede una presión. En los nudos **40033002**, **40033003** y **40033004** ocurre un desplazamiento de 1 centímetro con signo positivo sobre el mismo eje, indicando que su posición sube con respecto a la posición original debido a la succión.

La máxima deflexión en el eje Z ocurre en los nudos superiores de la malla **40033003 y 40033004** con 11 centímetros de desplazamiento respectivamente. Ambos valores negativos indicando presión. Como resultado tenemos unos desplazamientos máximos en los nudos superiores **40033003**, **40033004** con un total de 11 centímetros respectivamente y en el nudo **40023004** y **40033005** con 5 centímetros.

## Deflexión de los arcos de borde

Los arcos perimetrales sufren de un sólo tipo de deflexión causa por la succión y sólo hay una deflexión por presión ubicada en la cresta de la cúpula

Para el estudio de las deflexiones, se tomó la mitad de la cubierta cuyos puntos pertenecen al arco del borde marcado en rojo

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Arco a barlovento



Cuadro Nº II-19: Resultado de la deflexión en el arco a barlovento

En este arco el desplazamiento máximo se encuentra en el nudo **40013001** y **40033001** con 4.2 y 4.8 cm respectivamente. En el nudo **40003001** de la base su movimiento es igual cero porque tiene restricciones de traslación y rotación.

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-20: Resultado de la deflexión en el arco lateral por succión

El arco lateral ubicado entre la zona de barlovento y sotavento es donde sucede el mayor desplazamiento de los arcos, éstos se deforman por succión.

Tanto en el eje X como en el Y la deflexión máxima se localiza en el nudo 40013006 con 4 centímetros, y en el eje Z la máxima es en el nudo 40013003 con 4.8 centímetros. El desplazamiento resultante máximo se encuentra en el nudo 40013003 con 5 centímetros seguido por el nudo 40013004 con un desplazamiento de 4 cm.

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-21: Resultado de la deflexión en el arco a sotavento por succión

En el arco a sotavento las deflexiones en el eje **X** son despreciables, ya que no alcanzan valores significativos para la estructura estando en valor promedio de 3 milímetros. En el eje **Y** la deflexión máxima se encuentra en el nudo **40013006** con 4 centímetros y en el eje **Z** no se presentan valores significativos de desplazamientos.

En las deflexiones resultantes, los valores máximos se encuentran localizados en los nudos **40013006** y **40033006** con 5,7 centímetros.

# Esfuerzos en las Barras

## **Esfuerzo Axial:**

La fuerza axial máxima en toda la estructura es de 1.04KN y la mínima es de –0.71 KN. Esta fuerza perpendicular a la superficie comprime toda la malla (representado en la zona naranja-roja) y el resto de los arcos perimetrales entran en tracción (zona azul).

Por otra parte, la membrana está en tracción lo que nos indica que cumple su función de rigidizar la estructura de barras

(Ver apéndice G: Esfuerzos en las barras pre-flectadas y membrana con carga externa de viento a 90°. Hipótesis Nº 1)

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Figura Nº II-22: Esfuerzo axial

# Esfuerzo de Flexión

El momento de flexión se sitúa paralelo al eje longitudinal de las barras. El máximo valor del esfuerzo de flexión con carga exterior de viento se ubica en 0.342 KN-m. Lo que indica que con respecto a la pre-flexión inicial ubicada en 0.31KN-m una diferencia de 0.032KN-m, este incremento no es significativo. Es decir, la pre-flexión esta actuando como rigidización global de la estructura. Otro aspecto a destacar es que este valor de la flexión demuestra que el material está trabajando por debajo de su límite de rotura, por lo que se infiere que el comportamiento global de la estructura es elástico.



Figura Nº II-23: Esfuerzo de flexión

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Esfuerzo cortante

Por definición una pieza sometida a flexión implica también que esta sometida a esfuerzo cortante. Al actuar la carga de viento el esfuerzo cortante tiende a concentrarse hacia los nudos de los arcos perimetrales. El valor máximo de esfuerzo de corte es de 0.25 KN y como valor mínimo –0.25 KN, presentándose un aumento con respecto a la cortante inicial ubicada en 0.18 KN



Figura Nº II-24: Esfuerzo de corte

Según el cálculo realizado esfuerzos de torsión que se producen en la estructura son despreciables. (Ver Apéndice G. Esfuerzo en las barras preflectadas y membrana bajo carga de viento a 90°. Hipótesis N° 1)

Reacciones	en los nu	dos con (	carga de <sup>v</sup>	viento		
Nº de		Reacc	ión (KN)		*	
nudo	R <sub>x</sub>	R <sub>v</sub>	Rz	R <sub>result.</sub>		
40003001	0.348	-0.046	0.342	0.490		
40073001	0.347	-0.041	0.335	0.484		
40003006	0.274	0.0187	0.152	0.313		
40013007	-0.056	-0.374	0.410	0.557		
40013000	-0.049	0.377	0.376	0.387		
40073006	-0.282	0.019	0.170	0.329		
40063000	0.049	0.377	0.376	0.387		
40063007	0.056	-0.378	0.413	0.562		
∑ Reacción	vertical	R <sub>z</sub> (KN)	2.425			
				_		

## Reacciones de los nudos de la base

## CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Comprobación

∑ Acciones sobre la estructura. 2.41 KN

Como se aprecia la sumatoria de las acciones verticales y la sumatoria de las reacciones verticales ( $\mathbf{R}_z$ ) tiene el mismo orden de magnitud. (Ver apéndice N° H Acciones sobre la estructura con carga externa de viento a 90°. Hipótesis N° 1)

Cuadro Nº II-22: Reacciones con una carga externa de viento

La reacción máxima se localiza en el nudo **40063007** con 0.56 KN, muy seguido del nudo **40013007** con 0.55 KN, estos nudo tienen carga de succión. El nudo **40003001 y 40073001** con 0.4 KN producto de la carga de presión a barlovento. También hay que apuntar que todas las componentes verticales de las reacciones son positivas

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Comprobación de la tensión de la barra critica bajo una carga externa de viento a 90° obtenida por ensayo de túnel de viento.

Gráfico Nº II-9: Comprobación de la tensión en las barras críticas con carga externa de viento a 90º

En términos generales, la cubierta tiene una zona de presión ubicada en la cresta de la cubierta a barlovento y el resto e la cubierta es una zona de succión. Se puede observar una relajación de todas las barras dado que la mayor parte de la cubierta esta en succión con respecto a la misma zona cuando es presión, comentada en el primer caso.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

El nudo crítico es el **40033002** que presenta la tensión máxima sobre la malla incrementándose un 21.59% con respecto al valor inicial de pre-flexión pasando de 186.446,24 KN/m<sup>2</sup> a 237.788,89 KN/m<sup>2</sup>.

En los arcos no se presentan nudos críticos porque todos están en succión observándose una relajación, sobre todo en barra N° 3 el nudo 40033001 que pasa en preflexión inicial de 201.946,06 KN/m<sup>2</sup> a 169.799,54 KN/m<sup>2</sup> presentando una reducción de la tensión inicial del 15.9%.

A continuación se presenta una discretización de los esfuerzos en los nudos donde se presentan las tensiones máximas y mínimas para estudiar el aspecto referido al relajamiento de las barras con respecto a sus tensiones iniciales de pre-flexión. En la discretización de la tensión combinada de este punto se observa como es la flexión es el esfuerzo que más aporta, como se presenta en la siguiente tabla de cálculo:

7		parativa entre los nudo			
Ζ		UII	Ζ(	ona de succio	טת ביידי ביידי
Barra Nº 10	L <sub>0</sub> =1	Nudo Nº 40033002	Barra Nº 61	L <sub>0</sub> =1	Nudo Nº 40033005
$\sigma_{Normal}$		$\sigma_{N}$ (KN/m <sup>2</sup> )	σ <sub>Normal</sub>		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
N (KN)	-0,759683	-2.779,478269	N (KN)	-0,778792	(KN/m2)
A (m2)	0,000273		A (m2)	0,000273	-2849,393023
My (KN-m)	-0,287562	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	My (KN-m)	-0,297619	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )
Mz (KN-m)	-0,138980		Mz (KN-m)	-0,064283	
Wy (m3)	1,8150E-06	-235.008,5816	Wy (m3)	1,8150E-06	-199.394,3755
Wz (m3)	1,8150E-06	2	Wz (m3)	1,8150E-06	
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)			Comb. $\sigma_{ m Normal}$ (KN/m <sup>2</sup> )		
Comb ${oldsymbol \sigma}_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )
T <sub>y</sub> (KN)	0,265861	0,272963	T <sub>y</sub> (KN)	0,144981	0,163723
T <sub>z</sub> (KN)	-0,061862		T <sub>z</sub> (KN)	-0,076065	
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )
M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,004948	-1.363,080575	M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,009956	-2.742,6902
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06		W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2	-364,380551		Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	-2.143,669887	
Comb $\sigma_{Total}$	237.788,8975		Comb $\sigma_{Total}$	202.277,8482	
		-			_

Tabla Nº II-29: Discretización de las tensiones de las barras Nº 10 y 61

En la tabla se puede observar como el momento flector es la tensión que más aporta a la tensión combinada de estos puntos críticos de la estructura, seguido por la tensión axial y el torsor.

Tanto del primer caso de estudio con viento a 90° y zonas de presión y succión como el segundo caso donde la predomina la succión sobre la cubierta se puede decir que ninguna de las barras supera su límite de rotura, por lo que no se deberán presentar roturas en las barras siempre y cuando el viento en exposición directa no sobrepase los 100Km/h.

Las tensiones producidas en las membrana se encuentran en el apéndice G.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# 2.9.3. Hipótesis Nº 2 Carga de viento a 45º con laterales cerrados

Como en el caso anterior, se introdujo los datos sobre el área de la membrana en una relación fuerza / Área). Esta carga actúa sobre la superficie de acuerdo a un factor de carga (Loadfactor), que es el producto entre la presión dinámica (50 Kg/m<sup>2</sup>) y el coeficiente de presión indicada en el ensayo de túnel de viento. Esta carga, como ya se dijo, es normal a la superficie y la dirección normal es definida por el sentido de los triángulos, por tanto la dirección X,Y,Z es igual a 0. Si la carga es de presión el numero es positivo y si es de succión es negativo.

Se introdujeron 10 casos de cargas de acuerdo a los resultados del ensayo de túnel de viento. (Ver apéndice F. Ensayo de túnel de viento a 45°)

				Та	bla de ca	rgas	
к	MODE OF LOAD	LOAD FACTOR	X-DIR	Y-DIR	Z-DIR	IM <sup>(*)</sup>	Distribución de las áreas de presión sobre la superficie de la membrana
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	WIND WIND WIND WIND WIND WIND WIND WIND	0.3000 0.2250 0.1500 0.1400 0.0750 -0.0750 -0.1500 -0.1300 0.4000 -0.4000	0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000	0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000	0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	

Tabla Nº II-30: Datos de la carga de viento del archivo LOADGEN del programa EASY®-TECHNET

(ver apéndice J: Acciones sobre la estructura bajo carga externa de viento a 45°)

## Deflexión en la malla

El desplazamiento global de la estructura se orienta hacia la misma dirección de la carga de viento

En línea verde, el modelo sin carga, en línea roja se representa la deformada al aplicarle la carga a 45° con respecto al plano de la fachada.

(Ver apéndice C: Tabla de Coordenadas finales apartado Coordenadas bajo carga externa de viento a 45°)

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Figura Nº II-25: Planta de la malla deformada con carga externa de viento a 45º

En términos generales, la cubierta tiene una zona de presión ubicada a barlovento y una zona de succión a sotavento. Los dos arcos laterales ubicados a barlovento se encuentran sometidos mayoritariamente bajo una carga a presión y en su extremo opuesto a la incidencia de cargas a succión, los arcos laterales ubicados a sotavento se encuentran sometido a cargas de succión.

Para estudiar las deflexiones de la estructura se tomó la mitad en diagonal de la estructura, ya que la carga se distribuye simétricamente sobre la superficie.

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Cuadro Nº II-23 Resultado de la deflexión en la malla con carga de viento 45º

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Las máximas deflexiones resultantes que se presentan en el interior de la malla bajo una carga externa de viento a  $45^{\circ}$  se ubican en la cresta, siendo nudo **40043004** el de mayor deformación resultante con 12,38 cm, este nudo tiene un desplazamiento horizontal de 3 cm en el eje **X** e **Y**, y 11 cm en el eje **Z**.

En la zona de presión directa las máximas deflexiones resultantes están ubicadas en los nudos **40023002** y **40033002** con una deformación de 9 cm cada uno. Sin embargo, el máximo desplazamiento horizontal se ubica en el nudo **40023003** con un desplazamiento en **X** de 7cm y en **Y** de 4cm.

## **Deflexiones en los arcos**

La deformación en este arco lateral, marcado en rojo, es por presión-succión



Cuadro Nº II-24: Resultado de la deflexión del arco lateral con carga de viento 45º

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

En este arco lateral la mayor deformación se presenta en el nudo 40013002, con una deformación resultante de 9cm, siendo a su vez el nudo que más desplazamiento horizontal tiene con 6cm tanto en el eje X como en el Y.

El nudo **440023005** tiene el menor desplazamiento resultante con un valor de 3,27cm sometido a succión con un desplazamiento máximo horizontal de 2cm en el eje **Y** 



Cuadro Nº II-25: Resultado de la deformación del arco a sotavento con carga de viento 45º

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

El arco a sotavento sometido a una fuerza de succión tiene en el nudo **40043006** la máxima deformación resultante con 3,2 cm, seguido por el nudo **40023006** con una deformación resultante de 3,18cm, teniendo a su vez el máximo desplazamientos horizontales en el eje **X** con 2 cm.

# Esfuerzos en las Barras

(ver apéndice I: Esfuerzos en las barras pre-flectadas y membrana con carga externa de viento a  $45^{\circ}$ . Hipótesis N° 2)

# **Esfuerzo Axial:**

Esta fuerza perpendicular a la superficie comprime toda la malla (representado en la zona naranja-roja) y el resto de los arcos perimetrales entran en tracción (zona azul) La fuerza axial máxima en toda la estructura es de 1.04KN y la mínima es de –0.77 KN. El cual se observa un incremento significativo en un 72% de este esfuerzo ubicado, tal y como lo muestra la figura el cuadrante de la malla expuesta directamente a la dirección del viento.



Figura Nº II-26: Esfuerzo axial

# Esfuerzo de Flexión

El momento de flexión se sitúa paralelo al eje longitudinal de las barras. El máximo valor del esfuerzo de flexión con carga exterior de viento se ubica en 0.37KN-m, lo que indica que con respecto a la pre-flexión inicial ubicada en 0.329KN-m no presenta aumentos significativos. Es decir la pre-flexión esta actuando como rigidización global de la estructura.



Figura Nº II-27: Esfuerzo de flexión

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Esfuerzo cortante

El valor máximo de esfuerzo de corte es de 0.23 KN y como valor mínimo –0.23 KN, concentrándose mayoritariamente en los nudos del arco perimetral. El esfuerzo de corte al igual que el flector no presenta aumentos significativos con respecto a los esfuerzos iniciales de preflexión siendo este de 0.20 KN



Figura Nº II-28: Esfuerzo de corte

Según el cálculo realizado esfuerzos de torsión que se producen en la estructura son despreciables. (ver Apéndice I. Esfuerzo en las barras preflectadas y membrana bajo carga de viento a 45°. Hipótesis N° 2)

# Reacciones de los nudos de la base

Para el estudio de las reacciones se tomó los nudos de la base marcados en rojo.





CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

La reacción máxima se encuentra en el nudo **40063000** con un valor de 1.057 KN, seguido del nudo **40003006** con 1.026 KN y, **40063007** y **40073007** con un valor de 0,21 KN cada uno. (Ver apéndice J. Acciones sobre las barras bajo carga externa de viento a 45° Hipótesis N° 2)

# Comprobación de la tensión de la barra critica bajo una carga externa de viento a 45° obtenida por ensayo de túnel de viento.

Para la comprobación de las tensiones de la barra se trabajo con la mitad de la estructura ya que es simétrica por la diagonal de la estructura. Se estudiaron un total de 47 barras de las 68 que componen la estructura



Gráfico Nº II-10: Comprobación de la tensión en las barras críticas con carga externa de viento a 45º

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Hay que destacar que esta hipótesis es la que más barras críticas presenta con un total de 9 barras críticas. La tensión máxima de estas barras se presentan la barra N° 10 en el nudo **4003302** con un valor de 293.880,81 KN/m<sup>2</sup>, seguida por la barra N° 32 en el nudo **40033005** con un valor de 229.044,72 KN/m<sup>2</sup>

En los arcos presenta una tensión máxima en la barra N° 2 en el nudo **40023001** con un valor 207.040,35 KN/m<sup>2</sup>, el resto de los arcos se mantienen con una tensión promedio entre 125.000 a 154.000 KN/m<sup>2</sup>. A continuación se presenta una discretización de los nudos de máxima tensión.

Z	ona de presi	ón	Zona de succión			
Barra Nº 10	L <sub>0</sub> =1	Nudo Nº 40033002	Barra Nº 32	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40033005	
$\sigma_{\sf Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Normal}$		<b>σ<sub>N</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	
N (KN)	-0,772628	-2.826,840585	N (KN)	0,509948	(KN/m2)	
A (m2)	0,000273		A (m2)	0,000273	1865,764252	
My (KN-m)	-0,270631	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	My (KN-m)	0,372632	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	
Mz (KN-m)	-0,118554		Mz (KN-m)	0,039697	227.177,7538	
Wy (m3)	1,8150E-06	-214.426,282	Wy (m3)	1,8150E-06		
Wz (m3)	1,8150E-06		Wz (m3)	1,8150E-06		
Comb. <b>O</b> (KN/m2)			Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	229.043,5180		
Comb <b>O</b> <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	
T <sub>y</sub> (KN)	0,208821	0,208822	T <sub>y</sub> (KN)	0,098182	0,124792	
T <sub>z</sub> (KN)	-0,000696		T <sub>z</sub> (KN)	-0,077028		
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	
M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,002874		M <sub>t</sub> (KN-m)	-0,000101	-27,8233	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	-791,732892	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06		
Comb σ <sub>Tangencial</sub> (KN/m2	114.261,4146		$\begin{array}{c} \text{Comb} \ \sigma_{Tangencial} \\ (\text{KN/m}^2) \end{array}$	428,7568		
Comb $\sigma_{Total}$	293.880,8118		Comb $\sigma_{Total}$	229.044,7220		

Tabla Nº II-31: Discretización de las tensiones de las barras Nº 10 y 32

## Tabla comparativa de las tensiones de las barras críticas de las hipótesis de viento

Hipótesis de viento	Hipótesis v 90° (Túne	viento Nº 1 I de viento)	Hipótesis viento Nº 2 45º (Túnel de viento)		
Tensión (KN7m <sup>2</sup> )	$\sigma_{\text{combinada}}$	σ <sub>M (Flexión)</sub>	$\sigma_{\text{combinada}}$	σ <sub>M (Flexión)</sub>	
Interna en la malla	237.788,8975	235.008,582	293.880,8118	214.426,282	
En el arco	185.119,7975	182.586,1672	207.040,3529	206.060,469	

Tabla Nº II-32: Comparación de las tensiones máximas bajo cargas de viento.

De esta tabla comparativa se puede mencionar varias conclusiones importantes. La máximas tensiones están siempre ubicadas en el interior de la malla siendo la mayor tensión la registrada en la hipótesis de viento con una dirección a 45° con respecto a la estructura (marcada en la tabla en rojo). Esta tensón máxima combinada en uso (normal + flector + torsor + cortante + sobrecarga de viento) consume un 45% del valor del límite de

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

rotura del material (PRFV) otorgado por el fabricante (650.000 KN/m<sup>2</sup>) y según el valor calculado experimentalmente, a principio de este capitulo, se ubica en un 41% (700.000 KN/m<sup>2</sup>), en todo caso, la tensión combinada nunca llega a valores críticos que puedan comprometer el uso de la estructura teniendo un margen, en promedio, de un 60%.

Otro aspecto aparentemente obvio pero no menos importante es el hecho que en todos los casos la tensión que más aporta a la tensión crítica combinada es la tensión del momento flector ( $\sigma_M$ ), que en el caso, de la tensión máxima combinada representa entre un 73% a 98% de la tensión total combinada.

# 2.10 Comportamiento de la estructura ante cargas externas de nieve

La carga de nieve y su distribución sobre la superficie ha sido estudiada por diferentes autores Bagnold (1941), Mellor (1965), Hobayashi (1973), Kind (1981), Schimidt (1986), Majowiecki (1990) entre otros. Sin embargo, a pesar que hay teoría sobre el tema lo más cercano al comportamiento real sigue siendo los ensayos de laboratorio sobre todo cuando se combina la carga de nieve con el viento.

La carga de nieve reduce la pretensión de la membrana y produce compresiones en la malla de barras por lo que se hace necesario el estudio del efecto que produce. Para diseñar esta carga tomamos como referencia la bibliografía encontrando un rango de sobrecarga para la nieve que oscila entre 0.35 KN/m<sup>2</sup> a 0.40KN/m<sup>2</sup>, considerada ésta como una carga que se distribuye uniformemente sobre la superficie.

Autor	Carga (KN//m²)	Descripción
T. Herzog (1977)	0.35	Carga aplicada a las construcciones temporales.
k. Yamamato (1997)	0.40	Estudios experimentales sobre la optimización de las formas.
Normativa Española(AE-88)	0.40	

Tabla Nº II-33: Sobre carga de nieve

Para efectos de nuestra investigación hemos tomado una sobrepresión de 0.35 KN//m<sup>2</sup> aplicada para construcciones temporales, Herzog (1977), que es la aplicación que estudiamos en este trabajo, considerando también que estamos desarrollando esta aplicación para climas tropicales húmedos como se dijo en la introducción, por lo que el cálculo bajo una carga de nieve es, a los efectos prácticos de este trabajo, de carácter referencial.

(Ver apéndice K: Acciones sobre la estructura bajo carga externa de Nieve)

# Análisis de los desplazamientos de los nudos

## Deflexión en la malla:

La deformación global de la estructura sometida a una carga de nieve tiende a achatar la estructura, producto del desplazamiento de los arcos de borde.

(Ver apéndice C: Tabla de Coordenadas finales apartado Coordenadas bajo carga externa de nieve)

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL



Figura Nº II-29: Deformación bajo carga de nieve

Para el estudio de las deformaciones se tomó un cuarto de la cubierta cuyos puntos pertenezcan al interior de la malla.



Cuadro Nº II-27: Resultado de la deflexión en la malla por carga de nieve

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

El máximo desplazamiento se localiza en los nudos **40033003**, **40033004** con 0.23 cm desplazado en el eje z, estos puntos conforman la cumbrera de la cúpula. El resto de los desplazamientos se mantienen en el eje z siendo estos de menor valor oscilando entre 3 a 8 centímetros.

# Análisis de los desplazamientos de los arcos de borde



Para el estudio de las deformaciones se tomó un cuarto de la cubierta

Cuadro Nº II-28: Resultado de la deflexión en los arcos por carga de nieve

En los arcos de borde el máximo desplazamiento en los ejes x, y, es en el nudo **40013001** de 9.4 cm siendo ambos valores negativos lo que indica que este nudo sale por fuera de la estructura, este nudo de la intercepción de los dos arcos, en el eje z, el valor es de 2 cm lo que indica que sube ligeramente, dando como máximo desplazamiento resultante en este nudo de 13.6 cm. Los nudos **40013003**, **40033001** tienen un desplazamiento de 12.3 cm siendo en la componente z donde alcanza su máximo valor.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

## Reacciones de los nudos de la base:



Cuadro Nº II-29: Reacciones bajo carga de nieve

Como la carga de nieve es una carga uniforme las reacciones son iguales en todos los nudos de base teniendo un valor de 0.93 KN por base.

## Esfuerzos en las barras

## Esfuerzo Axial

Esta fuerza directa perpendicular a la superficie alcanza un valor máximo de 1.66 KN y un valor mínimo de –1.78 KN. En el gráfico se observa como la zona superior del arco de borde entra en tensión (representada en color azul) y los extremos en dirección hacia las bases entran en compresión. En el resto de las barras en el interior de la malla este esfuerzo las comprime.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Un aspecto importante de destacar es la tensión que se produce en el tensor de los rombos de las esquinas, ya que al relajarse la membrana es el responsable de evitar la deformación de la malla rígida.

(ver apéndice L. Esfuerzos en las barras pre-flectadas y membrana con carga externa de Nieve.)



Si comparamos los esfuerzos axiales del form-finding inicial para pre-flectar las barras con el resultante cuando actúa sobre la estructura una carga de nieve vemos que el comportamiento tanto de los arcos como de la malla es similar, arcos perimetrales en tracción en su centro y comprimidos en los extremos y malla comprimida en ambos sentidos variando sólo el orden de magnitud producto de la carga externa, ésta se incrementa notablemente un promedio de 5 veces con respecto al valor inicial.

Figura Nº II-30: Comparativa esfuerzo Axial inicial y bajo carga externa de nieve

## Tensión de la membrana

Dado que la carga de nieve achata la estructura es importante estudiar cual es el efecto de este desplazamiento en la membrana. La membrana se relaja en las zonas centrales (representadas en azul) teniendo una destensión de –2.81 KN



### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Esfuerzo de Flexión

Al igual que en el caso del viento el momento de flexión se sitúa paralelo al eje longitudinal de las barras y no presenta aumentos significativos con respecto a la de la pre-flexión inicial de las barras. Por lo que se infiere que el material se encuentra trabajando por debajo del límite de rotura, por lo que el comportamiento de la estructura sigue siendo en estado elástico por tanto la estructura podría volver a su estado inicial sin presentar deformaciones en las barras. Debido a este efecto se consideró incluir en los cuatro rombos de las esquinas de la cúpula tirantes o tensores que contribuya a la rigidización en caso de destensión de la membrana.

Esfuerzo de Pre-flexión inicial	Esfuerzo de flexión bajo una carga externa de nieve	
Flexión Máxima: 0.31KN-m	Flexión Máxima:0.42KN-m	

La estructura presenta un aumento de 11 KN-m en la flexión con respecto a la pre-flexión inicial bajo una carga externa de nieve, repartida uniformemente sobre la superficie. Sin embargo, por la flexión inicial le otorga rigidez a la estructura y la mantiene en el rango elástico del material, no presentándose roturas en las barras.

Figura Nº II-32: Comparativa de los esfuerzos de flexión iniciales y bajo carga de nieve

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

# Comprobación de la tensión de las barras críticas bajo una carga externa vertical de nieve

Como la carga de nieve se considera como una carga uniforme sólo se estudiará un cuarto de cubierta dada la simetría en los ejes de la cúpula. La unidad de las tensiones es KN/m<sup>2</sup>



Gráfico Nº II-11: Comprobación de la tensión en las barras críticas con carga externa de nieve

En el nudo **40013001** se concentran las tensiones del arco presentando un incremento significativo de la tensión combinada, aumentando en un 60%, mientras se puede observar una relajación de los demás nudos, por ejemplo en el nudo **40033001** disminuye 30% de la tensión con respecto a la tensión de pre-flexión inicial. Si analizamos la discretización por tensiones de este nudo tenemos:

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

Punto	final de la ba	arra	Punto	Punto inicial de la barra		
Barra Nº 1	L <sub>a</sub> =1	Nudo Nº 40013001	Barra Nº 2	L <sub>0</sub> =0	Nudo Nº 40013001	
$\sigma_{\sf Normal}$			$\sigma_{\sf Normal}$		$σ_N$ (KN/m <sup>2</sup> )	
N (KN)	-0,888831	(KN/m2)	N (KN)	1,139023	(KN/m2)	
A (m2)	0,000273	-3251,996490	A (m2)	0,000273	4167,382548	
My (KN-m)	-0,262326	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	My (KN-m)	0,253067	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m <sup>2</sup> )	
Mz (KN-m)	-0,119814	(KN/m2)	Mz (KN-m)	0,137895	(KN/m2)	
Wy (m3)	1,8150E-06		Wy (m3)	1,8150E-06		
Wz (m3)	1,8150E-06	-210.544,751526	Wz (m3)	1,8150E-06	215.405,341357	
Comb. <b>O<sub>Normal</sub></b> (KN/m2)	-213.796,7480		Comb. <b>O<sub>Normal</sub></b> (KN/m2)	219.572,7239		
Comb <b>O</b> <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	Comb <b>O</b> <sub>Tangencial</sub>		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	
T <sub>y</sub> (KN)	0,119814	(KN/m2)	T <sub>y</sub> (KN)	0,095250	(KN/m2)	
T <sub>z</sub> (KN)	-0,262326	0,288393	T <sub>z</sub> (KN)	0,047539	0,106454	
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,000000		M <sub>t</sub> (KN-m)	0,000000	(KN/m2)	
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	0,000273	W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	0,000273	
Comb. <b>O</b> <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	1055,15		Comb. <b>O</b> <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	389,488019		
Comb $\sigma_{Total}$	213.804.5591		Comb o Total	219.573.7602		

Tabla Nº II-34: Comprobación de tensión crítica barras Nº 1 y 2

En la tabla de cálculo observamos como son las tensiones de axial y flexión las que aumentan y caracterizan el incremento del nudo, destacándose, como es constante en esta estructura, la tensión de flexión aportando un promedio de 90% de la tensión final combinada, sin embargo, en la tensión axial crece su valor tres veces con respecto a la tensión axial de la preflexión.

En la malla ocurren las tensiones máximas de este caso de carga, observándose barras críticas N° 10 y 52, dado que tanto los puntos finales como iniciales de estas barras aumentan considerablemente. Pero las tensiones máximas se presentan en los nudos **40063002**, **40033006**, asociadas a las barras 24, 66 respectivamente, siendo la más alta tensión que se registra de todos las hipótesis de cargas hasta este momento estudiadas, observemos su discretización por tensiones:

### CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

		Nudo Nº	
Barra Nº 66	L <sub>0</sub> =1	40063002	
$\sigma_{Normal}$			
N (KN)	1,006935	(KN/m2)	
A (m2)	0,000273	-3.251,996490	
My (KN-m)	0,427217	<b>σ<sub>M</sub></b> (KN/m²)	
Mz (KN-m)	0,104592	(KN/m2)	
Wy (m3)	1,8150E-06		
	1,8150E-06	293.006,735135	
Comb. <b>O</b> <sub>Normal</sub> (KN/m2)	-213.796,7480		
Comb ${oldsymbol \sigma}_{Tangencial}$		$\sigma_{T}$ (KN/m <sup>2</sup> )	
T <sub>v</sub> (KN)	-0,235220		
T <sub>z</sub> (KN)	-0,286823	0,370939	
A (m2)	0,000273	$\sigma_{\rm MT}$ (KN/m <sup>2</sup> )	
M <sub>t</sub> (KN-m)	0,016806		
W <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> )	3,630012E-06	4.629,736881	
Comb. <b>O</b> <sub>Tangencial</sub> (KN/m2)	5986,904550		
	296 872 00149		

En la tabla se puede observar como la tensión axial se incrementa y por consecuencia aumenta la tensión por flexión, sin embargo, es ésta última la que aporta casi la totalidad del valor de la tensión combinada al sumarse el incremento a la tensión inicial de preflexión.

Esta tensión máxima llega a consumir un 45,67% del límite de rotura del material (según datos del fabricante), por lo que se puede afirmar que es esta pre-flexión inicial la que no permite que el material deforme significativamente, que comprometa su equilibrio llegando al colapso.

Tabla Nº II-35: Comprobación de tensión crítica barras Nº 66

En este capitulo se avanzó en el conocimiento del comportamiento estructural de las mallas pre-flectadas, por lo que se puede mencionar los siguientes puntos:

La deformación deseada de la malla como hemos demostrado, es debida principalmente a la flexión y a la distorsión de la diagonal de los cuadrados de la malla convirtiéndose rombos.

El comportamiento a flexión de los miembros de la malla depende de tres factores:

- El valor del módulo de elasticidad.
- Las propiedades geométricas de la sección transversal de las barras, sobre todo de su diámetro exterior.
- La rigidez de las uniones de la estructura a las fuerzas de corte horizontal.

Se producen básicamente dos tipos de esfuerzos y dos tipos de tensiones:

- Fuerza axial producida sobre las barras cuyo valor es muy bajo aunque tiende aumentar al sumarse la pretensión de la membrana.
- Tensión axial producida en las diagonales del cuadrado.
- Esfuerzos de corte producidos en las uniones de las barras cuyo valor es muy reducido.
- Esfuerzo de flexión que son los mayores valores y son los que otorgan la rigidez global a la malla.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

La rigidez de la fuerza axial de las barras y de las diagonales depende de sus secciones transversales y de los valores del módulo de elasticidad. Las barras transmiten fuerzas de compresión y las diagonales de tracción por lo que usar una membrana anticlástica para sustituir las diagonales funciona correctamente.

El comportamiento de los miembros de la malla a las fuerzas de corte depende de la rigidez a la flexión sobre el eje normal de las barras, del espaciado entre las barras y de la rigidez de las uniones de la estructura.

Todos los estudios aquí realizados parten del supuesto que cuando la malla es curvada, actúa sobre ella cargas de igual magnitud y sentido, para que la malla pueda repartirla uniformemente en todas las barras que la forman siendo el incremento desde los ejes de simetría hacia el perímetro. Las grandes deformaciones en las barras y sus respectivos giros y movimientos de los nudos suceden durante el proceso de erección donde las barras son sometidas a curvatura, si estos giros y movimientos son impedidos por alguna razón constructiva o por fricción entre las piezas, pueden ocurrir tensiones de compresión excesivas sobre la barra que pueden causar que la estructura colapse. Es por esto, que los nudos durante el proceso de erección tienen que girar libremente y sujetar bien la barra dado que ésta se encuentra en un estado muy inestable y muy susceptible ante cualquier fuerza externa, como por ejemplo una ráfaga de viento. Lo cual puede generar un proceso de erección desbalanceado o desigual apareciendo tensiones muy peligrosas que pueden causar daños a la malla.

En cualquiera de las secciones estudiadas la magnitud de las deformaciones está dentro de la región elástica del material por lo que no se deberán presentar roturas durante el proceso de montaje y erección, aunado a esto que el material seleccionado tiene una amplia capacidad para ser flectado.

En las comprobaciones numéricas de las deformaciones y las tensiones de las barras de la estructura se pudo comprobar que al actuar sobre la estructura una carga bien sea de viento o de nieve la pre-flexión inicial otorga una rigidez global. Las deformaciones implican en las barras unos estados de tensión, que en todos los casos esta por debajo del límite de rotura y en ningún caso se produce un curvado de las barras que no sea recuperable (estado plástico), por lo que la condición de estructura transformable es cumplida.

- 1. Los desplazamientos de los nudos por cargas externas están acompañados por cambios en la longitud de la diagonal entre los nudos de los rombos.
- 2. La flexión producida bajo una carga externa de viento y de nieve se mantiene en orden de magnitud similares a la pre-flexión inicial, es decir su aumento en términos globales no es significativo aunque en determinados puntos se concentren las tensiones.
- 3. El comportamiento estructural global de la malla a flexión depende de la sección de la barra, el valor del módulo de elasticidad y de la rigidez de las uniones.
- 4. La rigidez del esfuerzo axial de las barras y de la membrana depende de sus secciones transversales y de los valores del módulo de elasticidad. Las barras transmiten fuerzas de compresión y la membrana de tracción.

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

## Índice de figuras al final del capitulo

Figura Nº II-1:	Características del modelo físico
Figura Nº II-2:	Primera transformación de la malla
Figura Nº II-3:	Prueba de flecha del arco
Figura Nº II-4:	Segunda transformación de la malla. Proceso de form finding de la malla
Figura Nº II-5:	Resultados geométricos
Figura Nº II-6:	Form finding de la membrana
Figura Nº II-7:	Fundamento geométrico
Figura Nº II-8:	Numeración de los nudos
Figura Nº II-9:	Numeración de las barras
Figura Nº II-10:	Ángulos de los rombos de la malla
Figura Nº II-11:	Flexión inicial producto de la deformación
Figura Nº II-12:	Perdida de la geometría
Figura Nº II-13:	Proceso de re-equilibrio de la estructura
Figura Nº II-14:	Proceso de re-equilibrio de la estructura con tensores en las esquinas
Figura Nº II-13:	Comparación de coordenadas obtenidas por los dos modelos
Figura Nº II-14.	Retorno de la estructura a su posición inicial plano
Figura Nº II-15:	Prueba de la malla con nudos bloqueados y anclajes sin restricciones
Figura Nº II-16:	Comparación de los esfuerzos iniciales con los cables de arriostre.
Figura Nº II-17:	Unión malla de barras pre-flectadas y membrana
Figura Nº II-18:	Efecto de la pretensión y el re-equilibrio de la estructura
Figura Nº II-19:	Diseño del dispositivo para la aplicación de la tensión
Figura Nº II-20:	Esfuerzo de corte
Figura Nº II-21:	Estructura cerrada
Figura Nº II-22:	Esfuerzo axial
Figura Nº II-23:	Esfuerzo de flexión
Figura Nº II-24:	Esfuerzo de corte
Figura Nº II-25:	Planta de la malla deformada con carga externa de viento a 45°
Figura Nº II-26:	Esfuerzo axial
Figura Nº II-27:	Esfuerzo de flexión
Figura Nº II-28:	Esfuerzo de corte
Figura Nº II-29:	Deformación bajo carga de nieve
Liguro NIO II 20	

- Figura Nº II-31: Tensión de la membrana
- Figura Nº II-32: Comparativa de los esfuerzos de flexión iniciales y bajo carga de nieve

## Incide de Cuadros

- Cuadro Nº II-1. Datos del ensayo de límite de rotura
- Cuadro Nº II-2. Resultados del ensayo de límite de rotura
- Cuadro Nº II-3 Aplicación de cargas para la deformación
- Cuadro Nº II-4: Resultado geométrico del form finding simulado por computadora
- Cuadro Nº II-4. Resultado geometrico del forminiding simulado por computado Cuadro Nº II-5: Reacciones iniciales Cuadro Nº II-6: Reacciones iniciales después del re-equilibrio de la estructura Cuadro Nº II-7: Reacciones iniciales igual a 0 Cuadro Nº II-8: Propiedades mecánica de la membrana Cuadro Nº II-9: Resultado del pre-tensado de la membrana

- Cuadro Nº II-10: Reacciones de la pretensión geométrica de la membrana, form finding
- Cuadro Nº II-11: Estudio de la pretensión
- Cuadro Nº II-12:. Reacciones de la pretensión + preflexión
- Cuadro Nº II-13: Estudio de la sección de la barras en la pre-flexión
- Cuadro Nº II-14: Estudio de la sección de la barras en la pre-flexión
- Cuadro Nº II-15: Estudio de la sección de la barras en la pre-flexión
- Cuadro Nº II-16. Cálculo del radio de curvatura

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

- Cuadro Nº II-17: Comprobación del radio de curvatura de la malla
- Cuadro Nº II-18: Resultado de la deflexión en la malla
- Cuadro Nº II-19: Resultado de la deflexión en el arco a barlovento
- Cuadro Nº II-20: Resultado de la deflexión en el arco lateral por succión
- Cuadro Nº II-21: Resultado de la deflexión en el arco a sotavento por succión
- Cuadro Nº II-22: Reacciones con una carga externa de viento
- Cuadro Nº II-23: Resultado de la deflexión en la malla con carga de viento 45º
- Cuadro Nº II-24: Resultado de la deflexión del arco lateral con carga de viento 45º
- Cuadro Nº II-25: Resultado de la deformación del arco a sotavento con carga de viento 45º
- Cuadro Nº II-26: Reacciones con carga externa de viento a 45º
- Cuadro Nº II-27: Resultado de la deflexión en la malla por carga de nieve
- Cuadro Nº II-28: Resultado de la deflexión en la malla por carga de nieve
- Cuadro Nº II-29: Reacciones bajo carga de nieve

### Incide de Tablas

- Tabla Nº II-1. Propiedades mecánicas de los plásticos compuestos
- Tabla Nº II-2. Propiedades mecánicas de la fibra de vidrio
- Tabla Nº II-3. Propiedades mecánicas de las resinas
- Tabla Nº II 4. Propiedades mecánicas de los plásticos compuestos fabricados por NIOGLAS
- Tabla Nº II-5.
   Comparativa de los módulos de elasticidad entre el acero y PRFV (KN/m²)

   Tabla Nº II-6.
   Resultados ensayo límite de rotura

   Tabla Nº II-7:
   Condición de los nudos

   Tabla Nº II-8.
   Propiedades de la barra

   Tabla Nº II-9:
   Flechas del arco de borde

- Tabla Nº II-10: Sistema de ecuaciones de la tensión de la barra
- Tabla Nº II-11: Discretización de las tensiones barra Nº 1 con q= 0.15 KN
- Tabla Nº II-12: Discretización de las tensiones barra Nº 4 con g= 0.15 KN
- Tabla Nº II-13: Discretización de las tensiones barra Nº 3 con q= 0.20 KN
- Tabla Nº II-14: Discretización de las tensiones barra Nº 3 con q= 0.30 KN
- Tabla Nº II-15: Discretización de las tensiones barra Nº 2 preflexión + pretensión
- Tabla Nº II-16: Discretización de las tensiones barra Nº 3 preflexión + pretensión
- Tabla Nº II-17: Discretización de las tensiones barra Nº 4 preflexión + pretensión
- Tabla Nº II-18: Discretización de las tensiones barra Nº 10 preflexión + pretensión
- Tabla Nº II-19: Comparativa de las tensiones combinadas totales máximas entre la pre-flexión + pretensión
- Tabla Nº II-20: Ecuación de la carga crítica de Euler
- Tabla Nº II-21: Tensión crítica de compresión
- Tabla Nº II-22: Datos de los resultados de la comparación del radio de curvatura calculado y el obtenido experimentalmente
- Tabla Nº II-23: Peso propio de las barras
- Tabla Nº II-24: Peso propio de los nudos
- Tabla Nº II-25: Peso propio de las bases
- Tabla Nº II-26: Peso propio total de la estructura
- Tabla Nº II-27: Datos de la normativa española AE-88
- Tabla Nº II-28: Datos de la carga de viento a 90º del archivo LOADGEN del programa EASY®-TECHNET
- Tabla Nº II-29: Discretización de las tensiones de las barras Nº 10 y 61
- Tabla Nº II-30: Datos de la carga de viento a 45º del archivo LOADGEN del programa EASY®-TECHNET
- Tabla Nº II-31: Discretización de las tensiones de las barras Nº 10 y 32
- Tabla Nº II-32: Comparación de las tensiones máximas bajo cargas de viento.
- Tabla Nº II-33: Sobre carga de nieve
- Tabla Nº II-34: Comprobación de tensión crítica barras Nº 1 y 2
- Tabla Nº II-35: Comprobación de tensión crítica barras Nº 66

CAPITULO 2 DESARROLLO TÉCNICO EXPERIMENTAL

### Incide de Gráficos

Gráfico Nº II-1. Resultados del ensayo de límite de rotura

- Gráfico N° II-2.Comparación entre los esfuerzos iniciales de pre-flexión y pretensiónGráfico N° II-3.Esfuerzos máximos durante el proceso e erección de la estructuraGráfico N° II-4:Tensión (KN/m²) de la barra con una carga de 0.15 KNGráfico N° II-5:Tensión (KN/m²) de la malla cuando q= 0.20 KN

Gráfico Nº II-6. Tensión (KN/m<sup>2</sup>) de la malla cuando q= 0.30 KN (forma final)

Gráfico Nº II-7: Tensiones (KN/ m2) en arcos perimetrales de borde

Gráfico Nº II-8: Tensiones (KN/m2) en la malla

- Gráfico Nº II-9: Comprobación de la tensión en las barras críticas con carga externa de viento a 90°
- Gráfico Nº II-10: Comprobación de la tensión en las barras críticas con carga externa de viento a 45°
- Gráfico Nº II-11: Comprobación de la tensión en las barras críticas con carga externa de nieve