



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών

Τομέας Τοπογραφίας

Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας

Διπλωματική Εργασία

**«Ανάπτυξη διαδικασίας εντοπισμού επιπέδων και ακμών σε μη
οργανωμένα νέφη σημείων»**

Κατερίνα Μητροπούλου

Επιβλέπων: Ανδρέας Γεωργόπουλος

Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα

Φεβρουάριος 2017



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

School of Rural and Surveying Engineering

Department of Topography

Laboratory of Photogrammetry

Thesis Diploma

**«Development process of detecting planes and their edges in
unorganized point clouds»**

Katerina Mitropoulou

Supervisor: Andreas Georgopoulos

Professor NTUA

Athens

February 2017

Abstract

As part of the thesis elaboration, a program was created in order to detect planes and their edges in unorganized point clouds. The program was developed in Microsoft Visual Studio and was used open source Point Cloud Library (PCL). The programming language of the code is C++.

Specifically, the planes detected by the technique of the algorithm Ransac and edges of the object belonging planes detected as plane's intersections, i.e. straight lines in space. The straight line in the space defined by a point, calculated by the method of Lagrange multipliers with two conditions, and in parallel to the line vector, which was found by means of the cross product of two vectors in space. The export of points of common line held with the view to the common line of the vector having a start point of the common line's planes and end, a point of the point cloud. In this way, the coordinates of the projected points calculated, i.e. the points of edges.

Finally, the program and the process was evaluated by performing various tests, the findings focus primarily on the accuracy with which the edges detected.

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή κο Γεωργόπουλου Ανδρέα για την ανάθεση αυτής της διπλωματικής εργασίας, την πολύτιμη βοήθεια του αλλά και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της εργασίας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θέλω να απευθύνω στον καθηγητή κο Κοντοκώστα Δημήτρη για τις παρατηρήσεις και τα σχόλια του σε θέματα Γεωμετρίας.

Τις ευχαριστίες μου εκφράζω στην υποψήφια διδάκτορα και μέλος ΕΤΕΠ του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας κα Ταπεινάκη Σεβαστή για την απλόχερη βοήθεια της στους ελέγχους των αποτελεσμάτων της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και κυρίως τους γονείς μου Νίκο και Χριστίνα, για την διαχρονική συμπαράσταση τους και την ηθική και υλική στήριξη των επιλογών μου. Η εργασία αυτή αφιερώνεται πρωτίστως σε εκείνους, στον αδερφό μου Γρηγόρη και στο πολυαγαπημένο μου βαφτιστήρι, στον μικρό Πανούλη.

Περίληψη

Στο πλαίσιο εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα εντοπισμού επιπέδων και ακμών σε μη οργανωμένα νέφη σημείων. Το πρόγραμμα αναπτύχθηκε στο Microsoft Visual Studio και έγινε χρήση της βιβλιοθήκης ανοιχτού κώδικα Point Cloud Library (PCL). Η γλώσσα προγραμματισμού στην οποία γράφτηκε ο κώδικας είναι η C++.

Πιο συγκεκριμένα, τα επίπεδα εντοπίστηκαν με την τεχνική του αλγορίθμου Ransac και οι ακμές του αντικειμένου που ανήκουν τα επίπεδα, ανιχνεύθηκαν ως τομές επιπέδων, δηλαδή ευθειών στον χώρο. Η ευθεία στον χώρο ορίζεται από ένα σημείο της, το οποίο υπολογίστηκε με την Μέθοδο των Πολλαπλασιαστών Lagrange με δύο συνθήκες, και από το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα, το οποίο βρέθηκε με την βοήθεια του εξωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων στον χώρο. Η εξαγωγή των σημείων της κοινής ευθείας πραγματοποιήθηκε με την προβολή στην κοινή ευθεία του διανύσματος που έχει αρχή ένα σημείο της κοινής ευθείας των επιπέδων και πέρας ένα σημείο του νέφους των σημείων. Με αυτόν τον τρόπο, υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες των προβαλλόμενων σημείων, δηλαδή των σημείων της ακμής.

Τέλος, το πρόγραμμα και η διαδικασία αξιολογήθηκε πραγματοποιώντας διάφορους ελέγχους, με τα συμπεράσματα να επικεντρώνονται κυρίως στην ακρίβεια με την οποία ανιχνεύθηκαν οι ακμές.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή	8
2. Θεωρητική Προσέγγιση	9
2.1 Στοιχεία Αναλυτικής Γεωμετρίας	9
2.1.1 Διανύσματα στον (συνήθη) χώρο	9
2.1.2 Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων στον χώρο	10
2.1.3 Εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων στον χώρο.....	11
2.1.4 Εξίσωση Επιπέδου στον χώρο – Σχετική Θέση δύο Επιπέδων	11
2.1.5 Εξίσωση Ευθείας στον χώρο – Σχετική Θέση δύο Ευθειών	12
2.1.6 Τομή των Επιπέδων – Μέθοδος Πολλαπλασιαστών Lagrange με δύο συνθήκες.....	13
2.1.7 Προβολή Διανύσματος σε Διάνυσμα στον χώρο	15
2.2 Στοιχεία Προγραμματισμού Υπολογιστών.....	15
2.2.1 Γλώσσα Προγραμματισμού C++ - Αντικειμενοστραφής Προγραμματισμός	15
2.2.2 Βιβλιοθήκες Ανοιχτού Κώδικα – Point Cloud Library (PCL) – Μορφή Αρχείου Point Cloud Data (.pcd).....	17
2.2.3 Αλγόριθμος RANdom SAmples Consensus (RANSAC)	20
3. Πρακτική Εφαρμογή	23
3.1 Δεδομένα.....	23
3.2 Μεθοδολογία και Υλοποίηση Εφαρμογής.....	26
3.3 Αποτελέσματα – Σχολιασμός Αποτελεσμάτων.....	28
4. Συμπερασματικά Σχόλια	43
Παραρτήματα	45
Α. Βιβλιογραφία	45

1. Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια, επωφελούμενοι από την πρόοδο που έχει γίνει στην τεχνολογία εναέριων και επίγειων σαρωτών laser, τα πυκνά νέφη σημείων χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο για την γεωμετρική τεκμηρίωση αντικειμένων και μνημείων πολιτιστικής κληρονομιάς.

Με απώτερο σκοπό την πλήρως ή μερικώς αυτοματοποιημένη παραγωγή γραμμικού σχεδίου από μη οργανωμένα νέφη σημείων, βασική επιδίωξη της εργασίας ήταν ο εντοπισμός αρχικά επιπέδων και έπειτα η ανίχνευση των ακμών του απεικονιζόμενου αντικειμένου στο οποίο ανήκουν τα επίπεδα αυτά.

Η εξαγωγή ακμών από εικόνες είναι ένα από τα πιο σημαντικά θέματα στους τομείς της επεξεργασίας εικόνας και της όρασης υπολογιστών, που έχει μελετηθεί για χρόνια. Γενικά, η ανίχνευσή τους πραγματοποιείται ως το όριο μεταξύ περιοχών διαφορετικής φωτεινότητας ή υφής. Οι μέθοδοι όμως που έχουν χρησιμοποιηθεί για την ανίχνευση ακμών στις εικόνες δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστούν σε μη οργανωμένα νέφη σημείων γιατί αυτά έχουν διαφορετική δομή από τις εικόνες. Μία εικόνα είναι ένας πίνακας, ενώ ένα νέφος σημείων είναι ένα ακανόνιστο καταναμημένο σετ δεδομένων. Η διαφοροποίηση αυτή στη δομή τους, με συνέπεια την μη χρησιμοποίηση μεθόδων που εφαρμόζονται στις εικόνες οδήγησε στο να αναδειχθεί η ανίχνευση και η εξαγωγή των ακμών από μη οργανωμένα νέφη σημείων ως ένα νέο ερευνητικό ζήτημα.

Μία τεχνική εξαγωγής ακμών σε νέφη σημείων αναπτύχθηκε από τους Bazazian D. et al το 2015. Η τεχνική αυτή μπόρεσε να εξαγάγει ακμές αναλύοντας τις ιδιοτιμές του πίνακα συνδιασποράς που υπολογίζεται από τους k πλησιέστερους γείτονες (k nearest neighbors algorithm) του κάθε σημείου. Ένας ακόμη αλγόριθμος εξαγωγής ακμών προτείνεται από τους Hackel T. et al το 2016. Οι συγγραφείς επισημαίνουν τη σημασία ανίχνευσης ακμών κατά μήκος των οποίων ο προσανατολισμός τους αλλάζει απότομα. Χρησιμοποιούν μια μέθοδο δύο σταδίων. Πρώτον, δίδεται σε κάθε σημείο του νέφους των σημείων μια βαθμολογία με έναν δυαδικό ταξινομητή (binary classifier), χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά που εξήχθησαν από τα γειτονικά του σημεία. Στο επόμενο βήμα, εκτελείται μία ακόμη δυαδική ταξινόμηση για να επιλεγθεί το βέλτιστο σύνολο των σημείων, τα οποία είναι σημεία της τελικά εξαγόμενης ακμής.

Στην παρούσα εργασία, δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα στο οποίο εισάγεται ένα μη οργανωμένο νέφος σημείων με αποτέλεσμα να ανιχνεύονται οι ακμές του ως τομές επιπέδων, δηλαδή ευθείες στον χώρο, με τη βοήθεια της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Αυτό προϋποθέτει τον εντοπισμό αρχικά των επιπέδων, ο οποίος πραγματοποιείται με την τεχνική του αλγορίθμου Ransac. Τελευταίο στάδιο είναι η εξαγωγή των σημείων των ακμών, διαδικασία η οποία βασίζεται στην Προβολή Διάνυσματος σε Διάνυσμα. Ο κώδικας του προγράμματος αναπτύχθηκε στο Microsoft Visual Studio και έγινε χρήση της βιβλιοθήκης ανοιχτού κώδικα PCL.

Όσον αφορά στην διάρθρωση της εργασίας, στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι θεωρητικές έννοιες, οι οποίες χωρίζονται σε στοιχεία Αναλυτικής Γεωμετρίας και στοιχεία Προγραμματισμού Υπολογιστών. Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα δεδομένα, αναλύεται η μεθοδολογία εφαρμογής και παρουσιάζονται και αξιολογούνται τα αποτελέσματα. Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα τα οποία επικεντρώνονται κυρίως στην ακρίβεια με την οποία ανιχνεύθηκαν οι ακμές αλλά και σε κάποια ακόμη συμπεράσματα που προέκυψαν από την διαδικασία της εφαρμογής. Στο τελευταίο κεφάλαιο περιλαμβάνονται τα Παραρτήματα, στα οποία περιέχονται ένα Εγχειρίδιο Εγκατάστασης και Χρήσης της PCL, τμήματα του κώδικα του προγράμματος και τέλος, η βιβλιογραφία.

2. Θεωρητική Προσέγγιση

Στο κεφάλαιο αυτό, θα περιγραφούν οι θεωρητικές έννοιες της εργασίας. Αρχικά, αναλύονται κάποια από τα στοιχεία της Αναλυτικής Γεωμετρίας και στη συνέχεια αναφέρονται στοιχεία του Προγραμματισμού των υπολογιστών.

2.1 Στοιχεία Αναλυτικής Γεωμετρίας

Κρίνεται αναγκαίο να αποσαφηνιστούν κάποιες έννοιες της Αναλυτικής Γεωμετρίας οι οποίες είναι απαραίτητες για την κατανόηση του μαθηματικού υπόβαθρου της εργασίας.

Οι έννοιες σημείο, ευθεία, επίπεδο, συνήθης χώρος, δηλαδή ο χώρος που μας περιβάλλει, θεωρούνται «αρχικές» δηλαδή, ότι μας είναι γνωστές από την εμπειρία μας και δεν χρειάζονται ορισμό. Θεωρούνται επίσης γνωστές, οι έννοιες ευθύγραμμο τμήμα, μήκος ευθυγράμμου τμήματος, ημιευθεία και σύστημα συντεταγμένων, η σημασία των οποίων θα φανεί και μέσα από ορισμούς άλλων εννοιών που δίνονται στα ακόλουθα.

2.1.1 Διανύσματα στον (συνήθη) χώρο

Αρχικά, θα πρέπει να διευκρινιστούν οι έννοιες φορέας και διεύθυνση. Έτσι, την ευθεία που περιέχει μία δοσμένη ημιευθεία Ax ή ένα δοσμένο ευθύγραμμο τμήμα AB θα τη λέμε φορέα της ημιευθείας Ax ή του ευθυγράμμου τμήματος AB . Στο σύνολο των ευθειών του χώρου, δύο ευθείες λέγονται παράλληλες αν είναι ομοεπίπεδες και δεν έχουν κοινά σημεία ή συμπίπτουν. Αυτή η σχέση παραλληλίας είναι μία σχέση ισοδυναμίας που διαμερίζει το σύνολο των ευθειών του (συνήθη) χώρου σε κλάσεις ισοδυναμίας. Κάθε κλάση ισοδυναμίας λέγεται διεύθυνση (Χρυσάκης, 1992).

Γεωμετρικά, τα διανύσματα περιγράφονται στον χώρο σαν προσανατολισμένα ευθύγραμμο τμήματα. Κάθε προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα AB του χώρου

ονομάζεται εφαρμοστό **διάνυσμα** με αρχή το A και πέρας το B και συμβολίζεται με \overrightarrow{AB} ή πιο συνηθισμένα (A,B).

Φορέας του εφαρμοστού διανύσματος \overrightarrow{AB} λέγεται ο φορέας του ευθ. τμήματος AB, **διεύθυνση** του \overrightarrow{AB} λέγεται η διεύθυνση του φορέα του, φορά του \overrightarrow{AB} η φορά της ημιευθείας AB και **μέτρο** (συμβολικά: $|\overrightarrow{AB}|$) το μήκος (AB) του ευθυγράμμου τμήματος AB.

Δύο εφαρμοστά διανύσματα \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ που έχουν την ίδια διεύθυνση (δηλαδή οι φορείς τους είναι παράλληλοι) ονομάζονται συγγραμικά. Αν οι ημιευθείες AB και ΓΔ είναι ομόρροπες ή αντίρροπες τότε, και τα διανύσματα \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ είναι, αντίστοιχα, ομόρροπα ή αντίρροπα. Ίσα είναι δύο διανύσματα όταν έχουν i) την ίδια διεύθυνση, ii) την ίδια φορά και iii) το ίδιο μέτρο. Τέλος, μοναδιαίο καλείται ένα διάνυσμα που έχει μέτρο ίσο με 1 και μηδενικό καλείται ένα διάνυσμα που έχει μέτρο ίσο με 0, δηλαδή η αρχή και το πέρας του συμπίπτουν.

Αλγεβρικά, ένα διάνυσμα \overrightarrow{AB} στον χώρο περιγράφεται σαν μια διατεταγμένη 3-άδα (α, β, γ) , όπου (α, β, γ) το σημείο που αποτελεί το πέρας του εάν θεωρηθεί ότι η αρχή του A ταυτίζεται με την αρχή των αξόνων (διάνυσμα θέσης).

2.1.2 Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων στον χώρο

Έστω $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη μηδενικά διανύσματα. Αν το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ έχει συντεταγμένες $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ και το $\vec{\beta}$ συντεταγμένες $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxyz, τότε το εσωτερικό γινόμενο συμβολίζεται με $\vec{\alpha} \times \vec{\beta}$ και ορίζεται ως εξής:

$$\vec{\alpha} \times \vec{\beta} = \alpha_1 \times \beta_1 + \alpha_2 \times \beta_2 + \alpha_3 \times \beta_3$$

Η Γεωμετρική ερμηνεία του εσωτερικού γινομένου είναι ο αριθμός που προκύπτει από το γινόμενο των μέτρων των διανυσμάτων επί το συνημίτονο της γωνίας αυτών. Δηλαδή,

$$\vec{\alpha} \times \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \times |\vec{\beta}| \times \text{συν}\theta \quad \text{όπου } 0 \leq \theta \leq \pi$$

Επειδή τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δίνονται από τους τύπους $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}$, $|\vec{\beta}| = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2}$ αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο προσδιορίζεται η γωνία θ των δύο διανυσμάτων:

$$\text{συν}\theta = \frac{\alpha_1 \times \beta_1 + \alpha_2 \times \beta_2 + \alpha_3 \times \beta_3}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} \times \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2}}$$

Παρατήρηση: $\vec{\alpha} \times \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \theta = \pi/2$

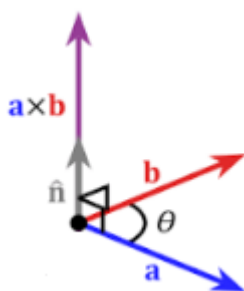
$$\vec{\alpha} \times \vec{\beta} > 0 \Leftrightarrow 0 \leq \theta < \pi/2$$

$$\vec{a} \times \vec{b} < 0 \Leftrightarrow \pi/2 < \theta \leq \pi$$

2.1.3 Εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων στον χώρο

Έστω \vec{a} , \vec{b} δύο διανύσματα και θ η γωνία αυτών. **Εξωτερικό γινόμενο** ενός διανύσματος \vec{a} επί ένα διάνυσμα \vec{b} είναι ένα άλλο διάνυσμα $\vec{\gamma}$ που είναι κάθετο στα \vec{a} και \vec{b} και έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο των μέτρων των \vec{a} και \vec{b} επί το ημίτονο της γωνίας αυτών. Δηλαδή,

$$\vec{\gamma} = (\vec{a} \times \vec{b}) = (|\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \eta\mu\theta) \vec{n}, \text{ όπου } \vec{n} = (i, j, k) \text{ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα}$$



Εικόνα 2.1: Εξωτερικό γινόμενο $(\vec{a} \times \vec{b})$ δύο διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b}

Το μέτρο του εξωτερικού γινομένου των δύο διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} είναι ίσο με το εμβαδό του παραλληλογράμμου που ορίζουν τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} . Αν το διάνυσμα \vec{a} έχει συντεταγμένες $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ και το \vec{b} συντεταγμένες $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, τότε το εξωτερικό γινόμενο δίνεται από την ορίζουσα:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{vmatrix}$$

όπου τα $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x, y, z

2.1.4 Εξίσωση Επιπέδου στον χώρο – Σχετική Θέση δύο Επιπέδων

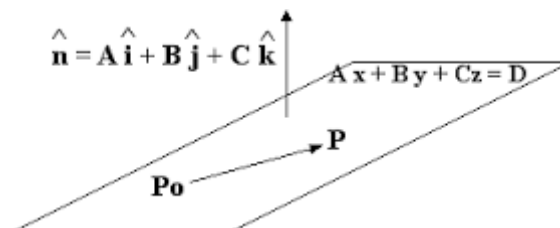
Κάθε πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς x, y, z παριστάνει στο χώρο των τριών διαστάσεων **επίπεδο**. Μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα επίπεδο στον χώρο από ένα σημείο του και από τη γνώση της κλίσεως του επιπέδου, δηλαδή του προσανατολισμού του. Η κλίση αυτή ορίζεται από διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο.

Έστω επίπεδο που διέρχεται από το σημείο $P_0 (x_0, y_0, z_0)$ το οποίο είναι το διάνυσμα θέσης και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$. Στην περίπτωση αυτή το επίπεδο θα είναι το σύνολο όλων των σημείων $P(x, y, z)$ για τα οποία το διάνυσμα $\overrightarrow{P_0P}$ είναι ορθογώνιο στο διάνυσμα \vec{n} , δηλαδή $\vec{n} \times \overrightarrow{P_0P} = 0$ (βλέπε παρ. 2.1.2). Επομένως:

Το επίπεδο που διέρχεται από το σημείο $P_0 (x_0, y_0, z_0)$ και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ έχει:

Διανυσματική Εξίσωση: $\vec{n} \times \overrightarrow{P_0P} = 0$

Καρτεσιανή Εξίσωση: $Ax + By + Cz = D$,
όπου $D = Ax_0 + By_0 + Cz_0$



Πρόταση: Αν $Ax + By + Cz + D = 0$ η εξίσωση ενός επιπέδου τότε το διάνυσμα $\vec{n} = (A, B, C)$ είναι κάθετο στο επίπεδο αυτό.

Έστω 2 επίπεδα $\Pi_1: A_1x + B_1y + \Gamma_1z + \Delta_1 = 0$ και $\Pi_2: A_2x + B_2y + \Gamma_2z + \Delta_2 = 0$, η σχετική τους θέση θα είναι:

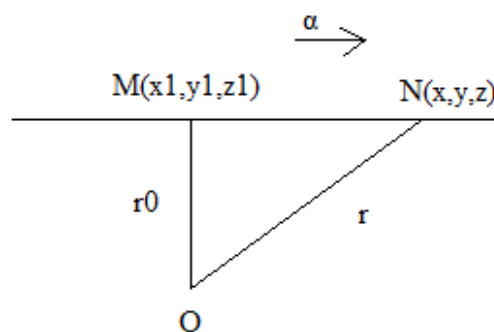
- Παράλληλα, αν ισχύει: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$
- Κάθετα, αν ισχύει: $A_1 \times A_2 + B_1 \times B_2 + \Gamma_1 \times \Gamma_2 = 0$, (δηλαδή, το εσωτερικό γινόμενο τους να είναι ίσο με το 0)
- Συμπίπτουν, αν ισχύει: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$

2.1.5 Εξίσωση Ευθείας στον χώρο – Σχετική Θέση δύο Ευθειών

Έστω μια ευθεία που διέρχεται από το σημείο $M(x_1, y_1, z_1)$ και να είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$.

Αν O η αρχή του συστήματος συντεταγμένων, $N(x, y, z)$ τυχαίο σημείο της ευθείας και r_0, r τα διανύσματα θέσης των σημείων M, N τότε ισχύει $\vec{r} = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a}$, αλλά $\vec{MN} = \lambda \vec{a}$, άρα:

Η **Διανυσματική Εξίσωση** της ευθείας είναι: $\vec{r} = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a}$



Αν αντικατασταθούν τα διανύσματα $:\vec{r}, \vec{r}_0, \vec{a}$ με τις συντεταγμένες τους, τότε θα ισχύει:

$$\text{Η Καρτεσιανή Εξίσωση της ευθείας: } \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3}$$

Η εξίσωση της ευθείας στον χώρο φανερώνει ότι η ευθεία περνάει από το σημείο (x_1, y_1, z_1) και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$.

Έστω 2 ευθείες $E_1: \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3}$ και $E_2: \frac{x-x_2}{\beta_1} = \frac{y-y_2}{\beta_2} = \frac{z-z_2}{\beta_3}$, η σχετική τους θέση θα είναι:

- Παράλληλες, αν ισχύει: $\frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{\alpha_3}{\beta_3}$
- Κάθετα, αν ισχύει: $\alpha_1 \times \beta_1 + \alpha_2 \times \beta_2 + \alpha_3 \times \beta_3 = 0$, (δηλαδή, το εσωτερικό γινόμενο τους να είναι ίσο με το 0)
- Συμπίπτουν, αν ισχύει: i) $\frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{\alpha_3}{\beta_3}$ και ii) $X_1=X_2, Y_1=Y_2, Z_1=Z_2$

2.1.6 Τομή των Επιπέδων – Μέθοδος Πολλαπλασιαστών Lagrange με δύο συνθήκες

Η Τομή των Επιπέδων στον χώρο είναι μία ευθεία η οποία ορίζεται από ένα σημείο της και το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα (βλέπε παρ. 2.1.5). Το διάνυσμα αυτό, ταυτίζεται με το διάνυσμα του εξωτερικού γινομένου των διανυσμάτων των επιπέδων. Ο υπολογισμός του εύκολα πραγματοποιείται με την επίλυση της ορίζουσας των συντεταγμένων των διανυσμάτων που είναι κάθετα στα επίπεδα (βλέπε παρ. 2.1.3).

Όσον αφορά το σημείο της ευθείας, υπολογίζεται με τη Μέθοδο των Πολλαπλασιαστών Lagrange με δύο συνθήκες. Πρόκειται για μία μέθοδο εύρεσης ακροτάτων συναρτήσεων $f(x, y, z)$ που υπόκεινται σε δύο περιοριστικές συνθήκες. Αν οι συνθήκες αυτές είναι οι $g_1(x_1, y_1, z_1)=0$ και $g_2(x_2, y_2, z_2)=0$, δηλαδή στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι οι εξισώσεις των δύο επιπέδων τα οποία είναι μη παράλληλα όπως επίσης και τα διανύσματα τους, τότε είναι δυνατόν να υπολογιστούν τα υπό συνθήκη μέγιστα και ελάχιστα της f εισάγοντας δύο πολλαπλασιαστές Lagrange λ και μ (Thomas et al., 2011/1951). Με άλλα λόγια, εντοπίζονται τα σημεία $P(x, y, z)$ όπου η f παίρνει τα υπό συνθήκη ακρότατα της, με τον υπολογισμό των τιμών των x, y, z, λ και μ που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις εξισώσεις:

$$kf = \lambda \times g_1 + \mu \times g_2 \quad g_1(x_1, y_1, z_1) = 0 \quad g_2(x_2, y_2, z_2) = 0$$

Ακολουθεί η επίλυση των τύπων της τομής των επιπέδων (Krumm J., 2000):

Έστω επίπεδο με σημείο $p_1(p_{1x}, p_{1y}, p_{1z})$, διάνυσμα $\vec{n}_1=(n_{1x}, n_{1y}, n_{1z})$ και επίπεδο με σημείο $p_2(p_{2x}, p_{2y}, p_{2z})$, διάνυσμα $\vec{n}_2=(n_{2x}, n_{2y}, n_{2z})$. Ζητείται η ευθεία τομής των

επιπέδων, δηλαδή το σημείο της $p(p_x, p_y, p_z)$ και το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα \vec{n} , για την οποία θα πρέπει να ισχύουν δύο περιοριστικές συνθήκες. Συγκεκριμένα, το σημείο της p θα πρέπει να είναι σημείο των δύο επιπέδων και να απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων $p_0(p_{0x}, p_{0y}, p_{0z})$. Συνοψίζοντας:

1^η συνθήκη: Το σημείο p να ανήκει και στα δύο επίπεδα. Επομένως, οι εξισώσεις των επιπέδων θα είναι:

$$\text{Η εξίσωση του πρώτου επιπέδου είναι: } (\vec{pp}_1) \times \vec{n}_1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Η εξίσωση του δεύτερου επιπέδου είναι: } (\vec{pp}_2) \times \vec{n}_2 = 0 \quad (2)$$

2^η συνθήκη: Το σημείο p να απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων σε σχέση με τα υπόλοιπα σημεία που βρίσκονται επίσης στην τομή των επιπέδων.

$$|\vec{pp}_0|^2 = (p_x - p_{x0})^2 + (p_y - p_{y0})^2 + (p_z - p_{z0})^2 \quad (3)$$

Εφαρμόζεται η μέθοδος των Πολλαπλασιαστών Lagrange και δημιουργείται μία εξίσωση η οποία εμπεριέχει τις τρεις εξισώσεις οι οποίες αναπτύχθηκαν παραπάνω. Η εξίσωση θα είναι:

$$\begin{aligned} w = & |\vec{pp}_0|^2 + \lambda (\vec{pp}_1 \times \vec{n}_1) + \mu (\vec{pp}_2 \times \vec{n}_2) = \\ & (p_x - p_{x0})^2 + (p_y - p_{y0})^2 + (p_z - p_{z0})^2 + \lambda p_x n_{1x} + \lambda p_y n_{1y} + \lambda p_z n_{1z} - \lambda p_1 \vec{n}_1 + \\ & \mu p_x n_{2x} + \mu p_y n_{2y} + \mu p_z n_{2z} - \mu p_2 \vec{n}_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι μερικές παράγωγοι της προηγούμενης εξίσωσης ως προς τους αγνώστους, δηλαδή το p_x , p_y , p_z , λ , μ και εξισώνονται με το 0. Αναλυτικά:

$$\frac{dw}{dp_x} = 2(p_x - p_{x0}) + \lambda n_{1x} + \mu n_{2x} = 0$$

$$\frac{dw}{dp_y} = 2(p_y - p_{y0}) + \lambda n_{1y} + \mu n_{2y} = 0$$

$$\frac{dw}{dp_z} = 2(p_z - p_{z0}) + \lambda n_{1z} + \mu n_{2z} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dw}{d\lambda} = p_x n_{1x} + p_y n_{1y} + p_z n_{1z} - p_1 \vec{n}_1 = 0$$

$$\frac{dw}{d\mu} = p_x n_{2x} + p_y n_{2y} + p_z n_{2z} - p_2 \vec{n}_2 = 0$$

Οι παραπάνω σχέσεις είναι πέντε γραμμικές εξισώσεις με πέντε αγνώστους. Επομένως, είναι δυνατόν να λυθεί το σύστημα αφού ο αριθμός των εξισώσεων ισούται με τον αριθμό των αγνώστων.

Τέλος, με τον τρόπο αυτό υπολογίζεται το κοντινότερο σημείο της τομής των επιπέδων από την αρχή των αξόνων.

2.1.7 Προβολή Διανύσματος σε Διάνυσμα στον χώρο

Θεωρούμε δύο μη μηδενικά διανύσματα \vec{a} , \vec{b} στον χώρο και αντιπροσώπους αυτών $\overrightarrow{OK} = \vec{a}$ και $\overrightarrow{OL} = \vec{b}$. Αναλύουμε το διάνυσμα \vec{b} σε δύο συνιστώσες \overrightarrow{OK} και \overrightarrow{OL} , δηλαδή έχουμε: $\vec{b} = \overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OL}$ (1)

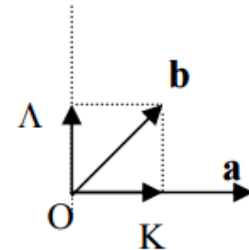
Ονομάζουμε **προβολή του διανύσματος \vec{b} πάνω στο διάνυσμα \vec{a}** , το διάνυσμα OK και γράφουμε: $pr_a^b = \overrightarrow{OK}$

Από τη σχέση (1) λαμβάνουμε:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \overrightarrow{OK} + \vec{a} \times \overrightarrow{OL}, \leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times pr_a^b \quad (2)$$

αφού \vec{a} κάθετο στο \overrightarrow{OL} και $(\times) =$ εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων στον χώρο

Μπορούμε ακόμη να εκφράσουμε το διάνυσμα $pr_a^b = \overrightarrow{OK}$ σε συνάρτηση των διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} . Επειδή είναι $pr_a^b = \overrightarrow{OK} = \lambda \vec{a}$ με λ ανήκει στο \mathbb{R} , μέσω της (2) λαμβάνουμε $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \lambda \vec{a} \leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \lambda \vec{a}^2 \leftrightarrow \lambda = \left(\frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\vec{a}^2}\right)$, οπότε έχουμε: $pr_a^b = \left(\frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\vec{a}^2}\right) \times \vec{a}$



2.2 Στοιχεία Προγραμματισμού Υπολογιστών

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται οι θεωρητικές έννοιες των στοιχείων Προγραμματισμού Υπολογιστών της εργασίας.

2.2.1 Γλώσσα Προγραμματισμού C++ - Αντικειμενοστραφής Προγραμματισμός

Η C++ είναι μια γενικού σκοπού γλώσσα προγραμματισμού. Θεωρείται μέσου επιπέδου γλώσσα, καθώς περιλαμβάνει έναν συνδυασμό χαρακτηριστικών από γλώσσες υψηλού και χαμηλού επιπέδου. Προέρχεται από την γλώσσα C. Για την ακρίβεια είναι ένα υπερσύνολο της C. Κάθε σωστή πρόταση της C, είναι και πρόταση της C++. Τα επιπλέον στοιχεία που προστέθηκαν στην C για να προκύψει η C++, είναι οι κλάσεις και τα αντικείμενα και γενικά ο αντικειμενοστραφής προγραμματισμός. Επιπρόσθετα, η C++ έχει πολλά νέα χαρακτηριστικά που περιλαμβάνουν κυρίως, μία βελτιωμένη προσέγγιση της εισόδου/εξόδου δεδομένων.

Η ιδέα του **αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού** ή της αντικειμενοστραφούς σχεδίασης έχει τις ρίζες της σε μία πολλή απλοϊκή ιδέα. Ένα πρόγραμμα περιγράφει "ενέργειες" (επεξεργασία) που εφαρμόζονται πάνω σε δεδομένα. Ένα βασικό ερώτημα που τέθηκε ήταν αν η φιλοσοφία, η δομή του προγράμματος ήταν προτιμότερο να στηρίζεται στις "ενέργειες" ή στα δεδομένα. Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα προσδιορίζει και τη βασική διαφορά ανάμεσα στις παραδοσιακές προγραμματιστικές τεχνικές και στην αντικειμενοστραφή προσέγγιση.

Οι αντικειμενοστραφείς γλώσσες προγραμματισμού (Java, Eiffel, Smalltalk και φυσικά C++) δίνουν έμφαση στα δεδομένα παρά στον κώδικα. Το πρόγραμμα αναπτύσσεται γύρω από τα δεδομένα (data-centric) τα οποία ορίζουν από μόνα τους τον τρόπο με τον οποίο διαχειρίζονται (Μαργαρίτης & Τσιομπίκας, 2004). Έτσι, εκλαμβάνει ως πρωτεύοντα δομικά στοιχεία ενός προγράμματος τα δεδομένα, από τα οποία δημιουργούνται με κατάλληλη μορφοποίηση τα **αντικείμενα** (objects). Στα προγράμματα, ένα αντικείμενο είναι η ομαδοποίηση κώδικα και δεδομένων, τα οποία χειριζόμαστε ενιαία. Τα δεδομένα αποτελούν τα χαρακτηριστικά και οι ενέργειες καθορίζουν τη συμπεριφορά ενός αντικειμένου.

Ο αντικειμενοστραφής προγραμματισμός μοντελοποιείται με βάση την παρατήρηση ότι στον πραγματικό κόσμο, τα αντικείμενα αποτελούνται από πολλά μικρότερα αντικείμενα. Αλλά όμως η δυνατότητα συνδυασμού αντικειμένων είναι μόνο μία γενική αρχή του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού. Περιλαμβάνει επίσης αρχές και χαρακτηριστικά που κάνουν τη δημιουργία και τη χρήση αντικειμένων ευκολότερη και πιο ευέλικτη. Το σημαντικότερο από αυτά τα χαρακτηριστικά είναι η **κλάση** (Lemay & Cadenhead, 2003/1999).

Μία κλάση είναι ένα πρότυπο που χρησιμοποιείται για τη δημιουργία πολλαπλών αντικειμένων με παρόμοια χαρακτηριστικά. Οι κλάσεις περιέχουν όλα τα χαρακτηριστικά ενός συγκεκριμένου συνόλου αντικειμένων. Όταν γράφεται ένα πρόγραμμα σε μία αντικειμενοστραφή γλώσσα προγραμματισμού, δεν ορίζονται μεμονωμένα αντικείμενα. Αντί αυτών, ορίζονται κλάσεις αντικειμένων.

Τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού είναι:

- η κληρονομικότητα

Δημιουργείται ένα νέο αντικείμενο παίρνοντας ως βάση ένα άλλο ήδη υπάρχον. Το νέο αντικείμενο θα έχει τα χαρακτηριστικά του παλιού ενώ θα μπορεί να τα τροποποιήσει, να τα επεκτείνει και να προσθέσει καινούρια για να καλύψει συγκεκριμένες ανάγκες.

- ο πολυμορφισμός

Αντικείμενα που ανήκουν σε παρόμοιες κλάσεις μπορούν να έχουν κοινό τρόπο προσπέλασης, με αποτέλεσμα ο χρήστης να μπορεί να τα χειριστεί με τον ίδιο τρόπο χωρίς να χρειάζεται να μάθει νέες διαδικασίες.

- η ενθυλάκωση

Οι διαδικασίες κρύβονται από το χρήστη και τα ίδια τα δεδομένα προσδιορίζουν τους τρόπους διαχείρισής τους.

2.2.2 Βιβλιοθήκες Ανοιχτού Κώδικα – Point Cloud Library (PCL) – Μορφή Αρχείου Point Cloud Data (.pcd)

Αρχικά, θα πρέπει να αποσαφηνιστεί ο όρος «ανοιχτός κώδικας». Συγκεκριμένα, ο όρος *κώδικας* αναφέρεται στον πηγαίο, αναγνώσιμο κώδικα υπολογιστή, ο οποίος αποτελεί και την πηγή κάθε προγράμματος. Ο όρος *ανοιχτός* αναφέρεται στους κανονισμούς πρόσβασης που συνοδεύουν έναν τέτοιο κώδικα. Έτσι, το «λογισμικό ανοιχτού κώδικα» είναι λογισμικό του οποίου ο πηγαίος κώδικας διατίθεται ελεύθερα.

Ο όρος λογισμικό ανοιχτού κώδικα έχει διάφορα επίπεδα ερμηνείας. Καταρχήν, το λογισμικό αυτό δημιουργείται και διατηρείται από προγραμματιστές πέρα από εταιρικά και εθνικά όρια, οι οποίοι συνεργάζονται χρησιμοποιώντας τα επικοινωνιακά εργαλεία και τα εργαλεία ανάπτυξης που προσφέρει το διαδίκτυο. Κατά δεύτερο λόγο, τα προϊόντα που παράγονται κατ' αυτόν τον τρόπο είναι ένα είδος ελεύθερων προϊόντων. Τις περισσότερες φορές, κάθε εφαρμογή συνοδεύεται από μια άδεια που καθιστά σαφές ότι πρόκειται για λογισμικό ελεύθερο στη χρήση, την τροποποίηση και την εκ νέου διανομή του. Οποιαδήποτε νέα διανομή, πρέπει επίσης να παρέχεται με τους ίδιους όρους που ορίζει η άδεια της αρχικής έκδοσης του.

Το γεγονός ότι ο κώδικας των προϊόντων αυτών διανέμεται ελεύθερα, οδηγεί στη γρηγορότερη δημιουργία επιτυχημένων εφαρμογών, με μεγαλύτερη ανταπόκριση στις ανάγκες των χρηστών, οι οποίοι μπορούν εύκολα να χρησιμοποιήσουν και να αξιολογήσουν τις εφαρμογές αυτές. Όσον αφορά δε τους χρήστες, δε γίνεται διάκριση ανάμεσα σε πρόσωπα ή ομάδες. Τα προϊόντα ανοιχτού λογισμικού είναι διαθέσιμα σε όλους ανεξαιρέτως. Χαρακτηριστικό είναι επίσης ότι αυτό που ενδιαφέρει τους υπεύθυνους ανάπτυξης των εφαρμογών αυτών δεν είναι το χρηματικό κέρδος, αλλά η ποιότητα του παραγόμενου προϊόντος. Τα πνευματικά δικαιώματα ενός ανοιχτού λογισμικού ανήκουν σε όλους όσους εργάστηκαν για το τελικό αποτέλεσμα ή απλά χρησιμοποίησαν το τελικό προϊόν και όχι στον πωλητή ή τον οργανισμό που τα δημιούργησε.

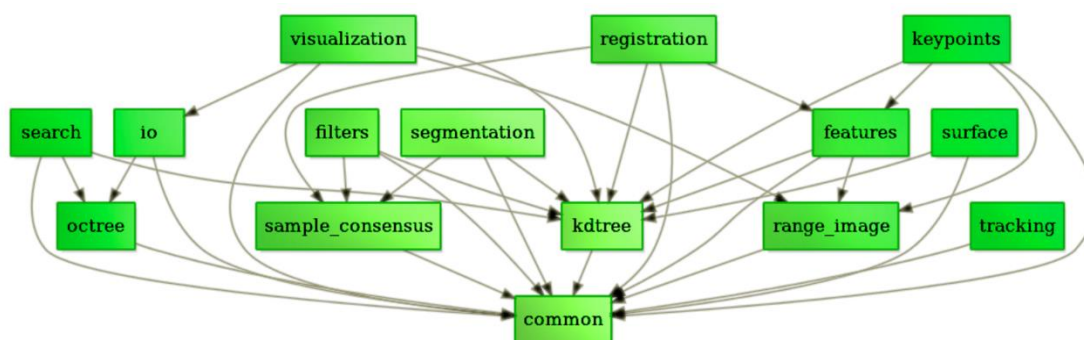
Η ευκολία στην εύρεση ιδεών, λογισμικού και κώδικα που προσφέρει το διαδίκτυο οδήγησε τους υπεύθυνους ανάπτυξης προγραμμάτων στη δημιουργία **βιβλιοθηκών ανοιχτού κώδικα**, οι οποίες συγκεντρώνουν κώδικα, ο οποίος είναι κατάλληλος για συγκεκριμένα δεδομένα και θεματικές. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την παγκόσμια συνεργασία μεταξύ των μελών της επιστημονικής κοινότητας, με αποτέλεσμα τη γρηγορότερη ανάπτυξη ολοένα και πιο ποιοτικού κώδικα που θα εξυπηρετεί μεγαλύτερο εύρος χρηστών.

Η βιβλιοθήκη “**Point Cloud Library (PCL)**” είναι μία αυτόνομη, μεγάλης κλίμακας και ανοιχτού κώδικα βιβλιοθήκη, η οποία είναι κατάλληλη για την επεξεργασία διδιάστατων/τριδιάστατων εικόνων και νέφους σημείων. Η PCL έχει εκδοθεί

σύμφωνα με τους όρους της BSD άδειας που αυτό σημαίνει ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ερευνητικούς αλλά και για εμπορικούς σκοπούς.

Η γλώσσα προγραμματισμού στην οποία γράφεται ο κώδικας στη συγκεκριμένη βιβλιοθήκη είναι η C++. Η εγκατάσταση της είναι δυνατή στα λειτουργικά συστήματα Linux, Windows, Mac OS X και Android/iOS. Στις διάφορες εκδόσεις της ανήκουν και κάποιες προ-μεταγλωττισμένες (pre-compiled), στις οποίες είναι ήδη εγκατεστημένες και κάποιες άλλες βιβλιοθήκες ανοιχτού κώδικα, οι οποίες συντελούν και αυτές με τη σειρά τους στην ανάπτυξη αλλά και στην καλύτερη ποιότητα του παραγόμενου κώδικα. Συγκεκριμένα, στις προ-μεταγλωττισμένες (pre-compiled) εκδόσεις υπάρχουν ακόμη και οι εξής βιβλιοθήκες: Boost, Eigen, FLANN, VTK, Qt, Qhull και OreNI2.

Η βιβλιοθήκη PCL περιέχει έναν πλούσιο κατάλογο με κώδικα για τρισδιάστατη επεξεργασία, πράγμα το οποίο μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί με μία επίσκεψη στον επίσημο κατάλογο της βιβλιοθήκης (<http://docs.pointclouds.org/trunk/>). Υπάρχει έντονο ενδιαφέρον από την επιστημονική κοινότητα και όχι μόνο σε παγκόσμιο επίπεδο με αποτέλεσμα η βιβλιοθήκη να είναι συνεχώς αναπτυσσόμενη και ενημερωμένη. Κάποιες από τις πιο βασικές 'λειτουργίες' της απεικονίζονται στο επόμενο διάγραμμα, καθώς και τα παράγωγα αυτών.



Εικόνα 2.2: Διάγραμμα κάποιων από τις πιο βασικές λειτουργίες της PCL και των παραγώγων τους. (Πηγή: <http://ns50.pointclouds.org/about/>)

Το **Point Cloud Data (.pcd)** αρχείο είναι μία μορφή αρχείου που εισήγαγε η βιβλιοθήκη PCL. Δεν έχει σκοπό να επανεφεύρει τον τροχό και να αποτελέσει ένα εμπόδιο στη χρήση της PCL βιβλιοθήκης, αλλά να προσφέρει ευελιξία, ταχύτητα και να συμπληρώσει τις υφιστάμενες μορφές αρχείων που για τον έναν ή τον άλλο λόγο δεν υποστηρίζουν μερικές από τις επεκτάσεις που η PCL έφερε στην επεξεργασία του νέφους των σημείων.

Μερικές από τις μορφές αρχείων που ήδη υπήρχαν πριν από τη δημιουργία του .pcd αρχείου είναι οι: PLY, STL, OBJ, X3D κ.α. Όλες οι προαναφερόμενες μορφές αρχείων έχουν αρκετές ελλείψεις, κάτι το οποίο είναι φυσικό, δεδομένου ότι δημιουργήθηκαν

για διαφορετικό σκοπό και σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, πριν εφευρεθούν τεχνολογίες και αλγόριθμοι ανίχνευσης του σήμερα.

Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα αυτού του είδους της μορφής αρχείου είναι:

- η ικανότητα να αποθηκεύουν και να επεξεργάζονται οργανωμένης δομής νέφη σημείων (βλέπε 3.1) - αυτό είναι εξαιρετικής σημασίας για εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο και ερευνητικούς τομείς, όπως η ρομποτική.
- ο τύπος δεδομένων binary map/munmap που υποστηρίζει, είναι ο ταχύτερος δυνατός τρόπος για την φόρτωση και την αποθήκευση των δεδομένων στο δίσκο.
- η αποθήκευση διαφορετικών τύπων δεδομένων (όλα τα αρχέτυπα που υποστηρίζονται: char, int, float, double) επιτρέπει στα δεδομένα του νέφους των σημείων να είναι ευέλικτα και αποτελεσματικά σε σχέση με την αποθήκευση και επεξεργασία.

Η επίσημη έκδοση του .pcd αρχείου είναι η 0.7 (PCD_V7). Κάθε αρχείο περιέχει μια κεφαλίδα που προσδιορίζει και δηλώνει ορισμένες ιδιότητες των δεδομένων που αποθηκεύονται στο αρχείο. Η κεφαλίδα πρέπει να κωδικοποιείται σε τύπο ASCII και κάθε πεδίο της διαχωρίζεται από το επόμενο με αλλαγή γραμμής. Αναλυτικότερα, τα πεδία της κεφαλίδας είναι:

- VERSION: προσδιορίζει την έκδοση του αρχείου.
- FIELDS: προσδιορίζει το όνομα του κάθε πεδίου που ένα σημείο μπορεί να έχει, όπως για παράδειγμα:
FIELDS x y z #xyz data
FIELDS x y z rgb #xyz + colors
- SIZE: προσδιορίζει το μέγεθος κάθε πεδίου σε bytes.
- TYPE: προσδιορίζει τον τύπο δεδομένων κάθε πεδίου σε ακέραιο int, δεκαδικό float και χαρακτήρα char.
- COUNT: προσδιορίζει τον αριθμό των στοιχείων κάθε πεδίου.
- WIDTH: προσδιορίζει τον αριθμό των σειρών σε οργανωμένης δομής νέφος σημείων ή προσδιορίζει τον αριθμό των σημείων σε μη οργανωμένης δομής νέφος σημείων (βλέπε παρ. 3.1).
- HEIGHT: προσδιορίζει τον αριθμό των στηλών σε οργανωμένης δομής νέφος σημείων ή στην περίπτωση που έχει τιμή 1, αυτόματα έχουμε την πληροφορία ότι πρόκειται για νέφος σημείων μη οργανωμένης δομής (βλέπε παρ. 3.1).
- VIEWPOINT: προσδιορίζει τις παραμέτρους μετατροπής συντεταγμένων από το ένα σύστημα στο άλλο.
- POINTS: προσδιορίζει τον συνολικό αριθμό σημείων του νέφους.
- DATA: προσδιορίζει τον τύπο των δεδομένων που έχει αποθηκευτεί στο αρχείο - οι διαθέσιμοι τύποι δεδομένων είναι σε ascii ή binary.

```
# .PCD v0.7 - Point Cloud Data file format
VERSION 0.7
FIELDS x y z
SIZE 4 4 4
TYPE F F F
COUNT 1 1 1
WIDTH 282951
HEIGHT 1
VIEWPOINT 0 0 0 1 0 0 0
POINTS 282951
DATA ascii
87.204521 105.90358 1.5008249
87.299545 105.89242 1.5002259
87.317108 105.91904 1.4980153
87.365944 105.87687 1.5135329
87.385963 105.90385 1.5063651
87.462021 105.88938 1.5155871
```

Εικόνα 2.4: Απόσπασμα PCD αρχείου (.pcd)

2.2.3 Αλγόριθμος RANdom SAmple Consensus (RANSAC)

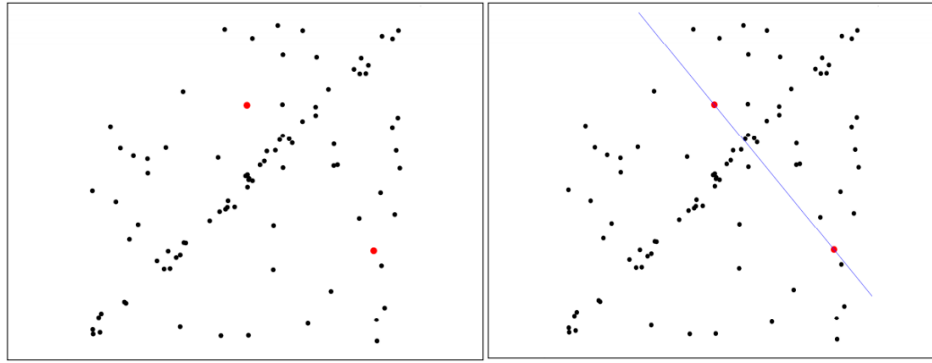
Ο αλγόριθμος **RANSAC** είναι μια επαναληπτική μέθοδος για την εκτίμηση των παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου από ένα σύνολο παρατηρούμενων δεδομένων που περιέχει ακραίες τιμές (outliers), οι οποίες δεν θα πρέπει να έχουν καμία επίδραση στις τιμές των εκτιμήσεων. Οι ακραίες τιμές μπορεί να προκύψουν από θόρυβο ή από εσφαλμένες μετρήσεις ή εσφαλμένες υποθέσεις σχετικά με την ερμηνεία των δεδομένων. Ως εκ τούτου, επίσης, μπορεί να ερμηνευθεί ως μια μέθοδος ανίχνευσης ακραίων τιμών (outliers).

Μια βασική παραδοχή είναι ότι τα δεδομένα αποτελούνται από «inliers», δηλαδή, δεδομένα των οποίων η θέση τους μπορεί να εξηγηθεί από κάποιο μαθηματικό μοντέλο, αν και μπορεί να υπόκεινται σε θόρυβο. Ο RANSAC υποθέτει επίσης ότι, λαμβάνοντας υπόψη μια (συνήθως μικρή) ομάδα «inliers», υπάρχει μια διαδικασία, η οποία μπορεί να εκτιμήσει τις παραμέτρους ενός μοντέλου που εξηγεί βέλτιστα ή ‘ταιριάζει’ σε αυτά τα δεδομένα.

Η βασική ιδέα του αλγορίθμου είναι ο βέλτιστος καταμερισμός inliers και outliers με συνέπεια τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου μόνο από inliers.

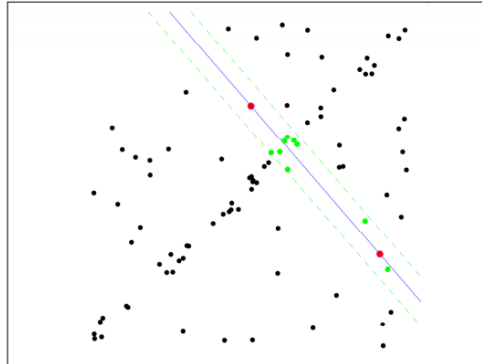
Η αρχή λειτουργίας του αλγορίθμου συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

1. Επιλέγει τυχαία τον ελάχιστο αριθμό δεδομένων που απαιτούνται για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου.
2. Υπολογίζει τις παραμέτρους του μοντέλου, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που είχε επιλέξει τυχαία στο πρώτο βήμα.



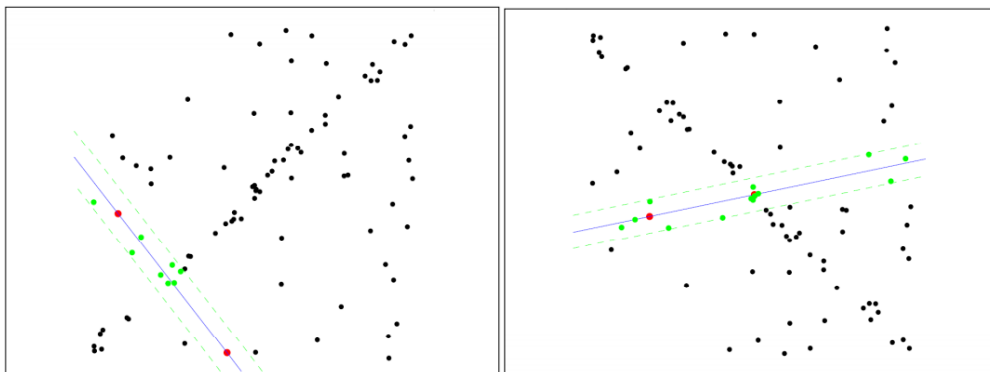
Εικόνα 2.5: Εκτέλεση των δύο πρώτων βημάτων του αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας (Πηγή: <http://cmp.felk.cvut.cz>)

3. Σημειώνει τον αριθμό των δεδομένων που μπορεί να συμπεριλάβει στο μοντέλο, βάσει μιας προκαθορισμένης τιμής (threshold).



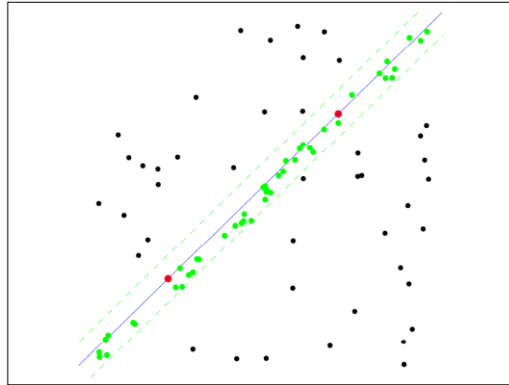
Εικόνα 2.6: Εκτέλεση του τρίτου βήματος του αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας (Πηγή: <http://cmp.felk.cvut.cz>)

4. Επαναλαμβάνει τη διαδικασία των τριών πρώτων βημάτων για όλα τα δεδομένα.



Εικόνα 2.7: Εκτέλεση του τέταρτου βήματος του αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας (Πηγή: <http://cmp.felk.cvut.cz>)

5. Το μοντέλο που έχει συμπεριλάβει στη λύση του τα περισσότερα δεδομένα είναι το επικρατέστερο.
6. Υπολογίζει το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο με τη βοήθεια των ελαχίστων τετραγώνων από τα δεδομένα του επικρατέστερου μοντέλου.



Εικόνα 2.7: Εκτέλεση του πέμπτου και έκτου βήματος του αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας (Πηγή: <http://cmp.felk.cvut.cz>)

Πρόκειται για έναν μη-ντετερμινιστικό αλγόριθμο, με την έννοια ότι παράγει ένα λογικό αποτέλεσμα μόνο με μία ορισμένη πιθανότητα, με την πιθανότητα να αυξάνεται καθώς περισσότερες επαναλήψεις επιτρέπονται. Η μία επιλογή θα ήταν να επαναληφθεί η διαδικασία για όλα τα δεδομένα και για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αυτών. Η συγκεκριμένη επιλογή θα είχε αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους και σε χρόνο. Επομένως, το βασικό ερώτημα είναι, με ποια πιθανότητα και κατ' επέκταση πόσες επαναλήψεις θα πρέπει να πραγματοποιηθούν έτσι ώστε το μαθηματικό μοντέλο να υπολογιστεί μόνο από δεδομένα inliers.

Έστω:

- N =αριθμός δεδομένων
- $w = \frac{\text{αριθμός inliers}}{N}$ =αναλογία inliers σε σχέση με τον αριθμό όλων των δεδομένων
- s =αριθμός παραμέτρων μαθηματικού μοντέλου
- K =επαναλήψεις
- P =πιθανότητα της επιλογής μας (συνήθως 99%)

Η πιθανότητα P επιλογής μόνο inliers δεδομένων είναι ίση με: w^s

Η πιθανότητα P μη επιλογής μόνο inliers δεδομένων είναι ίση με: $1 - w^s$

Η πιθανότητα P μη επιλογής ενός καλού δείγματος δεδομένων, πραγματοποιώντας K επαναλήψεις, είναι ίση με: $(1 - w^S)^K$

Η ζητούμενη πιθανότητα P επιλογής δείγματος μόνο από inliers δεδομένα πραγματοποιώντας K επαναλήψεις, τουλάχιστον μία φορά είναι ίση με:

$$P=1 - (1 - w^S)^K \leftrightarrow K=\frac{\log(1-P)}{\log(1-w^S)}$$

Στην παραπάνω σχέση θα πρέπει να είναι γνωστό εκ των προτέρων η αναλογία των inliers δεδομένων σε σχέση με το σύνολο των δεδομένων (w), πράγμα το οποίο είναι αδύνατο αφού θα πρέπει πρώτα να έχει υπολογιστεί το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο. Παρόλα αυτά, ο αριθμός των επαναλήψεων K θα πρέπει να είναι γνωστός πριν την εκτέλεση του αλγορίθμου, γι' αυτό εφαρμόζεται η παρακάτω διαδικασία που θα περιγραφεί αλγοριθμικά με χρήση ψευδοκώδικα:

- Αρχικοποίησε επαναλήψεις_ $K=\infty$, δείγμα=0, πιθανότητα_ $P=99\%$
- Όσο επαναλήψεις_ $K >$ δείγμα επανάλαβε:
 - Επίλεξε τυχαία το δείγμα.
 - Υπολόγισε τις παραμέτρους του μοντέλου.
 - Σημείωσε τον αριθμό των δεδομένων που μπορεί να συμπεριληφθούν στο μοντέλο, βάσει μιας προκαθορισμένης τιμής (threshold).
 - Υπολόγισε το $w=\frac{\text{αριθμός inliers}}{N}$
 - Υπολόγισε τις επαναλήψεις_ $K=\frac{\log(1-P)}{\log(1-w^S)}$
 - Αύξησε το δείγμα
- Υπολόγισε το βέλτιστο μοντέλο.
- Τερμάτισε

3. Πρακτική Εφαρμογή

Η ανίχνευση των ακμών πραγματοποιήθηκε προγραμματιστικά κάνοντας χρήση της βιβλιοθήκης ανοιχτού κώδικα PCL και αναπτύσσοντας το πρόγραμμα στο Microsoft Visual Studio. Η σύνδεση των δύο έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος CMake (βλέπε Παράρτημα Α).

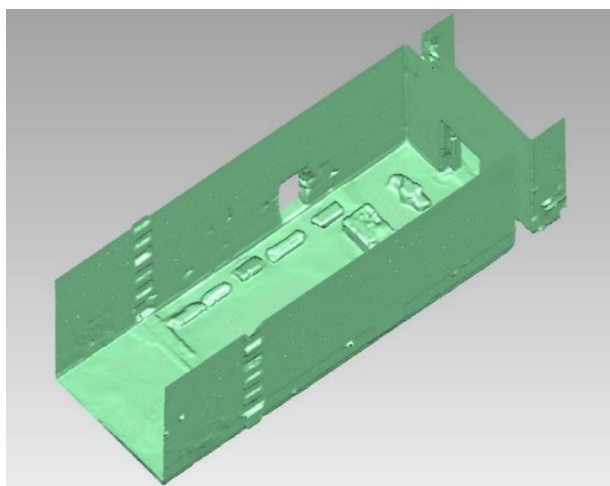
Στη συνέχεια, ακολουθεί αναλυτική παρουσίαση της διαδικασίας και των αποτελεσμάτων.

3.1 Δεδομένα

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την ανίχνευση των ακμών ήταν τμήματα από νέφος σημείων που απεικονίζει ένα μέρος του σηκού του Ναού του Ηφαίστου.

Το νέφος αυτό προήλθε από επίγεια σάρωση laser με σαρωτή τον ScanStation 2 της Leica, αβεβαιότητας +/- 5 με 6 χιλιοστόμετρων. Η σάρωση πραγματοποιήθηκε με μέσο βήμα 4 χιλιοστόμετρων.

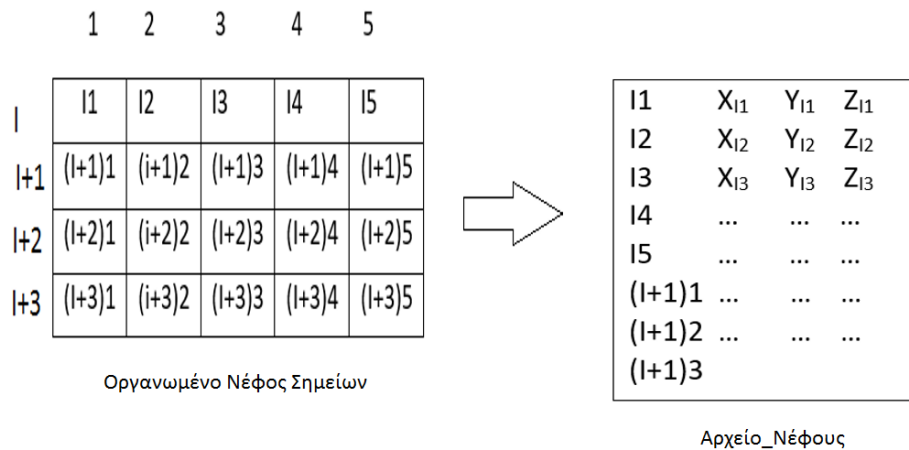
Λόγω της βασικής επιδίωξης της εργασίας, τα τμήματα του νέφους επιλέχθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελούνται από όσο το δυνατόν επιφάνειες που προσεγγίζουν επίπεδα για τα οποία είναι δυνατή η εύρεση των ακμών τους, δηλαδή επίπεδα τα οποία δεν είναι παράλληλα μεταξύ τους αλλά τέμνονται υπό κάποια γωνία. Τα μεγαλύτερα τμήματα σε αριθμό σημείων αριθμούν περίπου 340.000 σημεία.



Εικόνα 3.1: Τμήμα του νέφους σημείων του Ναού του Ηφαιστού.

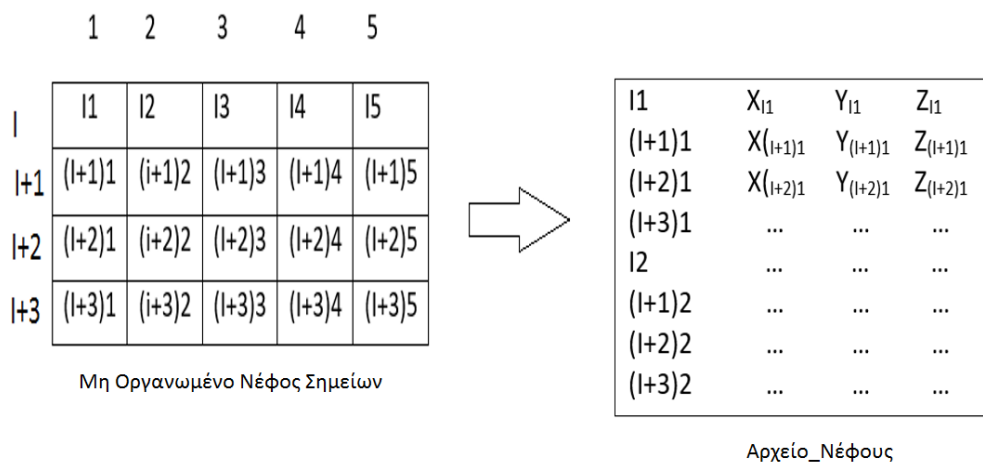
Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό του νέφους, το οποίο έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην επιλογή της μεθόδου για την ανάπτυξη του προγράμματος ήταν το γεγονός ότι το νέφος είναι μη οργανωμένο, δηλαδή το αρχείο του νέφους έχει **δομή μη οργανωμένη** (unorganized point cloud). Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να εξηγηθεί η διαφορά ενός οργανωμένου νέφους σημείων και ενός μη οργανωμένου νέφους σημείων.

Ένα οργανωμένο νέφος σημείων είναι ένα νέφος που οι εγγραφές στο αρχείο του έχουν δομή εικόνας, δηλαδή η εγγραφή των σημείων γίνεται κατά σειρά. Αυτό σημαίνει ότι στην πρώτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην πρώτη στήλη, στην δεύτερη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην δεύτερη στήλη, στην τρίτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην τρίτη στήλη και ούτω καθεξής. Στην εικόνα που ακολουθεί απεικονίζεται ένα παράδειγμα οργανωμένου νέφους σημείων και του αρχείου του.



Εικόνα 3.2: Απεικόνιση εγγραφής αρχείου ενός οργανωμένου νέφους σημείων.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, που το νέφος των σημείων έχει μετρηθεί με επίγειο σαρωτή, ο οποίος σαρώνει από πάνω προς τα κάτω, οι εγγραφές στο αρχείο του νέφους γίνονται κατά στήλη, δηλαδή το νέφος έχει μη οργανωμένη δομή. Αυτό σημαίνει ότι στην πρώτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην πρώτη στήλη, στην δεύτερη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη στήλη και στην δεύτερη σειρά, στην τρίτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη στήλη και στην τρίτη σειρά και ούτω καθεξής. Στην εικόνα που ακολουθεί απεικονίζεται ένα παράδειγμα μη οργανωμένου νέφους σημείων και του αρχείου του.



Εικόνα 3.3: Απεικόνιση εγγραφής αρχείου ενός μη οργανωμένου νέφους σημείων.

Το χαρακτηριστικό μη οργανωμένου νέφους σημείων, εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί σε ένα αρχείο point cloud data (.pcd) και συγκεκριμένα στο πεδίο HEIGHT του αρχείου, όπου στις περιπτώσεις αυτές είναι ίσο με 1. Η δυνατότητα αυτή της γνώσης

οργανωμένης ή μη οργανωμένης δομής του νέφους των σημείων κατέστησε σημαντική την μετατροπή των αρχείων από object (.obj) που ήταν σε point cloud data (.pcd) αρχεία.

```
# .PCD v0.7 - Point Cloud Data file format
VERSION 0.7
FIELDS x y z
SIZE 4 4 4
TYPE F F F
COUNT 1 1 1
WIDTH 232463
HEIGHT 1
VIEWPOINT 0 0 0 1 0 0 0
POINTS 232463
DATA ascii
82.945175 100.52753 1.7449874
82.96431 100.53015 1.7428735
82.974838 100.5444 1.7439721
82.983292 100.47661 1.7441075
82.993019 100.5485 1.7422022
83.002861 100.47902 1.7433289
83.012909 100.49424 1.7432919
83.032753 100.4965 1.7422633
```

Εικόνα 3.4: Τμήμα αρχείου .pcd μη οργανωμένης δομής νέφους σημείων.

Παρατήρηση: Σε ένα αρχείο pcd μη οργανωμένης δομής, όπως είναι αυτό που απεικονίζεται στην παραπάνω εικόνα, μπορεί το στοιχείο HEIGHT της κεφαλίδας του αρχείου να είναι ίσο με 1, αυτό όμως δεν σημαίνει ότι ανοίγοντας το αρχείο δεν θα έχει στήλες και θα έχει μία μόνο στήλη. Έχει διαφορετική ερμηνεία το πεδίο HEIGHT σε ένα νέφος σημείων μη οργανωμένης δομής και σε ένα νέφος σημείων οργανωμένης δομής. Σε ένα νέφος σημείων οργανωμένης δομής, το πεδίο HEIGHT αντιστοιχεί στον αριθμό των σειρών του αρχείου (βλέπε παρ. 2.2.2).

```
# .PCD v0.7 - Point Cloud Data file format
VERSION 0.7
FIELDS x y z rgb
SIZE 4 4 4 4
TYPE F F F F
COUNT 1 1 1 1
WIDTH 640
HEIGHT 480
VIEWPOINT 0 0 0 1 0 0 0
POINTS 307200
DATA ascii
nan nan nan nan
```

Εικόνα 3.5: Τμήμα αρχείου .pcd οργανωμένης δομής νέφους σημείων.

3.2 Μεθοδολογία και Υλοποίηση Εφαρμογής

Το μη οργανωμένο νέφος των σημείων καθόρισε την επιλογή της μεθόδου ανίχνευσης των ακμών. Αυτό συμβαίνει γιατί οι αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί για την ανίχνευση ακμών έχουν δημιουργηθεί για να ανιχνεύουν ακμές σε εικόνες, έχοντας ως προϋπόθεση για την εκτέλεσή τους το χαρακτηριστικό της οργανωμένης δομής των εικόνων, όπως για παράδειγμα ένας τέτοιος αλγόριθμος είναι ο Canny Edge Detector. Επομένως, είναι δυνατόν να εφαρμοστούν σε οργανωμένα νέφη σημείων και όχι σε μη οργανωμένα.

Για το λόγο αυτό, επιλέχθηκε οι ακμές να ανιχνευθούν ως τομές επιπέδων με τη βοήθεια της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Αυτό βέβαια προϋπέθετε, την γνώση αρχικά

των εξισώσεων των επιπέδων, τα οποία εντοπίστηκαν χρησιμοποιώντας την τεχνική του αλγορίθμου Ransac.

Η μεθοδολογία εφαρμογής που ακολουθήθηκε, αποτελείται από τρία βήματα.

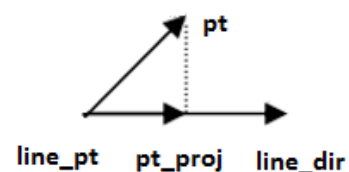
Αρχικά, για τον προσδιορισμό του μαθηματικού μοντέλου των επιπέδων έπρεπε να υπολογιστούν οι τέσσερις παράμετροι της εξίσωσης του επιπέδου, δηλαδή τα a , b , c και d (βλέπε παρ. 2.1.4). Από την Αναλυτική Γεωμετρία είναι γνωστό ότι τρία μη συνευθειακά σημεία ορίζουν ένα επίπεδο. Επομένως, η λειτουργία του αλγορίθμου Ransac συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα.

Επιλέγονται τυχαία τρία σημεία και υπολογίζονται οι παράμετροι του επιπέδου που ορίζουν. Στη συνέχεια, βάσει μιας προκαθορισμένης τιμής (threshold), σημειώνεται ο αριθμός των δεδομένων που μπορούν να συμπεριληφθούν στο επίπεδο που υπολογίστηκε. Έπειτα, επαναλαμβάνεται η διαδικασία για όλες τις τριάδες των σημείων του νέφους. Τέλος, το επίπεδο που έχει τα περισσότερα inliers στη λύση του είναι το επικρατέστερο με αποτέλεσμα να υπολογίζεται από αυτό με πιθανότητα το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο του επιπέδου.

Το επόμενο βήμα ήταν η ανίχνευση των ακμών ως τομές μη παράλληλων επιπέδων, δηλαδή ευθειών στον χώρο. Η ευθεία στον χώρο προσδιορίζεται από ένα σημείο της και το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα. Το σημείο της ευθείας στον χώρο υπολογίστηκε με τη Μέθοδο των Πολλαπλασιαστών Lagrange με δύο συνθήκες γιατί ήταν επιθυμητό, το σημείο να βρίσκεται εντός τους εύρους των συντεταγμένων των σημείων του νέφους και συγκεκριμένα στην μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων και όχι να είναι ένα οποιοδήποτε σημείο της ευθείας. Το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα υπολογίστηκε με τη βοήθεια του εξωτερικού γινομένου των επιπέδων, όπου στην περίπτωση αυτή ταυτίζονται (βλέπε 2.1.6).

Το τελευταίο βήμα ήταν η εξαγωγή των σημείων των ακμών, έτσι ώστε να είναι άμεσα χρησιμοποιήσιμες. Η διαδικασία αυτή βασίστηκε στην Προβολή Διανύσματος σε Διάνυσμα (βλέπε 2.1.7). Πιο συγκεκριμένα, οι συντεταγμένες των προβαλλόμενων σημείων, δηλαδή των σημείων της ακμής υπολογίζονται μέσω της προβολής στην ακμή ενός διανύσματος που έχει αρχή ένα σημείο της ακμής των επιπέδων και πέρας ένα σημείο του νέφους των σημείων. Εφαρμόζοντας την θεωρία, ισχύει:

Έστω pt ένα σημείο του νέφους, $line_pt$ ένα σημείο της ακμής, $line_dir$ το παράλληλο διάνυσμα στην ακμή και pt_proj το σημείο προβολής του pt στην ακμή. Η προβολή του σημείου pt στην ακμή, δηλαδή το pt_proj ισούται με:



$$\overrightarrow{line_pt_pt_proj} = ((\overrightarrow{line_pt_pt} \times \overrightarrow{line_dir}) \times \overrightarrow{line_dir}) / line_dir^2 \rightarrow$$

$$pt_proj = line_pt + (((pt - line_pt) \times line_dir) / line_dir^2) \times line_dir \rightarrow$$

$$pt_proj = line_pt + ((pt \times line_dir) - (line_pt \times line_dir) / line_dir^2) \times line_dir \rightarrow$$

$$pt_proj = line_pt + \left(\frac{pt \times line_dir}{line_dir^2} - \frac{line_pt \times line_dir}{line_dir^2} \right) \times line_dir,$$

όπου (\times)= εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων στον χώρο

$$\text{Επομένως: } pt_proj_x = line_pt_x + k \times line_dir$$

$$pt_proj_y = line_pt_y + k \times line_dir$$

$$pt_proj_z = line_pt_z + k \times line_dir$$

Για την υλοποίηση της παραπάνω διαδικασίας, δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα στο οποίο έγινε χρήση της βιβλιοθήκης ανοιχτού κώδικα PCL. Ο κώδικας του προγράμματος αναπτύχθηκε στο Microsoft Visual Studio και η γλώσσα προγραμματισμού στην οποία γράφτηκε ο κώδικας ήταν η C++.

Η λειτουργία του προγράμματος παρουσιάζεται παρακάτω:

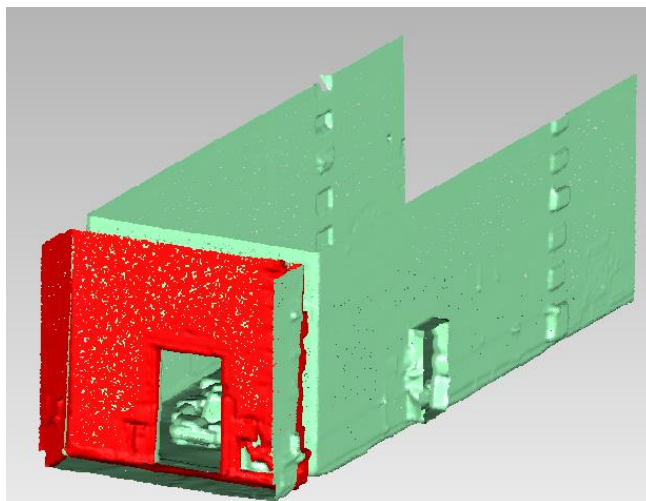
- 1) Διαβάζει ένα νέφος σημείων, το οποίο περιλαμβάνει 2 επίπεδα και αρχικοποιείται η προκαθορισμένη τιμή (threshold).
- 2) Εντοπίζει τα επίπεδα και υπολογίζει τις εξισώσεις τους.
- 3) Εμφανίζει τον αριθμό των σημείων των επιπέδων και τις παραμέτρους κάθε επιπέδου.
- 4) Αποθηκεύει τα νέφη των σημείων των επιπέδων σε αρχεία.
- 5) Ανιχνεύει την κοινή τους ευθεία, προσδιορίζοντας ένα σημείο της και το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα.
- 6) Εμφανίζει τις τιμές των συντεταγμένων του σημείου και του παράλληλου διανύσματος της ευθείας.
- 7) Εμφανίζει έναν 3D Viewer, στον οποίο απεικονίζονται τα επίπεδα ή τα νέφη των σημείων και η κοινή τους ευθεία.
- 8) Τέλος, αποθηκεύει σε αρχεία τα σημεία της κοινής ευθείας.

Το πρόγραμμα είναι μεγέθους 25 megabyte. Επίσης, δεν έχει υψηλές απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους και χρόνο εκτέλεσης, στοιχεία τα οποία αναμένεται να επηρεαστούν με τη χρήση μεγαλύτερων σε μέγεθος νεφών. Ακόμη, για την εκτέλεσή του απαιτείται η δημιουργία project στο Microsoft Visual Studio με τη βοήθεια του προγράμματος CMake, έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρήση της PCL βιβλιοθήκης (βλέπε Παράρτημα Α).

3.3 Αποτελέσματα – Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Για να διαπιστωθεί η ορθότητα της διαδικασίας, πραγματοποιήθηκαν διάφορες δοκιμές στο νέφος των σημείων και ανιχνεύτηκαν ακμές οι οποίες ανήκουν σε επίπεδα με διαφορετικά χαρακτηριστικά.

Η πρώτη δοκιμή πραγματοποιήθηκε στο νέφος των σημείων των επιπέδων που απεικονίζονται με κόκκινο χρώμα στην παρακάτω εικόνα. Το νέφος αποτελείται από 76.175 σημεία και η τιμή της προκαθορισμένης τιμής (threshold) για την εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac είναι 1.2 εκατοστόμετρα.



Εικόνα 3.6: Απεικόνιση επιπέδων με κόκκινο χρώμα για την εφαρμογή της διαδικασίας ανίχνευσης ακμών.

Στην εικόνα που ακολουθεί, απεικονίζονται τα αποτελέσματα για το συγκεκριμένο νέφος σημείων. Ο αριθμός των inliers δεδομένων που έχει υπολογιστεί το πρώτο επίπεδο είναι 13.738 και για το δεύτερο είναι 46.926. Ακόμη, έχουν υπολογιστεί οι τέσσερις παράμετροι για καθένα από τα δύο επίπεδα, καθώς και τα στοιχεία της ακμής. Επίσης, μία τελευταία πληροφορία είναι ο αριθμός των σημείων της ακμής που ανήκουν στο πρώτο και στο δεύτερο επίπεδο. Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι η ακρίβεια των αποτελεσμάτων δεν είναι η εικονιζόμενη, η οποία προήλθε από το αρχείο του νέφους των σημείων του επίγειου σαρωτή, αλλά η πραγματική είναι στα τρία δεκαδικά ψηφία των αποτελεσμάτων.

Τα αρχεία εξόδου είναι δύο αρχεία PCD ή OBJ ή PLY που είναι αποθηκευμένα τα επίπεδα μετά τη λειτουργία του αλγορίθμου Ransac και δύο ακόμη αρχεία στις διαθέσιμες μορφές αρχείων που προαναφέρθηκαν, και αφορούν στα σημεία της ακμής από το πρώτο και το δεύτερο επίπεδο.

```

C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 13738 data points.
PointCloud representing the planar component: 46926 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.223678, b1=0.974663, c1=-0.000172545, d1=-122.911
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.975064, b2=-0.221883, c2=0.00421217, d2=-45.6719

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 71.7868 m
      Y= 109.632 m
      Z= 0.170233 m
Direction: Nx= 0.00406716
           Ny= -0.00111041
           Nz= -0.999989

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 69
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 235

```

Εικόνα 3.7: Απεικόνιση αποτελεσμάτων ανίχνευσης ακμής σε 2 επίπεδα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, αν το πρόγραμμα ανιχνεύσει ξανά την ακμή για τα ίδια δεδομένα, τα αποτελέσματα θα είναι διαφορετικά για κάθε επόμενη φορά από την προηγούμενη. Αυτό οφείλεται, στην τυχαιότητα της επιλογής των σημείων του πρώτου βήματος της εκτέλεσης του αλγορίθμου Ransac. Παρ' όλα αυτά, οι διαφορές δεν είναι σημαντικές και δεν επηρεάζουν το τελικό αποτέλεσμα, κάτι το οποίο μπορεί να διαπιστωθεί στην επόμενη εικόνα, η οποία απεικονίζει τα αποτελέσματα της επανεκτέλεσης του προγράμματος για τα ίδια δεδομένα και στον συγκεντρωτικό πίνακα των δύο εκτελέσεων του αλγορίθμου.

```

C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 13631 data points.
PointCloud representing the planar component: 46854 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.222278, b1=0.974983, c1=0.000303342, d1=-122.85
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.975256, b2=-0.221028, c2=0.00466836, d2=-45.7801

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 71.7878 m
      Y= 109.636 m
      Z= 0.250232 m
Direction: Nx= 0.00461862
           Ny= -0.000741838
           Nz= -0.999988

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 69
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 235

```

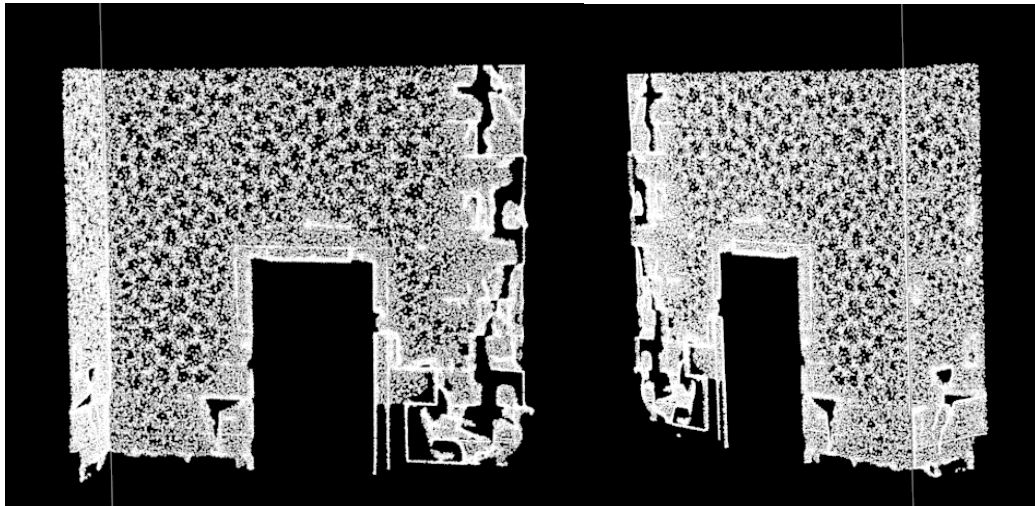
Εικόνα 3.8: Επανεκτέλεση του προγράμματος για την ανίχνευση της ακμής για τα ίδια δεδομένα.

1η Εκτέλεση Αλγορίθμου	1ο Επίπεδο				2ο Επίπεδο				Ακμή		
	inliers= 13738				inliers=46926						
	a	b	c	d	a	b	c	d	X (m)	Y (m)	Z (m)
	0,224	0,975	-0,0001	-122,911	0,975	-0,222	0,004	-45,672	71,787	109,632	0,17
Αριθμός Σημείων Ακμής:			69	Αριθμός Σημείων Ακμής:			235	a1	a2	a3	
								0,004	-0,001	-0,999	

2η Εκτέλεση Αλγορίθμου	1ο Επίπεδο				2ο Επίπεδο				Ακμή		
	inliers= 13631				inliers=46854						
	a	b	c	d	a	b	c	d	X (m)	Y (m)	Z (m)
	0,222	0,975	0,0003	-122,85	0,975	-0,221	0,005	-45,78	71,788	109,636	0,25
Αριθμός Σημείων Ακμής:			69	Αριθμός Σημείων Ακμής:			235	a1	a2	a3	
								0,004	-0,001	-0,999	

Πίνακας 3.1: Πίνακας αποτελεσμάτων 2 εκτελέσεων του αλγορίθμου Ransac για τα ίδια δεδομένα.

Τα αποτελέσματα οπτικοποιούνται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 3.9: Απεικόνιση επιπέδων και ακμής σε δύο οπτικές γωνίες.

Ένας ακόμη έλεγχος που κρίθηκε σημαντικός να γίνει, είναι να μειωθεί το αρχικό νέφος στο 50% και έπειτα στο 25% των σημείων. Αν σκεφτεί κανείς ότι τα νέφη των σημείων είναι συνήθως αρχεία πολύ μεγάλης χωρητικότητας που έχουν υψηλές απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους αλλά και σε χρόνο επεξεργασίας είναι αναγκαίο να γίνει κάτι τέτοιο και να ελεγχθεί κάθε φορά η ποιότητα των αποτελεσμάτων.

Η επόμενη εικόνα απεικονίζει τα αποτελέσματα της ανίχνευσης των επιπέδων και της ακμής με 50% μείωση του νέφους των σημείων. Παρατηρείται ότι ο αριθμός των σημείων από τα οποία υπολογίστηκε το μαθηματικό μοντέλο των επιπέδων αλλά και

ο αριθμός των σημείων της ακμής είναι περίπου ο μισός. Οι παράμετροι της εξίσωσης των επιπέδων και της ευθείας είναι παρόμοιες.

```
C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 6972 data points.
PointCloud representing the planar component: 24368 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.222062, b1=0.975032, c1=-0.00036846, d1=-122.836
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.975008, b2=-0.222135, c2=0.00381855, d2=-45.6377

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 71.7846 m
      Y= 109.633 m
      Z= 0.129045 m
Direction: N_x= 0.00364136
           N_y= -0.00120721
           N_z= -0.999993

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 35
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 122
```

Εικόνα 3.10: Αποτελέσματα ανίχνευσης επιπέδων και ακμής με 50% μείωση του νέφους των σημείων

Στη συνέχεια, μειώθηκε το νέφος στο 25% και τα αποτελέσματα απεικονίζονται στην εικόνα που ακολουθεί:

```
C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 3519 data points.
PointCloud representing the planar component: 12512 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.223154, b1=0.974783, c1=-0.00117582, d1=-122.881
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.974802, b2=-0.223021, c2=0.00466378, d2=-45.5323

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 71.7898 m
      Y= 109.626 m
      Z= 0.0677996 m
Direction: N_x= 0.00428394
           N_y= -0.00218693
           N_z= -0.999988

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 18
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 63
```

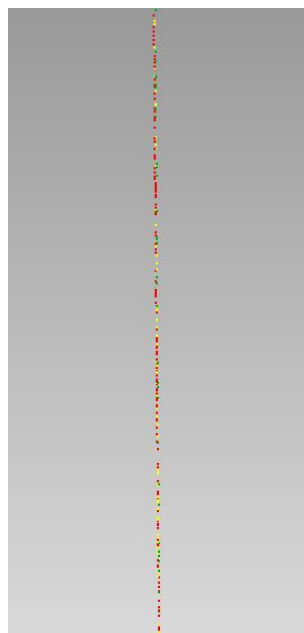
Εικόνα 3.11: Αποτελέσματα ανίχνευσης επιπέδων και ακμής με 25% μείωση του νέφους των σημείων

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές και γι' αυτό δεν αναμένεται κάποια σημαντική απόκλιση μεταξύ των τριών ακμών, δηλαδή αυτής που υπολογίστηκε με το 100%, το 50% και το 25% των σημείων του νέφους. Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων με τον αριθμό των inliers δεδομένων των επιπέδων, των παράλληλων διανυσμάτων στις ευθείες, και τον αριθμό των σημείων των ακμών μετά από τις τρεις μειώσεις του νέφους των σημείων.

Εκτέλεση του Αλγορίθμου με το 100% των σημείων του νέφους.	1ο Επίπεδο	2ο Επίπεδο	
	inliers= 13738	inliers= 46926	
	Παράλληλο διάλυσμα στην ακμή		
	0,004	-0,001	-0,999
	Αριθμός Σημείων Ακμής:	Αριθμός Σημείων Ακμής:	
69	235		
Εκτέλεση του Αλγορίθμου με το 50% των σημείων του νέφους.	1ο Επίπεδο	2ο Επίπεδο	
	inliers= 6972	inliers= 24368	
	Παράλληλο διάλυσμα στην ακμή		
	0,004	-0,001	-0,999
	Αριθμός Σημείων Ακμής:	Αριθμός Σημείων Ακμής:	
35	122		
Εκτέλεση του Αλγορίθμου με το 25% των σημείων του νέφους.	1ο Επίπεδο	2ο Επίπεδο	
	inliers= 3519	inliers= 12512	
	Παράλληλο διάλυσμα στην ακμή		
	0,004	-0,002	-0,999
	Αριθμός Σημείων Ακμής:	Αριθμός Σημείων Ακμής:	
18	63		

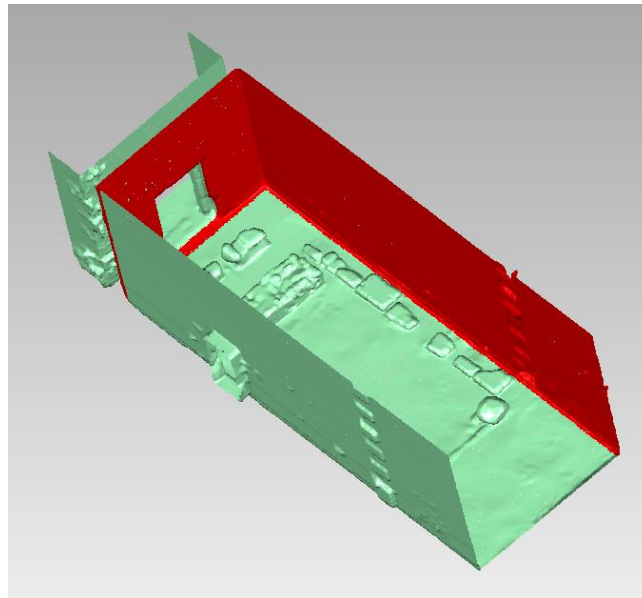
Πίνακας 3.2: Πίνακας αποτελεσμάτων εκτελέσεων του αλγορίθμου Ransac με το 100%, το 50% και το 25% του νέφους των σημείων.

Η διαπίστωση αυτή, οπτικοποιείται στην επόμενη εικόνα, στη οποία απεικονίζονται με κόκκινο χρώμα τα σημεία της ακμής που έχουν υπολογιστεί με το 100% των σημείων του νέφους, με κίτρινο χρώμα τα σημεία της ακμής που έχουν υπολογιστεί με το 50% του νέφους και με πράσινο χρώμα τα σημεία της ακμής που έχουν υπολογιστεί με το 25% του νέφους.



Εικόνα 3.12: Απεικόνιση των σημείων των τριών ακμών.

Στη δεύτερη δοκιμή που πραγματοποιήθηκε, το ένα εκ των δύο επιπέδων είναι μεγαλύτερο σε επιφάνεια σε σχέση με αυτό της πρώτης δοκιμής. Το νέφος αποτελείται από 327.351 σημεία και η τιμή της προκαθορισμένης τιμής (threshold) για την εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac είναι 1.2 εκατοστόμετρα. Στην εικόνα που ακολουθεί, απεικονίζονται τα επίπεδα στα οποία πρόκειται να γίνει ανίχνευση της ακμής:



Εικόνα 3.13: Απεικόνιση επιπέδων με κόκκινο χρώμα για την εφαρμογή της διαδικασίας ανίχνευσης ακμών.

Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας, παρατηρήθηκε μία απόκλιση της ακμής από τα επίπεδα. Συγκεκριμένα, η απόκλιση παρουσιάστηκε από το μέσον της ακμής με την μεγαλύτερη της τιμή να είναι στο άνω άκρο της. Η μεγαλύτερη τιμή της απόκλισης ήταν 4 εκατοστόμετρα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις παρακάτω εικόνες:

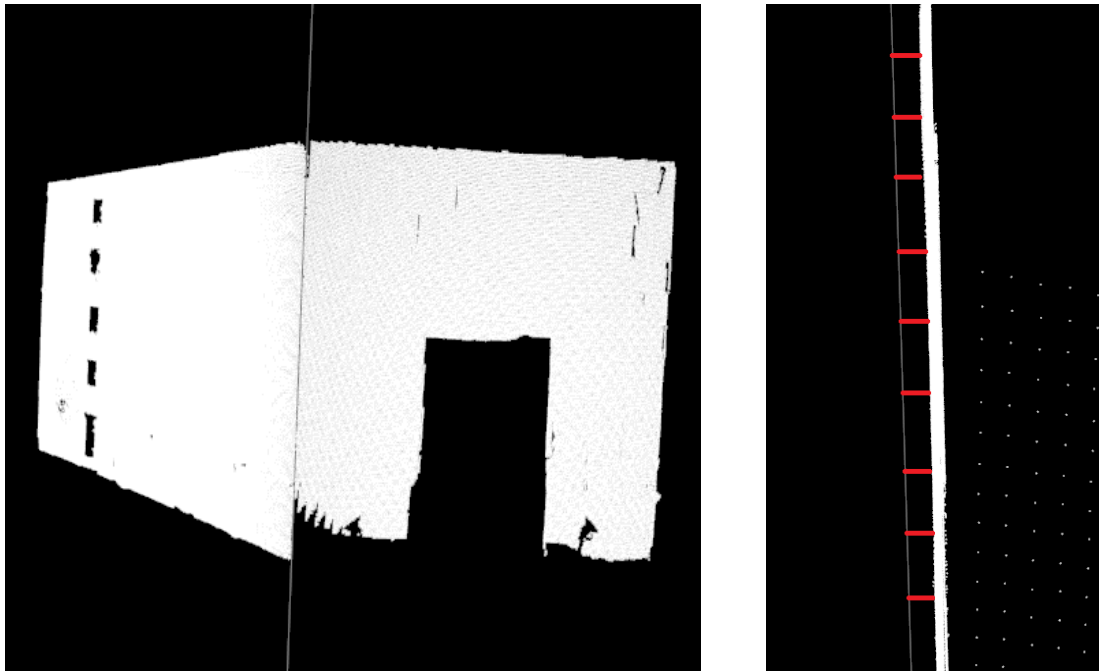
```
C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 261508 data points.
PointCloud representing the planar component: 40096 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are:  $a1=-0.226537$ ,  $b1=-0.973863$ ,  $c1=0.016511$ ,  $d1=122.967$ 
The model coefficients_2 for the second plane are:  $a2=0.973894$ ,  $b2=-0.226975$ ,  $c2=0.00372626$ ,  $d2=-45.7992$ 

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(Nx,Ny,Nz)$ :
Point: X= 72.5226 m
      Y= 109.366 m
      Z= -1.85979 m
Direction: Nx= 0.000118715
           Ny= 0.0169241
           Nz= 0.999857

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 1308
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 201
```

Εικόνα 3.11: Απεικόνιση αποτελεσμάτων ανίχνευσης ακμής σε 2 επίπεδα.



Εικόνα 3.14: Απεικόνιση επιπέδων και ακμής στο αριστερό τμήμα της εικόνας. – Απεικόνιση απόκλισης ακμής στο δεξιό τμήμα της εικόνας.

Η τιμή της απόκλισης της ακμής ήταν ανησυχητική για την ορθότητα της διαδικασίας ανίχνευσης των ακμών. Για το λόγο αυτό, διερευνήθηκε λεπτομερώς το θεωρητικό υπόβαθρο της διαδικασίας για τυχόν αίτια που μπορεί να συμβαίνει αυτό. Διαπιστώθηκε ότι η διαδικασία που ακολουθήθηκε ήταν σωστή και κατάλληλη για τον εντοπισμό αρχικά των επιπέδων και έπειτα των ακμών.

Η αιτία που δημιούργησε αυτήν την απόκλιση ήταν το γεγονός ότι οι επιφάνειες αυτές είναι επιφάνειες στον πραγματικό κόσμο που απλώς προσεγγίζουν το μαθηματικό μοντέλο των επιπέδων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ο αλγόριθμος Ransac να υπολογίζει το βέλτιστο επίπεδο, χρησιμοποιώντας inliers δεδομένα τα οποία κατά μήκος της επιφάνειας δεν προσεγγίζουν με τον ίδιο τρόπο το επίπεδο αλλά συνυπολογίζονται για την εύρεση του βέλτιστου επιπέδου. Με συνέπεια, το βέλτιστο επίπεδο να αποκλίνει από το νέφος των σημείων και αυτό να γίνεται εμφανές μόνο στην τομή των δύο επιπέδων μέσω της απόκλισης της από τα inliers σημεία των επιπέδων. Η περίπτωση αυτή είναι συνηθέστερη στα μεγαλύτερα σε επιφάνεια επίπεδα.

Το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε, δίνοντας στο πρόγραμμα ένα μικρότερο νέφος σημείων από περιορισμένο τμήμα της επιφάνειας και κατά επέκταση μειωμένο και σε αριθμό σημείων. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν τα σημεία του νέφους τα οποία βρίσκονται κοντά στην ζητούμενη ακμή και αυτό για να περιγραφεί πιστότερα η

επιφάνεια που βρίσκεται κοντά στην ακμή μέσω της εξίσωσης του επιπέδου. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα:

```
C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 7489 data points.
PointCloud representing the planar component: 7764 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

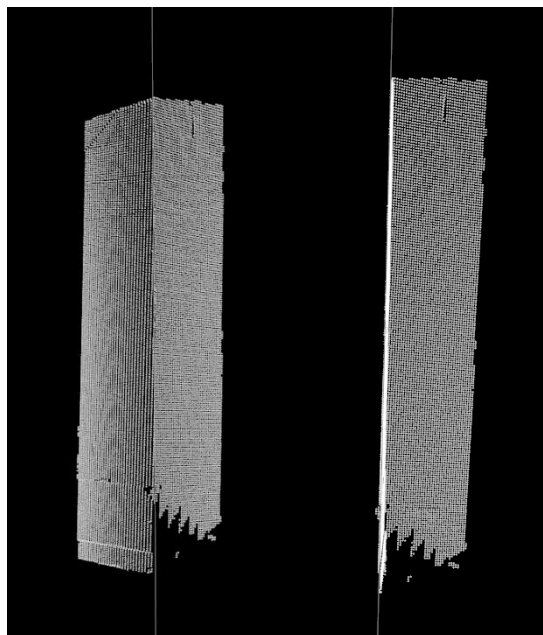
The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.221619, b1=0.975062, c1=-0.0117776, d1=-122.743
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.973606, b2=-0.228228, c2=0.00197745, d2=-45.6353

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 72.5164 m
      Y= 109.384 m
      Z= -1.35744 m
Direction: Nx= -0.000759838
          Ny= -0.011905
          Nz= -0.999906

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 38
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 39
```

Εικόνα 3.15: Απεικόνιση αποτελεσμάτων ανίχνευσης ακμής του νέφους των σημείων

Τα επίπεδα και η ζητούμενη ακμή οπτικοποιούνται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 3.16: Απεικόνιση επιπέδων και ακμής σε δύο οπτικές

Για να διαπιστωθεί ότι αυτή η ακμή είναι η βέλτιστη που είναι δυνατόν να υπολογιστεί, περιορίστηκε ακόμη περισσότερο το νέφος των σημείων. Μετά από αυτήν την διαδικασία, δεν παρατηρήθηκε κάποια μεταβολή στην ακμή, κάτι το οποίο αποδεικνύεται και από την σύγκριση των αποτελεσμάτων στον συγκεντρωτικό πίνακα αλλά και στην οπτικοποίηση των σημείων των δύο ακμών που ακολουθούν.

```

C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 2951 data points.
PointCloud representing the planar component: 7764 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is ax+by+cz=d and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.219819, b1=0.975486, c1=-0.0103721, d1=-122.664
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.973609, b2=-0.228216, c2=0.00197738, d2=-45.6368

The line of intersection is represented as a point on the line p=(X,Y,Z) and a direction vector n=(Nx,Ny,Nz):
Point: X= 72.5181 m
      Y= 109.393 m
      Z= -1.18412 m
Direction: Nx= -0.00043817
          Ny= -0.010533
          Nz= -0.999907

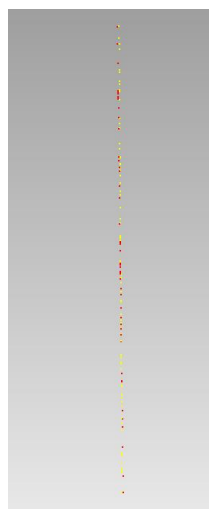
The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 15
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 39

```

Εικόνα 3.17: Απεικόνιση επιπέδων και ακμής μετά τον δεύτερο περιορισμό της επιφάνειας του νέφους των σημείων

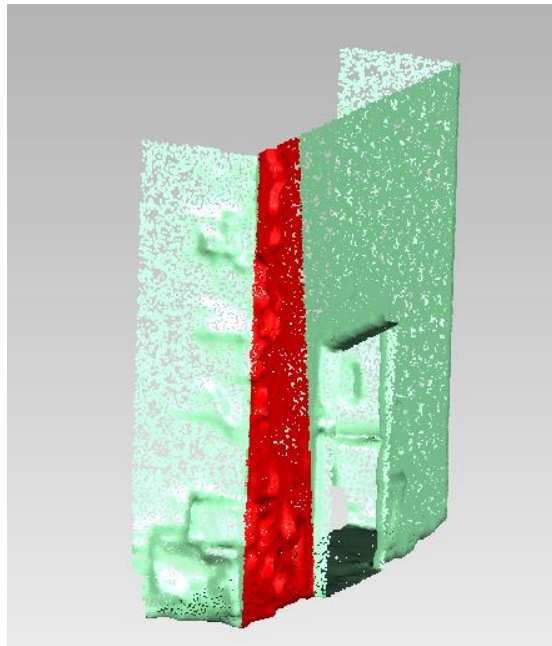
1ος Περιορισμός στην επιφάνεια των επιπέδων κοντά στην ακμή	1ο Επίπεδο	2ο Επίπεδο	
	inliers= 7489	inliers= 7764	
	Παράλληλο διάνυσμα στην ακμή		
	-0,001	-0,012	-0,999
	Αριθμός Σημείων Ακμής:	Αριθμός Σημείων Ακμής:	
	38	39	
2ος Περιορισμός στην επιφάνεια των επιπέδων κοντά στην ακμή	1ο Επίπεδο	2ο Επίπεδο	
	inliers= 2951	inliers= 3557	
	Παράλληλο διάνυσμα στην ακμή		
	-0,001	-0,01	-0,999
	Αριθμός Σημείων Ακμής:	Αριθμός Σημείων Ακμής:	
	15	19	

Πίνακας 3.3: Πίνακας αποτελεσμάτων 2 περιορισμών σε επιφάνεια των επιπέδων κοντά στην ακμή.



Εικόνα 3.18: Απεικόνιση των σημείων των δύο ακμών.

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να σημειωθεί η σπουδαιότητα της προκαθορισμένης τιμής (threshold) στην αρχικοποίηση του αλγορίθμου Ransac για την ανίχνευση των επιπέδων. Με την τιμή αυτή, καθορίζεται ποια σημεία του νέφους είναι inliers, δηλαδή ο αλγόριθμος θα συμπεριλάβει στη λύση του για τον υπολογισμό του βέλτιστου επιπέδου, και ποια δεν είναι inliers. Το κριτήριο λοιπόν εδώ, δεν θα πρέπει να είναι μόνο η όσο καλύτερη αποτύπωση της επιφάνειας από τον αλγόριθμο αλλά και ποια σημεία της επιφάνειας θα πρέπει ο αλγόριθμός να συμπεριλάβει ως σημεία inliers. Για το λόγο ότι, υπάρχουν περιπτώσεις επιφανειών όπως είναι αυτή που απεικονίζεται στην επόμενη εικόνα, όπου η ίδια η επιφάνεια περιέχει κάποιες προεξοχές που θα πρέπει να θεωρηθούν ακραίες τιμές και να μην τις συμπεριλάβει ο αλγόριθμος στην λύση του. Αυτό είναι σημαντικότερο, στην περίπτωση που περιοριστεί η επιφάνεια κοντά στην ακμή, όπως συνέβη στην δοκιμή αυτή για τους λόγους που έχουν προαναφερθεί, τότε οι ακραίες αυτές τιμές θα έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα στον υπολογισμό του βέλτιστου επιπέδου και κατ' επέκταση στον υπολογισμό της ζητούμενης ακμής. Επομένως, θα πρέπει να δίνεται μεγαλύτερη προσοχή στις επιφάνειες και στις ιδιαιτερότητές τους.



Εικόνα 3.19: Απεικόνιση με κόκκινο χρώμα επιφάνειας που περιέχει ακραίες τιμές

Στην συνέχεια, μειώθηκε το νέφος από το οποίο βρέθηκε η ακμή χωρίς την απόκλιση στο 50% και στο 25% των σημείων για να ελεγχθεί και σε αυτήν την περίπτωση αν επηρεάζεται ο υπολογισμός της ακμής. Επιβεβαιώθηκε αυτό που αποδείχτηκε ότι ισχύει στην πρώτη δοκιμή ότι η ανίχνευση της ακμής δεν επηρεάζεται από τη μείωση του νέφους των σημείων, όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε και στις παρακάτω εικόνες.

```

C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 3744 data points.
PointCloud representing the planar component: 3882 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.221196, b1=0.97516, c1=-0.0116778, d1=-122.723
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.973568, b2=-0.228388, c2=0.00198623, d2=-45.615

The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 72.5164 m
      Y= 109.384 m
      Z= -1.34474 m
Direction: N_x= -0.000730174
           N_y= -0.0118085
           N_z= -0.999903

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 19
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 20

```

Εικόνα 3.20: Αποτελέσματα ανίχνευσης των επιπέδων και της ακμής με 50% μείωση του νέφους των σημείων.

```

C:\plane_intersection\build\Debug>plane_intersection.exe
PointCloud representing the planar component: 1872 data points.
PointCloud representing the planar component: 1943 data points.
The 'Distance threshold' is: 0.04 feet

The equation of a plane is  $ax+by+cz=d$  and plane's coefficients are a,b,c and d. Therefore:
The model coefficients_1 for the first plane are: a1=0.221191, b1=0.97516, c1=-0.0117079, d1=-122.722
The model coefficients_2 for the second plane are: a2=0.973569, b2=-0.228382, c2=0.00207754, d2=-45.6159

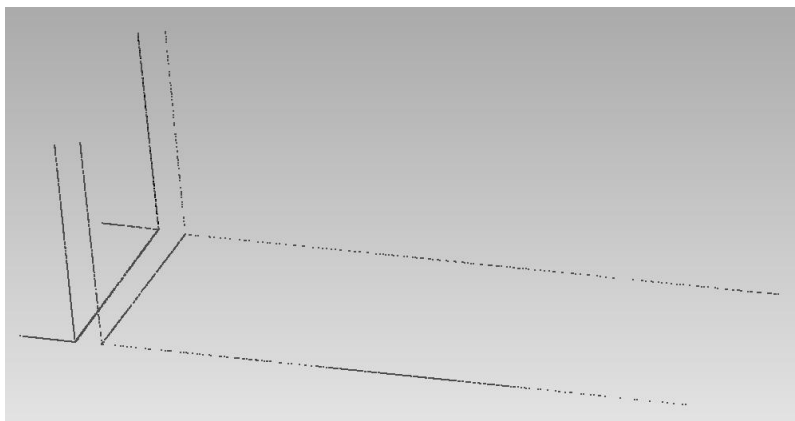
The line of intersection is represented as a point on the line  $p=(X,Y,Z)$  and a direction vector  $n=(N_x,N_y,N_z)$ :
Point: X= 72.5166 m
      Y= 109.384 m
      Z= -1.34419 m
Direction: N_x= -0.000647938
           N_y= -0.011858
           N_z= -0.999902

The number of points of the first plane which are located on the intersection line, is: 10
The number of points of the second plane which are located on the intersection line, is: 10

```

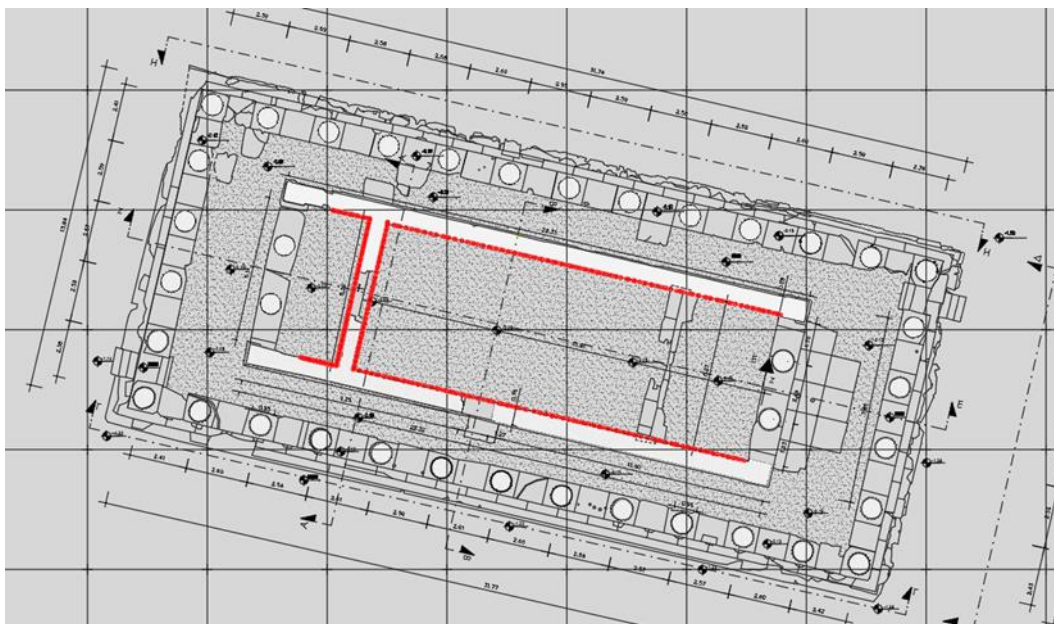
Εικόνα 3.21: Αποτελέσματα ανίχνευσης των επιπέδων και της ακμής με 25% μείωση του νέφους των σημείων.

Τέλος, ανιχνεύθηκαν όλες οι ακμές του νέφους των σημείων που επιλέχθηκε αρχικά να γίνουν οι δοκιμές.



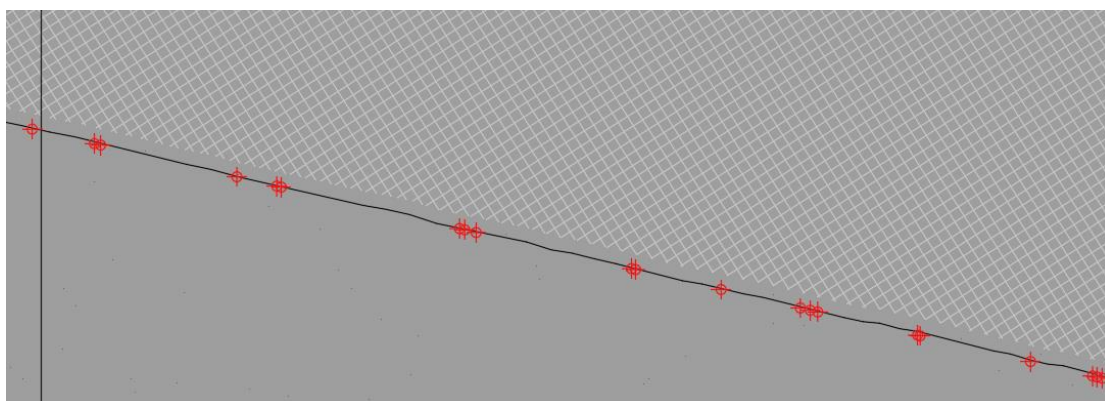
Εικόνα 3.22: Απεικόνιση των σημείων όλων των ακμών του νέφους των σημείων μέρους του σηκού του Ναού του Ηφαίστου.

Για να διαπιστωθεί η μετρητική ορθότητα της διαδικασίας αλλά και του προγράμματος, πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι των οριζόντιων ακμών με το σχέδιο οριζόντιας τομής στο 1.50 μέτρα από το δάπεδο του σηκού.



Εικόνα 3.23: Απεικόνιση οριζόντιων ακμών που ελέγχθηκαν στο σχέδιο της οριζόντιας τομής.

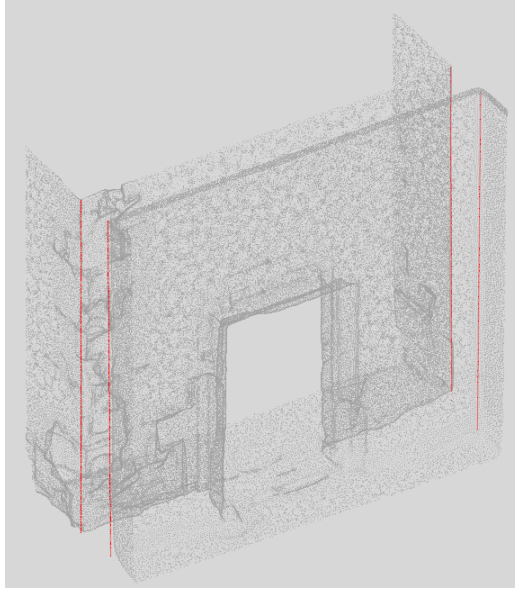
Για να γίνει πιο ορθή σύγκριση, δόθηκε νέφος κατακόρυφων πλευρών στο 1.30 - 1.60 μέτρα από το δάπεδο του σηκού και νέφος δαπέδου -περίπου 50 εκατοστόμετρα σε πλάτος και μήκος όσο το μήκος των κατακόρυφων πλευρών του σηκού. Οι διαφορές των σημείων της ακμής από αυτά της οριζόντιας τομής είναι κατά μέσο όρο 5 χιλιοστόμετρα.



Εικόνα 3.24: Απεικόνιση διαφοράς σημείων ενός τμήματος μιας οριζόντιας ακμής από την οριζόντια τομή.

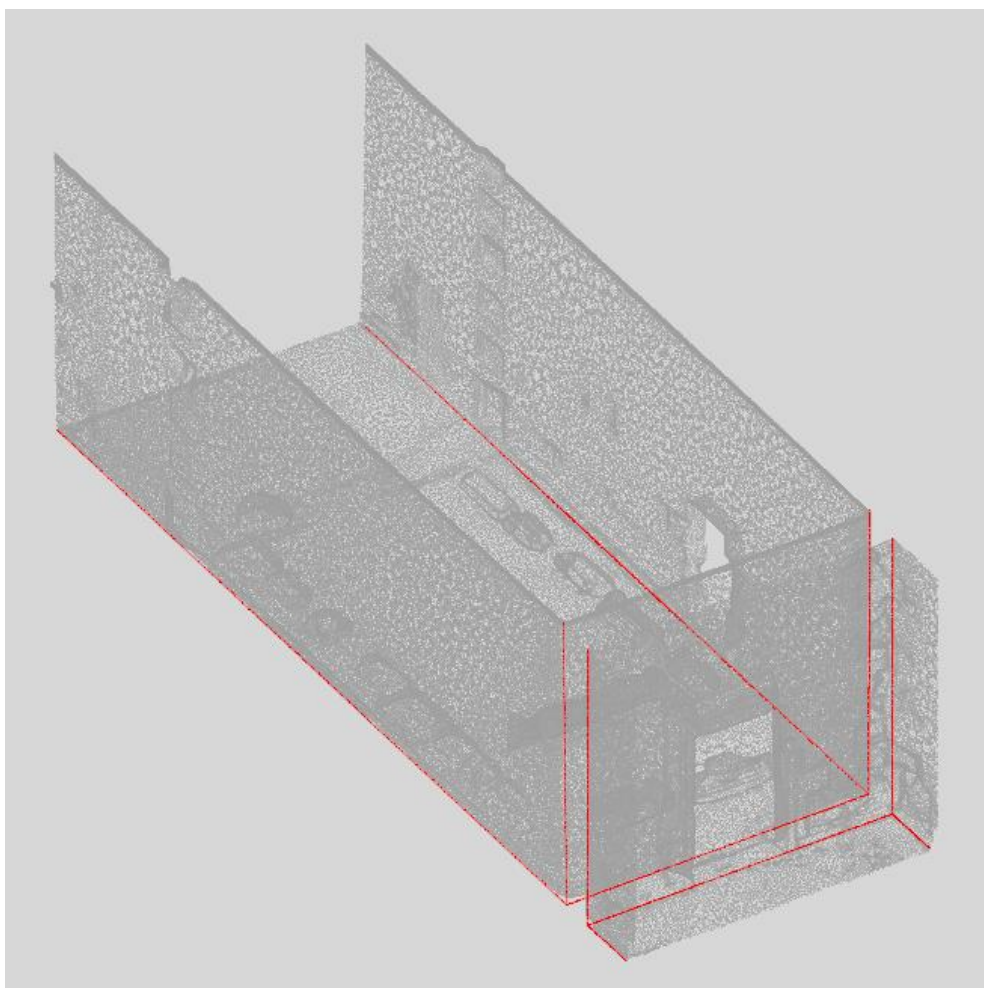
Τα αποτελέσματα των οριζόντιων ακμών είναι πολύ ικανοποιητικά, αν ληφθεί υπόψη η αβεβαιότητα της μέτρησης του σαρωτή που είναι +/- 5 – 6 χιλιοστά και το γεγονός ότι τα σημεία των ακμών ανιχνεύθηκαν με οριζόντιο επίπεδο το δάπεδο του σπηλιού και όχι το επίπεδο της οριζόντιας τομής.

Όσον αφορά στις κατακόρυφες ακμές, ο έλεγχός τους πραγματοποιήθηκε με το νέφος των σημείων και τη βοήθεια του 3D viewer του προγράμματος. Αφού περιστράφηκε σε διάφορες οπτικές γωνίες, διαπιστώθηκε η ορθότητα των ακμών, όπως φαίνεται και στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 3.25: Απεικόνιση κατακόρυφων ακμών που ελέγχθηκαν με το νέφος των σημείων.

Τέλος, εισήχθησαν όλες οι ακμές στο αρχείο του νέφους των σημείων, με το αποτέλεσμα να είναι πολύ ενθαρρυντικό για την ποιότητα των αποτελεσμάτων των ακμών.



Εικόνα 3.26: Απεικόνιση του αρχικού νέφους των σημείων και των ακμών.

Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας ανίχνευσης των ακμών, οι πληροφορίες και τα αρχεία εξόδου που διατίθενται είναι:

- 1) Τα αρχεία των σημείων από τα οποία υπολογίστηκε το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο των επιπέδων, δηλαδή των inliers δεδομένων. Οι διαθέσιμες μορφές αρχείων είναι σε PCD, PLY και OBJ.
- 2) Τις τιμές των τεσσάρων παραμέτρων των εξισώσεων των επιπέδων, δηλαδή των a , b , c και d .
- 3) Τα στοιχεία που ορίζουν μία ευθεία στον χώρο, δηλαδή το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα και ένα σημείο της, το οποίο απέχει από την αρχή των αξόνων την μικρότερη απόσταση.
- 4) Τα αρχεία των σημείων των ακμών και από τα δύο επίπεδα. Οι διαθέσιμες μορφές αρχείων είναι σε PCD, PLY και OBJ.

4. Συμπερασματικά Σχόλια

Τα συμπεράσματα, μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας, επικεντρώνονται κυρίως στην ακρίβεια με την οποία ανιχνεύονται οι ακμές και κατά πόσο μπορεί ο χρήστης να την επηρεάσει, και σε κάποια συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανίχνευση των ακμών. Ακόμη, προτείνονται και κάποιες μελλοντικές βελτιώσεις που αφορούν την προσθήκη επιπλέον λειτουργικότητας στο πρόγραμμα.

Το πρώτο στοιχείο που καθορίζει την ποιότητα των ακμών και το οποίο είναι αμετάβλητο είναι η ακρίβεια με την οποία έχει μετρηθεί το νέφος των σημείων. Αυτό εξαρτάται από τον εξοπλισμό που χρησιμοποιείται για τις μετρήσεις αλλά και από το βήμα σάρωσης.

Το δεύτερο στοιχείο που επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ακρίβεια με την οποία ανιχνεύονται οι ακμές είναι ο αλγόριθμος Ransac. Στο στοιχείο αυτό, μπορεί να επέμβει ο χρήστης έτσι ώστε να βελτιώσει τα αποτελέσματά του. Οι ενέργειες που πρέπει να γίνουν είναι, αρχικά, να ερμηνευτούν σωστά οι επιφάνειες και οι ιδιαιτερότητές τους. Στη συνέχεια, μέσω της προκαθορισμένης τιμής (threshold) να αποτυπωθεί η σωστή αυτή ερμηνεία των ιδιαιτεροτήτων των επιφανειών στα αποτελέσματα, δηλαδή να εντοπιστούν σωστά τα inliers σημεία από τα οποία θα υπολογιστεί το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο των επιπέδων. Έπειτα, στις περιπτώσεις που παρατηρηθεί απόκλιση από τον 3D viewer του προγράμματος, να πραγματοποιούνται δοκιμές περιορίζοντας κάθε φορά τις επιφάνειες κοντά στην ακμή και να ελεγχθεί πόσο διαφοροποιούνται τα αποτελέσματα, δηλαδή πόσο μεταβάλλεται κάθε φορά το παράλληλο στην ακμή διάνυσμα. Τέλος, η διαδικασία αυτή να ολοκληρώνεται, όταν οι διαφορές του παράλληλου διανύσματος της ακμής είναι μη σημαντικές και έτσι με αυτόν τον τρόπο να ανιχνεύεται η βέλτιστη ακμή.

Το τελικό συμπέρασμα ως προς αυτό το στοιχείο είναι ότι, δίνοντας ιδιαίτερη προσοχή στα σημεία που προαναφέρθηκαν, τα αποτελέσματα της ανίχνευσης των ακμών είναι πολύ ικανοποιητικά, αν ληφθεί υπόψη η αβεβαιότητα μέτρησης του σαρωτή και ο θόρυβος που μπορεί να προκύψει κατά τη διάρκεια των μετρήσεων.

Το τρίτο στοιχείο που ελέγχθηκε αλλά αποδείχτηκε ότι δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα των ακμών ήταν η μείωση του νέφους των σημείων. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, αυτό δεν αποτελεί κανόνα και αφορά στο συγκεκριμένο νέφος σημείων. Βέβαια, το γεγονός ότι η ενέργεια αυτή δεν αποτέλεσε εμπόδιο για την ποιότητα του αποτελέσματος, θα πρέπει να θεωρηθεί ως ένα θετικό στοιχείο της διαδικασίας.

Κάποια ακόμη συμπεράσματα που προέκυψαν από την διαδικασία ανίχνευσης των ακμών ήταν η σπουδαιότητα της μετατροπής των αρχείων σε point cloud data (.pcd). Με την μετατροπή αυτή, είναι γνωστή η οργανωμένη ή η μη οργανωμένη δομή του νέφους των σημείων, στοιχείο που είναι πολύ σημαντικό για την επιλογή της μεθόδου εφαρμογής, αφού κάποιιοι αλγόριθμοι έχουν ως βασική προϋπόθεση την οργανωμένη δομή του νέφους των σημείων για την εκτέλεση τους.

Επίσης, ένα στοιχείο που προέκυψε στην δεύτερη δοκιμή της διαδικασίας, ήταν η απόκλιση των 4 εκατοστόμετρων της ακμής από το νέφος σημείων. Η αιτία που δημιούργησε αυτήν την απόκλιση, μπορεί να οφείλεται σε ενδεχόμενη παραμόρφωση των δομικών στοιχείων του μνημείου και συγκεκριμένα του τοίχου του κυρίως ναού του σηκού. Η διαφορά αυτή είναι δυνατόν να ανιχνευθεί μόνο μέσω της απόκλισης της ακμής από το νέφος των σημείων. Βέβαια, πρόκειται για μία μη σημαντική απόκλιση, γνωρίζοντας ότι το ύψος του τοίχου του ναού είναι περίπου 9 μέτρα, η απόκλιση επί τις εκατό είναι 0,44%. Παρ' όλα αυτά, είναι ένα στοιχείο το οποίο εξήχθη από την διαδικασία, για αυτό και αναφέρεται. Θα άξιζε τον κόπο να διερευνηθεί περαιτέρω η ανίχνευση παραμορφώσεων των δομικών στοιχείων μέσω της ανίχνευσης των επιπέδων και των ακμών τομής τους.

Όσον αφορά στις μελλοντικές επεκτάσεις, προτείνεται η εισαγωγή του μαθηματικού μοντέλου του κυλίνδρου ή άλλων μαθηματικών επιφανειών στον αλγόριθμο Ransac, έτσι ώστε να είναι ανιχνεύσιμες οι ακμές που είναι τομές επιπέδων με αυτές. Ένα τέτοιο παράδειγμα θα μπορούσε να εφαρμοστεί στην στέγη του σηκού του ναού του Ηφαίστου, η οποία είναι κυλινδρική και έτσι με αυτό τον τρόπο να ανιχνευθεί η γραμμή της στέγης.

Μία ακόμη βελτίωση που προτείνεται είναι η δημιουργία προγραμματιστικά επιπέδων, τα οποία θα είναι κάθετα σε ένα συγκεκριμένο ύψος με κάποια επίπεδα του νέφους, με αποτέλεσμα να ανιχνεύονται οι γραμμές των οριζόντιων και των κατακόρυφων τομών.

Επίσης, προτείνεται η δημιουργία αρχείων για την αυτόματη φόρτωση των ακμών ως γραμμές σε σχεδιαστικά πακέτα. Τέτοια αρχεία μπορεί να είναι lisp αρχεία, στα οποία θα εισάγεται η εξίσωση της ακμής και το αποτέλεσμα θα είναι το διάνυσμα της γραμμής.

Τέλος, η διερεύνηση της μετατροπής ενός μη οργανωμένου νέφους σημείων σε ένα οργανωμένο και κάτω υπό ποιες προϋποθέσεις μπορεί αυτό να γίνει, αποτελεί μία ενδιαφέρουσα πρόκληση για το μέλλον.

Παραρτήματα

A. Βιβλιογραφία

Βιβλία

Χρυσάκης Θ. (1992), *Γραμμική Άλγεβρα και Αναλυτική Γεωμετρία*, Αθήνα: Έκδοση ιδίου.

Lemay L., Cadenhead R. (2003), *Πλήρες Εγχειρίδιο της Java 2*, (Σαμαράς Γ., Μετάφραση), Αθήνα: Εκδότης: Γκιούρδας Μ. (*Το πρωτότυπο έργο δημοσιεύτηκε το 1999*).

Thomas G., Finley R., Weir M., Giordano F. (2011), *Απειροστικός Λογισμός, Τόμος II, (10^η εκδ.)*, (Αντωνογιαννάκης Μ., Μετάφραση), Ηράκλειο Κρήτης: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. (*Το πρωτότυπο έργο δημοσιεύτηκε το 1951*).

Διαδίκτυο

Μαργαρίτης Κ., Τσιομπίκας Γ. (2004), *Εισαγωγή στη C++*, (http://www.ebooks4greeks.gr/2011.Download_free-ebooks/Pliroforikis/glossa_programmatismoy_C++_eBooks4Greeks.gr.pdf, τελευταία επίσκεψη: 1/12/2016).

Φελλούρης Α. (2011), *Σημειώσεις: Διανυσματικού Λογισμού*, Αθήνα: Εκδόσεις ΕΜΠ, (<http://www.math.ntua.gr/~afellou/Simioseis/kefalaio4dianlogismos.pdf>, τελευταία επίσκεψη: 18/1/2017)

Bazazian D., Casas J., Ruiz-Hidalgo R. (2015), *Fast and Robust Edge Extraction in Unorganized Point Clouds*, In Digital Image Computing: Techniques and Applications (DICTA), Int. Conference IEEE, (<https://imatge.upc.edu/web/sites/default/files/pub/cBazazian15.pdf>, last visit: 10/11/2016).

Fischler A., Bolles C. (1981), *Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography.*, Communications of the ACM, 24(6):381–395, (<http://www.cs.columbia.edu/~belhumeur/courses/compPhoto/ransac.pdf>, last visit: 27/12/2016).

Hackel T., Wegnerand J., Schindler K. (2016), *Contour detection in unstructured 3D point cloud*, CVPR, (<https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special->

interest/baug/igp/photogrammetry-remote-sensing-dam/documents/pdf/timo-ian-cvpr2016.pdf, last visit: 3/12/2016).

Krumm J. (2000), *Intersection of Two Planes*, Redmond WA USA, (http://research.microsoft.com/en-us/um/people/jckrumm/intersection%20of%20planes/intersection_of_two_planes.htm), last visit: 8/10/2016).

Point Cloud Library, (<http://pointclouds.org/>), last visit: 18/2/2017).

Svoboda T., Chum O., Matas J. (2008), *Random Sample Consensus*, Czech Technical University in Prague, Center for Machine Perception, (http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/Y33ROV/Y33ROV_ZS20082009/Lectures/RANSAC/ransac.pdf), last visit: 27/12/2016)