

Réttmæti Talnalykils við upphaf grunnskóla

Guðmundur B. Arnkelsson, Guðmann Rúnar Lúðvíksson, Jóna Stefánsdóttir
Háskóli Íslands

Við könnuðum réttmæti tveggja prófþátta Talnalykils, Talna og Reiknings og aðgerða, gagnvart námshluta Íslenska þroskalistans í úrtaki 100 nemenda í 1. bekk grunnskóla að vori. Við notuðum sérstaka einstaklingsútgáfu af Reikningi og aðgerðum og auk foreldraútgáfunnar var gerð sérstök kennaraútgáfa af námshluta Íslenska þroskalistans. Innri samkvæmni var um og yfir 0,90 metin með Cronbachs alfa, nema fyrir Reikning og aðgerðir þar sem alfa var um 0,60. Fylgni Talna við Reikning og aðgerðir og bæði foreldra- og kennaraútgáfu námshluta Íslenska þroskalistans var um og yfir 0,60. Reikningur og aðgerðir höfðu hins vegar fylgni upp á aðeins um 0,50 við námshluta Íslenska þroskalistans. Kennaraútgáfa námshluta Íslenska þroskalistans hafði háa fylgni (0,75) við foreldrahluta sama kvarða. Þessar niðurstöður benda til að Tölur og Reikningur og aðgerðir séu réttmæt við mat á kunnáttu í 1. bekk grunnskóla og að kennaraútgáfa námshluta þroskalistans sé réttmæt fyrir sömu notkun. Reikningur og aðgerðir höfðu litla innri samkvæmni vegna of þungra verkefna. Mikilvægt er að fjölga verkefnum í Reikningi og aðgerðum, sérstaklega verkefnum sem hentar börnum á þessu kunnáttustigi.

Efnisorð: Kunnáttupróf, börn, stærðfræði, Talnalykill, Íslenski þroskalistinn

Stærðfræði er sú námsgrein sem einna mestum tíma er varið í við upphaf grunnskóla og kemur þar strax á eftir íslensku og list- og verkgreinum samkvæmt viðmiðunarstundaskrá 1.–4. bekkjar (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013). Færni í stærðfræði tekur til flestra sviða daglegs lífs hvort sem um er að ræða tölur, vensl talna, ýmsar mælingar svo sem lengd, magn eða rúmmál, stærðfræðiaðgerðir svo sem samlagningu, frádrátt eða deilingu eða túlkun myndrita. Stundum dylst stærðfræðin í ýmsum hversdagslegum en flóknum ákvörðunum, svo sem hvenær ég þarf fara úr húsi ef klukkan er 12 mínútur yfir tvö og strætó kemur á næstu biðstöð 25 mínútur yfir tvö. Mikilvægi stærðfræðikunnáttu er undirstrikað með því að stærðfræði er ein af áherslugreinum grunnskólans, önnur tveggja námsgreina á samræmdum könnunarprófum í 4. og 7. bekk og ein þriggja námsgreina í 10. bekk grunnskóla auk þess að vera mikilvæg

undirstaða framþróunar samfélaga og forsenda framþróunar í tækni og vísindum síðustu áratugi.

Þrátt fyrir þetta mikilvægi stærðfræðinnar virðist áherslan meiri á lestur við upphaf skólagöngu. Í fyrsta bekk grunnskóla er að jafnaði skimað fyrir mál- og lestrarerfiðleikum; fyrsta skimun vegna stærðfræði er hins vegar oft ekki fyrir en að hausti í þriðja bekk grunnskóla. Samkvæmt framtíðarsýn Reykjanesbæjar er lögð áhersla á að nemendur nái fljótt tókum á stærðfræði; engu að síður kemur formleg stærðfræðiskimun fyrst inn í 3. bekk (Reykjanesbær, 2014). Sömuleiðis skimar Reykjavíkurborg fyrir stærðfræði í 3. bekk grunnskóla (Ásgeir Björgvinsson, Guðrún Edda Bentsdóttir og Hildur B. Svavarsdóttir,

Rannsóknin er byggð á BS-verkefni sem meðhöfundar unnu undir leiðsögn fyrsta höfundar. Fyrirspurnum varðandi greinina má beina til Guðmundar Arnkelssonar, Sálfræðideild Háskóla Íslands, Sæmundargötu 2, 101 Reykjavík. Tölvupóstfang: guumuarn@hi.is

2015a) en hins vegar fyrir læsi strax í 2. bekk grunnskóla (Ásgeir Björgvinsson, Guðrún Eddav Bentsdóttir og Hildur B. Svavarsdóttir, 2015b).

Vegna mikilvægis hennar fyrir jafnt daglegt líf, frammistöðu nemenda og framþróun samfélaga er mikilvægt að leggja áherslu á stærðfræði allan grunnskólann. Það er því mikilvægt að huga að kunnáttu nemenda strax frá upphafi skólagöngu og grípa inn í ef færni þeirra þroskast ekki með eðlilegum hætti.

Kunnátta barna við upphaf grunnskóla

Þegar börn mæta í 1. bekk grunnskóla hafa þau þá þegar umtalsverða þekkingu á tölum, talnaleyri og aðra færni í stærðfræði jafnvel þótt þau hafi notið lítillar eða engrar kennslu. Þetta mætti nefna forkunnáttu því frekari kennsla byggir á þessari færni sem þó er ekki fullþroskuð. Slík forkunnátta við lok leikskóla gefur færi á forspá gagnvart færni í 1. bekk grunnskóla (Seethaler og Fuchs, 2010). Slök frammistaða í leikskóla tengist slakri stöðu þrjú til fimm næstu skólaár (Morgan, Farkas og Wu, 2009) og frammistaða að hausti í 1. bekk tengist stærðfræðikunnáttu að vori og í 3. bekk (Jordan, Glutting og Ramineni, 2010).

Kunnáttan barna við upphaf grunnskóla þróast frá einfaldri talningu og þekkingu á stafgildum yfir í víðtækari talnaskilning þar sem eftirfarandi atriði og þróun eru áberandi: Samanburður talna, fyrst með talningu en síðar með skilningi á afstöðum talna; úrlestur eins til tveggja stafa talna; færni í einfaldri samlagningu og frádrætti, fyrst á grundvelli einfaldra dæma eða frásagna en síðar við einföld formleg reikningsdæmi; í lokin umtalsverð leikni í endurröðun reikningsdæma, þ.e. skilningi á því mynstri sem stærðfræðin byggist á—t.d. er $6+3$ sama og $5+4$ eða $10-1$; talning þróast frá einfaldri utanaðlærðri runu talnaorða, yfir í einfalda talningu hluta, telja aftur á bak, sleppa úr t.d. nefna aðra hverja eða þriðju hverja tölu, leysa reikningsdæmi með talningu og temja sér að telja ætíð frá hærri tölunni í samlagningu (Jordan, Kaplan, Oláh og Locuniak, 2006).

Almennt þróast færni í stærðfræði frá hlutbundnum aðferðum til sértækra; í upphafi

eru verkefni leyst með einfaldri talningu hluta svo sem fingra eða kubba, þetta þróast yfir í misjafnlega þróaða talningu í huga sér og endar með þekkingu á ýmsum talnastaðreyndum, t.d. er $4+3=7$ og $7\times 6=42$. Þessum talnastaðreyndum er ýmist beitt einum sér eða samfara mynsturþekkingu; þannig má reikna 6×9 út frá þekkingu á $6\times 10-6\times 9=6\times 10-6=60-6=54$ (sjá Jordan, Kaplan, Oláh og Locuniak, 2006).

Kunnáttupróf í stærðfræði og réttmæti þeirra

Stöðluð kunnáttupróf einkennast af því að form þeirra og inntak eru fyrirfram ákvörðuð. Þau eru gjarnan staðalbundin (*norm-referenced*), þ.e. gefa til kynna stöðu viðkomandi nemanda innan skilgreinds hóps. Kostur staðlaðra prófa umfram óstöðluð próf felst í því að niðurstaðan er samanburðarhæf yfir ólíkan tíma og ólíka matsmenn. Þetta er ólíkt venjulegum skólaprófum þar sem niðurstaða í einu skólaprófi er ekki fyllilega samanburðarhæf við niðurstöðu annars slíks prófs vegna ólíks innihalds auk þess sem einn kennari getur metið úrlausnir strangar eða mildar en annar.

Talnalykill (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998) er eina staðlaða kunnáttuprófið í stærðfræði héraendis og er staðalbundinn fyrir íslenska grunnskólanemendur. Auk Talnalykils er Íslenski þroskalistinn (Einar Guðmundsson og Sigurður J. Grétarsson, 1997) með undirprófið Nám sem að stærstum hluta tekur til kunnáttu í stærðfræði. Talnalykill er lagður fyrir nemendur en Íslenska þroskalanum er svarað af foreldrum barnanna.

Talnalykill

Talnalykill er mark- og staðalbundið kunnáttupróf í stærðfræði fyrir 1.–7. bekk grunnskóla. Markbundin notkun þess byggist á myndrænni framsetningu á öllum kunnáttuatriðum sem prófuð eru þannig að gott yfirlit fæst yfir kunnáttu og kunnáttuleysi viðkomandi nemanda. Staðalbundin not byggjast á mælitölum fyrir einstaka prófþætti og heildartölu prófsins sem gefa kost á samanburði við önnur börn eða innbyrðis milli prófþátta.

Talnalykli er fyrst og fremst ætlað að vera alhliða próf á kunnáttu í stærðfræði en markbundin framsetning niðurstaðna gefur í senn greinandi upplýsingar um vanda nemenda og vísbendingar um áherslur í áframhaldandi kennslu.

Talnalykill skiptist í sjö prófpætti: Tölur, Mælingar, Stærðfræðiheiti, Tölfræði, Rúm- og flatarmál, Reikningur og aðgerðir og Algebra og jöfnur. Reikningur og aðgerðir eru hóppróf og er lagt fyrir heilar bekkjardeildir en aðrir prófpættir eru lagðir fyrir einstaklingslega. Af prófpáttum Talnalykils henta Tölur einna best til notkunar við upphaf grunnskóla; Tölur hafa tiltölulega mörg atriði sem henta þeim nemendum sem hafa hvað minnsta kunnáttu í 1. bekk grunnskóla og sundurgreina því vel á því kunnáttustigi auk þess sem atriðin samsvara vel þeim færniþáttum sem þroskast við upphaf skólagöngu.

Tölur skiptast í fjóra undirpætti: Talning, Lestur og samanburður talna, Talnahugtök og Námundun. Talning reynir á einfalda utanaðlærða talningu, talningu aftur á bak, þekkingu á sætisröð tölustafa og beitingu hennar; Lestur og samanburður talna reynir á ritun og lestur tveggja og þriggja stafa talna; Námundun reynir á hvort barnið viti hvaða tveggja stafa tala er næst uppgefinni tölu.

Aðgreini- og samleitniréttmæti heildartölu Talnalykilshefurreynst gott gagnvart samræmdum prófum í 4. og 7. bekk. Fylgni heildartölu við samræmda stærðfræðieinkunn var um 0,85 í báðum bekkjum; fylgnin við samræmda einkunn í íslensku var umtalsvert lægri eða 0,72 og 0,75 sem bendir til aðgreiniréttmætis (Guðmundur B. Arnkelsson, Einar Guðmundsson og Einar Örn Einarsson, 2000). Fylgni á milli stærðfræði- og íslenskueinkunna var mikil í bæði 4. bekk ($r = 0,74$) og 6. bekk ($r = 0,72$) sem er í samræmi við það að einn sameiginlegur þáttur sé til grundvallar samræmdum prófum (Guðmundur Arnkelsson, 1994). Þetta setur aðgreiniréttmæti Talnalykils gagnvart samræmdum prófum miklar skorður.

Engar réttmætisathuganir eru á Talnalykli fyrir 1.–3. bekk grunnskóla. Þetta takmarkar not prófsins sem þarf því að byggjast á inntaks- og

sýndarréttmæti eingöngu. Stærðfræðikunnáttu á þessu tímabili skólagöngunnar tekur stórstíggum framförum og að einhverju leyti eðlisbreytingum. Þótt prófið mæli vafalaust stærðfræðikunnáttu í þessum yngstu bekkjum grunnskólans, gætu niðurstöður prófsins verið haldnar slíkum takmörkunum að það kæmi niður á gagnseminni prófsins; án frekari staðfestingar á notagildi Talnalykils, væri hugsanlegt að fyrirlögn þess skilaði litlu í yngstu bekkjunum eða aðrir kostir væru augljóslega betri.

Gólf er á flestum prófpáttum Talnalykils í 1. bekk, þó ekki á Tölum né Stærðfræðiheimum. Þetta takmarkar nákvæmni og gagnseminni prófsins fyrir lakari nemendum; aðgreining ólíkrar færni verður minni eða jafnvel engin fyrir nemendum á lægsta stigi kunnáttu. Þannig sýna staðaltölur Talnalykils að meðalnemandi í 1. bekk að vori leysir rétt 14–15 atriði á Tölum og 5 atriði á Stærðfræðiheimum en aðeins 3 atriði á Mælingum og 1 atriði á Reikningi og aðgerðum.

Tölur eru sá prófpáttur sem hentar einna best í 1. bekk, sérstaklega þar sem það nær mjög langt niður í færni; jafnvel nemendum í fyrstu hundraðsröð í færni að vori leysa 1–2 atriði rétt. Tölur voru samdar með hliðsjón af þeim færniþáttum sem þroskast við upphaf formlegrar skólagöngu. Engu að síður var prófpátturinn í 1. bekk fremur hugsaður sem framlenging niður á við á þeim atriðum sem reynir á í 3.–7. bekk fremur en heildstætt yfirlit yfir þá færniþætti sem þroskast við upphaf skólagöngu. Með hliðsjón af því að engar réttmætisathuganir hafa verið gerðar á Talnalykli í 1.–3. bekk grunnskóla er nauðsynlegt að láta reyna á gagnseminni Talna fyrir mat á stærðfræðikunnáttu við upphaf grunnskólans.

Almennt er hagkvæmt að nota hóppróf í stað einstaklingsprófa þar sem það sparar tíma í fyrirlögn. Reikningur og aðgerðir væru að því leyttinu almennt hentugt við mat á færni í stærðfræði. Á móti kemur að minni viðbótarupplýsingar fást um kunnáttu nemandans þar sem minna tóm og tækifæri gefst til að fylgjast með mikilvægum atriðum svo sem lausnaraðferðum. Að sama skapi er

erfiðara að taka eftir og bregðast við flóktandi athygli, áhugahvöt og tilfinningum meðan á fyrirlögn stendur. Reikningur og aðgerðir eru nemendum mjög erfið í 1. bekk; það gæti stafað að hluta af ofangreindum atriðum en einnig gæti inntak prófþáttarins, þ.e. formleg dæmi sem fæst börn kynnast ekki fyrir en komið er í skóla, orðið til þess að draga úr frammistöðu.

Almennt er Talnalykill fremur gisn þegar litið er til atriða sem henta yngstu bekkjum grunnskólans, þ.e. fá atriði sem henta nemendum á því kunnáttustigi. Að einhverju leyti er það eðlilegt því aukin færni er samfara viðtækari kunnáttu sem nær til fleiri sviða viðfangsefnisins. Engu að síður virðist sem hægt væri að bæta úr þessu að hluta; fylla betur inn í suma undirþætti prófþátta, svo sem samlagningu, frádrátt, námundum og talningu. Einnig má velta því fyrir sér hvort æskilegt væri að hafa verkefni sem reyna á forstig ýmsra aðgerða svo sem margföldunar og deilingar.

Íslenski þroskalistinn

Íslenski þroskalistinn er matslisti fyrir 3–6 ára börn með 208 staðhæfingum sem skiptast í sex undirpróf: Grófhreyfingar, Fínhreyfingar, Sjálfsbjörg, Hlustun, Tal og Nám. Hvert atriði listans samanstendur af staðhæfingu sem gefur til kynna tiltekna færni eða þekkingu hjá barninu, t.d. „Notar borðhníf til að skera“ og „Telur villulaust upp að 10.“ Færni barnsins er metin á þrískiptum kvarða: „Já (á oft eða alltaf við)“, „Á stundum við“ og „Nei (á aldrei við).“ Miðað er við að móðir svari listanum þar sem lítið samræmi er milli mats móður og föður ($r = 0,16-0,63$) auk þess sem feður hafa tilhneigingu til að meta færni barna sinna allt að hálfu staðalfráviki lægra en mæður (Guðmundsson og Gretarsson, 2009).

Undirprófið Nám hefur skýrasta samsvörun við Talnalykil. Nám, þ.e. námshluti Íslenska þroskalistans, samanstendur af 60 staðhæfingum en 11 þeirra reyna á lestur og ritun bókstafa og hafa enga samsvörun við Talnalykil og því 49 atriði sem reyna á hin ýmsu kunnáttusvið stærðfræðinnar. Sjö atriði

reyna á lestur og ritun talna og önnur sjö á talningu og talnaskilning; þessi 14 atriði hafa skýra samsvörun við inntak Talna á Talnalykli. Sextán atriði lúta að tíma, klukku og dagatali, fjögur að peningum og fjögur að mælingum; þessi 24 atriði hafa skýra samsvörun við Mælingar. Að síðustu eru 15 atriði sem lúta að samlagningu og frádrætti og hafa því skýra samsvörun við Reikning og aðgerðir.

Íslenski þroskalistinn hefur skýra þáttaformgerð þar sem Hlustun, Tal og Nám eru saman á málþætti og Sjálfsbjörg, Grófhreyfingar og Fínhreyfingar veða á hreyfiþátt (Einar Guðmundsson og Sigurður J. Grétarsson, 1997). Engin bein réttmætisathugun hefur verið gerð á Námi þar sem niðurstaðan er borin saman við niðurstöður óháðs kunnáttuprófs en almennt má álykta af samanburði við undirpróf þroskaprófa að undirprófið Nám hafi samtímaréttmæti við önnur sams konar matstæki (Guðmundsson og Gretarsson, 2013).

Íslenski þroskalistinn er aðeins í einni útgáfu og er miðað við að honum sé svarað af mæðrum viðkomandi barna. Mat feðra virðist ónákvæmara og lægra en mæðra eins og fyrr segir. Ef hins vegar er litið sérstaklega til undirprófsins Náms á Íslenska þroskalanum virðist fremur há fylgni milli mats feðra og mæðra ($r = 0,70$ þegar leiðrétt er fyrir aldur); mat feðra virðist þó hafa lægri fylgni ($r = 0,43$) en mat mæðra ($r = 0,61$) við undirprófið Reikning á WPPSI-R^{IS} (Una Rúnarsdóttir, 2013). Vegna smæðar úrtaksins ($N = 56$) í rannsókninni verða þó engar einhlítar ályktanir dregnar af því. Almennt mætti álíta að ónákvæmara mat feðra gæti stafað af því að þeir búi að minni upplýsingum um þroska barna sinna fremur en að þeir séu í eðli sínu lakari matsmenn í þessu efni. Á þetta hefur ekki reynt í rannsóknum og því lítið vitað um ástæður þessa misræmis milli foreldra.

Gagnsemi Íslenska þroskalistans sem mats á þroska og kunnáttu barna vekur upp spurningu um hvort leikskóla- og grunnskólakennarar gætu metið börnin á sama hátt. Þá væri hægt að nota matstækið til skimunar á þann veg að

mat kennara á Íslenska þroskalistanum væri notað til að afmarka þá nemendur sem þyrftu nánari skoðun með einstaklingsprófum, svo sem Talnalykli. Svo þetta sé gerlegt við upphaf 1. bekkjar grunnskóla þyrfti þó að ganga úr skugga um að Íslenski þroskalistinn væri nothæfur fyrir börn á aldrinum 6 til nær 7 ára miðað við að matið færi fram seinni hluta hausts í 1. bekk grunnskóla. Raunvísar upplýsingar um þessi atriði liggja hins vegar ekki fyrir.

Samræmi milli ólíkra upplýsingaaðila

Lítið er vitað um samræmi milli mats foreldra annars vegar og mats kennara eða raunverulegrar kunnáttu barna hins vegar þegar kunnáttu í stærðfræði á í hlut. Vel þekkt er hins vegar að samræmi ólíkra aðila er lítið ($r= 0,28$) þegar metin er hegðun eða líðan barna; samræmi er þó mun hærra ($r= 0,60$) ef viðkomandi hafa sams konar tengsl við barnið, þ.e. þegar um er að ræða báða foreldra eða tvo kennara en ekki t.d. samanburð milli foreldris og kennara viðkomandi barns (Achenbach, 2006; Achenbach, McConaughy og Howell, 1987). Þessi skortur á samkvæmni hefur verið skýrður með því að ólíkir upplýsingaaðilar byggja á ólíkum upplýsingum og hafi ólíka aðkomu að þeim aðstæðum þar sem vandinn birtist svo sem þegar um er að ræða hegðun barns heima og í skóla. Þessi túlkun er einnig í samræmi við það að foreldrar virðast næmir á ytri hegðun unglunga en unglungarnir sjálfir á huglægar upplifanir sínar, sérstaklega depurðartilfinningar, þegar mat er lagt á geðræna erfiðleika með hálfstöðluðu greiningarviðtali (Lauth, Arnkelsson, Manússon, Skarphéðinsson, Ferrari og Pétursson, 2010).

Þær rannsóknir sem eru til um samræmi milli foreldra og skóla í mati á stærðfræðikunnáttu eru að hluta misvísandi. Þannig var mat foreldra á kunnáttu barna sinna samanborið við bekkjarfélaga í litlu samræmi ($r= 0,33$) við raunverulega kunnáttu þegar mat foreldra byggðist á einum stakri spurningu svarað á fimmskiptum kvarða

(Sonnenschein, Stapleton og Metzger, 2014). Mun betra samræmi fékkst ($r= 0,56$ og $0,60$) þegar foreldrar voru fengnir til að áætla fjölda rétt leystra verkefna á prófi sem börn þeirra höfðu tekið skömmu áður (Pezdek, Berry og Renno, 2002). Þetta misræmi getur skýrst af þeim ólíku aðferðum sem beitt var við mat foreldra á kunnáttu barna sinna. Hið tiltölulega háa samræmi sem birtist í rannsókn Pezdek og félaga mætti skýra með því að ólíkt vanda tengdum hegðun eða líðan, birtist stærðfræðikunnáttu í aðalatriðum eins í skóla og á heimili. Mismunur á mati foreldra og skóla gæti þá falist í því að foreldrar hafi minni þekkingu á námsgreininni og minni eða annars konar upplýsingar um kunnáttu en skólinn býr yfir. Einnig er sá eðlismunur á þessum tveimur rannsóknum tengdum stærðfræðikunnáttu og rannsóknum á mati ólíkra upplýsingaaðila á hegðun og líðan að hér er mat foreldra borið saman við raunframmistöðu á prófi en ekki mat annars upplýsingaaðila svo sem kennara barnsins.

Markmið rannsóknarinnar

Markmið rannsóknarinnar er að kanna réttmæti prófþáttanna Talna svo og Reiknings og aðgerða í fyrsta bekk grunnskóla. Þetta er gert með því að bera þessar niðurstöður Talnalykils saman við annars vegar mat foreldra á Íslenska þroskalistanum og mat kennara hins vegar. Í því skyni er þróuð sérstök kennaraútgáfa af undirprófinu Námi. Ennfremur er Reikningur og aðgerðir lögð fyrir sem einstaklingspróf í því skyni að kanna nákvæmni og réttmæti prófþáttarins við slíka fyrirlögn. Fyrirlögn á námshluta Íslenska þroskalistans fyrir bæði foreldra og kennara gefur færi á því að kanna réttmæti hans sem kennaraútgáfu. Að síðustu gefur rannsóknin færi á því að skoða samræmi milli mats foreldra og kennara á kunnáttu í stærðfræði og samræmi hvors aðila um sig við raunverulega kunnáttu eins og hún birtist á prófþáttunum Tölum og Reikningi og aðgerðum.

Aðferð

Þátttakendur

Þátttakendur voru 100 nemendur í 1. bekk fjögurra grunnskóla á Suðurnesjum, foreldrar þeirra og kennarar. Samtals var foreldrum 120 nemenda boðin þátttaka fyrir sig og barn sitt; þrír neituðu þátttöku, tólf skiluðu ekki undirrituðu samþykki þótt þeir gæfu til kynna að þeir vildu taka þátt, auk þess sem ekki náðist samband við foreldra fjögurra nemenda. Einn nemandi var felldur brott úr allri úrvinnslu þar sem það fórst fyrir hjá foreldrum hans að svara stórum hluta spurningalistanna.

Nemendurnir tilheyrðu samtals sjö bekkjardeildum og kennarar þeirra því jafnmargir. Fjöldi barna sem tóku þátt voru á bilinu 6 til 22 eftir bekkjardeildum. Í þremur bekkjardeildum mátu kennarar ekki alla nemendur heldur aðeins tilviljunarúrtak nemenda, að jafnaði 40% nemenda í viðkomandi bekkjardeild.

Til úrvinnslu komu því gögn fyrir 100 nemendur, 57 drengir og 43 stúlkur, eða um 83% af þeim sem bauðst þátttaka. Kennarar mátu samtals 70 nemendur, ýmist alla eða tilviljunarúrtak nemenda í sinni bekkjardeild.

Matstæki

Við gerðum sérstakt hefti með þeim 60 atriðum sem tilheyra námshluta Íslenska þroskalistans og sendum foreldrum það heim með börnum sínum auk leiðbeininga um þátttöku. Kennarar svöruðu sams konar hefti þar sem fyrir mælum var þó hnikað lítillega á stöku stað til að endurspeglar að svarandi væri ekki foreldri viðkomandi barns.

Tölur og Reikningur og aðgerðir voru lögð fyrir barnið af tveimur BS-nemendum á síðasta námsmisseri. Þeir fengu leiðbeiningar um fyrirlögn og stutta þjálfun í fyrirlögn þessara tveggja prófþátta Talnalykils. Reikningi og aðgerðum var breytt í einstaklingspróf þannig að verkefni voru sett á spjöld sem voru sýnd nemendum og dæmin samtímis lesin upp fyrir þau.

Öll 66 verkefni Talna voru lögð fyrir en fyrirlögn hætt ef barninu mistókst við 10

verkefni í röð. Í einstaklingsútgáfu Reikninga og aðgerða voru valin fyrstu 11 verkefni og wvoru þau öll lögð fyrir viðkomandi börn.

Nánari lýsingu á þessum mælitækjum má finna í inngangi.

Framkvæmd

Leyfi fyrir rannsókninni var fengið frá fræðslustjóra Reykjanesbæjar og viðkomandi skólastjórum; rannsóknin var tilkynnt til Persónuverndar; rannsóknin var kynnt fyrir umsjónarkennum sem allir samþykktu þátttöku. Þessu næst sendu umsjónarkennarar kynningar- og samþykkisblað og námshluta Íslenska þroskalistans heim með börnunum.

Ef samþykkisblað skilaði sér ekki til baka innan þriggja virkra daga var hringt í foreldra viðkomandi barns og leitað eftir afstöðu þeirra til rannsóknarinnar.

Við töldum það ekki gerlegt að stjórna því hvort foreldrið svaraði námshluta Íslenska þroskalistans né skráðum við hvort foreldrið svaraði. Sennilegt er að móðirinn hafi svarað honum í flestum tilvikum en gera má ráð fyrir því að í þeim tilvikum þar sem faðir svaraði hafi hann talið sig nægjanlega upplýstan um þroska barnsins. Á það er einnig að líta, eins og fyrr greinir, að þótt feður virðist ónákvæmari í mati sínu en mæður, á það síður við um undirprófið Náms en önnur undirpróf Íslenska þroskalistans.

Ef upplýst samþykki og útfylltur námshluti Íslenska þroskalistans bárust frá foreldri, voru Tölur og Reikningur og aðgerðir lögð fyrir barnið einstaklingslega. Einnig voru umsjónarkennarar beðnir um að fylla út námshluta Íslenska þroskalistans, eftir atvikum fyrir alla nemendur eða tilviljunarúrtak nemenda í viðkomandi bekkjardeild.

Fyrirlögn fór fram í mars og apríl árið 2015. Að fyrirlögn lokinni voru matstækin og annar efniviður rannsóknarinnar gerður ópersónugreinanlegur.

Úrvinnsla

Athugun á brottfalli leiddi í ljós 82 stök brottfallsgildi sem voru 0,4% af heildarfjölda

mæligilda; kennarar slepptu spurningu í 13 og foreldrar í 69 tilvikum í námshluta Íslenska þroskalistans en ekkert brottfall var á Tölum né á Reikningi og aðgerðum. Í flestum tilvikum virtist þetta vera tilfallandi brottfall sem mætti rekja til einbeitingar- eða athugunarleysis þátttakenda. Í einu tilviki hafði þó foreldri sleppt síðustu blaðsíðu heftisins og því ekki svarað síðustu 16 spurningum á námshluta Íslenska þroskalistans; við máttum það einnig sem athugunarleysi. Í öðru tilviki sleppti foreldri 16 spurningum sem dreifðust um allan námshlutann en lutu allar að mælingum; við felldum því viðkomandi barn úr gagnasafninu.

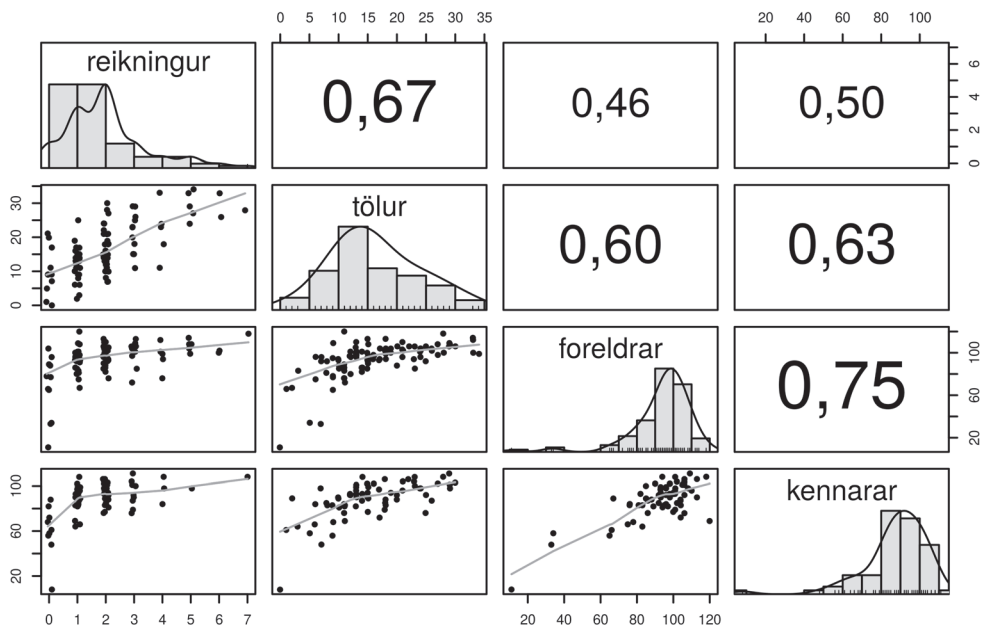
Brottfallsgildi fyrir þau 100 börn sem eftir stóðu voru tilreiknuð með forritapakkanum (*package*) *mice* (van Buuren og Groothuis-Oudshoorn, 2011) í R (R Core Team, 2015) en hann gerir kleift að skipta út brottfallsgildum fyrir eitt eða fleiri tilreiknuð (*imputed*) gildi. Með hliðsjón af því hve lítið brottfall var í gögnunum var aðeins tilreiknað eitt gildi fyrir hvert brottfallsgildi með *predictive mean matching* algóriþmanum (van Buuren og Groothuis-Oudshoorn, 2011).

Niðurstöður

Innri samkvæmni allra kvarða var metin með alfastuðli Cronbachs. Tölur ($\alpha= 0,91$), mat foreldra ($\alpha= 0,95$) og mat kennara ($\alpha= 0,95$) reyndust mjög áreiðanleg. Áreiðanleiki Reiknings og aðgerða ($\alpha= 0,63$) var miklum mun síðri.

1. mynd gefur yfirlit yfir helstu breytur, dreifingu þeirra og innbyrðis tengsl. Tölur höfðu umtalsverða fylgni við bæði mat foreldra og mat kennara sem styður réttmæti þess prófþáttar. Tölur höfðu einnig umtalsverða fylgni við Reikning og aðgerðir. Reikningur og aðgerðir höfðu hins vegar aðeins miðlungsfylgni við mat kennara og foreldra.

Mjög há fylgni var á milli mats foreldra og kennara á námshluta Íslenska þroskalistans. Mikil jákvæð skekkja var í dreifingu beggja mælinga og ein nemandi áberandi lakastur með undir 20 stig hjá bæði foreldrum og kennurum og engin stig fyrir Reikninga og aðgerðir eða Tölur. Ef þessi nemandi væri fjarlægður úr gagnasafninu, myndi fylgnin eðlilega lækka töluvert, $r(97)=0,64$.



1. mynd. Yfirlit yfir helstu breytur og innbyrðis tengsl þeirra.

Umraða

Nákvæmni, mæld sem innri samkvæmni, var mjög góð fyrir alla kvarða nema Reikning og aðgerðir, þar sem hún var slök. Tölur höfðu gott réttmæti gagnvart bæði mati foreldra og mati kennara á stærðfræðikunnáttu barnanna á námshluta Íslenska þroskalistans. Reikningur og aðgerðir höfðu hins vegar aðeins miðlungs réttmæti gagnvart mati foreldra og mati kennara. Kennaraútgáfa námshluta Íslenska þroskalistans hafði mjög fylgni við foreldraútgáfu sama kvarða.

Ástæður lágrar innri samkvæmni fyrir Reikning og aðgerðir skýrast vafalaust af því að jafnvel þótt prófþátturinn væri lagður fyrir einstaklingslega, reyndist hann mjög þungur fyrir nemendur. Umtalsverður hluti nemenda leysti ekkert verkefni rétt, meðalningandinn leysti aðeins tvö atriði rétt og mjög fáir nemendur leystu fjögur eða fleiri verkefni rétt á prófþættinum. Í reynd voru aðeins þrjú atriði virk í Reikningi og aðgerðum, þ.e. atriði 1, 2 og 4, ef miðað var við að 15 til 85% nemenda leysi viðkomandi atriði rétt. Til samanburðar voru 22 virk atriði á Tölum. Áreiðanleiki metinn með alfastuðli Cronbachs ræðst annars vegar af meðalfylgni atriða en hins vegar af fjölda atriða í viðkomandi prófi. Með hliðsjón af því að aðeins þrjú atriði voru í raun virk á prófþættinum, verður að telja áreiðanleika hans furðu góðan.

Góð fylgni Talna við bæði mat foreldra og kennara á námshluta Íslenska þroskalistans gefur til kynna gott réttmæti prófþáttarins við mat á stærðfræðikunnáttu að vori í fyrsta bekk grunnskóla. Með hliðsjón af mjög góðum áreiðanleika, engu gólfi í 1. bekk, réttmæti gagnvart bæði mati foreldra og kennara og verkefnum sem reyna á grundvallarfærni stærðfræðinnar, verða Tölur að teljast góður kostur við mat á stærðfræðikunnáttu við upphaf grunnskóla. Að sama skapi gefa þessar sömu niðurstöður til kynna réttmæti námshluta Íslenska þroskalistans; hér er sami eiginleikinn, stærðfræðikunnátta, metinn með tveimur mjög ólíkum aðferðum (sjá Campbell

og Fiske, 1959, bls. 83) og því gefur samræmi niðurstaðnanna til kynna hugtaksréttmæti hvorrar mælingar fyrir sig.

Reikningur og aðgerðir höfðu aðeins miðlungsfylgni við mat foreldra og kennara á stærðfræðikunnáttu. Með hliðsjón af lágum áreiðanleika verður þetta þó að teljast viðunandi. Enn fremur, með hliðsjón af fáum virkum atriðum fyrir 1. bekk grunnskóla að vori, verður að telja að breyting prófþáttarins í einstaklingspróf hafi tekist. Ef ætlunin er að nota Reikning og aðgerðir samhliða Tölum til að meta kunnáttu í 1. bekk grunnskóla, væri þó æskilegt að fjölga virkum atriðum, sérstaklega tiltölulega léttum atriðum sem 30–70% nemenda myndu ráða við á þessum tímavarki í námi. Þar mætti horfa til þeirrar færni við tölur og stærðir sem þroskast með börnum við og fyrir upphaf grunnskólans.

Fylgni milli mats foreldra og kennara á námshluta Íslenska þroskalistans var mjög há en kynni að vera ofmetin í þessu úrtaki sökum eins fráviksgildis. Engu að síður sýna tengslin milli mats foreldra og kennara að kennaraútgáfa af námshluta Íslenska þroskalistans er raunhæf. Til þess er einnig að líta að báðar útgáfur hafa umtalsverða fylgni við Tölur og svipaða en þó lægri fylgni við Reikning og aðgerðir. Þessi tengsl við beina mælingu á kunnáttu barnanna treystir réttmæti námshlutans verulega. Námshluti (undirprófið Nám) Íslenska þroskalistans verður því að teljast réttmæt og raunhæf leið til að fá mat á kunnáttu nemenda í 1. bekk grunnskóla.

Á 1. mynd er greinilegt almennt mynstur sem birtist í því að Reikningur og aðgerðir hafa umtalsvert hærri fylgni við Tölur en við námshluta Íslenska þroskalistans auk þess sem foreldra- og kennaraútgáfa námshlutans hefur mun hærri innbyrðis fylgni en við fyrrnefnda tvo prófþætti Talnalykils. Þetta hefur þá skýringu að mæling er jafnan samsett af áhrifum eiginleikans (*trait*) sem á að mæla og þeirrar aðferðar sem notuð er við mælinguna (Campbell og Fiske, 1959). Prófþættir Talnalykils, Reikningur og aðgerðir og Tölur, fela báðir í sér beina mælingu á

kunnáttu nemenda, þ.e. stærðfræðileg verkefni sem eru lögð fyrir börnin til úrlausnar. Til samanburðar byggist námshluti Íslenska þroskalistans á mati foreldra og kennara á kunnáttu viðkomandi barns án þess að látið sé reyna beint á kunnáttu þess nema þá að litlum hluta í einhverjum undantekningartilvikum. Prófbættir Talnalykils og námshluti Íslenska þroskalistans byggja því á ólífri aðferð við mat á stærðfræðikunnáttu. 1. mynd ber þess skýrt merki að þrátt fyrir mælingu á einum og sama eiginleikanum (stærðfræðifærni), eru tengslin sterkari milli mælinga með sömu aðferð en milli mælinga með ólíkum aðferðum; þetta er í fullu samræmi við fræðilegar röksemdir Campbells og Fiske (1959).

Veikleiki Talnalykils hefur verið mat á kunnáttu barna við upphaf skólagöngu sérstaklega vegna þess hve gisnir sumir prófbættir eru, fá atriði sem henta, fyrir nemendur á því kunnáttustigi. Prófbátturinn Tölur hefur verið álitlegur fyrir þennan aldurshóp sökum þess hve mörg verkefni í þeim prófbætti henta þessu kunnáttustigi. Niðurstöður þessarar rannsóknar styður eindregið réttmæti Talna og þar með gagnsemi þeirra við mat á stærðfræðikunnáttu í 1. bekk grunnskóla að vori.

Reikningur og aðgerðir henta síður í 1. bekk sökum mjög ákveðins gólfs, þ.e. að stór hluti nemenda getur ekki leyst neitt verkefni rétt á prófbættinum. Kostur prófbáttarins liggur hins vegar í því hve auðveldur hann er í fyrirlögn, sérstaklega ef hann er lagður fyrir heila bekkjardeild. Sú tilraun sem var gerð til að breyta prófbættinum í einstaklingspróf heppnaðist að hluta: Einstaklingsfyrirlögn heppnaðist mjög vel en vegna þess hve fá verkefni henta nemendum á þessu kunnáttustigi verður bæði áreiðanleiki og réttmæti lágt. Þessu mætti ráða bót á með því að fjölga verkefnum í prófbættinum.

Mikilvægt er að er að stuðla að vönduðu mati á kunnáttu nemenda í stærðfræði við upphaf grunnskóla. Á þessum aldri verða stórstígar framfarir í talnaskilningi, skilningi og hugrænum aðferðum við meðferð talna,

stærðfræðilegar aðgerðir og stærðfræðileg hugtök. Mat á stærðfræðifærni við upphaf skólagöngu er því mjög mikilvægt bæði til að átta sig á stöðu einstakra nemenda en ekki síður í því skyni að bregðast við vanda og styðja við eðlilegan þroska á forkunnáttu og yfir í þá færni sem reynir á í grunnskólanum. Niðurstöður þessarar rannsóknar gefa til kynna að skynsamleg og ígrunduð notkun Talnalykils með sérstakri áherslu á beitingu prófbáttanna Talna og Reiknings- og aðgerða í þessu skyni gefi kost á vönduðu og réttmætu mati á stærðfræðikunnáttu á þessum mikilvæga tímamarki.

The validity of Talnalykill in first grade of elementary school

We studied the validity of the Tölur (Numbers) subtest and an individualized version of the Reikningur og aðgerðir (Elementary Arithmetics) subtest of the Talnalykill (an Icelandic mathematical achievement test) against the achievement subtest of the Preschool Child Development Inventory (PCDI) in a sample of 100 students in the spring of first grade of elementary school. A specially adapted teacher version of the achievement subtest of the PCDI was also validated against the official parental versions as well as the above measures. Internal consistency, estimated by Cronbachs alpha, was about and above .90 for all measures except Reikningur and aðgerðir where it was about .60. Pearson correlations of Tölur with Reikningur og aðgerðir and both parental and teacher version of the achievement subtest of PCDI was about and above .60. In contrast, Reikningur and aðgerðir had a correlation of only about .50 with the achievement subtest of the PCDI. The teacher version of the achievement subtest of PCDI had a correlation of .75 with the parental version. These results suggest that Tölur as well as Reikningur og aðgerðir are valid as measures of achievement in mathematics in first grade of elementary school and that the teacher adaptation of the achievement subtest of PCDI is valid for the same purpose. Reikningur og aðgerðir has low internal consistency due to items that are too difficult. It is important to add items to Reikningur og aðgerðir, especially items suitable for children at early stages of mathematical achievement.

Keywords: Achievement tests, children, mathematics, Talnalykill, Preschool Child Development Inventory (PCDI)

Heimildir

- Achenbach, T. M. (2006). As Others See Us: Clinical and Research Implications of Cross-Informant Correlations for Psychopathology. *Current Directions in Psychological Science*, 15(2), 94–98.
- Achenbach, T. M., McConaughy, S. H. og Howell, C. T. (1987). Child/adolescent behavioral and emotional problems: implications of cross-informant correlations for situational specificity. *Psychological Bulletin*, 101(2), 213–232.
- Ásgeir Björgvinsson, Guðrún Edda Bentsdóttir og Hildur B. Svavarsdóttir. (2015a). *Talnalykill 2014: Niðurstöður úr stærðfræðiskimun í 3. bekk í grunnskólum Reykjavíkur*. Reykjavík: Reykjavíkurborg.
- Ásgeir Björgvinsson, Guðrún Edda Bentsdóttir og Hildur B. Svavarsdóttir. (2015b). *Lesskimun 2015: Niðurstöður úr lesskimun í 2. bekk í grunnskólum Reykjavíkur vorið 2015*. Reykjavík: Reykjavíkurborg.
- Campbell, D. T. og Fiske, D. W. (1959). Convergent and discriminant validation by the multitrait-multimethod matrix. *Psychological Bulletin*, 56(2), 81–105.
- Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson. (1998). *Talnalykill: Staðal- og markbundið próf í stærðfræði handa 1.–7. bekk*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.
- Einar Guðmundsson og Sigurður J. Grétarsson. (1997). *Íslenski þroskalistinn: Handbók*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.
- Fræðsluskrifstofa Reykjanesbæjar. (2014). *Framtíðarsýn Reykjanesbæjar í menntamálum. Reykjanesbær*. Sótt á slóðina: <http://www.reykjanesbaer.is/files/yomislegt/raef/ramtidarsyn-reykjanesbaer.pdf>
- Graham, J. W. (2009). Missing data analysis: Making it work in the real world. *Annual Review of Psychology*, 60(1), 549–576. <http://doi.org/10.1146/annurev.psych.58.110405.085530>
- Guðmundsson, E. og Gretarsson, S. J. (2009). Comparison of mothers' and fathers' ratings of their children's verbal and motor development. *Nordic Psychology*, 61(1), 14.
- Guðmundsson, E. og Gretarsson, S. J. (2013). Mothers' questionnaire of preschoolers' language and motor skills: a validation study. *Child: Care, Health and Development*, 39(2), 246–252. <http://doi.org/10.1111/j.1365-2214.2011.01362.x>
- Guðmundur B. Arnkelsson. (1994). Athugun á samræmdum lokaprófum grunnskóla: Þáttabýgging og próffræðilegir eiginleikar. *Uppeldi og menntun—Tímarit Kennaraháskóla Íslands*, 3, 83–102.
- Guðmundur B. Arnkelsson, Einar Guðmundsson og Einar Örn Einarsson. (2000). Talnalykill og samræmd könnunarpróf í 4. og 7. bekk. *Glæður*, 10(1), 29–32.
- Jordan, N. C., Glutting, J. og Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 82–88. <http://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Oláh, L. N. og Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77(1), 153–175. <http://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Lauth, B., Arnkelsson, G. B., Magnússon, P., Skarphéðinsson, G. Á., Ferrari, P. og Pétursson, H. (2010). Parent-youth agreement on symptoms and diagnosis: Assessment with a diagnostic interview in an adolescent inpatient clinical population. *Journal of Physiology-Paris*, 104(6), 315–322. <http://doi.org/10.1016/j.jphysparis.2010.09.004>
- Mennta- og menningarmálaráðuneyti. (2013). *Adalnámskrá grunnskóla*. Reykjavík: Höfundur. Sótt af <https://www.menntamalaraduneyti.is/utgefid-efni/namskrar/adalnamskra-grunnskola/>
- Morgan, P. L., Farkas, G. og Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42(4), 306–321. <http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1177/0022219408331037>
- Pezdek, K., Berry, T. og Renno, P. A. (2002). Children's mathematics achievement: The role of parents' perceptions and their involvement in homework. *Journal of Educational Psychology*, 94(4), 771–777. <http://doi.org/10.1037/0022-0663.94.4.771>
- R Core Team (2015). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. Sótt á slóðina: www.R-project.org.
- Seethaler, P. M. og Fuchs, L. S. (2010). The predictive utility of kindergarten screening for math difficulty. *Exceptional Children*, 77(1), 37–59. <http://doi.org/10.1177/001440291007700102>
- Sonnenschein, S., Stapleton, L. M. og Metzger, S. R. (2014). What parents know about how well their children are doing in School. *Journal of Educational Research*, 107(2), 152–162. <http://doi.org/10.1080/00220671.2013.788987>
- Una Rúnarsdóttir. (2013). *Samanburður á mati mæðra og feðra á þroska barna sinna*. Óbirt Cand.psych. ritgerð: Háskóli Íslands, Heilbrigðisvísindasvið. Sótt á slóðina: hdl.handle.net/1946/15499
- Van Buuren, S. og Groothuis-Oudshoorn, K. (2011). *MICE: Multivariate imputation by chained equations in R*. *Journal of Statistical Software*, 45(3), 1–67. <http://doi.org/10.18637/jss.045.i03>