

PROYECTO INTEGRADOR DE INGENIERÍA
MECÁNICA

DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y CONTROL DE UN
ROBOT BALANCÍN

Santiago Javier Pincin
Alumno

Ing. Norberto Abaurre
Director

Ing. Celso Flury
Co-director

Miembros del Jurado

Dr. Andrés Etchepareborda (Instituto Balseiro)

Dr. Luis Rovere (Instituto Balseiro)

Junio de 2016

Laboratorio de Control – Centro Atómico Bariloche

Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
Comisión Nacional de Energía Atómica
Argentina

A mis abuelos

A mis padres

A mis hermanos

A mi novia

Índice de símbolos

μC	Microcontrolador
PB	<i>PandaBoard</i>
E_{c1}	Energía cinética de traslación de la rueda
E_{c2}	Energía cinética de rotación de la rueda
E_{c3}	Energía cinética de traslación del péndulo
E_{c4}	Energía cinética de rotación del péndulo
m_r	Masa de la rueda
J_r	Momento de inercia de la rueda
J_p	Momento de inercia del péndulo
θ	Ángulo del péndulo respecto a la vertical
$\dot{\theta}$	Velocidad angular del péndulo respecto a la vertical
$\ddot{\theta}$	Aceleración angular del péndulo respecto a la vertical
x	Posición del eje de la rueda
\dot{x}	Velocidad del eje de la rueda
\ddot{x}	Aceleración del eje de la rueda
E_p	Energía potencial del péndulo
g	Aceleración de la gravedad
l_{cm}	Distancia del eje de la rueda al centro de gravedad del péndulo
x_{cm}	Distancia horizontal al centro de masa del péndulo
y_{cm}	Distancia vertical al centro de masa del péndulo
L_t	Lagrangiano
T_t	Energía cinética
V_t	Energía potencial
φ	Ángulo de la rueda
$\dot{\varphi}$	Velocidad angular de la rueda
W_{τ_m}	Trabajo del torque del motor
τ_m	Torque del motor
$Q_{\tau_m,x}$	Fuerza de generalizada de τ_m en x
$Q_{\tau_m,\theta}$	Fuerza generalizada de τ_m en θ
W_{F_e}	Trabajo de la fricción en el eje
$Q_{F_e,x}$	Fuerza generalizada de F_e en x
$Q_{F_e,\theta}$	Fuerza generalizada de F_e en θ
μ_e	Coefficiente de fuerza viscosa en el eje
μ_s	Coefficiente de fricción en el suelo
W_{F_s}	Trabajo de la fricción en el suelo
$Q_{F_s,x}$	Fuerza generalizada de F_s en x

I	Término de inercia equivalente en x
J	Término de inercia equivalente en θ
K_t	Constante de torque de un motor eléctrico
i	Corriente que circula por el motor eléctrico
e	Fuerza contraelectromotriz
K_e	Constante de fuerza contraelectromotriz
R	Resistencia del motor
L	Inductancia del motor
$\dot{\theta}_m$	Velocidad de giro del motor
V	Tensión aplicada en bornes del motor
u	Acción de control sobre motores
K_s	Constante de relación entre acción de control y tensión aplicada
$K_1 \dots K_5$	Constantes identificadas
$\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$	Estado estimado actual
$\hat{\mathbf{x}}_k$	Estado estimado siguiente
\mathbf{F}_k	Matriz de predicción
\vec{u}	Vector de control
\mathbf{B}	Matriz de control
\mathbf{P}_k	Matriz de covarianza estado siguiente
\mathbf{P}_{k-1}	Matriz de covarianza estado actual
\mathbf{Q}_k	Incertidumbre en el modelo
z_k	Medición
$\tilde{\mathbf{y}}_k$	Innovación o error
$\hat{z}_{k k-1}$	Estado estimado
\mathbf{H}_k	Matriz de medición
\mathbf{R}_k	Incerteza en la medición
\mathbf{S}_k	Covarianza de innovación
\mathbf{K}_k	Ganancia óptima de Kalman
$\hat{\mathbf{x}}_{k k}$	Estado estimado posterior
$\mathbf{P}_{k k-1}$	Matriz de covarianza actual
$\mathbf{P}_{k k}$	Matriz de covarianza posterior
\mathbf{I}	Matriz identidad
\mathbf{h}	Función de medición
\mathbf{f}	Función de predicción
\mathbf{x}	Vector inicial antes de la rotación
\mathbf{x}'	Vector final luego de la rotación
θ_1	Ángulo de rotación del vector
$\hat{\mathbf{n}}$	Eje de rotación
n_1, n_2, n_3	Componentes del vector $\hat{\mathbf{n}}$
\mathbf{R}	Matriz de rotación de Rodrigues
\mathbf{N}	Matriz de producto cruzado
$\hat{\mathbf{g}}$	Vector de aceleración de la gravedad estimado
T	Período de muestreo
\mathbf{w}	Vector velocidad angular
g_x, g_y, g_z	Componentes del vector de gravedad estimado
σ_{acel}^2	Covarianza asociada a las lecturas de aceleración
σ_{giro}^2	Covarianza asociada a las lecturas de velocidad angular

$Y(z)$	Transformada discreta de la salida
$U(z)$	Transformada discreta de la acción de control
$E(z)$	Transformada discreta del ruido
$H(z)$	Función de transferencia discreta del ruido
$G(z)$	Función de transferencia discreta de la planta
$\{u_{(k)}\}$	Secuencia numérica de la acción de control
$\{e_{(k)}\}$	Secuencia numérica del ruido
$\{y_{(k)}\}$	Secuencia numérica de la salida
z	Variable compleja del campo discreto
r	Número entero de períodos de muestreo de <i>delay</i>
$A(z)$	Polinomio en variable z
$B(z)$	Polinomio en variable z
$a_n \dots a_0$	Coefficientes del polinomio $A(z)$
$b_m \dots b_0$	Coefficientes del polinomio $B(z)$
$\tilde{\theta}$	Vector de parámetros estimados
ψ_k	Vector de informaciones
Y_N	Vector de salidas
Ψ_N	Matriz de informaciones
ϵ_N	Vector de ruidos
$J(\tilde{\theta})$	Suma de cuadrados del ruido blanco
K_{2teo}	Constante K_2 obtenida de la identificación
J	Índice de performance minimizado por el control <i>LQR</i>
<i>LQR</i>	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
Q	Matriz de costo de los estados
R	Matriz de costo de la acción de control
S	Matriz incógnita de dimensión $n \times n$ a resolver por la ecuación de Ricatti

Índice de contenidos

Índice de símbolos	ii
Índice de contenidos	v
Resumen	viii
Abstract	ix
1. Introducción	1
2. Diseño Mecánico del Dispositivo	3
2.1. Especificación de Requerimientos	3
2.2. Transmisión de Potencia	3
2.3. Configuración	4
2.3.1. Configuración de la Transmisión	4
2.3.2. Configuración del Chasis	6
2.4. Material del chasis	7
2.5. Construcción	9
3. Diseño de la electrónica	10
3.1. Hardware	10
3.1.1. Microcontrolador	11
3.1.2. Periféricos	11
3.1.3. Comunicaciones	14
3.1.4. Computadora <i>PandaBoard</i>	14
3.1.5. Diseño de la placa electrónica	14
3.2. Software	16
3.2.1. Microcontrolador	16
3.2.2. Computadora <i>PandaBoard</i>	19
4. Modelo Teórico	23
4.1. Objetivo del Modelo	23

4.2. Modelo utilizado	23
4.2.1. Lagrangiano	23
4.2.2. Fuerzas generalizadas	25
4.2.3. Ecuaciones del movimiento	26
4.2.4. Modelo del motor de corriente continua	26
4.3. Linealización del modelo	28
5. Fusión de sensores: Filtro Kalman	30
5.1. Teoría de filtro Kalman	30
5.1.1. Predicho	31
5.1.2. Actualización	31
5.2. Modelado del sistema	32
5.2.1. Rotación de Rodrigues	32
5.2.2. Aplicación de la rotación de Rodrigues al modelo	32
5.2.3. Vector estimado	33
5.2.4. Matriz H	33
5.2.5. Actitud del dispositivo	33
5.3. Implementación del filtro	33
5.3.1. Librerías utilizadas	34
5.3.2. Matrices de incertidumbre en el modelo y en las mediciones	34
5.3.3. Corrección del corrimiento en el giróscopo	34
5.4. Resultados del filtrado	34
6. Identificación de planta	36
6.1. Identificación paramétrica	36
6.1.1. Método de ajuste por mínimos cuadrados	37
6.2. Experimentos de identificación	38
6.2.1. Modelos realizados	39
6.3. Resultados obtenidos	40
6.3.1. Señales de excitación	40
6.3.2. Primer Ensayo	40
6.3.3. Segundo Ensayo	41
6.3.4. Verificación de la identificación a lazo cerrado	42
6.3.5. Inferencia del término de acople	42
7. Implementación de Control	44
7.1. <i>Linear Quadratic Regulator (LQR)</i>	44
7.2. Implementación	45
7.2.1. Control de discrepancia de velocidad	45
7.2.2. Control de actitud	46

7.2.3. Resultados	48
8. Conclusiones	51
Bibliografía	53
Agradecimientos	54

Resumen

Se diseñó, construyó, simuló e implementó un dispositivo robot balancín para la aplicación y estudio de técnicas avanzadas de control. Para esto se realizó el diseño mecánico del dispositivo, de acuerdo a una elección entre dos modelos distintos y cuatro tipos diferentes de transmisión. Luego se instrumentó el dispositivo con *encoders* de posición, acelerómetro y giróscopo para obtener el estado del dispositivo y controlarlo. Se realizó una placa electrónica para la lectura y procesamiento de señales de sensores con un microcontrolador, un regulador de tensión, y un *driver* para los motores, capaz de obtener las señales de los *encoders* y el módulo acelerómetro-giróscopo y enviarlas por comunicación hacia una mini-computadora, la cual ejecuta el control, y se comunica nuevamente a la placa diseñada para comandar los motores.

Se desarrolló un modelo teórico simplificado en dos dimensiones para facilitar la posterior identificación de planta.

Se realizaron experimentos para lograr una identificación de planta. A partir de lo obtenido, se diseñó y simuló el control necesario para mantener la estabilidad. Se implementó posteriormente el control diseñado. Se reajustaron los parámetros correspondientes de acuerdo a la práctica experimental para mejorar la respuesta dinámica del sistema.

Palabras clave: PÉNDULO INVERTIDO, BALANCÍN, INSTITUTO BALSEIRO

Abstract

A pendulum robot was designed, implemented and controlled. In order to accomplish this, the mechanic design has to be done. In order to the mechanic design, a selection was made between two different models and four different transmission types. After that, the device was equipped with encoders and a sensor module including gyroscope and accelerometer.

An electronic board was designed and built, which include a microcontroller, a voltage regulator and a two-motor driver. The function of the board was to collect information of the module, and the encoders, and to communicate with another mini-computer, which will calculate the control.

A simplified mathematical model was developed. It was simple since it considered the whole mass concentrated in the middle plane. This model allows identification and control of the device.

Experiments were performed in order to obtain a system identification. After that, some control was simulated to maintain stability. This control was later implemented on the computer, and their constants were modified to improve the system dynamic response.

Keywords: INVERTED PENDULUM, SELF BALANCED ROBOT, TILT ROBOT, INSTITUTO BALSEIRO

En el desarrollo del documento, se presenta primero el diseño mecánico del dispositivo. Se definió la disposición de los elementos, el tipo de transmisión y el material.

Seguido a ello, se presenta el diseño electrónico del dispositivo. Esta sección se divide en los componentes físicos utilizados (*hardware*) y la programación de los mismos (*software*). A su vez, en cada una de estas secciones se presentan las comunicaciones, el funcionamiento de alguno de los componentes, y la implementación de partes del programa.

A continuación se presenta el modelo teórico en el cual se basó parte de la identificación y posterior control del dispositivo. Luego se muestra la linealización del modelo realizada, así como las simplificaciones realizadas.

Para obtener la inclinación del vehículo se describe luego la forma en que se fusionaron lecturas de velocidad angular y aceleración lineal.

Le siguen los experimentos realizados para la identificación de planta. Se realizaron dos a lazo abierto y una tercera a lazo cerrado.

Por último, se describe el control utilizado tanto para que el dispositivo se mantenga erguido, como para que se desplace en línea recta y siga una referencia de posición.

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años ha aumentado el interés en sistemas semejantes al desarrollado en esta tesis de grado. Debido a su inherente inestabilidad, un robot que mantiene el equilibrio en forma similar a un péndulo invertido es un gran ejemplo de sistema al cual aplicar técnicas de control.

Dadas las características dinámicas del dispositivo, que lo hacen muy interesante desde el punto de vista del control, es de interés la fabricación de uno para que esté disponible para su uso en el Laboratorio de Control del Centro Atómico Bariloche.

Del mismo modo, la realización del mismo implicó el trabajo con una serie de elementos propios del control, como ser el trabajo con un sistema no-lineal, el desarrollo de experimentos para la identificación de planta, la implementación del filtro de Kalman para fusionar lecturas de diferentes sensores, entre otras.



(a) Dispositivo comercial denominado *Self balance two wheel Hoverboard* para el transporte de personas a baja velocidad.



(b) Dispositivo comercial *Seagway* para el transporte de personas.

Figura 1.1

Existen diferentes modelos comerciales del dispositivo, ya sea un *Seagway* (Ver [1.1b](#)) o un *Self Balance two wheel Hoverboard* (Ver [1.1a](#)). Como posible continuación del trabajo realizado podría encontrarse el aumento de escala del mismo, con la incorporación de posibilidad de llevar a una persona, como lo realizan los modelos comerciales.

Llevar a cabo este trabajo trajo aparejado el aprendizaje de otra serie de elementos ajenos al control, como ser implementar lenguaje de programación de micro-controladores, realizar el diseño mecánico del dispositivo, selección del material y transmisión del mismo, utilización de herramientas de comunicación entre dispositivo y computadora, entre otras.

Capítulo 2

Diseño Mecánico del Dispositivo

Se debió diseñar un dispositivo tipo péndulo pivotante sobre un par de ruedas. El diseño mecánico se realizó mediante el software CATIA V5R20 de Dassault [1].

2.1. Especificación de Requerimientos

Se necesitaba una plataforma de prueba para implementar algoritmos de control, semejante a un péndulo invertido pero en vez de incorporar un carro de desplazamiento lateral, el péndulo debía pivotar sobre ruedas que apoyen sobre el suelo. El peso que el mismo debía soportar era aproximadamente $1kg$. Los elementos que han de incorporarse en la estructura serían en principio una o dos baterías, dos motores, dos encoders, una computadora PandaBoard, y una placa electrónica que contaría con un microcontrolador.

La plataforma debería poder ser fabricada en los talleres del Centro Atómico Bariloche.

Deberían evitarse los juegos entre motores, encoders y ruedas, a fin de no perder la secuencialidad del control, y la referencia relativa de la posición.

2.2. Transmisión de Potencia

Se debió transmitir la potencia de sendos motores eléctricos con los cuales se disponía y eran similares a un *MABUCHI – RS – 555SH* hacia las ruedas. Del mismo modo, se debieron conectar a las mismas dos encoders *HEDDS – ISC3806*. Las posibles opciones para realizar la transmisión de potencia son por medio de fricción, correas, engranajes o cardánicamente.

Los parámetros tenidos en cuenta en la selección de transmisión fueron el torque transmitido, la sincronización, la velocidad a la cual se transmite, facilidad y costo de implementación, y por último los recursos disponibles.

Dichos parámetros fueron incluidos en una tabla comparativa por cada categoría, asignándole un valor entre 0 (mal desempeño) y 10 (buen desempeño) de acuerdo a las necesidades impuestas por la concreción de esta tesis. Luego fueron sumados sus valores y se obtuvo una primera selección 2.1.

Categoría \ Solución	Fricción	Engranajes	Correa	Cardan
Torque	7	10	8	10
Sincronización	5	10	9	10
Velocidad	10	10	8	10
Facilidad de Implementación	10	8	8	3
Costo	10	5	8	3
Recursos Disponibles	10	5	5	3
Suma	52	48	46	39
Suma/máximo	0,87	0,80	0,77	0,65

Tabla 2.1: Comparación entre los diferentes métodos de transmisión de potencia entre motores, encoders y ruedas. El mejor método de transmisión de acuerdo a estas categorías y valoraciones fue la transmisión por fricción.

Sin embargo se realizó una nueva selección, pero esta vez teniendo la precaución de pesar cada categoría de comparación de acuerdo a las necesidades de concreción de esta tesis. Se le asignó un mayor peso relativo a la disponibilidad de recursos y la sincronización del sistema. El primero de ellos fue el más importante por el tiempo escaso requerido para la concreción del proyecto. El segundo de ellos fue del mismo modo importante para conocer con exactitud la posición del dispositivo. En la tabla 2.2 se indican los pesos asignados y se obtuvo como mejor método de transmisión a la fricción.

2.3. Configuración

2.3.1. Configuración de la Transmisión

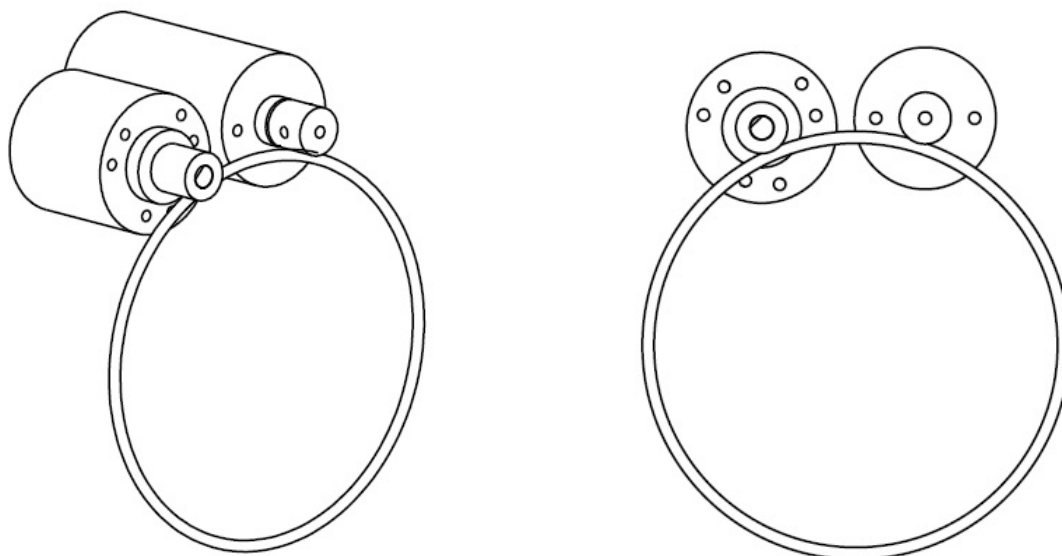
En el diseño de la transmisión, se dispuso de dos ruedas metálicas en las cuales sobre su circunferencia exterior se aloja un aro de goma. Cada rueda está soportada mediante presión a un rodamiento, el cual está presionado a un eje incrustado al chasis.

Se ubicaron los motores y encoders sobre pivotes lineales para regular su distancia al eje de las ruedas, y por ende la presión ejercida. A su vez, en vez de realizar contacto

Categoría \ Solución	Peso	Fricción	Engranajes	Correa	Cardan
Torque	5	35	50	40	50
Sincronización	10	50	100	90	100
Velocidad	8	80	80	64	80
Facilidad de Implementación	5	50	40	40	15
Costo	5	50	25	40	15
Recursos Disponibles	10	100	50	50	30
Suma Pesada		365	345	324	290
Suma Pesada/Máximo		0,85	0,80	0,75	0,67

Tabla 2.2: Comparación pesada entre los diferentes métodos de transmisión de potencia entre motores, encoders y ruedas. El mejor método de transmisión de acuerdo a los pesos asignados y valoraciones es la transmisión por fricción.

directo entre ejes de motores y encoders con las ruedas, se dispuso un cilindro con un tornillo aprisionador a los ejes, tanto de los motores como de los encoders. Esto puede verse más claramente en la figura 2.1a y 2.1b. Los cilindros antes mencionados apoyan su parte externa sobre la goma de la rueda.



(a) Esquema del mecanismo de transmisión utilizado. Se puede notar el Motor (cilindro de mayor tamaño) y el encoder correspondiente. Del eje de salida de ambos se tiene un cilindro con un prisionero al eje, cuya parte externa apoya sobre un aro de goma que envuelve a las ruedas.

(b) Vista frontal del mecanismo de transmisión por fricción elegido. La presión ejercida por las ruedas de fricción puede ser regulada por los pivotes lineales con los que cuentan tanto el motor (izquierda) como el encoder(derecha).

Figura 2.1

Dado que el peso de los motores disponibles era diferente al peso de los encoders (los motores eran más pesados) se buscó la disposición asimétrica de los mismos a cada lado para que el centro de gravedad se encuentre lo más cercano a la línea vertical

media del dispositivo. Esto puede verse en la figura 2.2.

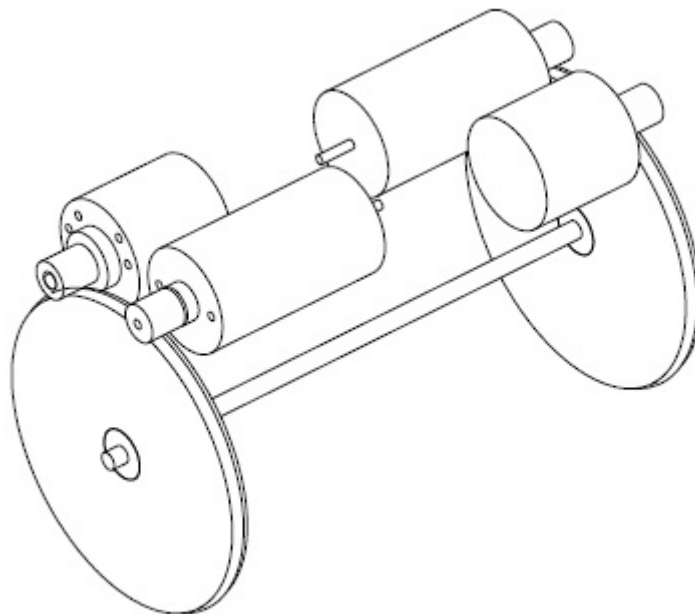


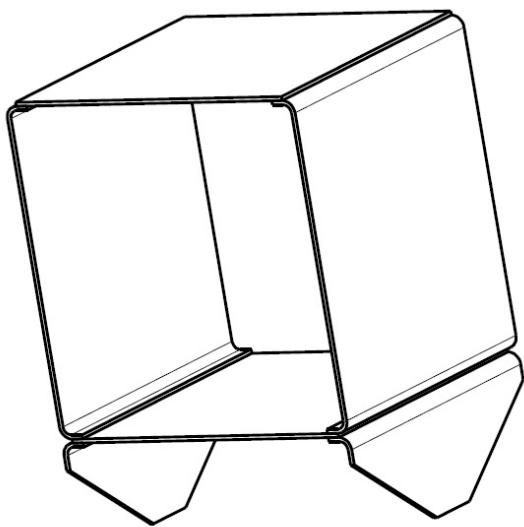
Figura 2.2: Disposición asimétrica de los motores y encoders hacia cada lado del dispositivo.

2.3.2. Configuración del Chasis

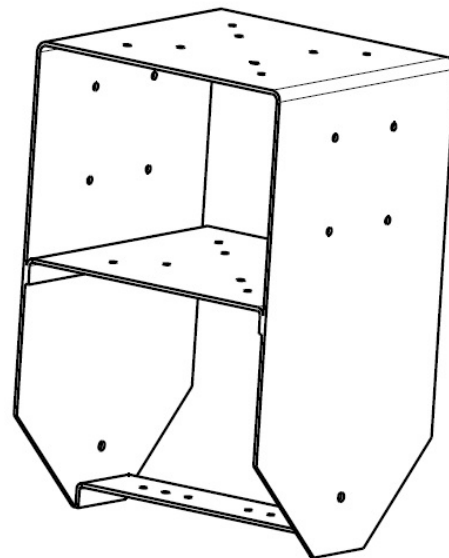
Se diseñaron dos modelos, ambos a partir chapas. En cuanto al dimensionamiento del mismo, las mismas deben ser tales de poder albergar en su interior una placa Panda-Board ($114,3mm \times 101,6mm \times 25,1mm$) cuyo peso es $81g$, así como un par de baterías $101mm \times 34,5mm \times 24mm$, peso ($2 \times 176g$) y una placa PCB ($100mm \times 100mm \times 25mm$) de peso aproximado $100g$.

El primer modelo diseñado (ver fig. 2.3a) consistía en diferentes chapas cortadas, y vinculadas entre sí. Se trató de realizar una estructura modular con estantes a fin de poder ubicar los componentes antes mencionados. Como ventajas del mismo, podría ser el hecho de trabajar con piezas más pequeñas, para luego unirlos. Desventajas de este primer diseño podría ser la menor rigidez de las chapas laterales inferiores, encargadas de sostener el eje porta-ruedas.

En base a consultas realizadas al taller mecánico, se propuso disminuir el número de chapas cortadas y vinculadas únicamente a 3 chapas, una principal y dos escalones. De este modo se reduce el número de vínculos necesarios entre ellas, aumenta la rigidez del conjunto, y se simplifica la construcción del dispositivo. Esto fue traducido a un segundo diseño realizado, mostrado en la figura 2.3b.



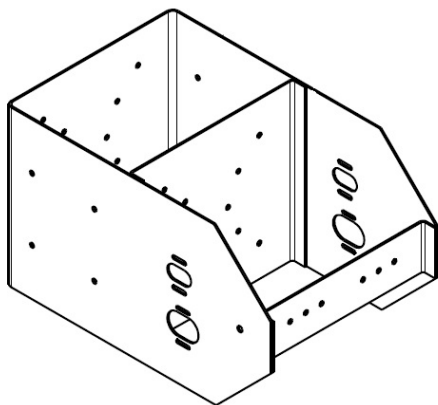
(a) Primer modelo diseñado para el dispositivo. Consistía en dos chapas estantes y cuatro laterales, dos superiores y dos inferiores donde colocar el eje que soportaría las ruedas.



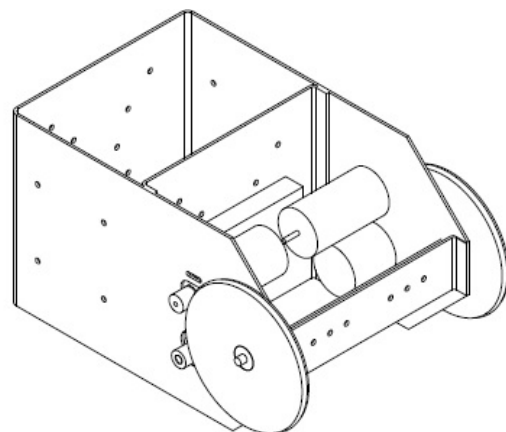
(b) Segundo modelo diseñado para el dispositivo. Las introducciones incorporadas respondieron al criterio técnico consultado en el taller de Investigación Aplicada.

Figura 2.3

Se muestran en la figura 2.4b el diseño final elegido y en la figura 2.4a la ubicación de los componentes dispuesta.



(a) Esquema del chasis del dispositivo diseñado. Fue realizado con chapa de aluminio serie 1000 de espesor 2mm.



(b) Esquema del dispositivo con todos sus elementos presentados. Las placas electrónicas se ubicarían sobre los estantes superiores.

Figura 2.4

2.4. Material del chasis

Como opciones de material de acuerdo a disponibilidad del taller se encontraban chapas de acero o chapas de aluminio. Se comparó ambos materiales de acuerdo a

distintas características mencionadas a continuación.

- Resistencia específica
- Inoxidabilidad
- Peso específico
- Módulo elástico respecto al costo
- Costo material
- Método de fabricación

A continuación, se asignó un valor relativo (entre 0 y 10) a cada característica para los dos materiales disponibles [2] (ver tabla 2.3)., y a posteriori se pesó cada característica de acuerdo a las necesidades presentadas para este trabajo (ver tabla 2.4).

Característica Material	Aluminio	Acero
Resistencia específica	9	9
Inoxidabilidad	10	8
Peso específico	9	3
Módulo elástico respecto al costo	8	10
Costo de material	8	9
Método de fabricación	10	10
Suma	54	49
Suma/Máximo	0,90	0,82

Tabla 2.3: Tabla comparativa entre distintas características de los dos materiales disponibles para la realización del dispositivo.

Característica \ Material	Peso	Aluminio	Acero
Resistencia Específica	10	90	90
Inoxidabilidad	10	100	80
Peso específico	4	36	12
Módulo elástico Respecto al costo	4	32	40
Costo de material	4	32	36
Método de fabricación	10	100	100
Suma Pesada		390	358
Suma Pesada/Máximo		0,93	0,85

Tabla 2.4: Tabla comparativa entre distintas características, asignándoles un peso a cada de ellas.

De este acotado estudio se eligió el aluminio como material.

2.5. Construcción

La construcción del dispositivo fue llevada a cabo en el taller de investigación aplicada en el Centro Atómico Bariloche.

Los procesos involucrados en la fabricación del chasis implicaron el corte de la chapa, el mecanizado de las guías lineales mediante una fresa, y el taladrado de los agujeros. Luego se dobló las chapas para llevarlas a su forma final, se presentaron los estantes y agujerearon para ser posteriormente vinculadas por tornillos y tuercas.

Para la fabricación de las ruedas, se torneó los agujeros interiores a la medida necesaria para luego aprisionar correctamente los rodamientos. La ranura externa de las ruedas para alojar los aros de goma se realizó del mismo modo en un torno, con la herramienta adecuada.

Tanto los 'pines' del motor como de los *encoders* fueron torneados para su fabricación. El eje que soporta el peso del dispositivo únicamente debió ser cortado por presentar una longitud mayor a la requerida.

Se muestra en la figura 2.5 el dispositivo finalmente construido y con los componentes instalados.

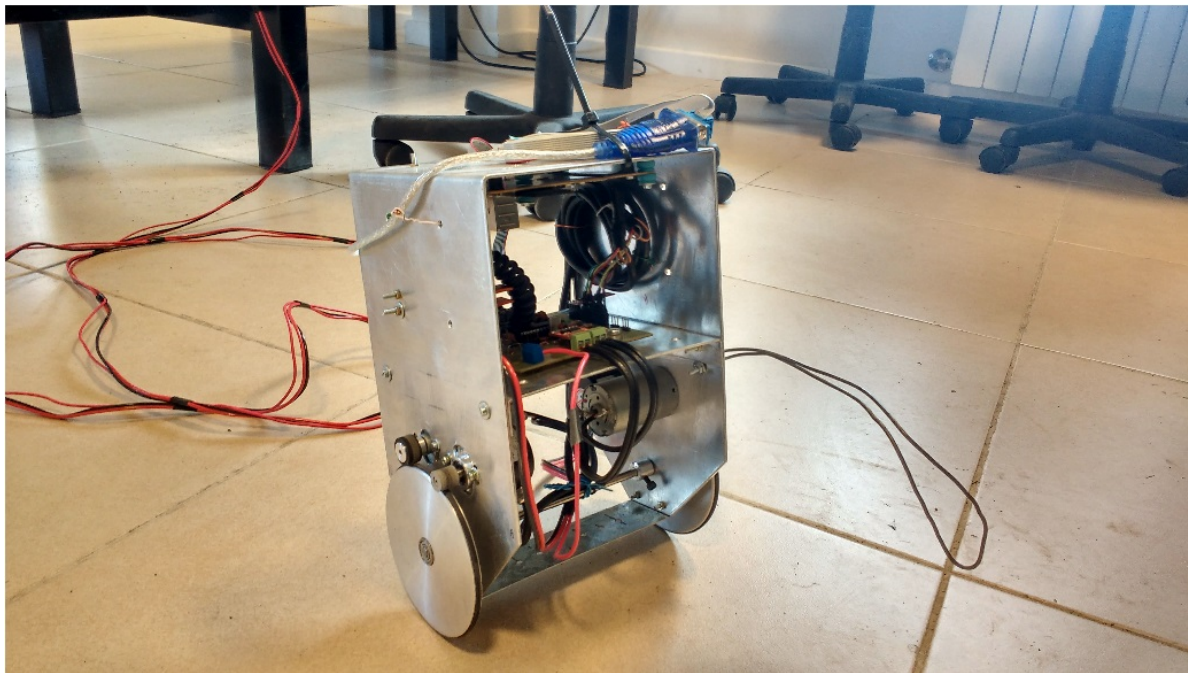


Figura 2.5: Dispositivo finalmente construido con los componentes instalados.

Capítulo 3

Diseño de la electrónica

3.1. Hardware

Para el funcionamiento del dispositivo, se recurrió a un diagrama de componentes como se muestra en la figura 3.1. Se puede notar el uso de una computadora *PandaBoard* (de ahora en más *PB*), una computadora de escritorio, y una placa electrónica con un microcontrolador (μC de ahora en adelante) diseñada para tal fin. Se utilizaron tres tipos de comunicaciones diferentes,: WI-FI, I2C y UART.

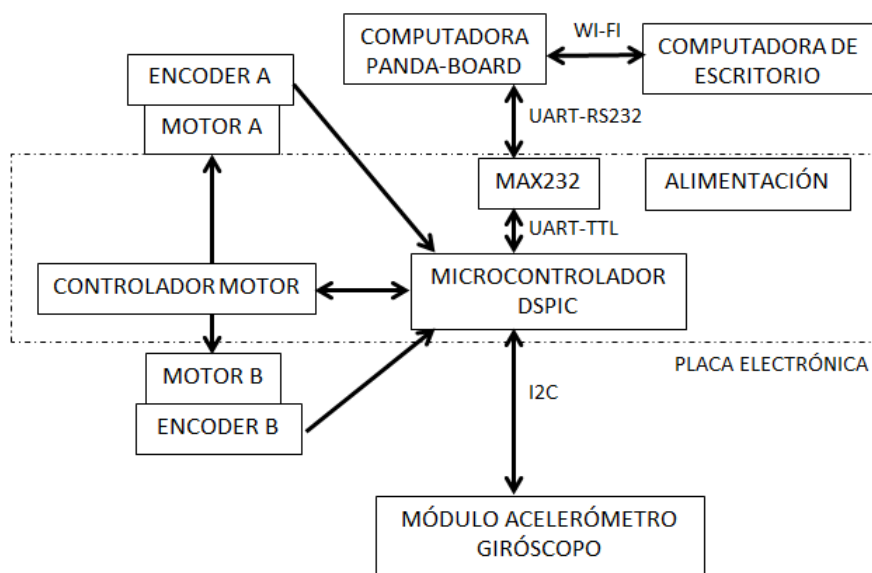


Figura 3.1: Diagrama funcional del μC , los periféricos, el controlador del motores, los encoders, la computadora *PB*, y la computadora de escritorio. Las comunicación del μC con la *PB* es por medio del protocolo UART, pero usando dos capas físicas distintas, una con niveles de tensión del μC (0 – 3,3V) y otra con niveles de tensión RS232($\pm 12V$).

3.1.1. Microcontrolador

Se utilizó un μC *DSPIC33FJ128GP802* [3] de 16 bits y 40MHz de frecuencia de operación máxima. El mismo posee 128Kb de memoria Flash para guardar programas. Se utilizó el software *MPLABX* V3.10 de MicroChip, y compilador gratuito XC16 (16bits). La forma de programar el μC fue a través de un *PicKit3* de Microchip. El μC tiene 21 terminales útiles de entrada/salida y su alimentación fue $V_{cc} = 3,3 \pm 0,1V$

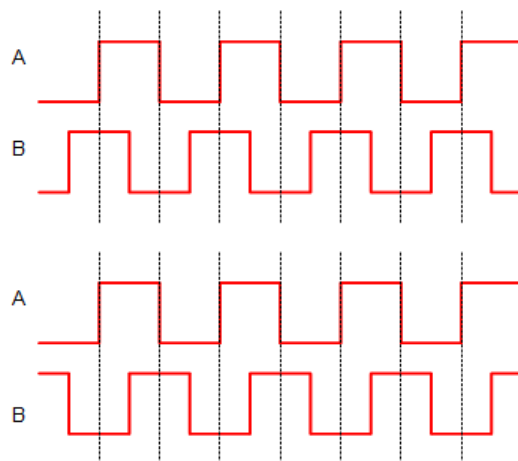
3.1.2. Periféricos

Encoders

Se usaron sendos encoders HEDSS ISC3806 (Ver 3.2a). El mismo, alimentado con $(5,0 \pm 0,2)V$ entregaba $(3,8 \pm 0,2)V$ como alto y $0,2 \pm 0,1)V$ como bajo. Se usaron 5 cables: 5V, GND, pulso A, pulso B y Z (vuelta 360°). Pueden verse en la figura 3.2a una vista en perspectiva del aparato, y en la figura 3.2b el principio de funcionamiento del mismo. Este último consiste en dos señales cuadradas en las salidas A y B del dispositivo, desfasadas 90° entre sí. Contando los pulsos puede determinarse el giro efectuado. A su vez el movimiento relativo y la dirección de giro se pueden determinar comparando si una señal adelanta o atrasa a la otra.



(a) Encoder HEDSS ISC3806 de 1000 pasos por vuelta. El mismo, si se programa de acuerdo al paso de flancos, puede obtenerse una resolución de 4000 pasos por vuelta.



(b) Principio de funcionamiento de un *encoder* de cuadratura. Las señales A y B están desfasadas 90°, pudiéndose obtener el paso dado y el sentido del mismo, de acuerdo si una señal adelanta o no a la otra.

Figura 3.2

La lectura de las señales A y B de los encoders se pudo realizar directamente por los terminales de entrada del μC que no eran compatibles con 5V, habiéndolas

interconectado con una resistencia de $10K\Omega$ de por medio. Todas los terminales de entrada del μC cuentan con un par de diodos tanto a masa como a la alimentación (Ver 3.3), los cuales presentan aproximadamente una caída de tensión en directo de $0,3V$, e igual capacidad de conducir corriente que un pin del μC . Por lo que si se intercala la resistencia antes mencionada se limita la corriente de entrada, para no destruir los diodos.

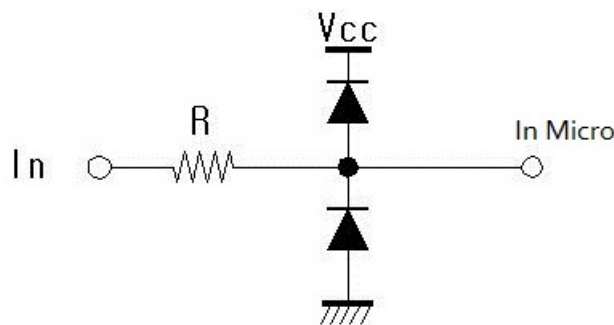


Figura 3.3: Configuración de terminales de entrada al μC . En este caso $V_{cc} = 3,3V$, y la caída en directo en los diodos es aproximadamente $0,3V$. Si la tensión $V_{In} = 5V$ entonces se tiene una diferencia de tensión en la resistencia de $V_R = 5V - 3,6V = 1,4V$. Si la resistencia de la misma es de $R = 10K\Omega$, luego la corriente que circula por el diodo superior será $I_{diodo} = 0,14mA$, menor a la máxima[3].

Módulo acelerómetro y giróscopo

Se utilizó un módulo 9DOFStick de Sparkfun. En el mismo se integra un acelerómetro ADXL345 [4], un giróscopo ITG3200 [5] y un magnetómetro HMC5883L, todos comunicados mediante protocolo I2C. La tensión de alimentación del módulo fue de $5V$.

Las características técnicas del acelerómetro utilizado fueron sensibilidad $4mg/LSB$, fondo de escala $\pm 2g$, 13bits de resolución del convertor analógico Digital integrado. De igual modo las características del giróscopo usado fueron una sensibilidad de $14,375 \frac{LSB}{1^\circ/seg}$, fondo de escala $\pm 2000^\circ/s$, 16 bits de resolución del convertor analógico digital integrado.

Ambos dispositivos están fabricados con tecnología *MEMS* (*Micro-Electro-Mechanical-Systems*), los cuales utilizan palancas, pesos suspendidos y capacidades resultantes variables, además de electrónica integrada para lograr medir oscilaciones.

En las figuras 3.4b y 3.4a se muestran el módulo acelerómetro 9DOFStick de Sparkfun utilizado.

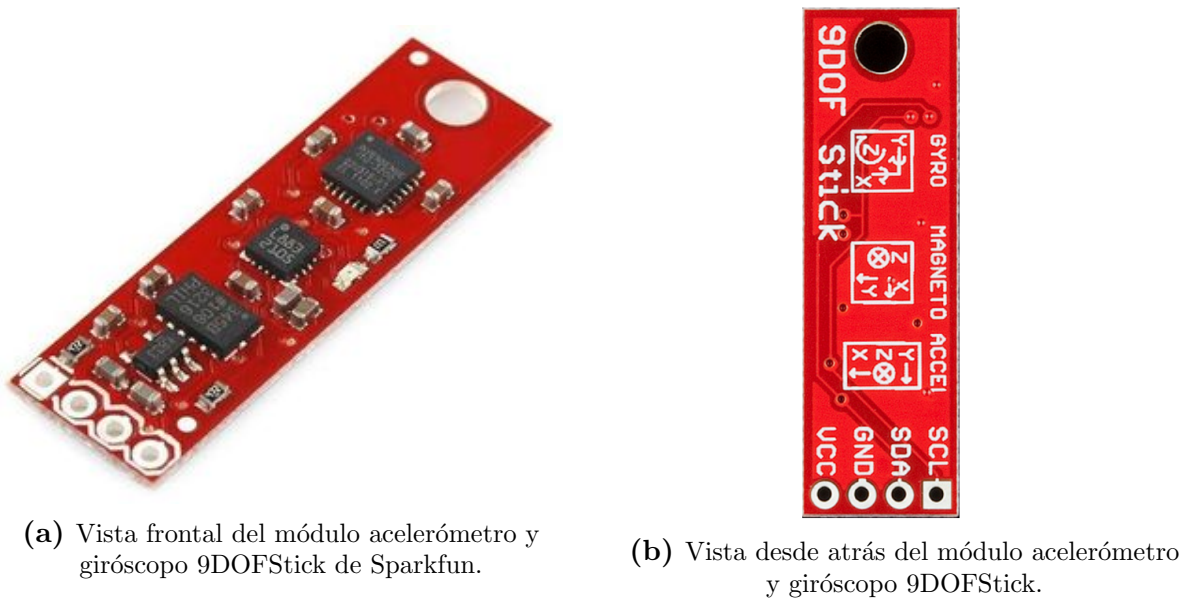
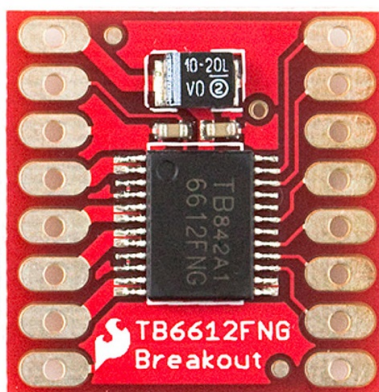


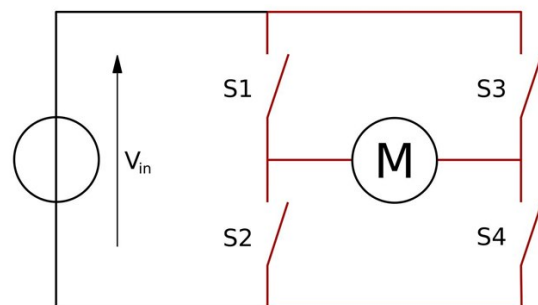
Figura 3.4

Controlador de motores de corriente continua

Se usó el doble puente H TB6612FNG [6] de Toshiba, con capacidad de 1,2A de corriente promedio y picos de hasta 3,2A por cada motor comandado. En principio, estos puentes H soportan hasta 15V de alimentación para los motores, y la señal de mando está en el rango de 2,7V a 6V.



(a) Controlador de motores TB6612FNG de Toshiba en un módulo de SparkFun, el cual maneja hasta dos motores de corriente continua con tensión máxima 15V y corriente máxima 1,2A.



(b) Esquema funcional de un puente H. El mismo sirve para controlar el sentido de giro de un motor, con una alimentación única. Si se cerraran los contactos S1 y S4, la corriente circularía de izquierda a derecha en el motor. Al contrario, si se cerraran los contactos S2 y S3 la corriente circularía en sentido contrario.

Figura 3.5

El principio del funcionamiento de un puente H se muestra en la figura 3.5b.

3.1.3. Comunicaciones

Comunicación UART

Se utilizó un integrado *MAX232* [7] para comunicarse a una computadora PandaBoard. El circuito integrado mencionado es un adaptador de niveles de tensión entre el μC (entre +3,3V y 0V) y el protocolo RS232 ($\pm 12V$).

3.1.4. Computadora *PandaBoard*

La *PB* es una computadora de placa única con un procesador ARM Dual-core cortex-A9 y 1Gb de memoria Ram (Ver fig. 3.6) de reducidas dimensiones respecto a una computadora de escritorio. Sus medidas son $(115 \times 110)mm$, y pesa 82g. La *PB* utilizada tenía instalado *Ubuntu 14.04 LTS*. Se instaló una fuente reguladora de tensión para alimentar a la mini-computadora. Ésta consistió en dos reguladores *LM7805* conectados en paralelo. La función asignada a la *PB* fue recibir datos vía puerto RS232, ejecutar el control adecuado y comandar luego el dispositivo.

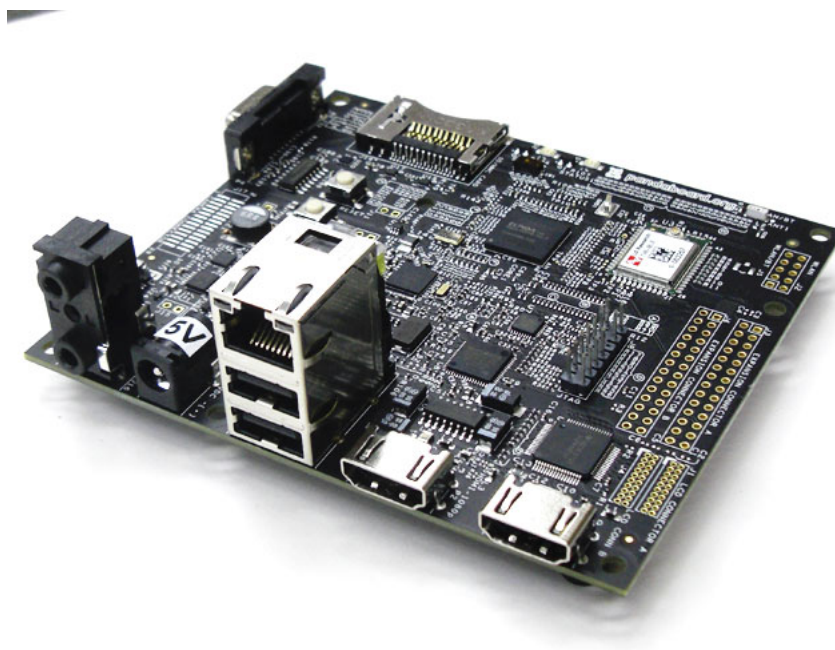


Figura 3.6: Computadora *PB* utilizada para la implementación del algoritmo de control.

3.1.5. Diseño de la placa electrónica

Se diseñó una placa electrónica que integre diferentes elementos (Ver fig3.1) como ser un μC DSPIC33FJ128, un controlador de motores, un adaptador de nivel entre μC y RS232, alimentación de 5V para el controlador de motores, los encoders y el módulo

acelerómetro-giróscopo, y alimentación de $3,3V$ para el μC .

Los terminales libres del μC libres se las dejó con conectores para una futura utilización, como ser la lectura de nuevos sensores. Se diseñó una masa y alimentación independiente para energizar los motores y sobre todo para evitar interferencia por ruido en μC y sensores.

Se colocó un led verde y uno azul, desactivables por conectores externos y posible uso como entrada/salida, y chequeo de comunicación funcionando.

Se encontraron dos defectos correspondientes con el diseño de la placa: El primero consistió en el transitorio de corriente de los motores al cambiar bruscamente su dirección que ocasionaba el corte de la comunicación $I2C$. El módulo se había montado cerca del eje de pivote para tener mejor repuesta dinámica, pero el cable de comunicación recibía interferencia, que cortaba la comunicación $I2C$. Se resolvió montarlo próximo a la placa de control.

El otro problema era el hecho de que los dos reguladores de tensión $LM7805$ y $LM78L33$ de $5V$ y $3,3V$ respectivamente disipaban un exceso de potencia, ya que se alimentaban con $12V$, la alimentación de los motores. La configuración de los reguladores se muestra en la figura 3.7.

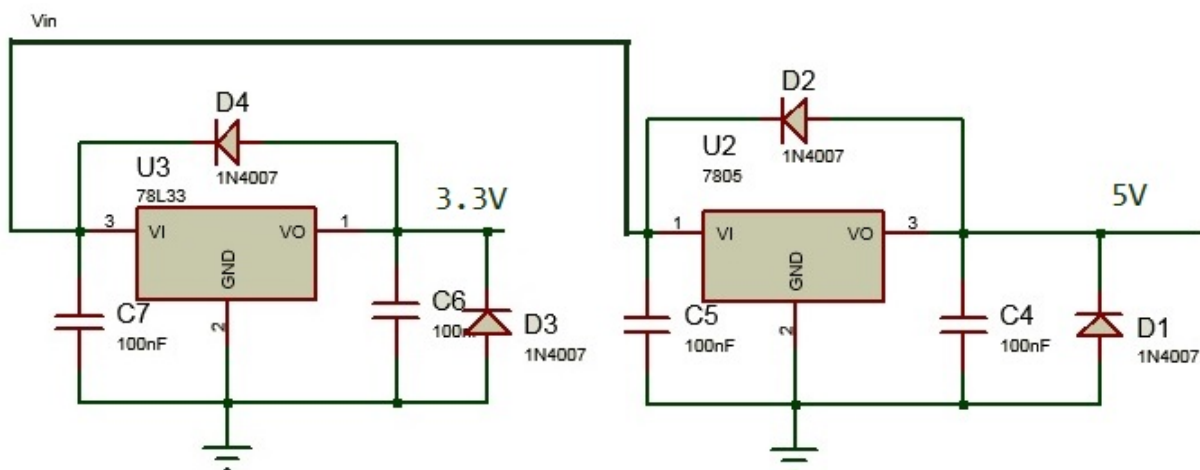


Figura 3.7: Disposición utilizada para la regulación de tensión de entrada $V_{in} = 12V$ para alimentar al μC $3,3V$ y a los otros dispositivos $5V$.

Realizando un cálculo de disipación de los reguladores, se obtiene:

$$P_{reg,3,3} = (V_{alim} - V_{reg}) * I = (12 - 3,3)V * 0,065A = 0,56W \quad (3.1)$$

$$P_{reg5,0} = (V_{alim} - V_{reg}) * I = (12 - 5)V * 0,17A = 1,2W \quad (3.2)$$

La potencia máxima soportada por el regulador de 3,3V era de 0,5W, y la máxima potencia soportada por el regulador de 5V era de 1W. Por ese motivo, y añadiéndole a ése el hecho de la pérdida de potencia que implicaba alimentar los reguladores con la tensión de alimentación de los motores, se dividió la alimentación en una de 12V para los motores y 7V para la alimentación de los reguladores y la PB. De éste modo se disipa menos potencia en los reguladores (su temperatura disminuye), y se pueden evitar grandes transitorios en la alimentación de μC y PB. Del mismo modo, se puede separar dos baterías para la alimentación de motores y controladores.

El diagrama completo del conexionado se adjunta en los anexos, así como el diseño de la placa electrónica.

3.2. Software

3.2.1. Microcontrolador

Esquema del programa

Básicamente el esquema del programa implementado en el μC respondía a un primer llamado a inicializaciones de todos los dispositivos periféricos, y luego se iniciaba un loop nulo, en el que únicamente se actualizaban los estados de las velocidades de los motores.

La mayoría de las acciones se ejecutaban a través de interrupciones, ya sea por eventos externos, o interrupciones temporizadas. Entre ellos el envío temporizado de un mensaje con los datos, las interrupciones de los encoders, las interrupciones de las comunicaciones I2C, las de llegada de un mensaje UART, etc.

Lectura de Encoders

El algoritmo de lectura de encoders fue realizado en *assembler*. Se realizó de este modo debido a que se puede corresponder perfectamente los comandos realizados en *assembler* con el tiempo de ejecución de los mismos. Esto fue necesario por el número de veces por segundo en la que se pueden entrar en esas interrupciones. Se interrumpe 4000 veces por vuelta de *encoder*, correspondiéndose a un diámetro de pin de *encoder* de $(11,6 \pm 0,1)mm$, se tiene una interrupción cada aproximadamente 0,01mm de recorrido lineal sobre el piso.

Se utilizó la función del μC Captura de Entrada ó *Input Capture*, en la cual se permite guardar el valor de algún temporizador elegido ante una variación lógica de tensión en una entrada. La variación elegida fue por flanco, ya sea positivo o negativo. De esta forma ante cada flanco, se programó una interrupción correspondiente en la cual se aumenta o disminuye un contador en función del sentido, y se obtiene el tiempo transcurrido entre pulsos.

A intervalo fijo de tiempo $T = 10ms$ se envían a la computadora **PB** la cantidad de flancos contados y el tiempo transcurrido entre el primer flanco y el último. Esto permite calcular la velocidad, el sentido y distancia que se avanza.

Comando de Controlador de Motores

Para controlar cada motor utilizando el puente H descrito anteriormente se necesitan 3 señales: una que define el valor de tensión efectiva al motor, y las otras dos que definen el sentido (podría haberse realizado una compuerta *NOT* y que sea una única señal).

La señal que define el valor de tensión efectiva del motor fue lograda gracias a la utilización de la función *PWM(Pulse Width Modulation)* o modulación por ancho de pulso disponible en el μC . La misma cuenta con una base de tiempo T (Ver fig. 3.8) y en función de la proporción de tiempo que la señal se encuentre en alto será la tensión media a la salida.

Comunicación I2C con módulo acelerómetro y giróscopo

Se utilizó un programa escrito en assembler de comunicación I2C. Las funciones importadas en el archivo *i2c.s* son *_IniciarEscrituraI2C*, *_IniciarLecturaI2C* y otras propias de la comunicación en sí.

Las direcciones I2C tienen 7 bits, y luego se le asigna el octavo según se quiera escribir o leer. La dirección del acelerómetro ADXL345 es 0x53, la del giróscopo ITG-3200 es 0x68. Un error que se tuvo fue la elección de la dirección del primero de ellos. La hoja de datos del dispositivo (ver [4]) menciona que el mismo puede tener dos direcciones posibles, dependiendo del estado del terminal *SDO/ALT ADDRESS*. Analizando el diagrama de conexionado de la placa 9DOFStick ese terminal está a tierra, tomando la dirección 0x53, de otro modo hubiera sido 0x1D.

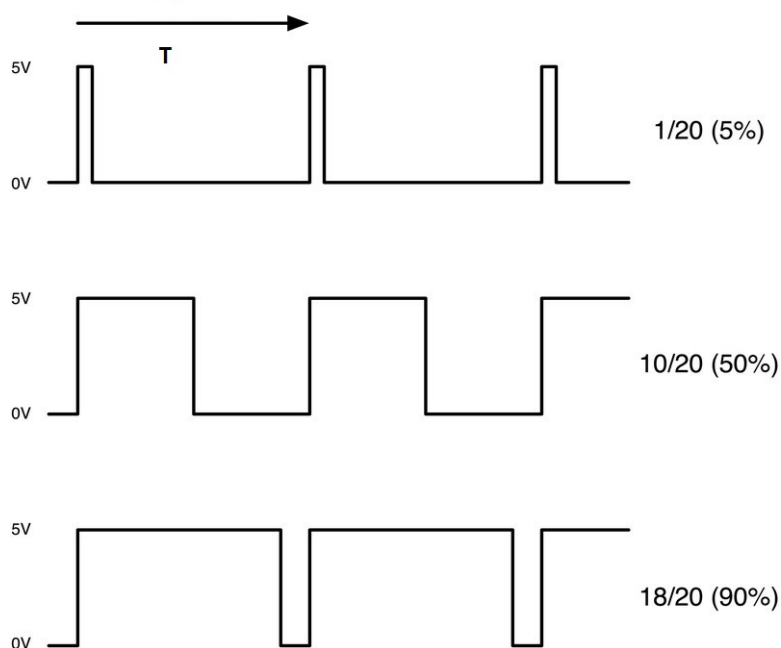


Figura 3.8: Principio de funcionamiento de la técnica de modulación por ancho de pulso. T es la base de tiempo sobre la cual se desarrolla la señal.

Para comenzar la comunicación, se habilitó el bit $I2CEN$, el cual configura los terminales SDA y SCL del μC como puertos correspondientes con la comunicación. Luego se aumentó la prioridad de las interrupciones I2C, lo estándar es 4, y se las pasó a 5.

Para configurar el acelerómetro, se envía al registro $0x2D$ del mismo un 1 en el 4^{to} bit, que es la instrucción para que inicie las mediciones. A su vez, también se configuró el registro $0x31$, 4^{to} bit en 1, para que el dispositivo funcione en modo alta resolución, la cual es $13bits$.

Para configurar el giróscopo [5], el cual mide velocidad angular, primero se configuró el registro $0x3E$, en el cual se selecciona la fuente del reloj para el funcionamiento del mismo. Se configuró para que la misma provenga del giróscopo X. Luego se escribió el registro $0x16$, en el cual el bit 4 y 3 deben ser 1 para tener el fondo de escala $\pm 2000^\circ/s$. Los tres primeros bits configuran un filtro pasabajo interno, así como la frecuencia de muestreo asociada. Se configuró en 0 los bits 0, 1, 2 que se corresponden con una frecuencia de 256 Hz de pasabajo y una frecuencia de muestreo de $8kHz$. También se configuró el registro $0x15$, el cual es un divisor de la frecuencia de muestreo. Se eligió este registro con un valor de 99, para que la frecuencia final del muestreado sea $8kHz/(99 + 1) = 800Hz$, que es la frecuencia de operación del I2C en nuestro sistema.

Comunicación UART

Los terminales 5V compatibles del μC se configuraron como tales con el registro *ODCB*. Se pudo transmitir con un *Baudrate* de $115200\text{bits}/\text{seg}$. Se debió configurar el bit *BGRH* en alto, del registro *U1MODE* del μC , para transmitir a alta frecuencia.

La comunicación UART implementada consiste en el intercambio de mensajes entre la *PB* y el μC , siguiendo la siguiente secuencia:

Cada $T = 10\text{ms}$ el μC envía un paquete que contiene los valores actuales de los sensores. Este paquete está conformado por posiciones de los encoders, tiempos de *encoders*, aceleraciones lineales y velocidades angulares.

La *PB* recibe el mensaje del μC y envía un paquete. El mismo está compuesto por un carácter inicial y la ejecución de la acción de control, que finalmente comanda los motores. Si la *PB* envía carácter inicial de finalización, el μC suspende el envío temporizado de paquetes, y apaga los motores.

Tiempos característicos de la comunicación UART

Se estimaron los tiempos característicos de envíos de datos teniendo 115200Baudios , que son $115200\text{bits}/\text{segundo}$. Cada carácter tiene 8 bits más dos de parada, haciendo $10\text{bits}/\text{carácter}$. De esta forma, se tendrá 1 carácter cada $86\mu\text{s}$. Si el mensaje final es de 22 bytes (1 carácter inicial (1 byte), 2 posiciones (4 bytes), 2 tiempos (4 bytes), 3 aceleraciones lineales (6 bytes), 3 velocidades angulares (6 bytes), un carácter *Check* (1 byte)) se obtiene un mensaje cuya longitud temporal es $1,91\text{ms}$ para los mensajes enviados por el μC .

3.2.2. Computadora *PandaBoard*

Esquema del programa

Se implementó un programa en la computadora *PB* con una secuencia semejante a la mostrada en la figura 3.9. Al principio este programa ejecuta inicializaciones y luego ingresa en un ciclo repetitivo, del cual puede salir de acuerdo a una variable que puede cambiarse desde el ingreso del teclado. En el ciclo, el programa lee el puerto serie, calcula el estado del sistema, luego ejecuta el algoritmo del filtro de Kalman, a posteriori calcula la acción de control, después escribe en el puerto serie, en la pantalla y lee la entrada del teclado. Luego del ciclo, verifica una variable de salida *RUN*. En

caso de ser igual a cero, sale del ciclo, escribe un archivo de datos y finaliza el programa. Caso contrario, continúa el ciclo.

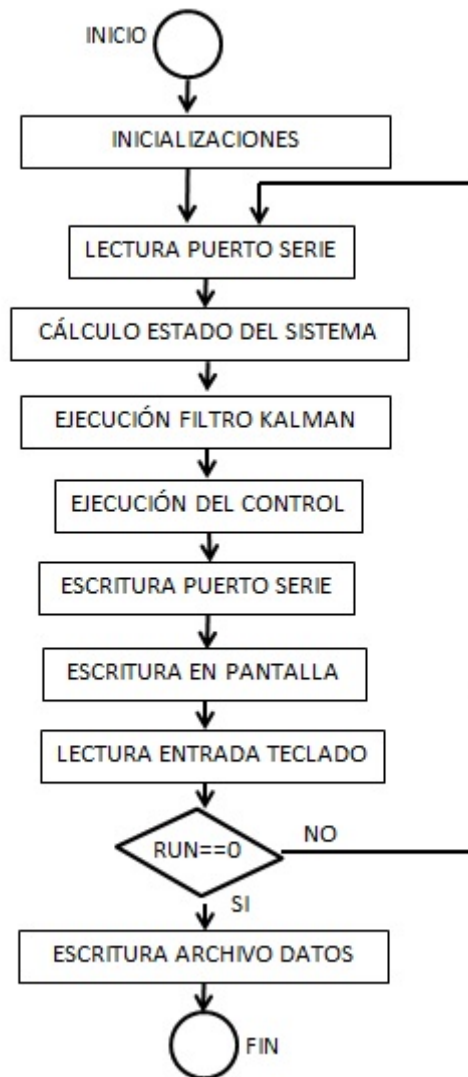


Figura 3.9: Secuencia del programa ejecutado en la computadora *PB*. La variable que comanda la ruptura del lazo cíclico es la *RUN*, la cual se puede cambiar desde teclado.

Funciones implementadas

Se implementaron varias funciones, entre las cuales se pueden mencionar a *serial_read()*, *calc_est()*, *estimacion_kalman()*, *imprimir_datos()*, *ejecutar_control()*, *accionar_salidas()*, *pruebaPulsos()*, *chirp()*, entre otras.

A continuación se especificará a grandes rasgos la tarea de cada una de las funciones:

- *serial_read()* permite la lectura del puerto serie el número de caracteres especificado en la variable de entrada *size*.
- *calc_est()* tiene como objetivo calcular el estado del dispositivo, en base a los datos recibidos del μC .

- *estimacion_kalman()* calcula la estimación del ángulo del dispositivo fusionando lecturas de aceleración lineal y velocidad angular.
- *imprimir_datos()* escribe al finalizar el programa la variable log en un archivo con extensión *.txt*.
- *ejecutar_control()* define la tarea que se lleva a cabo, ya sea identificación, equilibrio, prueba de pulsos, etc.
- *accionar_salidas()* escribe en el posterior mensaje enviado por la *PB* la acción de control en los motores.
- *pruebaPulsos()* define una secuencia de un pulso hacia un lado y hacia otro, para comprobar la acción de control posible sobre el vehículo.
- *chirp()* calcula los valores de acción de control que se corresponden con un seno de diferentes frecuencias, igual amplitud, y sin valor medio para realizar identificación.

De la entrada del teclado se realizó un menú para ejecutar acciones. Las mismas pueden ser: una escalera de velocidades, escalones de velocidades, pulsos de determinado tiempo, señal de prueba *chirp* para identificar, y por último la ejecución del equilibrio. Además se agregaron teclas de cambio de referencia de posición, así como giro del dispositivo.

Se usó la librería *signal*, con el fin de terminar el programa y que el puerto serial se cierre correctamente. En ella, cuando se quiera terminar el programa, se aprieta *Ctrl-C*, y esto llama a la función *signHand*, en la cual cambiamos una variable global *RUN* que rompe el bucle que se esté procesando.

Se creó una estructura del estado del dispositivo. En ella se tiene la velocidad, la posición, las aceleraciones, las velocidades angulares, el tiempo, los *setpoints* de velocidad, el tiempo del temporizador de los *Input capture*, el ángulo del dispositivo, la posición de referencia, y las componentes del vector de gravedad estimado.

Se creó una variable *log* que sea un vector de estados de un valor grande (100Megabytes) ejecutado por un comando denominado *new*, que es similar al *malloc* en C. Cada vez que se ejecuta la función *CalcularEstado*, se guarda al final el estado en la variable *log*. Finalmente, cuando termina el programa, se imprime a un archivo los valores de la variable *log*, que son los estados sucesivos del dispositivo.

Comunicaciones

Para el caso de la comunicación UART, el paquete enviado por la *PB* tiene un largo de *8bytes*. El mismo consta de 1 carácter de inicio, un carácter de comando de un led, dos caracteres en los cuales se indican los sentidos de giro y dos velocidades(4 bytes). La frecuencia para el envío de datos fue *115200baudios*. Si se tienen 10 bits por carácter enviado entonces el mensaje tuvo una longitud temporal de *0,7ms*.

La computadora de escritorio tenía instalado *Ubuntu 14.04 LTS*. Entre esa PC y la *PB* se comunicaban a través del comando de terminal *ssh*, el cual permitía ingresar como usuario a la panda, desde la PC. Para compartir archivos, se utilizó el comando *sshfs*, el cual monta una carpeta de la *PB* en la PC. Estos dos comandos mencionados funcionaban sólo cuando la *PB* y la PC se encontraban conectados por *WI-FI* a la misma conexión de red inalámbrica.

Capítulo 4

Modelo Teórico

4.1. Objetivo del Modelo

El objetivo del control sobre un sistema dinámico es que el mismo siga una referencia de acuerdo a algunas características y bajo ciertas condiciones. Para lograr ese objetivo es necesario realizar una serie de pasos, entre los cuales el primero de ellos es el modelado teórico del mismo. El modelo teórico o modelo dinámico es una descripción matemática, la cual se suele traducir a encontrar una serie de ecuaciones diferenciales que representen el comportamiento de la planta.

En muchas ocasiones el modelo dinámico cuenta con ecuaciones diferenciales no lineales. Una primera aproximación al modelo es linealizarlo en un punto de equilibrio. Con el sistema linealizado, puede aplicarse el método de las variables de estado y posteriormente aplicar el control necesario para cumplir el objetivo mencionado al principio.

4.2. Modelo utilizado

4.2.1. Lagrangiano

Se realizó un modelo en dos dimensiones del dispositivo. El mismo consideró que toda la masa se encuentra en un sólo plano paralelo a las ruedas, y que existe la condición de no deslizamiento entre ruedas y piso. Dado el esquema de la figura 4.1

Se obtuvieron las energías cinéticas respectivas.

$$E_{cl} = \frac{1}{2}m_r\dot{x}^2 \quad (4.1)$$

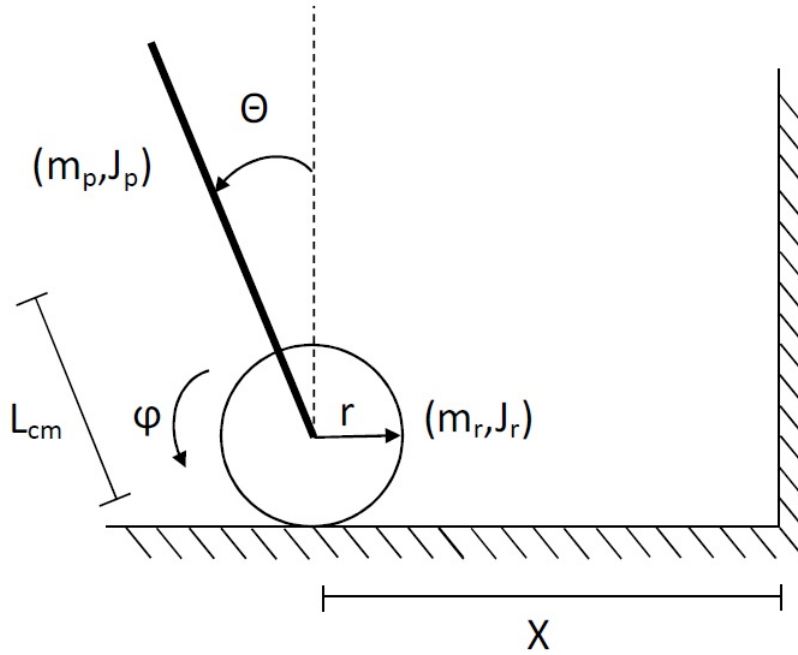


Figura 4.1: Esquema del modelo teórico utilizado. Las coordenadas generalizadas son la inclinación del péndulo sobre la vertical θ y el ángulo de la rueda φ . A su vez la distancia x se la puede obtener a partir de φ . L_{cm} es la distancia del centro de gravedad del péndulo al eje de giro. J_p y J_r son los momentos de inercia del péndulo y la rueda respectivamente, así como m_p y m_r son las masas de los mismos.

$$E_{c2} = \frac{1}{2} J_r \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \frac{J_r}{r^2} \dot{x}^2 \quad (4.2)$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}^2 \quad (4.3)$$

$$E_{c4} = \frac{1}{2} m_p (\dot{x}_{cm}^2 + \dot{y}_{cm}^2) \quad (4.4)$$

Donde E_{c1} se corresponde con la energía cinética de la rueda, E_{c2} es la energía cinética rotacional de la rueda, E_{c3} es la energía cinética rotacional del péndulo y E_{c4} es la energía cinética de traslación del mismo. E_{c4} puede reescribirse usando las coordenadas generalizadas:

$$E_{c4} = \frac{1}{2} m_p (\dot{x}^2 + l_{cm}^2 \dot{\theta}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}l_{cm} \cos \theta) \quad (4.5)$$

Se obtuvo la energía potencial:

$$E_p = m_p g l_{cm} (\cos \theta - 1) \quad (4.6)$$

A partir de lo obtenido, puede realizarse el Lagrangiano:

$$L_t = T_t - V_t = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + E_{c4} - E_p \quad (4.7)$$

$$L_t = \frac{1}{2}(m_r + \frac{J_r}{r^2})\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_p\dot{\theta}^2 - m_p g l_{cm}(\cos \theta - 1) + \frac{1}{2}m_p(\dot{x}^2 + l_{cm}^2 \dot{\theta}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}l_{cm} \cos \theta) \quad (4.8)$$

4.2.2. Fuerzas generalizadas

Se analizaron las fuerzas generalizadas involucradas en el sistema. A partir de la figura 4.2, se obtuvieron las mismas. La primera fuerza analizada fue la realizada por el motor.

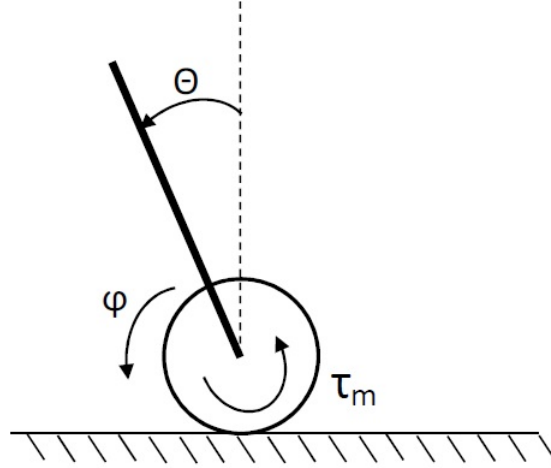


Figura 4.2: Esquema del modelo teórico utilizado, donde se indican las coordenadas generalizadas y el torque motor correspondiente.

$$W_{\tau_m} = \tau_m(\varphi - \theta) = \tau_m\left(\frac{x}{r} - \theta\right) \quad (4.9)$$

$$\text{Torque motor} \begin{cases} Q_{\tau_m, x} = \frac{\partial W_{\tau_m}}{\partial x} = \frac{\tau_m}{r} \\ Q_{\tau_m, \theta} = \frac{\partial W_{\tau_m}}{\partial \theta} = -\tau_m \end{cases}$$

A continuación, se analizó la fuerza viscosa ejercida en el eje:

$$W_{F_e} = -(\dot{\varphi} - \dot{\theta})\mu_e(\varphi - \theta) \quad (4.10)$$

$$\text{Fuerza viscosa eje} \begin{cases} Q_{F_e, x} = \frac{\partial W_{F_e}}{\partial x} = \frac{-\mu_e}{r}(\dot{\varphi}\dot{\theta}) \\ Q_{F_e, \theta} = \frac{\partial W_{F_e}}{\partial \theta} = \mu_e(\dot{\varphi}\dot{\theta}) \end{cases}$$

También se tuvo en cuenta la fricción con el suelo.

$$W_{F_s} = -\dot{x}\mu_s x \quad (4.11)$$

$$\text{Fricción suelo} \left\{ Q_{F_s, x} = \frac{\partial W_{F_s}}{\partial x} = -\dot{x}\mu_s \right.$$

4.2.3. Ecuaciones del movimiento

De las ecuaciones del movimiento [8]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \sum Q_i \quad (4.12)$$

Y habiéndolas aplicado al Lagrangiano en cuestión, se obtuvieron las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$\begin{cases} \ddot{x} \left(m_r + m_p + \frac{J_r}{r^2} \right) + m_p l_{cm} (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) = \frac{\tau_m}{r} - \dot{x} \left(\mu_s + \frac{\mu_e}{r^2} \right) + \frac{\mu_e}{r} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} (J_p + m_p l_{cm}^2) + m_p l_{cm} \ddot{x} \cos \theta - m_p l_{cm} g \sin \theta = -\tau_m + \mu_e \left(\frac{\dot{x}}{r} - \dot{\theta} \right) \end{cases} \quad (4.13)$$

Éstas expresiones pueden escribirse en forma matricial, de la manera que sigue:

$$\begin{bmatrix} m_r + m_p + \frac{J_r}{r^2} & m_p l_{cm} \cos \theta \\ m_p l_{cm} \cos \theta & J_p + m_p l_{cm}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\mu_s + \frac{\mu_e}{r^2} \right) & \dot{\theta} \sin \theta + \frac{\mu_e}{r} \\ \frac{\mu_e}{r} & -\mu_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\tau_m}{r} \\ -\tau_m + m_p l_{cm} g \sin \theta \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Reacomodando y reidentificando las constantes como nuevos parámetros, se obtiene lo siguiente:

$$I = \left(m_r + m_p + \frac{J_r}{r^2} \right) \quad J = (J_p + m_p l_{cm}^2) \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{m_p l_{cm}}{I} (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + \frac{1}{rI} \tau_m - \frac{\left(\mu_s + \frac{\mu_e}{r^2} \right)}{I} \dot{x} + \frac{\mu_e}{rI} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = -\frac{m_p l_{cm}}{J} \ddot{x} \cos \theta + \frac{m_p l_{cm} g}{J} \sin \theta - \frac{1}{J} \tau_m + \frac{\mu_e}{J} \left(\frac{\dot{x}}{r} - \dot{\theta} \right) \end{cases} \quad (4.16)$$

4.2.4. Modelo del motor de corriente continua

El torque realizado por la rueda era impulsado por un motor eléctrico de corriente continua. El modelo usado [9] para el mismo se detalla a continuación, así como su influencia en el sistema modelado anteriormente.

El torque de un motor eléctrico de corriente continua puede ser descrito como

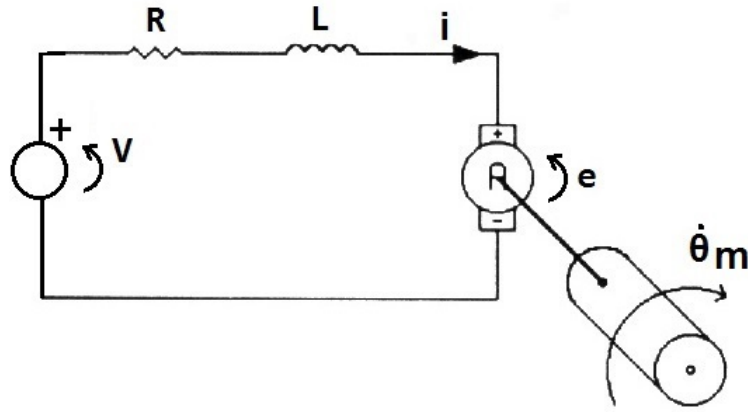


Figura 4.3: Esquema del modelo eléctrico del motor, el mismo tiene una resistencia R , inductancia L . La corriente que circula por el circuito es i , la tensión aplicada en bornes del motor es V y su velocidad de giro es $\dot{\theta}_m$. La fuerza contraelectromotriz ejercida por el motor es e .

función lineal de la corriente que circula entre sus bornes.

$$\tau_m = K_t i \quad (4.17)$$

A su vez, si se considera el diagrama eléctrico de la figura 4.3, la fuerza contraelectromotriz (e en el esquema) se describe como sigue:

$$e = K_e \dot{\theta}_m \quad (4.18)$$

Analizando el circuito por la ley de Kirchoff, la sumatoria de tensiones en un sentido debe ser igual:

$$V = iR + K_e \dot{\theta}_m + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (4.19)$$

Si consideramos a los motores como pequeños, el efecto que tiene la inductancia sobre el circuito es despreciable. De este modo $L \approx 0$, y la corriente se la puede describir como una función lineal de la tensión aplicada V y la velocidad del motor $\dot{\theta}_m$:

$$i = \frac{V}{R} - \frac{K_e}{R} \dot{\theta}_m \quad \tau_m = \frac{K_t}{R} V - \frac{K_t K_e}{R} \dot{\theta}_m \quad (4.20)$$

Además si la tensión aplicada es referenciada al valor de *setpoint* u , el cual para una tensión final de $12V$ se correspondía con $u = 2^{16} - 1 = 65536$, se tiene:

$$V = K_s u \quad \tau_m = \frac{K_t K_s}{R} u - \frac{K_t K_e}{R} \dot{\theta}_m \quad (4.21)$$

Pero a su vez, $\dot{\theta}_m = \dot{\varphi} - \dot{\theta}$, con lo que $\dot{\theta}_m = r\dot{x} - \dot{\theta}$. Si agregamos esta ecuación al sistema visto anteriormente:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{m_p l_{cm}}{I}(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + \frac{1}{rI} \left(\frac{K_t K_s}{R} u - \frac{K_t K_e}{R} (r\dot{x} - \dot{\theta}) \right) - \frac{(\mu_s + \frac{\mu_e}{r^2})}{I} \dot{x} + \frac{\mu_e}{rI} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = -\frac{m_p l_{cm}}{J} \ddot{x} \cos \theta + \frac{m_p l_{cm} g}{J} \sin \theta - \frac{1}{J} \left(\frac{K_t K_s}{R} u - \frac{K_t K_e}{R} (r\dot{x} - \dot{\theta}) \right) + \frac{\mu_e}{J} \left(\frac{\dot{x}}{r} - \dot{\theta} \right) \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{m_p l_{cm}}{I}(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + \frac{K_t K_s}{RrI} u - \frac{\mu_s + \frac{\mu_e}{r^2} + \frac{K_t K_e}{R}}{I} \dot{x} + \left(\frac{\mu_e}{rI} + \frac{K_t K_e}{IrR} \right) \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = -\frac{m_p l_{cm}}{J} \ddot{x} \cos \theta + \frac{m_p l_{cm} g}{J} \sin \theta - \frac{K_t K_s}{JR} u + \left(\frac{\mu_e}{Jr} + \frac{K_t K_e r}{JR} \right) \dot{x} + \left(-\frac{K_t K_e}{JR} - \frac{\mu_e}{J} \right) \dot{\theta} \end{cases} \quad (4.23)$$

4.3. Linealización del modelo

Como primera medida, se despreció la energía perdida por la rodadura de la rueda sobre el suelo, correspondiéndose con $\mu_e \approx 0$. Esto pudo ser cierto en la medida que la energía disipada por fricción en el acople entre carro y rueda haya sido mucho mayor a la disipada en el conjunto rueda-piso.

Volviendo a ver el sistema de ecuaciones que caracteriza a la planta (4.23), y reemplazando constantes para facilitar la identificación, se obtiene:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{m_p l_{cm}}{I}(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + K_1 u - K_2 \dot{x} + \left(\frac{\mu_e}{rI} + \frac{K_t K_e}{IrR} \right) \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = -\frac{m_p l_{cm}}{J} \ddot{x} \cos \theta + K_3 \sin \theta - K_4 u - K_5 \dot{\theta} + \left(\frac{K_t K_e r}{JR} + \frac{\mu_e}{Jr} \right) \dot{x} \end{cases} \quad (4.24)$$

Con las constantes K_1 , K_2 , K_3 , K_4 y K_5 que siguen:

$$K_1 = \frac{K_t K_s}{IrR} \quad K_2 = \frac{\mu_e}{r^2 I} + \frac{K_t K_e}{IR} \quad K_3 = \frac{m_p l_{cm} g}{J} \quad K_4 = \frac{K_t K_s}{JR} \quad K_5 = \frac{\mu_e}{J} + \frac{K_t K_e}{JR} \quad (4.25)$$

Si a este modelo se le agrega la aproximación de pequeños ángulos $\sin \theta \approx \theta$ y $\cos \theta \approx 1$,

las ecuaciones que se obtienen son las que siguen:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{m_p l_{cm}}{I} \ddot{\theta} + K_1 u - K_2 \dot{x} + \left(\frac{\mu_e}{rI} - \frac{K_t K_e}{IrR}\right) \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = -\frac{m_p l_{cm}}{J} \ddot{x} + K_3 \theta - K_4 u + K_5 \dot{\theta} + \left(\frac{K_t K_e r}{JR} + \frac{\mu_e}{Jr}\right) \dot{x} \end{cases} \quad (4.26)$$

Queda por determinar como se obtendrán los términos que multiplican a $\ddot{\theta}$ y a $\dot{\theta}$ en la primera ecuación, y a \ddot{x} y a \dot{x} en la segunda. Esto será presentado en el capítulo de identificación de planta.

Capítulo 5

Fusión de sensores: Filtro Kalman

El filtro Kalman fue usado en este trabajo para combinar las mediciones de velocidad angular y aceleración a fin de obtener la actitud o ángulo respecto a la vertical del dispositivo.

Esto se logra determinando la aceleración de la gravedad en los tres ejes, para poder determinar el ángulo de inclinación. Debido a que el acelerómetro mide la aceleración producida por la gravedad así como también la que es producto de la inercia del movimiento, es necesario combinar con la información proveniente del giróscopo para anular los efectos de la inercia.

5.1. Teoría de filtro Kalman

A continuación se describirá resumidamente los conceptos del filtro de Kalman que fueron extraídos de la bibliografía [10] y [11].

El filtro utilizado, también llamado filtro de estimación lineal cuadrática (*LQE* en inglés), interrelaciona un modelo de evolución del sistema y mediciones realizadas que dan información acerca de ese modelo. A su vez, tanto el modelo como las mediciones tienen una varianza asociada, las cuales son integradas bajo el criterio de inferencia estadística utilizando el teorema de *Bayes*.

El procedimiento de implementación de este filtro consta de dos pasos, el Predicho y la Actualización. En el primero de ellos se estima el estado siguiente en base al modelo de evolución, el estado anterior, y la incerteza en el modelo. En el segundo de ellos se incorpora la medición y se correlaciona con el estado siguiente, pesándolos de acuerdo a su incertidumbre.

A continuación se detallan las ecuaciones utilizadas para realizar los dos pasos: el Predicho y la Actualización.

5.1.1. Predicho

El filtro de Kalman relaciona dos estados distintos entre sí, el estado $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$, y el estado $\hat{\mathbf{x}}_k$ a través de la matriz de predicción \mathbf{F}_k .

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (5.1)$$

Si a la predicción se le agrega una acción que modifica la misma, llámese vector de control $\vec{\mathbf{u}}$, y el estado $\hat{\mathbf{x}}$ es afectado por el vector de control y una matriz de control \mathbf{B} entonces:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B}_k \vec{\mathbf{u}}_k \quad (5.2)$$

Para obtener como varía la matriz de covarianza entre dos estados, se tiene:

$$\text{cov}(\hat{\mathbf{x}}_k) = \mathbf{P}_k \quad \text{cov}(\mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}) = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T \quad (5.3)$$

Si se agrega la incertidumbre en el modelo, representada por \mathbf{Q}_k , se obtiene lo siguiente:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (5.4)$$

5.1.2. Actualización

Teniéndose las mediciones \mathbf{z}_k se define la actualización, también llamada Innovación ó error:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (5.5)$$

Innovación o covarianza de Innovación. Aquí se agrega la incerteza en la medición \mathbf{R}_k :

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (5.6)$$

Se define la ganancia óptima de Kalman:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (5.7)$$

Estado estimado a posteriori:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \quad (5.8)$$

Matriz de covarianza estimada a posteriori:

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (5.9)$$

Las matrices \mathbf{H} y \mathbf{F} se obtienen del filtro no lineal de Kalman extendido, el cual

linealiza alrededor del estado estimado:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{k-1}} \quad \mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{k-1}} \quad (5.10)$$

Las ecuaciones utilizadas fueron las mismas que las usadas para el filtro de Kalman convencional, con el cuidado de usar \mathbf{H} y \mathbf{F} linealizadas.

5.2. Modelado del sistema

5.2.1. Rotación de Rodrigues

La matriz de rotación de Rodrigues es una transformación que permite rotar un vector en el espacio, dado un ángulo y una dirección de un eje. La ecuación que representa la rotación es la que sigue, para el caso de una traslación del vector \mathbf{x} al vector \mathbf{x}' , rotado un ángulo θ_1 , en la dirección $\hat{\mathbf{n}}$:

$$\mathbf{x}' = \hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{n}}\mathbf{x}) + \sin \theta_1(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{x}) - \cos \theta_1 \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}}\mathbf{x}) \quad (5.11)$$

Esta misma ecuación se la suele escribir de la manera siguiente:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \sin \theta_1(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{x}) + (1 - \cos \theta_1)\hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{x}) \quad (5.12)$$

La manera por el cual se obtiene la matriz de rotación \mathbf{R} en este caso, es a través de la fórmula anterior pero con algunas consideraciones. Sea \mathbf{N} la matriz de producto cruzado tal que:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{N}\mathbf{x} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{x} \quad (5.13)$$

Entonces reemplazando \mathbf{N} en la fórmula de Rodrigues:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \sin \theta_1(\mathbf{N}\mathbf{x}) + (1 - \cos \theta_1)\mathbf{N}^2 \times \mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{x} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \sin \theta_1\mathbf{N} + (1 - \cos \theta_1)\mathbf{N}^2 \quad (5.15)$$

5.2.2. Aplicación de la rotación de Rodrigues al modelo

El vector estimado predicho se obtuvo de la matriz rotación \mathbf{R} obtenida a partir de la transformación de Rodrigues aplicada al vector $\hat{\mathbf{g}}$. El eje $\hat{\mathbf{n}}$ y el ángulo θ_1 de rotación se obtuvieron del vector velocidad angular medido en los tres ejes \mathbf{w} multiplicado por el período de muestreo T . Luego se obtuvo el valor estimado de covarianza \mathbf{P}_{k-1} . A ello luego se le sumó la matriz \mathbf{Q} de covarianza.

Si se observa la ecuación 5.1, en este caso sería $\mathbf{F}_k = \mathbf{R}(\theta_1 = \mathbf{w}T)$, y $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{g}}_k$:

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \mathbf{R}(\theta_1 = \mathbf{w}T)\hat{\mathbf{g}}_{k-1} \quad (5.16)$$

5.2.3. Vector estimado

Aquí se agregó el hecho de una medición extra: que la suma de las aceleraciones deberá ser igual al módulo de la aceleración de la gravedad. Sean g_x , g_y y g_z las componentes de $\hat{\mathbf{g}}$, entonces el vector estimado fue:

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{g}}_k \\ \|\hat{\mathbf{g}}_k\|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \\ g_x^2 + g_y^2 + g_z^2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

5.2.4. Matriz H

Así mismo se obtuvo la matriz H, linealizando la medición de $\hat{\mathbf{g}}^2 \cong 2\hat{\mathbf{g}}$.

$$\mathbf{z}_k = h(\hat{\mathbf{x}}_k) \quad \mathbf{H} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2g_x & 2g_y & 2g_z \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

5.2.5. Actitud del dispositivo

A partir del estado estimado de $\hat{\mathbf{g}}$ se pudo obtener el ángulo del dispositivo, con g_z la vertical y g_x la horizontal en la dirección de desplazamiento del dispositivo.

$$\theta = \arctan \frac{g_z}{g_x} \quad (5.19)$$

5.3. Implementación del filtro

En primera medida, para la implementación del filtro se asumió que las mediciones y la predicción tienen distribución gaussiana.

La salida deseada del mismo o vector estimado fue la posición del vector de aceleración de la gravedad respecto a los ejes del sistema. Una vez obtenida la salida estimada, se pudo obtener el ángulo del dispositivo.

5.3.1. Librerías utilizadas

Para implementar el filtro en la computadora *PandaBoard* se utilizó la librería TooN [12] para el manejo de matrices en $C++$.

Para ejecutar la función arcotangente se usó de la librería *Math* la función *atan2*, la cual ubica el ángulo según el cuadrante y evita las singularidades propias de la función arco-tangente.

5.3.2. Matrices de incertidumbre en el modelo y en las mediciones

La matriz que modela la incertidumbre en la medición \mathbf{R} se definió como la matriz identidad de orden 3 por el cuadrado de la covarianza en las mediciones de aceleración en reposo, cuyo valor era $\sigma_{acel}^2 \cong 0,3^2$.

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}(3)\sigma_{acel}^2 = \mathbf{I}(3) \times 9 \times 10^{-2} \quad (5.20)$$

La matriz que indica la incerteza en el modelado se definió como la matriz identidad de cuarto orden por el cuadrado del producto entre período de muestreo, varianza estadística del giróscopo en reposo $\sigma_{giro}^2 \cong 0,2^2$ y valor de la gravedad.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}(4)(gT\sigma_{giro})^2 = \mathbf{I}(4) \times 4 \times 10^{-6} \quad (5.21)$$

Comparando las incertidumbres modeladas por \mathbf{R} y \mathbf{Q} puede notarse que la predicción estará mayormente influenciada por la medición del giróscopo, ya que el determinante de la matriz que representa la incerteza en la estimación es de menor valor.

5.3.3. Corrección del corrimiento en el giróscopo

Se corrigió el corrimiento del giróscopo. Se consideró que su variación era despreciable en el transcurso de los ensayos. Para realizar la calibración a cero del mismo, antes de los ensayos, con el dispositivo en reposo se toma un promedio de las mediciones de velocidad angular del giróscopo, y luego se resta en las nuevas mediciones.

5.4. Resultados del filtrado

Se muestra en la figura 5.1 la aceleración medida según el acelerómetro en la dirección X del dispositivo (dirección del desplazamiento horizontal) comparada con la aceleración estimada según el filtro Kalman, sin la corrección del corrimiento del giróscopo. En el rango temporal de 12s a 16s se aceleró el dispositivo en la dirección x sin rotarlo,

pudiéndose notar que el filtro desestima lo observado en el acelerómetro, lo cual es exactamente lo que se desea que suceda.

Se observa en la figura 5.2 durante los primeros 10 segundos un corrimiento del giróscopo-

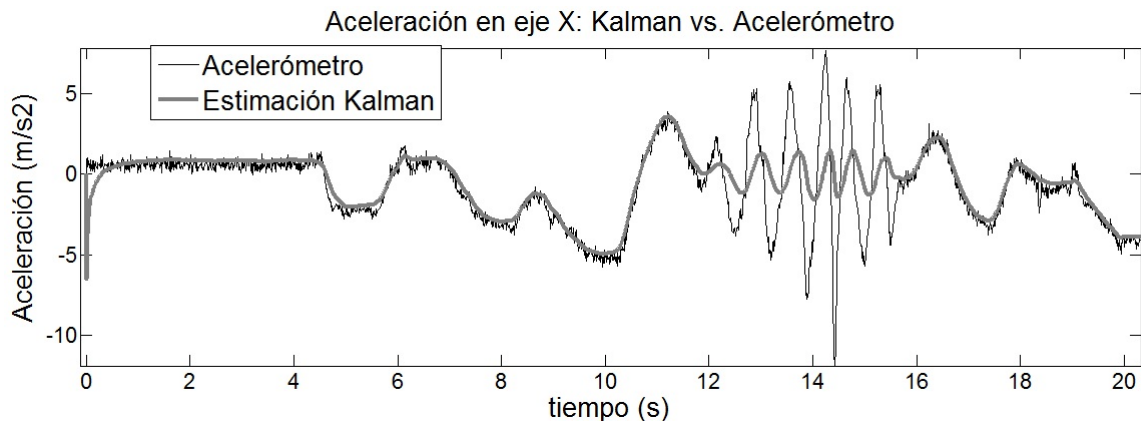


Figura 5.1: Aceleración en dirección X según lo medido por el acelerómetro comparado con lo estimado por el filtro Kalman. En esta comparación, no fue corregido el corrimiento del giróscopo para la estimación, notándose una ligera diferencia entre ambas.

po que afecta la estimación Kalman, luego se lo corrige y la estimación del filtro es completamente comparable con lo medido por el acelerómetro, con menor varianza.

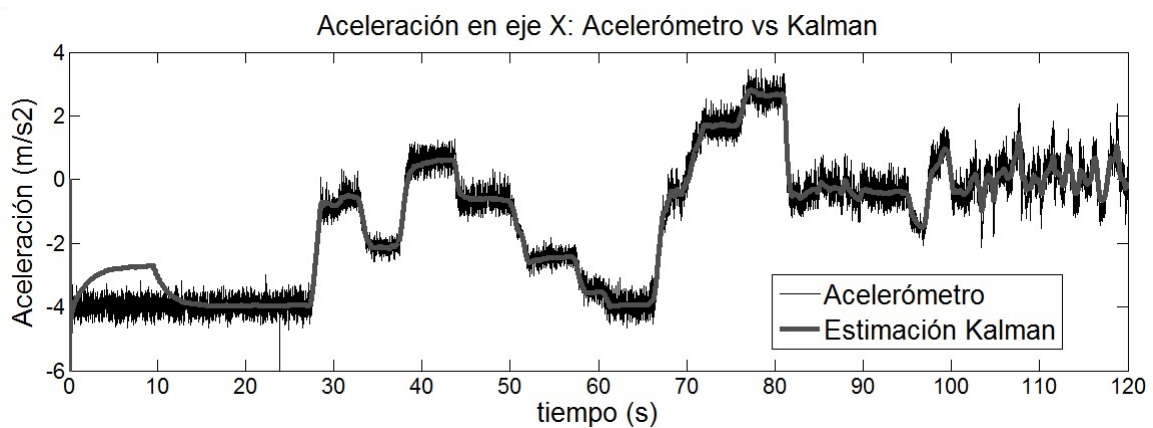


Figura 5.2: Aceleración en dirección X según el acelerómetro comparado con lo estimado. La diferencia observada durante los primeros 10 segundos de la comparación se corresponden con el corrimiento del giróscopo. Luego se corrige y las mediciones solapan con la estimación.

Capítulo 6

Identificación de planta

6.1. Identificación paramétrica

Si se plantea un sistema [13] como se muestra en la figura 6.1, en ella se tiene como función de transferencia:

$$Y(z) = G(z)U(z) + H(z)E(z) \quad (6.1)$$

Sea una función de transferencia discreta compuesta por un par de polinomios en

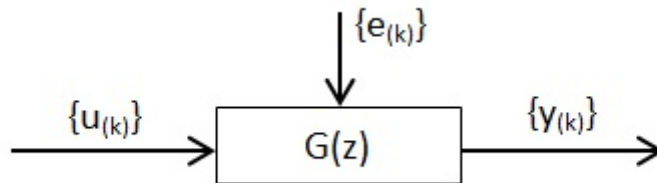


Figura 6.1: Modelo de identificación utilizado. $\{u_{(k)}\}$ es la secuencia numérica de entrada, $\{e_{(k)}\}$ es la secuencia numérica del ruido, $\{y_{(k)}\}$ es la secuencia numérica de la salida. $G(z)$ es la función de transferencia de la planta.

variable z :

$$G(z) = z^{-r} \frac{B(z)}{A(z)} \quad H(z) = \frac{1}{A(z)} \quad (6.2)$$

Escrito de otra forma se tiene la función de transferencia:

$$A(z)Y(z) = z^{-r}B(z)U(z) + E(z) \quad (6.3)$$

Donde los polinomios $A(z)$ y $B(z)$ son:

$$A(z) = a_n + a_{n-1}z^{-1} + a_{n-2}z^{-2} \dots a_0z^{-n} \quad a_n = 1 \quad (6.4)$$

$$B(z) = b_m + b_{m-1}z^{-1} + b_{m-2}z^{-2} \dots b_0z^{-m} \quad b_m = 1 \quad (6.5)$$

La ecuación en diferencias se puede escribir, con e_k ruido blanco:

$$y_k + a_{n-1}y_{k-1} + \dots + a_0y_{k-n} = b_mu_{k-r} + b_{m-1}u_{k-r-1} \dots + b_0y_{k-r-m} + e_k \quad (6.6)$$

Se tiene el vector de parámetros del modelo:

$$\tilde{\theta} = [a_{n-1}, \dots, a_0, b_m, \dots, b_0] \quad (6.7)$$

Se tiene el vector de informaciones:

$$\psi_k = [-y_{k-1}, \dots, -y_{k-n}, u_{k-r}, \dots, u_{k-r-m}] \quad (6.8)$$

De este modo la salida se puede escribir como sigue:

$$y_k = \psi_k^T \tilde{\theta} + e_k \quad (6.9)$$

Finalmente se busca el mejor $\tilde{\theta}$ que ajuste la serie:

$$\begin{cases} y_n = \psi_n^T \tilde{\theta} + e_n \\ y_{n+1} = \psi_{n+1}^T \tilde{\theta} + e_{n+1} \\ \dots \\ y_N = \psi_N^T \tilde{\theta} + e_N \end{cases} \quad (6.10)$$

Lo anterior, en forma compacta se puede escribir:

$$\begin{cases} Y_{(N)} = [y_n, y_{n+1}, \dots, y_N]^T \\ \Psi_N = [\psi_n, \psi_{n+1}, \dots, \psi_N]^T \\ \epsilon_N = [e_n, e_{n+1}, \dots, e_N]^T \end{cases} \quad Y_{(N)} = \Psi_N \tilde{\theta} + \epsilon_N \quad (6.11)$$

Queda por determinar cuál es el método para elegir el $\tilde{\theta}$ que mejor ajuste la serie.

6.1.1. Método de ajuste por mínimos cuadrados

El objeto del método [13] es calcular un $\tilde{\theta}$ tal que:

$$J(\tilde{\theta}) = \sum_{k=n}^N e_n^2 = \epsilon_N^T \epsilon_N = (Y_N - \Psi_N \tilde{\theta})^T (Y_N - \Psi_N \tilde{\theta}) \quad (6.12)$$

Donde $J(\tilde{\theta})$ es la suma de los cuadrados del ruido en cada medición. Si se desarrolla el producto anterior:

$$(Y_N - \Psi_N \tilde{\theta})^T (Y_N - \Psi_N \tilde{\theta}) = Y_N^T Y_N - \tilde{\theta}^T \Psi_N^T Y_N - Y_N^T \Psi_N \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Psi_N^T \Psi_N \tilde{\theta} \quad (6.13)$$

Y por condición de mínimo se tiene:

$$\frac{\partial(\epsilon_N^T \epsilon_N)}{\partial \tilde{\theta}} = -2Y_N^T \Psi_N + 2\tilde{\theta}^T \Psi_N^T \Psi_N = 0 \quad (6.14)$$

$$(\Psi_N^T \Psi_N) \tilde{\theta} = \Psi_N^T Y_N \quad (6.15)$$

De lo anterior puede despejarse el vector de parámetros $\tilde{\theta}$.

$$\tilde{\theta} = (\Psi_N^T \Psi_N)^{-1} \Psi_N^T Y_N \quad (6.16)$$

Para poder realizar $(\Psi_N^T \Psi_N)^{-1}$, la matriz debe ser invertible. Esto se logra excitando todos los modos del sistema con la señal de entrada. Para ello la entrada u o set de posición consistió en un seno de igual amplitud y diferentes frecuencias que atravesó los modos normales del sistema.

6.2. Experimentos de identificación

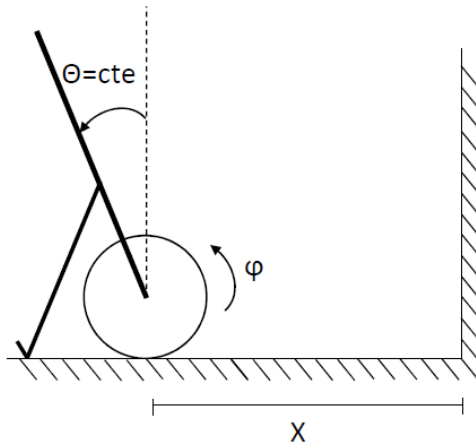
Para la identificación de planta se realizaron diferentes ensayos buscando acortar los grados de libertad del sistema y la complejidad del sistema a identificar. El primero de ellos (Fig. 6.2a) consistió en apoyar el dispositivo sobre uno de sus apoyos laterales, y que se mantenga en esa inclinación sin cambiar el ángulo. En este caso, $\theta \approx Cte$, $\dot{\theta} \approx 0$ y $\ddot{\theta} \approx 0$, por lo cual la ecuación diferencial que representa esta configuración es la que sigue:

$$\ddot{x} = K_1 u - K_2 \dot{x} \quad (6.17)$$

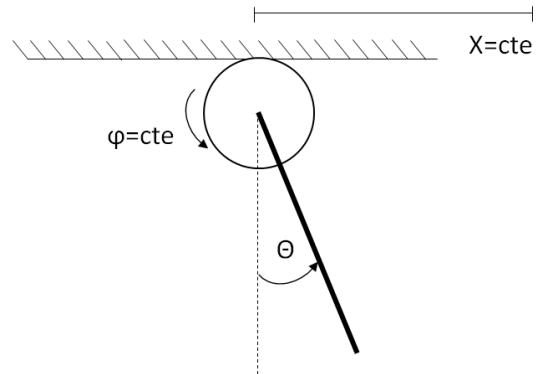
El segundo ensayo realizado (Fig. 6.2b) consistió en balancear el dispositivo boca abajo sujetando ambas ruedas. En esta configuración, $x \approx 0$, $\dot{x} \approx 0$, y $\ddot{x} \approx 0$. La ecuación resultante queda como sigue:

$$\ddot{\theta} = K_3 \theta - K_4 u - K_5 \dot{\theta} \quad (6.18)$$

Una vez identificados los términos K_1, K_2, K_3, K_4 y K_5 , puede conocerse a partir de ellos el término de acople del sistema en las dos ecuaciones diferenciales.

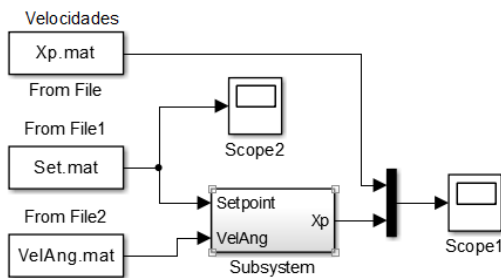


(a) Diagrama del primer ensayo realizado para la identificación de la planta.

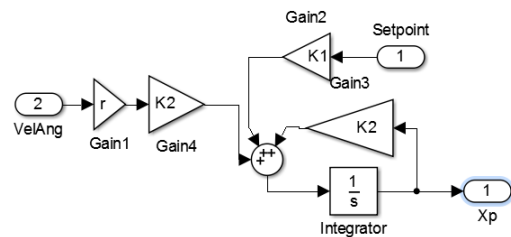


(b) Diagrama del segundo ensayo realizado para la identificación de la planta.

Figura 6.2

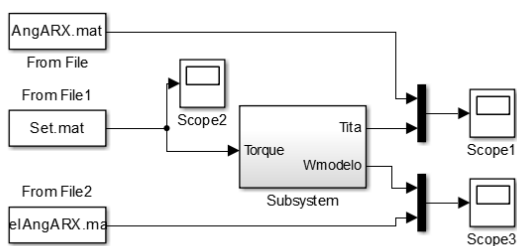


(a) Diagrama de Bloques correspondiente a la primera configuración experimental.

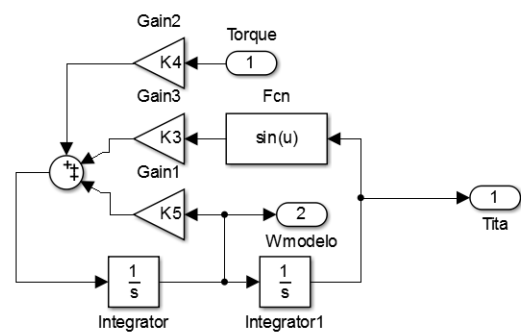


(b) Detalle del bloque 'Subsystem' mostrado en la figura 6.3a. K_1 y K_2 se corresponden con la identificación paramétrica.

Figura 6.3



(a) Diagrama de Bloques realizado en Simulink correspondiente a la segunda configuración experimental.



(b) Detalle del bloque 'Subsystem' mostrado en la figura 6.4a. K_3, K_4 y K_5 se corresponden con la identificación paramétrica.

Figura 6.4

6.2.1. Modelos realizados

Los modelos se realizaron en Simulink [14] y se muestran en las figuras 6.4a, 6.4b, 6.3a y 6.3b.

6.3. Resultados obtenidos

Se realizó una simulación en Simulink [14] de cada uno de los experimentos, comparando el comportamiento medido con el del modelo según coeficientes obtenidos. El error en los coeficientes obtenidos fue alrededor de 3%.

6.3.1. Señales de excitación

Las señales aplicadas para la excitación en los experimentos de reconocimiento de planta fueron una *chirp* o seno de frecuencia en aumento, a la cual se le sustrajo el valor medio. La forma típica de esta señal se muestra en la figura 6.5. Las frecuencias elegidas para la excitación deben ser *ricas*, esto significa que atraviesen las frecuencias de interés o de respuesta de la planta.

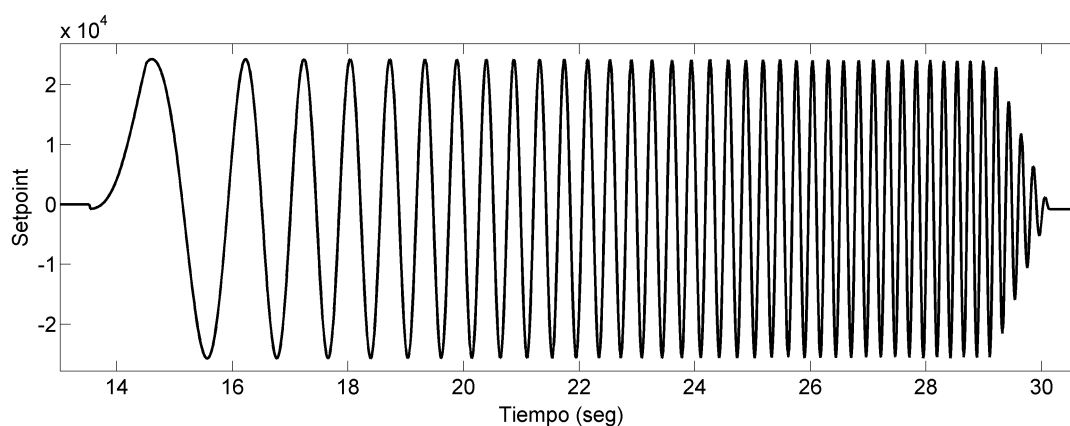


Figura 6.5: Señal de prueba de excitación de la planta en las dos configuraciones experimentales. Se excitó con una amplitud de señal de 25000 sobre un máximo de 65536, y el rango de frecuencias fue de $W_{min} = 0,5rad/s$ y $W_{max} = 15rad/s$.

6.3.2. Primer Ensayo

Para el primer ensayo realizado, el valor de las constantes obtenidas de la identificación paramétrica fueron:

$$K_1 = 0,0062 \quad K_{2teo} = -8,50 \quad (6.19)$$

El ajuste en simulación para obtener una mejor respuesta indicó que la constante $K_2 = 0,75 * K_{2teo}$, para que lo modelado se corresponda correctamente con las mediciones experimentales. En este experimento se observó que para frecuencias elevadas, el dispositivo tendía a mantener su posición y balancearse. Esto era contrario a la suposición del experimento $\theta \approx cte$, por lo que se ajustó el término K_{2teo} para corresponder en mejor medida modelo y mediciones en la zona de frecuencias bajas.

La simulación realizada comparada con los datos reales observados en planta se muestra en la figura 6.6.

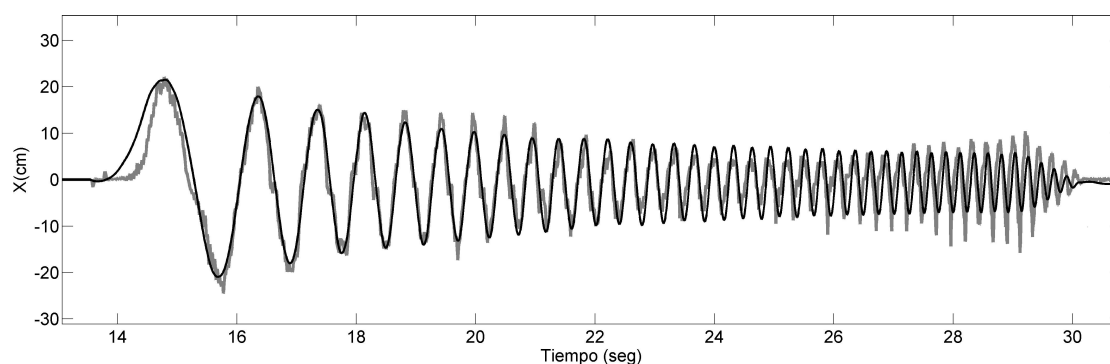


Figura 6.6: Señal de respuesta de la excitación de la planta en primera configuración experimental. La línea clara representa la respuesta de la planta real, y la oscura representa la respuesta del modelo con las constantes K_1 y $K_2 = 0,75K_{2teo}$. La diferencia notoria al final sucedía porque el carro se quedaba quieto, y empezaba a oscilar el ángulo.

6.3.3. Segundo Ensayo

Para el segundo ensayo realizado, el valor de las constantes obtenidas de la identificación fueron:

$$K_3 = 44,2 \quad K_4 = -3,2 \times 10^{-4} \quad K_5 = -1,7 \quad (6.20)$$

El contraste entre las mediciones realizadas y el modelo según las constantes anteriores

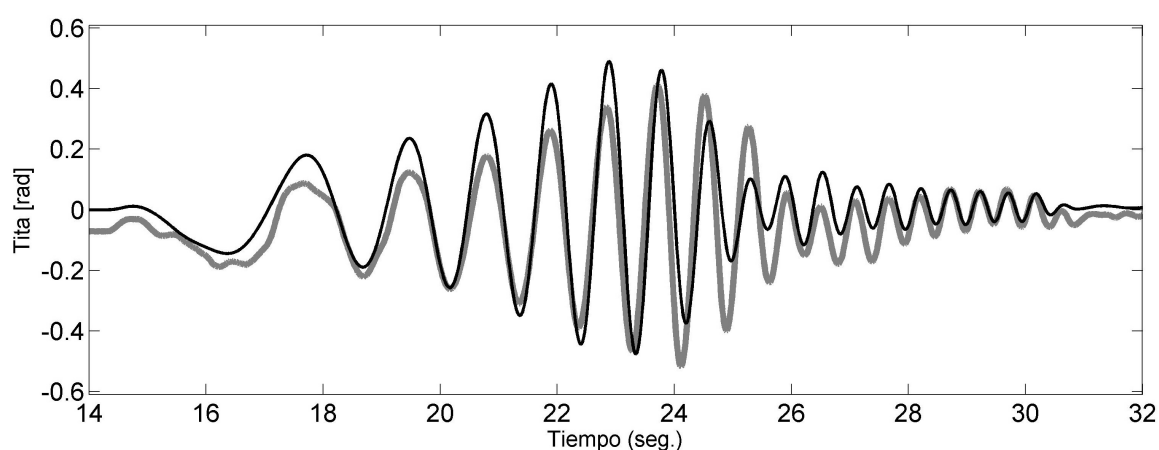


Figura 6.7: Señal de respuesta a la excitación de la planta en la segunda configuración experimental. La línea clara representa la respuesta de la planta real, y la oscura representa el modelo con las constantes K_3 , K_4 y K_5 . Las diferencias pueden deberse al resbalamiento de los motores, y posibles movimientos del eje de movimiento.

se muestra en la figura 6.7. La diferencia podría deberse a un posible resbalamiento de los motores, o movimiento del eje sostén del dispositivo. Recuérdese que en este experimento se sujetaban las ruedas y el dispositivo pendulaba. El agarre de las mismas se produjo con ambas manos, no asegurando de ese modo la total quietud de las ruedas.

6.3.4. Verificación de la identificación a lazo cerrado

Por último, una vez realizado el reconocimiento y aplicado el control necesario para lograr la estabilidad del vehículo, se recurrió a un último ensayo para verificar las constantes de acople. El modelo aplicado para este reconocimiento es el mismo que finalmente se implementó en el dispositivo, mostrado en la figura 7.5. Los resultados se muestran en la figura 6.8.

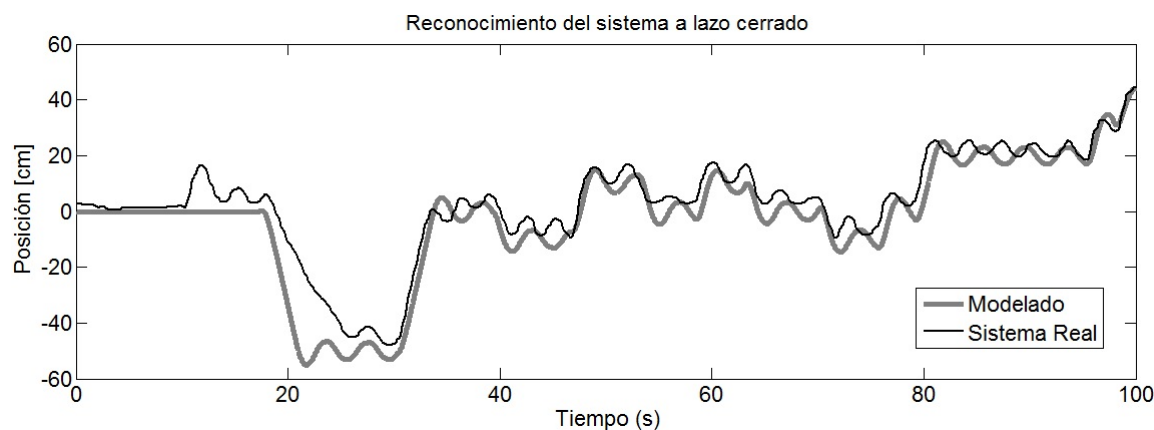


Figura 6.8: Señal de respuesta a la excitación de la planta a lazo cerrado. La línea negra representa la respuesta de la planta real, y la gris representa el modelo con las constantes identificadas, y el término de acople según 6.3.5. Las diferencias pueden deberse a una condición de partida diferente en ambos casos.

6.3.5. Inferencia del término de acople

Se agregaron los términos de acople a la matriz y resultaron en valores muy altos respecto a la unidad, por lo cual no eran despreciables. Estos términos se agregaron a una matriz identidad identificando el acople entre las variables de estado $\dot{\vec{x}}$. Luego se realizó la inversa, y se la multiplicó por \mathbf{A} y \mathbf{B} , obteniéndose las nuevas matrices \mathbf{AA} y \mathbf{BB} , que tienen en consideración el acople del sistema, siendo realmente diferentes a las originales \mathbf{A} y \mathbf{B} .

$$\frac{m_p l_{cm}}{I} = \frac{K_3 K_1 r}{K_4 g} \quad \frac{m_p l_{cm}}{J} = \frac{K_3}{g} \quad (6.21)$$

Una vez conocidos estos términos, puede escribirse matricialmente el sistema (Ver capítulo 4) de ecuaciones:

$$\mathbf{Ac} \quad \dot{\vec{x}} = \mathbf{A} \vec{x} + \mathbf{B} u \quad (6.22)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{K_3 K_1 r}{K_4 g} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{K_3}{g} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & 0 & rK_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_5}{r} & K_3 & -K_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \\ 0 \\ -K_4 \end{bmatrix} u \quad (6.23)$$

Por lo tanto las matrices de la representación por variable de estado del modelo del sistema se puede obtener numéricamente:

$$\mathbf{Ac}^{-1}\mathbf{Ac} \quad \dot{\vec{x}} = \mathbf{Ac}^{-1}\mathbf{A} \quad \vec{x} + \mathbf{Ac}^{-1}\mathbf{B} \quad u \quad (6.24)$$

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{AA} \quad \vec{x} + \mathbf{BB} \quad u \quad \text{donde} \quad \mathbf{AA} = \mathbf{Ac}^{-1}\mathbf{A} \quad \text{y} \quad \mathbf{BB} = \mathbf{Ac}^{-1}\mathbf{B} \quad (6.25)$$

Para que las simulaciones se acerquen a la realidad, se redujo el peso de los términos de acople, además de modificar la relación entre ellos. Lo que finalmente se observó era que la matriz \mathbf{AA} resultante de la corrección del acople mantenía en cierta medida el orden de valor de las constantes reconocidas inicialmente, y haciéndose distinto de cero el término $\mathbf{AA}(2, 3)$.

Las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} antes de la corrección del término de acople, y matrices \mathbf{AA} y \mathbf{BB} después de la corrección del acople se muestran a continuación:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6,4 & 0 & 36,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,3 & 44,2 & -1,7 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,006 \\ 0 \\ -0,0003 \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

$$\mathbf{AA} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -8,6 & -166,6 & 48,6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,7 & 51,7 & -3,9 \end{bmatrix} \quad \mathbf{BB} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,008 \\ 0 \\ -0,0007 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Debe mencionarse que los términos $\mathbf{A}(2, 4)$ y $\mathbf{A}(4, 2)$ de la matriz \mathbf{A} nombrada en la ecuación 6.23 fueron producto de despreciar segundo término de la constante K_2 y K_5 (ver 4.25) identificada, por ser muy pequeño 7.7 comparado con el primer sumando de las constantes.

Queda como trabajos futuros a realizar, la comprobación de la identificación con otro nuevo tipo de señal introducida a la planta. Lamentablemente, debido a los tiempos involucrados en la concreción del trabajo no fue realizada una nueva comprobación.

Capítulo 7

Implementación de Control

7.1. *Linear Quadratic Regulator (LQR)*

Se utilizó este método para controlar el dispositivo. Dado que el período de muestreo $T = 10ms$ fue relativamente pequeño, se despreció su efecto y se consideró un sistema continuo en el tiempo.

La técnica LQR (*Linear Quadratic Regulator*) se utiliza para el control de sistemas lineales. La forma más sencilla del problema LQR es encontrar un control tal que minimice el índice de performance J :

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (7.1)$$

Donde \mathbf{R} y \mathbf{Q} son las matrices de costo de la acción de control y los estados, respectivamente. El estado es el vector \mathbf{x} y la acción de control es el vector \mathbf{u} . Esto es válido para un sistema de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (7.2)$$

Donde la acción de control es una ley de ganancias \mathbf{K} fija en el tiempo para el problema estacionario tal que:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x} \quad (7.3)$$

El vector de ganancias \mathbf{K} se obtiene de resolver la ecuación de Riccati algebraica, donde \mathbf{S} es la matriz incógnita de dimensión $n \times n$ (en donde n es el orden del sistema a controlar):

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} - (\mathbf{S} \mathbf{B}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{S}) + \mathbf{Q} = 0 \quad (7.4)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{S}) \quad (7.5)$$

A partir de una combinación inicial de matriz \mathbf{Q} y \mathbf{R} se obtuvo por este método un vector de ganancias inicial \mathbf{K}_0 . Luego este vector de ganancias inicial resultó un buen punto de partida para el ajuste experimental posterior.

7.2. Implementación

7.2.1. Control de discrepancia de velocidad

Debido a la diferencia de los parámetros entre motores para que el movimiento de desplazamiento en la dirección x describa una trayectoria recta, se implementó un control proporcional integral cuyo error fue la diferencia de velocidad entre ruedas, ver figura 7.1.

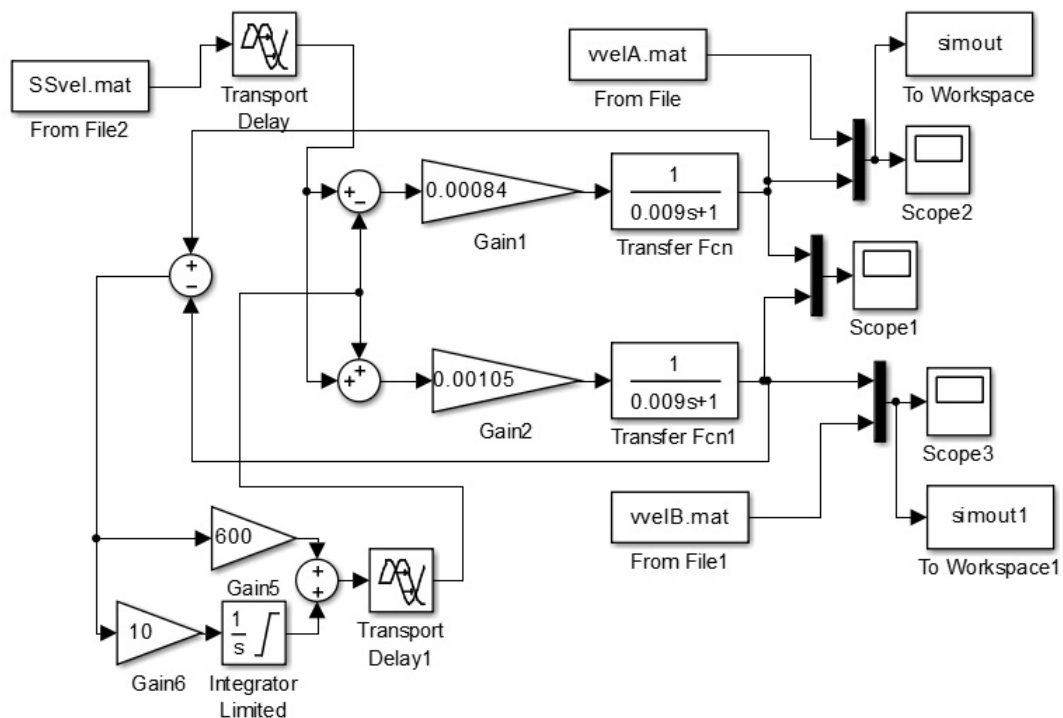


Figura 7.1: Diagrama de la implementación del control de diferencia de la velocidad de las ruedas.

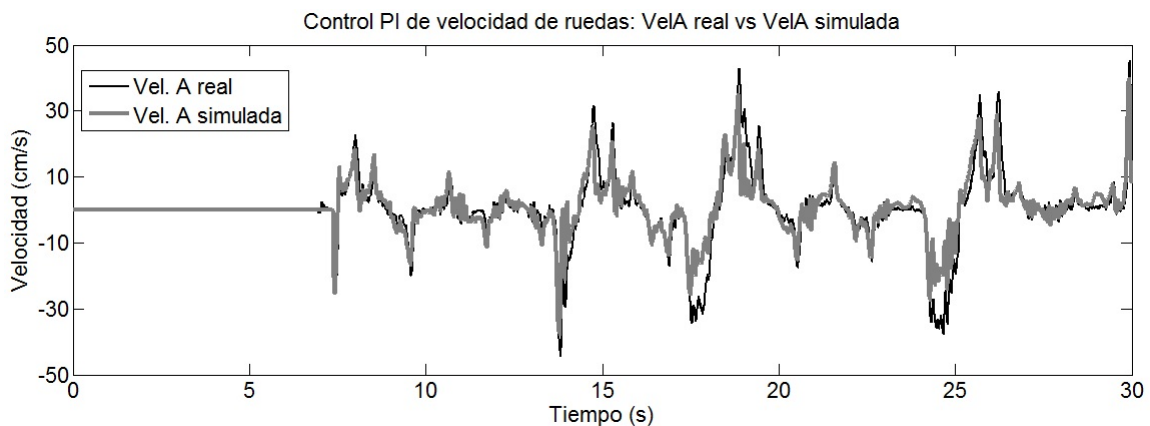


Figura 7.2: Simulación realizada comparada con la velocidad de la rueda A real. Este gráfico se corresponde con el Scope2 del diagrama 7.1.

A cada conjunto rueda-motor se lo modeló como un sistema de primer orden, con una ganancia y un polo. Los valores del polo y la ganancia que más se acercaron a la respuesta de la planta fueron:

$$Vel_A = \frac{k_A}{\frac{1}{p_A}s + 1} \quad Vel_B = \frac{k_B}{\frac{1}{p_B}s + 1} \quad (7.6)$$

$$Vel_A = \frac{0,00105}{\frac{1}{111}s + 1} \quad Vel_B = \frac{0,00084}{\frac{1}{111}s + 1} \quad (7.7)$$

Las ganancias y valores puestos en la simulación fueron tales que el comportamiento de ambos se asemeje. Al control mostrado se le agregó una referencia de diferencia de velocidad para que le permita al dispositivo girar sobre su eje.

7.2.2. Control de actitud

Control de actitud lineal

Se realizó un primer control de realimentación de estados (ver figura 7.3), aplicando el método LQR explicado en 7.1. Sin embargo, se notó que el mismo era indiferente en cuanto a mantener posición x cero. Se intentó aumentar el costo de la variable x en la matriz Q , pero el sistema se volvía inestable ya que para compensar el error aumentaba en exceso la inclinación. La matriz Q y el escalar R utilizados en el primer

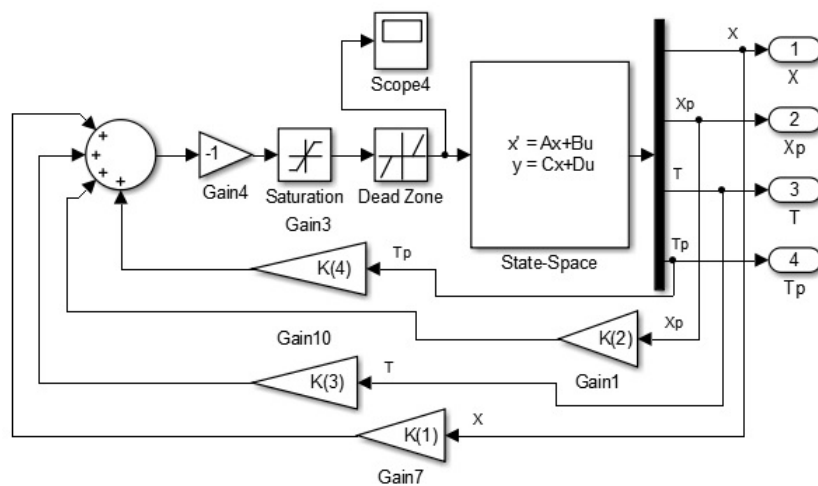


Figura 7.3: Primer control LQR realizado. Las ganancias $K(1)$, $K(2)$, $K(3)$ y $K(4)$ fueron las mencionadas en la ecuación 7.8. La saturación de la acción de control u fue de ± 65556 , correspondiéndose con $\pm 12V$ de tensión de alimentación de motores.

control LQR fueron los que siguen, obteniéndose un vector de ganancias \mathbf{K} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 1 \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} -10 & -1900 & -296000 & -40000 \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

Control de actitud no lineal

Una vez obtenida la estabilidad en el lazo que implica la actitud θ del dispositivo, se buscó la realimentación adecuada para controlar la posición x del dispositivo. En el esquema 7.5 se muestra el lazo de retroalimentación utilizado, donde se produce un tita de referencia saturado como máximo en 8° , y la diferencia de posición saturada como máximo a 20cm . Las matrices \mathbf{Q} y R usados, así como el vector de ganancias \mathbf{K} fueron:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1000000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 1 \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} -1000 & -2350 & -330000 & -46000 \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Las ganancias implementadas en este lazo fueron las siguientes, habiéndolas modificadas experimentalmente:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -1000 & -1600 & -300000 & -40000 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

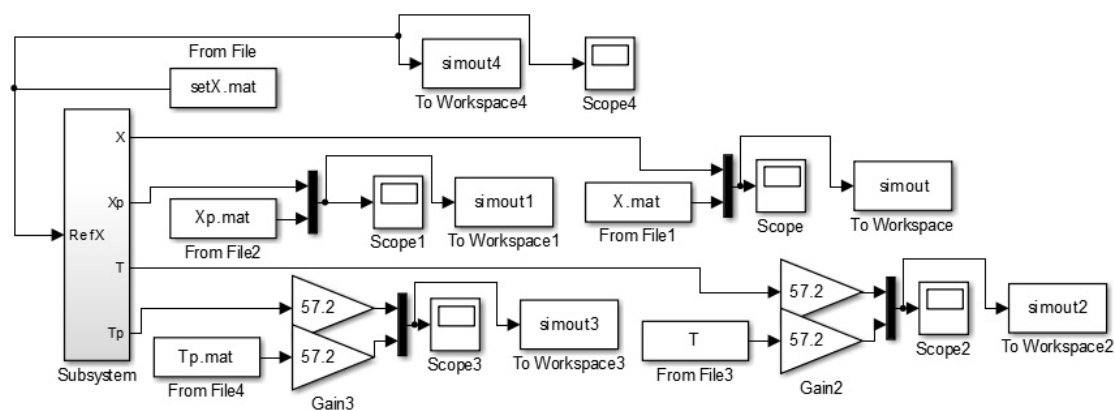


Figura 7.4: Diagrama de simulación para comparar modelo y mediciones para el control de actitud no lineal.

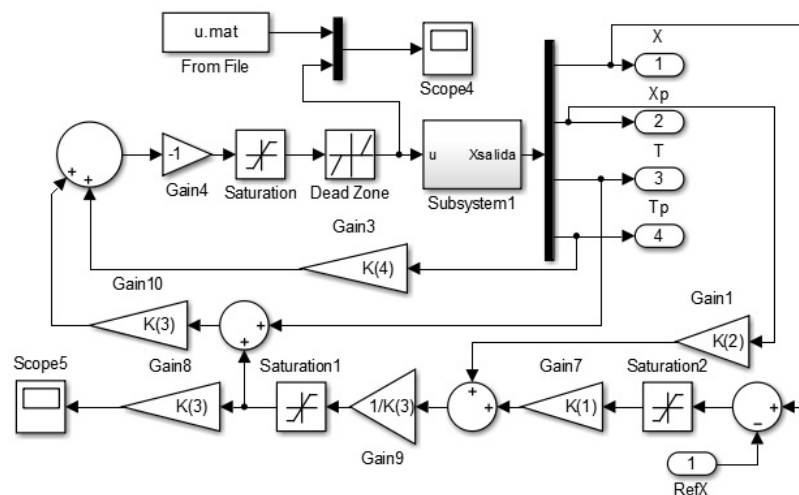


Figura 7.5: Detalle del bloque *Subsystem* de la figura 7.4. Las saturaciones observadas son las que corresponden de acuerdo a la señal de control (*Saturation*), el máximo alejamiento permitido (*Saturation2*) y el máximo θ_{ref} (*Saturation3*). A su vez, el sistema presenta una banda muerta de comando de los motores en el rango ± 2000 de acción de control. Las ganancias $K(1)$, $K(2)$, $K(3)$ y $K(4)$ fueron las mencionadas en la ecuación 7.10.

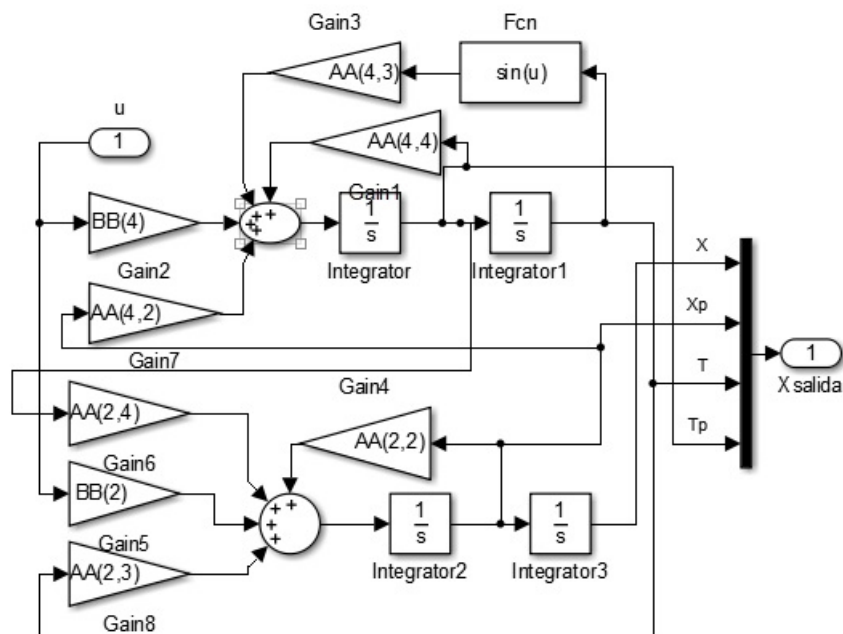


Figura 7.6: Detalle del bloque *Subsystem1* de la figura 7.5. Aquí se presenta el sistema linealizado, a excepción de $\sin \theta$. Los valores de *AA* y *BB* son introducidos como ganancias.

7.2.3. Resultados

Los resultados experimentales de haber aplicado el control diseñado en 7.2.2 se muestran en la figura 7.7, partiendo de un ángulo inicial de 18° . Se observa una oscilación en x como en θ una vez obtenida la estabilidad del orden de 5cm en x y 3° en θ , esto puede ser por la banda muerta presente en la acción de los motores. Se notan oscilaciones del mismo modo en la velocidad de las ruedas, también podría ser por el mismo motivo.

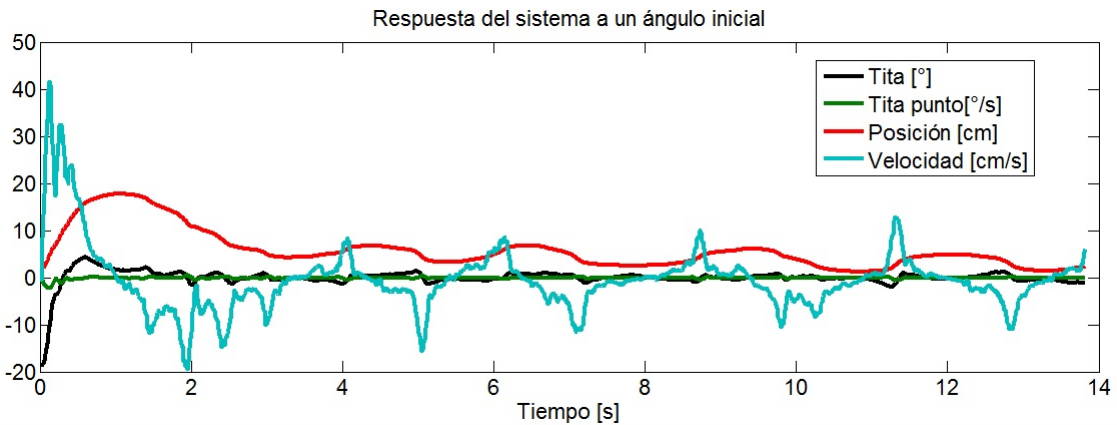


Figura 7.7: Respuesta del sistema ante una condición de ángulo inicial $\theta_0 = 18^\circ$ y referencia de posición nula en el tiempo. El control aplicado para esta respuesta es el detallado en 7.5.

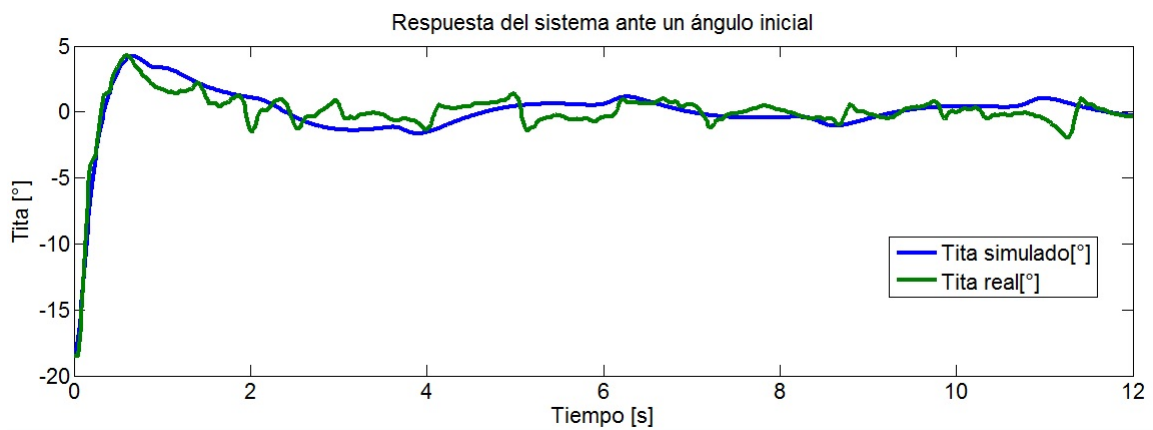


Figura 7.8: Respuesta del ángulo del sistema ante una condición de ángulo inicial $\theta_0 = 18^\circ$ y referencia de posición nula comparada con la respuesta del modelado del sistema ante la misma condición. El control aplicado para esta respuesta es el detallado en 7.5.

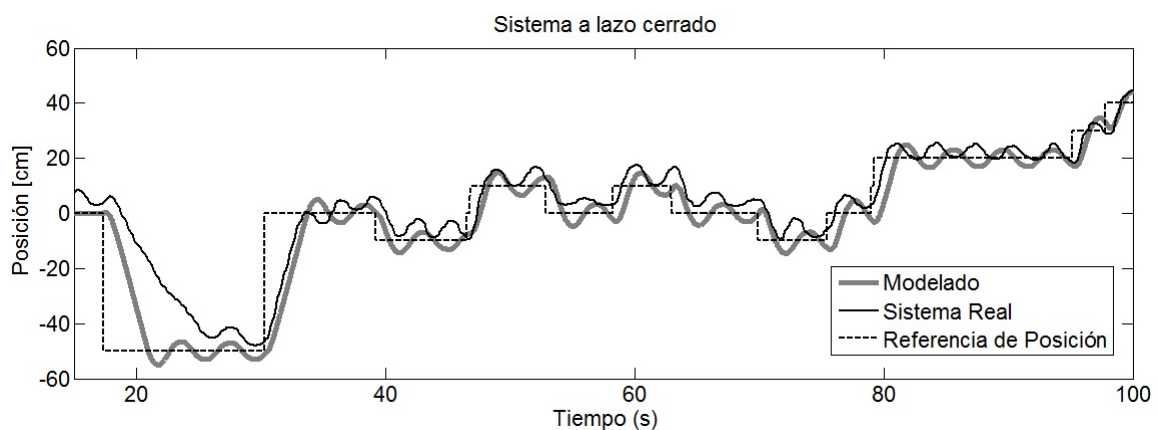


Figura 7.9: Seguimiento del sistema a una referencia en x , comparado con el modelado respectivo. El control aplicado para obtener esta respuesta se muestra en la figura 7.5. Puede notarse fluctuaciones al llegar al estacionario a causa del cabeceo del dispositivo.

Observando la figura 7.8, puede notarse una gran diferencia entre lo simulado y las mediciones reales. Esto indicaría que tanto la identificación como el modelado podrían

ser mejorados incluyendo fricción seca y posibles asimetrías de las ruedas. Sin embargo, el sistema fue controlado satisfactoriamente.

Se muestra en la figura 7.9 el seguimiento a una referencia en x . Puede notarse un comportamiento oscilatorio al llegar a la referencia, ésto se debe al *cabeceo* del dispositivo, producto de la banda muerta de los motores.

Queda como trabajo próximo a realizar el modelado teniendo en cuenta una fricción seca presente en la transmisión, realizar nuevos ensayos de identificación y chequeo de respuesta que contemplen un mayor número de términos reconocidos y el uso de un modelo en tres dimensiones.

Capítulo 8

Conclusiones

Se diseñó, construyó, simuló e implementó un dispositivo robot balancín, incluyendo el diseño e implementación de un control para la estabilización del mismo, así como para el seguimiento de referencias de posición.

Para esto se realizó el diseño mecánico del mismo, de acuerdo a una elección entre dos modelos distintos y cuatro tipos diferentes de transmisión. Luego se instrumentó el dispositivo con sendos encoders, módulo acelerómetro y giróscopo capaces de obtener señales necesarias para el posterior control. Se realizó una placa electrónica con un microcontrolador, un regulador de tensión, y un controlador para los dos motores, capaz de obtener las señales de los encoders y el módulo acelerómetro-giróscopo y enviarlas por comunicación hacia una mini-computadora, la cual ejecuta el control, y se comunica nuevamente a la placa diseñada para comandar los motores.

Se realizaron experimentos para lograr identificar los términos que caracterizan las matrices de la planta de acuerdo a un modelo en dos dimensiones. A partir de lo obtenido, se simuló el control necesario para mantener la estabilidad. Se implementó el control diseñado. Se reajustaron los parámetros correspondientes para mejorar la respuesta dinámica del sistema.

Luego de un primer control diseñado y posteriores ajustes experimentales, se logró rechazos a perturbación tanto en el ángulo como en la posición. Se logró del mismo modo el seguimiento de una referencia en la posición.

Con respecto a los resultados se observó una respuesta oscilatoria una vez alcanzado el estacionario, posiblemente debido a una fricción seca no modelada, producto de la banda muerta presente en el accionamiento de los motores. Así mismo, se notaron diferencias entre simulaciones y planta real, posiblemente por defectos en la identificación,

o un modelo quizás simplificado en exceso.

Queda para seguir trabajando el desarrollo de algún modelo más completo que incluya fricción seca, quizás algún control más avanzado de diferencia de velocidad puede ser llevado a cabo. La incorporación de nuevos experimentos para identificación puede ser otra posible mejora.

Como elementos nuevos a incorporar al dispositivo podrían mencionarse algún sistema de visión, sensores para esquivar obstáculos, brazos robóticos, una rueda de inercia motorizada para eliminar el estacionario oscilante y la creación de un nuevo dispositivo capaz de trasladar humanos y distintos elementos.

Bibliografía

- [1] Catia V5R20 <http://www.3ds.com/es>, 2009. 3
- [2] Ashby, M. *Materials Selection in Mechanical Design*. 3^a ed^{ón}. Butterworth-Heinemann, 1999. 8
- [3] Microchip. dsPIC33FJ32GP302/304, dsPIC33FJ64GPX02/X04, and dsPIC33FJ128GPX02/X04 manual, 2007. 11, 12
- [4] Analog Devices. ADXL345 3 Axis digital acelerometer datasheet, 2009. 12, 17
- [5] InvenSense. ITG-3200 3 Axis digital Gyro Product Specification Revision 1.4., 2010. 12, 18
- [6] Toshiba. TB6612FNG 2 motor driver datasheet, 2007. 13
- [7] Texas Instruments. MAX232x Dual EIA-232 Drivers/Receivers manual, 2014. 14
- [8] Landau, L., Lifshitz, E. *Mechanics*, tomo 1. 3^a ed^{ón}. Ed. Oxford, 1976. 26
- [9] Franklin, G. F., Powell, D. J., Abbas, E. N. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 3^a ed^{ón}. Addison-Wesley Publishing Company, 1994. 26
- [10] Kalman, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, **82** (Series D), 35–45, 1960. 30
- [11] Faragher, R. Understanding the basis of the kalman filter via a simple and intuitive derivation. *IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE*, **128**, 2012. 30
- [12] TooN C++ library, *TooN Documentation*, <http://www.edwardrosten.com/cvd/toon.html>, 2015. 34
- [13] Franklin, F., Powell, D., Workman, M. *Digital Control of Dynamic Systems*. 2^a ed^{ón}. Addison-Wesley Publishing Company, 1990. 36, 37
- [14] Mathworks, Matlab-Simulink2013b, <http://www.mathworks.com/>, 2013. 39, 40

Agradecimientos

Por el apoyo de Juan Tarrio, Norberto Abaurre, sin ellos este proyecto no hubiera podido ser llevado a cabo.

A Ezequiel García y Celso Flury por las correcciones.

Al taller de Investigación aplicada, en especial a Raúl Stuke por la fabricación y a Carlos el pájaro por los consejos.

A la familia, por estar cerca desde lejos.

A Melisa, por su apoyo cercano.

Placa electrónica diseñada

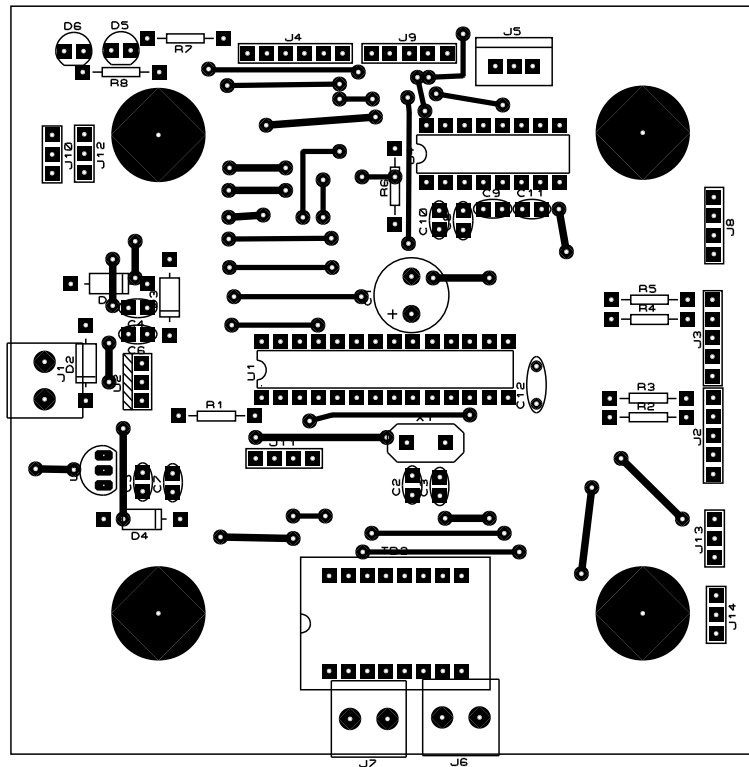


Figura 1: Vista superior de la plaqueta electrónica construida para la concreción del trabajo.

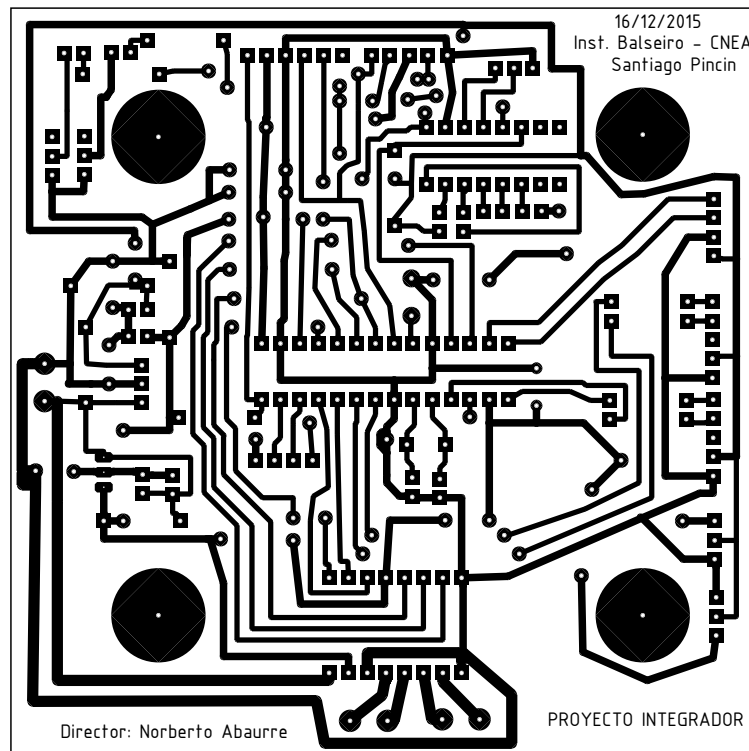
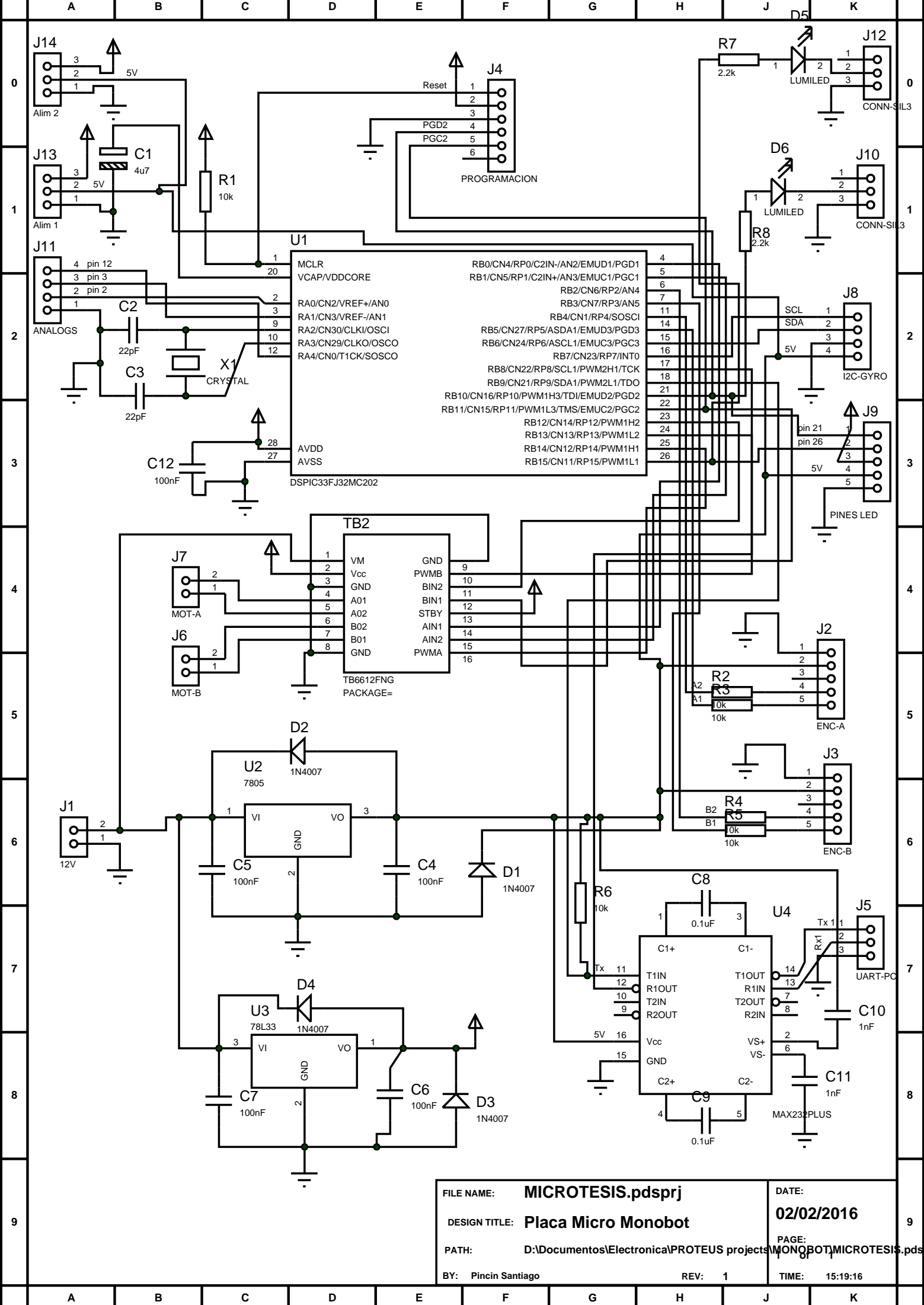
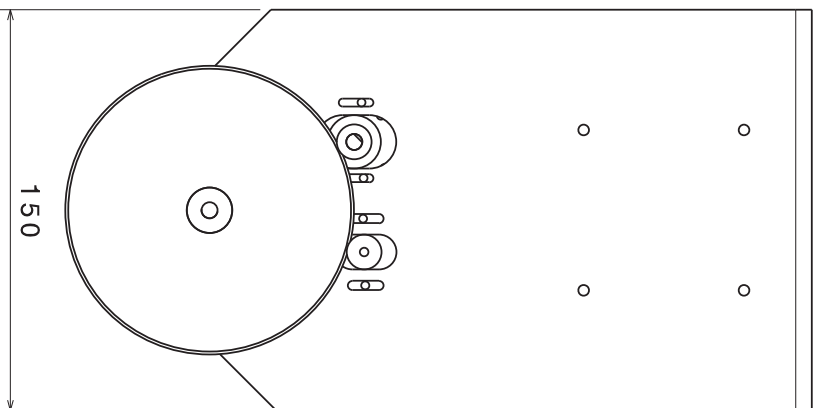
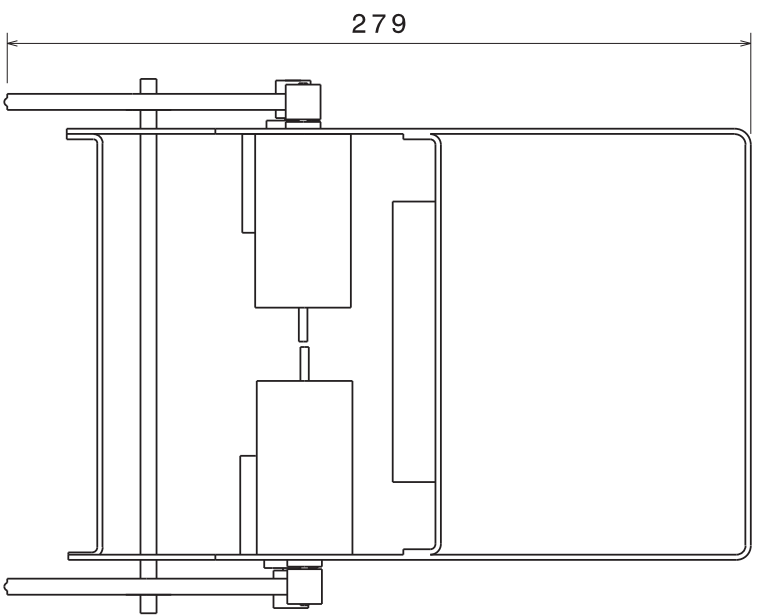
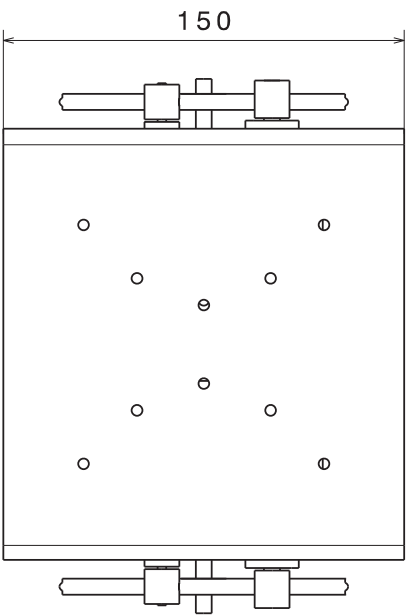
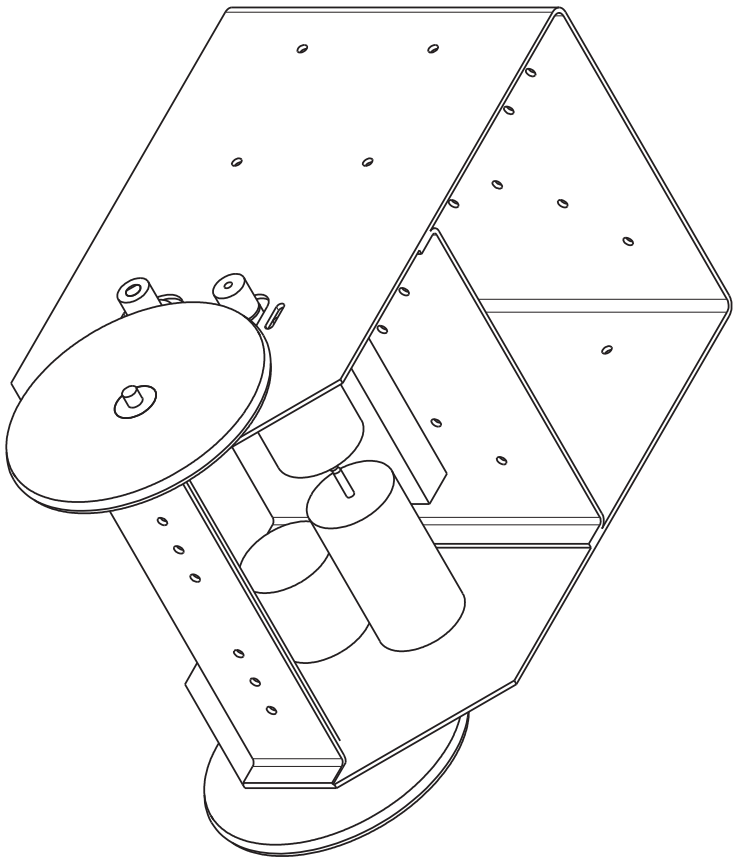


Figura 2: Vista inferior de la plaqueta electrónica construida para la realización del dispositivo.



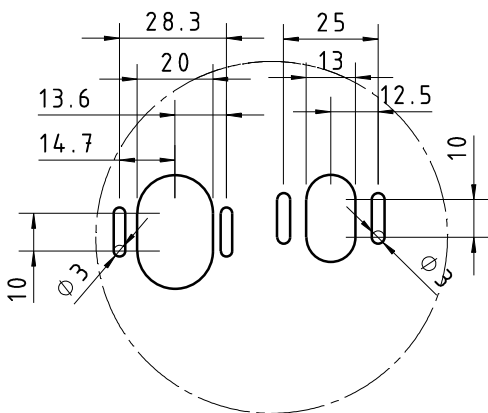
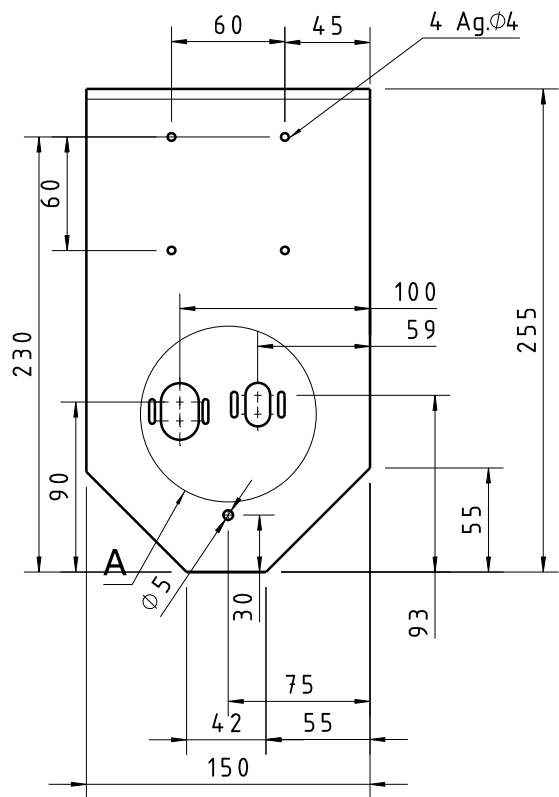
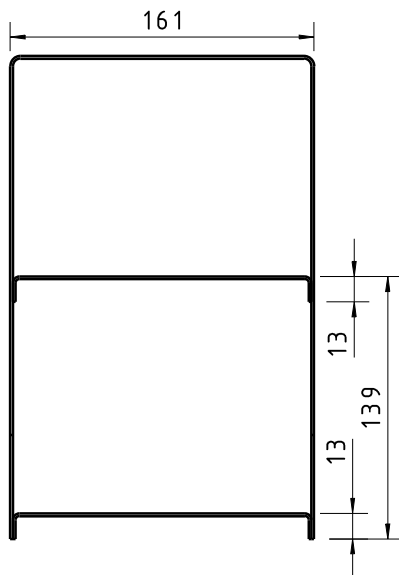
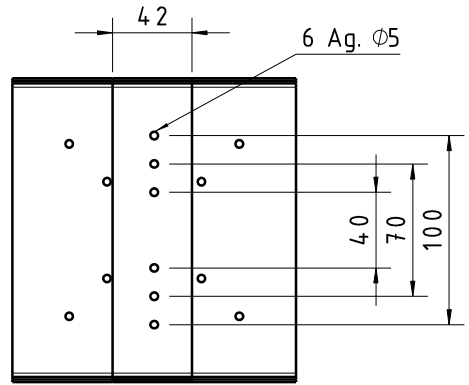
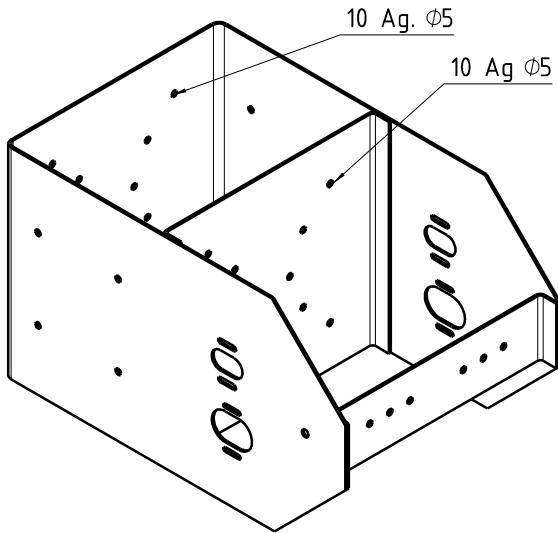
FILE NAME:	MICROTESIS.pdsprj	DATE:	02/02/2016
DESIGN TITLE:	Placa Micro Monobot	PAGE:	
PATH:	D:\Documentos\Electronica\PROTEUS projects\MONOBOT\MICROTESIS.pdsprj	TIME:	15:19:16
BY:	Pincin Santiago	REV:	1



Material		FECHA	
Tolerancias		19/09/2015	
DISEÑO		PINCIN	
REVISOS			
COMENTARIOS:			
A4		Dibujo n° Part1	
ESCALA: 1:2		PESO (kg): 1,39	
		HQA: 1/1	

INSTITUTO BASQUERO - OIEA

**Conjunto Robot
Balancín**

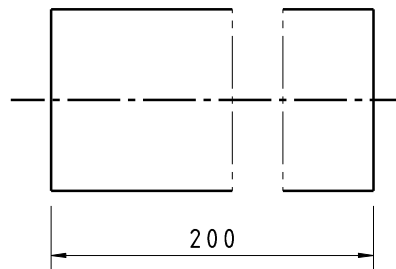
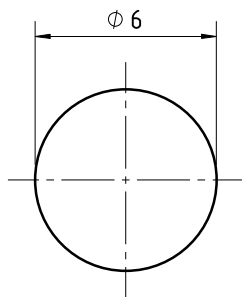


Radios no indicados R=4

- 1 chapa 680x150
- 1 chapa 180x150
- 1 chapa 180x42

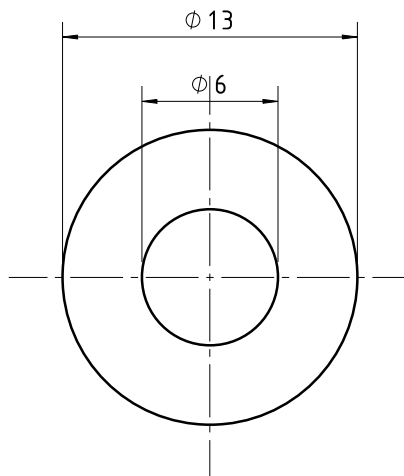
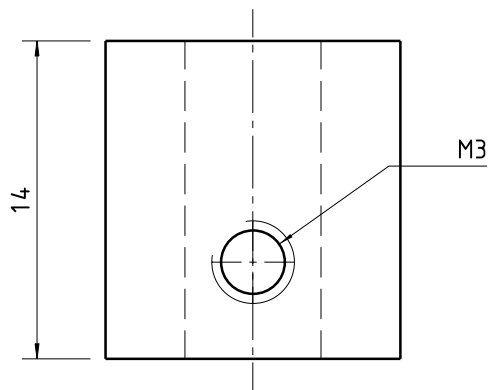
Detalle A
Escala: 1:2

Material Aluminio Tolerancias	APELLIDO	FECHA:	INSTITUTO BALSEIRO - CNEA	
	DISEÑO	PINCIN	16/09/2015	
	REVISÓ:			
			Chasis robot balancín	
	Comentarios:		A4	Dinujo N° Part1
			ESCALA 1:4	PESO (kg) 0,48
				HOJA 1/1

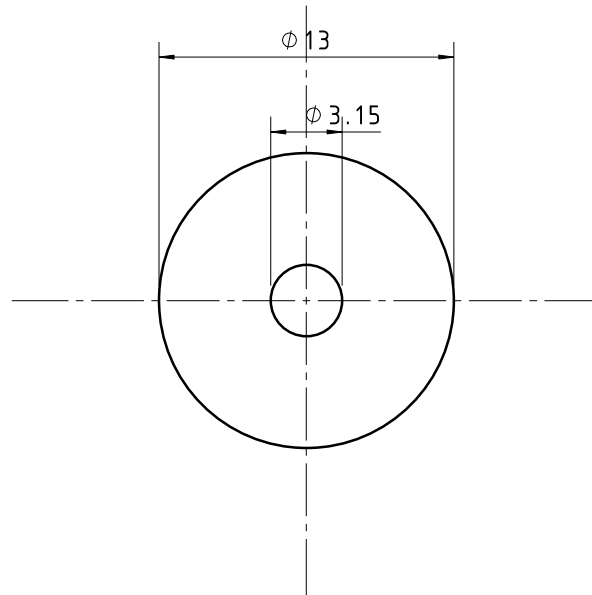
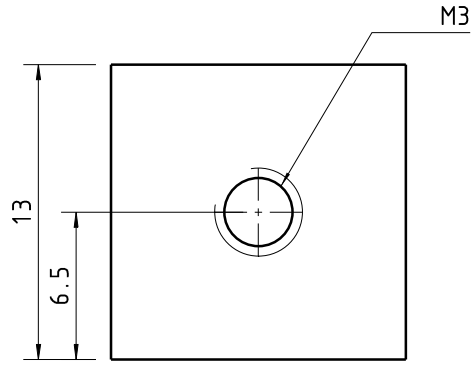


Radios no indicados R=0,5

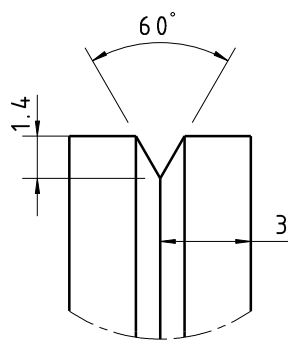
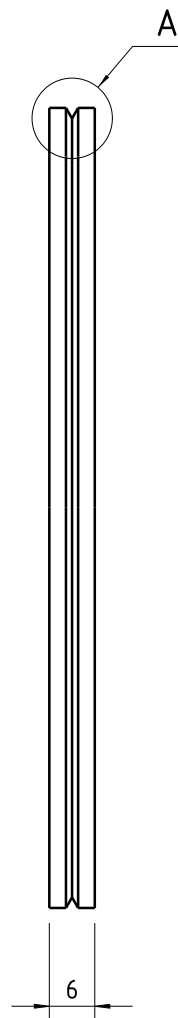
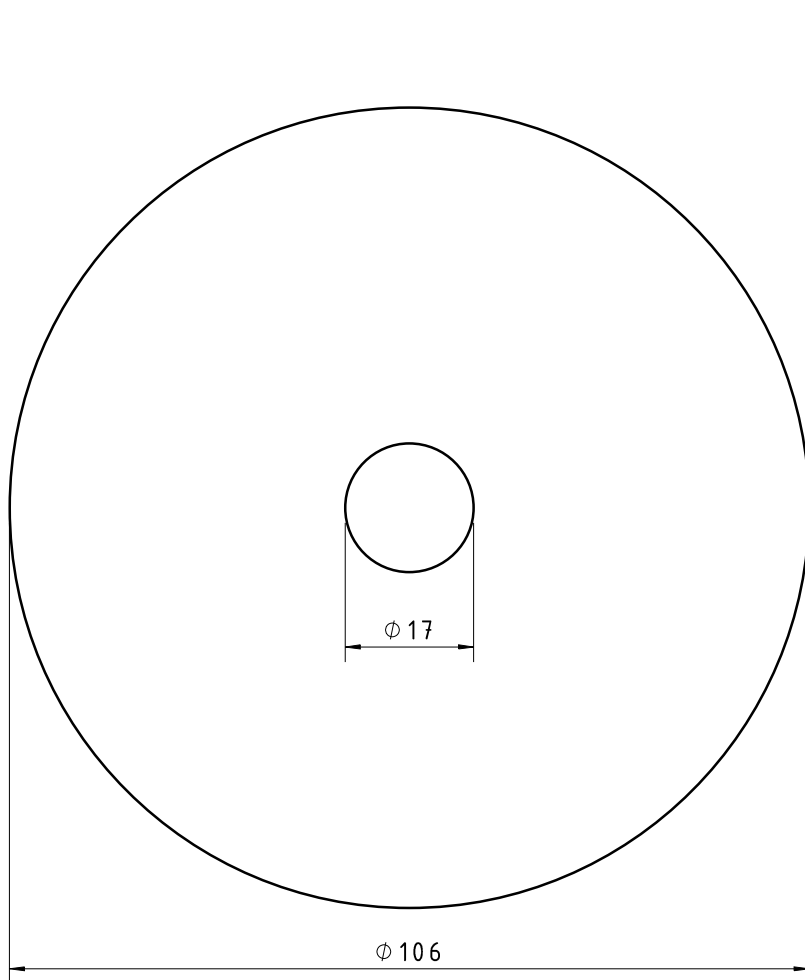
Material Acero	APELLIDO	FECHA:	INSTITUTO BALSEIRO - CNEA	
	DISEÑO	PINCIN	11/09/2015	
Tolerancias	REVISÓ:			
	Comentarios:		Eje robot Balancín	
			A4	Dibujo N° Part1
			ESCALA 4:1	PESO (kg) 0,045
				HOJA 1/1



Material Bronce Tolerancias	APELLIDO	FECHA:	INSTITUTO BALSEIRO - CNEA	
	DISEÑO	PINCIN	02/10/2015	Pin Encoder
	REVISÓ:			
	Comentarios:			
	ESCALA	3:1	PESO (kg)	0,014
	Dibujo N° Part1		HOJA	1/1



Material Aluminio Tolerancias	APELLIDO	FECHA:	INSTITUTO BALSEIRO - CNEA	
	DISEÑO	PINCIN	02/10/2015	
	REVISÓ:			
	Comentarios:		Pin Motor	
			A4	Dibujo N° Part1
			ESCALA 3:1	PESO (kg) 0,014
				HOJA 1/1



Detalle A
Escala: 4:1

Material Aluminio Tolerancias	APELLIDO	FECHA:	INSTITUTO BALSEIRO - CNEA		
	DISEÑO	PINCIN	11/09/2015	Rueda Robot balancín	
	REVISÓ:				
	Comentarios:		A4	Dibujo N° Part3	
			ESCALA 1:1	PESO (kg) 0,138	HOJA 1/1

**PLANILLA DE ASISTENCIA
PROYECTO INTEGRADOR**

Apellido y nombre del alumno: PINCIN, Santiago Javier

Semestre: PRIMERO

Año:2015

FECHA	ENTRADA	SALIDA	TOTAL HORAS
05/08/2015	8:45	12:45	4
07/08/2015	8:45	12:45	4
12/08/2015	8:45	12:45	4
14/08/2015	8:45	12:30	3.75
19/08/2015	8:45	12:30	3.75
21/08/2015	8:45	12:45	4
26/08/2015	8:45	12:45	4
28/08/2015	8:45	12:30	3.75
09/09/2015	8:45	13:00	4.25
11/09/2015	8:45	13:00	4.25
16/09/2015	8:45	13:00	4.25
18/09/2015	8:45	12:30	3.75
23/09/2015	8:45	12:15	3.5
25/09/2015	8:45	12:30	3.75
30/09/2015	8:45	12:15	3.5
02/10/2015	8:45	13:00	4.25
07/10/2015	8:45	13:00	4.25
09/10/2015	8:45	13:00	4.25
14/10/2015	8:45	13:30	4.75
16/10/2015	8:45	13:00	4.25
21/10/2015	8:45	12:45	4
23/10/2015	8:45	13:00	4.25
28/10/2015	8:45	12:15	3.5
30/10/2015	8:45	12:45	4
04/11/2015	8:45	12:45	4
06/11/2015	8:45	12:45	4
11/11/2015	8:45	12:15	3.5
13/11/2015	8:45	12:30	3.75
18/11/2015	8:45	12:30	3.75
20/11/2015	8:45	12:30	3.75
24/11/2015	8:45	12:30	3.75
30/11/2015	8:45	13:00	4.25
04/12/2015	14:00	16:00	2

DEDICACIÓN TOTAL EN HORAS DURANTE EL PERÍODO INFORMADO: 128.75

Firma del alumno

Firma y aclaración Director PI

**PLANILLA DE ASISTENCIA
PROYECTO INTEGRADOR**

Apellido y nombre del alumno: PINCIN, Santiago Javier

Semestre: SEGUNDO

Año:2016

FECHA	ENTRADA	SALIDA	TOTAL HORAS
11/12/2015	10:00	13:00	3
16/12/2015	10:30	12:30	3
02/02/2016	14:00	17:00	3
03/02/2016	8:30	11:00	2.5
03/02/2016	14:00	17:00	3
04/02/2016	9:30	12:00	3.5
04/02/2016	13:30	17:00	3.5
05/02/2016	8:00	12:00	4
05/02/2016	14:00	17:00	3
10/02/2016	8:15	12:00	3.75
10/02/2016	14:00	16:30	2.5
11/02/2016	10:00	13:00	3
17/02/2016	8:15	12:15	4
17/02/2016	13:00	17:30	4.5
18/02/2016	15:00	20:00	5
19/02/2016	8:45	13:15	4.5
24/02/2016	8:30	12:30	4
24/02/2016	14:00	18:00	4
25/02/2016	14:00	18:30	4.5
26/02/2016	8:30	12:00	3.5
26/02/2016	14:00	20:00	6
02/03/2016	14:00	17:00	3
03/03/2016	9:00	12:30	3.5
03/03/2016	14:30	17:00	2.5
04/03/2016	9:00	12:30	3.5
09/03/2016	9:00	12:30	3.5
11/03/2016	9:00	12:30	3.5
11/03/2016	14:30	17:00	2.5
16/03/2016	9:00	12:30	3.5
16/03/2016	14:30	17:30	3
18/03/2016	9:00	12:30	3.5
23/03/2016	9:00	12:30	3.5
23/03/2016	14:30	17:30	3

DEDICACIÓN TOTAL EN HORAS DURANTE EL PERÍODO INFORMADO 116.25

Firma del alumno

Firma y aclaración Director PI

**PLANILLA DE ASISTENCIA
PROYECTO INTEGRADOR**

Apellido y nombre del alumno: PINCIN, Santiago Javier

Semestre: SEGUNDO

Año:2016

FECHA	ENTRADA	SALIDA	TOTAL HORAS
24/03/2016	9:00	13:00	4
24/03/2016	15:00	18:00	3
25/03/2016	9:00	13:00	4
25/03/2016	15:00	18:00	3
29/03/2016	10:00	13:00	3
30/03/2016	9:00	13:00	4
30/03/2016	15:00	18:00	3
31/03/2016	10:00	13:00	3
01/04/2016	9:00	13:00	4
01/04/2016	15:00	18:00	3
06/04/2016	9:00	13:00	4
06/04/2016	15:00	18:00	3
07/04/2016	9:00	12:00	3
08/04/2016	9:00	13:00	4
13/04/2016	9:00	13:00	4
13/04/2016	15:00	18:00	3
15/04/2016	9:00	13:00	4
15/04/2016	15:00	18:00	3
20/04/2016	9:00	13:00	4
20/04/2016	15:00	18:00	3
22/04/2016	9:00	13:00	4
22/04/2016	15:00	18:00	3
27/04/2016	9:00	13:00	4
29/04/2016	10:00	13:00	3
29/04/2016	15:00	18:00	3
04/05/2016	9:00	13:00	4
04/05/2016	15:00	18:00	3
06/05/2016	9:00	13:00	4
06/05/2016	15:00	18:00	3
10/05/2016	9:00	13:00	4
10/05/2016	15:00	18:00	3
13/05/2016	9:00	13:00	4
18/05/2016	15:00	18:00	3

DEDICACIÓN TOTAL EN HORAS DURANTE EL PERÍODO INFORMADO 114

Firma del alumno

Firma y aclaración Director PI

Actividades Relacionadas a las PPS:

- Estudio de sistema embebido, sensores y programación.
- Modelado del robot balancín en Matlab/Simulink.
- Diseño conceptual del equipo: dimensionamiento de los componentes del dispositivo.
- Selección de sensores y actuadores (ruedas, motores, batería), circuito electrónico (microcontrolador, acelerómetro y giroscopio).
- Fabricación de sistema embebido: realización de placa electrónica y soldado de los componentes.
- Construcción mecánica del robot, incluyendo el armado y montaje sensores, motores, rueda, placas electrónicas.
- Programación de software embebido y comunicación con el computador PC.
- Identificación de los parámetros dinámicos del robot.
- Implementación de control de equilibrio del robot.
- Ensayo experimental.
- Ajustes.
- Programación de algoritmo de navegación del robot.

Resumen de la actividades relacionadas a Proyecto y Diseño:

Las actividades de Proyecto y Diseño que el alumno realizó en el desarrollo del robot balancín, se basan en las ciencias básicas y de la ingeniería adquiridas a lo largo de la carrera. Las tareas realizadas en este aspecto son:

El diseño mecánico, como se describe en capítulo 2, que se realizó mediante la utilización de software de diseño asistido por computador.

También realizó actividades de diseño electrónico para el sistema embebido, que adquiere la lectura de los sensores y maneja los motores, para ello utilizó software de diseño ECAD. Se puede observar en el capítulo 3 y en un anexo del trabajo.

El alumno realizó el modelado matemático del robot, aplicó para ello mecánica de Lagrange, con lo cual obtuvo una representación mediante variable de estado de la dinámica. Esta actividad se desarrolla en el capítulo 4 del presente trabajo.

Otra tarea de diseño, el alumno debió fusionar la lectura del acelerómetro y giróscopo para obtener el ángulo respecto de la vertical. Para ello diseñó un filtro de Kalman para estimar el ángulo a partir de las lecturas de los sensores. Mediante modelado y ensayos debió calibrar el filtro para una correcta estimación del ángulo. Se puede observar dicho desarrollo en el capítulo 5 del proyecto.

Diseño de lazo de control, mediante herramientas de modelado el alumno desarrolló el algoritmo de control, este trabajo lo desarrolla en el capítulo 7.