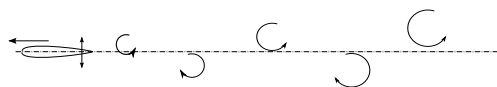


Kaplan-turbiinin juoksupyörän epästationaarinen kuormitus

Otto Puolakka



Kaplan-turbiinin juoksupyörän epästationaarinen kuormitus

Otto Puolakka

Aalto-yliopiston julkaisusarja
TIEDE + TEKNOLOGIA 7/2011

© Tekijä

ISBN 978-952-60-4100-1 (pdf)
ISBN 978-952-60-4099-8 (printed)
ISSN-L 1799-487X
ISSN 1799-4888 (pdf)
ISSN 1799-487X (printed)

Aalto Print
Helsinki 2011

Author

Otto Puolakka

Name of the publication

Unsteady load on a Kaplan turbine runner

Publisher School of Engineering**Unit** Department of Applied Mechanics, Marine Hydrodynamics**Series** Aalto-yliopiston julkaisusarja TIEDE + TEKNOLOGIA 7/2011**Field of research** Fluid dynamics

Fluid–structure interaction or coupled flow and structure response problems are a computationally challenging field of study, with applications in vibration analyses of hydraulic power structures for example. Fluid–structure interaction in Kaplan turbines has become a topic of increasing interest in recent years as a desire for output increases in old installations call for an assessment of unsteadiness of the runner flow in new operating conditions. The unsteady hydrodynamic load of a Kaplan runner has a possibly critical effect on the vibration behaviour of the turbine shaft line. The unsteady hydrodynamic load on an oscillating runner is often resolved into added masses, dampings and stiffnesses. Limited research on the issue has been conducted using FEM and CFD computations and design estimates have primarily based on results for geometrically similar ship propellers.

The current study attempts to estimate the added properties for a runner oscillating in spin and axial heave as a rigid body using a two-dimensional flow approximation and the results of conventional unsteady airfoil theory. The method is expected to provide a fast and relatively simple way to derive reasonable estimates for the added properties and give insight into the effect of some parameters of interest, e.g. oscillation frequency, inflow velocity and blade angle. The runner flow is assumed inviscid and incompressible and is reduced at each section to a two-dimensional flow around a heaving flat plate, whose lift is evaluated using Theodorsen’s analytical solution for a heaving and pitching flat plate. The lift is further divided into added properties, which are integrated over the span and summed over all blades to yield the runner total added properties. The method is presented and applied on a Kaplan runner, and the results are compared with the existing estimations. Varying qualitative and quantitative agreement is found. The method can be extended to runner swaying and tilting of the rotational axis.

Keywords Fluid-structure interaction, Unsteady, Kaplan runner, Added mass, Added damping, Added stiffness

ISBN (printed) 978-952-60-4099-8**ISBN (pdf)** 978-952-60-4100-1**ISSN-L** 1799-487X**ISSN (printed)** 1799-487X**ISSN (pdf)** 1799-4888**Location of publisher** Espoo**Location of printing** Helsinki**Year** 2011**Pages** 44

Tekijä

Otto Puolakka

Julkaisun nimi

Kaplan-turbiinin juoksupyörän epästationaarinen kuormitus

Julkaisija Insinööritieteiden korkeakoulu**Yksikkö** Sovelletun mekaniikan laitos, merihydrodynamiikan ryhmä**Sarja** Aalto-yliopiston julkaisusarja TIEDE + TEKNOLOGIA 7/2011**Tutkimusala** Virtausmekaniikka**Tiivistelmä**

Kaplan-vesivoimaturbiinin juoksupyörää ympäröivällä vedellä on todennäköisesti huomattava vaikutus turbiinin akselilinjän värähtelykäyttöön. Turbiinin värähtelevän juoksupyörän ja sitä ympäröivän virtauksen kytketty ongelma lukeutuu neste—rakennuvuorovaikutuksen haastavaan tutkimuskenttään. Neste—rakennuvuorovaikutuksen ongelmat ovat usein laskennallisesti hyvin raskaita, ja näin Kaplan-juoksupyörän epästationaarista hydrodynaamista kuormaa pyritäänkin arvioimaan tässä raportissa pelkistetyin analyttisin menetelmin. Raportissa esitetään lentolaitteiden aeroelastiikasta tuttu Theodorsenin ratkaisu epästationaarisen siipiprofilin nostovoimalle ja sovelletaan tätä juoksupyörän siipiin. Menetelmällä saatavissa tuloksissa havaitaan mielenkiintoisia yhtäläisyyksiä ja eroja aiempiin laskentatuloksiin.

Mielenkiinto Kaplan-turbiinien neste—rakennuvuorovaikutuksen tutkimiseen on kasvanut lähivuosina, kun halu vanhojen vesivoimayksiköiden tehonnostoon on vaatinut juoksupyörävirtauksen epästationaarisuuden arviointia uusissa toimintaolosuhteissa. Värähtelevän juoksupyörän epästationaarinen hydrodynaaminen kuormitus ilmaistaan usein lisättyjen massojen, vaimennusten ja jäykkyyksien avulla. Aihetta on tutkittu varsin niukalti elementtimenetelmä- ja CFD-laskennoilla. Tässä tutkimuksessa arvioidaan jäykkänä kappaleena kiertovärähtelevän ja aksiaalisesti kohoilevan juoksupyörän lisättyjä ominaisuuksia virtauksen kaksikulotteisuusoletuksen ja tavanomaisen epästationaarisen siipiprofiliteorian avulla. Menetelmä esitellään ja sitä sovelletaan eräälle Kaplan-juoksupyörälle ja tuloksia verrataan olemassaoleviin arvioihin. Vaihtelevaan laadullista ja määrällistä yhtäpitävyyttä havaitaan.

Avainsanat Neste—rakennuvuorovaikutus, epästationaarinen, Kaplan-juoksupyörä, lisätty massa, lisätty vaimennus, lisätty jäykkyys

ISBN (painettu) 978-952-60-4099-8**ISBN (pdf)** 978-952-60-4100-1**ISSN-L** 1799-487X**ISSN (painettu)** 1799-487X**ISSN (pdf)** 1799-4888**Julkaisupaikka** Espoo**Painopaikka** Helsinki**Vuosi** 2011**Sivumäärä** 44

Esipuhe

Tämä raportti Kaplan-turbiinin juoksupyörän epästationaarisesta kuorimituksesta pohjautuu Aalto-yliopiston sovelletun mekaniikan laitoksella merihydrodynamiikan ryhmässä kesän 2010 ja sitä seuraavan syksyn aikana tekemääni tutkimustyöhön. Raportti on kirjoitettu yleistajuiseksi ei ainoastaan virtauskoneiden asiantuntijoille, vaan myös yleisesti teknillisen mekaniikan alalla työskenteleville tutkijoille ja opiskelijoille. Suuri osa raportista sisältyy tarkastuksessa olevaan artikkelijulkaisuun (Puolakka et al., 2011).

Tutkimustyö suoritettiin läheisessä yhteistyössä Andritz Hydro Oy:n dipl.ins. Jyrki Keto-Tokoin kanssa. Andritz Hydro myös rahoitti tutkimusta. Työtä valvoi professori Jerzy Matusiak laitoksen laivalaboratoriosta. Laboratorion työntekijöistä myös tekn. toht. Tommi Mikkola avusti merkittävästi tutkimustyön käytännön näkökohdissa. Kiitän kaikkia osallisia tahoja heidän työpanoksestaan.

Espoo, 13. huhtikuuta 2011,

Otto Puolakka

Sisältö

Esipuhe	1
Sisältö	3
1 Johdanto	7
2 Yksittäisen siipiprofilin värähtely	11
2.1 Kohoilu tyynessä fluidissa	11
2.2 Kohoilu virtauksessa	12
2.3 Lisätyt ominaisuudet	18
3 Juoksupyörän värähtelytavat	21
4 Juoksupyörän kuormat	25
5 Tulokset	29
6 Pohdinta	33
Kirjallisuutta	37

Symbolit ja lyhenteet

α, α_a	kohtauskulma; profiilin kallistuskulma, profiilin avautumakulma
Γ, Γ^*	sirkulaatio, sirkulaatio ilman vanaveden vaikutusta
γ	pyörteisyys
δ	sirkulatorisen nostovoiman jättämä
ζ	juoksupyörän akselin suuntainen koordinaatti
η	profiilipisteen sijainti pystysuunnassa
θ, θ_0	pyörimisakselin kallistuskulma, kallistelun amplitudi
θ_p	profiilin nousukulma
ϑ	kulmamuuttuja kärkisuora-asemalle
κ, κ_R	Strouhalin luku, juoksupyörän Str.l.
ρ	fluidin (veden) tiheys
$\boldsymbol{\rho}$	paikkavektori turbiinin origosta
$\Phi, \Phi^*, \Phi_\infty$	häiriö-, kokonais- ja häiriintymättömän virtauksen nopeuspotentiaali
ϕ	siiven keskilinjan kulma-asema (keskimääräinen)
φ, φ_a	poikkeama keskimääräisestä kulma-asemasta (oskillaatio), siiven keskilinjan kulma-asema juoksupyörän huojuntasuuntaan nähden
Ω, Ω_Z	juoksupyöräkoordinaatiston kulmanopeus, juoksupyörän rotaatiokulmanopeus
ω	oskillaation vaihenopeus

A_O, A_E	juoksupyörän projisoitu ja levitetty pinta-ala
$A_i, i = 1, 2, \dots$	pyörteisyysarjan kertoimet
a_E	levitetty pinta-alasuhde
b	kärkisuoran puolipituus
C, \bar{C}	Theodorsenin funktio ja sen moduuli
c, c^*, C	lisätty vaimennus, lis. vaim. dimensiottomana, vastaava matriisi
F	Theodorsenin funktion reaaliosa; voima
\mathbf{F}_e	epästationaarinen yleistetty voimavektori
f	yleistetty voimakomponentti
G	Theodorsenin funktion imaginääriosa
H	tulovirtauksen nopeuden arviontitason korkeus
$H_i^{(2)}$	i:s 2. lajin Hankelin funktio

h_{\pm}, h_{\perp}	kohoilun kärkisuoran suuntainen ja sen normaalin suuntainen komponentti
h, h_0	kohoiluasema ja kohoilun amplitudi
$\Im[\cdot]$	imaginäärioperaattori
k, k^*, K	lisätty jäykkyys, lis. jäykk. dimensiottomana, vastaava matriisi
L	nostovoima
L_0	nostovoiman maksimi
L^*	nostovoima ilman vanaveden vaikutusta
l	napaa vastaavan pyörähdysellipsoidin pituuspuoliakseli
m, m^*, M	lisätty massa, lis. massa dimensiottomana, vastaava matriisi
m_h, m'	pyörähdysellipsoidin lisätty massa ja dimensioton lisätty massa
N	juoksupyörän siipiluku
n	pinnan ulkonormaalivektori
$O(\cdot)$	suuruusluokkamerkintä
R	sädeasema turbiinikoordinaatistossa; siiven kärkisäde
r	sädeasema juoksupyöräkoordinaatistossa; etäisyys profiilista
r_h	navan säde
$\Re[\cdot]$	reaalioperaattori
t	aika
U, U_R	tulovirtausnopeus, tulovirtausnopeus siiven kärjellä
U	suhteellinen tulovirtausnopeus
V, V_{∞}	absoluuttinen tulovirtausnopeus, virtausnopeus kaukana ylävirrassa
v_p	profiilin nopeus keskinopeuskoordinaatistossa
w, w_p, w_v	nopeus z -suunnassa, profiilin ja vanaveden indusoimat pystynopeudet
X	vaakakoordinaatti (kiinnitetty turbiiniin)
x	vaakakoordinaatti; kärkisuoran suuntainen koordinaatti
\boldsymbol{x}	värähtelysuuntavektori
y, y_0	juoksupyörän huojunta-asema, huojunnan amplitudi
Z	pystysuora koordinaatti (turbiinin keskiviiva)
z	pystykoordinaatti; kärkisuoran normaalikoordinaatti
BPF	siipitaajuus (engl. Blade Passing Frequency)

CFD	laskennallinen virtausmekaniikka (engl. Computational Fluid Mechanics)
FEM	elementtimenetelmä (engl. Finite Element Method)
LE, TE	johtoreuna, jättöreuna (engl. Leading Edge, Trailing Edge)
LS	kantopinta (engl. Lifting Surface)
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
Re	Reynoldsin luku
UA	epästationaarinen siipiprofiili (engl. Unsteady Airfoil)
URANS	epästationaarinen Reynolds-keskiarvoistettu Navier–Stokes (engl. Unsteady Reynolds-averaged Navier–Stokes)

1. Johdanto

Fluidiin upotettu kappale aiheuttaa värähdellessään ympärilleen epästationaarisen virtauksen, joka puolestaan kohdistaa kappaleeseen epästationaarisia voimia. Nämä voimat muuttavat usein merkittävästi kappaleen värähtelykäytöstä, ja näin ollen niitä on syytä arvioida fluidiin sijoitetuissa värähtelevissä rakenteissa. Tunnusomaista tällaisille virtaustilanteille on virtauksen ja rakenteen vasteen ongelmien kytkös: rakenne määrittää reunaehdot virtausongelmaan, ja virtaus voimien kautta rakenteen liikkeen. Kytköksen vuoksi ongelmat muodostavat oman *neste-rakenne-vuorovaikutuksen* (engl. fluid–structure interaction, FSI) ongelmakenttensä.

Tavallisesti neste–rakenne-vuorovaikutuksen ongelmille ei ole analyyttisiä ratkaisuja, ja numeeriset ratkaisutkin ovat erittäin raskaita. Ongelmia on perinteisesti esimerkiksi lentolaitteiden *aeroelastiikassa* yksinkertaistettu käyttämällä likimääräisiä analyyttisiä ratkaisuja sekä epästationaariselle virtaukselle annetulla tavalla värähtelevän rakenteen ympärillä että rakenteen vasteelle tiettyyn herätevoimaan. Kytketty ongelma on ratkaistu sovittamalla virtauksen ja rakenteen osaratkaisut sopivalla tavalla. Tässä raportissa keskitytään epästationaarisen virtausongelman ratkaisuun annetulla rakenteen liikkeellä. Yksinkertaistetuille ratkaisuille tyypillisesti fluidin vaikutusta mallinnetaan värähtelysystemin kuvitteellisella *lisätyllä massalla, vaimennuksella* ja *jäykkyydellä*.

Virtauskoneiden siipihilat ovat ulokepalkkimaisen tuennan, profiilien hoikkuuden ja turbulentin sekä huomattavia periodisia häiriöitä sisältävän tulovirtauksen vuoksi erittäin alttiita neste–rakenne-vuorovaikutuksesta syntyville ongelmille. Siipihilojen epästationaarisen kuormituksen arviointi perustui 1980-luvulle asti pääosin todellisen kolmiulotteisen virtauksen pelkistykseen kaksiulotteiseksi virtaukseksi siipiprofiili-

lihilassa (Dowell, 2004). Kutakin sädeasemaa vastaava profiilihila saatiin juoksupyörän siipien sylinterileikkauksesta ja syntyvää tasovirtausta hilassa analysoitiin pääasiassa analyttisin ja kokeellisin menetelmin. Eräitä merkittävimmistä epästationaarisen hilavirtauksen teoreettisista tutkielmista ovat: Söhngenin (1953) analyysi potentiaalivirtauksesta tiheässä tasolevyhilassa, jossa levyt oskilloivat mielivaltaisesti pienellä amplitudilla ja suurella kohtauskulmalla; Whiteheadin (1962) aikaiset numeeriset laskentatulokset tasolevyhilalle ilman kohtauskulmaa ja Sarenin (1966) tutkielma ohuiden mutta kaarevien profiilien hilasta, jossa profiilit oskilloivat suurella kohtauskulmalla ja mielivaltaisella vaiheerolla toistensa suhteen puristumattomassa ja kitkattomassa virtauksessa. AGARD:in (*Advisory Group for Aerospace Research & Development*) vuonna 1987 julkaisema *Manual on Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines* kokosi suuren osan aiheen teoreettista ja kokeellista tutkimusta (Dowell, 2004). Vaikka laskentakapasiteetin kasvu on 1980-luvun jälkeen mahdollistanut laskennallisen virtausmekaniikan (engl. computational fluid dynamics, CFD) käytön epästationaarisen siipiprofiilivirtauksen analyysissä, vaatimukset tietokoneiden teholle ovat yhä korkeat.

Tämän tutkielman aihe – värähtelevän Kaplan-juoksupyörän epästationaarinen kuormitus – eroaa yleisistä virtauskoneiden neste-rakennevuorovaikutuksen ongelmista hieman, sillä juoksupyörän siivet on mitoitettu korkean kuormituksen vuoksi verrattaen lyhyiksi, leveiksi ja jäykiksi. Näin staattiset ja väsymislujuusvaatimukset ovat muodostaneet rakenteet niin jäykiksi, etteivät värähtelyt ole usein nousseet ongelmalliselle tasolle. Viimeaikainen kiinnostus vanhojen eurooppalaisten ja amerikkalaisten Kaplan-turbiinien tehonnostoon ilman suuria rakennemuutoksia, esimerkiksi akselilinjan uusimista, on kuitenkin herättänyt tarpeen värähtelytason arviointiin uusissa, tuntemattomissa olosuhteissa. Tehovaatimuksen mukana nousevat kuormitukset ja kierrosnopeudet, joista varsinkin jälkimmäinen on värähtelyjen suhteen kriittistä. (Keto-Tokoi, 2010)

Olemassaolevat epästationaarisen kuormituksen arviot Kaplan-juoksupyörille ovat aiemmin perustuneet vahvasti geometrisesti samankaltaisille laivapotkureille johdetuille tuloksille, kuten Schwanecken (1963, 1973) empiirisille regressiokaavoille, Hylarideen ja van Gentin (1974) kantopintalaskennan tuloksille Wageningen B -sarjan potkureille ja Parsonsin ja Voruksen (1981) kantoviivalaskelmille kantopintakorjauksin samoille potkureille. Von Thuss (1981) arvioi kokeellisesti Kaplan-juoksupyörän

kiertovärähtelyn lisättyä massaa mallimittakaavassa tyynessä vedessä. Holopainen ja Keto-Tokoi (1994), Salajka ja Kanicky (2000) ja Lais (2007) ovat arvioineet lisättyä massaa tyynessä vedessä elementtimenetelmällä (engl. finite element method, FEM). Elementtimenetelmäarviot eivät ota huomioon kitkallisuuden ja pyörteisyyden vaikutusta eivätkä näin pysty ennustamaan vaimennusta, mutta niiden voi olettaa ennustavan lisätyt massat äärettömällä taajuudella varsin tarkasti. Vertailemalla näitä arvioita potkureille saatuihin tuloksiin voidaan todeta, että jälkimmäiset aliarvioivat karkeasti Kaplan-juoksupyörän lisättyjä massoja, kuten turbiinin vesitien sulkeisuuden vuoksi on odotettavissakin. (Keto-Tokoi, 2010) Puristumattoman epästationaarisen virtauksen numeerinen ratkaisu on puolestaan hyvin raskasta, ja kirjoittaja tuntee vain yhden tuoreen numeerisen analyysin Kaplan-juoksupyörälle kiertovärähtelyssä (Karlsson et al., 2009).

Näiden haasteiden vuoksi on luontevaa lähestyä Kaplan-juoksupyörän värähtelyongelmaa aiemmin mainituin analyttisin menetelmin. Tässä tutkimuksessa oletetaan juoksupyörän olevan riittävän jäykkä ja oskilloivan jäykkänä kappaleena. Värähtelyvapaudet syntyvät akselilinjan joustoista, joita ei käsitellä tässä työssä. Juoksupyörän ja akselilinjan värähtelyanalyysi perustuu usein eri värähtelymuotojen ominaistajuuksien arviointiin ja näiden vertaamiseen mahdollisiin herätetaajuuksiin, joita Kaplan-turbiinissa ovat mm. kierrostaajuus ja siipien ohitustaajuus eli *siipitaajuus* (engl. blade passing frequency, BPF) (Keto-Tokoi, 2010). Jäykän kappaleen oletus on vähintään osin oikeutettu, sillä juoksupyörän mahdollisesti joustavien osien – siipien – ominaistajuuksien on todettu olevan kauempana herätetaajuuksista kuin akselilinjan ominaistajuuksien. Lisäksi turbiinissa virtaava fluidi on vesi, jota voidaan nesteenä pitää käytännössä puristumattomana. Vesitiehalkaisijan suhteen lasketut Reynoldsin luvut ovat suurissa Kaplan-turbiineissa suuruusluokkaa 10^8 , joten rajakerrosten ulkopuolella ja vastuslaskelmia lukuunottamatta voidaan virtausta pitää hyvällä tarkkuudella kitkattomana tämän työn sovelluksissa.

Juoksupyörän siivet kuvataan edelleen kaikilla säteillä sylinterileikkauksin päättymättömäksi siipiprofilihilaksi, joka levitetään tasoon. Monimutkaisen hilavirtausanalyysin sijaan tässä työssä sovelletaan hilan yksittäisiin profileihin analyttistä ratkaisua kohoilevan ja kallistelevan tasolevyprofiilin epästationaarisesta nostovoimasta Theodorsenin (1935) mukaan (luku 2). Tämä menettelytapa jättää huomiotta mahdollisesti hy-

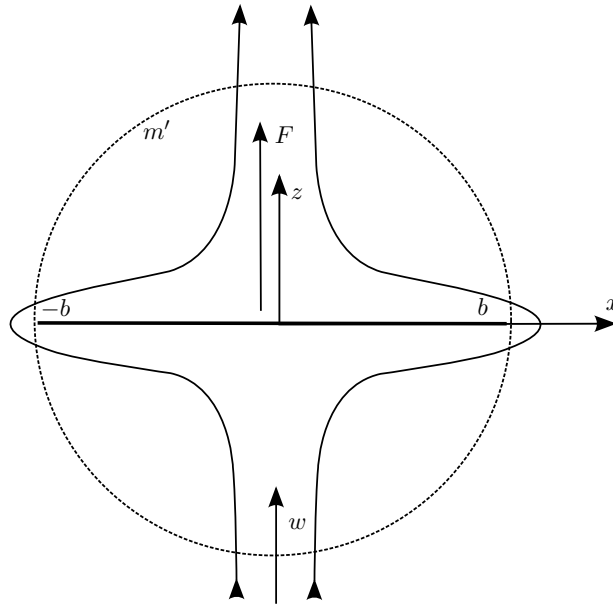
vin tärkeitä ilmiöitä, kuten siipienvälisen vuorovaikutuksen, mutta mahdollistaa epästationaaristen kuormien kevyen likimääräisen arvioinnin ja valottaa mahdollisesti joidenkin tärkeiden parametrien, kuten värähtelytaajuuden, tulovirtausnopeuden ja siipikulman, vaikutusta kuormiin. Menettelytapaa sovelletaan tässä tutkimuksessa kahteen juoksupyörän värähtelymuodoista: kiertovärähtelyyn pyörimisakselin ympäri ja aksiaaliseen kohoiluun. Juoksupyörän värähtely näissä suunnissa palauteaan epästationaarisen voiman tuoton kannalta merkittävämmäksi profiilin liikkeeksi, kohoiluksi kärkeä vastaan luvussa 3. Matusiak (1986) sovelsi menetelmää laivapotkureiden lisättyjen massojen ja vaimennusten arviointiin. Kattavuuden vuoksi juoksupyörän napa mallinnetaan tutkimuksessa puolikkaaksi pyörähdysellipsoidiksi, jota turbiinin kansi rajoittaa yläpuolelta.

Analyysin antama tietystä värähtelystä syntyvä epästationaarinen nostovoima jaetaan lisätyksi massaksi, vaimennukseksi ja jäykkyydeksi luvussa 4. Nämä lisätyt ominaisuudet helpottavat hydrodynaamisten voimien sisällytystä koko akselilinjan värähtelyanalyysiin. Profiilikohtaiset lisätyt ominaisuudet integroidaan kaikilta säteittäisiltä leikkauksilta ja summataan kaikilta siiviltä juoksupyörän lisätyiksi ominaisuuksiksi, joita verrataan FEM- ja CFD-laskentojen tuloksiin luvuissa 5 ja 6.

2. Yksittäisen siipiprofiilin värähtely

2.1 Kohoilu tyynessä fluidissa

Yksinkertaisin tilanne, jolla veden vaikutusta värähtelevään siipiprofiiliin voi havainnollistaa, on tasolevyn kiihtyvä liike tyynessä kitkattomassa ja puristumattomassa fluidissa. Tasolevyn ollessa kiihtyvässä vajoa-



Kuva 2.1. Kohoileva tasolevy muutoin tyynessä fluidissa.

vassa liikkeessä (kuva 2.1) voidaan virtauksen siihen kohdistamaa voimaa mallintaa levyyyn lisätyn kuvitteellisen massan hitaudella, minkä jälkeen levyn kiihdyttämiseen tarvittavan voiman voi laskea Newtonin toisesta laista muodossa

$$F = m_{kok} \frac{dw}{dt} = (m + m') \frac{dw}{dt}, \quad (2.1)$$

jossa m on levyn massa, m' on lisätty massa ja w on pystysuuntainen nopeus. Tämän massan voi ajatella kuvaavan sitä fluidin massaa, joka keskimäärin kiihtyy levyn mukana.

Nopeuspotentiaali virtaukselle kohtisuoraan tasolevyä vastaan voidaan ratkaista kompleksisella konformikuvauksella virtauksesta ympyräsylin-
terin ympärillä (Katz and Plotkin, 2001). Ratkaisusta saadaan potentiaa-
liero levyn ala- ja yläpinnan välillä:

$$\Phi_y - \Phi_a = \Delta\Phi(x) = 2wb\sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2}, \quad (2.2)$$

jossa Φ_y ja Φ_a ovat nopeuspotentiaalit vastaavissa ylä- ja alapinnan pis-
teissä, b on levyn puolileveys ja x poikittainen koordinaatti. Epästatio-
naarisella Bernoullin yhtälöllä tästä potentiaalierosta saadaan paine-ero

$$\Delta p = \rho \frac{\partial}{\partial t} \Delta\Phi = 2\rho b \frac{\partial w}{\partial t} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2}, \quad (2.3)$$

josta puolestaan levyn leveydeltä integroimalla epästationaarinen nosto-
voima pituusyksikköä kohden

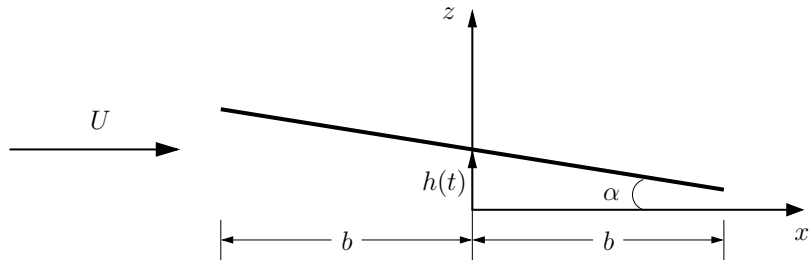
$$L = \pi\rho b^2 \dot{w}, \quad (2.4)$$

josta nähdään lisätty massa $m' = \pi\rho b^2$. Mielenkiintoisesti tämä vastaa
pienimmän mahdollisen levyn ympärille piirretyn ympyrälieriön sisälle
jäävän fluidin massaa. Yllä saadusta epästationaarisesta nostovoimasta
huomataan, että tyynessä puristumattomassa ja kitkattomassa fluidissa
värähtelevään tasolevyyn ei kohdistu lainkaan vaimennusta.

2.2 Kohoilu virtauksessa

Useimmiten kappaleet värähtelevät kuitenkin enemmän tai vähemmän
virtaavassa fluidissa. Pienellä amplitudilla kohoilevan ja kallistele-
van taiseen tulovirtaukseen asetetun tasolevyprofiilin epästationaarisen nos-
tovoiman ratkaisivat itsenäisesti viime vuosisadan alussa useat aerody-
naamikot (mm. Cicala, von Borbely, Küssner, von Kármán ja Sears) (Bi-
splinghoff et al., 1955). Theodorsenin sekä von Kármánin ja Searsin ana-
lyyttiset ratkaisut epävakaisen tasolevyprofiilin nostovoimalle pieniampi-
tudisen harmonisen poikittaisvärähtelyn ja kallistelun tapauksessa ot-
tavat myös virtauksen huomioon ja mahdollistavat useiden kantopinto-
jen värähtelyilmiöiden analyysin. Todellisen siipiprofiilin kaarevuuden ja

paksuuden sekä tasaisen kohtauskulman vaikutukset voidaan tarvittaessa perinteisen pienten häiriöiden teorian oletuksin summata tähän ratkaisuun (Bisplinghoff et al., 1955). Esitetään teoria J. Katzin ja A. Plotkinin (2001) muotoilua mukaillen: Tarkastellaan tilannetta, jossa taso-



Kuva 2.2. Kohoileva ja kallisteleva tasolevyprofiili.

levy kohtaa x -akselin suuntaista virtausta nopeudella U ja vaihtelevalla, mutta pienellä kohtauskulmalla $\alpha(t)$ (kuva 2.2). Levy värähtelee z -akselin suunnassa siten, että kärkisuoran korkeus voidaan hetkellisesti esittää profiilin keskimääräiseen asemaan kiinnitettyssä koordinaatistossa muodossa

$$\eta(t) = h(t) - \alpha(t)x, \quad x \in [-b, b], \quad (2.5)$$

jossa $h = h(t)$ on kärkisuoran johtoreunan korkeus x -akselista. Kohtauskulman vaihtelun oletetaan olevan tämän työn sovelluksissa mitätöntä, ja sitä ei jatkossa huomioida. Lausutaan virtaustilanteeseen liittyvä kokonaisnopeuspotentiaali Φ^* summana $\Phi^* = \Phi + \Phi_\infty$, jossa Φ on häiriönopeuspotentiaali ja Φ_∞ on tasaisen tulovirtauksen potentiaali. Tällöin nopeudet saadaan vastaavien potentiaalien gradientteina. Ratkaistavana on reuna-arvotehtävä

$$\Delta\Phi^* = \Delta\Phi + \Delta\Phi_\infty = 0 \quad (\text{jatkuvuus}) \quad (2.6)$$

$$(\nabla\Phi^* - \mathbf{v}_p) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{levyllä} \quad (\text{läpäisemättömyys}) \quad (2.7)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \nabla\Phi^* = \mathbf{V}_\infty, \quad (\text{häiriön vaimeneminen}) \quad (2.8)$$

jossa $\mathbf{v}_p = \frac{\partial\eta(t)}{\partial t} \hat{\mathbf{k}} = \dot{\eta} \hat{\mathbf{k}}$ on profiilin nopeus koordinaatistossa ja \mathbf{n} on profiilin pinnan ulkonormaalivektori, joksi saadaan

$$\mathbf{n}(x, \eta\pm) = \left[\mp \frac{\partial\eta}{\partial x}, 0, \pm 1 \right], \quad (2.9)$$

jossa ylemmät merkit vastaavat yläpintaa ja alemmat alapintaa. Kun ratkaisua haetaan *perusvirtauselementtien* yhdistelmänä, toteutuvat (2.6) ja (2.8) automaattisesti ja voidaan keskittyä etsimään reunaehdon (2.7), jo-

ka on kirjoitettavissa muodossa

$$w_p(x, t) = \dot{\eta} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(U + \frac{\partial \Phi_p}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} \right) - w_v(x, t), \quad (2.10)$$

toteuttavaa yhdistelmää. Reunaehdossa on nyt jaettu häiriöpotentiaali Φ tasolevyprofilin (p) ja vanaveden (v) osuuksiin ja merkitty indusoituja pystynopeuksia w :llä. Jako on perusteltu, sillä vanaveden vaikutus riippuu liikkeen aikahistoriasta, ja suoraan profiilin tämänhetkisestä liike-tilasta riippuva osuus on selkeämpää ratkaista ensin. Perinteisen ohuen siipiprofilin teorian mukaisesti reunaehto voidaan siirtää x -akselille (kun oletetaan $\eta \ll 1$), x -suuntaiset häiriönopeudet jättää pieninä huomiotta ja tarvittava pystynopeus saavuttaa sopivalla pyörteisyyssjakaumalla profiilin kärkisuoralla. Glauertin klassisen lähestymistavan mukaan pyörteisyyssjakauma lausutaan trigonometrisenä sarjana

$$\gamma(x, t) = 2U(t) \left[A_0(t) \frac{1 + \cos \vartheta}{\sin \vartheta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) \sin(n\vartheta) \right], \quad (2.11)$$

jossa otettu käyttöön kulmamuuttuja ϑ :

$$x = b(1 - \cos \vartheta). \quad (2.12)$$

Tehtävän reunaehtojen (2.7) ja (2.8) lisäksi ratkaisun vaaditaan tavanomaisesti toteuttavan *Kutta-ehdon* äärellisestä virtausnopeudesta profiilin *jättöreunalla* (engl. trailing edge, TE). Pyörteisyydeltä ehto vaatii $\gamma(b, t) = 0$, ja huomataan tämän toteutuvan kaikilla sarjan kertoimilla A_i . Kertoimet saadaan integroimalla suhdetta w/U :

$$A_0(t) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{w(x, t)}{U(t)} d\vartheta \quad (2.13)$$

$$A_n(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{w(x, t)}{U(t)} \cos n\vartheta d\vartheta, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

Kun integraaleihin sijoitetaan w_p olettamalla $w_v = 0$, saadaan kertoimiksi

$$A_0(t) = \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\dot{\eta}}{U} = -\frac{\dot{\eta}}{U} \quad (2.15)$$

$$A_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2.16)$$

joissa η :n derivaatat saatu kärkisuoran korkeudesta (2.5). Integroimalla pyörteisyyden koko kärkisuoralta saadaan sirkulaatioksi vaikutuksettomalla vanavedellä

$$\Gamma^*(t) = \pi b U (2A_0 + A_1) = -2\pi b \dot{h}, \quad (2.17)$$

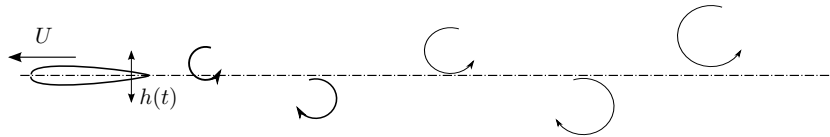
josta nostovoima L saataisiin stationaarisessa tapauksessa yksinkertaisesti Kutta–Žukovskin teoreemalla $L = \rho U \Gamma^*$. Epästationaarisessa tapauksessa aikariippuvuus aiheuttaa kuitenkin pyörteisyssarjan kertouten aikaderivaattoja sisältävän termin, ja tässä tapauksessa

$$L^* = \rho U \Gamma + 3\pi \rho b^2 U \frac{\partial A_0}{\partial t}. \quad (2.18)$$

Sijoittamalla Γ^* :n ja A_0 :n ylläolevaan lausekkeeseen saadaan epästationaarinen nostovoima vaikutuksettomalla vanavedellä kärkevälin pituusyksikköä kohden:

$$L^*(t) = -2\pi \rho b U \dot{h} - 3\pi \rho b^2 \ddot{h}. \quad (2.19)$$

Yllä vanavesi oletettiin vaikutuksettomaksi eli vanaveden indusoima pystynopeus w_v nollassi. Stationaarisessa siipiprofilivirtauksessa näin onkin, mutta kohoilevan profiilin tapauksessa sirkulaatio profiilin ympäri Γ^* on ajassa muuttuva. Kuitenkin *Kelvinin teoreeman* mukaan sirkulaatio samat fluidihiukkaset ympäröivän suljetun polun ympäri on vakio, joten sirkulaatiomuutokset profiilin ympäri aiheuttavat väistämättä *jättöpyörteitä* (kuva 2.3) vanaveteen. Nämä pyörteet indusoivat nopeuksia



Kuva 2.3. Kohoileva siipiprofiili virtauksessa ja jättöpyörteitä.

profiilille ja vaikuttavat reunaehdon (2.7) sekä Kutta-ehdon toteutumiseen, ja ratkaisu muuttuu. Theodorsen sekä von Kármán ja Sears osoittivat kompleksisella analyysillä (esim. Bisplinghoff et al. (1955)) vanaveden vaikuttavan pienen harmonisen oskillaation tapauksessa vähentävästi epästationaarisen osuuden ensimmäiseen, kohoamisnopeudesta riippuvaan termiin. Vaikutuksen voi ilmaista kompleksisella *Theodorsenin funktiolla* $C(\kappa)$, joka aiheuttaa amplitudin vähennyksen lisäksi jättämää δ tähän termiin. Funktion muuttuja κ on aeroelastiikassa tärkeä dimensioton suure *Strouhalin luku* eli ns. *reduoitu taajuus*

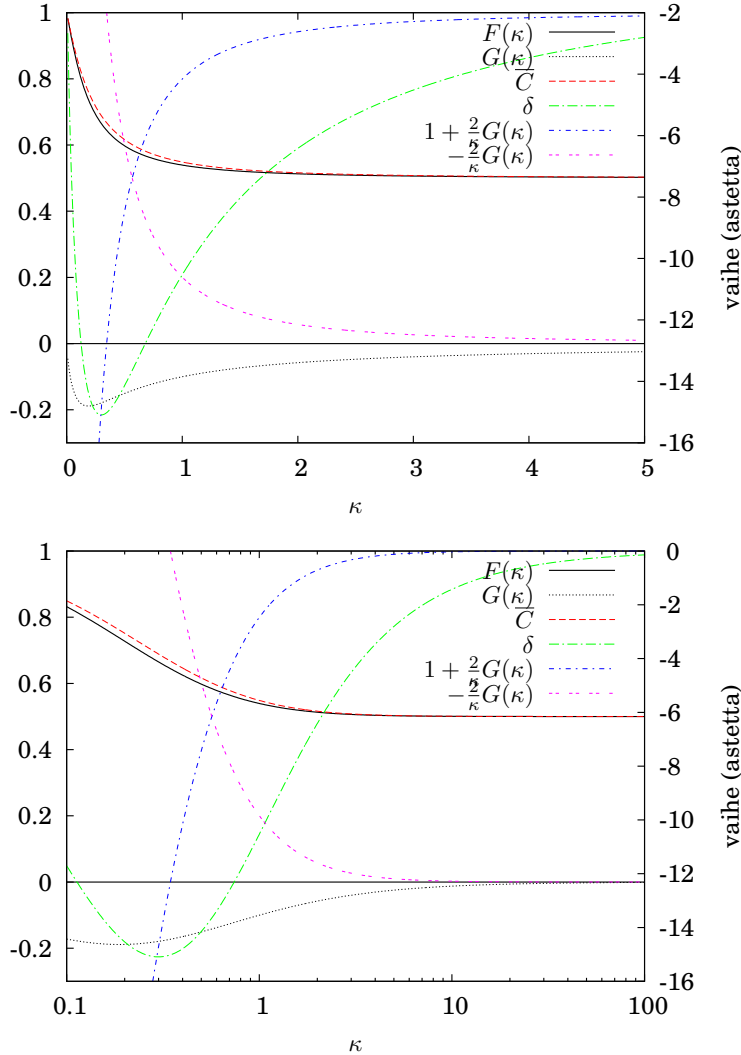
$$\kappa = \frac{\omega b}{U}, \quad (2.20)$$

jossa ω on värähtelyn kulmanopeus ja referenssipituutena tässä tapauksessa on b eli puolet jänteestä. Strouhalin luku ilmaisee kappaleen referenssipituuden ja kappaleesta vanaveteen irtoavan pyörteisyssarjan jaksonpituuden suhteen ja luonnehtii virtauksen epästationaarisuuden suu-

ruutta. $C(\kappa)$ voidaan ilmaista 2. lajin Hankelin funktioiden avulla

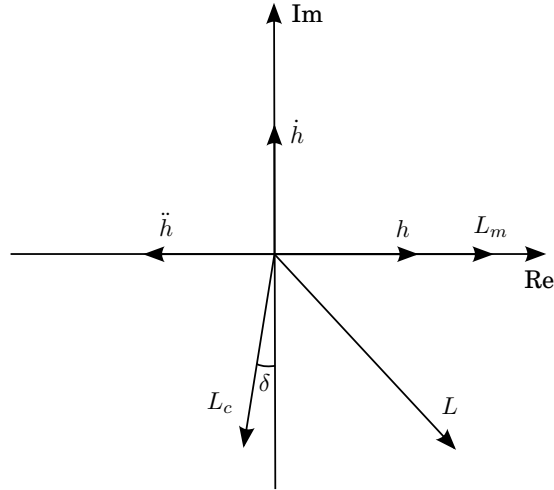
$$C(\kappa) = \frac{H_1^{(2)}(\kappa)}{H_1^{(2)}(\kappa) + iH_0^{(2)}(\kappa)} = F(\kappa) + iG(\kappa), \quad (2.21)$$

jossa $H_i^{(2)}(\kappa)$ on i :s 2. lajin Hankelin funktio, ja sen moduuli ja argumentti on piirretty kuvaan 2.4. Harmoninen vanavesi muuttaa myös kiihtyvyy-



Kuva 2.4. Theodorsenin funktion reaali- ja imaginaäriosat, moduuli ja argumentti sekä termit $1 + \frac{2}{\kappa}G(\kappa)$ ja $-\frac{2}{\kappa}G(\kappa)$, jotka kuvaavat muuttuvaa lisättyä massaa ja sen poikkeamaa tyynenveden lisäystä massasta, ylhäällä pienillä redusoidun taajuuden arvoilla ja alhaalla laajalla asteikolla.

teen liittyvän, lisätyn massan termin kerrointa. Kun $h(t)$:n oletetaan olevan muotoa $h(t) = h_0 \sin(\omega t)$, saadaan tästä derivoimalla kohoilunopeus



Kuva 2.5. Värähtelyasema, -nopeus ja -kiihtyvyys sekä nostovoiman komponentit L_m (tyynenveden lisätyn massan nostovoima) ja L_c (sirkulatorinen nostovoima) osoittimina.

ja -kiihtyvyys, jotka on kätevä ilmaista osoittimina seuraavasti:

$$h(t) = h_0 \sin(\omega t) = h_0 \quad (2.22)$$

$$\dot{h}(t) = h_0 \omega \cos(\omega t) = h_0 \omega i \quad (2.23)$$

$$\ddot{h}(t) = -h_0 \omega^2 \sin(\omega t) = -h_0 \omega^2. \quad (2.24)$$

Tällöin vanaveden huomioiva epästationaarinen nostovoima kärkevälin pituusyksikköä kohden voidaan ilmaista osoittimena kohoiluaseman $h(t)$ suhteen

$$L = \underbrace{-2\pi\rho b U C(\kappa) \dot{h}}_{\text{sirkulatorinen}} - \pi\rho b^2 \ddot{h}, \quad (2.25)$$

tai hieman havainnollisemmin täysin reaalisena merkitsemällä $C(\kappa) = \overline{C} \angle \delta$

$$L(t) = -2\pi\rho b h_0 \omega \left[\underbrace{U \overline{C}(\kappa) \cos \delta \cos(\omega t)}_{\text{vaimennus}} + \underbrace{\left(\underbrace{-U \overline{C}(\kappa) \sin \delta}_{\text{sirkulatorinen}} - \underbrace{\frac{b}{2} \omega}_{\text{tyynenveden}} \right) \sin(\omega t)}_{\text{lisätty massa}} \right]. \quad (2.26)$$

Nostovoiman komponentteja osoittimina on havainnollistettu kuvassa 2.5. Jatkossa käytetään kuitenkin hieman epähavainnollisempaa, mutta kompaktaa merkintää (Matusiak, 1986)

$$L = L_0(\kappa) \ddot{h}(t) = \pi\rho b^2 \left[-1 + \frac{2i}{\kappa} C(\kappa) \right] \ddot{h}(t), \quad (2.27)$$

jossa L_0 on nostovoima yksikkökiihtyvyyttä kohden.

Kuten resultanttinostovoiman suuruus, myös sen sijainti vaihtelee. Kohoilusta aiheutuva momentti on arvioitavissa epästationaarisella siipiprofiliteorialla (esim. Bisplinghoff et al. (1955)). Eri siipien momentit kuitenkin kumoavat toisensa, eikä jäykän juoksupyörän tapauksessa siipien vääntöä ole tarpeen arvioida. Momentti jätetäänkin jatkossa huomiotta.

2.3 Lisätyt ominaisuudet

Luvun 2.2 epästationaarinen nostovoima on usein kätevää ilmaista kytkeytyksissä ongelmassa profiilin kuvitteellisten lisätyn massan m , vaimennuksen c ja jäykkyyden k avulla

$$L = -m\ddot{h} - c\dot{h} - kh. \quad (2.28)$$

Vaimennuskerroin c on selkeästi nähtävissä nostovoimailmauksesta (2.26), mutta kohoiluasema ja -kiihtyvyys ovat vastakkaisvaiheisia. Nostovoiman jako lisätylle massalle ja jäykkyydelle on näin jokseenkin mielivaltaisen. Lisätty massa on määriteltävissä rajalla $\omega \rightarrow \infty$ vakioksi

$$m := \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{-L}{\ddot{h}(t)} = \pi \rho b^2 \quad (2.29)$$

ja vaiheeseen jäävä nostovoima ositettavissa lisätylle jäykkyydelle, kuten esimerkiksi Münch et al. (2010) ovat tehneet kallistelevan profiilin tapauksessa. Tällöin ilmaisuista (2.26) ja (2.27) saadaan näin lisätyksi vaimennukseksi

$$c := \Re \left[\frac{-L}{\dot{h}} \right] = \omega \Im[L_0] = 2\pi \rho b U F(\kappa) \quad (2.30)$$

ja lisätyksi jäykkyydeksi

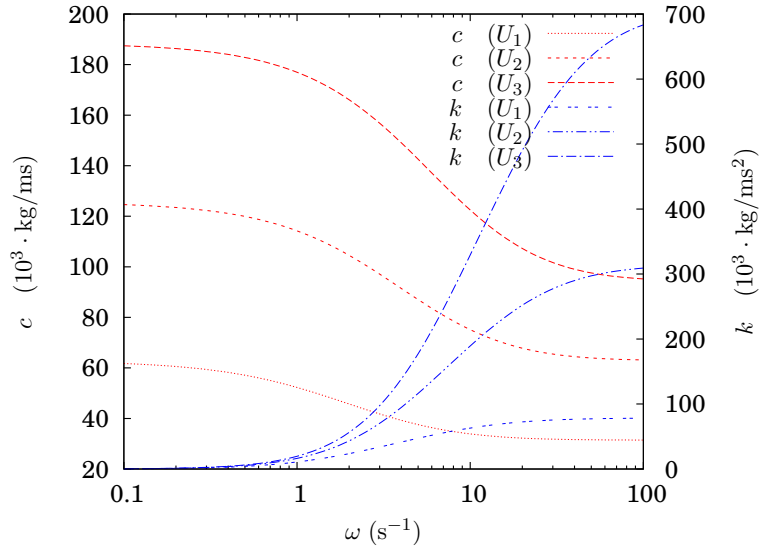
$$k = \Re \left[\frac{-L - m\ddot{h}}{h} \right] = -2\pi \rho b \omega U G(\kappa) = -2m \frac{\omega^2}{\kappa} G(\kappa). \quad (2.31)$$

Lisätty vaimennus ja jäykkyys esimerkkiprofilille on piirretty kuvaan 2.6.

Sallitaan seuraavaksi havainnollisuuden vuoksi lisätyn massan vaihdella ja ositetaan koko asema-kiihtyvyys-vaiheen nostovoima lisätylle massalle. Tällä oletuksella saadaan lisätyksi massaksi

$$m := \Re \left[\frac{-L}{\ddot{h}} \right] = \pi \rho b^2 \left[1 + \frac{2}{\kappa} G(\kappa) \right] = \pi \rho b^2 + \frac{2\pi \rho U b}{\omega} G(\kappa). \quad (2.32)$$

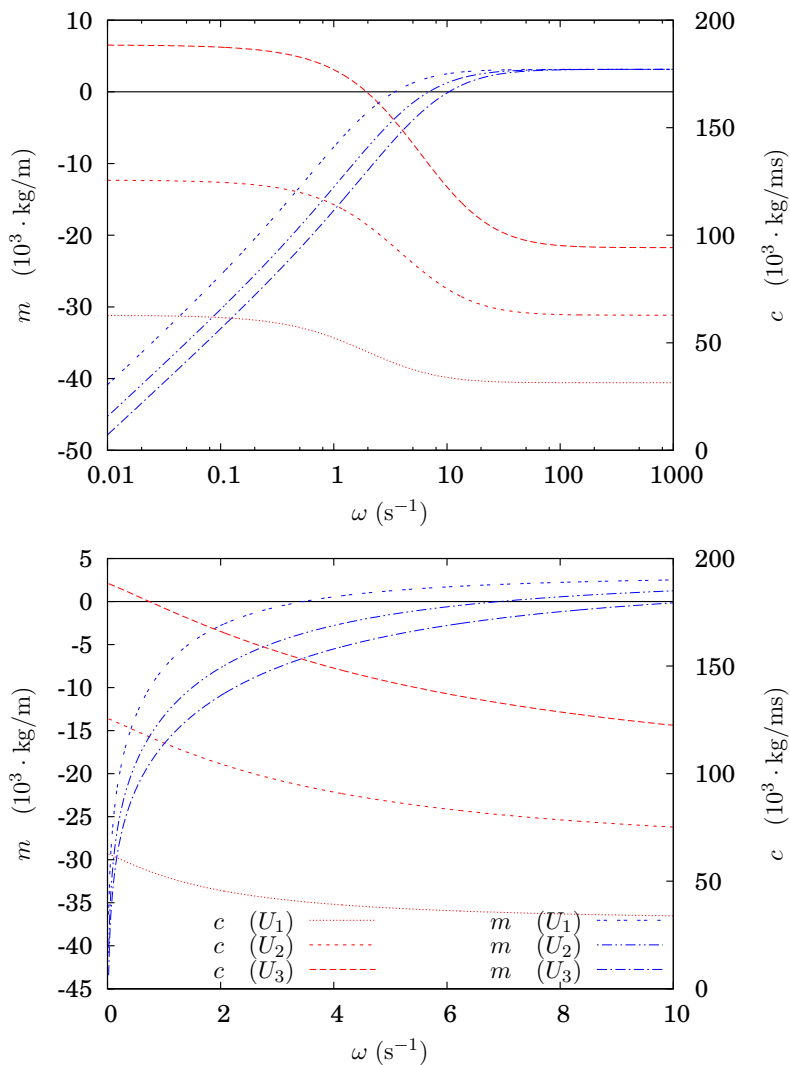
Vaimennus säilyy muuttumattomana. Muuttuvan lisätyn massan käytöstä esimerkkiprofilille on havainnollistettu kuvassa 2.7. Kuvaajista huo-



Kuva 2.6. Lisätty vaimennus ja jäykkyys Kaplan-juoksupyörän siipiprofiileja edustavalle tasolevyprofiilille, jolle $b = 1.0$ m ja $m = 1000\pi$ kg vedessä eri tulovirtausnopeuksilla: $U_1 = 10$ m/s, $U_2 = 20$ m/s ja $U_3 = 30$ m/s.

mataan selkeästi pelkkään lisättyyn massaun ja vaimennukseen liittyvä ongelma: lisätty massa muuttuu taajuuden laskiessa negatiiviseksi ja lähestyy negatiivisesti äärettömän rajalla $\omega \rightarrow 0$. Tämä epätoivottava käytös johtuu siitä, että sirkulatorisen nostovoiman kiihtyvyyden vaiheeseen jätynyt komponentti lähestyy nollaa kiihtyvyyttä hitaammin, kun $\omega \rightarrow 0$, sillä $G(\kappa) = O(\kappa \ln \kappa)$ ja $\ddot{h} = O(\kappa^2)$ (Peters, 2008).

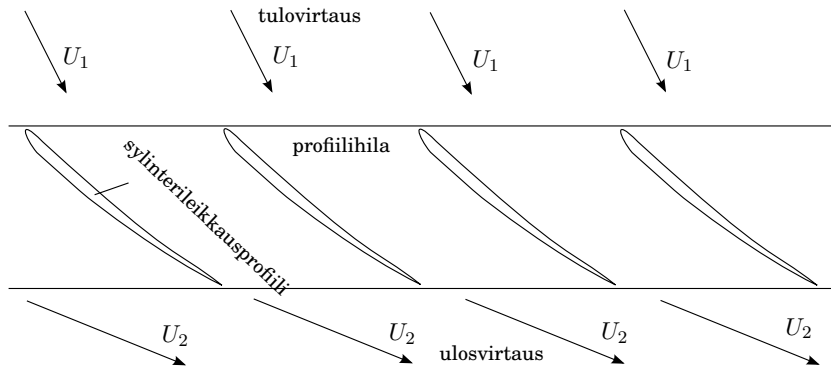
Ilmauksesta (2.32) havaitaan, että lisätty massa riippuu ainoastaan Strouhalin luvusta termissä $1 + \frac{2}{\kappa}G(\kappa)$, joka on piirretty kuvaajaan 2.4. Lisätty massa muuttuu negatiiviseksi pisteessä $\kappa \approx 0,346$. Muuttuvan lisätyn massan suhteellista poikkeamaa tyynveden tai äärettömän taajuuden lisäystä massasta kuvaa samassa kuvaajassa termi $-\frac{2}{\kappa}G(\kappa)$. Ero on enää 10 % kohdassa $\kappa \approx 1,48$ ja 1 % kohdassa $\kappa \approx 4,96$.



Kuva 2.7. Lisätty massa ja vaimennus Kaplan-juoksupyörän siipiprofileja edustavalle tasolevyprofilille, jolle $b = 1.0 \text{ m}$ ja $m = 1000\pi \text{ kg}$ vedessä eri tulovirtausnopeuksilla: $U_1 = 10 \text{ m/s}$, $U_2 = 20 \text{ m/s}$ ja $U_3 = 30 \text{ m/s}$. Ylhäällä arvot logaritmisella asteikolla laajalla taajuusalueella ja alhaalla pienillä taajuuksilla.

3. Juoksupyörän värähtelytavat

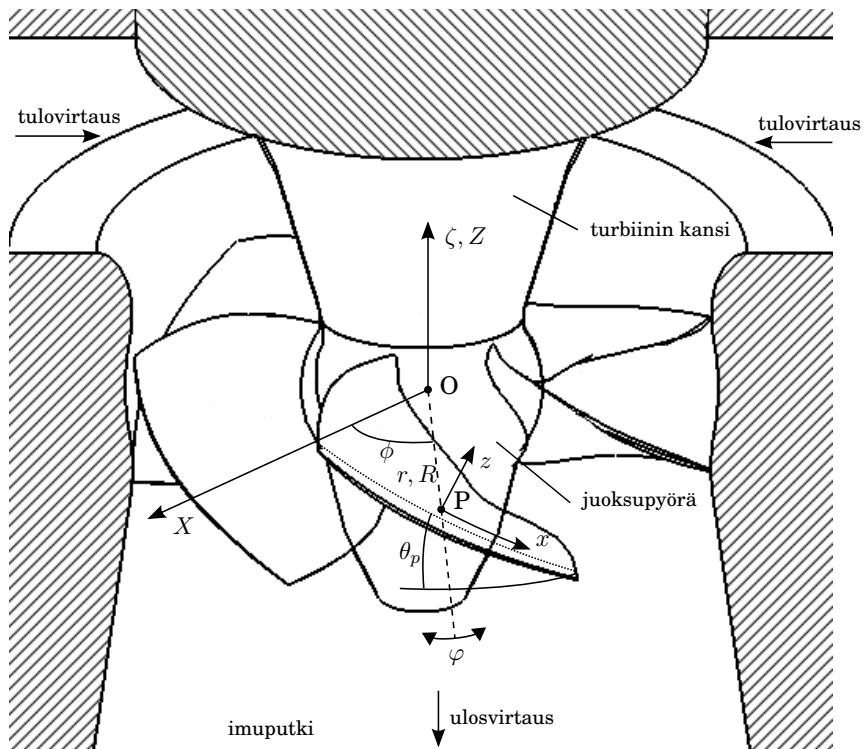
Edellisen luvun teorian soveltamiseksi värähtelevälle juoksupyörälle on sen siivet jaettava sylinterileikkauksin äärettömäksi siipiprofilihilaksi ja virtaus vesiteissä kuvattava läpäisemään hilan tasossa (kuva 3.1). Tässä



Kuva 3.1. Juoksupyörän sylinterileikkauksesta muodostunut siipiprofilihila ja virtaus.

tutkimuksessa muiden siipien vaikutus ja radiaaliset nopeudet jätetään huomiotta ja jokaista leikkausprofiilia käsitellään yksittäisenä siipiprofilina äärettömässä virtauskentässä. Juoksupyörän kiertovärähtely sekä aksiaalinen kohoilu palautetaan edellisessä luvussa kuvatun kaltaiseksi kohoiluksi kohtisuoraan kärkisuoraa vastaan värähtelemättömän juoksupyörän keskiasemaan kiinnitetystä pyörivästä sylinterikoordinaatistossa ($r\varphi\zeta$ -koordinaatisto), jonka origo on käännettävien juoksupyörän siipien kääntöakselien leikkauspisteessä (kuva 3.2).

ζ -akseli yhtyy juoksupyörän pyörimisakseliin (positiivinen ylävirtaan) ja φ mitataan vastapäivään tarkasteltavan lavan kääntöakselista. Tämä koordinaatisto pyörii kulmanopeudella Ω_Z (nimellinen kulmanopeus) kiinteän inertiaalikoordinaatiston $R\phi Z$ suhteen. $R\phi Z$ -koordinaatisto on määritelty kuten $r\varphi\zeta$, mutta kiinnitetty paikallaan olevan juoksupyörän tasapainoasemaan. Suhteellinen tulovirtauksen nopeus U profileille $r\varphi\zeta$ -koordinaatistossa saadaan suhteellisen liikkeen kaavoista (esim. Salonen



Kuva 3.2. Vasenkätinen Kaplan-juoksupyörä leikatuissa vesiteissä ja käytettävät koordinaatistot. Referenssisuunta X kiinnitetty turbiiniin. Siiven kääntöakselin keskiasema värähtelyn suhteen (katkoviiva) leikkaa tarkasteltavan sylinterileikkauksen pisteessä P , johon xz -koordinaatisto asetetaan. Kärkisuoran (pisteiviiva) ja xz -koordinaatiston suunnan määrittää kulma θ_p . Siipien kääntömekanismit ja johtosiivet eivät kuvassa.

(1999)):

$$U(r) = V(r) - \Omega \times \rho = [\bar{v}_R, \bar{v}_\phi - \Omega_Z r, \bar{v}_Z]^T, \quad (3.1)$$

jossa V on absoluuttinen nopeus, Ω $r\phi\zeta$ -koordinaatiston kulmanopeus ja $\rho = [r, \phi, H]^T$ tulovirtauksen nopeuden arviointiasema. Komponentit \bar{v}_i ovat kehältä keskiarvotettuja nopeuksia jollakin sopivalla korkeudella $\zeta = H$ siivistä ylävirtaan. Mikäli vesitiegeometria muuttuu voimakkaasti arviointitasolta $r\phi$ -tasolle, voidaan virtaus laajentaa tai supistaa korjauksena sopivalla tavalla. Tulovirtausnopeus tunnetaan tilanteessa yleisestä suunnitteluinformaatiosta tai CFD-laskennan tuloksista.

Siipien sylinterileikkauksissa käytetään suorakulmaista xz -koordinaatistoa (kuva 3.2), jossa leikkausprofiili pelkistetään kärkisuorakseen kuten luvussa 2. x mittaa asemaa kärkisuoran suunnassa ja z kohtisuoraan sitä vastaan. Kärkisuoran suuntautuneisuus saadaan kullakin säteellä nousukulmasta θ_p , ja värähtely jaetaan kullekin profiilille kärkisuoraa vastaan kohtisuoraan osaan h_\perp (positiivinen suunta ylöspäin) ja kärki-

suoran suuntaiseen osaan h_- (positiivinen suunta jättöreuna–johtoreuna).

Profilien liike juoksupyörän

1. kiertyillessä Z -akselin ympäri $\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t)$:

$$h_{\perp}(t) = \mp r \varphi(t) \sin \theta_p \quad (3.2)$$

$$h_{=}(t) = \pm r \varphi(t) \cos \theta_p, \quad (3.3)$$

2. kohoillessa Z -akselin suunnassa $Z(t) = Z_0 \sin(\omega t)$:

$$h_{\perp}(t) = Z(t) \cos \theta_p \quad (3.4)$$

$$h_{=}(t) = Z(t) \sin \theta_p. \quad (3.5)$$

Ylemmät merkit yhtälöissä (3.2)–(3.3) pätevät oikeakätisille juoksupyörille ja alemmat vasenkätisille. Liiketyhteyksiä myös kahdelle muulle (lähes) pyörähdyssymmetrisen kappaleen värähtelyvapaustaalle – pyörimisakselin ζ kallistelulle ja sivuttaiselle huojunnalle $r\varphi$ -tasossa – voidaan johtaa, esimerkiksi:

3. pyörimisakselin kallistelu $\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t)$:

$$h_{\perp}(t) = r \sin(\varphi_a) \theta(t) \cos \theta_p \quad (3.6)$$

$$h_{=}(t) = \pm r \sin(\varphi_a) \theta(t) \sin \theta_p, \quad (3.7)$$

jossa φ_a on profiilin keskipisteen asemakulma kallisteluakseliin nähden.

4. pyörimisakselin huojunta sivusuunnassa $y(t) = y_0 \sin(\omega t)$:

$$h_{\perp}(t) = \pm \sin(\varphi_a) y(t) \sin \theta_p \quad (3.8)$$

$$h_{=}(t) = \mp \sin(\varphi_a) y(t) \cos \theta_p, \quad (3.9)$$

jossa φ_a on profiilin keskipisteen asemakulma huojuntasuuntaan nähden.

Kahdessa jälkimmäisessä värähtelytavassa on käytetty oletusta profiilin avautumakulma $\alpha_a \ll 1$, joka ei todellisuudessa pidä paikkaansa (saattaa olla $\alpha_a \approx 60^\circ$), mutta suurillakin α_a virhe tasoittuu summattaessa $\sin(\alpha_a)$ kaikilta siiviltä. Kolmannessa värähtelytavassa on myöskin käytetty oletusta pienestä kulmasiirtymästä $\Delta\theta$, jolloin tästä seuraava siirtymä (esim. Salonen (1999)) $\Delta r \approx \Delta\theta \times \rho$ (likimääräistys lienee erittäin hyvä). Neljännessä värähtelymuodossa siiville aiheutuu myös radiaalisia vaihtelevia nopeuksia, mutta kuten tasainen radiaalinen nopeus ja muut radiaaliset vaikutukset, nämäkin jätetään merkityksettöminä pois kaksikulotteisuusoletuksessa.

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan yksinkertaisuuden vuoksi vain kahta ensimmäistä värähtelytapaa, sillä jälkimmäisissä induoidut nopeudet eivät ole symmetrisiä kaikille siiville eikä liikkeiden suunta φ_a lähtökohtaisesti tunnettu. Yllä johdetuista värähtelykomponenteista $h_{=}$ jätetään seuraavassa luvussa epästationaarista nostovoimaa arvioitaessa huomiotta, sillä sen vaikutus oletetaan vähäiseksi verrattuna h_{\perp} :iin (Whitehead, 1962).

4. Juoksupyörän kuormat

Edellisen luvun kinemaattisten yhteyksien (3.2)–(3.5) avulla voidaan laskea eri värähtelytavoista aiheutuva epästationaarinen nostovoima sylinterileikkausprofileille ja edelleen jakaa tämä värähtelykoordinaatteja vastaaviksi yleistetyiksi voimiksi. Koko juoksupyörän vaste saadaan integroimalla nämä voimatiheydet kaikilta sylinterileikkausprofileilta säteen suunnassa ja summaamalla kaikilta siiviltä. Luvun 2 nostovoimailmaisusta (2.27) saadaan epästationaarisen nostovoiman viivatiheys kohoilukihtyvyyden amplitudiyksikköä kohden:

$$L_0 = \pi \rho b^2 \left[-1 + \frac{2i}{\kappa} C(\kappa) \right]. \quad (4.1)$$

Nostovoiman suunnaksi oletetaan kärkisuoran normaalin suunta, joka vastaa todellisen virtauksen epästationaarisen osuuden tulonopeuden normaalin suuntaa. Tämä voima jaettuna komponenteiksi juoksupyöräkoordinaatistossa:

$$f_\varphi = \mp L_0 \sin \theta_p \quad (4.2)$$

$$f_Z = L_0 \cos \theta_p. \quad (4.3)$$

Näistä saadaan hyvin suoraviivaisesti juoksupyörän kahteen ensimmäiseen värähtelytapaan liittyvät voimakomponentit:

1. kiertyily: $\ddot{h} = \mp \ddot{\varphi} r \sin \theta_p$:

$$f_{\varphi\varphi} = L_0 r^2 \sin^2 \theta_p \ddot{\varphi} \quad (4.4)$$

$$f_{Z\varphi} = \mp L_0 r \sin \theta_p \cos \theta_p \ddot{\varphi}, \quad (4.5)$$

2. aksiaalinen kohoilu: $\ddot{h} = \ddot{Z} \cos \theta_p$:

$$f_{\varphi Z} = \mp L_0 r \sin \theta_p \cos \theta_p \ddot{Z} \quad (4.6)$$

$$f_{ZZ} = L_0 \cos^2 \theta_p \ddot{Z}. \quad (4.7)$$

Yllä yleistettyyn koordinaattiin φ liittyvät yleistetyt voimat (momentit) on saatu kertomalla vastaava voimakomponentti r :llä. Huomataan, että ristitermien voima–kiihtyvyyys-yhteys on sama. Kuten nostovoima L , myös sen suunta–syy-komponentit jaetaan vaiheessa lisättyihin ominaisuuksiin siiven yksikköpituutta kohden. Mikäli jako suoritetaan luvun 2.3 tapaan lisättyyn massaun, vaimennukseen ja jäykkyyteen, saadaan:

$$dm_{\varphi\varphi} = mr^2 \sin^2 \theta_p dr \quad (4.8)$$

$$dm_{\varphi Z} = dm_{Z\varphi} = \mp mr \sin \theta_p \cos \theta_p dr \quad (4.9)$$

$$dm_{ZZ} = m \cos^2 \theta_p dr \quad (4.10)$$

$$dc_{\varphi\varphi} = 2\pi\rho b U F(\kappa) r^2 \sin^2 \theta_p dr \quad (4.11)$$

$$dc_{\varphi Z} = dc_{Z\varphi} = \mp 2\pi\rho b U F(\kappa) r \sin \theta_p \cos \theta_p dr \quad (4.12)$$

$$dc_{ZZ} = 2\pi\rho b U F(\kappa) \cos^2 \theta_p dr \quad (4.13)$$

$$dk_{\varphi\varphi} = -2\pi\rho b \omega U G(\kappa) r^2 \sin^2 \theta_p dr \quad (4.14)$$

$$dk_{\varphi Z} = dk_{Z\varphi} = \pm 2\pi\rho b \omega U G(\kappa) r \sin \theta_p \cos \theta_p dr \quad (4.15)$$

$$dk_{ZZ} = -2\pi\rho b \omega U G(\kappa) \cos^2 \theta_p dr, \quad (4.16)$$

jossa $m = \pi\rho b^2$ on tasolevyn lisätty massa tyynessä fluidissa (vrt. luku 2.1). Mikäli taas käytetään vain lisättyä massaa ja vaimennusta (luku 2.3), pysyy vaimennus samana ja massoiksi saadaan

$$dm_{\varphi\varphi} = \pi\rho b^2 \left[1 + \frac{2}{\kappa} G(\kappa) \right] r^2 \sin^2 \theta_p dr, \quad (4.17)$$

$$dm_{\varphi Z} = dm_{Z\varphi} = \mp \pi\rho b^2 \left[1 + \frac{2}{\kappa} G(\kappa) \right] r \sin \theta_p \cos \theta_p dr \quad \text{ja} \quad (4.18)$$

$$dm_{ZZ} = \pi\rho b^2 \left[1 + \frac{2}{\kappa} G(\kappa) \right] \cos^2 \theta_p dr. \quad (4.19)$$

Lisätyt ominaisuudet siivenpituusyksikköä kohden integroidaan siiven pituudelta ja summataan kaikilta lavoilta juoksupyörän lisätyiksi ominaisuuksiksi:

$$[p]_{ij} = N \int_{r_h}^R d[p]_{ij}, \quad [p] = m, c \text{ tai } k, \quad (4.20)$$

jossa r_h on navan ja R siiven kärjen säde ja N on juoksupyörän siipiluku. Kun juoksupyörän värähtelyliikkeet asetetaan vektoriksi $\mathbf{x} = [\varphi(t) \quad Z(t)]^T$ ja lisätyt ominaisuuden vastaavasti matriiseiksi M , C ja K , voidaan juoksupyörän siipiin kohdistuva epästationaarinen hydrodynaaminen voima ilmaista

$$\mathbf{F}_e = -M\ddot{\mathbf{x}} - C\dot{\mathbf{x}} - K\mathbf{x}. \quad (4.21)$$

Siipien lisäksi myös juoksupyörän napaan kohdistuu värähtelytilanteessa epästationaarinen voima. Napasuhde r_h/R saattaa Kaplan-turbiineissa

olla huomattava, joten navan vaikutus juoksupyörän aksiaaliseen lisättyyn massa on hyvä ottaa huomioon. Napa mallinnetaan tässä tutkimuksessa pienimmäksi mahdolliseksi pyörähdysellipsoidin puolikkaaksi, johon navan alempi puoli ($r\varphi$ -tasosta lähtien) mahtuu. Tällaisen pyörähdysellipsoidin aksiaalinen lisätty massa on

$$m_h = \frac{4}{3}\pi\rho m' l r_h^2, \quad (4.22)$$

jossa r_h ja l ovat ellipsoidin puoliakseleita ja dimensiottoman kertoimen m' arvoja tunnetaan (esim. Newman (1977)). Puolet tästä lisätään juoksupyörän aksiaaliseen lisättyyn massa, sillä yläpuoli ei värähtele vedessä, vaan liittyy turbiinin kanteen. Kannen ja juoksupyörän välisen mahdollisesti muuttuvan raon vaikutusta ei huomioida. Kiertyilyn lisättyyn massa ei sileä napa vaikuta kitkattomassa virtauksessa lainkaan.

5. Tulokset

Edeltävissä luvuissa esitetyllä laskentamenetelmällä arvioitiin tässä tutkimuksessa erään kuusisiipisen vasenkätisen Kaplan-juoksupyörän lisätyjä ominaisuuksia ja niiden vaihtelua juoksupyörän Strouhalin luvun $\kappa_R = \omega R/U_R$, jossa U_R on tulovirtausnopeus siiven kärjessä, mukaan. Sylinterileikkausprofiilien ominaisuudet ja tulovirtauksen nopeus suurimmalla lapakulmalla arvioitiin tasavälein yhdeksällä eri säteellä ja esitetään dimensiottomana taulukossa 5.1. Juoksupyörän kammion pallo-

Taulukko 5.1. Dimensiottomat profiilien ominaisuudet ja tulovirtausnopeus laskentasäteillä.

r/R	b/R	θ_p (ast.)	U/U_R	κ/κ_R
0,407	0,367	53,5	0,316	1,160
0,481	0,407	46,9	0,372	1,094
0,555	0,444	41,9	0,461	0,963
0,629	0,476	38,3	0,560	0,849
0,703	0,499	35,6	0,660	0,757
0,778	0,518	33,3	0,755	0,686
0,852	0,528	31,7	0,844	0,626
0,926	0,530	30,5	0,926	0,572
1,000	0,370	30,4	1,000	0,370

maisuuuden ja siiven päätyviisteen vuoksi siipien uloin sylinterileikkaus säteellä $r = R$ oli pelkkä piste, joten uloimman profiilin ominaisuudet mitattiin neljännesväli sisempää. Ohuet sisimmän leikkauksen ja pallomaisen navan väliin jääneet siipikaistaleet jätettiin huomiotta. Tulovirtauksen resultanttinopeus on arvio stationaarisen virtauksen CFD-laskentatuloksista nimellisessä toimintatilassa. Muun muassa vesiteiden pallomaisuudesta johtuvat radiaalinopeudet jätettiin huomiotta merkityksettömän pieninä.

Taulukko 5.2. Referenssisuureet juoksupyörän lisätyille ominaisuuksille.

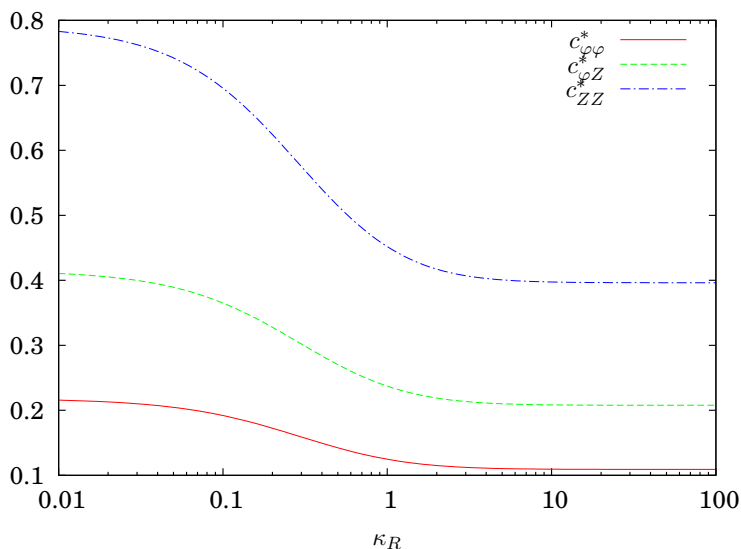
$[p] \setminus []_{ij}$	$\varphi\varphi$	φZ	ZZ
m	$N\rho R^5$	$N\rho R^4$	$N\rho R^3$
c	$N\rho R^4 U_R$	$N\rho R^3 U_R$	$N\rho R^2 U_R$
k	$N\rho R^3 U_R^2$	$N\rho R^2 U_R^2$	$N\rho R U_R^2$

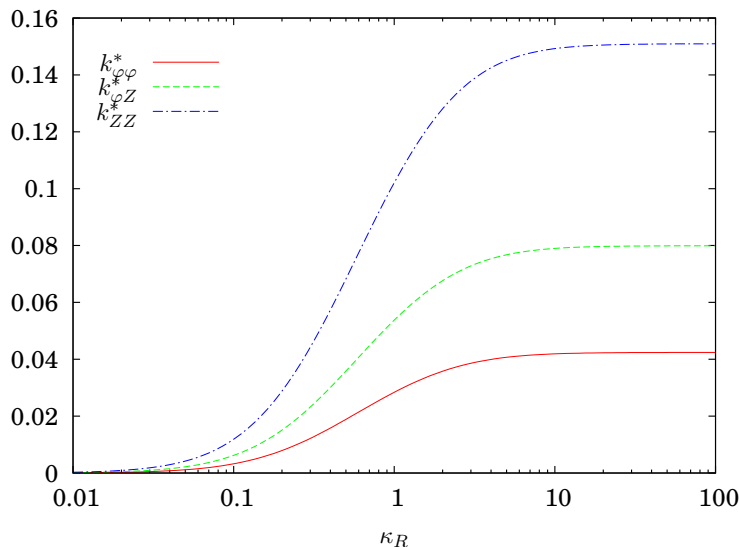
Lisätyt ominaisuudet siiven yksikköpituutta kohden arvioitiin laskentasäteillä ja integroitiin Simpsonin säännöllä. Ensimmäisen esitystavan (4.8)–(4.16) mukaiset lisätyn massan kertoimet esitetään taulukossa 5.3 ja lisätyn vaimennuksen ja jäykkyyden kertoimet kuvaajissa 5.1 ja 5.2 juoksupyörän Strouhalin luvun κ_R funktiona. Lisätyt ominaisuudet teh-

Taulukko 5.3. Lisätyn massan kertoimet tämän tutkimuksen ja FEM-laskennan tuloksista.

	$m_{\varphi\varphi}^*$	$m_{\varphi Z}^*$	m_{ZZ}^*
tämä	0,0746	0,143	0,285
FEM	0,0573	0,118	0,270

tiin dimensiottomaksi jakamalla ne taulukossa 5.2 annetuilla referenssisuureilla. Taulukko 5.3 sisältää myös arviot lisätyille massoille tarkkaa juoksupyörän muotoa ja noin miljoonaa ANSYS:in akustista FLUID30-elementtiä käyttäneestä FEM-laskennasta.

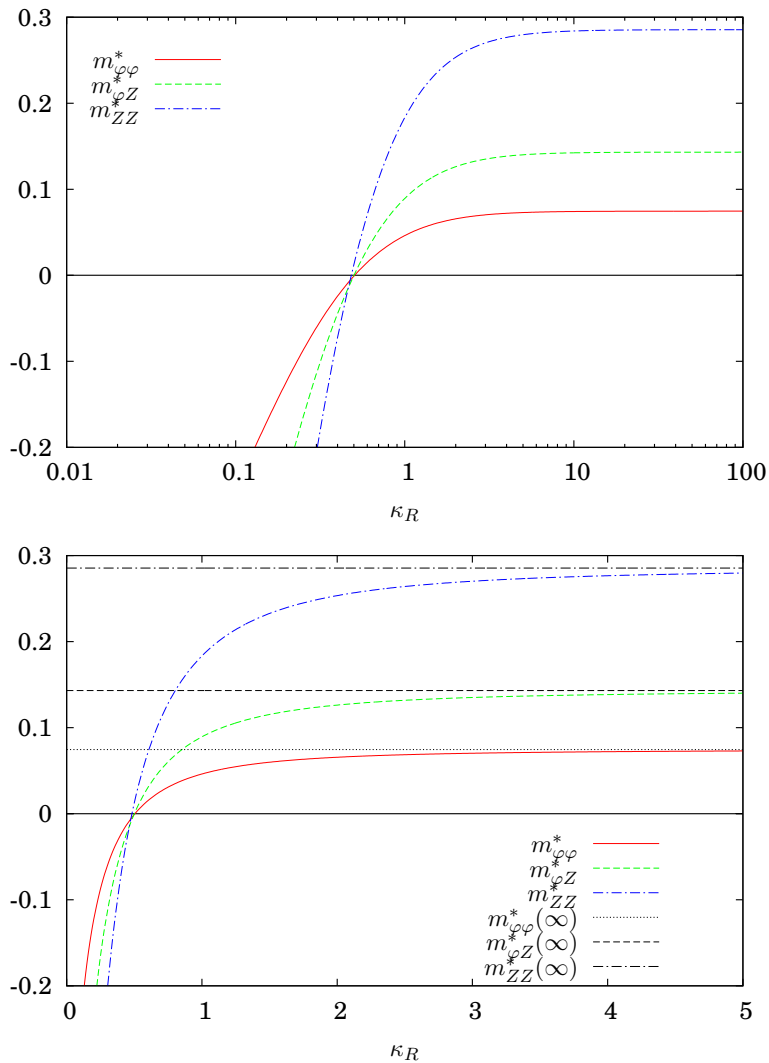
**Kuva 5.1.** Lisätyn vaimennuksen kertoimet juoksupyörälle juoksupyörän Strouhalin luvun funktiona.



Kuva 5.2. Lisätyn jäykkyyden kertoimet juoksupyörälle juoksupyörän Strouhalin luvun funktiona.

Aksiaalisen lisätyn massan m_{ZZ}^* arviot tällä menetelmällä ja FEM-laskennalla ovat varsin yhdenmukaisia, kun taas kiertyilyn lisätyn massan $m_{\varphi\varphi}^*$ arviot ovat vain kohtalaisen yhteneviä. Ristitermien $m_{\varphi Z}^*$ suhde toisiinsa on edellisten väliltä. Juoksupyörän lisätty vaimennus ja jäykkyys käyttäytyvät laadullisesti kuten profiilikohtaiset suureet (kuvaaja 2.6), sillä ne ovat näiden painotettuja yhdisteitä. Kaikki lisätyt vaimennukset ja jäykkyydet käyttäytyvät vastaavasti samoin ja lähestyvät jotakin raja-arvoa sekä kun $\kappa_R \rightarrow 0$ että kun $\kappa_R \rightarrow \infty$. Lisätyt vaimennukset alenevat puoleen arvostaan pisteessä $\kappa_R = 0$ kun $\kappa_R \rightarrow \infty$ kuten $F(\kappa)$ (kuvaaja 2.4). Lisätyt jäykkyydet kasvavat nollataajuudelta monotonisesti positiiviseen raja-arvoon.

Mikäli taas tarkastellaan juoksupyörän kuormitusta muuttuvaa lisättyä massaa sekä vaimennusta käyttäen, säilyy vaimennus edellisestä tilanteesta ja lisätty massa käyttäytyy kuten kuvassa 5.3. Massat muuttuvat negatiivisiksi välillä $\kappa_R = 0,482 \dots 0,505$ eli hieman myöhemmin kuin tasolevyn lisätty massa (kuva 2.4), koska leikkausprofiilien Strouhalin luvut ovat pääosin juoksupyörän vastaavaa alhaisempia (taulukko 5.1). Muuttuvien massojen ero äärettömän taajuuden massoihin pienenee alle 10 prosentin välillä $\kappa_R = 2,13 \dots 2,22$.



Kuva 5.3. Muuttuvan lisätyn massan kertoimet juoksupyörälle juoksupyörän Strouhalin luvun funktiona ja äärettömällä taajuudella. Ylempi kuvaaja laajalla κ_R :n arvolla ja alempi matalilla lineaarisella asteikolla.

6. Pohdinta

Tässä raportissa esitettiin laskentatapa Kaplan-turbiinin juoksupyörän epästationaarisen hydrodynaamisen kuorman arviointiin ilman virhearvioita. Menettely sisälsi kuitenkin suuren joukon yksinkertaistavia oletuksia, jotka mahdollistivat analyttisen ratkaisun. Näiden oletusten oikeutusta on arvioitava tulosten luotettavuuden vuoksi.

Theodorsenin muotoilema kaksikulotteisen siipiprofilin epästationaarisen nostovoiman ilmaus (2.25) on vakiintunut ja luotettava, mutta eräitä sen pätevyyteen vaikuttavia parametreja on hyvä tarkastella. McCroskey (1982) esitti epästationaarista siipiprofiliteoriaa käsittelevässä katsausartikkelissaan siipiprofilin paksuuden ja kaarevuuden, äärellisen kohtauskulman, suuren värähtelyamplitudin ja rajakerroksen vaikutusten korjauskertoimia lineaarisen Theodorsenin ratkaisun tuloksille mutta toteasi myös, että näiden vaikutus profiilin nostovoimaan ja momenttiin on jokseenkin pieni, ja se voidaan jättää huomiotta. Näin ollen virtauksen tasaisen ja epästationaarisen komponentin erotus ja summaus ohuen siipiprofilin teorian mukaisesti voidaan olettaa päteväksi aivan sisimmäisiä sylinterileikkausprofileja lukuunottamatta. Sisimmät profiilit ovat juoksupyörissä usein varsin paksuja ja kaarevia, ja ne on suunniteltu toimimaan suurella kohtauskulmalla, joten ohuen siipiprofilin teorian oletusten ei voi olettaa pätevän niille. Kuitenkin sisimpien leikkausten osuus koko juoksupyörän lisätyistä ominaisuuksista on todennäköisesti pienemmän pinta-alan vuoksi vähäinen, ja lineaarista teoriaa voidaan pitää keskimäärin hyvänä Kaplan-juoksupyörän sylinterileikkausprofiileille.

Tarkasteltaessa korkeita värähtelytaajuuksia sisältyy suurin epävarmuus Kutta-ehdon pätevyyteen profiilien jättöreunalla (TE). Virtausta kohoilevan siipiprofilin jättöreunan läheisyydessä ja syntyvää vanavettä ovat tutkineet muun muassa Satyanarayana ja Davis (1978), Katz ja

Weihns (1981) sekä Poling ja Telionis (1986). Nämä tutkimukset osoittivat, että epästationaarinen Kutta-ehto ei yleisesti ole voimassa Strouhalin luvun arvoille $\kappa > 0,6$, sillä virtaus irtaantuu jättöreunalla. Tutkimuksissa kävi kuitenkin myös ilmi, ettei tämä irtautuminen suuresti vaikuta profiilin nostovoimaan eikä momenttiin. Pääasiallisen mielenkiinnon kohteena suurille Kaplan-juoksupyörille on taajuusalue 0–20 Hz, jolle kuivan akselilinjan alimmat ominaistajuudet, nimelliset ja ryntäyskierrostaajuudet sekä muut tärkeimmät herätetaajuudet kuten siipitaajuus (BPF) sijoittuvat. Näitä taajuuksia vastaavat Strouhalin luvut ovat leikkauksille välillä 0–15. Vaikka Kutta-ehdon pätevyys alueen yläpäässä on selvästi kyseenalaista, ovat jättöreunan suhteelliset asemanopeudet \dot{h}/U joidenkin millien siirtymille ja suuruusluokaltaan metrien kärkisuorille $O(10^{-3}\kappa) \ll 1$, joten Katzin ja Weihsin (1981) perusteella voidaan todeta, että Kutta-ehto pätee leikkausprofileille riittävällä tarkkuudella.

Hieman tuoreemmassa tutkimuksessa Young ja Lai (2004) osoittivat, että linearisoitu potentiaalivirtausteoria tasolevyllä tuottaa kohoilevalle NACA 0012 -siipiprofilille jokseenkin epästationaarisen paneelimenetelmän ja URANS-laskennan kanssa yhtäpitäviä tuloksia nostovoimakertoimen huippuarvolle. Merkittäviä eroja potentiaali- ja kitkallisten ratkaisujen välillä alkoi muodostua pisteessä $\kappa \approx 10$, ja ero pisteessä $\kappa \approx 15$ oli edelleen vain 25 %. Jättöreunan suhteellinen nopeus \dot{h}/U oli jopa 0,6, mikä vaikuttaisi vahvistavan lineaarisen teorian luotettavuutta. Fleeter (1980) totesi Kutta-ehdon olevan voimassa myös tasolevyhilalle korkealla $\kappa \approx 10$, muttei välttämättä vahvasti kaarevalle siipiprofilihilalle. Kaplan-siipiprofilien kaarevuus on yleisesti kuitenkin huomattavasti alhaisempi kuin Fleeterin tutkimassa 49° , ja amplitudit ovat pieniä, joten voidaan olettaa, että jättöreunavirtauksen irtautumisen vaikutus on tässä tutkimuksessa pieni profileille myös hilakokoonpanossa.

Voidaan arvioida, että suurimman mahdollisen virheen tämän tutkimuksen menetelmässä tuottaa profiilenvälisen vuorovaikutuksen huomiotta jättäminen. Muiden siipien aiheuttama häiriö – hilavaikutus – on hyvin voimakas virtauksen stationaariselle osalle, ja vaikkakin epästationaariselle osalle tämän häiriön osuus on oletettavasti pienempi, ei sitä voi korkean *levitetyn pinta-alasuhteen* $a_E = A_E/A_O$, jossa A_E ja A_O ovat juoksupyörän levitetty ja projisoitu pinta-ala, juoksupyörille kuten tässä tutkitulle, jolle $a_E = 1,14$, jättää huomiotta (Matusiak, 1986). Tämän vuoksi menetelmän voi olettaa yliarvioivan lisättyjä ominaisuuksia. Säteittäisestä siipigeometriasta ja tulovirtauksen muuttumisesta joh-

tuvat häiriöt siipiprofilivirtaukseen voidaan olettaa pieniksi, sillä sirkulaatiota ei juuri päässe vuotamaan siipien kärjistä vanaveteen siiven kärjen ja kammion seinän välisen hyvin pienen kärkivälityksen vuoksi. Tämä ei välttämättä pidä paikkaansa sisimmillä profileilla, joille navan syrjäytysvirtaus indusoi korkeampia suhteellisia kohoilunopeuksia. Voidaan myös olettaa siipien suunnitellun jättämään mahdollisimman vähän vapaata pyörteisyyttä vanaveteen tasaisessa virtauksessa ja näin edelleen pienten poikkeamien tasaisesta virtauksesta tuottavan vain vähäistä säteittäistä häiriövaikutusta.

Verratessa tämän tutkimuksen ja FEM-laskennan tuloksia on huomioitava, että jälkimmäiset pätevät tyynessä fluidissa ilman sirkulaatiota värähtelevälle juoksupyörälle. Tämän vuoksi ne eivät ennusta lisättyä vaimennusta eivätkä sirkulatoristen ilmiöiden aiheuttamaa taajuusriippuvuutta kiihtyvyyteen liittyvissä lisätyissä ominaisuuksissa, joskin joustavalle juoksupyörälle tai puristuvalla fluidille FEM tuottaa taajuudesta riippuvia lisättyjä massoja. Voidaan edelleen spekuloida, että siipien asettaminen virtaukseen vähentää epästationaarisen virtauksenosan kolmiulotteista luonnetta ja että näin tyynen veden FEM-tulokset aliarvioivat lisättyä massaa. Toisaalta, elementtimenetelmä pystyy huomioimaan vesiteiden pystysuuntaisen rajoittuneisuuden kaareutuvuuden ja kammion pallomaisuuden vuoksi, kun taas tämän tutkimuksen menetelmä olettaa vesitiet äärettömän korkeaksi ympyräsynteriksi.

On mielenkiintoista havaita, kuinka erilaista kiertyilyyn lisätyn massan $m_{\varphi\varphi}$ ja vaimennuksen $c_{\varphi\varphi}$ käytös on tässä ja ruotsalaistutkimuksessa Karlsson et al. (2009), jossa kiertyilevää Kaplan-juoksupyörää ympäröivää virtausta arvioitiin CFD-laskennalla huomattavasti korkeammilla taajuuksilla 100–350 Hz. Valitettavasti vastaavien Strouhalin lukujen arviointi on mahdotonta, sillä tutkimuksen laskenta-avaruuden pituuskaala ei ole tiedossa. Karlsson et al. havaitsivat tuloksissaan $m_{\varphi\varphi}$:n kasvavan ω :n mukaan nimelliskierrosnopeudella $\Omega_Z = 62$ rad/s, mutta pienenevän ω :n mukaan kierrosnopeuksilla $\Omega_Z = 52$ tai 72 rad/s. Kuvaajista 5.3 havaitaan, että tässä tutkimuksessa muuttuva lisätty massa kasvaa monotonisesti ω :n funktiona millä tahansa eri toimintapistettä vastaavalla tulovirtausnopeusjakaumalla. Matusiak (1986) havaitsi laivapotkurin lisättyjen massojen $m_{\varphi\varphi}$, $m_{\varphi Z}$ ja m_{ZZ} käyttäytyvän samankaltaisesti ainakin yhdessä toimintatilassa sekä epästationaarisen siipiprofiliteorian (engl. unsteady airfoil, UA) että potkurin todellisen geometrian huomioon ottavan kantopintalaskennan (engl. lifting surface, LS) mukaan.

Matusiak havaitsi myös FEM- ja LS-arvioiden olevan varsin yhtäpitäviä ja UA-ratkaisun liioittelevan lisättyjä massoja siipien- sekä leikkausten välisen vaikutuksen huomiotta jättämisen vuoksi. Tämä yliarviointi ei vaikuta yhtä suurelta Kaplan-juoksupyörälle, joka toimii suljetuissa vesiteissä.

Karlsson et al. (2009) myös havaitsivat $c_{\varphi\varphi}$:n kasvavan ω :n mukaan kaikissa toimintatiloissa, kun taas tässä tutkimuksessa sen havaittiin laskevan monotonisesti koko taajuusalueella (kuvaaja 5.1). Matusiak (1986) havaitsi UA-ratkaisun tuottavan pienen ja LS-ratkaisun hieman suuremman lisätyn vaimennuksen vähenemän taajuuden kaksinkertaistuessaa, mutta yleisesti tulokset olivat verrattain yhtenevät. Näin ollen tämän tutkimuksen vaimennusarvioiden voidaan olettaa olevan vähintään oikeaa suuruusluokkaa.

Tulosten tarkempaan analysointiin kaivattaisiin lisätutkimusta. Tämän tutkimuksen menetelmä on yleistettävissä myös juoksupyörän huojuntaan sivusuunnassa sekä pyörimisakselin kallisteluun. CFD-laskentakyvyn kehittyminen saattaa tuoda lisää referenssituloksia myös epästationaarille juoksupyörävirtaukselle. Täyden tai mallimittakaavan koemittauksia tarvittaisiin tulosten validointiin.

Kirjallisuutta

- R. L. Bisplinghoff, H. Ashley, and R. L. Halfman. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley, Cambridge, MA, United States, 2nd ed. edition, 1955.
- E. H. Dowell, editor. *A Modern Course in Aeroelasticity*, volume 116 of *Solid Mechanics and Its Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 2004.
- S. Fleeter. Trailing Edge Conditions for Unsteady Flows at High Reduced Frequency. *AIAA Journal*, 18(5):497–503, 1980.
- T. Holopainen and J. Keto-Tokoi. Extensive Analysis of the Structural Behaviour of a Bulb Turbine. *VTT Maritime Institute of Finland: Maritime Research News*, 2, 1994.
- S. Hylarides and W. van Gent. Propeller Hydrodynamics and Shaft Dynamics. In *Symp. on High Powered Propulsion of Large Ships*. NSMB, 1974.
- M. Karlsson, H. Nilsson, and J.-O. Aidanpää. Numerical Estimation of Torsional Dynamic Coefficients of a Hydraulic Turbine. *International Journal of Rotating Machinery*, 2009.
- J. Katz and A. Plotkin. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2nd ed. edition, 2001.
- J. Katz and D. Weihs. Wake Rollup and the Kutta Condition for Airfoils Oscillating at High Frequency. *AIAA Journal*, 19(12):1604–6, 1981.
- J. Keto-Tokoi. *Henkilökohtainen kirjeenvaihto*. 2010.
- S. Lais. Numerische Modalanalyse in Wasser: Neue Möglichkeiten in ANSYS 11.0 am Beispiel eines Francisturbinen Laufrades. In *12th CADFEM Users' Meeting Schweiz*, Zürich, Switzerland, 2007.
- J. Matusiak. Theoretical Solutions of Some Particular Problems of Ship Hydrodynamics. In *The 4th Marine Technology Symposium: Ship Vibration, Noise & Hydrodynamics*, VTT Symposium 68, pages 263–70, Espoo, Finland, 1986. Valtion teknillinen tutkimuskeskus (VTT).
- W. J. McCroskey. Unsteady Airfoils. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14:285–311, 1982.

- C. Münch, P. Ausoni, O. Braun, M. Farhat, and F. Avellan. Fluid-structure coupling for an oscillating hydrofoil. *Journal of Fluids and Structures*, 26(6):1018 – 1033, 2010. ISSN 0889-9746. doi: DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2010.07.002.
- J. N. Newman. *Marine Hydrodynamics*. Massachusetts Institute of Technology, 1977.
- M.G. Parsons and W.S. Vorus. Added Mass and Damping Estimates for Vibrating Propellers. In *Propellers '81 Symp. Trans.* SNAME, 1981.
- D. A. Peters. Two-dimensional Incompressible Unsteady Airfoil Theory – An Overview. *Journal of Fluids and Structures*, 24:295–312, 2008.
- M. F. Platzer and F. O. Carta, editors. *Unsteady Turbomachinery Aerodynamics*, volume 1 of *AGARDograph No. 298*, 1987. Advisory Group for Aerospace Research and Development (AGARD).
- D. R. Poling and D. P. Telionis. The Responce of Airfoils to Periodic Disturbances – The Unsteady Kutta Condition. *AIAA Journal*, 24(2):193–9, 1986.
- O. Puolakka, J. Keto-Tokoi, and J. Matusiak. Unsteady load on an oscillating kaplan turbine runner. *Journal of Fluids and Structures*, 2011. (Under review).
- V. Salajka and V. Kanicky. Natural Vibrations of a Five Blade Kaplan Turbine Runner in Water. In *Colloquium Dynamics of machines 2000*, Prague, Czech Republic, 2000. Institute of Thermomechanics ASCR, Czech Committee of the European Mechanics Society.
- E-M. Salonen. *Dynamiikka II*. Otatieto, Espoo, 1999. ISBN 951-672-281-4 (nid.).
- V. E. Saren. Unsteady Incompressible Fluid Flow Past a Cascade of Thin Curved Plates. *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1(1):75–84, 1966.
- B. Satyanarayana and S. Davis. Experimental Studies of Unsteady Trailing-Edge Conditions. *AIAA Journal*, 16(2):125–9, 1978.
- H. Schwanecke. Gedanken zur Frage der Hydrodynamischen Erregungen des Propellers und der Wellenleitung. In *STG-Jahrbuch*, number 57. Schiffbau-technische Gesellschaft e.V. (STG), 1963.
- H. Schwanecke. Hydrodynamische Propellererregungen und Auswirkungen auf das System Propeller-Welle. 4. Fortbildungskurs. IFS-Universität Hamburg, 1973.
- H. Söhngen. Luftkräfte an einem schwingenden Schaufelkranz kleiner Teilung. *Z. angew. Math. und Phys.*, 4(4), 1953.
- T. Theodorsen. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter. Technical Report 496, NACA, 1935.
- W. von Thuss. Einfluss des umgebenden Mediums auf Eigenschwingungen von Laufrädern. In *Sonderheft Wasserturbinenbau der J. M. Voith GmbH*, volume 27. Voith Forschung und Konstruktion, August 1981.
- D. S. Whitehead. Force and Moment Coefficients for Vibrating Aerofoils in Cascade. In *Aeronautical Research Council*, number 3254 in Reports and Memoranda. Her Majesty's Stationery Office, London, United Kingdom, 1962.

J. Young and C. S. Lai. Oscillation Frequency and Amplitude Effects on the Wake of a Plunging Airfoil. *AIAA Journal*, 42(10):2042–52, 2004.

Kaplan-vesivoimaturbiinin juoksupyörää ympäröivällä vedellä on todennäköisesti huomattava vaikutus turbiinien akselilinjan värähtelykäytökseen. Turbiinin värähtelevän juoksupyörän ja sitä ympäröivän virtauksen kytketty ongelma lukeutuu neste–rakenne-vuorovaikutuksen haastavaan tutkimuskenttään. Neste–rakenne-vuorovaikutuksen ongelmat ovat usein laskennallisesti hyvin raskaita, ja näin Kaplan-juoksupyörän epästationaarista hydrodynaamista kuormaa pyritäänkin arvioimaan tässä raportissa pelkistetyin analyttisin menetelmin. Raportissa esitetään lentolaitteiden aeroelastiikasta tuttu Theodorsenin ratkaisu epästationaarisen siipiprofilin nostovoimalle ja sovelletaan tätä juoksupyörän siipiin. Menetelmällä saatavissa tuloksissa havaitaan mielenkiintoisia yhtäläisyyksiä ja eroja aiempiin laskentatuloksiin.



ISBN: 978-952-60-4100-1 (pdf)
 ISBN: 978-952-60-4099-8
 ISSN-L: 1799-487X
 ISSN: 1799-4888 (pdf)
 ISSN: 1799-487X

Aalto-yliopisto
 Insinöörیتieteiden korkeakoulu
 Sovelletun mekaniikan laitos/ Merihydrodynamiikka
www.aalto.fi

**KAUPPA +
 TALOUS**

**TAIDE +
 MUOTOILU +
 ARKKITEHTUURI**

**TIEDE +
 TEKNOLOGIA**

CROSSOVER

VÄITÖSKIRJAT