UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE
CIENCIAS
ECONÓMICAS

Carrera: Licenciatura en economía

¿IMPORTA EL TAMAÑO DE LA ADVERSIDAD? UN MODELO DE DECISIONES ESTRATÉGICAS ELECTORALES

Trabajo de investigación

POR

Gonzalo Diez

Profesor Tutor

Gustavo Maradona

Profesor Cotutor

Roberto Latorre

Mendoza - 2016

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

1. MOTIVACIONES Y CONTEXTO

En el contexto de las últimas elecciones presidenciales de Argentina en 2015, donde los candidatos principales fueron Daniel Scioli con su fórmula representando al Frente para la victoria, el oficialismo de ese entonces, y por otro lado Mauricio Macri con su fórmula representando al Pro, principal oposición al oficialismo; se manifestaron una serie de hechos que podrían dar mucho que pensar a cualquier analista político o económico.

Como primera consideración, bien es sabido que la Argentina, política, económica y socialmente hablando, estaba por enfrentarse a un problema; aunque no era posible, en ese momento, determinar las dimensiones del mismo debido a que parte de la información era dominada por un sector político que prefería reservársela para sí mismo.

La situación macroeconómica públicamente conocida en ese momento era:

- Elevado nivel de inflación por un tiempo prolongado (más de dos años).
- Crecimiento real de la economía escaso o nulo por más de dos años seguidos.
- Trabas a las importaciones que generaron un efecto cuello de botella para la industria argentina, la cual estaba tratando de afianzarse.
- Descontento social de la clase media y alta ante el cepo para la compra de moneda extrajera.
- Reservas internacionales en caída, llegando a niveles peligrosos para el comercio internacional, se anticipaba una crisis de balanza de pagos a menos que se revirtiera dicha situación.
- Gran división social, caratulada por los medios como “la grieta”.
- Uso desmedido de la política monetaria para financiar déficits fiscales.
- Entrada de capitales muy escasa debido a la incertidumbre reinante en el país, que disminuye la confianza y aumenta el riesgo para el inversor.

Debido a los ítems anteriormente mencionados, la situación que debería manejar el nuevo presidente, no sería la más favorable.

Durante los años de gobierno de la Presidente Cristina Fernández, desde el oficialismo siempre se evitó reconocer errores o problemas económicos, pretendiendo que no existían o que al menos no eran relevantes. Esto sucedió así hasta el final del mandato, donde públicamente se planteó en los medios que el nuevo presidente debería tomar una serie de medidas antipopulares que ajustaran la economía para devolverla así a la sostenibilidad.

Estas medidas impopulares se podían ejecutar de dos maneras, las cuales fueron caratuladas como *shock* y *gradualismo*. La primera consistía en una batería de medidas que hicieran grandes cambios rápidamente, para volver al sendero de crecimiento estable de la economía. Las ventajas de este curso de acción eran que todos los costos sociales se pagaban en un principio y luego solo había recuperación económica y social. Mientras que las desventajas eran que el desempleo y la pobreza conjuntamente iban a aumentar, y esto podía generar descontento social que atentaría contra la eficacia del plan. Por otro lado el gradualismo proponía ajustar los indicadores de manera paulatina, para evitar así que el pueblo sufriera los costos del ajuste. Esta era su principal ventaja; y como desventaja podemos apuntar que si caía la confianza en la capacidad del Gobierno para resolver la situación y mantener el plan gradualista vigente, eso desembocaría sin lugar a dudas en una crisis mayor, y más difícil de subsanar debido a la menor confianza.

Ejemplos de fallas y éxitos de ambos planes sobran en la historia económica mundial y argentina. Debido a esto, no se puede decir *a priori* qué solución sería mejor en este caso, pero este no es el tema central de la investigación.

En base a lo anterior la prensa asoció a cada candidato con un tipo de plan haciendo a uno la antítesis del otro. A saber, Scioli y la Campora estaban a favor del plan gradualista: esto era el primer reconocimiento de errores que debían arreglarse por el oficialismo. Ellos aseguraban que la adversidad que existía era pequeña, y que con pocas medidas se podría corregir. En contraposición, Macri y el Pro militaban por el shock, y afirmaban que el problema era muy serio y se necesitaban medidas de raíz para salvar a la Argentina de una crisis.

Teniendo en cuenta la situación anteriormente comentada, y agregando que en el período previo a las elecciones, en actos públicos y en muchos medios de información masiva, aparecieron diversos mensajes contradictorios que podrían hacer pensar que paradójicamente la estrategia de los candidatos no era ganar a toda costa.

Por nombrar algunos acontecimientos de ese momento, Cristina Fernández, no llamaba a hablar a Daniel Scioli en los últimos actos antes de las elecciones, e incluso en algunos no estaba sentado en primera fila; el vocero de campaña era Aníbal Fernández, un personaje para nada popular entre la oposición; muchas veces se trató a Scioli de manera poco formal en los actos, casi hasta despectiva. Por ponerlo de alguna manera, Scioli quería ganar. El Frente para la victoria, puede que no. Por otro lado, Macri, anunció la necesidad de devaluar: eso seguro le hizo ganar votos, así como perder muchos más, pues devaluación en Argentina es mala palabra. Luego, en el debate en general se ratificó haciendo caso omiso al tema.

Situaciones como esta despiertan la curiosidad de cualquiera al que le interesa el tema, y quienes escriben no fueron la excepción. El principal interrogante que se genera con respecto a lo anteriormente mencionado es si existen condiciones bajo las cuales a un candidato a presidente le convenga participar de las elecciones, pero no ganarlas intencionalmente debido a que eso le generaría un beneficio mayor.

A partir de esta situación lo que se busca es idear un modelo que pueda determinar bajo qué condiciones a un candidato le convendría ganar las elecciones presidenciales y bajo qué condiciones no.

El modelo será desarrollado en el contexto de la teoría de juegos, ya que es considerado como un instrumental ideal para analizar costos y beneficios en situaciones de decisiones interpersonales, es decir, para identificar la mejor acción de una persona o ente, teniendo en cuenta las mejores decisiones de las otras personas o entes involucrados.

2. HIPÓTESIS Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

La hipótesis de la que se parte es "El tamaño de la adversidad que enfrentaría un nuevo gobierno determina la conveniencia o no de ganar las elecciones para las cuales se está presentando."

Para la validar o refutar esta hipótesis se diseñará un nuevo modelo, el cual cumplirá con los criterios científicos necesarios para tener validez. Como bien es sabido, las elecciones presidenciales son un hecho social recurrente, y sucesos como estos pueden ser representados con ciertos juegos convencionalmente estandarizados.

El método consiste en primero analizar prototipos simplificados de algunos juegos que simulan la realidad como el ajedrez y el póker, para calcular, tan preciso como sea posible, las chances de ganar para cada jugador en cada turno; y para determinar las condiciones bajo las cuales ciertas acciones pueden ser ventajosas o no, o también estrategias alternativas pueden ser evaluadas por sus posibilidades de éxito.

De este modo una vez que se obtenga un juego o modelo representativo, se continuará con la resolución del mismo, para así calibrarlo hasta que se obtengan resultados o equilibrios consistentes y representativos de la realidad.

También así se pretende poder responder las siguientes preguntas como resultado de la investigación.

- ¿Qué influencia tiene el tamaño de la adversidad sobre las decisiones de los candidatos?
- ¿Qué influencias tienen los tamaños de campaña?
- ¿Cómo se puede reflejar en un modelo la falta de información y cómo se hacen conjeturas sobre la misma?
- ¿Bajo qué condiciones habrían estrategias en las cuales ninguno de los 2 candidatos tendrían incentivos a desviarse?
- ¿Cuáles son las condiciones necesarias para que el modelo tenga vigencia, es decir, sea aplicable?
- ¿Cuáles son las condiciones necesarias para que el modelo tenga un equilibrio?

3. OBJETIVOS

Para cerrar este capítulo, se resume que el objetivo mayúsculo de la investigación es el desarrollo y la obtención de un modelo de teoría de juegos. Lo que el modelo debe reflejar es el conjunto de estrategias que pueden tomar los candidatos, los pagos que recibirán y la información que conocen como la que no.

Mediante este modelo teórico se espera poder encontrar un equilibrio o una serie de equilibrios de tal manera que ningún candidato quiera alterar su plan de acción para mejorar su beneficio.

También así, dados valores para algunas variables, se busca determinar los intervalos entre los cuales las demás variables pueden fluctuar sin que la estrategia deje de ser equilibrio.

Por último, sería interesante lograr encasillar lo sucedido en 2015 en las elecciones presidenciales de Argentina en alguno de los equilibrios del modelo, de ser factible, aunque aclaramos que no es el objetivo de esta investigación.

CAPÍTULO I
MARCO DE REFERENCIA

1. HISTORIA DE LA MODELIZACIÓN EN TEORIA DE JUEGOS

En este apartado reseñamos brevemente los principales aportes y usos de la teoría de juegos, debido a que es una rama relativamente joven dentro del campo científico y su difusión no es total, creemos oportuno introducir al lector en la misma. Es importante aclarar que algunas de estas obras se consultaron aunque la mayoría de ellas se toman del artículo "A Chronology of Game Theory" de Walker, quien hizo el estudio intensivo de la historia a la que hacemos referencia, en el mismo están debidamente referenciadas todas las fuentes que se utilizaron.

En noviembre del año 1713, Francis Waldegrave escribe una carta a Pierre-Remond de Montmort, en la cual provee la primera solución estratégica minimax mixta conocida para un juego de 2 participantes. Esta solución era para el juego de cartas Le Her. Luego Pierre-Remond le escribe otra carta a Nicolás Bernoulli comentándole sus opiniones sobre la solución de Waldegrave, aclarando que no había hecho extensiones a otros juegos y que una estrategia mixta no parece estar en las reglas usuales de los juegos.

En el año 1838 Augustin Cournot publica "*Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*" cuyo capítulo 7 muestra el caso especial de un duopolio, que se resuelve con un concepto de solución que es una versión restringida del equilibrio de Nash el cual se descubriría varios años después.

Luego Francis Ysidro Edgeworth publica "*Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*" en el año 1881. En esta publicación el autor propone la curva de contrato como una solución al problema de determinar el resultado del comercio entre dos individuos, en un mundo en el que existen dos commodities y dos tipos de consumidores.

Posteriormente "*Four notes*" es publicado por Emile Borel. En él se ofrece la primera formulación moderna de una estrategia mixta encontrando la solución minimax para un juego de dos personas con tres o cinco estrategias posibles. Inicialmente en 1921 él mantiene que los juegos con más de una estrategia no tienen soluciones minimax, pero en 1927 él considera que esta es una cuestión abierta debido a que no ha sido capaz de encontrar de desarrollar una demostración ni encontrar un contraejemplo.

Más adelante en 1928, John Von Neumann prueba el teorema minimax en su artículo "*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*" se introduce la forma extensiva de un juego. Además se establece que para cada juego de dos participantes de suma cero con una cantidad finita de estrategias puras para cada jugador se puede determinar la representación extensiva. Cuando las estrategias mixtas están permitidas, este tipo de juego tiene un vector de pagos individualmente racional.

En 1934, R. A. Fisher, debido a la falta de comunicación masiva, descubre independientemente la solución de Waldegrave al juego de cartas Le Her, la cual fue descripta en el paper "*Randomization and Old Enigma of Card Play*".

Una década más tarde, en 1944, "*Theory of Games and Economics Behavior*" de John Von Neumann y Oskar Morgenstern es publicado. Es este libro se introduce la noción de juegos cooperativos, con utilidad transferible.

En el paper "*On a Theorem of Von Neumann*" de L. H. Loomis se encuentra la primera prueba enteramente algebraica del teorema minimax.

En enero de 1950, Melvin Dresher y Merrill Flood, llevan a cabo el experimento que introduce el juego conocido como "el dilema del prisionero". En el mismo año se publica "*Strategy in Poker, Business and War*" escrito por John McDonald, conocido como el primer libro de teoría de juegos dirigido a las masas y no solamente al público científico.

Luego en 1950 y 1953 se presentan los papers "*Extensive Games*" y "*Extensive Games and the Problem of Information*" respectivamente. Ambos escritos por H. W. Kuhn quien muestra cómo se puede modelar de tal forma que se especifique el orden exacto en el cual los jugadores deben tomar sus decisiones y formular sus inferencias sobre la información que posee cada jugador en cada momento del juego. Los métodos presentados en estos paper, están vigentes al día de hoy y se usan en las publicaciones científicas actuales.

También entre los mismos años John Nash hizo contribuciones a los juegos no cooperativos y la teoría de la negociación, en dos papers, "*Equilibrium Points in N-Person Games*" y "*Non-cooperative Games*" donde probó la existencia de un equilibrio estratégico para juegos no cooperativos. Luego en "*The Bargaining Problem*" y "*Two-Person Cooperative Games*" fundó la teoría axiomática de negociación, donde probó, paradójicamente, la existencia de la solución de Negociación de Nash.

George W. Brown se suma a las publicaciones entre 1950 y 1953, para ser más precisos en 1951, con su paper "*Iterative Solutions of Games by Fictitious*" donde describió y discutió un simple método iterativo para aproximar soluciones para juegos discretos de suma cero. Pero él no fue el único ya que Lloyd Shapley hizo su aparición en escena en 1953 con un paper llamado "*Stochastic Games*" con el cual mostraba que para el caso estrictamente competitivo, con un pago futuro descontado a una tasa fija, los juegos estaban determinados y tenían estrategias óptimas que dependían solamente de cómo se jugaba el juego, no de la historia ni siquiera de la fecha, en otras palabras las estrategias eran estacionarias.

En 1954 aparece una de las primeras aplicaciones de la teoría de juegos a las ciencias políticas, son L. S. Shapley y M. Shubik quienes se aventuran en esta nueva conexión, con su paper "*A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System*" donde utilizan el Shapley value para determinar el poder de los miembros del Consejo de Seguridad de la ONU.

En 1959 la relación entre la idea de las curvas de contrato de Edgeworth y el núcleo fue señalada por Martin Shubik en su paper "Edgeworth Market Games". Una limitación que fue encontrada en este artículo es que el autor trabajó con funciones de utilidad transferibles, mientras que las ideas de Edgeworth funcionaban en el marco de las funciones de utilidad no transferibles.

El desarrollo de juegos con utilidad no transferible hizo que los juegos cooperativos fueron más fáciles de aplicar. Las ideas de Von Neumann y Morgenstern fueran investigadas en este contexto por Aumann y Peleg, en el año 1960, en el paper "*Von Neumann and Morgenstern Solutions to Cooperatives Games without Side Payments*".

En 1965, R. Selten introduce en el artículo "*Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragetraegheit*" la idea de refinar el equilibrio de Nash con el concepto de equilibrio perfecto en subjuegos.

Después nacen en 1966 los juegos de repetición indefinida con información incompleta en el ensayo "*Game-Theoretic Aspects of Gradual Disarmament*" de R. J. Aumann y M. Maschler. En el mismo año también se publica el paper "*A General Theory of Rational Behavior in Game Situations*" de John Harsanyi quien establece las definiciones para distinguir entre los juego cooperativos y los no cooperativos. Un juego es cooperativo cuando los acuerdos, promesa, tratos, amenazas son plenamente vinculantes y ejecutables, de lo contrario es no cooperativo.

John Harsanyi construye a lo largo de 3 publicaciones, "*Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Parts I, II and III*", la teoría de juegos con información incompleta. Estos trabajos constituyen la base teórica a partir de la cual se pueden modelizar situaciones de economía con falta de información.

En 1968 se le da respuesta a una pregunta que por años no tuvo respuesta, con el paper de William Lucas "*A Game with no Solution*", donde se establece que no siempre existen sets estables.

Un lustro después, John Harsanyi reaparece nuevamente con su paper "*Games with Randomly Disturbed Payoffs: A New Rationale for Mixed Strategy Equilibriums Points*". En la visión tradicional de la aleatorización estratégica, los jugadores utilizan un aleatorizador para decidir sobre sus acciones. El autor fue el primero en romper con este punto de vista con sus juegos. Para Harsanyi nadie realmente aleatoriza. La aparición de la asignación al azar se debe a que los pagos no son exactamente conocidos por todos; es decir si cada jugador conociera su propia recompensa de forma exacta, solo tiene una acción óptima única contra su estimación de lo que harán los otros.

En 1974, un año más tarde, la publicación del libro de R. J. Aumann y L. S. Shapley "*Values of Non-Atomic Games*" tuvo lugar. En este se trataba con los valores para juegos muy grandes en donde todos los jugadores eran individualmente insignificantes.

Dos años más tarde, se publicó un paper famoso por su nombre "*Agreeing to Disagree*" que en español significa "estando de acuerdo en no estar de acuerdo" de Robert Aumann en donde habla, al igual que D. K. Lewis al final de los 60, sobre las implicancias del conocimiento común, es decir, todos saben que todos saben.

Luego S. C. Littlechild y G. F. Thompson en 1977 estuvieron entre los primeros en aplicar el Nucleolus al problema de los costos de asignación en su artículo "*Aircraft Landing Fees: A Game Theory Approach*" en el cual, utilizando el instrumental disponible hasta el momento calculan un valor justo y eficiente para el derecho de aterrizaje y despegue para el aeropuerto de Birmingham.

En un conferencia en 1981 Elon Kohlberg introduce la idea de la inducción hacia adelante, la cual plasmó en su paper "*Some Problems with the Concept of Perfect Equilibria*". En el mismo año, R. J. Aumann publicó su encuesta "*Survey of repeated Games*" encuesta en la cual se propuso la idea estudiar el comportamiento interactivo de los jugadores. Está junto con otras ideas fueron la base de muchas otras publicaciones en años posteriores.

En el año contiguo David M. Kreps y Robert Wilson extienden la idea de un equilibrio perfecto en subjuegos para la forma extensiva de juegos que comienzan en conjuntos de información con información imperfecta. A esta versión extendida de equilibrio le llaman secuencial. La misma se detalla en su artículo "*Sequential Equilibria*". Meses más tarde en el mismo año A. Rubinstein considera un enfoque no cooperativo a la negociación en su paper "*Perfect Equilibrium in a Bargaining Model*". Él considera un juego que alterna ofertas de forma secuencial hasta que una es aceptada. No hay límite en el número de ofertas que se pueden hacer, pero hay un costo por el retraso para cada jugador. Rubinstein mostró que el equilibrio perfecto en subjuegos es único cuando el costo de tiempo de cada jugador viene dado por un factor de descuento delta.

Durante el año 1986, en su paper "*On the Strategic Stability of Equilibria*" Elon Kohlberg y Jean-Francois Mertens lidian con el problema de refinar el equilibrio de Nash en la forma normal, en lugar de la forma extensiva como ya lo hacían los papers de Selten, Kreps y Wilson. Este documento es también uno de los primeros publicados sobre las discusiones sobre la idea de la inducción hacia adelante.

John C. Harsanyi y Reinhard Selten produjeron en 1988 la primera teoría general de la selección entre los equilibrios en su libro "*A General Theory of Equilibrium Selection in Games*". Ellos proporcionan criterios para la selección de un punto de equilibrio en particular para cualquier juego tanto cooperativo como no cooperativo. Más adelante en el mismo año con su paper "*The Bayesian Foundations of Solution Concepts of Games*" Tan y Werlang son los primeros en discutir formalmente los supuestos acerca de los conocimientos de un jugador que se encuentran detrás de los conceptos de equilibrio de Nash y racionalización.

En 1990 se publica el primer libro de texto de microeconomía para carreras de grado que integra completamente la teoría de juegos en el material microeconómico estándar. Sus autor fue David M. Krep y se tituló "*A Course in Microeconomic Theory*". También en ese año el artículo "*Equilibrium without Independence*" de Vincent Crawford donde discute las estrategias mixtas en el equilibrio de Nash cuando las preferencias de los jugadores no cumplan las premisas necesarias para ser representados por funciones de utilidad esperadas.

En el año 1994 acontece un hito para la teoría de juegos ya que el Premio "*The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel*" fue entregado a John Nash, John C. Harsanyi y Reinhard Selten por su análisis pionero de equilibrio en la teoría de juegos no cooperativos.

El Premio "*The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel*" fue entregado en 2005 a Robert J. Aumann y Thomas C. Schelling por haber mejorado la comprensión del conflicto y la cooperación mediante el análisis de la teoría de juegos.

Por último, en el año 2012, el Premio "*The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel*" fue entregado a Alvin E. Roth y Lloyd S. Shapley por la teoría de las asignaciones estables y la práctica del diseño de Mercado.

Finalizando de este modo con la reseña histórica, en la sección siguiente resaltaremos cuatro papers de singular importancia para nuestra investigación.

2. ESTADO DEL ARTE

El primer paper que se reseña, es titulado "*Game theory and politics: some problems of application*" Deutsch, K. W. (Feb, 1954). El mismo versa sobre algunos problemas que el autor encuentra a la hora tratar de modelar la realidad con teoría de juegos, y de las dificultades que existen para poder utilizar esta herramienta de análisis en situaciones políticas y sociales. En los párrafos que siguen se comentan las ideas principales del mismo, dado que son particularmente útiles a la hora de formular un modelo.

La teoría de juegos representa un nuevo enfoque para el estudio de las decisiones políticas y sociales, y para el estudio de esas decisiones sobre otras decisiones, a las que llamamos estrategias. Empíricamente el enfoque de la teoría de juegos está basado en la existencia de similitudes entre ciertos juegos convencionalmente estandarizados y ciertas situaciones sociales recurrentes.

Las similitudes anteriormente nombradas no son accidentales, tienen un soporte considerable de estudios psicológicos sobre comportamiento en sociedad.

El método consiste en primero analizar prototipos simplificados de algunos juegos que simulan la realidad como el ajedrez, el póker, y otros, para calcular tan preciso como sea posible, las chances de ganar para cada jugador en cada turno; y para determinar las condiciones bajo las cuales coaliciones ventajosas pueden ser hechas, o estrategias alternativas pueden ser evaluadas por sus posibilidades de éxito.

La mayoría de las decisiones en este tipo de juegos deben ser hechas bajo condiciones de información incompleta. En un juego de cartas, ignoramos las del oponente, o las que podemos tomar del mazo. En el ajedrez conocemos la posicione de todas las piezas, esto parecería "información perfecta" pero en este caso no conocemos la estrategia.

Particularmente en el paper hay un párrafo que resulta muy interesante, el cual se cita a continuación.

> *"To assess the probabilities of success of a political or military venture and to select a strategy most likely to ensure it, has long been a major preoccupation of statesmen. Even more often, perhaps, statesmen have attempted to assess the strength of a political position or institution, and the chances for its change or overthrow, in order to be able to select the safest course of action. In one form or another, all these problems appear in the theory of games, and its eventual impact on political and social science should be considerable."*

El párrafo comenta que la mayor preocupación en los últimos tiempos ha sido evaluar las probabilidades de éxito de un hecho político o militar. Inclusive más recurrente ha sido evaluar la fuerza de una posición política o de una institución, y sus chances para un cambio o derrocamiento, para poder así elegir el curso de acción más seguro. De una forma o de otra, todos esos problemas aparecen en la teoría de los juegos y su eventual impacto en la ciencia política o social debería ser considerable.

En párrafos posteriores al citado, el autor del escrito resalta que existe una corriente para que las nuevas teorías tanto políticas como sociales desarrollen conceptos que sean amenos con el tratamiento matemático. Esto en mi opinión, es porque de un tiempo a esta parte, lo que la ciencia tiene de rigurosa se lo otorga la matemática. Como resultado de esto, las nuevas teorías se formulan más frecuentemente en términos que sean al menos “conceptualmente cuantificables” y que se presten para ser eventualmente representados matemáticamente de forma precisa.

Luego, en el paper se comenta sobre la importancia de la transitividad para la solución en los modelos. Además de ello, más adelante se explicita que en la mayoría de nuestros razonamientos sobre política, economía, y la vida social están basados en la asunción tácita de que existe una solución “mejor” para cada conjunto dado de condiciones y deseos. Esto lleva a la acalorada discusión sobre la presupuesta total superioridad de este o aquel sistema político o económico, o la contra acepción de que casi cualquier sistema de soluciones se puede conseguir.

Los autores de teoría de juegos en general tratan explícitamente con este problema de las múltiples soluciones, y ellos han ido mucho más allá del clásico énfasis de Montesquieu, sugiriendo que, en general, las soluciones no son únicas. Además, para enfatizar la especificidad de las definiciones, hay un explícito contraste entre estrategias que son objetivamente mejores y aquellas que son subjetivamente mejores.

A pesar de todas las posibilidades de aplicaciones que se le encuentran a la teoría de juegos, la mayoría de las implicaciones se encuentran en el futuro. La teoría de juegos debe obtener de los economistas, los politólogos, los sociólogos, información que sea medible y contrastable para poder desarrollar modelos que sean útiles y bien definidos.

Una de las últimas consideraciones en este paper es que la teoría de juegos es aún una teoría estática, puntualmente los autores enfatizan que su teoría es estática y trata con equilibrios. Lo esencial de los equilibrios es que no tienen tendencia al cambio.

Así también es importante mencionar que los juegos asumen que los valores, los pagos, los parámetros están de alguna manera definidos desde afuera, no cambian, y son independientes de los resultados del juego.

Por último el autor reflexiona que desde la teoría original de Von Neumann y Morgenstern asumía que toda la información estaba disponible para los jugadores que no tenían limitaciones de costo ni tiempo para tomar sus decisiones. La introducción de estas limitaciones conduce en el presente a la etapa “post-Neumanniana” de la teoría de juegos la cual debería volverse más aplicable a problemas políticos internacionales y domésticos.

Habiendo finalizado con el articulo expuesto, nos dedicamos a comentar otros tres trabajos sobre el tema de estudio, es lo más parecido que se ha encontrado a lo que buscamos hacer y por ello lo exponemos en los siguientes párrafos.

El segundo artículo que comentaremos es titulado "*An Application of Game Theory to Political Campaign Decision-making*" Blydenburg, J. C. (Feb., 1976), en este se analiza si es conveniente para un decisor político realizar una campaña de contacto personal (campañas de puerta a puerta o solicitud telefónica) en una zona en particular. El problema es estudiado como un juego de suma cero compuesto por dos jugadores, los resultados son expresados como una serie de reglas de decisión, en términos de voto partidista normales, la participación normal, y el efecto de la campaña sobre estas variables. El análisis implica que bajo la mayoría de condiciones exploradas, recintos que presentan alta participación tienen mayor competencia partidaria para recibir más atención por parte de los tomadores de decisiones racionales que otros recintos.

La idea central de este trabajo es mostrar que si la campaña de contacto personal tiene un efecto positivo alterando la división partidista normal de votación en un recinto, lo que haría reforzar la presencia en los recintos donde son minoría. Por otra parte, el partido que es mayoritario en ese recinto ganaría más mediante la compensación de campaña en el mismo precinto que intentando ganar otros.

El paper ofrece diferentes resultados de acuerdo con las condiciones que se imponen en cada variación del modelo, en líneas generales los recintos con baja participación de ambos partidos recibirán visitas de ambos partidos, mientras en los recintos que tengan un mayoría definida, solo tendrán visitas de ese partido.

En la investigación "*The Accuracy of Game Theory Predictions for Political Behavior: Cumulative Voting in Illinois Revisited*" Goldburg, C. B. (Nov. 1994) el autor realiza un análisis empírico del poder predictivo de la teoría de juegos para el comportamiento político. En el mismo se compara la solución ofrecida por el equilibrio de Nash con la solución perfecta de la mano temblorosa. Los datos apropiados para tal investigación provienen de las decisiones de los partidos democráticos y republicanos de Estados Unidos de acuerdo con el número de candidatos que nominan para el voto acumulativo en las elecciones generales en Illinois.

El artículo es desarrollado usando un método innovador de estadística en ese momento, el cual permite la comparación entre puntos y conjuntos de predicciones.

Finalmente el autor considera que la teoría de juegos es un buen predictor del comportamiento político y que la solución de Nash es mejor predictor que la solución de la mano temblorosa. También menciona en las conclusiones de su trabajo que algunas decisiones tomadas por los partidos no son racionales, esto puede deberse a fallas en la información, aunque para poder determinarlo que es necesario utilizar otras herramientas de análisis.

Este paper tiene particular importancia para la investigación, ya que refuerza la decisión de llevar a cabo el análisis mediante este instrumental.

El escrito "*Recent advances in game theory and political science*" Zagare Frank C. (1986) comienza aclarando que no considera a la teoría de juegos como una ciencia integrada, sino más bien como un conjunto de aportes de distintas ciencias.

Aun así el autor del mismo se dispone a comentar los avances recientes que han tenido lugar, entre ellos el más notorio en los últimos diez años ha sido el considerable refinamiento que se ha hecho del comportamiento racional cuando es utilizado para modelizar. Otro avance que se resalta en el artículo es la incorporación del cálculo de los pagos descontados, es decir, ahora los jugadores tienen en cuenta las consecuencias de largo plazo de sus actos.

3. MARCO TEORICO

En el presente trabajo se pretende analizar la toma de decisiones en elecciones presidenciales en el marco de la Teoría de juegos. Para ello se cree necesario introducir varios conceptos referentes a la misma para que de este modo queden delimitadas las herramientas de que nos valdremos para la analizar la hipótesis de investigación.

En teoría de juegos, los conceptos de equilibrio se han ido perfeccionando a lo largo del tiempo por lo cual, en líneas generales, un equilibrio más específico envuelve a otro más general. Por esta razón para introducir el tipo equilibrio que se pretende encontrar en este trabajo debemos explicar brevemente 3 tipos de equilibrios más básicos. El objetivo que se busca es encontrar el equilibrio bayesiano perfecto, para ello precisamos el equilibrio de Nash, el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos y el equilibrio bayesiano de Nash.

El equilibrio base es el de Nash, este asume que se ha elegido la mejor estrategia en función de la estrategia del resto de jugadores, que son conocidas por todos. En este sentido, ningún jugador gana nada modificando su posición si el resto de jugadores no modifican la suya. Una aclaración importante es que el equilibrio de Nash no implica la consecución del mejor resultado conjunto para todos los participantes, si no maximizar el beneficio individual posible, teniendo en cuenta que existen dos o más jugadores y que cada uno es maximizador de beneficio. Sin embargo, es perfectamente factible lograr un mayor beneficio en conjunto si se toman decisiones coordinadas, pero como no se utilizará esta opción en la investigación se omite su explicación.

(Gibbons, R. 1992) *Definición formal de equilibrio de Nash.*

En un juego en forma normal de n jugadores, $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$, las estrategias $({s_1}^*, \dots, {s_n}^*)$ forman un equilibrio de Nash si, para cada jugador i, ${s_i}^*$ es la mejor respuesta del jugador i (o al menos una de ellas) a las estrategias de los otros $n-1$ jugadores, $({s_1}^*, \dots, {s_{i-1}}^*, {s_{i+1}}^*, \dots, {s_n}^*)$

$$u_i({s_1}^*, \dots, {s_{i-1}}^*, {s_i}^*, {s_{i+1}}^*, \dots, {s_n}^*) \geq u_i({s_1}^*, \dots, {s_{i-1}}^*, s_i, {s_{i+1}}^*, \dots, {s_n}^*)$$

Para cada posible estrategia s_i en S_i; esto es ${s_i}^*$ es una solución de

$$\max_{s_i \in S_i} u_i({s_1}^*, \dots, {s_{i-1}}^*, s_i, {s_{i+1}}^*, \dots, {s_n}^*)$$

A partir de la breve explicación anterior se puede introducir el equilibrio perfecto en subjuegos (o equilibrio de Nash perfecto en subjuegos) que es un concepto de solución de un equilibrio de Nash utilizado en juegos dinámicos. Un perfil de estrategias es un equilibrio perfecto en subjuegos si genera un equilibrio de Nash en cada subjuego del juego original. Informalmente, esto significa que, si los jugadores juegan cualquier subjuego que consista en sólo una parte del juego original y si su comportamiento representa un equilibrio de Nash de ese subjuego más pequeño, entonces su comportamiento es un equilibrio perfecto en subjuegos. Es bien conocido que cada juego extensivo finito tiene un equilibrio perfecto en subjuegos.

Resulta importante introducir las definiciones correspondientes a la forma extensiva de un juego, como así también, el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

(Gibbons, R. 1992) *Definición formal de subjuego en un juego en forma extensiva.*

a) Empieza en un nodo de decisión n que sea un conjunto de información con único elemento.

b) Incluye todos los nodos de decisión y terminales que siguen a n en el árbol (no así los nodos que no siguen a n).

c) No intersecta a ningún conjunto de información (es decir, si un nodo de decisión n' sigue a n en el árbol, todos los otros nodos en el conjunto de información que contiene a n' deben también seguir a n y, por tanto, deben incluirse en el subjuego).

Definición formal de equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

(Selten, 1965) Un equilibrio de Nash es perfecto en subjuegos si las estrategias de los jugadores constituyen un equilibrio de Nash en cada subjuego.

El equilibrio de Nash perfecto en subjuegos es un refinamiento del equilibrio de Nash. Es decir, para ser perfecto en subjuegos, las estrategias de los jugadores deben ser primero un equilibrio de Nash y luego pasar una prueba adicional.

Un método común para determinar los equilibrios perfectos en subjuegos para el caso de un juego finito es la inducción hacia atrás. En este tipo de resolución se consideran primero las últimas acciones del juego y a partir de ahí se determinan las acciones que los jugadores deben tomar en cada nodo del juego para maximizar su utilidad. Este proceso continúa hasta que se alcanza el nodo inicial. Las estrategias que permanecen son el conjunto de todos los equilibrios perfectos en subjuegos para la forma extensiva de un juego de horizonte finito con información perfecta. Sin embargo, la inducción hacia atrás no puede ser aplicada a juegos imperfectos o de información incompleta porque esto implica tomar decisiones a través de conjuntos de información en lo que no se tiene información disponible. El objetivo de la inducción hacia atrás es eliminar las ramas que impliquen que cualquier jugador haga un movimiento que no es creíble (porque no es óptimo) de ese nodo.

El conjunto de equilibrios perfectos en subjuegos para un juego dado es siempre un subconjunto del conjunto de equilibrios de Nash para ese juego. En algunos casos, los conjuntos pueden ser idénticos.

(Selten, 1965) Reinhard Selten demostró que cualquier juego que se pueda dividir en "subjuegos" contiene un subconjunto de todas las opciones disponibles en el juego principal y que por lo tanto tendrá una estrategia de equilibrio perfecto en subjuegos. La perfección en subjuegos sólo se utiliza con juegos de información completa. El equilibrio perfecto en subjuegos puede utilizarse con juegos completos de forma extensiva, pero de información imperfecta.

Juego bayesiano

En teoría de juegos, un juego bayesiano es uno en el cual la información sobre las características de los otros jugadores es incompleta. A raíz de las ideas de John Harsanyi (Harsanyi 1967), un juego bayesiano puede ser modelado mediante la introducción de la naturaleza o el azar como un primer jugador en un juego. Esta le asigna una variable aleatoria a cada jugador que podría tomar valores de tipos para cada jugador y las probabilidades de asociación o una función de densidad de probabilidad con esos tipos, en el transcurso de la partida, la naturaleza elige aleatoriamente un tipo para cada jugador de acuerdo con la distribución de probabilidad asignada para ese conjunto de sucesos. Harsanyi (Harsanyi 1967) propone un enfoque para modelar un juego bayesiano, de tal manera permite que los juegos de información incompleta se conviertan en juegos de información imperfecta, en los cuales la historia del juego no está disponible para todos los jugadores. En un juego bayesiano, el carácter incompleto de la información significa que al menos un jugador no está seguro del tipo del otro jugador.

Tales juegos se denominan bayesianos por el análisis probabilístico inherente en el juego. Los jugadores tienen creencias iniciales sobre el tipo de cada jugador (una creencia es una distribución de probabilidad sobre los tipos posibles de un jugador) y se pueden actualizar sus creencias de acuerdo con la regla de Bayes conforme se lleva a cabo el juego, es decir, la creencia de que un jugador tiene sobre el tipo de otro jugador podría cambiar en función de las acciones que han jugado. La falta de información en manos de los jugadores y el modelado de las creencias significa que este tipo de juegos también se utilizan para analizar escenarios de información imperfecta.

Definición formal de juegos bayesianos.

En el juego bayesiano $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$ una estrategia del jugador i es una función $s_i(t_i)$ donde, para cada tipo t_i en T_i, $s_i(t_i)$ determina la acción del conjunto factible A_i que el tipo t_i elegiría si el azar determinara que el jugador es de este tipo.

Al contrario que en otros juegos (tanto estáticos como dinámicos) con información completa, en un juego bayesiano, los espacios de estrategias no se dan en la representación en forma normal del juego, sino que se construyen a partir de los espacios de tipos y acciones. El conjunto de posibles estrategias (puras) del jugador i, S_i es el conjunto de todas las funciones posibles con dominio T_i y recorrido A_i. Por ejemplo, en una estrategia de separación, cada tipo t_i en T_i elige una acción diferente tipo a_i de A_i. Por el contrario, en una estrategia de agrupación, todos los tipos eligen la misma acción. Esta distinción entre estrategias de separación y de agrupación es importante para para el desarrollo de la investigación.

Podría parecer innecesario exigir que la estrategia del jugador i determine una acción factible para cada uno de los tipos posibles del jugador j. Después de todo, una vez que la naturaleza ha elegido un tipo particular y se lo ha revelado a un jugador, puede parecer que el jugador no necesita preocuparse por las acciones que podría haber tomado de haber salido elegido otro tipo. Sin embargo, el jugador i necesita tener en cuenta lo que harán los otros jugadores, y lo que harán depende de lo que piensen que hará el jugador i para cada t_i en T_i. Por lo tanto, para decidir qué hacer una vez que un tipo ha sido elegido, el jugador i tendrá que pensar qué habría hecho para cada otro tipo de T_i que podría haber sido elegido.

De forma más general, no podríamos aplicar la noción de equilibrio de Nash a juegos bayesianos si permitiéramos que la estrategia de un jugador no especificara lo que el jugador haría si algunos tipos resultaran elegidos por el azar. Puede haber parecido irrelevante exigir que la estrategia del jugador i en un juego dinámico con información completa especificase una acción factible para cada contingencia en la cual el jugador i podría haber tenido que jugar, pero no podríamos haber aplicado la noción de equilibrio de Nash a juegos dinámicos con información completa si hubiéramos permitido que alguna estrategia dejara sin determinar las acciones del jugador en alguna contingencia.

Habiendo introducido la definición de estrategia en un juego bayesiano, nos ocupamos ahora de la definición del equilibrio bayesiano de Nash, obviando la complejidad de la definición, informalmente la idea central es simple, la estrategia de cada jugador debe ser una mejor respuesta a las estrategias de los restantes jugadores. Es decir, un equilibrio bayesiano de Nash es simplemente un equilibrio de Nash en un juego bayesiano.

Definición formal de equilibro bayesiano de Nash.

En el juego bayesiano $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$ las estrategias $s^* = (s_1{}^*, \dots, s_n{}^*)$ forman un equilibrio bayesiano de Nash (con estrategias puras) si para cada jugador i y para cada uno de sus tipos t_i en T_i, $s_i{}^*(t_i)$ es una solución de

$$\max_{a_i \in A_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} u_i(s_1{}^*(t_i), \dots, s_{i-1}{}^*(t_{i-1}), a_i, s_{i+1}{}^*(t_{i+1}), \dots, s_n{}^*(t_n); t) p_i(t_{-i}|t_i)$$

Es decir, ningún jugador quiere cambiar su estrategia, incluso si el cambio supone cambiar sólo una acción para un tipo.

No está de más aclarar el teorema de Bayes para terminar de comprender a que nos referimos cuando hablamos de juegos bayesianos. En la teoría de la probabilidad, hablando en términos generales es un teorema que expresa la probabilidad condicional de un evento aleatorio A dado B en términos de la distribución de probabilidad condicional del evento B dado A y la distribución de probabilidad marginal de sólo A.

Teorema de Bayes

Sea $\{A_1, \dots, A_i, \dots, A_n\}$ un conjunto de sucesos mutuamente excluyentes y exhaustivos, tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero. Sea B un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales $P(B|A_i)$. Entonces, la probabilidad $P(A_i|B)$ viene dada por la expresión:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)}$$

Dónde:

$P(A_i)$ Son las probabilidades a priori.

$P(B|A_i)$ Es la probabilidad de B en la hipótesis A_i.

$P(A_i|B)$ Son las probabilidades a posteriori.

Esta fórmula puede ampliarse pero no es necesario a los fines de la investigación.

Especificación de juegos

La representación de la forma normal de un juego no bayesiano con información perfecta es una especificación de los espacios de estrategias y funciones de ganancias de los jugadores. Una estrategia para un jugador es un plan de acción completo que cubra todas las contingencias del juego, aun cuando esa contingencia no pueda ocurrir. El espacio de estrategias de un jugador es por lo tanto el conjunto de todas las estrategias disponibles para un jugador.

En un juego bayesiano, es necesario especificar los espacios de estrategias, espacios de tipos, funciones de pago y las creencias de cada jugador. Una estrategia para un jugador es un plan de acción completo que cubra todas las contingencias que puedan surgir para cada tipo de jugador que podría ser. Una estrategia no sólo debe especificar las acciones del jugador dado el tipo que es, sino que debe especificar las acciones que tomaría si fuera de otro tipo. Los espacios de estrategias se definen como todas las posibles acciones a tomar por un jugador en cada nodo. Un espacio de tipos para un jugador es precisamente el conjunto de todos los tipos posibles de ese jugador. Las creencias de un jugador de describir la incertidumbre de que el jugador acerca de los tipos de los otros jugadores. Cada creencia es la probabilidad de que los otros jugadores que tienen tipos particulares, teniendo en cuenta el tipo de jugador con esa creencia.

El juego se define, por ejemplo, como: $G = \{N, T, (A_i, u_i, T_i, s_i, p_i C_i)_{i \in N}\}$, donde

1. N es el conjunto de jugadores.

2. T es el conjunto de los estados de la naturaleza o del azar.

3. A_i es el conjunto de acciones para el jugador i.

4. T_i es el tipo de jugador i, decidido por la función $s_i: T \to T_i$. Así que para cada estado de la naturaleza, el juego tiene diferentes tipos de jugadores. El resultado de los jugadores es lo que determina su tipo.

5. $C_i \subseteq A_i \times T_i$ define las acciones disponibles para el jugador i de algún tipo T_i .

6. p_i es la distribución de probabilidad sobre T para cada jugador i, es decir, cada jugador tiene puntos de vista diferentes de la distribución de probabilidad sobre los estados de la naturaleza. En el juego, nunca saben con exactitud el estado de la naturaleza más allá de que puedan hacer una inferencia sobre el mismo.

A partir de la breve explicación de los conceptos que se introducen en los párrafos anteriores, se continúa con el más necesario para este trabajo de investigación que es el equilibrio bayesiano perfecto.

Lo primero a introducirse son los juegos de señalización, como punto inicial debe saberse que es un juego dinámico con información completa o incompleta y dos jugadores: un emisor (E) y un receptor (R).

El desarrollo del juego en 4 pasos se describe de la siguiente manera:

1. El azar, la naturaleza o algún otro ente ajeno al juego, escoge un tipo, o situación de su conjunto de posibilidades, por ejemplo $t_i | t_i \in T$ con $T = \{t_1, \dots, t_i, \dots, t_n\}$. La elección se realiza de acuerdo a alguna distribución de probabilidad $r(t)$ donde $r(t_i) > 0$ para cada i y $r(t_1 + \cdots + t_n) = 1$

2. El emisor, el jugador que juega primero, observa t_i y elige un mensaje m_j del conjunto de mensajes factibles $M = \{m_1, \dots, m_j, \dots, m_l\}$

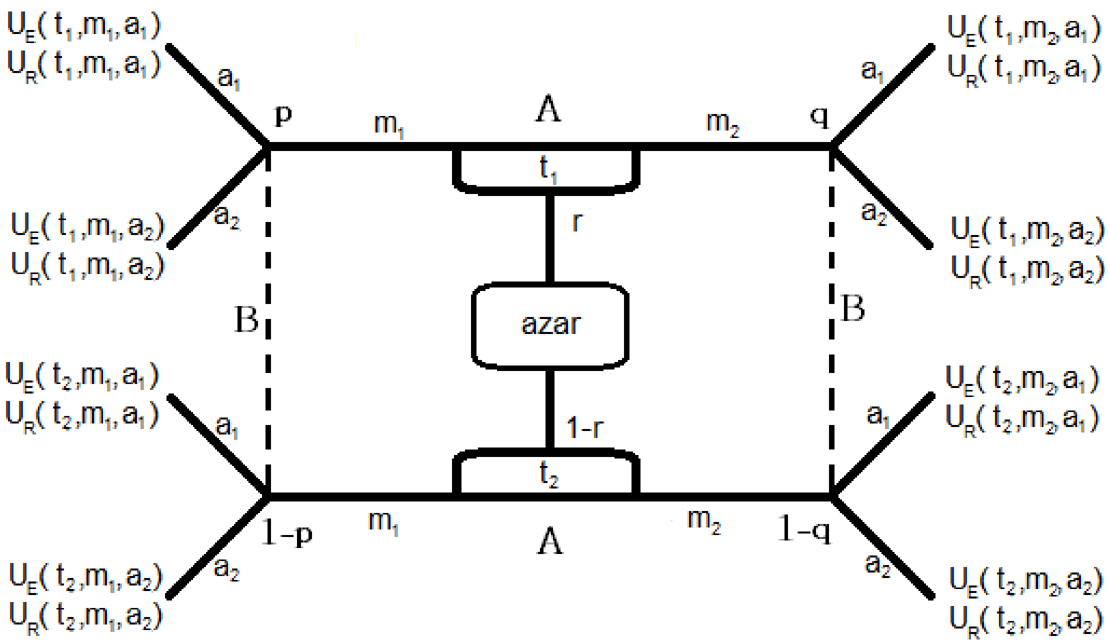
3. El receptor, jugador que juega en segundo lugar, observa m_j pero no conoce t_i. Con esta información elige una acción a_k de un conjunto de acciones posibles $A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_p\}$.

4. Los pagos o ganancias se obtienen de acuerdo a $U_E = \{t_i, m_j, a_k\}$ y $U_R = \{t_i, m_j, a_k\}$. Siendo U_E la función de pagos del jugador emisor, U_R la función de pagos del jugador receptor, y dependiendo ambas del tipo que seleccionó el azar, el mensaje elegido por el emisor y la acción tomada por el receptor.

En muchas aplicaciones, los conjuntos T, M Y A son intervalos de la recta real, en lugar de conjuntos finitos como los considerados aquí, en el caso bajo estudio algunos serán conjuntos finitos y otros intervalos de la recta real como el $[0,1]$. Es inmediato permitir que el conjunto de mensajes factibles dependa del tipo que determina el azar, y que el conjunto de acciones factibles dependa del mensaje que envía el emisor.

A continuación, en la *figura 1*, se introduce una simple representación extensiva de un modelo como el considerado en los párrafos anteriores. Esta representación es conocida como árbol del juego o diagrama de campo de futbol por su inmediato parecido.

Figura 1



Representación extensiva de un juego dinámico con información incompleta.

El mismo solo posee los conjuntos finitos con solo 2 elementos, dando lugar así a 8 pagos posibles distintos. Es importante saber que (en cualquier juego) la estrategia de un jugador es un plan de acción completo, es decir, una estrategia debe detallar una acción factible para cada contingencia en la cual el jugador pudiera tener que actuar.

Por lo tanto, en un juego de señalización, una estrategia pura del emisor es una función $m(t_i)$ que especifica qué mensaje elegirá para cada tipo que el azar pueda determinar, y una estrategia pura del receptor es una función $a(m_j)$ que especifica qué acción elegirá ante cada mensaje que el emisor pueda enviar. En el juego simple de la *figura 1*, tanto el emisor como el receptor cuentan con cuatro estrategias puras. A saber,

- Estrategia 1 del emisor: Jugar m_1 si el azar determina t_1 y jugar m_1 si el azar determina t_2.
- Estrategia 2 del emisor: Jugar m_1 si el azar determina t_1 y jugar m_2 si el azar determina t_2.
- Estrategia 3 del emisor: Jugar m_2 si el azar determina t_1 y jugar m_1 si el azar determina t_2.
- Estrategia 4 del emisor: Jugar m_2 si el azar determina t_1 y jugar m_2 si el azar determina t_2.
- Estrategia 1 del receptor: Jugar a_1 si el emisor elige m_1 y jugar a_1 si el emisor elige m_2.
- Estrategia 2 del receptor: Jugar a_1 si el emisor elige m_1 y jugar a_2 si el emisor elige m_2.
- Estrategia 3 del receptor: Jugar a_2 si el emisor elige m_1 y jugar a_1 si el emisor elige m_2.
- Estrategia 4 del receptor: Jugar a_2 si el emisor elige m_1 y jugar a_2 si el emisor elige m_2.

Llamamos a las estrategias primera y cuarta del emisor de agrupación o agrupadoras, porque cada tipo hace que el emisor envié el mismo mensaje, mientras que a la segunda y tercera de separación, porque cada tipo envía un mensaje diferente. En un modelo con más de dos tipos también existen estrategias de agrupación parcial (o de semi-separación) en las cuales todos los tipos en un determinado conjunto de tipos envían el mismo mensaje, pero diferentes conjuntos de tipos envían mensajes diferentes. De estas últimas no nos encargaremos en el presente trabajo.

En el juego con dos tipos de la *figura 1* existen estrategias mixtas análogas llamadas estrategias híbridas, en las cuales (digamos) t_1 juega m_1 pero t_2 escoge aleatoriamente entre m_1 y m_2.

Una manera de reforzar el concepto de equilibrio para excluir el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos es imponer los dos siguientes requisitos:

Requisito 1.

En cada conjunto de información el jugador que decide debe formarse una conjetura sobre el nodo del conjunto de información al que se ha llegado en el juego. Para un conjunto de información con más de un elemento, una conjetura es una distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto de información; para un conjunto de información con un único elemento, la conjetura del jugador asigna probabilidad uno al único nodo de decisión.

Requisito 2.

Dadas sus conjeturas, las estrategias de los jugadores deben ser sucesivamente racionales. Es decir, en cada conjunto de información, la acción tomada por el jugador al que le toca jugar y su estrategia subsiguiente deben ser óptimas, dada la conjetura del jugador en ese conjunto de información y las subsiguientes estrategias de los demás jugadores (donde una “estrategia subsiguiente” es un plan de acción completo que cubre contingencia que podría darse después de haberse alcanzado el conjunto de información).

En la *figura 1*, el requisito uno significa que si el juego alcanza el conjunto de información con más de un elemento del jugador B, éste debe formarse una conjetura sobre el nodo que se ha alcanzado (o, de forma equivalente, sobre si el jugador A ha jugado m_1o m_2. Esta conjetura se representa con las probabilidades r y $1-r$ ligadas a los nodos relevantes serían p y $1-p$ o q y $1-q$ en la representación extensiva, como muestra la *figura 1*.

Por ejemplo, dada la conjetura del jugador B, la ganancia esperada por jugar a_1 dado que el jugador A jugó m_1 es $p(U_R(t_1, m_1, a_1)) + (1-p)(U_R(t_2, m_1, a_1))$, mientras que la ganancia esperada por jugar a_2 es $p(U_R(t_1, m_1, a_2)) + (1-p)(U_R(t_2, m_1, a_2))$. Suponiendo, solo a fines explicativos, que $p(U_R(t_1, m_1, a_1)) + (1-p)(U_R(t_2, m_1, a_1))$ es mayor que $p(U_R(t_1, m_1, a_2)) + (1-p)(U_R(t_2, m_1, a_2))$ para cualquier valor de p, el requisito 2 hace que el jugador 2 no elija a_2. Así, basta con exigir que cada jugador tenga una conjetura y actúe óptimamente de acuerdo con ella para eliminar el equilibrio inverosímil (m_1, a_2) en este ejemplo.

Los requisitos uno y dos insisten en que los jugadores se formen conjeturas y actúen de forma óptima según éstas, pero no que estas conjeturas sean razonables. Para imponer requisitos adicionales a las conjeturas de los jugadores, distinguimos entre conjuntos de información que están en la trayectoria de equilibrio y los que están fuera de la trayectoria de equilibrio. Por tanto es importante introducir la siguiente definición.

Definición de conjunto de información en la trayectoria de equilibrio.

Para un equilibrio dado en un cierto juego en forma extensiva, un conjunto de información está en la trayectoria de equilibrio si se alcanza con probabilidad positiva cuando el juego se desarrolla según las estrategias de equilibrio, y fuera de la trayectoria de equilibrio si es seguro que no se alcanza cuando el juego se desarrolla según las estrategias de equilibrio, (donde “equilibrio” puede significar equilibrio de Nash, perfecto en subjuegos, bayesiano o bayesiano perfecto). Además es necesario exigir un requisito adicional.

Requisito 3.

En conjuntos de información sobre la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan de acuerdo con la regla de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.

Los tres requisitos capturan el espíritu de un equilibrio bayesiano perfecto. La característica crucial diferencial de este concepto de equilibrio se debe a que en la definición de equilibrio las conjeturas se elevan al nivel de importancia de las estrategias. Formalmente, un equilibrio ya no consiste simplemente en una estrategia para cada jugador sino que ahora también incluye una conjetura para cada jugador en cada conjunto de información en el que el jugador tenga que jugar. La ventaja de hacer explícitas las conjeturas de los jugadores de esta manera es que los jugadores eligen estrategias creíbles y forman conjeturas razonables, tanto dentro de la trayectoria de equilibrio (en el requisito tres) como fuera de ésta (en el requisito cuatro que se presenta a continuación).

Requisito 4.

En conjuntos de información fuera de la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan según la regla de Bayes y las estrategias de los jugadores donde sea posible.

En muchas aplicaciones los tres requisitos no sólo capturan el espíritu del equilibrio bayesiano perfecto, sino que también constituyen su definición. Sin embargo, en aplicaciones económicas más complejas, se necesita imponer más requisitos con objeto de eliminar equilibrios inverosímiles. Distintos autores han utilizado diferentes definiciones del equilibrio bayesiano perfecto. Todas las definiciones incluyen los tres requisitos; algunas también incluyen el requisito cuatro y algunas imponen requisitos adicionales. En este trabajo tomaremos los requisitos uno a cuatro como definición del equilibrio bayesiano perfecto.

Definición formal de equilibrio bayesiano perfecto.

Un equilibrio bayesiano perfecto consiste en estrategias y conjeturas que satisfacen todos los requisitos uno a cuatro, anteriormente mencionados.

Por último se hace una diferenciación informal entre equilibrios. En un equilibrio de Nash, la estrategia de cada jugador debe ser una mejor respuesta a las estrategias de los otros jugadores, por lo que ningún jugador elige una estrategia estrictamente dominada. En un equilibrio bayesiano perfecto, los requisitos uno y dos equivalen a exigir que la estrategia de ningún jugador esté estrictamente dominada comenzando en cualquier conjunto de información.

El equilibrio de Nash y el equilibrio bayesiano de Nash no comparten esta característica en conjuntos de información situados fuera de la trayectoria de equilibrio, como los conjuntos de información que no están contenidos en ningún subjuego. El equilibrio bayesiano perfecto suple estas falencias: los jugadores no pueden amenazar con jugar estrategias estrictamente dominadas al comienzo de cualquier conjunto de información fuera de la trayectoria de equilibrio.

Como indicamos anteriormente, una de las virtudes del concepto de equilibrio bayesiano perfecto es que hace explícitas las conjeturas de los jugadores para imponer no sólo los requisitos tres y cuatro, sino también otros requisitos (sobre conjeturas fuera de la trayectoria de equilibrio). Puesto que el equilibrio bayesiano perfecto no permite que el jugador j juegue una estrategia estrictamente dominada comenzando en un conjunto de información fuera de la trayectoria de equilibrio, tal vez no sea razonable que el jugador j crea que el jugador i jugará tal estrategia. Sin embargo, puesto que el equilibrio bayesiano perfecto hace que las conjeturas de los jugadores sean explícitas, este equilibrio no puede reconstruirse procediendo hacia atrás en representación extensiva del juego, como se hace para construir el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos. El requisito dos determina la acción de un jugador en un conjunto de información dado basado en parte en la conjetura del jugador sobre dicho conjunto de información. Si el requisito tres o el requisito cuatro se aplican a este conjunto de información, determinan la conjetura del jugador a partir de las acciones de los jugadores situados más arriba en la forma extensiva del juego. Pero el requisito dos determina las acciones situadas con anterioridad en el orden de juego, basándose en parte en las estrategias subsiguientes de los jugadores, incluyendo la decisión en el conjunto de información original. Esta circularidad implica que una sola pasada por inducción hacia atrás a lo largo del juego (normalmente) no es suficiente para calcular un equilibrio bayesiano perfecto.

Ahora, recordando los requisitos que establecieron con anterioridad, se construirá una definición formal del equilibrio bayesiano perfecto en un juego de señalización. Para simplificar, se limitará la atención a las estrategias puras. Puesto que el emisor conoce la historia completa del juego cuando elige un mensaje, esta elección se da en un conjunto de información con un único elemento. (Existe un conjunto de información de esa clase para cada tipo que el azar pudiera determinar.) Por tanto, el requisito uno es trivial cuando se aplica al emisor. El receptor, por el contrario, elige una acción después de observar el mensaje del emisor pero sin conocer el tipo de éste, por lo que la elección del receptor se da en un conjunto de información con más de un elemento. (Existe un conjunto de información de esa clase para cada mensaje que pudiera elegir el emisor y cada uno de estos conjuntos de información tiene un nodo para cada tipo que pudiera haber determinado el azar.) Aplicando el requisito uno al receptor obtenemos:

Requisito 1 de señalización.

Después de observar cualquier mensaje m_j de M, el receptor debe formarse una conjetura sobre qué tipos podría haber enviado m_j. Denotemos esta conjetura con la distribución de probabilidad $\mu(t_i|m_j) \geq 0$ para cada tipo t_i en T y

$$\sum_{t_i \in T} \mu(t_i|m_j) = 1$$

Dados el mensaje del emisor y la conjetura del receptor, es inmediato caracterizar la acción óptima del receptor. Aplicando el requisito dos al receptor obtenemos:

Requisito 2R de señalización.

Para cada m_j en M, la acción del receptor $a^*(m_j)$ debe maximizar la utilidad esperada del receptor dada la conjetura $\mu(t_i|m_j)$ sobre qué tipos podrían haber enviado m_j. Es decir, $a^*(m_j)$ es una solución de

$$\max_{a_k \in A} \sum_{t_i \in T} \mu(t_i|m_j)\, U_R(t_i, m_j, a_k)$$

El requisito dos también se aplica al emisor, pero éste tiene información completa (y por tanto una conjetura trivial), teniendo en cuenta además decide solamente al principio del juego, por lo que el requisito dos es simplemente que la estrategia del emisor sea óptima dada la estrategia del receptor:

Requisito 2E de señalización.

Para cada t_i en T, el mensaje del emisor $m^*(t_i)$ debe maximizar el pago del emisor dada la estrategia del receptor $a^*(m_j)$. Esto significa, $m^*(t_i)$ es una solución de

$$\max_{m_j \in M} \; U_E\left(t_i, m_j, a^*(m_j)\right)$$

Por último, dada la estrategia del emisor $m^*(t_i)$, sea T_j el conjunto de tipos que envían el mensaje m_j. Es decir, t_i es un elemento del conjunto T_j si $m^*(t_i) = m_j$. Si T_j no está vacío, el conjunto de información correspondiente al mensaje m_j está en la trayectoria de equilibrio; en caso contrario, ningún tipo envía m_j, por lo que el conjunto de información correspondiente está fuera de la trayectoria de equilibrio. Para mensajes en la trayectoria de equilibrio, la aplicación del requisito tres a las conjeturas del receptor resultaría en:

Requisito 3 de señalización.

Para cada m_j en M, si existe t_i en T tal que $m^*(t_i) = m_j$, la conjetura del receptor en el conjunto de información correspondiente a m_j debe ser derivada de la regla de Bayes y la estrategia del emisor:

$$\mu(t_i|m_j) = \frac{p(t_i)}{\sum_{t_i \in T_i} p(t_i)}$$

Definición formal de equilibrio bayesiano perfecto.

Un equilibrio bayesiano perfecto con estrategias puras en un juego de señalización consiste en un par de estrategias $m^*(t_i)$ y $a^*(m_j)$, y en una conjetura $\mu(t_i|m_j)$ que satisfacen los requisitos de señalización uno, dos R, dos E y tres.

Habiendo finalizado el marco teórico en el cual se incluyeron todos los conceptos necesarios para que le lector pueda comprender la investigación llevada a cabo, así también los mismos conceptos, cerramos el capítulo que servirá de base para el desarrollo del trabajo.

CAPÍTULO II
MODELO SIMPLE

1. HISTORIA DEL JUEGO

Una vez que ha sido delimitado el camino que se transitará para el desarrollo de la investigación en cuestión, se presenta una versión simple del problema general, a fines tanto introductorios como didácticos. Debido a esto, todas las explicaciones seguidas a continuación serán intuitivas, sin definiciones formales las cuales serán introducidas en el modelo más general.

El juego a resolver a lo largo de todo el trabajo es un juego dinámico de información incompleta como el ilustrado en *figura 1*, en este habrá dos jugadores, un emisor que juega primero y un receptor que juega último. Cada uno cuenta con su espacio de estrategias, que tendrá solamente dos elementos. Además es importante recordar que el azar o la naturaleza es quien juega en el momento cero determinando un tipo para la condición que enfrentarán los jugadores.

El mismo consiste de dos candidatos a presidente que se presentan en las elecciones generales de su país. Uno de ellos, el jugador A, es presidente actualmente y va por la reelección, mientras que el otro, el jugador B, es candidato por primera vez. Es por esto que el Jugador A juega primero y tiene acceso a mayor cantidad de información que el Jugador B. El país en cuestión se acerca a un problema, que puede ser menor, en cuyo caso se lo caratula de adversidad, o mayor, denominado crisis. La adversidad tiene un costo de imagen, de recursos, de grados de libertad pequeño para ser resuelta, mientras que la crisis tiene un costo significativo. Ejemplificando esto una adversidad puede ser una pequeña crisis de balanza de pagos como las que se experimentaban entre 1910 y 1950 en la Argentina, donde bastaba con una pequeña devaluación para retomar el sendero estable de la economía, o una gran crisis, como lo fue la del año 1989 con la hiperinflación, o la del año 2001, donde la solución no es tan clara e inmediata y además tiene un costo mucho mayor.

El jugador A es el jugador emisor en este caso y es quien observa el tipo que el azar determina, luego el jugador A con toda la información de la cual dispone en ese momento, maximiza su beneficio que en este caso es su pago, escogiendo una estrategia de su espacio de estrategias, las cuales pueden ser jugar a ganar (G) o jugar a no ganar (NG). ¿Qué significa cada una? Jugar a ganar es realizar la mayor campaña posible lo cual le hará conseguir muchos más votos que si hiciera una campaña solo a efectos de figurar, como lo haría cuando juega a no ganar.

Acto seguido, el jugador B observa el mensaje enviado por el emisor, pero no el tipo que el azar determinó, y teniéndolo en cuenta junto con toda información de la cual dispone en ese momento escoge una estrategia de su espacio de estrategias, que al igual que el del jugador A está compuesto por ganar (g) y no ganar (ng).

Válido es aclarar que a lo largo de todo el escrito será indistinto mencionar Jugador A, A, jugador emisor o emisor; de igual modo para el jugador B, B, jugador receptor o receptor. También lo haremos para las estrategias que pueden ser nombradas indistintamente como jugar a ganar, ganar, hacer campaña grande, jugar a g, o simplemente g en mayúscula o minúscula según el jugador de que se esté hablando. De este modo una vez que el azar determinó un tipo, el jugador A escogió una estrategia y el jugador B escogió otra, el juego termina y cada uno obtiene su pago correspondiente de acuerdo a las acciones que se sucedieron.

2. SUPUESTOS Y OTRAS CONSIDERACIONES

Para comenzar con cualquier modelo económico es necesario establecer los supuestos y las condiciones generales sobre las que se sustenta el mismo. Estos se enumeran a continuación,

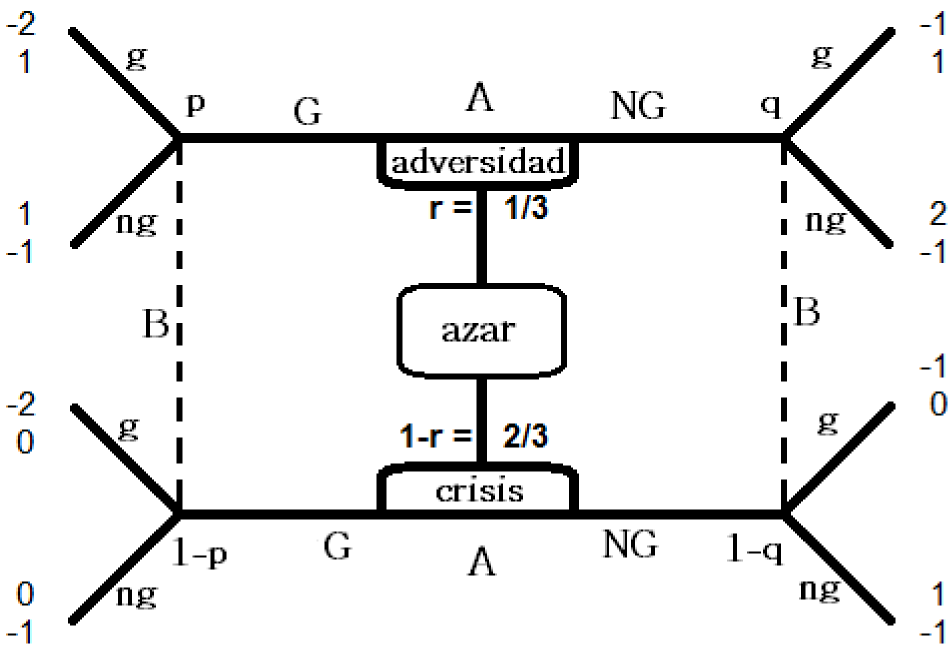
- Existen dos jugadores racionales[1] en el juego. Pueden elegir entre dos estrategias mutuamente excluyentes, que son jugar a ganar o jugar a no gana r, si bien es redundante aclaramos que jugar a ganar implica hacer una campaña grande mientras que jugar a no ganar implica hacer una campaña chica. Para distinguir las de cada jugador, cuando se hable de A las acciones se escriben en mayúscula, mientras que cuando se refiera a b se hará en minúscula.
- El jugador A, emisor, conoce el tipo que determinó el azar en el momento cero.
- El jugador B, receptor, puede observar la estrategia tomada por el jugador A pero no observa el tipo que determinó el azar.
- Son información de público conocimiento los espacios de estrategias, quien gana y quien pierde, los pagos, las distribuciones de probabilidad del azar y del jugador B.
- Los pagos se determinan de acuerdo al tipo que determinó el azar y las estrategias ejecutadas por los jugadores.
- Gana las elecciones quien hizo mayor tamaño de campaña, si son iguales, es decir cuando ambos candidatos juegan la misma estrategia, sucede lo que eligió el jugador B, ya que al jugar segundo tiene la posibilidad de anticiparse perfectamente, es decir, si ambos juegan a ganar, gana B; si ambos juegan a no ganar, quien no gana es B.

[1] Por racionales se entiende maximizadores de beneficio.

3. REPRESENTACIÓN EXTENSIVA Y RESOLUCIÓN

En la imagen a continuación se introduce la representación extensiva del modelo simple que se resolverá, el cual servirá como base para plantear un modelo generalizado.

Figura 2



Representación extensiva del juego.

Los pagos han sido determinados de acuerdo con las fórmulas y los valores que aparecen en las tablas a continuación,

Tabla 1

Tipo	Estrategia de B	Jugador	G	NG
$Adversidad$	g	A	$-Tg$	$-Tc$
		B	$B-A-Tg$	$B-A-Tg$
	ng	A	$B-A-Tg$	$B-A-Tc$
		B	$-Tc$	$-Tc$
$Crisis$	g	A	$-Tg$	$-Tc$
		B	$B-C-Tg$	$B-A-Tg$
	ng	A	$B-C-Tg$	$B-C-Tc$
		B	$-Tc$	$-Tc$

Tabla 2

Variable	Significado	Valor
B	Botín, esto representa el acceso a la información, al poder ejecutivo, todos los beneficios que engloban ser presidente.	4
A	Costo de la Adversidad, se puede entender como el costo que le representará al nuevo presidente solucionarla, costo de imagen, de grados de libertad, financiero.	1
C	Costo de la Crisis, mismo concepto que en el casillero de arriba, pero necesariamente un número mayor.	2
Tg	Costo de campaña grande. Todos los costos de propaganda, publicidad y anuncios en los que se incurre en una gran campaña política.	2
Tc	Costo de campaña chica. Todos los costos de propaganda, publicidad y anuncios en los que se incurre en una campaña política a efectos de figurar, sin esperanzas de ganar las elecciones.	1

El método utilizado para la resolución del juego es plantear todas las estrategias que podrían ser un equilibrio del mismo y analizar para cada una de esas estrategias posibles desvíos beneficiosos, es decir que les genere una mayor ganancia que la estrategia propuesta.

A continuación se enumeran todas las posibles estrategias:

- Estrategia 1 del emisor: Jugar G si el azar determina A y G si el azar determina C.
- Estrategia 2 del emisor: Jugar G si el azar determina A y NG si el azar determina C.
- Estrategia 3 del emisor: Jugar NG si el azar determina A y G si el azar determina C.
- Estrategia 4 del emisor: Jugar NG si el azar determina A y NG si el azar determina C.
- Estrategia 1 del receptor: Jugar g si el emisor elige G y jugar g si el emisor elige NG.
- Estrategia 2 del receptor: Jugar g si el emisor elige G y jugar ng si el emisor elige NG.
- Estrategia 3 del receptor: Jugar ng si el emisor elige G y jugar g si el emisor elige NG.
- Estrategia 4 del receptor: Jugar ng si el emisor elige G y jugar ng si el emisor elige NG.

Se comienza por analizar las estrategias del jugador emisor ya que este juego es envolvente, es decir, para que el jugador emisor pueda encontrar su equilibrio, primero deberá analizar todas las estrategias posibles que tomaría el jugador receptor. La primera estrategia tenida en cuenta es la número uno del emisor, esta estrategia es agrupadora, ya que independientemente del tipo que determina el azar, el jugador A realizaría la misma acción jugando G.

Lo primero que supondremos es que el azar determina que el gobierno solo tiene una adversidad, no una crisis, esta suposición siempre se hará al comienzo de cada análisis. Esto nos sitúa en la parte superior del gráfico, con esta información el jugador A lo primero que hace es ponerse en el lugar del jugador B para saber qué cursos de acción tomará para cada mensaje que él envíe. Por lo tanto lo que primero hace el jugador A es resolver cual sería el equilibrio para el jugador B en cada caso.

La primer opción considerada es cuando es azar determina adversidad, y el candidato a equilibrio de A hace que realice la acción jugar a ganar G, ante este mensaje el jugador B puede elegir jugar a ganar también o jugar a no ganar.

Lo que el jugador B sabe es que nos encontramos en el lado izquierdo del gráfico, pero desconoce si estamos en la parte superior o inferior del mismo, para suplir esta falta de información hace una conjetura. El jugador receptor conoce la estrategia candidato a equilibrio que se está analizando, por lo tanto cree que el jugador emisor nunca enviaría el mensaje jugar a no ganar, y esto lo hace creer que la probabilidad p, probabilidad de que A haya jugado G dado que el azar determinó adversidad es igual a la probabilidad r=1/3, probabilidad de que el azar determine adversidad, como así también la probabilidad 1-p, probabilidad de que A haya jugado G dado que el azar determinó crisis es igual a la probabilidad 1-r=2/3.

Con esta conjetura y conociendo los pagos, realiza el cálculo de los pagos esperados para cada una de sus acciones posibles.

Pago esperado de jugar g dado el mensaje G

$$\frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{1}{3}$$

Pago esperado de jugar ng dado el mensaje G

$$\frac{1}{3} \times (-1) + \frac{2}{3} \times (-1) = -1$$

Habiendo obtenido estos resultados, el jugador B sabe que le conviene jugar a ganar, g, ya que tiene un pago esperado mayor que jugar a no ganar. Lo cual implica para el jugador A que el pago que obtendrá de la acción jugar a ganar será -2, una vez que se ha considerado lo que hará B.

Lo que hace el jugador A en esta instancia es analizar si desviándose de su candidato a equilibrio propuesto podría obtener un beneficio mayor, es decir que pasaría cuando el azar determina adversidad y él juega a No Ganar.

Una vez más debe colocarse en el lugar de B y calcular cual es la acción que tomaría cuando vea que A envía el mensaje No Ganar.

En este caso, las conjeturas siguen siendo q y 1-q, porque el candidato a equilibrio nada dice sobre que sucede fuera de la trayectoria de equilibrio. De este modo se calculan los pagos pertinentes,

Pago esperado de jugar g dado el mensaje NG

$$q \times 1 + (1 - q) \times 0 = q$$

Pago esperado de jugar ng dado el mensaje NG

$$q \times (-1) + (1 - q) \times (-1) = -1$$

Bien es sabido que q es una probabilidad y como tal no puede ser negativa, por tanto, para cualquier número que se le asigne a q siempre será mayor que -1 lo que inequívocamente determina que será más conveniente para el jugador B jugar a ganar.

De este modo A recibiría -1 como pago cuando se desviase y jugase a no ganar lo cual es mayor que -2 y nos alcanza para descartar el candidato a equilibrio sugerido al haberse encontrado un desvío beneficioso. En otras palabras, vemos que esta estrategia no puede ser equilibrio porque existe al menos un jugador con inventivos a desviarse.

Comenzamos entonces a analizar la segunda estrategia, donde lo que el jugador A haría es jugar a Ganar ante una adversidad y jugar a No Ganar ante una crisis. Ante este candidato a equilibrio, el jugador B realiza nuevas conjeturas, es decir, los valores de p y q. El valor de p es uno, ya que la probabilidad es total de que en el contexto de la adversidad el jugador A escoja ganar, mientras que el valor de q será cero ya que no existe probabilidad de que el jugador A elija jugar a no ganar cuando la situación es una adversidad. Con esta información el jugador B calcula sus pagos esperados.

Pago esperado de jugar g si el mensaje fue G

$$1 \times 1 + 0 \times 0 = 1$$

Pago esperado de jugar ng si el mensaje fue G

$$1 \times (-1) + 0 \times (-1) = -1$$

Lo cual hace que el Jugador B elija jugar a ganar ya que le otorga un pago mayor siempre. Obteniendo así -2 como pago para el jugador A. En caso de que el jugador A decidiera desviarse y enviase el mensaje No Ganar, el jugador B calcularía sus pagos esperados con las conjeturas anteriormente mencionadas.

Pago esperado de jugar g si el mensaje fue NG

$$0 \times 1 + 1 \times 0 = 0$$

Pago esperado de jugar ng si el mensaje fue NG

$$0 \times (-1) + 1 \times (-1) = -1$$

Lo cual, una vez más, hace que el Jugador B elija jugar a ganar ya que le otorga un pago mayor siempre. Obteniendo así -1 como pago para el jugador A que es mayor que -2, como en el caso anterior se obtiene el mismo resultado, existe un desvío beneficioso que es suficiente para descartar el candidato a equilibrio.

Continuamos el análisis con la estrategia número 3, la cual consiste en jugar a No Ganar ante una adversidad y jugar a Ganar ante una crisis.

Como primer paso, aclaramos las conjeturas que el jugador B forma son análogas a las anteriores, es decir, p es cero ahora mientras que q es igual a uno. Nuevamente se calculan los pagos esperados de cada acción. Los pagos esperados en este caso, recordando que analizamos primero cuando el azar determina adversidad, vienen dados por,

Pago esperado de jugar g si el mensaje fue NG

$$1 \times 1 + 0 \times 0 = 1$$

Pago esperado de jugar ng si el mensaje fue NG

$$1 \times (-1) + 0 \times (-1) = -1$$

Nuevamente, la decisión óptima de B dada toda la información disponible es jugar a ganar, conociendo el pago -1, que recibirá A, podemos ahora comparar que sucedería en caso de desviarse. Donde los pagos vienen determinados de acuerdo a,

Pago esperado de jugar g si el mensaje fue G

$$0 \times 1 + 1 \times 0 = 0$$

Pago esperado de jugar ng si el mensaje fue G

$$0 \times (-1) + 1 \times (-1) = -1$$

Vemos que de este modo el jugador B jugará ganar nuevamente, obteniendo así el jugador A un pago de -2, el cual es menor que el pago de propuesto por la estrategia de equilibrio, por tanto debemos seguir analizando que ocurría en otras situaciones para la misma estrategia, ya que ha superado la primera prueba para ser equilibrio.

Lo que se hará en este caso es analizar que sucede cuando el azar determina crisis, lo que nos sitúa mitad inferior del gráfico, como ya conocemos las acciones que realizaría el jugador B para cada mensaje, solo necesitamos observar los posibles pagos que el jugador A obtendría.

Si sigue el curso de acción propuesto por la estrategia candidato a equilibrio, elegiría Ganar, y teniendo en cuenta que B también elegiría la misma acción, el pago que obtiene en ese caso es de -2, mientras que si se desviase, sabiendo que también B elegiría jugar a ganar ante el mensaje No Ganar de A, este último obtendría -1, lo cual es mayor y por tanto, determina un desvío beneficioso descartando así a la estrategia candidato.

Por último analizamos la estrategia candidato a equilibrio restante, que consiste en jugar a No Ganar tanto si el azar determina adversidad como si determina crisis. Esta estrategia hace al jugador B creer que el jugador emisor nunca enviaría el mensaje jugar a Ganar, y esto lo hace creer que la probabilidad q, probabilidad de que A haya jugado NG dado que el azar determinó adversidad es igual a la probabilidad r=1/3, probabilidad de que el azar determine adversidad. Con esta inferencia sobre la realidad el jugador B calcula sus pagos esperados de cada acción,

Pago esperado de jugar g si el mensaje fue NG

$$\frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{1}{3}$$

Pago esperado de jugar ng si el mensaje fue NG

$$\frac{1}{3} \times (-1) + \frac{2}{3} \times (-1) = -1$$

Viendo así que el pago de jugar a ganar para el jugador B es siempre mayor, el pago que obtendrá A en caso de respetar el curso de acción será -1, número que usaremos de base para comparar con el pago que se obtenga en un posible desvío. A continuación se calculan los pagos de las acciones de B ante un desvío de A,

Pago esperado de jugar g si el mensaje fue G

$$p \times 1 + (1 - p) \times 0 = p$$

Pago esperado de jugar ng si el mensaje fue G

$$p \times (-1) + (1 - p) \times (-1) = -1$$

Estos pagos determinan que el jugador B jugara a ganar ante el mensaje Ganar del jugador A, ya que p siempre será positivo y por tanto mayor que -1, lo que hará que A reciba -2 como pago lo cual es menor que -1, de esta manera comprobamos que no existe desvío beneficioso cuando el azar determina adversidad.

Ahora se analizará el caso para cuando el azar determina crisis, como ya sabemos el jugador B jugara a ganar para cualquiera de los dos mensajes que pudiera enviar el jugador A por lo tanto los pagos de A serán,

Pago cuando envíe el mensaje No Ganar: -1

Pago cuando envíe el mensaje Ganar: -2

Lo cual muestra que en esta situación tampoco existiría un desvío beneficioso para esta estrategia, lo que nos permite concluir que es un equilibrio del Juego.

De esta manera hemos finalizado el análisis de equilibrios y hemos obtenido el siguiente como único equilibrio bayesiano perfecto del juego,

$$\{(NG, NG); (g, g); p \in \mathbb{R}; q = r\}$$

Una lectura del equilibrio sería, cuando el azar determine adversidad, el jugador A enviará el mensaje No Ganar y cuando el azar determine crisis, el jugador A enviará nuevamente el mensaje No Ganar, esto significa que el equilibrio es agrupador en No Ganar. Luego, cuando el jugador B observe el mensaje Ganar jugar a ganar, mientras que cuando observe el mensaje No Ganar, también jugará a no ganar. Por último, es requisito del equilibrio bayesiano perfecto que se establezcan las conjeturas de los jugadores para las cuales, las acciones anteriormente nombradas son equilibrio del juego, estas son que la probabilidad p sea un número real, claro está además que una probabilidad siempre pertenece al intervalo [0,1], y que la probabilidad q sea igual a r, es decir, las probabilidades que tiene el azar para cada uno de sus sucesos.

4. PRIMERAS CONCLUSIONES

Con este sencillo juego se pretendía involucrar al lector en la historia del juego, mostrando el método de resolución y de forma muy sencilla encontrar un equilibrio bayesiano perfecto, sin perderlo entre nomenclaturas y definiciones abstractas o complicadas innecesariamente.

La principal conclusión que se obtiene del desarrollo es que, como se estableció en los supuestos, el jugador B siempre lleva ventaja ya que al jugar segundo puede reaccionar perfectamente a la jugada del jugador A, esto le implica un pago mayor siempre. De este modo, como el jugador A no es ajeno a esta situación nunca le conviene incurrir en ningún costo para ganar las elecciones ya que no lo lograría de todas formas, acabando así con un mayor costo de campaña pero sin beneficios.

Este resultado, nos motivó a cambiar este supuesto, ya que no refleja la realidad adecuadamente. La posibilidad que consideramos es incluir una distribución de probabilidad para determinar al ganador y al perdedor que refleje de mejor manera como suceden los hechos.

CAPÍTULO III

MODELO GENERALIZADO

1. SUPUESTOS Y CONSIDERACIONES

En esta subsección aclaramos los nuevos supuestos y las condiciones generales del nuevo juego, muchas son iguales en el modelo anteriormente desarrollado, lo importante es poner la atención en las que son distintas.

- Existen dos jugadores racionales en el juego.Pueden elegir entre dos estrategias mutuamente excluyentes, que son jugar a ganar o jugar a no ganar, si bien es redundante aclaramos que jugar a ganar implica hacer una campaña grande mientras que jugar a no ganar implica hacer una campaña chica. Para distinguir las de cada jugador, cuando se hable de A las acciones se escriben en mayúscula, mientras que cuando se refiera a b se hará en minúscula.
- Los pagos se determinan de acuerdo al tipo que determinó el azar y las estrategias ejecutadas por los jugadores, y las probabilidades de ganar y perder en cada caso que corresponda.
- El jugador A, emisor, conoce el tipo que determinó el azar en el momento cero.
- El jugador B, receptor, puede observar la estrategia tomada por el jugador A pero no observa el tipo que determinó el azar.
- Son información de público conocimiento los espacios de estrategias, quien gana y quien pierde, los pagos, las distribuciones de probabilidad del azar y del jugador B.
- Gana las elecciones quien hizo mayor tamaño de campaña, si son iguales, es decir cuando ambos candidatos juegan la misma estrategia, esto se determina de acuerdo a una distribución de probabilidad conocida.
- Para darle realismo al modelo, como comentamos en las primeras conclusiones, establecemos las siguientes condiciones sobre los parámetros. Las primeras dos son inmediatas mientras que la tercera indica que el Botín debe ser mayor que el menor

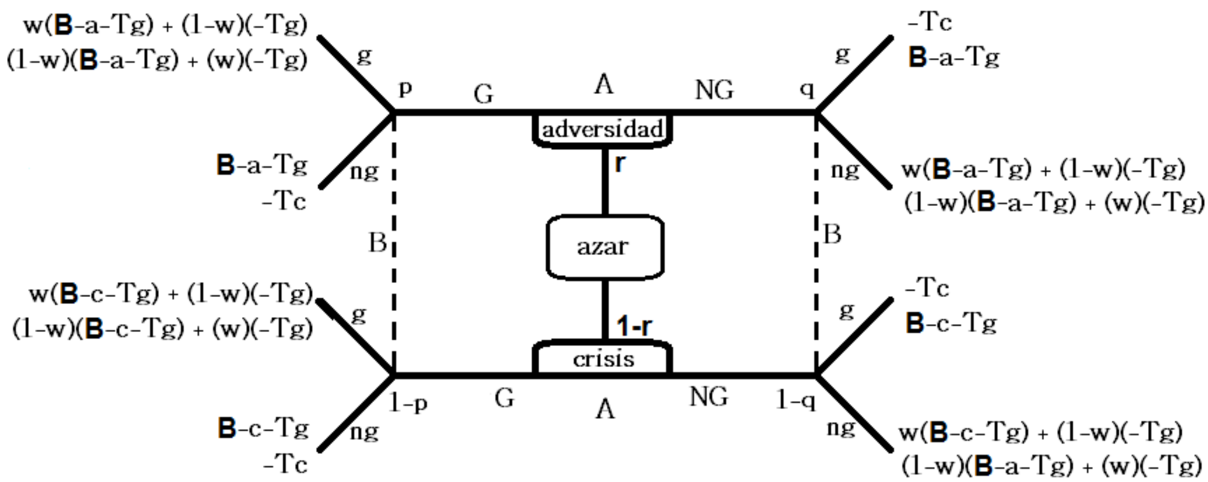
de los costos y menor que el mayor de los costos, esto es así con el fin de que el modelo sea pertinente, fuera de esos límites, escapa a la realidad que se quiere representar.

$$Tg > Tc$$
$$c > a$$
$$a + Tc < B < c + Tg$$

La historia detrás del juego no cambia, ya que la misma es el tema central de la investigación. Lo que si haremos en esta sección es dejar variar todas las variables que antes eran fijas como las probabilidades del azar o los pagos, para así obtener condiciones de equilibrios. La ventaja de estas condiciones es que permiten luego reemplazar los parámetros por los valores que se obtengan de la realidad y de este modo predecir acciones de la realidad.

En la representación a continuación también incorpora la modificación propuesta en las conclusiones anteriores de modo que ahora cuando ambos candidatos jueguen la misma estrategia, quien gana y quien pierde viene determinado por una distribución de probabilidad conocida públicamente, estas son (w,1-w) cuando ambos juegan a ganar y (s,1-s) cuando ambos juegan a no ganar. Naturalmente, por ejemplo, si la probabilidad de ganar para A es w, en la misma situación la probabilidad de perder para B es w, ya que si uno no gana lo hace el otro.

Figura 3



Representación extensiva del modelo generalizado.

2. ANÁLISIS DE CANDIDATOS A EQUILIBRIO

El análisis a continuación, es similar al anterior pero estrictamente formal, consiste en proponer una estrategia candidata a equilibrio para el emisor, jugador que primero participa. Esto es posible porque la cantidad de candidatos a equilibrio es finita y se pueden analizar todas una por una. Las 4 posibilidades que existen son,

1. Jugador A elige G si el azar determina adversidad, y el Jugador A elige G si el azar determina crisis. (Equilibrio agrupador)
2. Jugador A elige G si el azar determina adversidad, y el Jugador A elige NG si el azar determina crisis. (Equilibrio separador)
3. Jugador A elige NG si el azar determina adversidad, y el Jugador A elige G si el azar determina crisis. (Equilibrio separador)
4. Jugador A elige NG si el azar determina adversidad, y el Jugador A elige NG si el azar determina crisis. (Equilibrio agrupador)

El procedimiento consiste en proponer una estrategia y analizar si el jugador tiene incentivos para desviarse, porque de esa manera obtendría un pago mayor. Si el jugador encuentra un desvío beneficioso, la estrategia considerada no es un equilibrio, de lo contrario si no existe ningún desvío beneficioso entonces es un equilibrio. En caso de que exista más es un equilibrio, se debe considerar cual es el definitivo, el que más conceptos de equilibrio abarca, o buscar algún método para ordenarlos de más preferido a menos preferido para cada jugador.

A. ESTRATEGIA 1

Caso en que el azar determina adversidad

Se comienza el análisis por la estrategia 1. Al igual que en el capítulo anterior, lo primero que supondremos es que el azar determina que el gobierno solo enfrenta una adversidad, no una crisis.

Esto nos sitúa en la parte superior del gráfico. Pero esta información solo es de dominio del jugador emisor, en este caso el jugador A, mientras que el jugador receptor, el jugador B observa lo que el jugador A hace pero no lo que el azar determina.

Es por esto que el juego es de información incompleta, para suplir esta falta de información el jugador B hace una conjetura sobre en qué nodo de decisión se encuentra, es decir, para estimar si el azar determino adversidad o crisis. Para lo cual él utiliza lo que sabe de la estrategia del jugador A, utilizando el teorema de Bayes como se muestra a continuación.

$$\mu(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{G}) = \frac{\boldsymbol{pr}(\boldsymbol{a} \cap \boldsymbol{G})}{\boldsymbol{pr}(\boldsymbol{G})}$$

Además, considerando que la probabilidad de que el azar determine que existe una adversidad es independiente de la probabilidad de que A elija G.

Se obtiene lo siguiente para candidato a equilibrio agrupador para G

$$\mu(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{G}) = \frac{(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{1})}{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{r}$$

$$\mu(\boldsymbol{C}|\boldsymbol{G}) = \frac{((\boldsymbol{1} - \boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{1})}{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{1} - \boldsymbol{r}$$

Mientras que las conjeturas para el mensaje NG seguirán siendo representadas por (q, 1-q) y no estarán determinadas por las probabilidades del azar.

Luego, una vez que el jugador B tiene una inferencia sobre lo que puede suceder, válida solamente mientras se analice este candidato a equilibrio, analiza sus distintas posibilidades.

Comenzaremos suponiendo que:

B elige g porque

$$r\,[(1-w)(B-a-Tg)+w(-Tg)]+(1-r)[(1-w)(B-c-Tg)+w(-Tg)] > r(-Tc)+(1-r)(-Tc)$$

Esta desigualdad compara los pagos esperados para B de jugar ganar y jugar a no ganar, dado que el mensaje de A fue Ganar. Cuando el lado izquierdo es mayor la decisión de B es jugar a ganar.

Si bien, la condición planteada de ese modo no dice mucho con trabajo algebraico es posible amenizarla para que sea más intuitiva, obteniendo

$$B > \frac{Tg - Tc}{(1-w)} + ra + (1-r)c$$

Donde más fácilmente se ve que lo que el Jugador B necesita para elegir g cuando A elige G es que el ingreso marginal esperado sea mayor que el costo marginal esperado de dicho curso de acción.

Por única vez se ejemplifica como se leería la condición,

"Para que a B le convenga elegir g el pago que recibe por ganar las elecciones (B) debe ser mayor al incremento marginal en el costo por elegir ganar en lugar de no ganar (Tg-Tc) ponderado por la probabilidad de ganar, más la probabilidad de que el azar determine problema (r) multiplicado por el costo del problema (a), más la probabilidad de que el azar determine crisis multiplicado por el costo de la crisis (c)." Es decir, la ganancia debe ser mayor a todos los costos ponderados por sus probabilidades de ocurrir.

Cuando esta condición se cumple el jugador A obtiene $w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)$ en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador, como podemos ver en la representación *figura 3*.

Es importante tener en cuenta que este pago es el que A obtiene cuando respeta la estrategia sugerida, dado que B eligió ganar también. A partir de este número, podemos comparar y comenzar a buscar posibles desvíos beneficiosos.

Para ello analizaremos que ocurre cuando A en lugar de elegir G como propone la estrategia, elige NG. Ante esta situación se abren dos posibilidades, que B elija g o que B elija ng.

Para que B elija g es necesario que

$$q\,(B-a-Tg)+(1-q)(B-c-Tg)>q[(1-s)(B-a-Tc)+s(-Tc)]+(1-q)[(1-s)(B-c-Tc)+s(-Tc)]$$

$$B>\frac{Tg-Tc}{s}+qa+(1-q)c$$

La condición establece que para B va a ser mejor jugar a ganar cuando q (probabilidad de que enfrente una adversidad dado el mensaje NG) crezca dado que a<c, y cuando la probabilidad de perder (s) crezca. Como también mientras menores sean el costo de la adversidad (a) y la diferencia de costos entre la campaña chica y la campaña grande (Tg-Tc) Una vez más la condición fue expresada como Ingreso marginal mayor costo marginal esperado.

Si esta condición se cumple para B, A obtiene $-Tc$ en caso de desviarse del curso de acción propuesto por la estrategia agrupadora.

Lo cual no sería un desvío beneficioso para A cuando

$$w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)>-Tc$$

$$B>\frac{Tg-Tc}{w}+a$$

Analizando la condición obtenemos que mientras mayor sea la probabilidad de ganar (w) es mejor jugar a ganar, así también mientras menores sean el costo de la adversidad (a) y la diferencia de costos entre la campaña chica y la campaña grande (Tg-Tc) también es mejor jugar a ganar.

También se considera que sucedería sí B prefiere jugar a no ganar en lugar de ganar, es decir, cuando

$$B<\frac{Tg-Tc}{s}+qa+(1-q)c$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $s(B-a)-Tc$. Este no sería un desvío beneficioso si

$$w(B-a)-Tg>s(B-a)-Tc$$

$$B>\frac{Tg-Tc}{(w-s)}+a$$

Ahora, retrocedemos al inicio del análisis de esta estrategia, y cambiamos la decisión de B haciendo que elija ng cuando A elige G ya que se cumple la siguiente condición (notar que es inversa a la primera)

$$B<\frac{Tg-Tc}{1-w}+ra+(1-r)c$$

En este caso A recibiría $(B - a - Tg)$ como pago. Por tanto cuando se desvíe existen dos situaciones posibles, al igual que en el análisis anterior, estas son cuando B elige g y cuando B elige ng. Comenzaremos analizando cuando B elige g porque se cumple la siguiente condición,

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1 - q)c$$

De este modo A obtendría $-Tc$ en caso de desviarse del curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B > Tg - Tc + a$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1 - q)c$$

Lo que dejaría a A con un pago de $s(B - a - Tc) + (1 - s)(-Tc)$, el cual no sería beneficioso si

$$B - a - Tg > s(B - a - Tc) + (1 - s)(-Tc)$$

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - s} + a$$

Terminando así con el análisis que corresponde al tipo adversidad del azar, habiendo obtenido cuatro condiciones necesarias para el equilibrio, se continúa con el tipo crisis para la misma estrategia. De aquí en adelante se omiten las ecuaciones extensas, a menos que sean nuevas para el lector, mostrando solo las versiones trabajadas de las mismas, ante cualquier duda que pudiere tener de procedimiento, refiérase a la primer parte de este análisis ya que el método aplicado es análogo y uniforme en todo el trabajo.

Caso en que el azar determina crisis

En esta subsección se comienza el análisis en el contexto económico de crisis, donde el costo del problema a solucionar es mayor, y los incentivos a ganar las elecciones se van desvaneciendo por parte de los candidatos. La primera condición a obtener se hará suponiendo que B elige g porque se cumple,

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + ra + (1 - r)c$$

Obteniendo A así $w(B - c - Tg) + (1 - w)(-Tg)$ en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador, es decir elegir jugar a Ganar cuando el azar determina el tipo Crisis. Luego repetimos el proceso anterior de buscar desvíos beneficiosos para lo cual consideramos que ocurriría si A eligiera NG en vez de G. Lo que nos despliega dos opciones, la primera que B elija jugar a ganar y la segunda que B elija jugar a no ganar.

Suponiendo primero entonces que B elige g porque

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1 - q)c$$

Se obtiene el pago $-Tc$ para el jugador A, lo cual no le resultaría un desvío beneficioso cuando,

$$B > \frac{Tg - Tc}{w} + c$$

Luego, considerando que sucede cuando B elige jugar a no ganar en lugar de jugar a ganar cuando observa el mensaje NG por parte del jugador A, es decir cuando

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1 - q)c$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $s(B - c - Tc) + (1 - s)(-Tc)$, lo cual no le reportaría ningún beneficio adicional si tuviera vigencia la desigualdad

$$B > \frac{Tg - Tc}{w - s} + c$$

Ahora si por el contrario B eligiera ng cuando A elige G en el contexto de la crisis, ya que se cumple

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + ra + (1 - r)c$$

A recibiría $B - c - Tg$ como pago. Por tanto, cuando se desvíe, nos encontramos con dos posibilidades, una cuando B elija jugar a ganar y la otra naturalmente cuando B elija jugar a no ganar.

Si B eligiera g porque

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1 - q)c$$

Por tanto cuando A se desvíe y elija NG obtendría como pago $-Tc$. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B > Tg - Tc + c$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1 - q)c$$

Lo que dejaría al jugador A con un pago de $s(B - c - Tc) + (1 - s)(-Tc)$. El cual no sería beneficioso cuando

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - s} + c$$

Se concluye así con el análisis correspondiente al tipo crisis del azar, a la vez que con el análisis para toda la estrategia número uno. En este apartado se obtuvieron cuatro condiciones más necesarias para el equilibrio, completando así un total de ocho condiciones para lograr que el equilibrio sea válido para cualquier acción de B. Luego se mostrara que las condiciones van en cascada, es decir cada una envuelve a la anterior y es más exigente, lo que implica que una de las 4 condiciones envuelve a las cuatro.

B. ESTRATEGIA 2

Caso en que el azar determina adversidad

Debido a que el análisis tiene un procedimiento idéntico al de la primera estrategia para cada una de las demás estrategias, el mismo será realizado de manera más breve para las posibilidades que continúan.

Como primer paso se calculan las conjeturas del jugador B, ya que constituyen una parte esencial del equilibrio bayesiano perfecto. Para lo cual el Jugador B utiliza lo que sabe de la estrategia del Jugador A, como se muestra a continuación.

Considerando que la probabilidad de que el azar determine que existe una adversidad es independiente de la probabilidad de que A elija G.

Se obtiene lo siguiente en el contexto de equilibrio separador para (G, NG)

$$\mu(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{G}) = \frac{(\boldsymbol{r} \times \mathbf{1})}{\boldsymbol{r}} = \mathbf{1}$$

$$\mu(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{NG}) = \frac{(\boldsymbol{r} \times \mathbf{0})}{\boldsymbol{r}} = \mathbf{0}$$

$$\mu(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{G}) = \frac{((\mathbf{1} - \boldsymbol{r}) \times \mathbf{0})}{\mathbf{1} - \boldsymbol{r}} = \mathbf{0}$$

$$\mu(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{NG}) = \frac{((\mathbf{1} - \boldsymbol{r}) \times \mathbf{1})}{\mathbf{1} - \boldsymbol{r}} = \mathbf{1}$$

Una vez que el Jugador B obtiene sus inferencias sobre lo que puede suceder, analiza sus distintas posibilidades como se presentan a continuación.

Suponiendo que B elige g porque

$$(1 - w)(B - a - Tg) + w(-Tg) > (-Tc)$$

Nuevamente esta condición planteada así no ayuda a la intuición, pero con trabajo algebraico se obtiene

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$$

Donde más fácilmente se ve que lo que el Jugador B necesita para elegir g cuando A elige G es que el ingreso marginal esperado sea mayor que el costo marginal esperado de dicho curso de acción.

En este caso el jugador A obtiene $w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)$ como pago que es cuando sigue el curso de acción propuesto por el equilibrio separador. Este es el pago que A obtiene cuando respeta la estrategia sugerida, dado que B eligió ganar también. Ahora comenzaremos a buscar posibles desvíos beneficiosos.

Para ello analizaremos que ocurre cuando A en lugar de elegir G como propone la estrategia, elige NG. Ante esta situación se abren dos posibilidades, que B elija g o que B elija ng.

Para que B elija g es necesario que

$$(B-c-Tg)>(1-s)(B-c-Tc)+s(-Tc)$$

$$B>\frac{Tg-Tc}{s}+c$$

La condición establece que para B va a ser mejor jugar a ganar cuando la probabilidad de perder (s) crezca, el costo de la crisis disminuya y así también mientras menor sea la diferencia entre campañas. Una vez más la condición fue expresada como Ingreso marginal>costo marginal esperado

Si esta condición se cumple para B, A obtendría $-Tc$, en caso de desviarse del curso de acción propuesto por la estrategia separadora. Lo cual no sería un desvío beneficioso para A cuando

$$w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)>-Tc$$

$$B>\frac{Tg-Tc}{w}+a$$

Analizando la condición obtenemos que mientras mayor sea la probabilidad de ganar (w) es más fácil que la decisión sea jugar a ganar, así también mientras menores sean el costo de la adversidad (a) y la diferencia de costos entre la campaña chica y la campaña grande (Tg-Tc).

Por otro lado, también debe considerar que sucede cuando B prefiere jugar a no ganar en lugar de ganar, es decir, cuando

$$B<\frac{Tg-Tc}{s}+c$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $s(B-a)-Tc$ lo que no resultaría un beneficio mayor si

$$w(G-a)-Tg>s(G-a)-Tc$$

$$B>\frac{Tg-Tc}{(w-s)}+a$$

Ahora, retrocedemos al inicio del análisis de esta estrategia, y cambiamos la decisión de B haciendo que elija ng cuando A elige G ya que se cumple la siguiente condición (notar que es inversa a la primera)

$$B<\frac{Tg-Tc}{1-w}+a$$

En este caso A recibiría $(B - a - Tg)$ como pago. Por tanto cuando se desvíe existen dos situaciones posibles, al igual que en el análisis anterior, estas son cuando B elige g y cuando B elige ng. Comenzaremos analizando cuando B elige g porque se cumple la siguiente condición,

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + c$$

De este modo A obtendría $-Tc$ en caso de desviarse del curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B > Tg - Tc + a$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + c$$

Lo que dejaría a A con un pago de $s(B - a - Tc) + (1 - s)(-Tc)$, el cual no sería beneficioso si

$$B - a - Tg > s(B - a - Tc) + (1 - s)(-Tc)$$

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - s} + a$$

Terminando así con el análisis que corresponde al tipo adversidad del azar, habiendo obtenido cuatro condiciones necesarias para el equilibrio, se continúa con el tipo crisis para la misma estrategia separadora.

Caso en que el azar determina crisis

En esta subsección se comienza el análisis en el contexto de crisis, donde el costo del problema a solucionar es mayor que en el contexto de adversidad, por lo cual los incentivos a ganar las elecciones desaparecen por parte de los candidatos. La primera condición se obtiene suponiendo que B elige g porque se cumple,

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + c$$

Obteniendo A así $-Tc$ en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio separador, es decir elegir jugar a Ganar cuando el azar determina el tipo Crisis. Luego repetimos el proceso anterior de buscar desvíos beneficiosos para lo cual consideramos que ocurriría si A eligiera G en vez de NG. Lo que nos despliega dos opciones, la primera que B elija jugar a ganar y la segunda que B elija jugar a no ganar.

Suponiendo primero entonces que B elige g porque

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$$

Se obtiene el pago $w(B-c-Tg)+(1-w)(-Tg)$ para el jugador A en caso de desviarse, lo cual no le resultaría un desvío beneficioso cuando,

$$B < \frac{Tg-Tc}{w} + c$$

A continuación, considerando que sucede cuando B elige jugar a no ganar en lugar de jugar a ganar cuando observa el mensaje G por parte del jugador A, es decir cuando

$$B < \frac{Tg-Tc}{1-w} + a$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $(B-c-Tg)$, lo cual no le reportaría ningún beneficio adicional si tuviera vigencia la desigualdad

$$B < Tg - Tc + c$$

Ahora si por el contrario B eligiera ng cuando A elige NG en el contexto de la crisis, ya que se cumple,

$$B < \frac{Tg-Tc}{s} + c$$

A recibiría $s(B-c-Tc)+(1-s)(-Tc)$ como pago. Por tanto, cuando se desvíe, nos encontramos con dos posibilidades, una cuando B elija jugar a ganar y la otra naturalmente cuando B elija jugar a no ganar.

Si B eligiera g porque

$$B > \frac{Tg-Tc}{1-w} + a$$

Por tanto cuando A se desvíe y elija G obtendría como pago $w(B-c-Tg)+(1-w)(-Tg)$. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B < \frac{Tg-Tc}{w-s} + c$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg-Tc}{1-w} + a$$

Lo que dejaría al jugador A con un pago de $B-c-Tg$. El cual no sería beneficioso cuando

$$B < \frac{Tg-Tc}{1-s} + c$$

Terminamos aquí con el análisis correspondiente al tipo crisis del azar, al igual que con el análisis para toda la estrategia número dos. En este apartado obtuvimos cuatro condiciones más necesarias para el equilibrio, de este modo nuevamente completamos un total de ocho condiciones para lograr que el equilibrio separador sea válido para cualquier acción de B. Al igual que en el apartado anterior, una condición envuelve a otra, lo cual será analizado en la última sección de este capítulo

C. ESTRATEGIA 3

Caso en que el azar determina adversidad

Como primer paso se calculan las conjeturas del jugador B, porque estas son indispensables para obtener un equilibrio bayesiano perfecto. Para lo cual el Jugador B utiliza lo que sabe de la estrategia del Jugador A, como se muestra a continuación.

Considerando que la probabilidad de que el azar determine que existe una adversidad es independiente de la probabilidad de que A elija G.

Se obtiene lo siguiente en el contexto de equilibrio separador para (NG, G)

$$\mu(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{G}) = \frac{(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{0})}{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0}$$

$$\mu(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{NG}) = \frac{(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{1})}{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{1}$$

$$\mu(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{G}) = \frac{((\boldsymbol{1}-\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{1})}{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{1}$$

$$\mu(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{NG}) = \frac{((\boldsymbol{1}-\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{0})}{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0}$$

Una vez que el Jugador B hace sus conjeturas sobre lo que puede suceder, analiza sus distintas posibilidades como se presentan a continuación.

Comenzaremos suponiendo que B elige g porque

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$$

Luego reemplazando con las conjeturas para q se obtiene la condición,

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + a$$

Donde más fácilmente se ve que lo que el Jugador B necesita para elegir g cuando A elige NG es que el ingreso marginal esperado sea mayor que el costo marginal esperado de dicho curso de acción.

Obteniendo así el Jugador A $-Tc$ como pago en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio separador. Este pago es el que A obtiene cuando respeta la estrategia sugerida, dado que B eligió ganar. Ahora comenzaremos a buscar posibles desvíos beneficiosos.

Para ello analizaremos que ocurre cuando A en lugar de elegir NG como propone la estrategia, elige G. Ante esta situación se abren dos posibilidades, que B elija g o que B elija ng.
Para que B elija g es necesario que

$$B > \frac{Tg - Tc}{1-w} + c$$

La condición establece que para B va a ser mejor jugar a ganar cuando la probabilidad de ganar (1-w) crezca, pues, será más fácil que la condición se cumpla. Nuevamente la condición fue expresada como Ingreso marginal>costo marginal esperado

Si esta condición se cumple para B, A obtiene $w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)$, en caso de desviarse del curso de acción propuesto por la estrategia separadora.

Lo cual no sería un desvío beneficioso para A cuando

$$B<\frac{Tg-Tc}{w}+a$$

Analizando la desigualdad obtenemos que mientras mayor sea la probabilidad de ganar (w) es mejor jugar a no ganar, así también mientras menores sean el costo de la adversidad (a) y la diferencia de costos entre la campaña chica y la campaña grande (Tg-Tc) también es mejor jugar a no ganar.

También debería considerar que sucedería sí B prefiere jugar a no ganar en lugar de ganar, es decir, cuando

$$B<\frac{Tg-Tc}{1-w}+c$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $G-a-Tg$. Este no sería un desvío beneficioso cuando

$$B<Tg-Tc+a$$

Ahora, volvemos al inicio del análisis de esta estrategia, y cambiamos la decisión de B haciendo que elija ng cuando A elige NG ya que se cumple la siguiente condición (notar que es inversa a la primera)

$$B<\frac{Tg-Tc}{s}+a$$

En este caso A recibiría $s(B-a-Tc)+(1-s)(-Tc)$ como pago. Por tanto cuando se desvíe existen dos situaciones posibles, al igual que en todos los análisis anteriores, estas son cuando B elige g y cuando B elige ng. Comenzaremos analizando cuando B elige g porque la condición que se cumple es la siguiente

$$B>\frac{Tg-Tc}{1-w}+c$$

De este modo A obtendría $w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)$ en caso de decidir desviarse del curso de acción propuesto por la estrategia candidata a equilibrio. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B<\frac{Tg-Tc}{w-s}+a$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$$

Lo que dejaría al jugador A con un pago de $B - a - Tg$ que no sería beneficioso si

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - s} + a$$

Terminando así con el análisis que corresponde al tipo adversidad del azar, habiendo obtenido, una vez más, cuatro condiciones necesarias para el equilibrio, se continúa con el tipo crisis para la misma estrategia.

Caso en que el azar determina crisis

En esta subsección se comienza el análisis en el contexto económico de crisis, donde el costo del problema a solucionar es mayor, y los incentivos a ganar las elecciones se van desvaneciendo por parte de los candidatos. La primera condición a obtener se hará suponiendo que B elige g porque se cumple,

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$$

Obteniendo A así $w(B - c - Tg) + (1 - w)(-Tg)$ en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio separador, es decir, elegir jugar a Ganar cuando el azar determina el tipo Crisis. Luego repetimos el proceso anterior de buscar desvíos beneficiosos para lo cual consideramos que ocurriría si A eligiera G en vez de NG. Lo que nos despliega dos opciones, la primera que B elija jugar a ganar y la segunda que B elija jugar a no ganar.

Suponiendo primero entonces que B elige g porque

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + a$$

Obteniendo A así $-Tc$ en caso de desviarse del curso de acción propuesto por el equilibrio separador. Lo cual no sería un desvío beneficioso para A cuando

$$B > \frac{Tg - Tc}{w} + c$$

Luego, considerando que sucede cuando B elige jugar a no ganar en lugar de jugar a ganar cuando observa el mensaje NG por parte del jugador A, es decir cuando,

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + a$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $s(B - c - Tc) + (1 - s)(-Tc)$, lo que no sería un desvío beneficioso si se cumpliera la siguiente desigualdad,

$$B > \frac{Tg - Tc}{w - s} + c$$

Ahora si por el contrario B eligiera ng cuando A elige G en el contexto de la crisis, porque tiene vigencia la siguiente condición,

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$$

A recibiría $B - c - Tg$como pago. Por tanto, cuando se desvíe, existen dos situaciones posibles una cuando B eligiera g y la otra, de forma inmediata, cuando B elija jugar a no ganar.

Si B eligiera g porque se cumple

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + a$$

Por tanto cuando A se desvíe y elija NG obtendría como pago $-Tc$. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B > Tg - Tc + c$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + a$$

Lo que dejaría al Jugador A con un pago de $s(B - c - Tc) + (1 - s)(-Tc)$. El cual no sería beneficioso cuando

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - s} + c$$

Se concluye así con el análisis correspondiente al tipo crisis del azar, conjuntamente con el análisis para toda la estrategia número tres. En este apartado se obtuvieron cuatro condiciones adicionales necesarias para el equilibrio, completando así un total de ocho condiciones para lograr que el equilibrio número tres sea válido para cualquier acción de B. Nuevamente al ser las condiciones envolventes, con exigir solamente una de ellas, las demás se cumplirán necesariamente, como veremos más adelante.

D. ESTRATEGIA 4

Caso en que el azar determina adversidad

Comenzamos con el análisis de la última estrategia, la número 4. Como primer paso se calculan las conjeturas del jugador B, para poder obtener así un equilibrio bayesiano perfecto. A tal fin el Jugador B utiliza lo que sabe de la estrategia del Jugador A, como se muestra a continuación.

Considerando que la probabilidad de que el azar determine que existe una adversidad es independiente de la probabilidad de que A elija G.

Se obtiene lo siguiente en el contexto de equilibrio Agrupador para (NG, NG)

$$\mu(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{NG}) = \frac{(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{1})}{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{r}$$

$$\mu(\boldsymbol{C}|\boldsymbol{NG}) = \frac{((\boldsymbol{1}-\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{1})}{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{1}-\boldsymbol{r}$$

Mientras que las conjeturas para el mensaje G seguirán siendo representadas por (p, 1-p) y no estarán determinadas por las probabilidades del azar.

Una vez que el Jugador B posee una inferencia sobre lo que puede suceder, analiza sus distintas posibilidades como se presentan a continuación.

Comenzaremos suponiendo que B elige g porque es válida la siguiente condición

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1-r)c$$

Donde sencillamente se ve que lo que el Jugador B necesita para elegir g cuando A elige NG es que el ingreso marginal esperado sea mayor que el costo marginal esperado de dicho curso de acción.

Obteniendo así el Jugador A $-Tc$ en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador. Este pago es el que A obtiene cuando respeta la estrategia sugerida, dado que B eligió ganar. Ahora comenzaremos a buscar posibles desvíos beneficiosos. Para ello analizaremos que ocurre cuando A en lugar de elegir NG como propone la estrategia, elige G. Ante esta situación se abren dos posibilidades, que B elija g o que B elija ng.

Para que B elija g es necesario que

$$B > \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$$

La condición establece que para B va a ser mejor jugar a ganar cuando p (probabilidad de que enfrente una adversidad) crezca dado que a<c, y cuando la probabilidad de perder (s) crezca, es decir cuando aumente la probabilidad de ganar, será más fácil que la condición se cumpla. Como ya sabemos, la condición ha sido expresada como Ingreso marginal>costo marginal esperado

Si esta condición se cumple para B, A obtiene $w(B-a-Tg)+(1-w)(-Tg)$ como pago del juego en caso de desviarse del curso de acción propuesto por la estrategia agrupadora. Lo cual no sería un desvío beneficioso para A cuando

$$B < \frac{Tg - Tc}{w} + a$$

Analizando la condición obtenemos que mientras mayor sea la probabilidad de ganar (w) es mejor jugar a no ganar, así también mientras menores sean el costo de la adversidad (a) y la diferencia de costos entre la campaña chica y la campaña grande (Tg-Tc) también es mejor jugar a no ganar.

También se considera que sucede cuando B prefiere jugar a no ganar en lugar de jugar a ganar, es decir, cuando

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $B - a - Tg$. Este no sería un desvío beneficioso cuando,

$$B < Tg - Tc + a$$

Ahora, volviendo al comienzo del análisis de esta estrategia, cambiamos la decisión de B haciendo que elija ng cuando A elige NG ya que se cumple la siguiente condición (notar que es inversa a la primera).

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1 - r)c$$

En este caso A recibiría $s(B - a - Tc) + (1 - s)(-Tc)$ como pago. Por tanto cuando se desvíe existen dos situaciones posibles, al igual que en el análisis anterior, estas son cuando B elige g y cuando B elige ng. Comenzaremos analizando cuando B elige g porque se cumple la siguiente condición,

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

De este modo A obtendría $w(B - a - Tg) + (1 - w)(-Tg)$ en caso de desviarse del curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B < \frac{Tg - Tc}{w - s} + a$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

Lo que dejaría a A con un pago de $B - a - Tg$, el cual no sería beneficioso si

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - s} + a$$

Terminando así con el análisis que corresponde al tipo adversidad del azar, habiendo obtenido cuatro condiciones necesarias para el equilibrio, se continúa con el tipo crisis para la misma estrategia.

Caso en que el azar determina crisis

En esta subsección se comienza el análisis en el contexto económico de crisis, donde el costo del problema a solucionar es mayor, y los incentivos a ganar las elecciones se van desvaneciendo por parte de los candidatos. La primera condición a obtener se hará suponiendo que B elige g porque se cumple,

$$B > \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1 - r)c$$

Obteniendo A así $-Tc$ en caso de seguir el curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador, es decir elegir jugar a No Ganar cuando el azar determina el tipo Crisis. Luego repetimos el proceso anterior de buscar desvíos beneficiosos para lo cual consideramos que ocurriría si A eligiera G en vez de NG. Lo que nos despliega dos opciones, la primera que B elija jugar a ganar y la segunda que B elija jugar a no ganar.

Suponiendo primero entonces que B elige g porque

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

Obteniendo el jugador como pago A $w(B - c - Tg) + (1 - w)(-Tg)$ cuando se desvíe del curso de acción propuesto por el equilibrio agrupador. Lo cual no sería un desvío beneficioso para A cuando

$$B < \frac{Tg - Tc}{w} + c$$

También se considera que sucedería sí B eligiera ng en lugar de g cuando ve que el Jugador A elige G, es decir,

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

Donde lo que A obtendría por el desvío sería $(B - c - Tg)$, lo que no le resultaría favorable si se cumple

$$B < Tg - Tc + c$$

Ahora si por el contrario B eligiera ng cuando A elige NG en el contexto de la crisis ya que se cumple

$$B < \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1 - r)c$$

El jugador A recibiría $s(B - c - Tc) + (1 - s)(-Tc)$. Por tanto cuando se desvíe hay dos situaciones posibles la primera cuando B eligiera g y la segunda cuando B eligiera ng.

Si el Jugador B eligiera jugar a ganar, ya que,

$$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

Por tanto cuando el jugador A se desvíe y elija G obtendría como pago $w(B - c - Tg) + (1 - w)(-Tg)$. Este no sería un desvío beneficioso si

$$B > \frac{Tg - Tc}{w - s} + c$$

O la segunda situación cuando B eligiera ng porque

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + pa + (1 - p)c$$

Lo que dejaría al jugador A con un pago de $B - c - Tg$. El cual no sería beneficioso cuando

$$B < \frac{Tg - Tc}{1 - s} + c$$

Se concluye así con el análisis correspondiente al tipo crisis del azar, a la vez que con el análisis para toda la estrategia número cuatro, y el análisis integro de todas las estrategias posibles. En este apartado se obtuvieron cuatro condiciones más necesarias para el equilibrio, completando así un total de ocho condiciones para lograr que el equilibrio sea válido para cualquier acción de B. En la sección siguiente se mostrara que las condiciones van en cascada, lo que implica que una de las 4 condiciones envuelve a todas.

E. CUADROS RESUMEN

En este apartado se presentan cuatro cuadros que están ubicados al final de la misma, uno por cada estrategia, a modo de resumen. Cada uno de ellos contiene las 8 condiciones necesarias para que la estrategia sea un equilibrio bayesiano perfecto.

Los mismos se presentan con el fin de obtener una visión de conjunto sobre las condiciones necesarias para cada estrategia. De este modo podremos concluir cuales prevalecerán y si es posible que se superpongan de modo que dos equilibrios sean posibles conjuntamente.

Por otro lado también se deducirá en esta sección la cantidad de condiciones realmente necesarias y suficientes para que cada estrategia sea válida como equilibrio, es decir, reducir la cantidad de ocho ecuaciones por estrategia a la menor cantidad posible.

Comenzando por la estrategia número uno vemos que ante el contexto de la adversidad la condición más exigente será

$$B > \frac{Tg - Tc}{(w - s)} + a$$

Esta, engloba a las otras 3 que se obtienen ante una adversidad para la estrategia bajo análisis debido a es la exige el mayor B para cumplirse. De igual modo lo hace la condición

$$B > \frac{Tg - Tc}{(w - s)} + c$$

Para el contexto de crisis, pero analizando más detenidamente ambas inecuaciones vemos que la segunda condición, engloba a la primera ya que en los supuestos establecimos que c sería siempre mayor que a. Por tanto la segunda ecuación es una condición suficiente para que exista un equilibrio agrupador del tipo (G, G).

Luego, para ser más precisos la combinación de las tres condiciones que forman cada renglón dar lugar al menos a un equilibrio ese contexto, puede ser que este abarque a otras desigualdades que den lugar a un equilibrio en contextos más laxos. A continuación se presentan los cuadros.

Cuadro 1

<table>
<tr><td colspan="3">Estrategia 1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adversidad</td><td>Condición</td></tr>
<tr><td>B elige g dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B > \frac{Tg - Tc}{(1-w)} + ra + (1-r)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{w} + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{(w-s)} + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B < \frac{Tg - Tc}{1-w} + ra + (1-r)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > Tg - Tc + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1-s} + a$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Crisis</td><td>Condición</td></tr>
<tr><td>B elige g dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B > \frac{Tg - Tc}{(1-w)} + ra + (1-r)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{w} + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{(w-s)} + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B < \frac{Tg - Tc}{1-w} + ra + (1-r)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > Tg - Tc + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1-s} + c$</td></tr>
</table>

Cuadro 2

<table>
<tr><td colspan="3">Estrategia 2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adversidad</td><td>Condición</td></tr>
<tr><td>B elige g dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{w} + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{s} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{(w - s)} + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + c$</td><td>$B > Tg - Tc + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{s} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1 - s} + a$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Crisis</td><td>Condición</td></tr>
<tr><td>B elige g dado NG</td><td>B elige g si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B > \frac{Tg - Tc}{s} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$</td><td>$B < \frac{Tg - Tc}{w} + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$</td><td>$B < Tg - Tc + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng dado NG</td><td>B elige g si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B < \frac{Tg - Tc}{s} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$</td><td>$B < \frac{Tg - Tc}{w - s} + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + a$</td><td>$B < \frac{Tg - Tc}{1 - s} + c$</td></tr>
</table>

Cuadro 3

<table>
<tr><td colspan="3">Estrategia 3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adversidad</td><td>Condición</td></tr>
<tr><td>B elige g dado NG</td><td>B elige g si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B > \frac{Tg - Tc}{s} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$</td><td>$B < \frac{Tg - Tc}{w} + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$</td><td>$B < Tg - Tc + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng dado NG</td><td>B elige g si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B < \frac{Tg - Tc}{s} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$</td><td>$B < \frac{Tg - Tc}{w - s} + a$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si G</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$</td><td>$B < \frac{Tg - Tc}{1 - s} + a$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Crisis</td><td>Condición</td></tr>
<tr><td>B elige g dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B > \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{w} + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{s} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{w - s} + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng dado G</td><td>B elige g si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$B < \frac{Tg - Tc}{1 - w} + c$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{s} + a$</td><td>$B > Tg - Tc + c$</td></tr>
<tr><td>B elige ng si NG</td><td>A no se desvía</td></tr>
<tr><td>$B < \frac{Tg - Tc}{s} + a$</td><td>$B > \frac{Tg - Tc}{1 - s} + c$</td></tr>
</table>

Cuadro 4

Estrategia 4		
Adversidad		Condición
B elige g dado NG	B elige g si G	A no se desvía
$B > \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1-r)c$	$B > \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < \frac{Tg - Tc}{w} + a$
	B elige ng si G	A no se desvía
	$B < \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < Tg - Tc + a$
B elige ng dado NG	B elige g si G	A no se desvía
$B < \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1-r)c$	$B > \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < \frac{Tg - Tc}{w-s} + a$
	B elige ng si G	A no se desvía
	$B < \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < \frac{Tg - Tc}{1-s} + a$
Crisis		Condición
B elige g dado NG	B elige g si G	A no se desvía
$B > \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1-r)c$	$B > \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < \frac{Tg - Tc}{w} + c$
	B elige ng si G	A no se desvía
	$B < \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < Tg - Tc + c$
B elige ng dado NG	B elige g si G	A no se desvía
$B < \frac{Tg - Tc}{s} + ra + (1-r)c$	$B > \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B > \frac{Tg - Tc}{w-s} + c$
	B elige ng si G	A no se desvía
	$B < \frac{Tg - Tc}{1-w} + pa + (1-p)c$	$B < \frac{Tg - Tc}{1-s} + c$

Para ejemplificar utilizamos el primer renglón correspondiente a crisis, como se muestra a continuación con una llave que indica simultaneidad.

$$\begin{cases} B > \dfrac{Tg - Tc}{(1-w)} + ra + (1-r)c \\ B > \dfrac{Tg - Tc}{s} + qa + (1-q)c \\ B > \dfrac{Tg - Tc}{w} + c \end{cases}$$

Estas tres condiciones abarcan también el primer renglón de adversidad ya que son más exigentes, lo que indica que es suficiente para obtener un equilibrio. Este análisis podría continuarse para todas las demás combinaciones pero es omitido debito a que agrega escasa información valiosa para la investigación.

Continuamos con el cuadro correspondiente a la estrategia número 2, donde vemos que en el contexto de adversidad la condición necesaria más exigente es la misma que en el caso anterior.

$$B > \frac{Tg - Tc}{(w-s)} + a$$

Pero en este caso, en el contexto de crisis la condición más difícil de cumplir es la siguiente

$$B < Tg - Tc + c$$

Uniendo ambas condiciones obtenemos la siguiente condición, la cual resulta de mayor interés porque es el equilibrio intuitivo, es decir lo que uno espera que suceda sin hacer ningún razonamiento científico. Para que esta estrategia sea siempre equilibrio la condición necesaria es una combinación de dos desigualdades, tal como se muestra a continuación. La misma es factible pero es más restrictiva que la encontrada con anterioridad,

$$\frac{Tg - Tc}{(w-s)} + a < B < Tg - Tc + c$$

Dejando de lado esta condición, analizamos la estrategia candidata a equilibrio número tres, de cualquier modo, la existencia de este equilibrio es lo menos representativo de la realidad ya que sugiere que cuando el problema sea pequeño jugar a no ganar las elecciones, mientras que si el problema es muy grande, lo más conveniente es salir electo.

$$\frac{Tg - Tc}{w - s} + c < B < Tg - Tc + a$$

De hecho, cuando uno coteja esta condición con los supuestos del modelo, resulta imposible su cumplimiento, ya que el lado izquierdo siempre será mayor que el derecho, por tanto el conjunto de B posibles para cumplir esta condición es un conjunto vacío.

Por último tomamos las condiciones del cuarto cuadro para analizar el último equilibrio bayesiano perfecto para el juego. La condición más exigente en este cuadro es

$$B < Tg - Tc + a$$

Esta desigualdad asegura el equilibrio agrupador (NG, NG) tanto para el contexto de crisis como el contexto de adversidad, sea cual sea la acción tomada por B. Con esto, concluimos este apartado como así también el capítulo, dejando las conclusiones para el capítulo siguiente.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS A FUTURO

1. CONCLUSIONES GENERALES DEL MODELO

En este capítulo pretendemos presentar las conclusiones del trabajo llevado a cabo, y además también realizar pequeño resumen de las tareas realizadas y sus justificaciones.

Como fase inicial de la investigación se planteó una inquietud: si era posible que un candidato a presidente pudiera no querer ganar las elecciones, inquietud que va en contra de la intuición humana. En el proceso de construcción de una posible respuesta a esta duda de forma científica, comenzamos leyendo diversos papers y trabajos de investigación sobre política y economía relacionados al tema elecciones presidenciales. Sin embargo se encontraron escasos trabajos relacionados o que mencionaban una hipótesis similar motivo por el cual se decidió proseguir con la misma.

La investigación se enmarca en la teoría de juegos, ya que se la consideró un instrumental idóneo para modelar tal problema, donde las decisiones de los individuos cambian al tener en cuenta lo que realizan los demás. Al ser una rama relativamente nueva dentro del campo científico se hizo una breve reseña histórica de los principales usos y aportes de la misma, para luego introducir los conceptos necesarios de los cuales nos valdríamos para demostrar o refutar la hipótesis bajo estudio.

Luego, a fines didácticos se muestra, explica, comenta y analiza un modelo que, sin anticiparlo, era un caso particular del modelo generalizado, producto de la investigación. Es decir, al modelo generalizado que se obtuvo, se le cambiaron los parámetros por números, y el modelo fue resuelto encontrando los equilibrios bayesianos del mismo.

En el capítulo III finalmente se presenta el motivo principal de la investigación, un modelo de teoría de juegos, dinámico con información incompleta. En el mismo se quitan todos los supuestos posibles hasta reducirlos a los indispensables para que el modelo tenga validez y solución.

Se realizó un extenso análisis formal sobre las cuatro posibilidades de equilibrio para determinar ocho condiciones por cada estrategia, que cuando se cumplan determinarían un equilibrio bayesiano perfecto a ciencia cierta, valga la redundancia. Sobre el final del capítulo, se presentan cuatro cuadros resumen de todo el trabajo sólo con las ecuaciones pertinentes reducidas para tener visión de conjunto y poder concluir el análisis matemático. Como resultado se descubre que sólo tres de las cuatro estrategias resultaran en equilibrio, mientras que la restante tal como lo predice la intuición resulta imposible.

Una vez comentada brevemente la serie de tareas realizadas a lo largo del escrito y de la investigación, enumeramos a continuación las conclusiones más importantes del trabajo y sobre todo las respuestas a todas las preguntas que se presentaron en la introducción.

El resultado de la investigación ha sido lograr validar la hipótesis bajo estudio. El modelo que fue formulado, trabajado y resuelto con rigor científico lo cual nos permite demostrar que el tamaño del problema que enfrenta un gobierno entrante es un determinante primordial de la conveniencia de ganar las elecciones para el mandato que deberá enfrentar la resolución de dicho problema. A lo largo del marco de referencia y del desarrollo del modelo generalizado mostramos cómo es posible la modelización de la falta de información en teoría de juegos o en modelos de decisiones interpersonales como el analizado. Esto se logra a través de la introducción de sucesos posibles cada uno con una probabilidad de ocurrencia, lo que transforma la información incompleta en información imperfecta. Puntualmente las herramientas más valiosas han sido el teorema de Bayes y el equilibrio bayesiano perfecto.

Como pudimos ver en las condiciones necesarias para cada equilibrio siempre aparece la variable que indica el costo del problema, o el costo de su solución según la interpretación que se le quiera dar. Todas las condiciones, como fue explicado con anterioridad, fueron presentadas como ingreso marginal mayor al costo marginal que es la condición de optimización de las ciencias económicas en general. Fácilmente, en las mismas, se puede ver que el costo de la adversidad o de la crisis es un elemento principal para la toma de decisiones, el cual puede alterar la decisión que se tomará.

También así, analizando las desigualdades obtenidas, determinamos que los tamaños de campaña son otro componente capaz de alterar las decisiones cuando cambie su magnitud, ya que estos aparecen también en todas las condiciones necesarias de los equilibrios propuestos. En particular el valor absoluto de los tamaños de campaña no es lo relevante, en cambio sí sus valores relativos, es decir, la diferencia entre el costo de la campaña grande y el costo de la campaña chica, debido a que esta diferencia es el costo en el que se incurre marginalmente en pos de ganar la campaña. Como bien es sabido, para analizar beneficios es preciso computar los costos relacionados, en este caso, para obtener los beneficios de ganar las elecciones, se debe incurrir en los costos de campaña.

Por último, entre las conclusiones más relevantes que se obtuvieron, se enumeraran las condiciones para los equilibrios posibles así como la estrategia que no puede ser equilibrio.

Las estrategias (G, G) (G, NG) (NG, NG), pueden resultar como equilibrio del modelo, estos tres cursos de acción son factibles matemática e intuitivamente, lo cual nos da un primer indicio de que el modelo podría servir como predictor. Las condiciones se presentan a continuación en el orden respectivo.

(G, G)

$$B > \frac{Tg - Tc}{(w - s)} + c$$

(G, NG)

$$\frac{Tg - Tc}{(w - s)} + a < B < Tg - Tc + c$$

(NG, NG)

$$B < Tg - Tc + a$$

De estos tres posibles equilibrios rescatamos como más importante al segundo, debido a que es la solución más probable en la realidad, recordamos que este equilibrio propone que el jugador intente ganar las elecciones cuando el problema que se enfrentará es menor mientras que prefiera sólo figurar en las elecciones sin intenciones de ganarlas si el problema es una crisis macroeconómica, muy costosa de resolver.

Por otro lado, la estrategia (NG, G) no es factible matemáticamente en el modelo, tampoco así intuitivamente, lo que refuerza los aciertos del modelo en lo relativo a la realidad. Esta condición indica que el jugador preferirá jugar a no ganar las elecciones cuando el problema sea sencillo, mientras que incurrirá en todos los costos necesarios para ganar las elecciones si el problema es mayúsculo. Lo cual no tiene sentido para el racionamiento lógico. A continuación presentamos la condición que demuestra la imposibilidad matemática de la estrategia mencionada.

$$\frac{Tg - Tc}{w - s} + c < B < Tg - Tc + a$$

Habiendo concluido con el trabajo, dejamos para futuras investigaciones intentar encasillar lo ocurrido en las elecciones de 2015 de Argentina, ya que creemos que lo óptimo sería realizar un estudio empírico econométrico que determinará el valor de todas las variables necesarias del modelo, para que el encasillamiento tenga rigor científico.

2. SUGERENCIAS PARA FUTUROS TRABAJOS

Por último, no queremos finalizar el escrito sin comentar que a lo largo del desarrollo del trabajo se tomaron en cuenta muchos cursos de acción para la investigación de los cuales sólo se tuvo en cuenta uno de ellos. El motivo de esto fue que nos vimos en la obligación de descartar interrogantes o variaciones del modelo que escapaban a la hipótesis en cuestión. No obstante, consideramos oportuno mencionar en un apartado todas las ideas que no se desarrollaron, para que estas sirvan en futuras publicaciones o para otros investigadores, las mismas son anunciadas a continuación.

- Incluir en el modelo una segunda imperfección en la información, haciendo que el azar determine un tipo para el jugador A igual que en este trabajo, pero al mismo tiempo un tipo para el jugador B, este podría ser por ejemplo, la habilidad que B tiene para resolver el problema, y este tipo solo sería conocido por B pero no por A.
- Cambiar el modelo para que el equilibrio determine los tamaños de campaña óptimos para los candidatos dada la información disponible.
- Incluir una función de utilidad para que el modelo adquiera fundamentos microeconómicos de maximización más rigurosos científicamente.
- Analizar como cambiarían los resultados de la investigación, si el candidato que en el momento cero es presidente y se presenta para la reelección, tiene un costo adicional por perder las elecciones debido a que auditarían su gestión anterior.
- Realizar un estudio empírico que contraste la realidad de determinadas elecciones presidenciales (en particular recomendamos las elecciones presidenciales de Argentina en 2015) con el modelo obtenido, para determinar cuáles fueron las acciones tomadas por los candidatos.

BIBLIOGRAFÍA

1. REFERENCIAS

Blydenburg, J. C., "An Application of Game Theory to Political Campaign Decision-making" American Journal of Political Science, Vol. 20, No. 1 (Feb., 1976), pp. 51-65

Deutsch, K. W., Game Theory and Politics: Some Problems of Application, The Canadian Journal of Economics and Political Science / Revue canadienne d'Economique et de Science politique, Vol. 20, No. 1 (Feb., 1954), pp. 76-83

Fudenberg, D., & Levine, D. (1983). Subgame-perfect equilibria of finite-and infinite-horizon games. Journal of Economic Theory, 31(2), 251-268. S/l.

Gibbons, R. (1992), Game Theory for applied economists, New York Estados Unidos, Princeton University Press.

Goldburg, C. B., The Accuracy of Game Theory Predictions for Political Behavior: Cumulative Voting in Illinois Revisited, The Journal of Politics, Vol. 56, No. 4 (Nov., 1994), pp. 885-900. S/l.

Harrington, J. (2008), Games, Strategies and Decision Making, Estados Unidos, Worth Publishers.

Harsanyi, J. C., 1967/1968. "Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, I-III." Management Science 14 (3): 159-183 (Parte I), 14 (5): 320-334 (Parte II), 14 (7): 486-502 (Parte III) S/l.

Munck, G. L., (Jan., 2001), Game Theory and Comparative Politics: New Perspectives and Old Concerns, Cambridge University Press.

Osborne, M.J. (2004), An Introduction to Game Theory, Estados Unidos, Oxford University Press.

Selten, R. (1975). Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. International journal of game theory, 4(1), 25-55. S/l.

Selten, R. (1965). Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragetragheit, Zeitschrift für die gesamte Staatrwissenschaft, 121, 301 - 24, 667 – 89. S/l.

Walker, P. (Septiembre 2012), "A Chronology of Game Theory" [en línea], fecha de consulta 03/2016, URL: http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm

Zagare Frank C. (1986) “Recent Advances in Game Theory and Political Science”, Samuel Long, Annual Review of Political Science. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

Declaración Jurada Resolución 212/99-CD

"El autor de este trabajo declara que fue elaborado sin utilizar ningún otro material que no haya dado a conocer en las referencias, que nunca fue presentado para su evaluación en carreras universitarias y que no transgredí o afecta derecho de terceros"

DIEZ, GONZALO
Apellido y Nombre

Mendoza,
Nº Registro
27622

Firma