УДК 519.216

С.А. Лупенко докт. техн..наук, проф., Н.Р. Шаблій, Н.Б. Стадник, А.М. Зозуля
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ЛІНІЙНІ ЦИКЛІЧНІ ВИПАДКОВІ ФУНКЦІЇ ЯК МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СИГНАЛІВ ТА ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ПОЛІВ СЕРЦЯ

S.A. Lupenko Dr., Prof., N.R. Shabliy, N.B. Stadnyk, A.M. Zozulya

LINEAR CYCLIC RANDOM FUNCTIONS AS MATHEMATICAL MODELS OF SIGNALS AND SPATIAL-TEMPORAL FIELDS OF THE HEART

У роботі [1] розроблено математичну модель циклічних сигналів, зокрема сигналів серця у вигляді лінійного циклічного випадкового процесу, що узагальнило таку їх відому математичну модель як лінійній періодичний випадковий процес [2] і дало змогу врахувати змінність ритму сигналів серця. Однак у багатьох задачах розробки інформаційних систем опрацювання сигналів серця необхідно мати засоби математичного опису не лише часової структури одного сигналу серця, а цілої сукупності синхронно зареєстрованих кардіосигналів, а також засоби опису векторних та скалярних просторово-часових кардіополів електричної, магнітної та акустичної природи. При цьому необхідно мати засоби врахування біофізичних механізмів формування кардіосигналів електричної, магнітної та механічної (акустичної) природи в рамках єдиного теоретико-методологічного підходу, оскільки кардіосигнали мають подібну просторово-часову структуру і подібні механізми їх формування, що зумовлено взаємопов’язаністю, узгодженістю між собою електричних та механічних біофізичних процесів у серці. Для вирішення цих завдань необхідно розвинути математичний підхід до моделювання сигналів серця електромагнітної та акустичної фізичної природи із застосуванням лінійних циклічних випадкових функцій.

Дана робота присвячена розробці нового конструктивного підходу до моделювання та опрацювання сигналів серця, який враховує циклічний характер їх часової структури, змінність ритму та біофізичні механізми формування типових кардіосигналів різної фізичної природи. Даний підхід дає змогу узгоджено моделювати векторні та скалярні просторово-часові кардіополя за допомогою лінійних циклічних випадкових полів, сукупність синхронно зареєстрованих сигналів серця за допомогою вектора лінійних циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів та лінійного циклічного випадкового процесу.

Як один із прикладів, розглянемо модель, яка описує поле електричних потенціалів, які виникають в наслідок електричної активності серця людини. Це скалярне поле можна розглядати як таке поле, що породжене системою зарядів, які розміщені в просторовій області $\mathbf{V}$ і які змінюються у часі. Породжуючу систему зарядів подамо у вигляді гільбертового просторово-часового поля з незалежними приростами $q\left(\omega,\tau,\bar{v}\right)$. Тоді для поля $u\left(\omega,t,\bar{g}\right)$, можна записати

$$u\left(\omega,t,\bar{g}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_{-\infty}^{t}\int_{\mathbf{V}}\frac{1}{\varepsilon(t,\tau,\bar{g})\cdot\left|\bar{g}-\bar{v}\right|}d_\tau d_{\bar{v}}\,q(\omega,\tau,\bar{v}), \tag{1}$$

де $\varepsilon(t,\tau,\bar{g})$ - відносна діелектрична проникність біосередовища, яка змінюється з часом, є неоднорідною по просторових координатах і відображає інерційні властивості даного середовища;

ε_0 - абсолютна діелектрична проникність середовища ($\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \dfrac{\Phi}{м}$);

$\omega \in \mathbf{\Omega}$ - деяка елементарна подія з множини елементарних подій $\mathbf{\Omega}$;

t - момент часу спостереження кардіополя, $t \in [0,\infty)$;

$\bar{g} = \left(\bar{g}_x, \bar{g}_y, \bar{g}_z\right) \in \mathbf{G}$ - вектор просторових координат точки спостереження кардіополя, $\mathbf{G} \subset \mathbf{R}^3$ - просторова область спостереження кардіополя, причому $\mathbf{V} \subset \mathbf{G}$;

$\left|\bar{g} - \bar{v}\right| = \sqrt{(\bar{g}_x - \bar{v}_x)^2 + (\bar{g}_y - \bar{v}_y)^2 + (\bar{g}_z - \bar{v}_z)^2}$ - віддаль між просторовими точками породжуючого поля та спостережуваного кардіополя.

Введемо позначення

$$\varphi_1(t,\tau;\bar{g},\bar{v}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon(t,\tau,\bar{g}) \cdot \left|\bar{g} - \bar{v}\right|}, \tag{2}$$

тоді поле (1) можна подати у вигляді

$$u\left(\omega, t, \bar{g}\right) = \int_{-\infty}^{t} \int_{\mathbf{V}} \varphi_1(t,\tau;\bar{g},\bar{v}) d_\tau d_{\bar{v}}\, q(\omega,\tau,\bar{v}), \quad \omega \in \mathbf{\Omega}, \quad t \in [0,\infty), \quad \bar{g} \in \mathbf{G}. \tag{3}$$

Інтеграл (3) є гільбертовим лінійним випадковим полем.

Грунтуючись на роботі [1], для лінійного випадкового поля (3) записано умови, яким повинні задовольняти ядро та ймовірнісні характеристики породжувального поля $q\left(\omega, \tau, \bar{v}\right)$, щоб поле (3) було лінійним циклічним випадковим полем.

Отримані результати, узагальнюють відомі результаті, які стосуються математичних моделей кардіосигналів та кардіополів у вигляді лінійного періодичного випадкового процесу та лінійного періодичного за часовою координатою випадкового поля. Також дані результати доповнюють відомі моделі сигналів серця у вигляді лінійного циклічного випадкового процесу, що уможливлює конструктивне моделювання та аналіз просторово-часових полів серця електричної, магнітної та акустичної природи у рамках теорії лінійних циклічних випадкових полів.

Література

1.Lupenko S. Cyclic Linear Random Process As A Mathematical Model Of Cyclic Signals / S. Lupenko, N. Lutsyk, Y. Lapusta // Acta mechanica et automatica - 2015. - №9(4). - S. 219-224.

2.Лупенко С.А, Щербак Л.М. Конструктивна математична модель сигналів серця на основі лінійних періодичних випадкових процесів та полів // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 2000. – Т.5, №4, - С. 101-110.