Classification dans les représentations par objets: produits de systèmes classificatoires

Jérôme Euzenat

Classification dans les représentations par objets: produits de systèmes classificatoires

Classification in objet-based knowledge representations: products of classification schemes

Jérôme Euzenat

INRIA Rhône-Alpes

IMAG-LIFIA,
46, avenue Félix Viallet,
38031 Grenoble Cedex 1 (France)
Jerome.Euzenat@imag.fr

Résumé

Les systèmes classificatoires représentent la structure supportant une activité de classification. Ils sont définis non pas à partir de la structure des entités à classer mais à partir de l'activité de classification elle-même. Ils prennent en compte la taxonomie dans laquelle est menée la classification et la construction de cette taxonomie. La notion de système classificatoire est étendue à l'aide d'opérations de produit et de projection qui engendrent de nouveaux systèmes classificatoires de telle sorte que les propriétés de ceux-ci leurs sont applicables. Les classifications multiples et composées sont ainsi caractérisées par un système classificatoire produit et des algorithmes peuvent être directement inférés de la composition des systèmes. L'exemple de TROPES permet de montrer comment la classification multi-points de vue d'objets composés est élaborée comme un produit de systèmes classificatoires à partir de systèmes classificatoires primitifs correspondant aux types de données.

Mots-clé

Classification — Taxonomie — Catégorisation — Systèmes classificatoires — TROPES — Produits de systèmes classificatoires

Abstract

Classification schemes represent the structure supporting the classification activities. Instead of considering the activity as a consequence of the structure of entities to classify, they consider the classification activity as primitive. Classification schemes take into account the taxonomies in which classification is carried out and their construction. This notion is extended through product and projection operators which generate new classification schemes such that the properties of initial ones apply to themselves. Thus, multiple and composite taxonomies are characterised by product of more primitive classification schemes. The TROPES example shows that multi-viewpoint composite object classification is obtained by applying products to more elementary classification schemes, the fundamental ones being those associated to data types and constraints.

Keywords

Classification — Taxonomy — Categorisation — Classification schemes — TROPES — Product of classification schemes

Classification dans les représentations par objets: produits de systèmes classificatoires

Jérôme Euzenat

La classification (identification dans certaines disciplines) consiste à trouver quelles sont les catégories auxquelles un individu donné appartient. Cette définition très générale possède un grand nombre d'applications au point que de nombreux systèmes de représentation de connaissance offrent des mécanismes de classification de leurs unités de représentations indépendants d'une application quelconque [5, 12, 15, 10, 14]. Ces instanciations sont pourtant tributaires de la forme et du sens de unités de représentations. Ainsi, le travail accompli par les différents systèmes n'est pas immédiatement comparable.

Les systèmes classificatoires constituent un modèle de l'activité de classification. Au lieu de partir de la structure des entités à classer, ils considèrent ce qui est indispensable à l'activité elle-même. Ils ne retiennent donc que ce qui est communs aux systèmes pratiquant la classification: *un ensemble de catégories muni d'un ordre sur lequel portent des contraintes.* L'intérêt de rendre compte des diverses formes que revêt la classification dans le même formalisme est triple:

- établir les propriétés générales des systèmes classificatoires;
- comparer les différentes approches (représentations par objets, types, langages terminologiques…);
- définir des algorithmes de classification indépendamment de leur instanciation et interprétation, mais en fonction des propriétés générales du système classificatoire sous-jacent.

Ce travail prolonge la notion de systèmes classificatoires introduite par ailleurs [7]. Elle sera reprise ici afin d'en présenter les extensions plutôt que les propriétés: les systèmes classificatoires sont étendus par les opérateurs de produit et de projection (§1). Cette extension permet de rendre compte précisément de types de classification rencontrés dans les systèmes de représentation de connaissance:

- classification d'objets composés, où un objet est classé dans une classe particulière parce que les valeurs de ses attributs le sont dans d'autres classes particulières,
- classification multi-points de vue, où un objet est classé dans un vecteur particulier de classes parce qu'il l'est dans chacune des classes du vecteur,

sans sortir des systèmes classificatoires. Ils s'appliquent donc très naturellement à ceux de TROPES (§2). Conserver le cadre des systèmes classificatoires pour ces classifications préserve la validité des algorithmes et propriétés établis pour les systèmes classificatoires simples.

1.Produits de système classificatoires

La notion de système classificatoire est tout d'abord présentée (§1.1) avant d'être étendue par la notion de produit (§1.2). Cette dernière notion est ensuite exploitée pour donner naissance aux produits homogènes pontés de systèmes classificatoires (§1.3) et aux produits hétérogènes de systèmes classificatoires (§1.4). Ces dernières notions permettent de construire et de décomposer les systèmes classificatoires à partir de systèmes élémentaires. La notion de produit permet de rendre compte des objets composés dans les représentations de connaissance par objets et des termes construits dans les langages terminologiques. La partie suivante montrera comment ces dernières notions s'appliquent à la classification multi-points de vue et à la classification d'objets composés.

1.1. Systèmes classificatoires

Un modèle de la classification, indépendant de toute représentation de connaissance, est d'abord proposé. Il définit les notions de catégories, de taxonomie et de catégorisation. Son intérêt réside dans le fait que la structure des individus ne fonde pas l'activité de classification.

Classification

La classification agit sur des ensembles d'entités abstraites L_C et L_I dont les éléments sont nommés respectivement *catégories* et *individus.* Ces entités trouvent des significations diverses suivant les modèles de connaissance considérés (par exemple, L_I=~ et L_C est l'ensemble des intervalles d'entiers). Une interprétation est donnée au §2. Une catégorie représente un ensemble d'individus du monde réel.

DÉFINITION (interprétations): Les catégories sont interprétées comme des ensembles d'individus. Il existe deux interprétations d'une catégorie c:

- L'*interprétation abstraite* $I_A(c)$ qui est constitué de l'ensemble des individus décrits par l'expression c et qui est mécaniquement accessible;
- L'*interprétation réelle* $I_R(c)$ qui est l'ensemble d'individus dénotés par c dans le domaine modélisé.

La catégorie doit effectivement représenter l'ensemble d'individus ce qui se traduit par la contrainte d'*inclusion des interprétations:* $I_R(c) \subseteq I_A(c)$.

La classe c_1 telle que $I_R(c_1)=\{1,3,4\}$ n'est pas représentable par un intervalle d'entier. Ainsi, on utilisera une expression de c_1 dont $I_A(c_1)=\{1,2,3,4\}$: [1 4]. L'appartenance d'un entier à l'intervalle [1 4] est alors une condition nécessaire pour faire partie de la catégorie c_1 mais non suffisante.

Un individu i peut être *classé* sous une catégorie c. Le but de la classification est de retrouver les catégories dont l'interprétation réelle contient i; cependant, ceci n'est pas mécaniquement accessible. Aussi, la classification retourne l'ensemble des catégories dont l'interprétation abstraite contient i. C'est ainsi que c_1 et c_2 font partie de $Cl(1)$ et de $Cl(2)$.

DÉFINITION (catégories d'un individu): À partir d'un ensemble C(où $C \subseteq L_C$) de catégories, l'opération de *classification* détermine l'ensemble $Cl(i,C)=\{c \in C;\ i \in I_A(c)\}$ de catégories dans lesquelles un individu particulier i est classé (dans la suite la notation $Cl(i)$ sera utilisée quand elle n'est pas ambiguë).

La notion abstraite de système classificatoire ne fixe pas de condition d'appartenance d'un individu à une catégorie. Certaines élaborations, tels les produits qui sont présentés ci-après, désignent les conditions sous lesquelles un individu appartient à une catégorie, mais ces conditions dérivent toujours de l'appartenance d'autres individus à d'autres catégories dans des systèmes classificatoires moins élaborés.

Taxonomie

L'ensemble des catégories est habituellement organisé en une taxonomie.

DÉFINITION (taxonomie): Une *taxonomie* $<C \leq>$ vis-à-vis d'une interprétation I est une structure composée d'un ensemble C de catégories et d'une relation d'ordre ($\leq$) sur ces catégories respectant l'*inclusion des extensions:*

$$c' \leq c \Rightarrow I(c') \subseteq I(c)$$

Dans la suite, $\leq$ sera confondue avec son graphe sur C.

Ainsi, la relation composée de $c_1 \leq c_2$ et de $c_3=[2\ 2] \leq c_2$ est-elle une taxonomie pour I_R puisque $I_R(c_1)=\{1,3,4\}$, $I_R(c_2)=\{1,2,3,4\}$ et $I_R(c_3)=\{2\}$. C'est aussi une taxonomie pour I_A puisque $I_A(c_1)=I_A(c_2)=\{1,2,3,4\}$ et $I_A(c_3)=\{2\}$. La relation composée de $c_2 \leq c_1$ et de $c_3 \leq c_1$ est une taxonomie pour I_A mais pas pour I_R car les deux relations d'inclusion correspondantes ne sont pas satisfaites.

La taxonomie permet d'exprimer les relations d'inclusions entre interprétations sans connaître l'interprétation elle-même. Elle organise l'ensemble des catégories en une structure plus élaborée que le simple ensemble. Ceci peut être utilisé pour implémenter des algorithmes de classification efficaces ou pour qualifier le degré de reconnaissance d'un individu.DÉFINITION (système classificatoire): Un *système classificatoire* $<C \leq \ll>$ sur un couple de langages L_C et L_I est donné par un ensemble de catégories (C), une *relation de sous-catégorisation* ($\leq$) et un *critère de sous-catégorisation* ($\ll$) tels que:

- $<L_C \ll>$ est une taxonomie vis-à-vis de l'interprétation abstraite,
- $<C \leq>$ est une taxonomie vis-à-vis de l'interprétation réelle et
- $\forall c, c' \in C, c \leq c' \Rightarrow c \ll c'$.

Le premier permet de définir la classification, la seconde, la taxonomie et le dernier, la manière de construire la taxonomie ou catégorisation. Ainsi, le premier exemple de taxonomie ci-dessus constitue-t-il un système classificatoire, avec l'inclusion des extensions des interprétations abstraites pour critère de sous-catégorisation, ce qui n'est pas le cas du second.

Catégorisation

La catégorisation (aussi appelée classification de classes) permet la construction d'une taxonomie. Elle détermine incrémentalement les relations entre une nouvelle catégorie et celles qui sont déjà dans la taxonomie. La catégorisation construit donc incrémentalement la relation $\leq$. Ceci est réalisé à l'aide du critère de sous-catégorisation. Bien souvent, le critère de sous-catégorisation est bâti à partir d'un ordre partiel "naturel" L_C (par exemple, la relation d'inclusion entre l'interprétation abstraite des intervalles). Intuitivement, il est la contrainte la plus lâche que doit respecter la relation de sous-catégorisation: une catégorie peut être insérée n'importe où dans le graphe de sous-catégorisation tant que la relation obtenue respecte le critère de sous-catégorisation:

$$\forall c, c' \in C, c \leq c' \Rightarrow c \ll c'.$$

Dans l'exemple, cela signifie que la catégorie c_4=[2 4] ($I_R(c_4)$={2,3,4}) peut être ajoutée de telle sorte que $c_4 \leq c_2$ car [2 4]⊆[1 4]. Contraindre ainsi la relation de sous-catégorisation à être compatible avec un ordre à la fois définit sur L_C et respectant l'inclusion des extensions permet de s'assurer, lors de la construction de ≤, de la possibilité de l'inclusion des extensions.

DÉFINITION (restriction et appauvrissement): Une relation d'ordre partiel ≤ sur un ensemble E peut être définit par le sous-ensemble O de $E \times E$ contenant les couples d'éléments en relation. La *restriction* de ≤ à un ensemble E' inclus dans E (notée $\leq|E$) est l'ensemble des éléments de O appartenant à $E' \times E'$. Un *appauvrissement* de ≤ est un sous-ensemble de O clos transitivement et réflexivement.

PROPRIÉTÉS:
1) $<L_C \ll>$ est une taxonomie.
2) Toute restriction d'une taxonomie est une taxonomie.
3) Tout appauvrissement d'une taxonomie est une taxonomie.

Preuve. 1) est si vrai par définition. 2) est vrai car la restriction d'un ordre partiel est un ordre partiel et que la relation initiale respecte l'inclusion des extensions. 3) est vrai car l'appauvrissement est un ordre partiel (ceci est garanti par les clôtures transitives et réflexives) et l'inclusion des extensions est respectée car (a) la clôture transitive d'un sous-ensemble d'un ensemble clos transitivement ne peut excéder l'ensemble initial et (b) l'inclusion des extensions est respectée par la relation initiale.

PROPRIÉTÉ: Une taxonomie $<C \leq>$ dans un système classificatoire $<C \leq \ll>$ est un appauvrissement de la restriction à C de $< L_C. \ll>$.

Preuve. $C \subseteq L_C$ et ≤ respecte ≪.

À noter que la première propriété est vraie pour l'nterprétation abstraite alors que $<C \leq>$ est une taxonomie pour l'nterprétation réelle. En fait, elle l'est aussi pour l'interprétation abstraite car ceci est exigée par la définition des systèmes classificatoires afin que le système puisse tirer partie de l'interprétation abstraite dans ses opérations de classification.

On peux vérifier que l'exemple de système classificatoire donné ici respecte bien cette propriété. La figure 1 représente l'ensemble des taxonomies constructible à partir d'un langage L_C et d'une relation de sous-catégorisation. Chaque taxonomie peut-être obtenue à partir de $<L_C \ll>$ en appliquant restriction et appauvrissement. La catégorisation consiste à construire une taxonomie petit à petit, c'est-à-dire en ajoutant les catégories une par une. Elle ne procède donc pas explicitement par restriction et appauvrissement de la taxonomie $<L_C \ll>$ mais au contraire, part d'une taxonomie vide <Ø {}> et procède par extension et enrichissement successifs. Cependant, l'espace parcouru par ce processus de construction est fixé à l'avance. Il correspond au graphe de la figure 1 dans lequel les arcs sont parcourus dans le sens inverse.

Figure 1. Étant donné un langage de catégories L_C et un ordre partiel (≪) sur ce langage, un ensemble de systèmes classificatoires est constructible par restrictions et appauvrissements successifs de cet ordre partiel. L'élément minimal de cet ensemble (celui qui ne peut plus être restreint) est celui ayant l'ensemble vide pour ensemble de catégories.

Afin que la taxonomie construite respecte bien les contraintes posées ci-dessus, les ensembles suivants, se référant aux catégories déjà prises en compte dans la taxonomie à étendre sont définis:

DÉFINITIONS (catégories plus générales, plus spécifiques): L'ensemble des *catégories les plus générales* (resp. *plus spécifiques*) d'une catégorie c par rapport à ≪ est: $MGC(c) = \{c' \in C; c \ll c'\}$ (resp. $MGC(c) = \{c' \in C; c' \ll c\}$).

Pour que l'insertion d'une nouvelle catégorie respecte le critère de sous-catégorisation, il faudra qu'elle soit sous-catégorie de catégories plus générales au sens de ≪ et que les catégories qui seront ses sous-catégories soient plus spécifiques au sens de ≪. L'opération de catégorisation permet de caractériser l'espace dans lequel une catégorie précise peut être insérée.

DÉFINITION (catégorisation): L'opération de *catégorisation* établit, pour une catégorie c, l'ensemble de ses catégories les plus générales et l'ensemble de ses catégories les plus spécifiques.

Ainsi, dans le cadre de l'insertion de c_4, $MSC(c_4)=\{c_3\}$ et $MGC(c_4)=\{c_1,c_2\}$ mais seul c_2 devra être retenue car l'interprétation réelle de c_4 n'est pas incluse dans celle de c_1.

PROPRIÉTÉ: L'ajout d'une catégorie c dans une taxonomie, étendant $\leq$ de telle sorte que:
1) $\forall c', c \leq c' \Rightarrow c' \in MGC(c)$,
2) $\forall c', c' \leq c \Rightarrow c' \in MSC(c)$, et
3) que $\leq$ reste un ordre partiel,
produit une taxonomie vis-à-vis de l'interprétation abstraite.

Preuve. $\leq$ est un ordre partiel et respecte l'inclusion des extensions car il respecte $\ll$.

Si les relations $\leq$ sont de simples restrictions à C de $\ll$, alors l'ajout d'une catégorie à C est immédiat: elle doit être plus spécifique que toutes ses catégories plus générales et plus générale que toutes ses catégories plus spécifiques. Mais rien n'oblige à ce qu'il en soit ainsi.

La notion de classification (construction de classification hiérarchisée) en analyse de données ou en apprentissage symbolique automatique consiste à construire une taxonomie en partant d'un ensemble d'individus. Elle est aussi couverte par les systèmes classificatoires. D. Leuschner considère la construction d'une classification comme une réduction adéquate du treillis formé par l'ensemble des parties de l'ensemble (donné) des individus [11]. Il s'agit bien d'un système classificatoires: le plus simple. Celui où L_I est donné L_C l'ensemble des parties de L_I (2^{L_I}) et $\ll$ l'inclusion ensembliste ($\subseteq$).$<C \leq>$ est construit par réduction et appauvrissement de $<2^{L_I} \leq>$ dans les approches ascendantes (ou par partition) et dans le sens inverse pour les approches ascendantes (ou par agglutination). Cette dernière approche est en fait une simplification précise de celle considérée plus haut dans laquelle l'appauvrissement est choisi parmi les appauvrissements possibles en utilisant une distance.

Les systèmes classificatoires s'appliquent à de nombreux . Ils sont plus généraux que les approches qui contraignent $\leq$ à être une simple restriction de $\ll$ sur C (sémantique définitionnelle des catégories [15, 11]) et que celles qui considèrent des treillis au lieu d'ordres partiels [1, 15]. Jusqu'à présent cette notion est même trop générale et ne s'appuie pas sur les langages de représentation. Cette lacune va être comblée à l'aide de la notion de produit.

1.2. Produits de systèmes classificatoires

La section précédente a développé la notion de système classificatoire. Cette dernière semble comprendre la façon d'opérer la classification et la catégorisation dans des ordres partiels sans préciser les raisons de la classification. Le produit de systèmes classificatoires va permettre de décomposer un système classificatoire en un ensemble de sous-systèmes classificatoires. La notion définie dans la généralité va donc trouver ici un développement plus constructif. Cette section ne comporte pas d'exemples, par nature compliqués, mais la section 2 est toute entière destinée à l'illustrer. Le produit permettra de modéliser la classification d'objets composés (et donc décomposables) et la classification multiple. Ici sont introduits le produit, la projection et quelques notions annexes.

DÉFINITION (produit): Soit un ensemble $S_1, \ldots S_n$ de systèmes classificatoires (pour $j \in [1\ n]$, $S_j = <C_j \leq_j \ll_j>$ est défini sur les langages et), un produit de systèmes classificatoires $S = \times_{j=1}^{n} S_j$ est défini par $<\times_{j=1}^{n} C_j \leq \ll>$ sur les langages $L_C = \times_{j=1}^{n} L_C^j$ et $L_I = \times_{j=1}^{n} L_I^j$ où:

$$\forall c = (c_1, \ldots c_n) \in L_C, \forall c' = (c'_1, \ldots c'_n) \in L_C,$$
$$c \ll c' \Leftrightarrow \forall j \in [1\ n], c_j \ll_j c'_j$$

$$\forall c = (c_1, \ldots c_n) \in \times_{j=1}^{n} C_j, \forall c' = (c'_1, \ldots c'_n) \in \times_{j=1}^{n} C_j,$$
$$c \leq c' \Leftrightarrow \forall j \in [1\ n], c_j \leq_j c'_j$$

À noter que le produit est complètement défini lorsque les termes sont connus. Il n'existe pas deux possibilités d'obtenir un système classificatoire produit à partir des mêmes systèmes classificatoires initiaux.

PROPRIÉTÉ: Un produit de système classificatoire est un système classificatoire.

Preuve. Le produit d'ordre partiel tel que définit plus haut est un ordre partiel. Si les extensions des catégories respectent l'ordre partiel produit, alors il s'agit bien d'un système classificatoire. C'est le cas parce que l'ordre était respecté dans les facteurs du produit.

DÉFINITION (produit disjoint): un *produit disjoint* de systèmes classificatoires est un produit de systèmes classificatoire $S_1, \ldots S_n$ tel que pour tout j et k dans $[1\ n]$, $S_k \neq S_j$ ou $k=j$.

DÉFINITION (système classificatoire vide): Le système classificatoire $<\emptyset\ \{\}\ \{\}>$ est nommé *système classificatoire vide* et noté $\perp$.

Le système classificatoire vide ne se voit pas associé de langage d'individus, ni de catégories. Une projection est une opération qui prend un produit de systèmes classificatoires et retourne un autre produit de systèmes classificatoires. Ce dernier produit n'est qu'une sélection de termes (systèmes classificatoires) parmi ceux qui formaient le premier produit. La sélection peut ne retenir aucun terme du produit initial: elle retourne alors le système classificatoire vide.

DÉFINITION (projection): Une *projection* π est une fonction qui associe à un produit de systèmes classificatoires $\times_{j=1}^{n} S_j$ un autre système classificatoire S tel que:

- $S=\perp$, ou
- $S = \times_{j=1}^{m} S'_j (1 \leq m \leq n)$;

$$\forall j \in [1\ m], (\exists k \in [1\ n]; S'_j = S_k) \wedge (\forall l \in [1\ m], S'_j = S'_l \Leftrightarrow j = l).$$

Si $S=\perp$ pour tout produit de système classificatoires $\times_{j=1}^{n} S_j$ alors la projection est dite vide et si m=1 alors la projection est qualifiée d'unitaire et notée σ. L'opérateur de projection est étendu aux langages L_I et L_C, aux ensembles de catégories et aux relations de sous-catégorisation des taxonomies correspondantes (c'est-à-dire que π sera appliqué indifféremment à tout composant d'un système classificatoire dénotant ainsi son homologue dans l'image par π du système classificatoire initial: si S=<C $\leq$ $\ll$> sur L_I et L_C, S'=<C' $\leq'$ $\ll'$> sur L_I' et L_C' et $\pi S=S'$ alors $\pi L_I=L_I'$, $\pi L_C=L_C'$, $\pi C=C'$, $\pi\leq=\leq'$ et $\pi\ll=\ll'$ ces derniers notés aussi respectivement $\leq_\pi$ et $\ll_\pi$).

CONSÉQUENCE: Une projection π appliquée à un système classificatoire retourne un autre système classificatoire.

DÉFINITION (orthogonalité): Deux projections π_1 et π_2 sont dites *orthogonales* (ce qui se note $\pi_1\perp\pi_2$) si et seulement si leur composition appliquée à tout système classificatoire retourne le système classificatoire vide (pour tout produit de systèmes classificatoires S, $\pi_1\pi_2 S=\pi_2\pi_1 S=\perp$).

Intuitivement, les projections sont orthogonales lorsqu'elles ne sélectionnent pas les mêmes termes du produits.

DÉFINITION (produit homogène): un produit de systèmes classificatoire est dit *homogène* si les langages d'individus $L_I^1,\ldots L_I^n$ considérés sont les mêmes. Dans le cas contraire, il est dit hétérogène.

1.3. Plurinomies (classifications multiples)

Dans cette partie, il ne sera question que de taxonomies, c'est-à-dire de systèmes classificatoires indépendants de $\ll$. En effet, le produit de taxonomies est utilisé ici pour modéliser la classification multi-points de vue. La catégorisation multi-points de vue, si elle reste envisageable, restera hors de cette étude.

La classification a été jusqu'à présent définie sur une unique taxonomie. La classification multiple est utilisée pour classer un individu dans diverses taxonomies simultanément. Certains systèmes, tels que TROPES, utilisent une classification multi-points de vue qui classe un objet sur différentes taxonomie en parallèle [13]. Intuitivement, la classification multi-points de vue trouve, pour diverses taxonomies, les ensembles de catégories (une catégorie par taxonomie) dans lesquelles un individu i est classé. Le produit homogène de taxonomie est déjà une première approche de ce problème. Afin de prendre en compte des taxonomies non forcement indépendantes, la notion de passerelle est introduite. Une passerelle relie intuitivement un ensemble de catégories provenant de différentes taxonomies (la source) à une autre catégorie d'une autre taxonomie (la destination). Elle s'interprète comme signifiant que l'intersection des extensions de la source est incluse dans l'extension de la destination. Une passerelle permet donc d'exprimer la règle un individu est membre de chacune des catégories de la source, alors il est membre de la destination. En ajoutant des relations entre catégories de deux systèmes classificatoires différents, les passerelles permettent d'entraîner la classification multi-points de vue au delà de la simple juxtaposition de systèmes classificatoires.

DÉFINITION (passerelle, support): une *passerelle* dans un produit disjoint homogène de systèmes classificatoires <C $\leq$ $\ll$> est un élément de $\pi C\times\sigma C$ où σ est une projection non vide, σ une projection unitaire et σ est orthogonal à π . Le couple (π,σ) est le *support* de la passerelle.

DÉFINITION (acceptabilité): Une passerelle (s,d) de support (π,σ) est *acceptable* dans <C $\leq$ $\ll$> ssi $\forall c_1, c_2 \in C, (\pi c_1 \leq_\pi s) \wedge (d \leq_\sigma \sigma c_2) \Rightarrow c_1 \ll c_2$. Cette définition permet de déclarer comme inacceptables les passerelles allant d'une catégorie (c_1) à une autre (c_2) et telles que l'ensemble potentiel d'élément de c_1 n'est pas inclus dans celui de c_2: soit la passerelle est erronée, soit la définition de c_1 est trop large (la restreindre dans les mêmes termes que c_2 suffit à rendre la passerelle acceptable).

DÉFINITION (validité): Une passerelle (s,d) de support (π,σ) est *valide* dans <C $\leq$ $\ll$> si elle est acceptable et si $I_R(s) \subseteq I_R(d)$.

L'acceptabilité permet de considérer les passerelles qui ne violent pas le critère de sous-catégorisation du produit. La validité constitue la justification sémantique de la passerelle. L'acceptabilité est vérifiable à l'aide d'un calcul sur les systèmes classificatoires ce qui n'est pas le cas de la validité.

DÉFINITION (plurinomie ou produit ponté de systèmes classificatoires): un *produit ponté de systèmes classificatoires* (<S P>) est composé d'un produit disjoint de systèmes classificatoires homogènes (S) et d'un ensemble de passerelles valides dans S (P).

L’introduction de passerelles étend donc l’ordre partiel d’un produit de systèmes classificatoires en conséquence de l’interprétation de la validité de cette passerelle.

PROPRIÉTÉ: À un produit ponté de systèmes classificatoires (<<*C* ≤ ≪> *P*>) correspond un système classificatoire induit qui est le quotient de *C* modulo ≤’ du système <*C* ≤’ ≪> tel que:

- $\forall(s,d)$ de support $(\pi,\sigma), \forall c_1, c_2 \in C$,

  $$(\pi c_1 \leq_\pi s) \wedge (d \leq_\sigma \sigma c_2) \Rightarrow c_1 \leq' c_2 \ ;$$
- ≤’ est clos transitivement;

Preuve. Le résultat est bien un système classificatoire car il introduit toujours un ordre partiel (≤’ est un pré-ordre): il est transitif à cause de la clôture et réflexif car ≤ est réflexif et aucun élément n’y est ajouté; son quotient est donc un ordre partiel). D’autre part, les éléments de la relation ajoutés respectent la contrainte d’inclusion des extensions car la passerelle est acceptable.

Si la classification multi-points de vue peut être définie comme la classification dans un produit ponté de systèmes classificatoires homogènes (dans lequel les individus à classer sont toujours le produit d’un même individu *i*), alors elle se ramène à une simple classification dans un système classificatoire. Par abus de langage, l’individu composé du produit (*i*,*i*,...*i*) du même individu *i* d’un produit homogène sera noté *i*.

La projection peut être étendue aux produits pontés de systèmes classificatoires. Ceci est utile afin de pouvoir ne considérer qu’une partie de la plurinomie.

DÉFINITION (projection d’un produit ponté de systèmes classificatoires): Une projection π est étendue aux produits pontés de systèmes classificatoires de telle sorte que l’image d’un produit ponté de systèmes classificatoires (<*S P*>) soit un second produit ponté de systèmes classificatoires (<π*S P*’>) tel que:

- $P' \subseteq P$
- $\forall(s,d) \in P, (\pi s \neq s) \vee (\pi d \neq d) \vee ((s,d) \in P')$.

La dernière condition permet de ne conserver que les passerelles dont toutes les sources et la destination sont conservées par la projection (car sinon, la passerelle projetée est trop générale).

1.4. Partonomies (classifications composées)

La classification d’objets composites telle que définie dans TROPES [13] peut être vue comme un système classificatoire particulier. Une telle classification d’analyse récursivement en classant les valeurs des attributs de l’objet composite. Ceci est intégré dans une partonomie.

DÉFINITION (partonomie): Une *partonomie* est un produit de systèmes classificatoires, éventuellement hétérogènes.

À noter que le produit peut faire référence plusieurs fois au même sous-système classificatoire comme un objet peut avoir plusieurs attributs de même types. Par ailleurs, la partonomie prend non seulement en compte les attributs mais aussi les contraintes inter-attributs. Il suffit d’imaginer que l’une des projections a pour image un système classificatoire dont L_I est le produit des L_I des attributs concernés (voir §2.2).

En général, les représentations de connaissance ne considèrent pas la totalité du produit des composants comme les catégories concernant les individus composés. Elles n’en sélectionnent qu’une partie. Ceci est réalisé grâce à la restriction et l’appauvrissement du produit de systèmes classificatoires utilisé, ce qui conserve la propriété d’être un système classificatoire.

Ainsi, partant d’une définition de la classification totalement indépendante de la structure des individus, ces systèmes classificatoires ont été décomposés comme des produits d’autres systèmes classificatoires. Ceci s’applique en particulier aux représentations de connaissance par objets. L’avantage de cette approche est que les résultats établis sur les systèmes classificatoires [7] seront aussi valides sur les systèmes multiples et composés. Les algorithmes seront aussi applicables, bien que, dans la réalité, leur implémentation réelle diffère.

2.Application à TROPES

Le modèle de représentation de TROPES est exposé ici comme une superposition de systèmes classificatoires. Une première section introduit TROPES dans la généralité avant de montrer comment certains concepts de TROPES se révèlent être des produits de systèmes classificatoires. Après avoir présenté les systèmes classificatoires élémentaires qui forment la base de TROPES (§2.2), les produits de ces systèmes classificatoires élémentaires permettent de construire progressivement des taxonomies d’objets composés (§2.3) ainsi que des classifications multi-points de vue (§3.3).

En particulier, l’intérêt d’avoir caractérisé tous les types de classifications comme des systèmes classificatoires est mis en évidence: TROPES n’apparaît plus que comme un gigantesque produit de systèmes classificatoires et, conjointement, toutes les propriétés et algorithmes établis sur les systèmes classificatoires en général s'appliquent à tous les recoins de TROPES.

2.1. Rapide aperçu de TROPES

TROPES [12] est un modèle de représentation de connaissance par objets. Les individus sont donc les *objets*. Ceux-ci sont partitionnés en *concepts*: (un objet est instance d'un unique concept). Par exemple, le concept `Employé` concerne tous les objets qui représentent les employés d'une entreprise. Ces objets sont munis d'attributs: `nom`, `salaire`, `publications`. L'ensemble des attributs applicables à un objet est défini par son concept.

Les concepts et leurs instances sont visibles sous divers points de vue. Un employé peut être vu comme un consommateur sous le point de vue du restaurant d'entreprise et comme un chercheur sous le point de vue fonctionnel. Un *point de vue* détermine:

- L'ensemble des attributs qui sont pertinents sous celui-ci (ainsi, l'attribut `régime` n'est pas pertinent sous le point de vue `Fonctionnel`, pas plus que l'attribut `publications` ne l'est sous le point de vue `Restaurant`).
- Une hiérarchie de classes (c'est-à-dire un ensemble de classes structuré par une relation nommée spécialisation). Par exemple, sous le point de vue fonctionnel, les `Employés` sont divisés en `Secrétaires`, `Ingénieurs`, `Chercheurs`... les `Chercheurs` sont à leur tour partagés en `Chargés`, `Directeurs` de recherche et `Doctorants`. Dans chaque point de vue, un objet est attaché à (par opposition à) une unique classe plus spécialisée (sachant qu'il est alors membre de toutes les classes dont celle-ci est spécialisation). Chaque point de vue offre à l'utilisateur de la classification une taxonomie différente dans laquelle le classement dans une classe dépend de critères différents. Ils permettent de se focaliser sur certains aspects des objets sans être gêné par les autres.

Les concepts déterminent les attributs possibles des instances et le type de leurs valeurs (voir §2.2). Les *classes* déterminent parmi ceux-ci les attributs pertinents des objets qui en sont membres et raffinent le type à l'aide de contraintes. Les contraintes sont des contraintes d'appartenance (la valeur de l'attribut `chef-de-projet` d'un `Chercheur` doit être une instance de la classe des `Directeurs`) ou des contraintes entre attributs (l'`intéressement` d'un `Directeur` ne peut être supérieur à 20% de son `salaire-brut`). L'interprétation de la relation de spécialisation est double: tout d'abord, les objets membres d'une classe sont membres de toutes les classes plus générales que celles-ci, ensuite, les contraintes s'appliquant aux objets attachés à une classe s'appliquent aux objets attachés à toutes les classes plus spécifiques. Dans l'exemple ci-dessous, cela indique que:

- tous les doctorants sont des chercheurs et
- les doctorants, en tant que chercheurs, ont le statut de cadre.

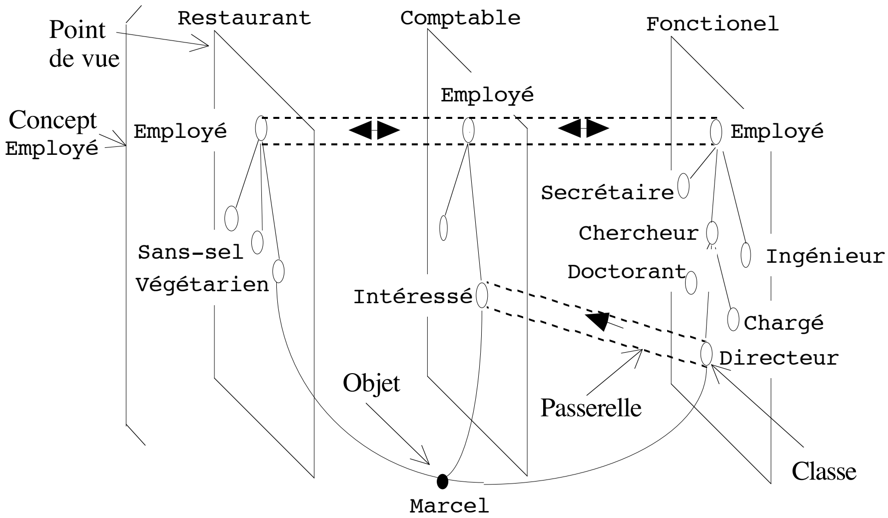

Figure 2. Le concept `Employé` est visible sous les points de vue `Restaurant`, `Comptable` et `Fonctionnel`. Chaque point de vue détermine une hiérarchie de classes dont la racine se nomme `Employé`. Par exemple, sous le point de vue `Fonctionnel` il y a une décomposition des classes suivant les fonctions des employés. L'objet Marcel est attaché sous le point de vue `Restaurant` à la classe `Végétarien`, sous le point de vue `Comptable` à `Intéressé` et sous le point de vue `Fonctionnel` à `Directeur`.

Mais cela n'implique pas les assertions réciproques. En effet, l'interprétation des classes est descriptive, c'est-à-dire que la satisfaction des contraintes associées à une classe est une condition nécessaire mais non suffisante pour le rattachement d'un objet à cette classe. La condition suffisante est l'acte volontaire de rattachement effectué par l'utilisateur du système ou par un programme d'application. La sémantique descriptive des classes est plus générale que la sémantique définitionnelle. Cela autorise à la fois un plus large champ d'applicabilité et l'éventuelle restriction vers des schémas plus spécifiques [8].

Enfin, TROPES permet d'exprimer des *passerelles* entre un ensemble de classes d'un même concept appartenant à des points de vue différents, appelé source, et une autre classe de ce concept appartenant à un autre point de vue, appelée destination. Une telle passerelle stipule qu'un objet qui est membre de toutes les classes sources doit aussi être membre de la classe destination (par exemple, sur la figure 2, il existe une passerelle entre la classe des `Directeurs` et celle des employés `Intéressés:` elle indique que tous les directeurs bénéficient de l'intéressement).

TROPES est capable, en fonction d'une base énoncée sur le schéma précédent, de classer un objet, c'est-à-dire de trouver l'ensemble des classes auxquelles il peut être attaché. Les propriétés de la classification dans TROPES ont été établies par ailleurs [7]. L'exposé ci-dessous reprend chacun des aspects présentés dans la section précédente et montre de quelle façon il est réalisé dans TROPES. La classification d'une valeur élémentaire est abordée en premier, puis cette classification est étendue aux objets composés et enfin la classification multi-points de vue est introduite pour les objets composés.

2.2. Types et classification

Si tous les systèmes classificatoires doivent être des produits, il faut montrer de quoi ils sont produits. Ces produits, sont construits à partir de certains systèmes classificatoires que l'on peut qualifier d'élémentaires. TROPES permet l'introduction de valeurs n'appartenant pas à son modèle proprement dit (c'est-à-dire n'étant pas instances de concepts). Ces valeurs élémentaires sont associées à des types. Certains types sont relativement standard dans les langages de programmation (booléens, entiers…), d'autres le sont moins (date, séquence de nucléotide…). Chacun de ces types (τ) est introduit par une définition contenant un prédicat d'égalité de valeur $=_\tau$, un prédicat de typage $:\tau$ et parfois une relation d'ordre $\leq_\tau$. Ces définitions déterminent des types élémentaires. À partir d'elles, TROPES admet des expressions de type élaborées (par exemple, des intervalles représentant l'ensemble des valeurs comprises entre deux objets d'un type ordonné).

Ces expressions de types sont normalisées et la relation de sous-typage entre elles (il faut noter que puisque ces types ne sont pas des objets TROPES, cette relation n'est pas une relation de spécialisation, il s'agit bien de sous-typage) est maintenue dynamiquement [6]. La figure 3 montre l'ensemble des types correspondants à des expressions de types entiers faisant intervenir les entiers 1, 2 et 3.

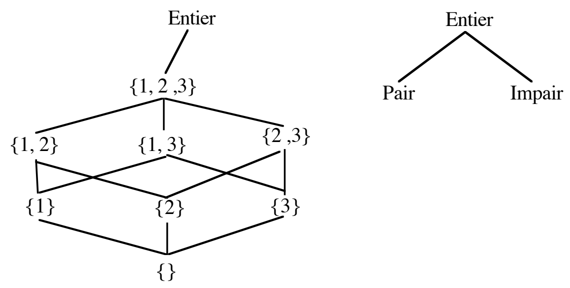

Figure 3. Deux systèmes classificatoires construits à partir du type élémentaire `Entier`.

Les types sont interprétés comme des ensembles de valeurs (domaines) et le sous-typage comme l'inclusion ensembliste. Par exemple, le type `Entier` détermine un système classificatoire dont L_I est ~ et L_C l'ensemble des expressions de type (dont l'interprétation — réelle autant qu'abstraite — est un ensemble d'entiers). Le critère de sous-catégorisation — tout comme la relation de sous-catégorisation — est l'inclusion ensembliste et le travail de normalisation s'assure que le graphe représenté ci-dessus soit exactement la réduction de $<2^{\sim} \subset>$ aux ensembles nécessaires pour en faire un treillis.

Les types introduits dans TROPES permettent donc de disposer des systèmes classificatoires élémentaires à partir desquels des systèmes classificatoires plus élaborés pourront être produits.

Deux autres types de systèmes classificatoires élémentaires sont présents dans TROPES. Ils permettent d'exprimer des contraintes ne s'exprimant pas par le biais d'opérateurs ensemblistes [9]. Ainsi, l'ensemble des entiers pairs est introduit à l'aide d'une contrainte unaire (aussi nommée prédicat). La contrainte s'exprime (du moins dans cet exposé) comme un type, à l'aide d'un prédicat de satisfaction. Par contre, TROPES ne maintient pas automatiquement de relation de sous-typage sur ces contraintes (par exemple, sur la figure 3, il n'y a pas de relation entre `Pair` et {2}), il n'est donc capable que de les vérifier. L'utilisateur peut introduire ce lien de sous-typage, il le fera en général entre prédicats car il ne peut garantir la complétude vis-à-vis des types gérés par TROPES. Les interprétations de ces contraintes sont encore une fois celle de domaines et le sous-typage introduit par l'utilisateur doit être compatible avec la relation d'inclusion. Elles forment ainsi, un nouveau système classificatoire avec l'ensemble des prédicats pour catégories (ici `Entier` peut être assimilé à son prédicat de typage), la relation de sous-typage pour $\leq$ et la relation d'inclusion des extensions des prédicats pour $\ll$.

L'exemple présenté ci-dessus, considérant les prédicats `Pairs` et `Impairs` peut sembler simpliste à première vue: il forme un simple arbre exclusif et exhaustif (un entier est soit pair, soit impair et seulement l'un des deux). Il peut être complexifié en considérant l'ensemble des prédicats `divisible-par-n` (où n est un entier). L'utilisateur a tout le loisir de construire la relation entre ces prédicats.

Il est possible d'aller encore plus loin. TROPES autorise, en effet, la prise en compte de contraintes n-aires. Une contrainte n-aire est en fait un sous-ensemble du produit de n domaines $D_1 \times \ldots D_n$ (une contrainte unaire est donc bien une contrainte 1-aire). Ces contraintes ne s'expriment pas par le produit en question mais par un prédicat permettant de dire si un élément de $D_1 \times \ldots D_n$ satisfait bien la contrainte. Par exemple, le prédicat `divisible-par` est une contraire binaire sur $\sim^2$. L'utilisateur a toujours le loisir d'organiser les contraintes n-aires sur un même domaine à l'aide d'une relation de sous-typage qui doit respecter les mêmes contraintes que ci-dessus. Ainsi, les couples d'entiers peuvent être décomposés suivant la relation `congru-à-n-modulo`. Cette organisation des contraintes n-aires introduit de nouveaux systèmes classificatoires dont le domaine est le produit de types élémentaires (pour l'instant, car il est aussi possible d'introduire des objets TROPES dans les contraintes), les catégories sont les contraintes, $\leq$ est la relation de sous-typage et $\ll$ est l'inclusion des extensions des contraintes.

2.3. Objets composés

Les classes définissent la structure des objets. Elles contraignent les valeurs d'attributs des objets à être soit des valeurs de types soit des objets membres d'autres[1] concepts. La condition

[1] Seuls les objets dont la composition est sans circuit sont considérés ici. En effet, les circuits n'entrent pas dans la modélisation donnée plus haut (voir §3 pour plus de détails).

pour qu'un objet soit classé dans une classe particulière est que les valeurs de ses attributs soient classées dans la catégorie correspondant au type ou à la classe spécifiée.

La condition évoqué ci-dessus n'est cependant pas complète. En effet, TROPES permet d'introduire des contraintes inter-attributs, c'est-à-dire des contraintes *n*-aires qui doivent être satisfaites par le produit des valeurs de *n* attributs particuliers de l'objet. Mais le produit de ces valeurs est un individu du système classificatoire auquel appartient la contrainte *n*-aire. Ainsi, il suffit, pour caractériser le système classificatoire, associé à une classe de faire le produit des systèmes classificatoires associés aux attributs et des systèmes classificatoires associés aux contraintes.

Par exemple, le point de vue `Action-sociale` de l'entreprise peut classer dans le rang III les employés dont le salaire est inférieur à 12000 F et qui sont soit mariés avec 2 enfants soit célibataires avec un enfant. Une telle contrainte s'exprime comme suit:

```
{employé racine-point-de-vue action-sociale
   attributs =
      {  salaire    :  Réel,
         nb-enfants :  Entier,
         situation  :  Chaine
                       dans { "veuf", "marié",
"célibataire", "divorcé" }};}

{rang-III specialise employé
   attributs = { salaire   < 12000. };
   contraintes  =  {  QF(nb-enfants,situation)
};}
```

Le système classificatoire correspondant à cette description est le produit des trois systèmes classificatoires correspondant aux attributs `salaire`, `nb-enfants`, `situation` plus le système classificatoire correspondant à la contrainte `QF` (pour `Quotient-famillial`) et dont les individus font partie du produit (de types et non de systèmes classificatoires) `Entier×Chaîne`.

De même, si les types d'attributs d'une classe correspondent à d'autres classes, le produit prendra en compte le système classificatoire associé à cette dernière classe. Ceci reste vrai tant qu'il n'y a aucun circuit dans les références entre classes, c'est-à-dire que le produit de classification est fondé sur les systèmes classificatoires associés aux types et aux contraintes. C'est ce qui est exigé des objets composites dans [13].

Ainsi, le système classificatoire dans lequel les objets TROPES sont classés est une restriction et/ou un appauvrissement d'un produit de systèmes classificatoires plus élémentaires. Il s'agit bien d'une partonomie.

2.4. Classification multi-points de vue d'objets composés

Les concepts TROPES ont visibles sous plusieurs points de vue. Cela signifie qu'un utilisateur peut demander à classer un objet dans plusieurs taxonomies simultanément. Cela lui permet d'obtenir la caractérisation des objets sous les points de vue qui l'intéressent et cela permet à TROPES de tirer parti des passerelles entre les classes de ces taxonomies.

Chacun de ces points de vue constituant un système classificatoire et les passerelles étant supposées valides, la classification multi-points de vues de TROPES n'est rien d'autre que la classification dans la plurinomie associée à l'ensemble des points de vue. Lorsque l'utilisateur choisit un sous-ensemble de ces points de vue, la classification s'opère dans une projection de cette plurinomie.

Ce n'est pas la fin de l'histoire car la classification multi-points de vue est utilisée dans la classification d'un simple objet dans un point de vue. En effet, il est possible de spécifier comme type associé à une valeur d'attribut non pas une unique classe mais plusieurs classes appartenant à des points de vue différents du même concept. La valeur de cet attribut doit donc être un objet qui soit membre de chacune des classes. Déterminer si un objet peut être classé dans la classe en question nécessite de classer la valeur non plus dans le système classificatoire correspondant à un point de vue de son concept mais dans une plurinomie sur ce concept. Ainsi, la boucle est bouclée: les partonomies sont des produit qui peuvent utiliser des plurinomies et vice versa.

Cette présentation de TROPES rend compte de l'intérêt de présenter la classification de manière unique. Toutes les opérations ci-dessus ont été caractérisées comme la classification dans le cadre d'un système classificatoire. Des opérations de plus en plus complexes sont élaborées et justifiées car elles ne sont que des combinaisons de systèmes classificatoires plus simples, combinaisons qui produisent toujours un nouveau système classificatoire.

La mécanique de TROPES est donc fondée ultimement sur des systèmes classificatoires initiaux qui s'interprètent simplement. La façon de réaliser cette classification est présentée dans [13]. Le lecteur intéressé pourra interpréter l'exemple qui s'y trouve dans le système classificatoire correspondant.

3.Perspectives

Le travail présenté ci-dessus a pour unique but de caractériser la classification. Les propriétés qui peuvent être attribuées à un système classificatoire ont été examinées ailleurs [7], elles permettent de développer des algorithmes tirant parti de ces propriétés pour augmenter leurs performances. Pour appliquer ces algorithmes en toute généralité, il est nécessaire d'établir si les propriétés partagées par divers systèmes classificatoires se propagent lorsqu'une opération de produit leur est appliqué. Par exemple, un produit de treillis est un treillis [3]; il est vraisemblable qu'il en est de même pour les autres propriétés des systèmes classificatoires.

L'étude des produits de systèmes classificatoires doit être étendue afin de montrer que la catégorisation dans TROPES peut aussi être décomposée en produit de catégorisations plus simples.

Enfin, la caractérisation de TROPES s'est arrêté aux objets composites, c'est-à-dire dont la relation de composition est un graphe orienté sans circuit. C'est la limite des produits de systèmes classificatoires (ce n'est pas celle des systèmes classificatoires). Les produits de systèmes classificatoires ne permettent donc d'exprimer que presque tout TROPES. L'introduction de cycles dans les références inter-objets, limite actuelle de la formalisation de la classification [2, 15] est pourtant fondamentale dans la représentation de connaissance (ne serait ce que pour exprimer des relations réciproques entre objets). Sa prise en compte dans les systèmes classificatoires est un besoin réel.

4.Conclusion

Le but des systèmes classificatoires est d'apporter un cadre simple et commun à la classification dans les représentations de connaissance. La puissance du modèle des systèmes classificatoires est avérée par l'élucidation des notions de classification multi-points de vue, de passerelles, de contraintes inter-attributs et de classification d'objets composés.

L'utilisation de ces notions a été illustrée à l'aide du système TROPES — qui présente beaucoup d'aspects communs aux représentations par objets. Le schéma présenté ici s'applique également aux langages terminologiques sans subsomption de rôles. La sémantique ensembliste [15] ou plus opérationnelle [4] des langages terminologiques peut sembler plus simple que les systèmes classificatoires. Elle ne permet cependant pas de comparer tous les systèmes utilisant la classification (voir la discussion dans [8]): les systèmes classificatoires considèrent des ordres partiels quelconques. Elle ne permet pas non plus de mettre à jour les différents algorithmes de classification sans se référer à la structure des objets: les ensembles ne sont susceptibles que d'union et d'intersection, les algorithmes des langages terminologiques sont dépendants d'une structure plus élaborée. Cette structure est exprimable en tant que produit de systèmes classificatoires: l'algorithme de classification de KL-ONE [16] est ainsi justifié par une partonomie.

Références

[1] Hassan Aït-Kaci, Andreas Podelski, **Towards a meaning of LIFE**, *Journal of logic programming* 47(1):121-156, 1993

[2] Roberto Amadio, Luca Cardelli, **Subtyping recursive types**, Actes 18th POPL, pp104-118, Orlando (FL US), 1991

[3] Garrett Birkhoff, **Lattice theory**, *AMS Colloquium publishing* 25, Providence (RI US), 1948 (rev.1961, 1973)

[4] Alex Borgida, **From type system to knowledge representation: natural semantics specifications for description logics**, *Internationnal journal of intelligent and cooperative information systems* 1(1):93-126, 1992

[5] Ronald Brachman, Richard Fikes, Hector Levesque, **KRYPTON: a functional approach to knowledge representation**, *IEEE Computer* 16(10):30-36, 1983

[6] Cécile Capponi, **Exploitation des types dans un modele de representation des connaissances par objets**, Actes 9ième RFIA, Paris (FR), 1994 ce volume

[7] Jérôme Euzenat, **Définition abstraite de la classification et son application aux taxonomies d'objets**, Actes 2ndes journées représentation par objets, La Grande Motte (FR), pp235-246, 1993

[8] Jérôme Euzenat, **On a purely taxonomic and descriptive meaning for classes**, Actes séminaire IJCAI sur (rapport technique CRIN 93-R-156), Chambéry (FR), pp81-92, 1993

[9] Jérôme Gensel, **Expression et satisfaction de contraintes dans TROPES**, Actes 2ndes

journées représentation par objets, La Grande Motte (FR), pp51-62, 1993

[10] Jean-Paul Haton, Nadjet Bouzid, François Charpillet, Marie-Christine Haton, Brigitte Lâasri, Hassan Lâasri, Pierre Marquis, Thierry Mondot, Amedeo Napoli, **Le raisonnement en intelligence artificielle**, InterÉditions, Paris (FR), 1991

[11] D. Leuschner, **A mathematical model for classification and identification**, *Journal of classification* 8(1):99-113, 1991

[12] Olga Mariño, François Rechenmann, Patrice Uvietta, **Multiple perspectives and classification mechanism in object-oriented representation**, Actes 9th ECAI, Stockholm (SE), pp425-430, 1990

[13] Olga Mariño, **Classification d'objets composites dans un système de représentation de connaissances multi-points de vue**, Actes 8ième RFIA, Villeurbanne (FR), pp233-242, 1991

[14] Amedeo Napoli, **Représentations à objets et raisonnement par classification en intelligence artificielle**, Thèse d'état, Université de Nancy 1, Nancy (FR), 1992

[15] Bernhard Nebel, **Reasoning and revision in hybrid representation systems**, *Lecture notes in computer science (lecture notes in artificial intelligence)* 422, 1990

[16] James Schmoltze, Thomas Lipkis, **Classification in the KL-ONE knowlege representation system**, Actes 8th IJCAI, Karlsruhe (DE), pp330-332, 1983