Asociación Argentina

de Mecánica Computacional



Mecánica Computacional Vol XXXII, págs. 1393-1407 (artículo completo) Carlos G. García Garino, Aníbal E. Mirasso, Mario A. Storti, Miguel E. Tornello (Eds.) Mendoza, Argentina, 19-22 Noviembre 2013

# ANÁLISIS DE PERFILES DE TEMPERATURA DURANTE EL PROCESO DE CALENTAMIENTO DE FRUTAS POR MICROONDAS

Javier R. Arballo<sup>a,b</sup>, Laura A. Campañone<sup>a,b</sup> y Rodolfo H. Mascheroni<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> CIDCA (Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos), (CONICET La Plata – UNLP). Calle 47 y 116, La Plata (1900), Argentina, jrarballo@cidca.org.ar, http://www.cidca.org.ar

<sup>b</sup>*MODIAL-Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Plata.* 

Palabras claves: Calentamiento microondas, perfiles temperatura, Lambert, Maxwell, frutas.

**Resumen**. La transferencia de energía durante el proceso de calentamiento por microondas de frutas fue estudiada teórica y experimentalmente mediante el modelado y simulación numérica. Con el fin de describir los fenómenos de transporte puestos en juego durante el proceso de calentamiento, en primer lugar se planteó el balance microscópico de energía con propiedades globales en función de la temperatura; la generación interna de calor debida a la interacción del alimento con la energía electromagnética fue considerada utilizando la Ley de Lambert. Posteriormente se modeló la transferencia de calor durante el calentamiento con microondas utilizando las ecuaciones de Maxwell, las cuales predicen la distribución del campo electromagnético en el interior de hornos de microondas, aplicadas a una geometría 3D. En el primer caso el balance resultante con sus respectivas condiciones de contorno conforma un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que fueron resueltas utilizando el método de diferencias finitas implícito de Crank-Nicolson considerando una geometría regular 1D, cuya solución fue codificada utilizando Matlab 7.2. Por otro lado, para resolver las ecuaciones de Maxwell y acoplar la solución a la transferencia de energía, se utilizó un software comercial que implementa el método de los elementos finitos (COMSOL Multiphysics), combinando el módulo de ondas electromagnéticas con las ecuaciones de transferencia de calor en estado transitorio aplicadas a un dominio tridimensional. La validación de los perfiles de temperatura obtenidos mediante ambos modelos se realizó por comparación con experimentos realizados en nuestro laboratorio.

### 1 INTRODUCCIÓN

El modelado aplicado al procesamiento de alimentos es una herramienta fundamental para la predicción del comportamiento de un sistema. En el modelado de la transferencia de calor durante el calentamiento con microondas se debe considerar en forma especial la interacción de la energía electromagnética con el alimento. El comportamiento de los campos eléctrico y magnético dentro de un horno de microondas (MO) es muy complejo. Las ecuaciones de Maxwell describen su distribución en el interior de los hornos MO, vacíos o cargados (Clemens y Saltiel, 1996; Verboven y col., 2003). En la actualidad, dos líneas de modelado han sido seguidas para predecir la distribución de la energía electromagnética dentro del alimento: resolver las ecuaciones de Maxwell (Dinčov y col., 2004) o el uso de una descripción aproximada, la Ley de Lambert, que considera un decaimiento exponencial de la energía dentro del alimento (Tong y Lund, 1993; Ni y Datta, 2002). Cuando ésta última es formulada correctamente, permite predecir – con adecuada exactitud – la distribución de la radiación en el interior del producto (Liu y col., 2005).

Con el fin de modelar matemáticamente el proceso de calentamiento por microondas es necesario plantear y resolver el balance microscópico de energía, el cual junto con las condiciones de contorno conforman ecuaciones diferenciales no lineales. Para la resolución matemática de la transferencia de calor en estado transitorio existen diferentes métodos numéricos, los cuales presentan ciertas ventajas y desventajas dependiendo de las características del problema en estudio. Los métodos usados en este trabajo son diferencias finitas (MDF) (Canale y Chapra, 1998; Constantinides y Mostoufi, 1999) y elementos finitos (MEF) (Kwon y Bang, 1997; Zienkiewicz y Taylor, 2000). Aunque ambos métodos pueden ser utilizados para la discretización espacial así como para resolver las ecuaciones diferenciales resultantes de los modelos, el MEF presenta las siguientes ventajas frente al MDF: se aplica a geometrías irregulares, se adapta fácilmente a condiciones de contorno en mallas deformables, se pueden analizar materiales no homogéneos y sin isotropía y además es generalmente más exacto (Puri y Anantheswaran, 1993). Con el fin de facilitar la implementación del MEF han sido desarrollados ciertos programas comerciales, tales como COMSOL Multiphysics. Estos programas comerciales presentan las ventajas de disponer de módulos preconfigurados que permiten un rápido planteo y resolución numérica; sin embargo no se adaptan fácilmente a condiciones particulares de procesamiento.

De acuerdo con las consideraciones previas los objetivos de este trabajo son:

- Plantear el balance microscópico de energía durante el calentamiento con microondas, considerando las propiedades térmicas y electromagnéticas dependientes de la temperatura.

- Desarrollar códigos propios para resolver el balance de energía mediante el método de diferencias finitas e implementar el modelo desarrollado utilizando el software comercial COMSOL Multiphysics.

-Validar las predicciones del modelo (temperaturas) con datos experimentales obtenidos en nuestro laboratorio y comparar la exactitud de las predicciones obtenidas con las diferentes herramientas numéricas.

## 2 MATERIALES Y MÉTODOS

**Modelo Matemático.** Desde un punto de vista físico, el alimento puede ser considerado como una combinación de una matriz sólida, una fase acuosa y una fase gaseosa (aire y vapor de agua).

Dos modelos fueron propuestos: resolución del balance microscópico de energía

considerando la Ley de Lambert (Modelo 1) y, por otro lado, resolución del mismo teniendo en cuenta las ecuaciones de Maxwell (Modelo 2).

**Modelo 1**: Un esquema del modelo 1 (1D) se muestra en la Fig.1. Un modelo matemático completo debe permitir resolver la transferencia de materia y calor simultáneamente.



Figura 1. Esquema del producto (geometría de placa plana) y los flujos de materia y energía considerados en el modelo matemático.

Las siguientes consideraciones han sido realizadas para el desarrollo del modelo en esta etapa:

1- Temperatura y contenido de agua inicial uniformes dentro del producto,

2- Propiedades térmicas, dieléctricas, y de transporte dependientes de la temperatura y del contenido de humedad,

3- Tamaño constante (sin cambios de volumen),

4- Condiciones de contorno convectivas,

5- Distribución uniforme del campo eléctrico alrededor de la muestra, y una polarización dominante del campo eléctrico normal hacia la superficie.

El calentamiento del alimento se produce hasta que el producto alcanza la temperatura de equilibrio  $T_{equi}$ . En esta etapa se plantea el balance microscópico de energía considerando un término de generación interna debido a la energía suministrada por las microondas (Lin y col., 1995). El balance microscópico resultante es el siguiente:

$$\rho C_p \,\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (k \nabla T) + Q \tag{1}$$

donde  $\rho$  es la densidad, C<sub>p</sub> capacidad calorífica específica, T temperatura, t tiempo, k conductividad térmica y Q (W/m<sup>3</sup>) representa la generación volumétrica de calor. En términos de potencia, la Ec. (1) puede ser escrita como (Campañone y Zaritzky, 2005):

$$V\rho C_{p} \frac{\partial T}{\partial t} = V(\nabla k \nabla T) + P$$
<sup>(2)</sup>

donde V es el volumen del producto  $(m^3)$  y P es la potencia generada por la absorción microondas (W).

En este balance, las propiedades físicas corresponden al alimento fresco. Para completar el modelo, se plantean las siguientes condiciones iniciales y de contorno:

$$t = 0 T = T_{ini} 0 \le x \le 2L (3)$$

$$x = 0, 2L \qquad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h \left( T - T_a \right) + L_{vap} k_m \left( C_w - C_{equi} \right) \qquad t > 0 \tag{4}$$

donde L es el semiespesor,  $T_{ini}$  la temperatura inicial, h es el coeficiente de transferencia de calor,  $T_a$  la temperatura ambiente,  $L_{vap}$  es el calor de vaporización del agua,  $k_m$  es el coeficiente de transferencia de masa,  $C_w$  y  $C_{equi}$  son las concentraciones de agua y de equilibrio, la cual se calcula como la concentración de agua en equilibrio con el medio ambiente (temperatura y humedad relativa) por medio de las isotermas de sorción considerando el medio ambiente como un sólido equivalente (Campañone y Zaritzky, 2010). Para el cálculo de  $k_m$  se consideró analogía en los factores de Chilton y Colburn para la transferencia de calor y masa, permitiendo de esa manera estimar  $k_m$  a partir de los valores del coeficiente de transferencia de energía (Bird y col., 1976).

La Ec. (4) incluye la vaporización en la superficie del alimento, esta suposición es válida sólo para la etapa de calentamiento porque el tiempo de exposición es corto y la temperatura del producto se encuentra por debajo de  $T_{equi}$ . En esta etapa, se asume que ocurre una vaporización leve y la Ec. (4) puede ser aplicada. Otros autores usaron estas condiciones de contorno en el proceso de calentamiento por microondas, en el modelado de la etapa inicial de calentamiento (Tong y Lund, 1993; Zhou y col., 2005; Pauli y col., 2007).



Figura 2. Potencia por unidad de volumen relativa total en el interior del alimento proveniente de los aportes de las ondas de ambos lados del material.

La potencia absorbida durante la irradiación con microondas por ambos lados (Fig. 2) y convertida en energía térmica es representada por el término P. La generación de calor es una función de la temperatura en cada punto interno del material. En este modelo se considera válida la Ley de Lambert, por consiguiente la potencia absorbida se calcula como:

$$P = P_{De+Iz} = P_o'(e^{-2\alpha(L-x)} + e^{-2\alpha(x)})$$
(5)

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\mathcal{E}'[(1+\tan^2\delta)^{1/2}-1]}{2}}$$
(6)

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \tag{7}$$

donde  $P'_o$  es la potencia incidente en cada cara expuesta (W), *De* y *Iz* representan el sentido de la onda incidente, derecha e izquierda respectivamente,  $\lambda$  es la longitud de onda de la radiación y  $\alpha$  es el factor de atenuación, que es función de la constante dieléctrica  $\varepsilon'$  y del factor de pérdida  $\varepsilon''$ .

Para predecir el perfil de humedad durante el calentamiento se plantea el balance microscópico de materia, en el cual se considera una transferencia de humedad por difusión en el interior del alimento. El balance es el siguiente:

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \nabla (D_w \nabla C_w) \tag{8}$$

Las siguientes condiciones iniciales y de contorno son consideradas:

$$t = 0 \qquad C_w = C_{w,ini} \qquad 0 \le x \le 2L \tag{9}$$

$$x = 0, 2L \qquad -D_w \frac{\partial C_w}{\partial x} = k_m (C_w - C_{eq}) \qquad t > 0$$
<sup>(10)</sup>

**Modelo 2**: este modelo considera la geometría real del objeto y su interacción con el horno microondas. Un esquema del dominio de simulación 3D se muestra en la Fig. 3.



Figura 3. Esquema del corte de un horno de microondas. Partes: (a) cavidad de resonancia, (b) guía de onda y (c) muestra.

En el planteo del segundo modelo, se realizaron las siguientes consideraciones: *Para la transferencia de energía:* 

1- Temperatura y contenido de agua inicial uniformes dentro del producto,

2- Propiedades térmicas, dieléctricas, y de transporte dependientes de la temperatura y del

contenido de humedad,

3- Tamaño constante (sin cambios de volumen),

4- Condiciones de contorno convectivas.

### Para la distribución del campo electromagnético:

5- La absorción de la energía electromagnética por parte del aire se consideró despreciable.

6- Las paredes del horno son consideradas conductores perfectos.

7- El ingreso de la radiación ocurre a una frecuencia 2450 MHz en una guía de onda rectangular trabajando en un modo  $TE_{10}$ .

En estas condiciones se considera válido el balance microscópico de energía (Ec. 1) con las siguientes condiciones de contorno:

$$t = 0$$
  $T(x, y, z) = T_{ini}$  (11)

$$-k\frac{\partial T}{\partial x} = h\left(T - T_a\right) \qquad t > 0 \tag{12}$$

En este modelo no se tuvo en cuenta la pérdida de humedad durante el calentamiento, esta suposición es válida para tiempos cortos de proceso.

Esta formulación considera la distribución de energía tanto en el horno como dentro del producto a través de la resolución de las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \mu_r^{-1} (\nabla \times E) - k_o^2 \varepsilon_{rc} E = 0$$
<sup>(13)</sup>

siendo

$$\varepsilon_{rc} = \varepsilon' - j\varepsilon'' \tag{14}$$

donde  $\varepsilon_{rc}$  es la permitividad dieléctrica compleja,  $\mu_r$  es la permeabilidad magnética y  $k_o$ , es la constante de propagación definida como:

$$k_o = \beta + i\alpha \tag{15}$$

$$\beta = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon'(\sqrt{(1 + \tan^2 \delta)} + 1)}{2}}$$
(16)

donde f es la frecuencia de la radiación y c es la velocidad de la luz.

La Ec. (13) se resolvió considerando diferentes condiciones de contorno. Para las paredes metálicas del horno y de la guía de onda se empleó la condición de conductor eléctrico perfecto:

$$n \times E = 0 \tag{17}$$

En el plano central se tuvo en cuenta la condición de simetría (conductor magnético perfecto):

$$n \times H = 0 \tag{18}$$

La fuente de energía electromagnética se incorporó a través de condición de contorno de la guía de onda representando al puerto de entrada de las microondas. Este puerto rectangular es

excitado por medio de una onda eléctrica transversal (modo TE), la cual no presenta componente del campo eléctrico en la dirección propagación. Considerando la frecuencia de operación del horno de microondas (2.45 GHz), el modo TE<sub>10</sub> se consideró como único modo de propagación a través de la guía de onda rectangular.

Para las interfaces aire-alimento se consideraron condiciones de continuidad.

Por consiguiente, en este modelo la potencia absorbida por unidad de volumen, Q, debido a la interacción de las microondas con el alimento se expresa como:

$$Q(x, y, z, t) = \frac{1}{2}\omega\varepsilon_0\varepsilon''|E|^2$$
<sup>(19)</sup>

donde E es la intensidad del campo eléctrico.

**Experiencias de Calentamiento con Microondas.** Con el propósito de validar el modelo numérico se realizaron experimentos de calentamiento de peras empleando un horno microondas marca BGH cuya potencia máxima es 1000 W, con una frecuencia de operación de 2450 MHz. Las mismas se colocaron dentro del horno en un soporte enrejado plástico, material transparente a la radiación y que permite la transferencia de energía y materia por ambas caras.



Figura 4. Posiciones en donde fueron medidas las temperaturas: (a) centro, (b) superficie.

Las temperaturas en distintas posiciones dentro de las muestras (Fig. 4), se midieron durante el calentamiento con sensores de temperatura de fibra óptica (Fiso Technol. Inc, Canada). Los mismos están conectados a un equipo de adquisición de datos conectado a su vez a una PC. El software permite registrar y almacenar los valores con un intervalo mínimo de 0.1 s.

**Determinación de la potencia**  $P'_o$  (modelo 1).  $P'_o$  se midió por un método calorimétrico (Lin y col., 1995). La técnica consiste en el cálculo de la potencia absorbida por distintos volúmenes de agua sometidos al calentamiento, en las mismas condiciones operativas (posición, potencia y volumen -tamaño del envase-) en las que se realizaron las experiencias con peras, cubriendo el rango de potencias nominales del horno microondas a ser utilizadas.

Se propuso un modelo para la dependencia de la potencia con la cantidad de agua y se empleó un programa estadístico (Microsoft® Excel) para obtener un ajuste adecuado. Así se obtuvo la curva de variación de la potencia con el contenido de agua de la muestra (Fig. 5).

Los ensayos de calentamiento se realizaron en un horno comercial el cual emplea ciclos intermitentes de potencia, en particular se empleó 50%, esto significa 50% prendido (12 s aprox.) y 50% apagado.



Figura 5. Potencia absorbida en relación al volumen de agua de la muestra.

# **3 RESOLUCIÓN NUMÉRICA**

**Modelo 1.** Los balances de energía y de masa en el calentamiento con microondas se encuentran acoplados y dichos balances con sus respectivas condiciones de contorno conforman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales (Ecs. 2 y 8). Por las características del sistema se empleó para la resolución el método de Diferencias Finitas Implícito Crank-Nicolson que se caracteriza por ser incondicionalmente estable y convergente.

Un método de diferencias finitas desarrollado previamente por Campañone y col., (2001) fue utilizado para resolver la transferencia de energía unidireccional. Se empleó un incremento temporal de 0.1s y se dividió el dominio en 15 incrementos espaciales.

A continuación se muestran las ecuaciones correspondientes a la discretización de los puntos interiores y la superficie para obtener los perfiles de temperatura.

$$T_{i+1}^{n+1} \left( -\frac{V_{i}k_{i}^{n}}{2\Delta x^{2}} - \frac{V_{i}(k_{i+1}^{n} - k_{i-1}^{n})}{8\Delta x^{2}} \right) + T_{i}^{n+1} \left( \frac{V_{i}\rho_{i}^{n}Cp_{i}^{n}}{\Delta t} + \frac{V_{i}k_{i}^{n}}{\Delta x^{2}} \right) + T_{i-1}^{n+1} \left( \frac{-V_{i}k_{i}^{n}}{2\Delta x^{2}} + \frac{V_{i}(k_{i+1}^{n} - k_{i-1}^{n})}{8\Delta x^{2}} \right) = T_{i+1}^{n} \left( \frac{V_{i}k_{i}^{n}}{2\Delta x^{2}} + \frac{V_{i}(k_{i+1}^{n} - k_{i-1}^{n})}{8\Delta x^{2}} \right) + T_{i}^{n} \left( \frac{V_{i}\rho_{i}^{n}Cp_{i}^{n}}{\Delta t} - \frac{V_{i}k_{i}^{n}}{\Delta x^{2}} \right) + T_{i-1}^{n} \left( \frac{V_{i}k_{i}^{n}}{2\Delta x^{2}} - \frac{V_{i}(k_{i+1}^{n} - k_{i-1}^{n})}{8\Delta x^{2}} \right) + P_{i}$$

$$(20)$$

Esta ecuación es válida para 1 < i < b siendo *b* el número de nodos en que fue dividido el dominio.  $V_i$  es el volumen de un elemento ubicado entre los nodos (i+1/2) y (i-1/2), mientras  $P_i$  es la potencia calculada en los mismos nodos:

$$P_{i} = P_{o} \frac{A_{inc}}{A_{t}} \left[ e^{-2\alpha(L - (i+1/2)\Delta x)} - e^{-2\alpha(L - (i-1/2)\Delta x)} \right]$$
(21)

En la superficie del alimento (i=b), la Ec. 20 presenta dos puntos ficticios (i+1,n) y (i+1,n+1).

Para obtenerlos, las condiciones de borde fueron utilizadas discretizándolas; por consiguiente las siguientes ecuaciones son válidas para el borde:

$$T_{i+1}^{n,f} = T_{i-1}^{n} - \frac{2\Delta x}{k_{i}^{n}} h T_{i}^{n} + \frac{2\Delta x}{k_{i}^{n}} h T_{a} - \frac{2\Delta x}{k_{i}^{n}} L_{vap} k_{m} \left(C_{wi}^{n} - C_{equi}\right)$$
(22)

$$T_{i+1}^{n+1,f} = T_{i-1}^{n+1} - \frac{2\Delta x}{k_i^n} h T_i^{n+1} + \frac{2\Delta x}{k_i^n} h T_a - \frac{2\Delta x}{k_i^n} L_{vap} k_m \left( C_{wi}^n - C_{equi} \right)$$
(23)

A través de reemplazar las Ecs. 22 y 23 en la expresión general Ec. 20, la ecuación de la predicción de temperatura para la superficie del alimento fue obtenida:

$$\begin{split} T_{b}^{n+1} & \left( \frac{V_{b}\rho_{b}^{n}Cp_{b}^{n}}{\Delta t} + \frac{V_{b}k_{b}^{n}}{\Delta x^{2}} + \frac{2V_{b}h\Delta x}{k_{b}^{n}} \left( \frac{k_{b}^{n}}{2\Delta x^{2}} + \frac{k_{b+1}^{n} - k_{b-1}^{n}}{8\Delta x^{2}} \right) \right) + \\ & + T_{b-1}^{n+1} \left( \frac{-V_{b}k_{b}^{n}}{\Delta x^{2}} \right) = T_{b}^{n} \left( \frac{V_{b}\rho_{b}^{n}Cp_{b}^{n}}{\Delta t} - \frac{V_{b}k_{b}^{n}}{\Delta x^{2}} + \frac{2V_{b}h\Delta x}{k_{b}^{n}} \left( -\frac{k_{b}^{n}}{2\Delta x^{2}} - \frac{k_{b+1}^{n} - k_{b-1}^{n}}{8\Delta x^{2}} \right) \right) + \\ & + T_{b-1}^{n} \left( \frac{V_{b}k_{b}^{n}}{\Delta x^{2}} \right) + \frac{4V_{b}h\Delta xT_{a}}{k_{b}^{n}} \left( \frac{k_{b}^{n}}{2\Delta x^{2}} + \frac{k_{b+1}^{n} - k_{b-1}^{n}}{8\Delta x^{2}} \right) + P_{b} \end{split}$$

$$(24) \\ & + \frac{4V_{b}\Delta x}{k_{b}^{n}} L_{vap} k_{m} \left( C_{wi}^{n} - C_{equi} \left( \frac{k_{b}^{n}}{2\Delta x^{2}} + \frac{k_{b+1}^{n} - k_{b-1}^{n}}{8\Delta x^{2}} \right) \end{split}$$

Con las Ecs. 20 y 24 aplicadas a ambos bordes se construye un sistema de ecuaciones lineales (matriz tridiagonal) a partir del cual las temperaturas interiores y superficiales fueron determinadas. El mismo procedimiento matemático se utilizó para resolver el balance microscópico de masa (Ec. 8).

**Modelo 2**. Las ecuaciones acopladas de energía y del campo electromagnético (Ec. 1 y 13) con sus condiciones iniciales y de contorno fueron resueltas numéricamente por el Método de los Elementos Finitos (MEF), usando el software comercial COMSOL Multiphysics.

El software COMSOL Multiphysics TM utiliza una partición en formas más simples del modelo geométrico, para la aplicación del método numérico. La cantidad de elementos de la malla utilizada influenciará en la representación del modelo, en nuestro trabajo se resolvió con 1726 nodos y 8544 elementos tetraédricos, utilizando un mallado diferencial del dominio considerando diferentes subdominios como el interior del horno, la guía de onda y el alimento (Fig. 6). Dentro del producto se incorporó un tamaño máximo de los elementos de 6mm, teniendo en cuenta la longitud de onda de la radiación dentro del mismo.

El análisis de la propagación armónica fue considerado para resolver la Ec. (13) mientras que el balance microscópico de energía Ec. (1) fue resuelto por medio del módulo de transferencia de energía en estado transitorio. El modelo acoplado fue resuelto utilizando el paquete de resolución BDF (Fórmula de derivación atrasada de múltiples etapas).

Los cálculos tomaron 148s para alcanzar el tiempo final del proceso con el paquete de resolución utilizado.

El software COMSOL estima los valores del campo eléctrico en cada posición del horno y dentro del alimento, la energía absorbida por el alimento y predice además, los perfiles de temperatura dentro del alimento a cada paso de tiempo.

1401



Figura 6. Mallado del dominio usado para las simulaciones electromagnéticas y de transferencia de calor en el software COMSOL Multiphysics.

# 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1 Validación de los Modelos

Los modelos matemáticos fueron validados contra datos experimentales de temperatura obtenidos en nuestro laboratorio (Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos). Los parámetros necesarios y las propiedades físicas empleadas para las simulaciones son informadas en las Tablas 1 y 2.

Parámetro/Propiedad	Modelo 1
T <sub>ini</sub> (°C)	15
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000 <sup>a</sup>
k (W/(m°C))	0.595 <sup>b</sup>
Cp (J/(kg °C))	3600 <sup>c</sup>
$D_{w} (m^{2}/s)$	$2.6 \ 10^{-10}  \mathrm{d}$
$h(W/(m^2 \circ C))$	0.5
ε' (adimensional)	71.06-0.052T-3x10 <sup>-4</sup> T <sup>2</sup> <sup>e</sup>
ε" (adimensional)	20.95-0.25T+1.4x10 <sup>-3</sup> T <sup>2</sup> e
$P'_{0}(W)$ , potencia absorbida	330
$C_{equi}$ (kg/kg bs)	0.3657
$T_{equi}$ (°C)	103
Espesor (m)	0.015
$V(m^3)$	3.56 10 <sup>-5</sup>

Tabla 1: Parámetros y propiedades utilizadas en el modelo 1.

a Agnelli y col. (2005); b Sweat (1974); c Polley y col. (1980); d Tocci y Mascheroni (1996); e Sipahioglu y Barringer (2003)

Parámetro/Propiedad	Modelo 2
$T_{ini}$ (°C)	15
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000 <sup>a</sup>
<i>k</i> (W/(m°C))	0.595 <sup>b</sup>
<i>Cp</i> (J/(kg °C))	3600 <sup>c</sup>
ε' (adimensional)	$71.06^{d}$
ε" (adimensional)	20.95 <sup>d</sup>
<i>P</i> (W)	250 <sup>e</sup>
Tamaño del horno (m)	x: 0.380; y: 0.350; z: 0.250
Tamaño de guía-onda (m)	x: 0.050; y: 0.078; z: 0.036
Tamaño de muestra (m)	radio: 0.055; espesor: 0.015

Tabla 2: Parámetros y propiedades utilizadas en el modelo 2.

a Agnelli y col. (2005); b Sweat (1974); c Polley y col. (1980); d Sipahioglu y Barringer (2003); e Valor de potencia ingresado al modelo (modo de operación del horno: 50% on-off, condición de simetría)



Figura 7. Perfiles de temperatura superficial de la muestra y distribución de campo eléctrico del horno durante 30s de calentamiento con microondas obtenidos a través de COMSOL Multiphysics (vizualización de la mitad del horno).

La Fig. 7 muestra el resultado de la simulación computacional utilizando el modelo 2 donde se puede visualizar el perfil de temperatura superficial 3D de la media rodaja de alimento y un corte de la distribución del campo eléctrico dentro del horno. En el caso de la distribución del campo eléctrico, puede observarse claramente la no uniformidad del mismo, siendo evidentes los picos y valles dando muestra de los máximos y mínimos correspondientes. El máximo del campo eléctrico dentro del horno (7557 V/m) fue obtenido en el cuadrante posterior izquierdo (Fig. 7). Considerando la interacción del campo eléctrico generado por las microondas con el alimento, puede observarse la no uniformidad del calentamiento dentro de la muestra. Considerando la distribución radial de temperatura dentro de la muestra, se puede observar que el centro fue calentado con mayor intensidad, mientras que axialmente el punto más caliente se desplazó ligeramente hacia la parte superior del cilindro.

Considerando las experiencias realizadas en nuestro laboratorio, la Fig. 8 muestra la

evolución de las temperaturas experimentales en el centro y en la superficie de rodajas de pera de 15mm de espesor sometidas a calentamiento por microondas durante 30s. Como puede apreciarse a partir de la figura, el centro de la muestra es calentado con mayor intensidad en comparación con la superficie, esto es debido a la distribución del campo eléctrico generado dentro de la muestra por la aplicación de las microondas. Por las características geométricas de la muestra (espesor menor de 30mm), esta presenta un máximo en la intensidad del campo eléctrico en las cercanías del centro geométrico de la misma, este efecto genera a su vez un incremento mayor de la temperatura cercana al centro de la muestra (Ayappa, 1997; Basak y Ayappa, 2002; Campañone y Zaritzky, 2005; Hossan y col., 2010).



Figura 8. Temperaturas experimentales en el centro y la superficie durante 30s de calentamiento con microondas.

Las Figs. 9 y 10 muestran la evolución de las temperaturas experimentales y simuladas en la superficie y en el centro del alimento, respectivamente; utilizando los dos modelos propuestos para la predicción de los perfiles de temperatura. La bondad en la predicción de los modelos se calculó a través del error relativo (Ec. 25).

$$Error = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{T_{\exp i} - T_{simu\,i}}{T_{\exp i}} \right|$$
(25)

Con respecto a la adecuación de los modelos en la predicción de las temperaturas en la superficie (Fig. 9), puede apreciarse una buena calidad de las simulaciones tanto con el modelo 1 como del modelo 2. Además puede mencionarse que el modelo simplificado utilizando la Ley de Lambert predice por defecto las temperaturas finales del proceso en la superficie, mientras que el modelo que considera las ecuaciones de Maxwell (modelo 2) predice correctamente las temperaturas finales dentro del rango de la dispersión presentada en las temperaturas experimentales. Considerando los errores de ambos modelos (Tabla 3), puede verse que no existen diferencias importantes entre ambas predicciones para la superficie del producto, dando resultados satisfactorios (error<0.15).



Figura 9. Temperaturas experimentales y simuladas en la superficie de la muestra utilizando los modelos 1 y 2, durante 30s de calentamiento con microondas.



Figura 10. Temperaturas experimentales y simuladas en el centro de la muestra utilizando los modelos 1 y 2, durante 30s de calentamiento con microondas.

Con respecto a la validación de los modelos en el centro del alimento (Fig. 10), puede apreciarse que las predicciones obtenidas con el modelo 1 se desvían en forma marcada de las observaciones experimentales, obteniendo en el centro temperaturas inferiores a la superficie. Sin embargo, puede visualizarse la buena predicción del modelo 2 siguiendo adecuadamente el aumento de la temperatura, a pesar de la sobreestimación leve de la temperatura en el centro al final del proceso. Las discrepancias en las predicciones del modelo 1 en el centro de la muestra son debidas a la formulación misma del modelo matemático que simula un decaimiento exponencial de la potencia en el interior del alimento, lo cual se observa experimentalmente en el presente trabajo. En adición, la ocurrencia del efecto exponencial de condicionada al tamaño de las muestras (>30mm de espesor)

(Campañone y Zaritzky, 2005). Por otro lado, en relación a las predicciones utilizando las ecuaciones de Maxwell (modelo 2), se puede observar (Figs. 9 y 10) que las temperaturas del centro se encuentran ligeramente por encima de las correspondientes a la superficie, lo cual está en total concordancia con los experimentos realizados en el presente trabajo (Fig. 8). Por consiguiente, es claro que el modelo 2 que utiliza las ecuaciones de Maxwell para predecir la distribución del campo electromagnético en el horno y en el alimento es el que puede estimar los valores máximos en el centro de las muestras, y este efecto es debido a la distribución no uniforme del campo eléctrico que genera picos (o valores máximos) cercanos al centro de la misma.

Docioión	Error-modelo1	Error-modelo2
POSICIOII	Lambert	Maxwell
superficie	0.1019	0.0932
centro	0.2807	0.1499

Tabla 3. Error relativo de los modelos predictivos.

#### **5** CONCLUSIONES

Dos modelos fueron probados para predecir los perfiles de temperatura durante el calentamiento con microondas. El primer modelo que tiene en cuenta la Ley de Lambert para la predicción de la distribución de la potencia absorbida dentro de la muestra, no logra predecir el mayor calentamiento en el centro de la muestra por considerar un decaimiento exponencial de la potencia absorbida desde la superficie hacia el interior de la muestra. Por otro lado, el segundo modelo el cual acopló el balance de energía y las ecuaciones de propagación armónica de las ondas electromagnéticas (ecuaciones de Maxwell) para obtener la distribución del campo electromagnético dentro del horno y en el alimento, permitió predecir adecuadamente los perfiles de temperatura en cilindros de 15mm de espesor; logrando obtener temperaturas superiores en el centro de la muestra en comparación con las predicciones de temperatura superficial.

Por consiguiente el modelo 2, utilizando las ecuaciones de Maxwell, fue el más apto para la predicción de los perfiles de temperatura durante el calentamiento con microondas de rodajas de fruta.

#### REFERENCIAS

Agnelli, M.E., Marani, C.M. y Mascheroni, R.H. Modelling of heat and mass transfer during (osmo) dehydrofreezing of fruits. *Journal of Food Engineering*, 69(4):415-424, 2005.

Ayappa K. G. Modelling transport processes during microwave heating: a review. *Reviews in Chemical Engineering*, 13(2):1-67, 1997.

Basak T. y Ayappa K.G. Role of length scales on microwave thawing dynamics in 2D cylinders. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:4543-4559, 2002.

Bird, R.B., Stewart, W.E. & Lightfoot, E.N. Transport phenomena. *John Wiley and Sons*, New York, 1976.

Campañone, L.A. y Zaritzky, N.E. Mathematical analysis of microwave heating process. *Journal of Food Engineering*, 69(3):359-368, 2005.

Campañone, L.A. y Zaritzky, N.E. Mathematical modeling and simulation of microwave thawing of large solid foods under different operating conditions. *Food and Bioprocess* 

Technology, 3(6): 813-825, 2010.

Campañone, L.A., Salvadori, V.O. y Mascheroni, R.H. Weight loss during freezing and storage of unpackaged foods. *Journal of Food Engineering*, 47(2):69-79, 2001.

Canale, R.P. y Chapra, S.C. Numerical Methods for Engineers (3ra Ed.). McGraw-Hill, New York, NY, 1998.

Clemens, J. y Saltiel, C. Numerical modeling of materials processing in microwave furnaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39:1665-1675, 1996.

Constantinides, A y Mostoufi, N. Numerical Methods for Chemical Engineers with Matlab Applications. Prentice-Hall, 1999.

Dinčov, D.D., Parrott, K.A. y Pericleous, K.A. Heat and mass transfer in two-phase porous materials under intensive microwave heating. *Journal Food Engineering*, 65:403-412, 2004.

Hossan, M.R., Byun, D.Y. y Dutta, P. Analysis of microwave heating for cylindrical shaped objects. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53:5129–5138, 2010.

Kwon, Y.W. y Bang, H. The finite element method using Matlab. CRC press, Florida, USA, 1997.

Lin, Y.E., Anantheswaran, R.C. y Puri, V.M. Finite element analysis of microwave heating of solid foods. *Journal of Food Engineering*, 25:85-112, 1995.

Liu, C.M., Wang, Q.Z. y Sakai, N. Power and temperature distribution during microwave thawing, simulated by using Maxwell's equations and Lambert's law. *International Journal of Food Science and Technology*, 40:9-21, 2005.

Ni, H. y Datta, A.K. Moisture as related to heating uniformity in microwave processing of solids foods. *Journal of Food Process Engineering*, 22:367-382, 2002.

Pauli, M., Kayser, T., Adamiuk, G. y Wiesbeck, W. Modeling of mutual coupling between electromagnetic and thermal fields in microwave heating. *IEEE* 2007:1983-1986, 2007.

Polley, S.L., Snyder, O.P. y Kotnour, P. A compilation for thermal properties of foods. *Food Technology*, 34:76-94, 1980.

Puri, V.M. y Anantheswaran, R.C. Finite element method in food processing - a review. Journal of Food Engineering, 19:247-74, 1993.

Sipahioglu, O. y Barringer, S.A. Dielectric properties of vegetables and fruits as a function of temperature, ash and moisture content. *Journal of Food Science*, 68(1):234-239, 2003.

Sweat, V.E. Experimental values of thermal conductivity of selected fruits and vegetables. *Journal of Food Science*, 39:1080-1083, 1974.

Tocci, A.M. y Mascheroni, R.H. Determinación por calorimetría diferencial de barrido de la capacidad calorífica y entalpía de frutas parcialmente deshidratadas en soluciones acuosas concentradas de azúcar. En: *I Congreso Ibero-Americano de Ingeniería de Alimentos*, vol(I):411-420, 1996.

Tong C.H. y Lund D.B. Microwave heating of baked dough products with simultaneous heat and moisture transfer. *Journal of Food Engineering*, 19:319-339, 1993.

Verboven, P., Datta, A.K., Anh, N.T., Scheerlinck, N. y Nicolai, B.M. Computation of airflow effects on heat and mass transfer in a microwave oven. *Journal of Food Engineering*, 59:181–190, 2003.

Zhou, L., Puri, V.M., Anantheswaran, R.C. y Yeh, G. Finite element modelling of heat and mass transfer in food materials during microwave heating-model, development and validation. *Journal of Food Engineering*, 25:509-529, 1995.

Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L. The Finite Element Method, vol. 1: The Basis. *Butterworth-Heinemann*, Oxford, 2000.