

UNA PROCEDURA PER LA STIMA DELLE TENSIONI TERMO-MECCANICHE IN ALBERI INTAGLIATI

L. Bertini^a, F. Bucchi^a, D. Checcacci^b, F. Frendo^a

^a *Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile ed Industriale, Largo Lucio Lazzarino, 56122 Pisa, e-mail: leonardo.bertini@ing.unipi.it, francesco.bucchi@for.unipi.it, frendo@ing.unipi.it;*

^b *GE Oil & Gas Nuovo Pignone SpA, Via Felice Matteucci 2, 50123 Firenze, e-mail: damaso.checcacci@ge.com*

Sommario

Nei componenti meccanici dalla geometria complessa l'analisi delle tensioni termomeccaniche è comunemente effettuata tramite FEM. Questa analisi risulta onerosa a livello computazionale e la validità dei risultati è limitata ai casi specifici considerati. Per tali motivi può risultare utile un approccio analitico, seppure semplificato, che sia in grado di fornire una ragionevole stima delle tensioni termo-meccaniche per classi di geometrie simili.

Nel presente lavoro, è stato considerato il caso di alberi intagliati; in particolare, si è preso a riferimento un albero a due diametri soggetto a convezione con fluido sulla superficie esterna. Ci si è quindi proposti di verificare se fosse possibile definire un fattore di concentrazione delle tensioni termo-meccaniche per stimare lo stato di tensione nella zona di raccordo a partire dalla soluzione numerica nota per il cilindro infinito. È stato verificato che è possibile esprimere tale coefficiente tramite il rapporto tra i picchi delle tensioni misurate durante il transitorio nella zona di intaglio ed in quella cilindrica. Nel lavoro viene inoltre discusso l'effetto delle dimensioni del componente sullo stato di sollecitazione, tramite il numero di Biot. Nel caso delle tensioni termomeccaniche, infatti, l'effetto della concentrazione di tensione non è riconducibile ad un semplice problema di forma.

Abstract

The coupled thermo-mechanical analysis of mechanical components with complex geometry is usually carried out by FE analyses. Such approach is time-consuming and the results are valid only for the given geometry. For that reason, it would be advantageous an analytical approach, even simplified, able to provide fairly good estimates of the thermo-mechanical stresses in relation to given categories of similar problems.

The case of notched shafts was considered in the present paper. In particular, a shaft with two different diameters, subjected to convection on the external surface was taken as reference. It was verified that it is possible to define a notch factor for thermo-mechanical stresses, considering the ratio of peak stress which are determined in the notch and on the cylindrical region of the shaft during the transient. The effect of the component dimensions is also discussed, by the use of the Biot number. Indeed, in case of thermo-mechanical stress, the notch effect cannot be handled as a simple shape problem.

Parole chiave: tensioni termomeccaniche, alberi intagliati, concentrazione di tensione.

1. INTRODUZIONE

Lo studio delle tensioni elastiche termomeccaniche in componenti soggetti a transitori termici è solitamente affrontato a partire dalla simulazione numerica della distribuzione di temperatura in funzione del tempo, grazie alla quale è possibile ricavare, in una seconda fase, lo stato di sollecitazione del particolare analizzato. Questo tipo di analisi richiede la conoscenza della geometria esatta del componente ed è quindi effettuabile soltanto dopo che è stato effettuato almeno un progetto di primo tentativo.

In molti casi però, soprattutto in fase di pre-design, può risultare utile avere degli strumenti che siano in grado di predire in maniera parametrica, con ragionevole approssimazione, le tensioni in particolari zone dei componenti (es. raggi di raccordo, intagli ecc.) senza che sia già disponibile l'intera geometria del componente.

Per questo motivo è stata sviluppata, all'interno di una collaborazione tra il Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale dell'Università di Pisa e GE - Nuovo Pignone (Firenze), una metodologia di analisi che sia in grado di predire le tensioni termomeccaniche in alberi di turbina soggetti a transitori termici a partire da modelli semplificati (es. cilindro infinito). L'attività è stata svolta all'interno del progetto ATENE (*Advanced Technologies for Energy Efficiency*) finanziato dalla regione Toscana e può trovare applicazione nella progettazione di turbine a vapore per impianti solari termodinamici.

Infatti, all'accensione dell'impianto, il vapore caldo viene spillato all'interno della turbina, causando significative tensioni termiche sui componenti. Successivamente la temperatura del vapore viene fatta crescere fino a raggiungere una condizione di regime, in corrispondenza della quale le tensioni termomeccaniche si annullano. Allo spegnimento si ha un processo analogo che porta ad ulteriori cicli di tensione nelle zone critiche dei componenti. Per questo motivo la conoscenza delle tensioni termomeccaniche in avviamento e spegnimento risulta di fondamentale importanza visto il funzionamento intermittente delle centrali, che può portare al danneggiamento dei componenti, soggetti a cicli sia termici che meccanici [1].

Lo studio della distribuzione di temperatura per geometrie semplici può essere effettuato risolvendo l'equazione di Fourier per via numerica. In particolare, per il cilindro infinito, l'equazione di Fourier si riduce ad un'equazione differenziale monodimensionale alle derivate parziali, in cui la temperatura è funzione della sola coordinata radiale r . Tale equazione può essere risolta in maniera molto rapida e, una volta nota la distribuzione di temperatura all'interno del cilindro infinito, è possibile ricavare lo stato di sollecitazione in ogni suo punto [2]. Per geometrie più complesse invece è necessario effettuare specifiche analisi agli elementi finiti.

In letteratura non sono presenti molti studi che prendono in considerazione la concentrazione delle tensioni dovute a fattori geometrici in analisi termomeccaniche. Questo perché, contrariamente a quanto avviene per le analisi strutturali statiche, può risultare di per sé ambiguo definire la tensione nominale da prendere come riferimento, in quanto essa non risulta definita in un transitorio termico.

Tra i pochi studi presenti, il primo in ordine cronologico [3] affronta la necessità di porre un limite superiore alla tensione termo-meccaniche per piastre piane semi-infinite, lisce o intagliate, sottoposte ad un gradino di temperatura. Attraverso considerazioni analitiche e analisi termoelastiche l'autore conclude che le tensioni termomeccaniche in una piastra piana soggetta ad un gradino di temperatura ΔT risultano limitate superiormente dal prodotto $\alpha E \Delta T$, dove α è il coefficiente di dilatazione termica ed E è il modulo elastico del materiale. Inoltre, l'autore conclude che considerando i primi istanti conseguenti il transitorio termico, in prossimità di un intaglio, se la profondità di penetrazione del calore è più piccola della dimensione caratteristica dell'intaglio, si può trascurare la concentrazione delle tensioni.

Successivamente, nel 1969 in [4], sempre attraverso analisi termoelastiche, si è giunti ad una formulazione più estesa del problema delle tensioni termomeccaniche in geometrie intagliate. In particolare, nel lavoro, vengono riportati gli andamenti della tensione per una piastra semi-infinita, liscia e con intaglio circolare, in funzione del tempo; in ambo i casi il valore della tensione è normalizzato rispetto al prodotto $\alpha E \Delta T$. Si evidenzia che in tutti e due i casi viene raggiunto un picco di tensione e l'istante in cui si verifica è legato al numero di Biot. In aggiunta, il valore massimo della tensione registrato per la piastra liscia risulta più basso rispetto a quello di una piastra in cui sia presente un intaglio. Questa ragione porta a presupporre l'esistenza di una concentrazione delle tensioni.

Successivamente in [5] e [6], è stato affrontato il problema della stima della tensione nelle zone di raccordo di grandi alberi a due diametri. Le analisi numeriche svolte hanno portato alla definizione di un fattore di concentrazione delle tensioni che esprime il rapporto tra il picco della tensione sulla superficie cilindrica dell'albero e il picco della tensione nella zona di raccordo. Gli autori propongono anche un confronto con il fattore di concentrazione delle tensioni usato nelle analisi statiche strutturali. In ambo i casi tali fattori risultano funzione dei rapporti tra il diametro maggiore e quello minore dell'albero e del raggio di raccordo. Infine, recentemente, in [7] è stato sviluppato un modello analogo per una cassa di turbina a vapore. I risultati ottenuti sono in linea con quelli già presentati per gli alberi in [6].

Nel presente lavoro si affronta il problema di definire in maniera formale il coefficiente di concentrazione delle tensioni in problemi di natura termomeccanica, tenendo in considerazione la geometria reale, oltre agli indici legati alla trasmissione del calore (numero di Biot). Vale la pena di osservare, infatti, che nel caso delle tensioni termomeccaniche il problema delle tensioni in prossimità di intagli non è riconducibile ad un problema di forma, ma che occorre tener conto anche delle dimensioni del componente.

2. TENSIONI TERMOMECCANICHE IN UN CILINDRO INFINITO SOGGETTO AD UN GRADINO DI TEMPERATURA

In un cilindro infinito di raggio R , la distribuzione di temperatura T in funzione del tempo t può essere ottenuta risolvendo la seguente equazione [8]

$$k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (1)$$

dove r è la coordinata radiale del cilindro, k la conducibilità termica, ρ la densità e c_p il calore specifico del materiale.

Nel presente lavoro si prende a riferimento un gradino di temperatura di ampiezza $T_f - T_0$, dove T_f è la temperatura del fluido che investe l'albero e T_0 la temperatura iniziale dell'albero, assunta uniforme. A partire dal gradino è possibile ottenere numericamente il profilo di $T(r, t)$ imponendo la condizione iniziale $T(r, t_0) = T_0$ dove t_0 è l'istante iniziale, oltre alle seguenti condizioni al contorno:

- assenza di flusso termico al centro del cilindro $\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$;
- convezione sulla superficie esterna $-k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = -h(T_f - T(R, t))$

dove h è il coefficiente di convezione tra la superficie dell'albero ed il fluido.

Nella Fig. 1(a) è mostrato l'andamento tipico della temperatura dell'albero in risposta ad un gradino di temperatura per vari valori del raggio. Ovviamente, quanto più ci si avvicina alla superficie esterna ($r = R$), tanto più elevata è la temperatura per ogni istante di tempo e minore è il tempo necessario per arrivare a regime.

Considerando le relazioni espresse in [2], è possibile ricavare l'andamento dello stato di tensione per ogni valore di r a partire dalla distribuzione di temperatura $T(r, t)$. In particolare, considerando un sistema di coordinate cilindriche con asse z orientato come l'asse del cilindro, asse r in direzione radiale e asse θ in direzione tangenziale, è possibile esprimere le tensioni principali come segue

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, t) &= \frac{\alpha E}{1 - \nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r, t) r \, dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r, t) r \, dr \right) \\ \sigma_{\theta\theta}(r, t) &= \frac{\alpha E}{1 - \nu} \left(-T(r, t) + \frac{1}{R^2} \int_0^R T(r, t) r \, dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r, t) r \, dr \right) \\ \sigma_{zz}(r, t) &= \frac{\alpha E}{1 - \nu} \left(\frac{2\nu}{R^2} \int_0^R T(r, t) r \, dr - T(r, t) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

dove α è il coefficiente di espansione termica del materiale, E il modulo elastico e ν il coefficiente di Poisson.

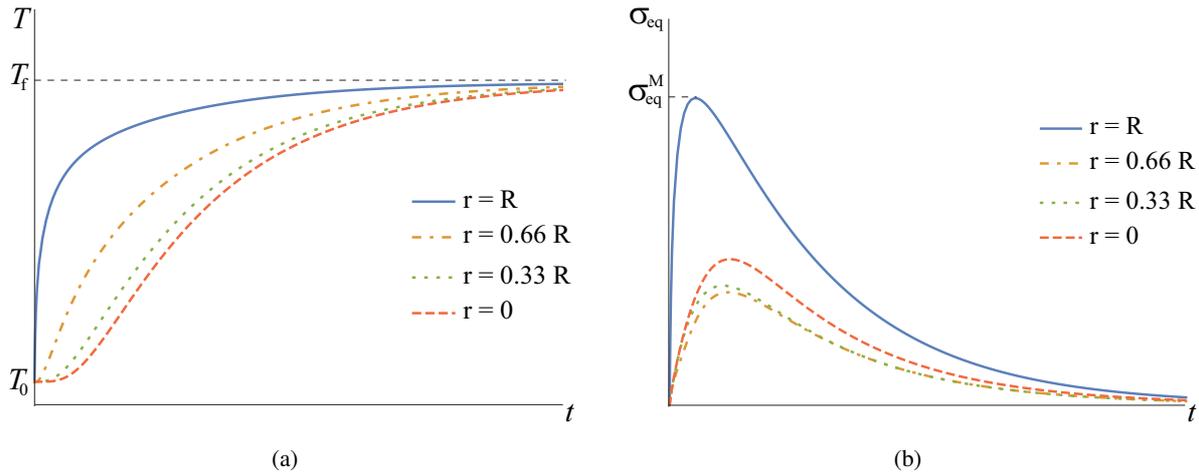


Figura 1: Risposta al gradino: temperatura (a) e tensione equivalente di von Mises (b) in funzione del tempo per differenti valori di r .

In Fig. 1(b) è mostrato l'andamento della tensione equivalente di von Mises σ_{eq} in funzione del tempo per vari valori del raggio. È possibile notare che la tensione σ_{eq} , per i differenti raggi, raggiunge un massimo poco dopo l'applicazione del gradino di temperatura e successivamente decresce fino ad annullarsi in condizioni di regime. Il valore massimo σ_{eq}^M viene raggiunto in corrispondenza della superficie esterna. Il valore di picco della tensione viene raggiunto in istanti temporali diversi a seconda del raggio considerato e si può inoltre notare che l'andamento della tensione non è monotono con il raggio. Questo fenomeno è spiegabile se, anziché considerare la tensione equivalente di Von Mises, che non tiene conto del segno, si considerano le tre tensioni principali σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e σ_{zz} (Fig. 2).

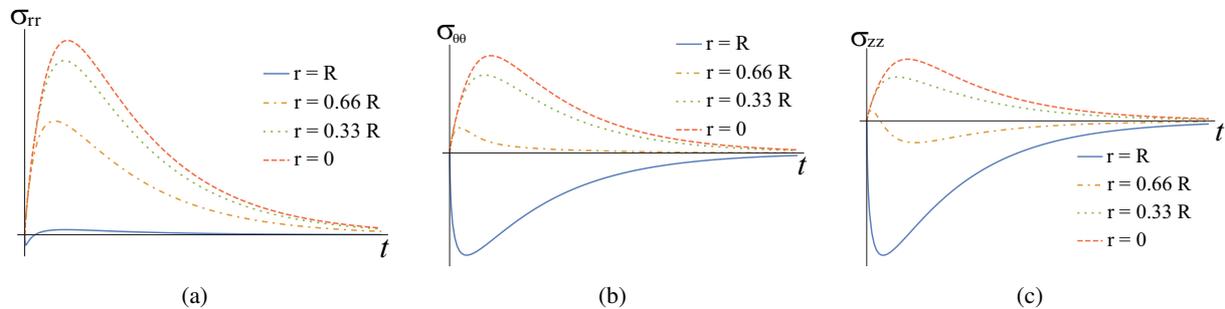


Figura 2: Risposta al gradino: tensioni principali in funzione del tempo per differenti valori di r .

Lo stato di tensione è di tipo triassiale eccetto che sulla superficie esterna dove sono presenti le sole tensioni $\sigma_{\theta\theta}$ e σ_{zz} , che risultano di compressione se $T_f > T_0$. Come si può vedere l'andamento delle singole tensioni principali è monotono con r ma, vista la non linearità dell'espressione della tensione equivalente di von Mises, ciò non garantisce che anch'essa sia monotona con r .

Ad ogni modo il picco di tensione, negativo in accensione e positivo in spegnimento della turbina, si verifica sulla superficie esterna e questo valore sarà considerato come riferimento nelle analisi successive. È inoltre interessante notare che, contrariamente a quanto avviene per le analisi statiche strutturali, una volta fissato il materiale dell'albero ed il coefficiente di convezione, la massima tensione equivalente σ_{eq}^M continua ad essere funzione della geometria e in particolare del raggio esterno R . Tale dipendenza da R può essere spiegata tramite il numero di Biot

$$Bi = \frac{hR}{k} \quad (3)$$

che esprime il rapporto tra la quantità di calore scambiata con l'esterno e quella scambiata attraverso la conduzione interna. Al crescere di R aumenta lo scambio termico con l'esterno e, a parità di k , aumenta

il gradiente di temperatura lungo il raggio. Entrambi questi effetti producono un aumento delle tensioni locali.

In Fig. 3 è mostrato a titolo di esempio l'andamento della tensione equivalente di von Mises, in risposta ad uno stesso gradino di temperatura, sulla superficie esterna di tre cilindri dello stesso materiale ma aventi raggi differenti ($R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 3R$). All'aumentare del raggio aumenta la tensione

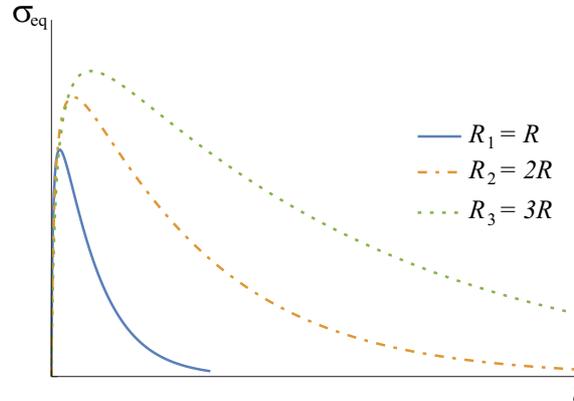


Figura 3: Risposta al gradino: tensioni equivalente di von Mises sulla superficie esterna del cilindro per cilindri di raggi differenti.

equivalente massima, seppur in maniera non proporzionale al raggio, ed il tempo di risposta del sistema.

3. TENSIONI TERMO-MECCANICHE IN UN ALBERO CON VARIAZIONE DI SEZIONE

Una volta descritto quel che succede per un cilindro infinito a diametro costante, l'attenzione si è concentrata sulla determinazione delle tensioni in un albero, di lunghezza infinita, nel quale sia però presente una variazione di sezione con raggio di raccordo, come rappresentato in Fig. 4. Il diametro maggiore dell'albero è D , quello minore d ed è presente il raggio di raccordo r_f . In questo caso l'equazione di

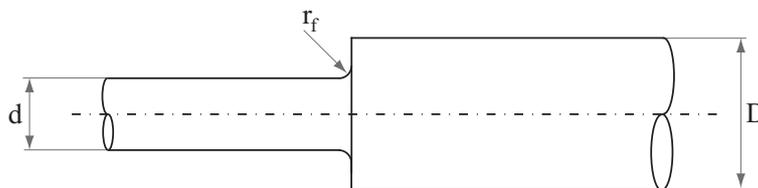


Figura 4: Albero a due diametri.

Fourier non può essere risolta considerando tutta la geometria ma è necessario ricorrere al metodo degli elementi finiti sia per il calcolo della distribuzione di temperatura che per le tensioni.

Per questo motivo è stato sviluppato un modello in ambiente Ansys per simulare il transitorio termico dovuto alla convezione tra il fluido che lambisce la superficie esterna dell'intero albero e l'albero stesso. Sono state effettuate due tipi di analisi in serie: analisi termica e analisi strutturale.

Vista l'assialsimmetria del problema l'albero è stato modellato con elementi piani assialsimmetrici *PLANE55*, considerando solo metà della sezione longitudinale, come rappresentato in Fig. 5. Al fine di simulare un albero di lunghezza infinita, si sono imposti dei vincoli di tipo *CP* in direzione assiale ai nodi delle sezioni di estremità. Tale tipo di vincolo impone che lo spostamento dei nodi cui è applicato debba essere il medesimo nella direzione specificata. Nella fattispecie, il vincolo permette spostamenti assiali dei nodi delle sezioni di estremità a patto che la sezione rimanga piana e perpendicolare all'asse. Lungo tutta la superficie esterna è stata imposta la convezione.

L'analisi termica è stata effettuata in un singolo *step*, lasciando determinare al software in maniera automatica il numero di *substep* necessari. La distribuzione di temperatura di tutti gli elementi del modello è stata salvata ed archiviata ad ogni *substep*.

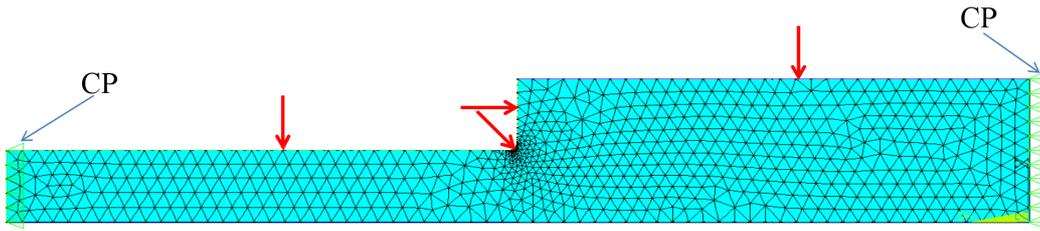


Figura 5: Modello FEM termico dell'albero a due diametri.

Gli elementi del modello sono stati convertiti da *PLANE55* (termici) a *PLANE182* (strutturali). Sono stati inoltre aggiunti dei vincoli sugli spostamenti dell'asse dell'albero per rendere il sistema isostatico. Sono state importate le distribuzioni di temperatura dei singoli *substep* ed è stata calcolata la soluzione strutturale, ottenendo la distribuzione delle tensioni per i singoli *substep*. Al fine di monitorare la tensione sulla superficie esterna sono stati creati tre *path* P_1 , P_2 e P_3 (Fig. 6).

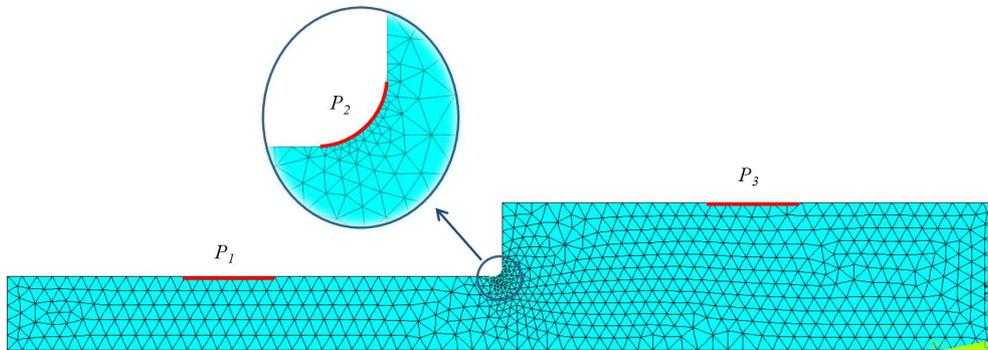


Figura 6: Modello FEM strutturale con individuazione dei *path* di misura.

I *path* P_1 e P_3 sono stati individuati per misurare lo stato di tensione in zone sufficientemente lontane dalla zona di intaglio; è stato verificato che lo stato di tensione lungo detti *path* risultasse costante e congruente con quello ottenuto risolvendo il problema relativo al cilindro infinito descritto nel paragrafo 2, di raggio rispettivamente $d/2$ e $D/2$. Per questo motivo le tensioni equivalenti di von Mises σ_1 e σ_3 , calcolate rispettivamente come medie delle tensioni equivalente di von Mises relative ai nodi appartenenti ai *path* P_1 e P_3 , sono state assunte come riferimento per la soluzione del cilindro infinito. Lungo il *path* P_2 invece lo stato di tensione non risulta costante e, ai fini delle analisi successive, è stata considerata la tensione equivalente di von Mises σ_2 , definita come valore massimo delle tensioni equivalenti di von Mises relative al *path* P_2 .

4. TRANSITORIO DI TEMPERATURA SULLA SUPERFICIE ESTERNA DELL'ALBERO

Con riferimento all'albero schematizzato in Fig. 4 è stata effettuata una simulazione del transitorio termico conseguente all'applicazione del gradino di temperatura. Il materiale scelto per l'albero è acciaio, le cui proprietà sono riportate in Tab. 1. Il coefficiente di convezione tra albero e vapore h è stato scelto pari

Tabella 1: Proprietà del materiale.

E (MPa)	ν	k (W/mK)	c_p (J/kgK)	ρ (kg/m ³)	α (K ⁻¹)
206000	0.3	50	450	7800	12×10^{-6}

a $200 \text{ W/m}^2\text{K}$, la temperatura iniziale dell'albero $T_0 = 295 \text{ K}$ e la temperatura del vapore $T_f = 600\text{K}$, producendo un gradino di temperatura pari a 305 K .

Le dimensioni dell'albero sono state scelte pari a $D = 1200$ mm, $d = 600$ mm e $r_f = 60$ mm. L'andamento delle tensioni σ_1 , σ_2 e σ_3 è riportato in Fig. 7. È interessante notare che, dal punto di vista fenomenologico, l'andamento delle tensioni è simile nelle tre zone considerate. In particolare, così come per il cilindro infinito, è presente un picco di tensione che viene raggiunto in istanti diversi a seconda della zona di albero considerata, a causa della differente inerzia termica delle varie zone. Come prevedibile

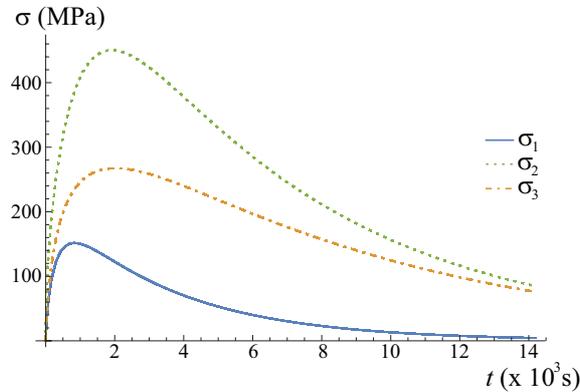


Figura 7: Tensioni equivalenti - Albero a due diametri.

$\sigma_3 > \sigma_1$, poiché nella zona a diametro maggiore, come già discusso per il cilindro infinito, è maggiore lo scambio di calore con l'esterno e nella zona superficiale viene a crearsi un gradiente di temperatura, e conseguentemente uno stato di tensione, più elevato.

Inoltre si nota che $\sigma_2 > \sigma_3$ lungo tutto il transitorio, a dimostrazione del fatto che è presente una concentrazione delle tensioni dovuta alla variazione di sezione.

5. FATTORE DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI

Al fine di poter utilizzare la soluzione del cilindro infinito descritta nel paragrafo 2, è stato affrontato il problema di definire il fattore di concentrazione delle tensioni termomeccaniche. A questo riguardo si presentano due problemi di natura diversa. Il primo è la definizione della tensione nominale. Nel caso della piastra semi-infinita descritta in [3], la tensione considerata era stata normalizzata rispetto al prodotto $\alpha E \Delta T$. In ragione delle considerazioni fatte finora è facile intuire che la normalizzazione rispetto ad una quantità indipendente dalle dimensioni non darebbe risultati di facile interpretazione; come è già stato mostrato, nel caso di un albero, la tensione in un punto generico, durante il transitorio, è legata alle dimensioni dell'albero stesso.

Si è pertanto scelto di definire il fattore di concentrazione delle tensioni termomeccaniche rispetto ad un valore che già di per sé tenesse conto della dimensione dell'albero. In particolare, sono stati scelte due tensioni nominali: il valore massimo di σ_1 e il valore massimo di σ_3 . Analogamente è stato scelto come valore di riferimento per la tensione nella zona di intaglio il valore massimo di σ_2 . Risultano pertanto definiti i seguenti coefficienti di concentrazione delle tensioni:

$$K_{th}^d = \frac{\max(\sigma_2)}{\max(\sigma_1)} \quad (4)$$

$$K_{th}^D = \frac{\max(\sigma_2)}{\max(\sigma_3)} \quad (5)$$

Con riferimento alla Fig. 7 tali coefficienti valgono $K_{th}^d = 2.42$, $K_{th}^D = 1.37$.

È stato verificato come a parità di geometria e di materiali tali valori risultano indipendenti dall'ampiezza del gradino di temperatura.

L'altro aspetto delicato nella definizione del fattore di concentrazione risulta di natura più concettuale ed è relativo al fatto che la definizione è basata sul rapporto tra due picchi di tensione equivalente (lo stato di sollecitazione in prossimità dell'intaglio risulta complesso) e per il fatto che i due picchi si verificano ad istanti temporali differenti (si veda a questo proposito la Fig. 7). Ciò nonostante, come sarà mostrato

nel seguito, è sempre possibile definire il fattore di concentrazione delle tensioni, sulla base del quale si può calcolare il picco di tensione equivalente agente in un intaglio a partire dalla soluzione relativa al cilindro infinito. Questo può essere poi preso a riferimento in un modello di danneggiamento per la progettazione a fatica del componente.

5.1 Studio di sensibilità alla geometria

Analogamente a quanto solitamente avviene nelle analisi statiche strutturali, si è considerato come il coefficiente di concentrazione delle tensioni vari al variare dei rapporti D/d e r_f/d .

Sono state effettuate 12 simulazioni facendo variare i valori D , d ed r_f come descritto in Tab. 2 per ricavare delle mappe del fattore di concentrazione.

Tabella 2: Studio di sensibilità ai parametri geometrici.

n.	D (mm)	d (mm)	r_f (mm)
1	1000	600	30
2	1000	600	40
3	1000	600	50
4	1000	600	60
5	1200	600	30
6	1200	600	40
7	1200	600	50
8	1200	600	60
9	1400	600	30
10	1400	600	40
11	1400	600	50
12	1400	600	60

I risultati relativi ai fattori di concentrazione delle tensioni K_{th}^d e K_{th}^D sono mostrati rispettivamente in Fig. 8 e Fig. 9.

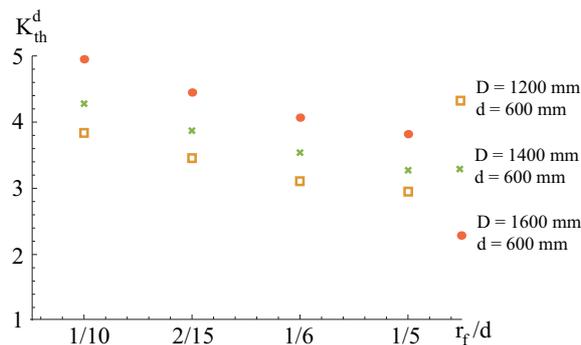


Figura 8: Fattore di concentrazione delle tensioni K_{th}^d per varie geometrie di albero.

Come era lecito aspettarsi, il fattore di concentrazione delle tensioni cresce al crescere del rapporto D/d e al diminuire del rapporto r_f/d . È interessante notare che, per le simulazioni effettuate, la dipendenza dal rapporto D/d è molto più elevata nel caso di K_{th}^d rispetto al caso K_{th}^D . Ciò può essere giustificato dal fatto che nelle simulazioni, al fine di variare il rapporto D/d è stato tenuto costante il valore di d e fatto variare il valore di D . In questo modo, come descritto nel paragrafo 2, la tensione nominale σ_1 rimane costante, mentre la tensione nominale σ_3 cresce all'aumentare di D , così come cresce anche la tensione σ_2 al raggio di raccordo.

Inoltre, poiché le tensioni termiche sono dipendenti dalle dimensioni dell'albero, sono state effettuate tre simulazioni in cui i rapporti tra le dimensioni non vengono variate ($D/d = \text{cost}$, $r_f/d = \text{cost}$), ma si varia

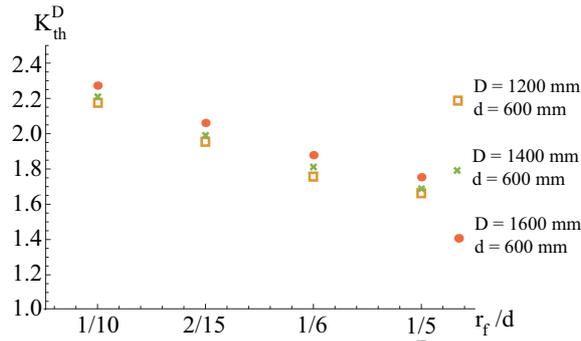


Figura 9: Fattore di concentrazione delle tensioni K_{th}^D per varie geometrie di albero.

il fattore di scala globale. Sono state prese a riferimento le simulazioni 5-8 (Tab. 2) e si sono raddoppiate e quadruplicate tutte le dimensioni in maniera omotetica. In Tab. 3 sono riportate le geometrie considerate.

Tabella 3: Studio di sensibilità ai parametri geometrici.

n.	D (mm)	d (mm)	r_f (mm)
5a	1200	600	30
6a	1200	600	40
7a	1200	600	50
8a	1200	600	60
5b	2400	1200	60
6b	2400	1200	80
7b	2400	1200	100
8b	2400	1200	120
5c	4800	2400	120
6c	4800	2400	160
7c	4800	2400	200
8c	4800	2400	240

In Fig. 10-11 sono riportate le mappe di K_{th}^d e K_{th}^D . Si nota che è presente un *effetto scala* sulla geometria, che risulta più evidente se si considera K_{th}^d (Fig. 10). Tale effetto risulta meno evidente se si considera il fattore K_{th}^D (Fig. 11) e ciò è dovuto essenzialmente al fatto che le differenze, in termini di fattore di concentrazione delle tensioni risultavano già meno evidenti nella Fig. 9.

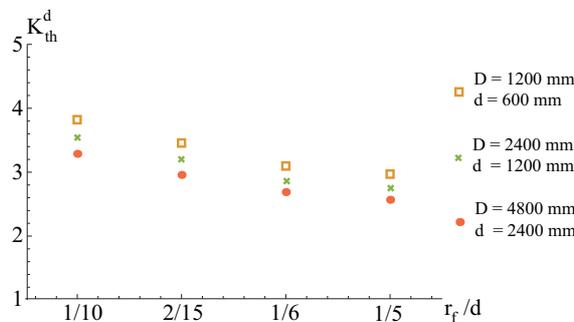
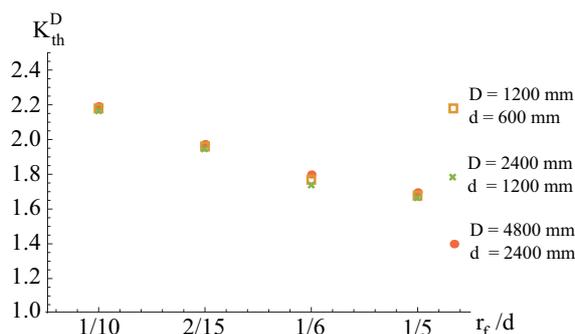


Figura 10: Fattore di concentrazione delle tensioni K_{th}^d - Effetto scala.

Figura 11: Fattore di concentrazione delle tensioni K_{th}^D - Effetto scala.

5.2 Dipendenza del fattore di concentrazione delle tensioni dalle dimensioni

Al fine di indagare ulteriormente la dipendenza del fattore di intensificazioni dai parametri geometrici e termici del problema, sono state effettuate alcune ulteriori simulazioni. Le geometrie considerate sono analoghe a quelle già descritte nel paragrafo precedente. Nella fattispecie sono state prese a riferimento le simulazioni 5a-8c (Tab. 2) e si è variato il coefficiente di convezione h in maniera inversamente proporzionale all'ingrandimento della geometria, in maniera tale da mantenere il numero di Biot costante (Eq. 3). In Tab. 4 sono elencate le proprietà geometriche e termiche considerate.

Tabella 4: Studio di sensibilità ai parametri geometrici.

n.	D (mm)	d (mm)	r_f (mm)	h (W/m ² K)
5a*	1200	600	30	200
6a*	1200	600	40	200
7a*	1200	600	50	200
8a*	1200	600	60	200
5b*	2400	1200	60	100
6b*	2400	1200	80	100
7b*	2400	1200	100	100
8b*	2400	1200	120	100
5c*	4800	2400	120	50
6c*	4800	2400	160	50
7c*	4800	2400	200	50
8c*	4800	2400	240	50

In questo caso, a parità di rapporti d/D e r_f/d e di numero di Biot, i fattori di concentrazione delle tensioni non risentono dell'*effetto scala* del problema, come illustrato nelle Fig. 12-13.

Per un problema termo-meccanico quindi, a differenza del problema prettamente strutturale, il fattore di concentrazione può essere descritto da una superficie, funzione di due parametri che descrivono l'effetto della forma del componente (tipicamente i rapporti d/D e r/d) e del numero di Biot che descrive il rapporto tra il calore scambiato per convezione attraverso la superficie e per conduzione verso l'interno del componente.

6. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stato studiato il problema della concentrazione delle tensioni derivanti da transitori termici in alberi in cui siano presenti intagli geometrici rappresentati da brusche variazioni del diametro esterno. In particolare, sono state analizzate le tensioni derivanti da un gradino di temperatura del fluido che scambia per convezione con la superficie esterna dell'albero.

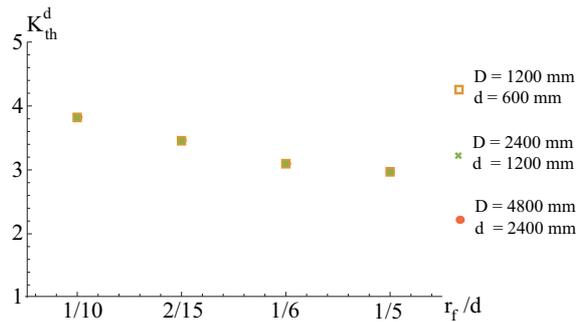


Figura 12: Fattore di concentrazione delle tensioni K_{th}^d per diverse dimensioni a parità di numero di Biot.

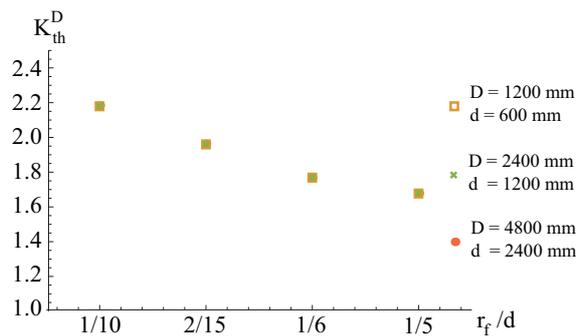


Figura 13: Fattore di concentrazione delle tensioni K_{th}^D per diverse dimensioni a parità di numero di Biot.

È stato mostrato come in questo caso la concentrazione delle tensioni in prossimità della brusca variazione di geometria non sia un semplice problema di forma, come invece è nel caso di una sollecitazione di tipo meccanico. Ciò nonostante è sempre possibile definire il fattore di concentrazione delle tensioni e la dipendenza di questo dalla geometria può essere sintetizzata tramite il numero di Biot.

La metodologia sviluppata può essere applicata per la progettazione a fatica di componenti meccanici sottoposti a transitori termici.

Nel seguito si valuterà l'estensione della procedura al caso di intagli di forma diversa e al caso di diverse leggi temporali della temperatura del fluido (ad es. rampa di temperatura).

BIBLIOGRAFIA

- [1] S. S. Manson, Behavior of materials under conditions of thermal stress, TN 2933: NACA (1953).
- [2] W. C. Young, R. G. Budynas, Roark's formulas for stress and strain, McGraw-Hill (2002).
- [3] H. Becker, An exploratory study of stress concentrations in thermal shock fields, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 84(3), 343-348 (1962).
- [4] A. F. Emery, J. A. Williams, J. Avery, Thermal-stress concentration caused by structural discontinuities, *Experimental Mechanics*, 9(12), 558-564 (1969).
- [5] R. C. Spencer, D. P. Timo, Starting and loading of large steam turbines, *Proceedings of the American Power Conference*, 36, 511-521 (1974).
- [6] D. C. Gonyea, Thermal stress concentration factors in large shaft, *Thermal fatigue of materials and components*, ASTM-STP12, 30-37 (1976).
- [7] W. Choi, K. Fujiyama, B. Kim, G. Song, Development of thermal stress concentration factors for life assessment of turbine casings, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 98, 1-7 (2012).
- [8] Y. A. Cengel, M. A. Boles. Thermodynamics: an engineering approach, McGraw-Hill (2002).