

STIMA DEL POTENZIALE ELETTRICO IN tDCS CON APPROCCIO MESHLESS INNOVATIVO

Guido Ala¹, Gregory Fasshauer², Elisa Francomano³,
Salvatore Ganci¹, Michael McCourt⁴, Salvatore Vitabile⁵

¹DEIM, ³DICGIM, ⁵DIBIMED
Università degli Studi di Palermo
Palermo

²Department of Applied
Mathematics
Illinois Institute of Technology
Chicago (USA)

⁴Department of Mathematical
and Statistical Sciences
University of Colorado
Denver (USA)

La stimolazione transcranica a corrente continua (*transcranial Direct Current Stimulation*, tDCS) è una tecnica non invasiva finalizzata alla modifica dell'attività neuronale a scopo terapeutico e/o per il miglioramento delle prestazioni mentali. Una corrente continua di entità modesta (inferiore alla soglia di percezione) è iniettata nel cervello tramite elettrodi posti sulla superficie dello scalpo per produrre alterazioni dell'attività corticale a lungo termine. Nonostante il crescente utilizzo di questa e di altre tecniche analoghe, e le rilevanti possibili applicazioni – ad esempio nel campo della riabilitazione neuropsicologica – il loro impatto sull'attività neuronale non è ancora del tutto noto, soprattutto a causa della difficoltà di prevedere la distribuzione spaziale della corrente all'interno del cervello, e di determinare la posizione e le dimensioni ottimali degli elettrodi. Il metodo degli elementi finiti (FEM) è il metodo numerico attualmente più diffuso per stimare la distribuzione delle correnti elettriche nel cervello durante la tDCS. Al vantaggio di poter gestire la complessità fisica e geometrica della testa umana con un elevato livello di dettaglio, si oppone lo svantaggio di dover eseguire, in fase di *pre-processing*, un *meshing* tridimensionale del dominio di interesse. Inoltre, l'onere computazionale del processo di soluzione è elevato, dal momento che il FEM è un metodo di dominio. Con la motivazione di superare questi inconvenienti, si è proposto l'utilizzo del metodo delle soluzioni fondamentali (MFS) per la soluzione del problema tDCS. Si tratta di un metodo *meshless* di contorno già impiegato nel campo delle tecniche non invasive di *brain imaging*, come l'elettroencefalografia (EEG) e la magnetoencefalografia (MEG). Il problema di determinare la distribuzione della densità di corrente nel cervello durante tDCS, in considerazione del fatto che è ammissibile l'approssimazione quasi-stazionaria delle equazioni di Maxwell, comporta la soluzione di un problema per il potenziale elettrico scalare formulabile, per un modello della testa omogeneo a zone, come un set di problemi ai valori al contorno. La testa può essere rappresentata mediante un dominio conduttore Ω costituito da L gusci annidati ed elettricamente omogenei (Ω_ℓ sia il generico guscio di conducibilità σ_ℓ e contorno $\partial\Omega_\ell$), posizionati in un mezzo a conducibilità nulla. In prima approssimazione, si possono considerare tre gusci per rappresentare encefalo, cranio e scalpo. Sia $\mathcal{I}_{\ell,\ell+1} = \partial\Omega_\ell \cap \partial\Omega_{\ell+1}$ l'interfaccia tra il guscio ℓ ed il guscio $\ell + 1$, e sia \mathcal{E} la porzione dell'interfaccia più esterna (scalpo) sulla quale sono posti gli elettrodi. Il problema del potenziale elettrico scalare ϕ può, quindi, essere formulato come il seguente set di problemi di valori al contorno:

$$\begin{cases} \sigma_\ell \nabla^2 \phi_\ell(p) = 0, & p \in \Omega_\ell, & \ell = 1, \dots, L, \\ \phi_\ell(p) = \phi_{\ell+1}(p), & p \in \mathcal{I}_{\ell,\ell+1} & \ell = 1, \dots, L-1, \\ \sigma_\ell n(p) \cdot \nabla \phi_\ell(p) = \sigma_{\ell+1} n(p) \cdot \nabla \phi_{\ell+1}(p), & p \in \mathcal{I}_{\ell,\ell+1} \setminus \mathcal{E}, & \ell = 1, \dots, L, \\ \phi_\ell(p) = \tilde{\phi}(p), & p \in \mathcal{E}, & \ell = L, \end{cases} \quad (1)$$

in cui ϕ_ℓ è il potenziale elettrico scalare nel guscio Ω_ℓ , n è la generica normale alla superficie di interfaccia e $\tilde{\phi}$ è una funzione che definisce il potenziale elettrico scalare assegnato in corrispondenza degli elettrodi. La conoscenza di ϕ_ℓ permette di valutare la densità di corrente \mathbf{J}_ℓ in Ω_ℓ tramite la relazione $\mathbf{J}_\ell(\mathbf{p}) = -\sigma_\ell \nabla \phi_\ell(\mathbf{p})$.

Il metodo delle soluzioni fondamentali è basato sull'espansione della funzione incognita mediante un set di soluzioni fondamentali dell'equazione differenziale (di Laplace) che descrive il problema, sicché è possibile determinare i coefficienti dell'espansione tramite una procedura di collocazione da effettuarsi esclusivamente sulle superfici di interfaccia.

Si riportano i risultati preliminari ottenuti, a mezzo del solutore MFS proposto, considerando un modello della testa a sfera multistrato e una stimolazione tramite due elettrodi circolari, disposti come in Fig. 1, tra i quali sussiste una differenza di potenziale pari a 40V. In particolare, la Fig. 1 e la Fig. 2 mostrano, rispettivamente, le mappe del potenziale elettrico scalare calcolato sulle tre superfici di interfaccia e una rappresentazione del vettore densità di corrente su porzioni dell'interfaccia encefalo-cranio poste al di sotto degli elettrodi.

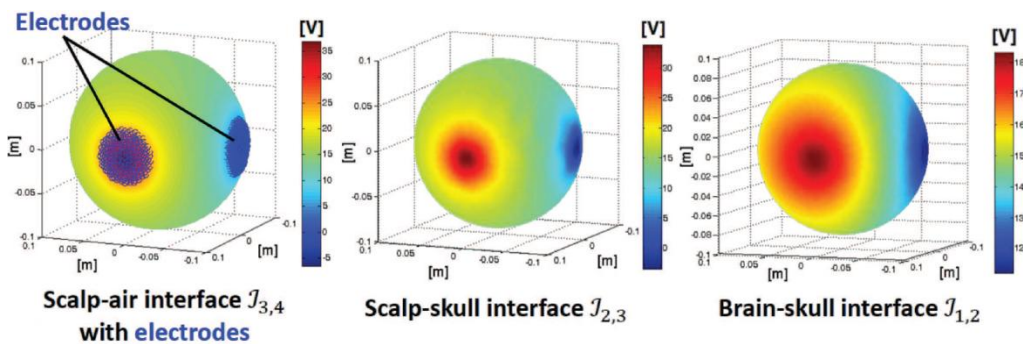


Figura 1 – Mappe del potenziale elettrico scalare sulle tre interfacce.

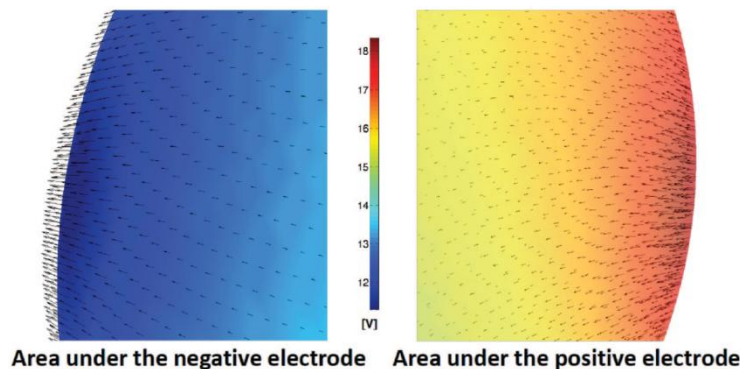


Figura 2 – Rappresentazione del campo vettoriale della densità di corrente (freccie nere) su porzioni dell'interfaccia encefalo-cranio poste al di sotto degli elettrodi.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Fairweather, A. Karageorghis, “The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems”. *Advances in Computational Mathematics*, 9(1), 1998.
- [2] R. Holdefer, R. Sadleir, and M. Russell, “Predicted current densities in the brain during transcranial electrical stimulation”, *Clinical Neurophysiology* 117(6), 2006.
- [3] M. Parazzini, S. Fiocchi, E. Rossi, A. Paglialonga, P. Ravazzani, “Transcranial direct current stimulation: estimation of the electric field and of the current density in an anatomical human head model”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 58(6), 2011.
- [4] W. Paulus, “Transcranial electrical stimulation (tES–tDCS; tRNS, tACS) methods”, *Neuropsychological Rehabilitation*, 21(5), 2011.