



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

Dottorato di Ricerca in “Fisica Applicata”  
Indirizzo “Storia e Didattica delle Matematiche, della Fisica e della Chimica”  
Dipartimento di Fisica  
Settore Scientifico Disciplinare: MAT/04

## DAL FORMATO CARTACEO AL FORMATO DIGITALE: UNO STUDIO QUALITATIVO DI TEST DI MATEMATICA

IL DOTTORE  
**ALICE LEMMO**

IL COORDINATORE  
**Prof. BERNARDO SPAGNOLO**

IL RIFERENTE DELL'INDIRIZZO  
**Prof. AURELIO AGLIOLO GALLITTO**

IL TUTOR  
**Dr. BENEDETTO DI PAOLA**

CO TUTOR  
**Prof. GIORGIO BOLONDI**

**Prof.ssa MARIA ALESSANDRA MARIOTTI**

# Introduzione

---

Questa tesi affronta il problema di confrontare il comportamento degli studenti di fronte ad un compito di matematica proposto in ambiente carta e penna e in ambiente computerizzato. Nel fare questo, abbiamo articolato la trattazione in tre Parti differenti: la prima si concentra sulla descrizione del problema e sull'elaborazione degli strumenti per affrontarlo mentre la seconda, centrata sulla sperimentazione diretta con gli studenti, presenta e discute i risultati emersi. Infine, nella terza Parte sono raccolti gli allegati contenenti le trascrizioni complete dei protocolli di ogni studente coinvolto nella sperimentazione.

Nella prima Parte è trattato e descritto il problema di ricerca da un punto di vista teorico. In particolare, affrontiamo la questione del passaggio dalla somministrazione di prove di matematica dal formato cartaceo a quello digitale partendo dallo studio della letteratura. Si tratta di un problema ampiamente studiato da diversi punti di vista. Il primo capitolo descrive e presenta lo stato dell'arte riassumendo e commentando le principali ricerche sul tema. Nel fare questo osserveremo quali problemi ad oggi rimangono ancora aperti per descrivere a grandi linee quale di questi ci interessa affrontare. Nello specifico, la maggior parte degli studi comparativi sui compiti, somministrati in ambiente digitale e cartaceo, sono affrontati da un punto di vista quantitativo e quindi sul confronto delle performance degli allievi a partire da compiti somministrati in ambiti diversi. In altre parole, la maggior parte delle ricerche fino ad ora affrontate su questo tema si concentra sul confronto dei risultati e non sull'analisi fine dei processi risolutivi attivati dagli studenti. Il nostro obiettivo, invece, è quello di approfondire lo studio comparativo sui compiti somministrati nei due ambienti, avviando un'analisi qualitativa sui processi risolutivi e non solo sulle performance. In linea con questo obiettivo, nel secondo capitolo costruiremo degli strumenti che permettano di affrontare il problema dell'analisi dei processi risolutivi da un punto di vista qualitativo.

Nel secondo capitolo, quindi, verrà descritto il quadro teorico che guiderà la nostra sperimentazione e i successivi risultati emersi dalla riflessione teorica sul problema di ricerca. La prima questione che viene affrontata è controllare, attraverso un'analisi fine, cosa cambia nel compito nel momento in cui si decide di trasportarlo dall'ambiente in cui è stato progettato e pensato, ad esempio, carta e penna, ad un nuovo ambiente, ad esempio l'ambiente digitale. In altre parole, il primo problema che ci porremo sarà legato a come confrontare due compiti e quindi come individuare dei criteri che permettano di definire un grado di confrontabilità fra essi. Si tratta di un tema ben presente nella letteratura di ricerca principalmente per quanto riguarda quelli che vengono definiti *problemi verbali*. Sulla base degli studi che verranno riportati e discussi, presenteremo lo strumento: la *griglia di*

*comparazione dei compiti*. Tale strumento, utile per l'analisi delle variazioni che possono intervenire nel passaggio tra i due ambienti sarà in seguito utilizzato per costruire i compiti 'comparabili', che verranno somministrati nel corso della sperimentazione. Nello stesso capitolo, definiremo un secondo strumento che permetta di descrivere i comportamenti degli studenti nel momento in cui risolvono un compito di matematica: lo *strumento di codifica dei comportamenti*. Per costruire uno strumento adeguato ai nostri scopi e quindi adatto anche a descrivere una situazione di passaggio dalla carta al computer, partiremo dal quadro teorico del problem solving definito da Schoenfeld negli anni '80. Nel costruire lo strumento faremo anche riferimento ad una definizione classica di compito come attività (Leont'ev, 1975). Tale scelta ci permetterà di porre in primo piano i processi e le procedure (e dunque le azioni e operazioni) che vengono attivati per risolvere un compito. In questo modo, sarà possibile andare oltre la raccolta e l'analisi dei prodotti, quindi dei semplici risultati, e di descrivere l'intero processo risolutivo e come esso si articola dal primo impatto del solutore con il compito fino al raggiungimento della risposta.

A partire da questi strumenti formuleremo la domanda di ricerca che ha guidato la successiva sperimentazione:

*Come sono correlate le variazioni presentate dalla griglia di comparazione dei compiti approssimare con i palloncini con i comportamenti dei solutori descritti dallo strumento di codifica dei comportamenti?*

Nella seconda Parte della tesi, l'attenzione verterà sulla descrizione della sperimentazione diretta con gli studenti e sulla presentazione e discussione dei risultati raccolti. Per quanto riguarda l'impianto metodologico, la sperimentazione è stata articolata in due fasi distinte. Nella prima fase sono stati individuati, costruiti e analizzati a priori i compiti da somministrare, ed è stato selezionato un campione di studenti col quale si è svolta una prima sperimentazione pilota. Tale sperimentazione ha avuto lo scopo di affinare gli strumenti elaborati nel quadro teorico. Nella seconda fase, è stata svolta una seconda sperimentazione i cui dati sono stati elaborati e discussi attraverso gli strumenti rielaborati nella fase precedente.

Andando nel dettaglio, nel capitolo 3 presenteremo lo studio dei compiti che sono stati utilizzati nella sperimentazione utilizzando gli strumenti di analisi appena elaborati. In particolare, descriveremo i due applets, progettati in ambiente digitale dal gruppo del Freudenthal Institut di Utrecht, da cui sono stati ricavati due compiti: uno digitale e uno cartaceo. A partire da tali compiti presenteremo alcune ipotesi a priori in riferimento ai comportamenti che possiamo aspettarci in base alla tipologia di compiti scelti.

Nel capitolo 4, descriveremo il campione di studenti coinvolti nella sperimentazione. Si tratta di 18 coppie di studenti provenienti da due scuole secondarie di I grado della provincia di Bologna e Trento.

Nei capitoli 5 e 6, presenteremo i dati raccolti dalle sperimentazioni avvenute nei due diversi momenti: in particolare, nel capitolo 5, descriveremo i risultati della sperimentazione pilota e come sono stati raffinati gli strumenti di analisi; nel capitolo 6, descriveremo i risultati della seconda sperimentazione svolta con l'intento di studiare e confrontare i comportamenti degli studenti attraverso questi nuovi strumenti.

Infine, nel capitolo 7 e 8 discuteremo i risultati e presenteremo le conclusioni del nostro lavoro.

Nello specifico, vedremo che lo strumento di codifica dei comportamenti è stato utile per rilevare possibili caratteristiche dei comportamenti degli studenti in relazione ai singoli compiti. In altre parole, alcune peculiarità osservate attraverso tale strumento hanno permesso di indicare la presenza di specifici pattern di comportamenti, e indurre il ricercatore ad un'analisi più accurata del processo di risoluzione. In questa prospettiva, lo strumento di codifica dei comportamenti è stato efficace per lo scopo che ci eravamo prefissi: confrontare i compiti secondo l'ambiente di somministrazione, in particolare in relazione ai comportamenti.

Allo stesso modo, osserveremo che la griglia di comparazione dei compiti ci ha permesso di confrontare i compiti in relazione ad un'altra peculiarità: le variazioni, anche piccole, riscontrabili tra due compiti e per questo è stata utilizzata per la costruzione dei due compiti somministrati nel corso della sperimentazione in classe nei due ambienti.

Per quanto concerne la nostra domanda di ricerca, saremo in grado di rispondere in modo approfondito solo in riferimento ai singoli compiti. Vedremo infatti che per ogni compito, la combinazione dei due strumenti ha permesso di condurre l'analisi delle possibili correlazioni. Nel complesso tale studio ha messo in evidenza alcune correlazioni tra variazioni del compito e variazioni dei comportamenti, insieme ad alcuni casi di invarianza. È chiaro che per entrare nel dettaglio è indispensabile fare riferimento ai compiti e per questo motivo la domanda di ricerca non può essere posta indipendentemente da un compito specifico, almeno per ora.

Attualmente gli strumenti elaborati hanno un forte limite; in particolare, quello relativo allo studio sistematico qualitativo dell'intero processo risolutivo compiuto dai singoli studenti. In altre parole non è possibile attraverso gli strumenti prescindere dal compito che si sta studiando poiché ogni indicatore è costruito ad hoc. Un possibile sviluppo futuro potrebbe essere di considerare gli strumenti messi a punto per questa sperimentazione, in altre sperimentazioni, con altri compiti ma anche con gli stessi ma su scala più ampia. In questo modo sarebbe possibile validare tali strumenti per un uso ancora più vasto e delineare degli indicatori generici che permettano di studiare le correlazioni anche in una prospettiva più generale a prescindere dal compito che si sta considerando.

A partire dai risultati emersi, si apriranno diverse possibili strade per una ricerca futura oltre alla validazione sistematica degli strumenti. Ad esempio, si potrebbe considerare il problema di come automatizzare tale studio allo scopo di avere a disposizione uno strumento per l'analisi quantitativa dei risultati su larga scala. In altre parole, si potrebbe avviare un'ulteriore ricerca su come individuare degli indicatori che permettano di passare ad una codifica automatica dei comportamenti.

Per quanto riguarda possibili implicazioni didattiche, l'uso dei nostri strumenti può aprire diverse prospettive. Ad esempio, la correlazione tra le variazioni rilevate dalla griglia di comparazione dei compiti e i comportamenti risolutivi degli studenti, può essere per l'insegnante uno strumento di diagnostica. In effetti, l'uso dei nostri strumenti permette di isolare particolari variabili di un compito per individuare dove gli studenti incontrano delle

difficoltà nel processo di soluzione di tale compito. Tali difficoltà potrebbero non essere necessariamente dipendenti da aspetti strettamente matematici ma trasversali, legati, ad esempio, alla comprensione del testo del compito o alla scelta del set-up. Allo stesso modo, l'isolamento delle variabili che possono essere considerate critiche, perché collegate a particolari difficoltà, possono essere la base per la costruzione da parte dell'insegnante di specifiche situazioni didattiche in cui si presentano compiti che permettano agli studenti di lavorare proprio su tali variabili.

# Indice

---

<b>1</b>	<b>INQUADRAMENTO DEL PROBLEMA DI RICERCA .....</b>	<b>1</b>
1.1	STATO DELL'ARTE .....	2
1.1.1	<i>Qualche chiarimento terminologico.....</i>	<i>2</i>
1.1.2	<i>La situazione nel mondo.....</i>	<i>3</i>
1.1.3	<i>Computer-Based Test (CBT) .....</i>	<i>5</i>
1.1.4	<i>Due approcci possibili al CBT: migratory e transformative .....</i>	<i>6</i>
1.1.4.1	Approccio di tipo migratory.....	7
1.1.4.2	Esempi da OCSE PISA 2015 .....	8
1.1.4.3	Approccio di tipo transformative .....	13
1.1.4.4	Esempi da OCSE PISA 2012 .....	14
1.1.5	<i>Computer Adaptive Test (CAT).....</i>	<i>23</i>
1.1.6	<i>Modalità computerizzata e cartacea: studi comparativi .....</i>	<i>27</i>
1.1.6.1	Un esempio interessante .....	29
1.2	PROBLEMI APERTI.....	33
<b>2</b>	<b>QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO.....</b>	<b>36</b>
2.1	DEFINIZIONE DI COMPITO .....	36
2.1.1	<i>Il formato del compito.....</i>	<i>39</i>
2.1.1.1	Il testo del compito.....	40
2.1.1.2	Il layout del compito.....	42
2.1.1	<i>Il contenuto del compito.....</i>	<i>43</i>
2.1.1.1	Set-up.....	44
2.1.1.2	Informazioni.....	46
2.1.1.3	Domanda.....	47
2.1.1	<i>Soluzione del compito.....</i>	<i>49</i>
2.1.1.1	La presenza del feedback .....	50
2.2	COSTRUZIONE DELLA GRIGLIA DI COMPARAZIONE DEI COMPITI .....	52
2.2.1	<i>La griglia di comparazione dei compiti.....</i>	<i>53</i>
2.2.2	<i>Esempio di utilizzo della griglia di comparazione dei compiti .....</i>	<i>56</i>
2.3	L'ANALISI DEI PROTOCOLLI: LO STRUMENTO DI CODIFICA DEI COMPORAMENTI .....	60
2.3.1	<i>Mathematical problem solving.....</i>	<i>60</i>
2.3.1.1	Le categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld.....	62
2.3.2	<i>La codifica dei comportamenti in Schoenfeld.....</i>	<i>64</i>
2.3.3	<i>Rielaborazione dello strumento di codifica .....</i>	<i>66</i>
2.5	DOMANDA DI RICERCA.....	73
<b>3</b>	<b>I COMPITI SOMMINISTRATI NELLA SPERIMENTAZIONE .....</b>	<b>75</b>
3.1	GLI APPLLET DEL FREUDENTHAL INSTITUT RESEARCH GROUP .....	75
3.2	GLI APPLLET SELEZIONATI.....	77
3.3	“LA CALCOLATRICE ROTTA” E IL SUO UTILIZZO NELLA SPERIMENTAZIONE .....	78
3.3.1	<i>La costruzione del compito “la calcolatrice rotta” nei due ambienti .....</i>	<i>80</i>

3.3.2	<i>Analisi a priori sui comportamenti degli studenti</i> .....	84
3.3.2.1	Costruzione dei profili rispetto alle categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld .....	84
3.3.2.2	Analisi del compito 1 rispetto alle diverse categorie .....	89
3.3.2.3	Analisi del compito 2 rispetto alle diverse categorie .....	93
3.3.2.4	Categorie di comportamenti e griglia di comparazione dei compiti .....	94
3.4	<b>“APPROSSIMARE CON I PALLONCINI” E IL SUO UTILIZZO NELLA SPERIMENTAZIONE</b> .....	96
3.4.1	<i>La costruzione del compito “approssimare con i palloncini” nei due ambienti</i> 98	
3.4.2	<i>Analisi a priori sui comportamenti degli studenti</i> .....	101
3.4.2.1	Costruzione dei profili rispetto alle categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld .....	101
3.4.2.2	Analisi del compito 1 rispetto alle diverse categorie .....	110
3.4.2.3	Analisi del compito 2 rispetto alle diverse categorie .....	112
3.4.2.4	Categorie di comportamenti e griglia di comparazione dei compiti .....	113
3.4.2.5	Il compito “approssimare con i palloncini” nell’ambiente digitale, versione II .....	115
<b>4</b>	<b>INDIVIDUAZIONE DEL CAMPIONE DI RICERCA</b> .....	<b>119</b>
4.1	IL CAMPIONE DI RICERCA .....	119
4.1.1	<i>Scuola Secondaria di I grado di Ala (TN)</i> .....	120
4.1.2	<i>Scuola Secondaria di I grado di Castel Maggiore (BO)</i> .....	120
<b>5</b>	<b>PROGETTAZIONE, IMPLEMENTAZIONE E DESCRIZIONE DELLA SPERIMENTAZIONE PILOTA</b> .....	<b>122</b>
5.1	PROGETTAZIONE DELLA SPERIMENTAZIONE PILOTA .....	123
5.2	IMPLEMENTAZIONE DELLA SPERIMENTAZIONE PILOTA .....	124
5.3	RAFFINAMENTO DELLO STRUMENTO DI CODIFICA DEI COMPORTAMENTI PER IL COMPITO “LA CALCOLATRICE ROTTA” .....	125
5.3.1	<i>Ridefinizione degli indicatori relativi agli episodi del compito “la calcolatrice rotta”</i> 125	
5.3.1.1	Episodio di Lettura .....	125
5.3.1.2	L’episodio di Analisi .....	129
5.3.1.3	L’episodio di Esplorazione .....	131
5.3.1.4	L’episodio di Pianificazione e Implementazione .....	138
5.3.1.5	L’episodio Soluzione .....	141
5.3.1.6	L’episodio di Valutazione Globale .....	142
5.3.1.7	La Valutazione Locale .....	146
5.3.1.8	La Transizione .....	148
5.3.2	<i>Lo strumento di codifica dei comportamenti per il compito “la calcolatrice rotta”</i> 151	
5.4	RAFFINAMENTO DELLO STRUMENTO DI CODIFICA DEI COMPORTAMENTI PER IL COMPITO “APPROSSIMARE CON I PALLONCINI” .....	157
5.4.1	<i>Ridefinizione degli indicatori relativi agli episodi del compito “approssimare con i palloncini”</i> .....	157
5.4.1.1	Episodio di Lettura .....	157
5.4.1.2	L’episodio di Analisi .....	159
5.4.1.3	L’episodio di Esplorazione .....	164
5.4.1.4	L’episodio di Implementazione .....	167
5.4.1.5	L’episodio Soluzione .....	169
5.4.1.6	L’episodio di Valutazione Globale .....	170
5.4.1.7	La Valutazione Locale .....	171

5.4.1.8	La Transizione.....	173
5.4.2	<i>Lo strumento di codifica dei comportamenti per il compito “approssimare con i palloncini”</i> .....	174
5.5	LO STRUMENTO DI CODIFICA DEI COMPORAMENTI: NUOVI EPISODI.....	181
<b>6</b>	<b>PROGETTAZIONE, IMPLEMENTAZIONE E DESCRIZIONE DELLA SECONDA SPERIMENTAZIONE</b> .....	<b>183</b>
6.1	PROGETTAZIONE DELLA SPERIMENTAZIONE .....	183
6.2	IMPLEMENTAZIONE DELLA SPERIMENTAZIONE.....	185
6.3	LO STRUMENTO DI CODIFICA DEI COMPORAMENTI.....	185
6.4	RISULTATI DEL COMPITO “LA CALCOLATRICE ROTTA” .....	186
6.4.1	<i>La calcolatrice rotta: compito 1</i> .....	187
6.4.1.1	Compito 1, ambiente digitale.....	189
6.4.1.2	Compito 1, ambiente cartaceo.....	200
6.4.2	<i>La calcolatrice rotta: compito 2</i> .....	211
6.4.2.1	Compito 2, ambiente digitale.....	212
6.4.2.2	Compito 2, ambiente cartaceo.....	217
6.5	RISULTATI DEL COMPITO “APPROSSIMARE CON I PALLONCINI” .....	223
6.5.1	<i>Approssimare con i palloncini: compito 2</i> .....	225
6.5.1.1	Compito 2, ambiente digitale.....	226
6.5.1.2	Compito 2 nell’ambiente cartaceo .....	233
6.5.2	<i>Approssimare con i palloncini: compito 1</i> .....	242
6.5.2.1	Compito 1, ambiente digitale.....	243
6.5.2.2	Compito 1, ambiente cartaceo.....	248
<b>7</b>	<b>DISCUSSIONE DEI RISULTATI</b> .....	<b>255</b>
7.1	DISCUSSIONE DEL COMPITO: LA CALCOLATRICE ROTTA.....	255
7.1.1	<i>Discussione della Calcolatrice rotta nell’ambiente digitale</i> .....	255
7.1.1.1	Discussione del compito 1 nell’ambiente computerizzato .....	256
7.1.1.2	Discussione del compito 2 nell’ambiente digitale .....	260
7.1.1.3	I due compiti della calcolatrice rotta nell’ambiente digitale.....	262
7.1.2	<i>Discussione del compito della Calcolatrice rotta nell’ambiente cartaceo</i> ....	264
7.1.2.1	Discussione del compito 1 nell’ambiente cartaceo .....	264
7.1.2.2	Discussione del compito 2 nell’ambiente cartaceo .....	267
7.1.2.3	I due compiti della calcolatrice rotta nell’ambiente cartaceo .....	269
7.2	DISCUSSIONE DEL COMPITO: APPROSSIMARE CON I PALLONCINI .....	271
7.2.1	<i>Discussione di Approssimare con i palloncini nell’ambiente computerizzato</i> 271	
7.2.1.1	Discussione del compito 2 nell’ambiente digitale .....	271
7.2.1.2	Discussione del compito 1 nell’ambiente computerizzato .....	274
7.2.1.3	I due compiti di approssimare con i palloncini nell’ambiente digitale .....	276
7.2.2	<i>Discussione di Approssimare con i palloncini nell’ambiente cartaceo</i> .....	278
7.2.2.1	Discussione del compito 2 nell’ambiente cartaceo .....	278
7.2.2.2	Discussione del compito 1 nell’ambiente cartaceo .....	281
7.2.2.3	I due compiti di approssimare con i palloncini nell’ambiente cartaceo .....	283
<b>8</b>	<b>CONCLUSIONI E PROSPETTIVE FUTURE</b> .....	<b>285</b>
8.1	I DUE STRUMENTI DI CODIFICA .....	286
8.2	RISPOSTA ALLA DOMANDA DI RICERCA PER IL COMPITO “LA CALCOLATRICE ROTTA” .....	287
8.3	RISPOSTA ALLA DOMANDA DI RICERCA PER IL COMPITO “APPROSSIMARE CON I PALLONCINI” .....	292

8.4	RISPOSTA ALLA DOMANDA DI RICERCA.....	296
8.5	IMPLICAZIONI E RIFLESSIONI SULLO STUDIO .....	296
	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>299</b>
	<b>ALLEGATI.....</b>	<b>306</b>
<b>1</b>	<b>COMPITO LA CALCOLATRICE ROTTA, PROTOCOLLI DI ALA.....</b>	<b>306</b>
1.1	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO DIGITALE .....	306
1.1.1	<i>Protocollo_cbt_1_cal.....</i>	<i>306</i>
1.1.2	<i>Protocollo_cbt_2_cal.....</i>	<i>312</i>
1.1.3	<i>Protocollo_cbt_3_cal.....</i>	<i>316</i>
1.1.4	<i>Protocollo_cbt_4_cal.....</i>	<i>319</i>
1.2	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO CARTACEO .....	321
1.2.1	<i>Protocollo_ppt_1_cal.....</i>	<i>321</i>
1.2.2	<i>Protocollo_ppt_2_cal.....</i>	<i>327</i>
1.2.3	<i>Protocollo_ppt_3_cal.....</i>	<i>331</i>
1.2.4	<i>Protocollo_ppt_4_cal.....</i>	<i>333</i>
<b>2</b>	<b>COMPITO APPROSSIMARE CON I PALLONCINI, PROTOCOLLI DI ALA .....</b>	<b>335</b>
2.1	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO DIGITALE .....	335
2.1.1	<i>Protocollo_cbt_1_pal.....</i>	<i>335</i>
2.1.2	<i>Protocollo_cbt_2_pal.....</i>	<i>338</i>
2.1.3	<i>Protocollo_cbt_3_pal.....</i>	<i>339</i>
2.1.4	<i>Protocollo_cbt_4_pal.....</i>	<i>341</i>
2.2	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO CARTACEO .....	342
2.2.1	<i>Protocollo_ppt_1_pal.....</i>	<i>342</i>
2.2.2	<i>Protocollo_ppt_2_pal.....</i>	<i>344</i>
2.2.3	<i>Protocollo_ppt_3_pal.....</i>	<i>348</i>
2.2.4	<i>Protocollo_ppt_4_pal.....</i>	<i>351</i>
<b>3</b>	<b>COMPITO LA CALCOLATRICE ROTTA, PROTOCOLLI DI CASTEL MAGGIORE. 355</b>	
3.1	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO DIGITALE .....	355
3.1.1	<i>Protocollo_cbt_5_CAL.....</i>	<i>355</i>
3.1.2	<i>Protocollo_cbt_6_CAL.....</i>	<i>362</i>
3.1.3	<i>Protocollo_cbt_7_CAL.....</i>	<i>373</i>
3.1.4	<i>Protocollo_cbt_8_CAL.....</i>	<i>380</i>
3.1.5	<i>Protocollo_cbt_9_CAL.....</i>	<i>390</i>
3.2	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO CARTACEO .....	393
3.2.1	<i>Protocollo_ppt_5_CAL.....</i>	<i>394</i>
3.2.2	<i>Protocollo_ppt_6_CAL.....</i>	<i>403</i>
3.2.3	<i>Protocollo_ppt_7_CAL.....</i>	<i>413</i>
3.2.4	<i>Protocollo_ppt_8_CAL.....</i>	<i>420</i>
3.2.5	<i>Protocollo_ppt_9_CAL.....</i>	<i>427</i>
<b>4</b>	<b>COMPITO APPROSSIMARE CON I PALLONCINI, PROTOCOLLI DI CASTEL MAGGIORE.....</b>	<b>429</b>
4.1	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO DIGITALE .....	429
4.1.1	<i>Protocollo_cbt_5_PAL.....</i>	<i>429</i>

4.1.2	<i>Protocollo_cbt_6_PAL</i> .....	431
4.1.3	<i>Protocollo_cbt_7_PAL</i> .....	433
4.1.4	<i>Protocollo_cbt_9_PAL</i> .....	437
4.2	PROTOCOLLI DEL COMPITO IN FORMATO CARTACEO.....	438
4.2.1	<i>Protocollo_ppt_5_PAL</i> .....	438
4.2.2	<i>Protocollo_ppt_6_PAL</i> .....	441
4.2.3	<i>Protocollo_ppt_7_PAL</i> .....	448
4.2.4	<i>Protocollo_ppt_9_PAL</i> .....	449



# Parte I: il problema di ricerca

---

## 1 Inquadramento del problema di ricerca

Le valutazioni standardizzate, valutazioni *sommative* per eccellenza, stanno orientandosi sempre più verso la somministrazione *computer-based*, che presenta notevoli vantaggi, sia logistici che economici. In quest'ottica, la ricerca si è concentrata principalmente sull'analisi della comparabilità dei risultati e sullo studio delle eventuali differenze nelle *performance* degli allievi, sia a livello di popolazione o sottopopolazioni che, in alcuni casi, a livello di caratteristiche individuali dell'allievo.

D'altra parte, è sempre più forte la richiesta da parte degli insegnanti di strumenti che permettano di utilizzare i metodi, gli strumenti concettuali e operativi e i risultati delle valutazioni standardizzate anche nel lavoro di classe. Questo rientra nel problema didattico generale dell'integrazione della valutazione sommativa (e della valutazione standardizzata in particolare) nella valutazione formativa, alla cui base c'è una domanda: quali informazioni sul singolo allievo possiamo avere dalle risposte che quell'allievo dà a un particolare compito? Rispondere a questa domanda diventa assai più complesso se si prende in considerazione anche la possibilità di considerare due diversi ambienti di somministrazione; nel nostro caso specifico computer e carta e penna.

Per muoversi in questa direzione non è sufficiente lavorare sui risultati finali dei ragazzi, ma occorre avere strumenti per studiare in maniera fine i loro comportamenti quando sono alle prese con un compito somministrato in diversi ambienti: carta e penna, computer, lavagne interattive multimediali, tablet e altro. Inoltre è indispensabile chiarire cosa si intende per compiti confrontabili, soprattutto quando si considerano diversi ambienti di somministrazione.

Nel dettaglio, il nostro studio si propone di indagare cosa succede nel passaggio da carta e penna a computer attraverso due diversi aspetti generali: la confrontabilità tra due compiti

somministrati in ambienti diversi e la correlazione tra le soluzioni ad essi fornite e tale confrontabilità.

Con l'intento di raffinare i nostri obiettivi, in questo capitolo cerchiamo di chiarire il contesto nel quale si inserisce questa ricerca. In particolare, descriviamo lo stato dell'arte sul tema della trasposizione di un compito da un ambiente cartaceo ad uno digitale e i problemi che ad oggi risultano ancora aperti. Nel capitolo successivo introdurremo un quadro teorico che ci permetterà di formulare le nostre domande di ricerca in modo preciso.

## 1.1 Stato dell'arte

In questa sezione descriviamo lo stato dell'arte sul tema della valutazione computerizzata. In particolare cerchiamo da una parte di chiarire alcuni aspetti terminologici, e dall'altra parte di descrivere i principali studi condotti facendo particolare riferimento alla situazione internazionale. L'intera sezione è basata sui risultati di uno studio condotto in collaborazione con la Dott.ssa Laura Maffei e la Prof.ssa Maria Alessandra Mariotti<sup>1</sup>.

### 1.1.1 Qualche chiarimento terminologico

Trattare il tema di compiti somministrati in ambiente digitale fa riferimento a un problema molto vasto che non nasconde ambiguità anche legate all'ambito lessicale. Infatti, i termini *eAssessment*, *Computer-based Assessment (CBA)*, *Computer-Assisted/Aided Assessment (CAA)*, ... vengono spesso utilizzati come sinonimi per riferirsi all'utilizzo delle tecnologie (nel senso più lato del termine) nel processo di valutazione. In letteratura, infatti, non esiste un modo univoco per indicare i test somministrati in ambiente computerizzato. Il principale riferimento europeo in questo ambito è il *Joint Information Systems Committee (JISC)*<sup>2</sup> che, in collaborazione con la *Qualifications and Curriculum Authority (SQA)*<sup>3</sup> ha sviluppato alcuni progetti di ricerca sul tema. In tali progetti qualunque tipo di valutazione supportata, parzialmente o completamente, da un dispositivo elettronico viene indicata con il termine *eAssessment*. In aggiunta, tali studi hanno contribuito a sviluppare linee guida<sup>4</sup> per l'implementazione di test in ambiente digitale.

La parola *eAssessment* fa dunque riferimento ad un insieme molto vasto che comprende test di diverse tipologie. Per chiarezza espositiva, identifichiamo due filoni principali che descriviamo separatamente nelle prossime sezioni: *Computer Based Test (generalmente indicato con l'acronimo: CBT)* e *Computer Adaptive Test (a cui ci si riferisce spesso con la sigla CAT)*. Andando nel dettaglio, con il termine *Computer Based Test* si fa riferimento all'insieme generico dei test somministrati in ambiente informatizzato indipendentemente dal tipo di piattaforma utilizzata (online, in rete, nessuna) e al tipo di codifica dei risultati

---

<sup>1</sup> Studio dal titolo: *Studio preliminare sull'introduzione di Computer-Based Testing*, condotto nell'ambito della convenzione fra il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa e l'ente di ricerca INVALSI dal titolo "Ricerca didattica relativamente alle prove dell'area matematica del primo ciclo del S.N.V." (responsabile Scientifico: Prof.ssa Rosetta Zan).

<sup>2</sup> <http://www.jisc.ac.uk/>

<sup>3</sup> <http://www.sqa.org.uk>

<sup>4</sup> [http://www.sqa.org.uk/sqa/files\\_ccc/RegulatoryPrinciplesforE-assessment.pdf](http://www.sqa.org.uk/sqa/files_ccc/RegulatoryPrinciplesforE-assessment.pdf)

richiesta (manuale o elettronica). Con *Computer Adaptive Test*, invece, si indica una tipologia particolare di Computer Based Test nella quale la struttura del test viene modificata in fase di risposta dell'utente. La struttura può cambiare o semplicemente perché la somministrazione dei compiti all'interno del test avviene in ordine casuale oppure perché i compiti somministrati si adattano in base alla valutazione delle competenze del risolutore, valutazione che avviene in fase di svolgimento del test. Mentre la tipologia CBT consiste nella somministrazione di test unificati per ogni utente, la tipologia CAT produce test differenziati, adattabili, nelle sue forme più complesse, alle competenze degli utenti.

### 1.1.2 La situazione nel mondo

Per quanto riguarda il processo di valutazione attraverso l'uso di strumenti informatizzati, i primi studi sono stati sviluppati negli anni '70 (Drasgow, 2002); solo verso la fine degli anni '90, però, l'utilizzo sempre più diffuso delle nuove tecnologie e la crescente familiarità con i dispositivi elettronici ha permesso la diffusione di test in formato digitale su ampia scala. Per fare alcuni esempi: una tra le più note certificazioni della competenza nella lingua inglese, *Test of English as a Foreign Language (TOEFL)*<sup>5</sup>, viene somministrata su piattaforma online; l'istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo degli Stati Uniti, *il National Center for Education Statistics (NCES)*<sup>6</sup>, somministra i test alle scuole attraverso interfacce digitali e le indagini di valutazione internazionale promossa da OCSE<sup>7</sup> ha attualmente introdotto al posto di carta e penna l'utilizzo del computer.

Per quanto riguarda l'Europa, in seguito alla pubblicazione di *European Key Competences Recommendation*<sup>8</sup> nel 2006, in cui viene fatto esplicito riferimento alla *competenza digitale*, le indicazioni ministeriali di molti paesi europei hanno iniziato a suggerire l'uso dei cosiddetti *Information and Communication Technology (ICT)* nella pratica didattica, compreso il processo di valutazione. Ad esempio, Estonia, Austria, Regno Unito, Spagna e Norvegia propongono l'uso del computer per la somministrazione di test come alternativa a carta e penna. Per quanto riguarda l'Italia, invece, non ci sono ancora delle indicazioni specifiche sull'uso delle nuove tecnologie nel processo di valutazione; nelle indicazioni ministeriali del 2012 si trovano però diversi riferimenti all'uso del computer in relazione al "reperire, valutare, conservare, produrre, presentare e scambiare informazioni" (MIUR, 2012).

---

<sup>5</sup> <http://www.ets.org/toefl>

<sup>6</sup> L'NCES è l'istituto federale per la raccolta e l'analisi dei dati sul sistema educativo degli Stati Uniti. <http://nces.ed.gov/>

<sup>7</sup> OCSE, Organizzazione per la cooperazione e lo sviluppo economico, conduce da anni le indagini: PISA, Programme for International Student Assessment <http://www.oecd.org/pisa/> e PIAAC, Programme for the International Assessment of Adult Competencies <http://www.oecd.org/site/piaac/>

<sup>8</sup> Il parlamento europeo e il consiglio dell'unione europea, a seguito dell'incontro del 18 dicembre 2006, hanno pubblicato le raccomandazioni relative alle competenze chiave per l'apprendimento permanente.

<http://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32006H0962&from=EN>

Periodicamente, l'OCSE<sup>9</sup> svolge ricerche sul sistema di valutazione dei paesi partecipanti all'indagine; da queste indagini emerge che tra i Paesi Europei solo Danimarca, Inghilterra e Olanda utilizzano la modalità informatizzata come mezzo di somministrazione dei test di valutazione nazionale. In particolare, Olanda (Nusche, Braun, Halász, & Santiago, 2014) e Inghilterra (Shewbridge, Hulshof, Nusche, & Staehr, 2014) implementano test della tipologia CBT mentre la Danimarca (Shewbridge, Jang, Matthews, & Santiago, 2011) predilige la somministrazione di test della tipologia adattiva; Svezia (Nusche, Halász, Looney, Santiago, & Shewbridge, 2011) e Lussemburgo (Shewbridge, Ehren, Santiago, & Tamassia, 2012), invece, stanno attualmente conducendo studi pilota nella prospettiva di una somministrazione informatizzata. Anche il Servizio Nazionale di Valutazione italiana sta avviando alcune sperimentazioni nella prospettiva di proporre i test di valutazione standardizzata del sistema scolastico in formato digitale ma solo per la scuola secondaria di II grado; ad oggi (A.S. 2016/2017), solamente il questionario studenti sarà somministrato per via informatica e solo per il secondo ciclo di istruzione.

Il motivo di questo crescente interesse è dovuto soprattutto al fatto che molti autori presentano studi in cui vengono mostrati notevoli punti di forza e vantaggi derivanti dal formato di somministrazione digitale (Ripley, 2009; Bridgeman, 2009; Raikes & Harding, 2003).

Da un punto di vista logistico e funzionale, l'uso della modalità informatizzata abbassa i costi di somministrazione (ad esempio, non è più necessario stampare e distribuire i fascicoli dei test nelle scuole), inoltre, la possibilità di misurare il tempo di somministrazione permette una maggiore flessibilità di utilizzo (lo studente può iniziare il test quando si sente pronto e lo scorrere del tempo comincia nel momento in cui appaiono le prime domande sullo schermo). In aggiunta, esistono software che permettono di restituire immediatamente la misura dei punteggi e l'analisi dei dati, offrendo la possibilità di risparmiare tempo e risorse impiegate nella codifica e nella raccolta e restituzione dei dati.

I vantaggi si possono riscontrare anche nell'efficienza della misurazione, infatti, l'utilizzo di mezzi digitali limita possibili errori in fase di codifica e raccolta dati. Inoltre, è possibile arricchire tale raccolta, per esempio, registrando i tempi di risposta degli studenti per ogni item e monitorando i loro comportamenti in fase risolutiva. Inoltre, la proposta di modalità adattive (CAT) permette la produzione di test variabili e adattabili a seconda del soggetto; tale opportunità rende possibile la personalizzazione del test per ogni singolo utente, evitando l'imposizione della somministrazione delle prove nello stesso istante.

Aspetti positivi emergono anche da un punto di vista dell'efficacia nella valutazione. L'introduzione di strumenti interattivi, come software e applet, permette di ottenere un'analisi più fine del processo risolutivo che può mettere in luce aspetti nuovi di conoscenze e competenze già individuate e che solo in questo modo possono essere valutati. In altre parole, l'uso di questi strumenti offre la possibilità di indagare su nuove competenze (digitali e non) ancora inesplorate da un punto di vista della valutazione cartacea.

---

<sup>9</sup> La lista completa delle Review OCSE è consultabile all'indirizzo:  
<http://www.oecd.org/edu/school/oecdreviewonevaluationandassessmentframeworksforimproving-school-outcomes-country-reviews.htm>

Nelle modalità interattive più sofisticate, apprendimento e valutazione possono diventare difficilmente distinguibili: la proposta di feedback istantanei, ad esempio, permette allo studente di ripensare a risposte date e di correggere eventuali errori. È dunque possibile ipotizzare che la messa a punto e l'aggiunta di un dispositivo di tutoring potrebbe indirizzare gli studenti, che altrimenti non ne avrebbero la possibilità, verso una risposta al compito. Infine è da notare che sono stati riscontrati effetti positivi sulla motivazione e sulle performance degli studenti coinvolti in test in ambiente informatizzato (Means & Rochelle, 2010).

La modalità informatizzata risulta avere riscontri positivi anche per gli stessi insegnanti. Nel caso dell'Olanda (Nusche, Braun, Halász, & Santiago, 2014) ad esempio, l'analisi dei dati raccolti dall'indagine di valutazione nazionale è distribuita il giorno successivo al test; in questo modo gli insegnanti possono tempestivamente utilizzare i dati dell'indagine nella prospettiva di una valutazione formativa, promuovendo attività atte a colmare le carenze individuate o intervenendo sulle difficoltà riscontrate.

### **1.1.3 Computer-Based Test (CBT)**

Come descritto nel paragrafo precedente (sez. 2.2), la modalità eAssessment è ampiamente diffusa in Europa (Eggen & Straetmans, 2009; Moe, 2009; Wandall, 2009), ma ha conosciuto la sua più ampia espansione negli Stati Uniti (Bennett, 2010; Bridgeman, 2009; Csapó, Ainley, Bennett, Latour, & Law, 2012).

Entrando nel dettaglio della descrizione di questa macrocategoria di test, Bunderson, Inouye & Olsen (1989) introducono 4 differenti tipologie di valutazioni computerizzate, denominate dagli autori: *generazioni di valutazioni computerizzate*. Mentre le prime due generazioni sono attualmente implementate e proposte da diversi sistemi di valutazione, le generazioni successive si riferiscono a modalità non ancora realizzate. Le modalità computerizzata (CBT) e adattiva (CAT) appartengono rispettivamente alla prima e alla seconda generazione, e ne discuteremo ampiamente nel seguito; mentre poco ancora sappiamo sulle modalità delle successive generazioni che costituiscono tuttora una sfida aperta rispetto alle possibilità future offerte della modalità informatizzata. In riferimento a queste ultime due categorie, alcuni studi suggeriscono possibili sviluppi; ad esempio, Martin (2008) propone la creazione di un test che sia in grado di registrare i comportamenti degli studenti in fase risolutiva allo scopo di integrare la misurazione delle performance ai dati così raccolti e restituire una valutazione personalizzata al soggetto valutato. Questo genere di test non sono ancora stati studiati nel dettaglio né sperimentati; per questo motivo, in questa sede ci sembra opportuno soffermarci solo sulla descrizione dettagliata delle prime due generazioni.

La generazione 1 si riferisce alla “somministrazione convenzionale di test attraverso il computer” (Bunderson, Inouye, & Olsen, 1989, p. 43); si tratta della trasposizione di test, pre-esistenti in formato cartaceo, in formato digitale. In questo senso il computer viene utilizzato come supporto alla somministrazione; si tratta, appunto, dell'insieme dei test definiti come Computer Based Test.

I test di generazione 1 vengono attualmente somministrati da un ampio numero di istituti per la valutazione su larga scala, specialmente negli Stati Uniti (Csapó, Ainley, Bennett, Latour, & Law, 2012), ma sta crescendo il loro utilizzo anche in Europa. In Norvegia, per esempio, la modalità CBT viene attualmente proposta per la valutazione nazionale in lettura in madrelingua, matematica e lettura in lingua inglese. Il caso della Norvegia è singolare; Moe (2009) descrive in dettaglio il lungo processo di introduzione della modalità informatizzata compiuto dal sistema di valutazione norvegese. La reazione alla prima versione pilota è stata negativa; alcune scuole hanno boicottato il test e comitati di genitori hanno indetto manifestazioni di protesta per il nuovo sistema di somministrazione. A seguito di queste incomprensioni è stata avviata una campagna di informazione e sono stati pubblicati alcuni esempi del test in questa nuova modalità. Successivi studi pilota sono stati condotti per analizzare la consistenza<sup>10</sup> del test in modalità adattiva (CAT). La maggiore problematica si è riscontrata nella restituzione dei dati alle scuole. La modalità adattiva restituisce un punteggio che si riferisce, su base statistica, al livello di competenza attribuito all'utente (il tema verrà approfondito di seguito nella sezione 1.1.5 di questo capitolo); tale punteggio è strettamente legato al test che adatta la sua struttura in base alle risposte fornite dall'utente. Tale diversificazione non permette dunque alcun metro di paragone tra uno studente e l'altro a livello qualitativo se non attraverso tale scala di competenze definita a priori mediante strumenti statistici, difficilmente compatibili con la valutazione scolastica così come viene percepita da studenti, insegnanti e famiglie. Per questo motivo è stato scelto di scartare la modalità CAT per passare a quella CBT.

#### **1.1.4 Due approcci possibili al CBT: migratory e transformative**

Ripley (2009) e più recentemente Binkley et al. (2012) sostengono che le nuove tecnologie, oltre ad essere un efficiente supporto alla somministrazione dei test tradizionali, permettono di modificare le modalità di valutazione in modo da offrire uno strumento più efficace al processo di valutazione stessa.

In ogni caso, una volta che si decide di cambiare la modalità di somministrazione di un test, si pone il problema di confrontare i risultati ottenuti con quelli raccolti attraverso altre modalità nelle precedenti rilevazioni, ossia solitamente carta e penna. Il problema della confrontabilità dei test nei due ambienti potrebbe porsi anche nel caso di valutazioni standardizzate che coinvolgono più Paesi. Per l'indagine Pisa 2015, ad esempio, non tutti i Paesi hanno avuto la possibilità di utilizzare il computer come mezzo di somministrazione del test al campione nazionale; per questo motivo, alcuni Stati hanno scelto di avvalersi ancora della somministrazione cartacea. Allo scopo di mantenere inalterati confrontabilità e compatibilità dei test, è necessario valutare quale tipo di approccio adottare per progettare e realizzare il passaggio della prova di valutazione da un formato all'altro. In letteratura sono descritti due tipi di approcci: *migratory* e *transformative* (Ripley, 2009). Con approccio migratory si fa riferimento all'utilizzo del supporto tecnologico come semplice mezzo di somministrazione. In altri termini, si tratta di un trasferimento degli item di un test, nati in formato cartaceo, in formato digitale. Alla base di quest'approccio c'è la volontà di

---

<sup>10</sup> La consistenza interna di un test si riferisce al livello di interrelazione tra gli item; in una scala unidimensionale, la consistenza interna indica quanto gli item misurano il medesimo costrutto.

mantenere invariate le caratteristiche del test originale in forma cartacea. Come vedremo (par. 1.1.4.2), anche se si riesce a mantenere la maggior parte delle caratteristiche invariate, il passaggio non potrà risultare completamente neutro. L'approccio trasformativo, al contrario, prevede la trasformazione del test originale sulla base dell'integrazione di nuovi strumenti informatizzati che producano stimoli interattivi, permettano la manipolazione degli oggetti di cui si tratta, in particolare permettano la costruzione di grafici, tabelle e tanto altro. Questa modalità introduce la dimensione interattiva e per questo la valutazione condotta mediante questa modalità si discosta in modo drastico dalla valutazione tradizionale condotta in ambiente carta e penna, aprendo nuove prospettive verso la misurazione di nuove competenze.

Di seguito esaminiamo e discutiamo alcuni esempi di indagini ottenute mediante un passaggio di tipo migratory (1.1.4.1 e 1.1.4.2) e di tipo trasformativo (1.1.4.3 e 1.1.4.4), allo scopo di evidenziare per ciascun approccio punti di forza e di debolezza.

### ***1.1.4.1 Approccio di tipo migratory***

Le esperienze Computer Based Test che hanno sviluppato un approccio di tipo migratory sono le più numerose. Attualmente, esiste un elevato numero di test rivolti alla valutazione e alla certificazione di competenze di ogni genere; la maggior parte di essi, in particolare quelli rivolti alla valutazione dell'apprendimento scolastico, sono nati in ambiente cartaceo e da sempre vengono somministrati attraverso questa modalità. Inoltre, molte indagini di valutazione, ad esempio OCSE PISA, ripropongono alcuni tra gli item somministrati in un ciclo, nel ciclo successivo allo scopo di rendere confrontabili i dati rilevati nei diversi anni; dunque, in vista dell'introduzione di una versione digitale, emerge immediatamente la necessità di come garantire la possibilità di un tale confronto, di solito indicato con il termine *ancoraggio*. L'introduzione della modalità informatizzata ha imposto il problema di come "migrare/trasportare/tradurre" gli attuali test dall'ambiente cartaceo all'ambiente digitale. L'obiettivo è assicurare (se non migliorare) la qualità della valutazione offerta dalle rilevazioni precedenti, garantendo comunque la continuità nel passaggio da un ambiente all'altro; ovvero, garantendo tra i due ambienti una conformità nelle informazioni fornite dall'elaborazione statistica dei risultati. In questa prospettiva, una delle principali sfide è quella di assicurare agli studenti in fase di somministrazione se non le stesse condizioni, almeno condizioni compatibili; questo richiede che il formato digitale riproduca il più possibile il formato cartaceo in termini di *affordance*<sup>11</sup> (Kaptelinin, 2013).

Viste queste esigenze, appare chiaro che la tendenza della maggior parte dei sistemi di valutazione sia quella di implementare il passaggio all'ambiente informatizzato secondo la modalità migratory; per le sue caratteristiche sembra infatti la più adatta allo scopo di

---

<sup>11</sup> James Gibson (1979) utilizza il termine *affordance* per indicare il complesso sistema che definisce le azioni possibili all'utente che interagisce in un determinato ambiente. Donald Norman (1988) sottolinea come l'idea di *affordance* debba essere presa in considerazione nella progettazione di specifici ambienti. Vedi anche Johnson & Green (2004).

mantenere il più possibile compatibili i test nei diversi ambienti sia in termini di affordance che in termini di ancoraggio.

Il passaggio dall'ambiente cartaceo a quello digitale prevede la progettazione di un'interfaccia che sostituisca il foglio di carta stampato e attraverso la quale il test digitale sarà somministrato. Dovendo rispecchiare il più possibile il suo analogo cartaceo, l'interfaccia deve essere concepita/progettata in modo da permettere azioni che per l'utente siano analoghe a quelle possibili in carta e penna: nel caso di quesiti a scelta multipla, per rispondere si tratterà di avere uno spazio in cui selezionare l'alternativa ritenuta corretta, per quesiti a risposta aperta sarà previsto uno spazio per inserire il testo della risposta.

Sul tema delle implicazioni imposte da un approccio di tipo migratory, il centro nazionale dell'educazione americano (NCES<sup>12</sup>), ha finanziato un progetto allo scopo di mettere in luce punti di forza e criticità di questa scelta sull'NAEP<sup>13</sup>: *Mathematics Online* (MOL) (Bennett, Braswell, Oranje, Sandene, Kaplan, & Yan, 2008) e *Writing Online* (WOL) (Horkay, Bennett, Allen, Kaplan, & Yan, 2006). I risultati di questa ricerca (Sandene, et al., 2005) riguardano l'individuazione delle varie tematiche che l'introduzione di una valutazione computer-based deve prevedere. In particolare vengono affrontate diverse questioni riguardanti: quale tipologia di item cartacea si adatta alla migrazione nell'ambiente informatico, come rendere comparabili i dati ottenuti in un ambiente rispetto ad un altro, quali tipologie di software e sistemi operativi è meglio utilizzare in modo da rendere la somministrazione agibile per le scuole e molto altro.

Al fine di chiarire meglio il tipo di problemi sollevati da un passaggio migratory, nella sezione che segue discutiamo qualche esempio tratto da alcune delle proposte pubblicate da OCSE nel Draft per la rilevazione 2015.

#### **1.1.4.2 Esempi da OCSE PISA 2015**

In ambito internazionale, un posto di rilievo è certamente occupato dalla rilevazione OCSE-PISA, che coinvolge un numero molto elevato di Paesi e studenti. Per quanto riguarda la matematica, nel 2012 è stato intrapreso uno studio pilota sull'utilizzo di CBT<sup>14</sup>, basato sulla somministrazione di un test aggiuntivo alla rilevazione OCSE-PISA (OECD, 2013a); 32 Paesi<sup>15</sup> hanno accettato di partecipare all'indagine sperimentale; fra questi c'è anche l'Italia. Nel nostro paese al ciclo PISA 2012 hanno partecipato 31.073 studenti e 1.194 scuole; in particolare, per la sezione opzionale computerizzata è stato selezionato un sotto-campione di 208 scuole. In ciascuna di esse, 35 studenti hanno svolto la prova

---

<sup>12</sup> National Center for Education Statistics. <http://nces.ed.gov/>

<sup>13</sup> <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/studies/tba/mol/assessment.aspx>

<sup>14</sup> Già dal 2003 PISA svolge indagini pilota sulla valutazione computerizzata; nel ciclo 2006 è stata introdotta una sessione informatizzata del test nell'ambito delle scienze mentre nel 2009 in lettura; nel ciclo 2012 il focus della rilevazione si è incentrato in ambito matematico.

<sup>15</sup> Gli altri Paesi partecipanti: Singapore, Shanghai-Cina, Corea del Sud, Hong Kong-Cina, Macao-Cina, Giappone, Taipei-Cina, Canada, Estonia, Belgio, Germania, Francia, Australia, Austria, Stati Uniti, Norvegia, Repubblica Slovacca, Danimarca, Irlanda, Svezia, Federazione Russa, Polonia, Portogallo, Slovenia, Spagna, Ungheria, Israele, Emirati Arabi, Cile, Brasile, Colombia.

ufficiale in formato cartaceo, e 18 di essi sono stati successivamente selezionati per svolgere la versione pilota, per un totale di 5.495 studenti.

La sperimentazione pilota è stata svolta nella prospettiva dell'indagine 2015 in cui è stato previsto come mezzo di somministrazione principale il computer. Sfortunatamente non tutti i paesi hanno avuto la possibilità di aderire a questo cambiamento di formato; in questo caso, è stato offerto di partecipare al test somministrandolo ancora in ambiente cartaceo.

In questa prospettiva, è naturale che l'obiettivo principale nella costruzione della prova, sia nel caso della sperimentazione pilota sia in quella ufficiale del 2015, è stato quello di garantire la comparabilità dei test nei due ambienti. Nella sezione dedicata al quadro di riferimento della matematica, si legge:

*The main mode of delivery for the PISA 2012 assessment was paper-based. In moving to computer-based delivery for 2015, care is taken to maximise comparability between the two assessments. (OECD, 2016, p. 77)*

Tale comparabilità è necessaria non solo nella prospettiva di mantenere una comparabilità sui dati raccolti in tutti i Paesi ma anche e soprattutto per mantenere un ancoraggio sulle informazioni raccolte dalle indagini precedenti. È chiaro che in questa prospettiva, la scelta di OCSE è stata quella di affidarsi ad un approccio di tipo migratory.

Nel Draft 2015 (OECD, 2013) sono presentati alcuni prototipi del processo di migrazione su alcuni compiti, chiamati *item*, somministrati nei cicli precedenti delle prove. Tra questi proponiamo l'item "Rock Concert", somministrato da OCSE PISA nel ciclo 2003.

Le versioni cartacea e digitale sono presentate rispettivamente in Figura 1.1 e in Figura 1.2.

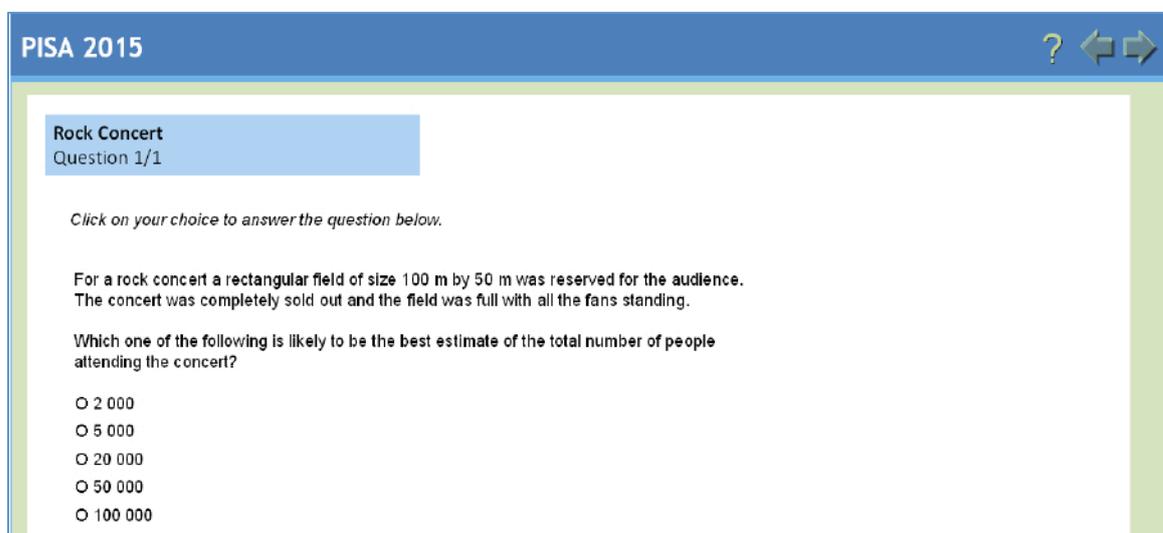


Figura 1.1: Versione digitale dell'item Rock Concert

**Rock Concert**

For a rock concert a rectangular field of size 100 m by 50 m was reserved for the audience. The concert was completely sold out and the field was full with all the fans standing.

*Which one of the following is likely to be the best estimate of the total number of people attending the concert?*

A. 2 000

B. 5 000

C. 20 000

D. 50 000

E. 1000 000

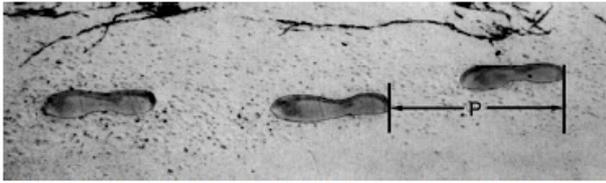
Figura 1.2: Versione cartacea dell'item Rock Concert

Osservando le due versioni, si nota che il processo di migrazione è stato attuato presentando la stessa situazione e le stesse opzioni di scelta sia su carta e che su computer, inoltre non sono state introdotte modifiche nel testo dell'item, se non l'indicazione di cliccare sulla risposta corretta, posta al principio della domanda in formato digitale. L'unico tipo di variazione riscontrabile, tra fornire la soluzione nella modalità cartacea e in quella informatizzata, consiste nel sostituire l'azione di segnare una crocetta a penna sulla risposta corretta con l'azione di click del mouse.

Tuttavia, analizzando i due item dal punto di vista dei processi risolutivi emerge immediatamente la differenza sostanziale che il metodo di somministrazione impone. Nella versione cartacea, lo studente ha la possibilità di svolgere una manipolazione dei dati per calcolare la soluzione, direttamente sul foglio che ha a disposizione. Questa condizione manca nella versione informatizzata in cui è possibile solo osservare lo schermo e leggere il testo senza alcuna possibilità di manipolazione nell'ambiente stesso, eccetto l'azione di cliccare sulla risposta da dare. La distanza tra i processi risolutivi nei due ambienti potrebbe essere limitata prevedendo la possibilità di utilizzare un foglio di carta a supporto dei processi risolutivi.

Si tratta però di una modalità che potremmo definire ibrida (schermo + foglio di carta) in cui lo studente deve passare da un ambiente all'altro, passaggio che richiede un processo di transfert che in alcuni casi può non essere così immediato. Queste differenze, apparentemente lievi, mettono in luce un aspetto dell'approccio migratorio che potrebbe influenzare notevolmente i processi risolutivi e dunque le performance dello studente. Per evitare la modalità ibrida e allo scopo di agevolare lo studente nel produrre una risposta, in alcuni item è stata introdotta una casella di testo. Tale casella di testo è proposta anche negli item a risposta aperta. Un esempio di questa tipologia di item è il quesito ("Walking"), somministrato nello stesso ciclo di PISA.

**WALKING**



The picture shows the footprints of a man walking. The pacelength  $P$  is the distance between the rear of two consecutive footprints.

For men, the formula  $\frac{n}{P} = 140$  gives an approximate relationship between  $n$  and  $P$  where

$n$  = number of steps per minute, and  
 $P$  = pacelength in metres.

**Question 1:**  
*If the formula applies to Heiko's walking and Heiko takes 70 steps per minute, what is Heiko's pacelength? Show your work.*

**Question 2:**  
*Bernard knows his pacelength is 0.80 metres. The formula applies to Bernard's walking. Calculate Bernard's walking speed in metres per minute and in kilometres per hour. Show your working out.*

Figura 1.4: Versione cartacea dell'item "Walking" nella versione inglese proposta nel Draft del framwork di OCSE PISA 2015

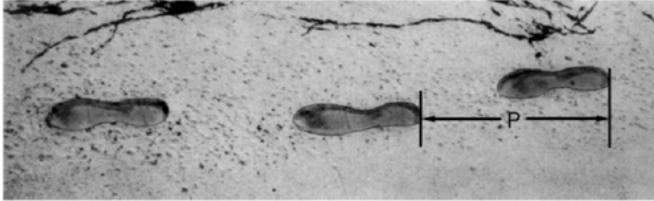
In Figura 1.3 e 1.4 sono presentate le due versioni di "Walking"; anche in questo caso, il testo dell'item ha subito piccole modifiche che comportano due differenze significative nelle due versioni.

PISA 2015

**Walking**  
 Question 1/2

*Refer to the information about measuring a person's walking pacelength. Type your answer to the question below.*

If the formula applies to Heiko's walking and Heiko takes 70 steps per minute, what is Heiko's pacelength? Show your work.



The picture shows the footprints of a man walking. The pacelength  $P$  is the distance between the rear of two consecutive footprints.

For men, the formula,  $\frac{n}{P} = 140$ , gives an approximate relationship between  $n$  and  $P$  where,

$n$  = number of steps per minute, and  
 $P$  = pacelength in metres.

Figura 1.3: Versione digitale dell'item "Walking" nella versione inglese proposta nel Draft del framwork di OCSE PISA 2015

Innanzitutto è stata modificata la modalità di risposta; lo spazio libero, lasciato nell'ambiente cartaceo, è sostituito da una casella di testo nell'ambiente digitale. Partendo dal presupposto che lo studente abbia familiarità con il mezzo di scrittura disponibile, per esempio la tastiera, sarebbe lecito pensare che tale modifica non apporti significative differenze nel processo risolutivo.

Tuttavia, nella modalità cartacea il risolutore ha una diversa libertà espressiva rispetto al caso della casella di testo: in carta e penna il solutore ha la possibilità di produrre schizzi, impostare ed eseguire calcoli e scrivere testi sia in linguaggio naturale che simbolico; tutte azioni non permesse in una semplice casella di testo in cui è possibile solo l'introduzione dei caratteri presenti sulla tastiera o comunque consentiti dal mezzo di scrittura a disposizione, e secondo una organizzazione predefinita dal software utilizzato. Si riscontra dunque la stessa problematica dell'item discusso precedentemente.

Inoltre, si riscontra una differenza nel formato di presentazione del testo, oltre che nel suo contenuto. Mentre nel caso cartaceo la parte narrativa del testo e le domande vengono presentati uno di seguito all'altro, senza alcuna istruzione su dove riportare la risposta, nel caso informatizzato il testo viene diviso in due sezioni. A destra troviamo la parte narrativa composta da un'immagine e da una descrizione generale della situazione, sia a parole che mediante una formula algebrica, a sinistra troviamo altre due parti distinte del testo, disposte una sotto l'altra ed entrambe sopra ad una casella vuota predisposta per contenere la risposta. La prima parte del testo a destra presenta le istruzioni per l'inserimento della risposta ("*Type ... below*") insieme a quelle su come coordinare i dati presentati nella parte generale con i dati specifici della situazione ("*Refer to ... pancelenght*"); dati che sono invece inseriti nella seconda parte che presenta la formulazione della domanda.

Come è possibile notare il testo, ed in particolare la sua struttura, si è notevolmente complicato. Ha perso la sua unità e richiede un coordinamento tra le interpretazioni delle diverse parti nel quale risulta suddiviso. Un'ulteriore differenza, anche se apparentemente di poco rilievo, è nello stile in cui le domande sono presentate: nell'ambiente digitale la domanda non è presentata in corsivo come invece si osserva nell'ambiente cartaceo.

Infine, si nota già che le due domande non sono più presentate una di seguito all'altra, come invece accade su carta; questa caratteristica, assai comune nella forma informatizzata è spesso legata ad una necessità tecnica. Sulla base di questa scelta, si esclude la possibilità di proporre due domande propedeutiche l'una all'altra o in qualche modo concatenate, nello stesso spazio di lavoro.

Il processo di traduzione di tipo migratory può diventare ancora più complesso nel caso in cui i dati siano proposti attraverso rappresentazioni grafiche. Nella versione digitale, una qualsiasi rappresentazione grafica si presenterebbe sullo schermo con tutte le potenzialità e i limiti del software che lo supporta; ad esempio, potrebbe essere difficile se non impossibile analizzare l'immagine attraverso semplici e comuni attività di manipolazione come girare il foglio, completare l'immagine disegnando delle linee, evidenziare dei punti o altro; tutte azioni al contrario possibili su carta.

Fin qui abbiamo considerato limiti e differenze che riguardano casi in cui il passaggio dall'ambiente carta e penna all'ambiente digitale è possibile, mettendo in luce trasformazioni che a prima vista sembrano del tutto insignificanti ma che possono nascondere conseguenze rilevanti.

Esistono però, casi nei quali è impossibile trasporre l'item in forma cartacea nel formato digitale attraverso l'approccio migratorio; ad esempio, tutti gli item che richiedono l'utilizzo di strumenti fisici e strumenti di misura come righello, compasso o altro. Un caso

particolare è ad esempio quello degli item che hanno l'obiettivo di valutare le capacità grafiche degli studenti. In tal caso l'item può presentare la richiesta di disegnare una figura a partire da una figura data, da misure date, o ancora da istruzioni presentate in forma verbale. Per somministrare item di questo tipo si potrebbe pensare di introdurre un software o al più un applet che simuli l'utilizzo di strumenti da disegno; l'introduzione di tale supporto però cambierebbe drasticamente la tipologia di strumento e dunque andrebbe a valutare capacità diverse. In particolare, richiederebbe una familiarità da parte dello studente con l'uso dello specifico supporto grafico, oltre che la capacità di utilizzo di tale supporto in situazione di soluzione di problemi matematici. Le ricerche in didattica della matematica che utilizzano la nozione di *genesi strumentale*<sup>16</sup> e gli studi in questo campo (Artigue, 2002; Lagrange, 2000; Trouche, 2004) chiariscono bene questo punto. In caso contrario, in mancanza di familiarità con l'uso dello strumento, il supporto digitale potrebbe rivelarsi del tutto inutile (se non addirittura un ostacolo) e l'allievo si troverebbe svantaggiato rispetto al caso dell'ambiente carta e penna e dell'uso di strumenti fisici a lui familiari.

Questo primo gruppo di esempi mette in luce un problema molto serio e complesso, legato ad un approccio che si propone come migratory ma di fatto non lo è. Per quanto ci si sforzi di realizzare un semplice passaggio di traduzione da un ambiente di somministrazione ad un altro non è possibile mantenere neutro tale passaggio. La migrazione da carta a computer, infatti, necessariamente è influenzata dalle differenze tra i due ambienti, in particolare dalle *affordances* che ciascun ambiente ha rispetto, non solo alla comunicazione del testo problema, ma alla elaborazione della risposta da parte dell'allievo a partire da tale testo (per una definizione di *affordance*).

Per questo motivo, da un punto di vista dei processi cognitivi che la generano, la risoluzione prodotta in ambiente digitale sembra essere difficilmente confrontabile, se non talvolta addirittura incompatibile, rispetto alla risoluzione prodotta nell'ambiente di somministrazione in formato cartaceo da cui deriva. I dati statistici degli studi riportati, mostrano che in molte situazioni le percentuali di risposte corrette non cambiano. Tuttavia, è naturale pensare che possano cambiare i processi cognitivi messi in campo e quindi cambi il potenziale informativo dei risultati, in termini di misura delle capacità e delle competenze. Si tratta di una differenza sostanziale in termini di valutazione che non può essere ignorato soprattutto dai sistemi di valutazione dell'apprendimento scolastico.

### ***1.1.4.3 Approccio di tipo transformative***

L'approccio transformative nella progettazione di test di valutazione è molto meno diffuso dell'approccio migratory; questa modalità introduce la dimensione interattiva e per questo motivo si distacca fortemente dalla valutazione tradizionale condotta in ambiente carta e penna. Alla luce di ciò, essa richiede diverse accortezze nell'implementazione, soprattutto in termini di compatibilità con i test in carta e penna, in particolare quando si

---

<sup>16</sup> Rabardel (1995) denomina *genesi strumentale* il processo che si articola in due episodi. *Strumentalizzazione*, relativa alla comparsa e all'evoluzione delle diverse componenti dell'artefatto, per esempio la progressiva ricognizione dei suoi potenziali e dei suoi limiti. *Strumentazione*, relativa alla comparsa e allo sviluppo degli schemi d'uso.

affronta la questione dell'ancoraggio. Nello stesso tempo però, proprio l'introduzione di nuove affordance apre il problema di cosa è possibile valutare per loro mezzo.

A tal proposito, gli studi di Bennett et al. (2010) svolti su NAEP sono di grande rilevanza e aprono nuove prospettive verso la misurazione di nuove competenze. La ricerca s'inserisce come complemento delle precedenti, svolte sulla modalità migratory (Bennett, et al., 2008; Horkay, et al., 2006). Lo scopo principale dello studio è individuare quali competenze, non direttamente valutabili nell'ambiente cartaceo, è possibile invece valutare attraverso l'introduzione di strumenti informatizzati, con particolare riguardo alle competenze specifiche del processo di problem solving.

Da questi studi emerge, in generale, come l'analisi comparata del passaggio da una somministrazione di test in carta e penna a una somministrazione di CBT di tipo transformative richieda un'analisi dettagliata della natura degli item che integrano l'uso di particolari strumenti digitali al fine di chiarire non solo cosa cambia, ma anche come si pone il cambiamento rispetto ai possibili obiettivi della valutazione. In questo senso, è necessario studiare i quesiti anche in relazione al formato in cui si presentano e dunque al tipo di interazione che si stabilisce tra l'utilizzatore e l'ambiente stesso. Nel seguito, presentiamo un'analisi di alcuni esempi proposti sempre da OCSE-PISA; nel fare questo, ci è sembrato necessario suddividere tale analisi in base ad una classificazione degli item in riferimento a livelli crescenti di interattività richiesti dall'utilizzo degli strumenti.

#### *1.1.4.4 Esempi da OCSE PISA 2012*

Nonostante nel Draft del quadro teorico per la matematica del 2013 si faccia principalmente riferimento ad esempi di compiti pensati e progettati attraverso un approccio migratorio, sulla piattaforma resa disponibile agli utenti per osservare ed esplorare esempi di prove<sup>17</sup>, vengono pubblicate solo domande di una categoria differente. Tali esempi si prestano molto bene per la descrizione di compiti costruiti attraverso un approccio transformative.

Iniziamo la nostra analisi di item di tipo transformative analizzando alcuni esempi tratti dalla versione pilota della rilevazione OCSE-PISA 2012. Come vedremo, l'analisi sarà condotta a partire da un item in cui l'interazione richiesta è scarsa verso altri in cui il livello di interazione è alto.

#### **Applet per la rappresentazione dei dati**

In Figura 1.5 è presentato l'item n° 3 di "Photo Printing" (abbiamo tralasciato i primi due item in quanto non significativi ai fini della nostra analisi); da una prima osservazione, dal un punto di vista del corpo del testo, si nota subito che il processo di passaggio nell'ambiente digitale, seguendo un approccio transformative, comporta notevoli modifiche sulla struttura della domanda rispetto a carta e penna.

---

<sup>17</sup> L'ambito predominante del ciclo 2012 è stato la matematica, nella versione pilota CBT sono stati introdotti item del tipo transformative; alcuni esempi sono disponibili all'indirizzo <http://erasq.acer.edu.au/index.php?cmd=toMaths>

Generalmente, infatti, ogni item in ambiente cartaceo delle prove PISA si presenta suddiviso in due sezioni, una di seguito all'altra: in alto si colloca la sezione contenente la parte narrativa del testo e in basso quella in cui vengono formulate una o più domande. Negli item cartacei standard la parte narrativa è solitamente composta da 2 elementi principali: una parte verbale scritta e una parte contenente rappresentazioni di dati in diversi registri (verbale, grafico, ...). Nell'approccio transformative, a queste due parti ne viene aggiunta una terza alla quale è legata la nuova dimensione interattiva.

Nell'esempio di "Photo Printing", la parte narrativa del testo nella quale viene descritta la situazione contiene due parti, ben distinte rispetto alla loro collocazione spaziale. A una parte presentata in forma verbale scritta che contiene anche le istruzioni per utilizzarla, si aggiunge un applet interattivo.

In questo caso specifico, l'applet sotto forma di pagina web, rappresenta le informazioni necessarie per poter rispondere alla domanda. Si tratta però di una nuova modalità di rappresentazione dei dati, infatti, le informazioni richieste non solo potranno/dovranno essere ottenute attraverso una interpretazione opportuna, basata su una conversione di registro o un trattamento che permetta di passare tutti i dati nel registro utile per la risoluzione (processo comunemente svolto in carta e penna), ma dovranno essere ottenute attraverso l'interazione con l'applet.

Sempre facendo riferimento al caso specifico di "Photo Printing", l'applet, oltre a mostrare i prezzi delle foto dei vari formati, permette di avere ulteriori informazioni su ogni negozio, cliccando sul rispettivo nome.

Per rispondere, lo studente deve seguire le indicazioni fornite dal testo scritto in forma verbale e avviare un'esplorazione per trarre le informazioni utili allo scopo di fornire la risposta.

## PHOTO PRINTING

The table shows the prices from four online digital photo shops.

You can compare the prices for all formats - from small 4"x6" format to 20"x30" posters.

All the prices are in zeds per one photo. Discounts and delivery charges<sup>1</sup> are **not included** in this table.

<sup>1</sup> For complete information about discounts and delivery charges, please click on the name of the shop in the first column.

<sup>2</sup> The customer satisfaction index is based on a survey of customers where they are asked to rate the quality of the service from 0 up to 3. The scores are averaged and are between 0 and 3 with 3 being the highest possible score. The yellow bar shows the score. By hovering the cursor over each bar opposite, you can see the number of customers who answered the survey.

Shop	4x6	5x7	8x10	20x30	Customer satisfaction index <sup>2</sup>
<a href="#">Best photo</a>	0.06	0.26	1.49	10.99	0 <span style="float: right;">3</span> <div style="width: 100%; height: 10px; background-color: yellow;"></div>
<a href="#">Clic shop</a>	0.06	0.30	1.50	10.80	0 <span style="float: right;">3</span> <div style="width: 100%; height: 10px; background-color: yellow;"></div>
<a href="#">Foto 2000</a>	0.06	0.24	1.49	10.79	0 <span style="float: right;">3</span> <div style="width: 100%; height: 10px; background-color: yellow;"></div>
<a href="#">Printz Zone</a>	0.09	0.79	2.99	29.55	0 <span style="float: right;">3</span> <div style="width: 100%; height: 10px; background-color: yellow;"></div>

### Question 3: PHOTO PRINTING CM030003

Foto 2000 gives a discount for large orders, as shown by clicking on the shop name in the table. It also has a sale this month offering a further 10% discount.

How much will Steve actually pay for 100 photos in 4"x6" format from Foto 2000, not including the delivery charge?

Answer: zeds

Figura 1.5: Item n°3 di "Photo Printing" somministrato nella sezione sperimentale CBT di OCSE PISA 2012

Cliccando su Foto 2000 (oppure su ognuno dei fornitori presentati), compare una finestra aggiuntiva (fig. 1.6) che mostra i prezzi per copia a seconda nel numero di copie richieste: i prezzi sono scontati nel caso si desiderino oltre cinquanta copie, da 0.06 zed per copia, il prezzo scende a 0.05 zed per copia.

Format & quantity	1-50	>50
4 x 6	0.06	0.05
5 x 7	0.24	0.23
8 x 10	1.49	1.36
20 x 30	10.79	10.67
Delivery charge per order:	1.99	2.99

Note: All the prices are in zeds per one photo.

This month: 10% discount on ALL prices!

Figura 1.6: Item “Photo Printing”, finestra aggiuntiva “discount for large orders”

La domanda chiede di calcolare il costo di 100 copie di foto nel caso venga applicato un ulteriore sconto del 10% sul listino “discount prices”, scegliendo il negozio “Foto 2000”. Per rispondere alla domanda, lo studente deve dunque: leggere le istruzioni, interagire con l’applet, individuare il prezzo che interessa, calcolare il costo complessivo tenendo conto dell’ulteriore sconto e infine deve scriverlo nella casella di testo situata in basso. Non è detto però che lo studente non senta la necessità di fare calcoli, nonostante il costo di 100 copie e lo sconto del 10% siano agevolmente calcolabili a mente; per tale processo la casella di testo può risultare non adatta. In questo caso quindi, per l’implementazione del processo risolutivo, si riscontrano tutti gli ostacoli e le problematiche emerse dall’analisi degli item di tipo migratory con l’aggiunta della necessità di essere in grado di interagire con l’applet. Tale necessità risulta però indispensabile, infatti, nel caso in cui manchi l’abilità di manipolare lo strumento, non è possibile trarre le informazioni utili per rispondere alla domanda.

In altre parole, la trasformazione dell’item è basata sull’aggiunta di uno strumento digitale, seppure non particolarmente elaborato, che va a sostituire una rappresentazione statica in tabella come quella che si avrebbe su carta, con una rappresentazione dinamica che reagisce all’interazione con l’utente fornendo i dati necessari per la risposta.

Dal punto di vista della valutazione, è possibile individuare la presenza di forti discrepanze tra l’intento per cui viene somministrato l’item e l’effettivo processo risolutivo necessario per fornire la risposta. Come ogni item, anche quelli della versione pilota di PISA sono stati etichettati in funzione di un “Question intent”; nel caso specifico dell’item “Photo Printing”, si fa riferimento a “estrarre dati da una tabella e calcolare il prezzo di acquisto”. Appare chiaro che un intento del genere si adatta ad un item su carta e penna, o al massimo ad una sua versione in modalità migratory in cui si presenta una tabella in formato standard, ma non risulta del tutto adeguato in questo caso. Un applet della tipologia “Photo Printing” va oltre la semplice tabella rappresentativa di dati poiché non tutte le informazioni sono esplicite ma richiedono un’interazione dell’utente per renderle tali. Una mancata interazione col dispositivo o un’operazione errata possono compromettere inevitabilmente

una corretta acquisizione dei dati anche per coloro che sono in grado di leggere tabelle e calcolare prezzi di acquisto in base a leggi di mercato.

Come dicevamo poco sopra, questo primo esempio è caratterizzato dall'aggiunta di un applet, non particolarmente elaborato, che richiede un'interazione assai limitata: un click per aprire una finestra dove sono mostrati i dati richiesti.

L'esempio che segue presenta il caso di un applet che richiede un'interazione più complessa, i dati non sono mostrati con un click, ma devono essere ottenuti inserendo un input specifico. In Figura 1.7 viene presentato l'item: "Car Cost Calculator" somministrato nella stessa sezione sperimentale del ciclo 2012 di PISA. Anche in questo caso, il testo ha una struttura analoga al precedente: la parte narrativa presenta informazioni riguardanti sia la situazione problematica che l'utilizzazione dell'applet Car Cost Calculator.

**CAR COST CALCULATOR**

To promote train travel, the Zedtown Transportation Service is distributing a car cost calculator.

The calculator compares costs for car travel from home to work and back with the cost of a monthly train ticket worth 98 zeds.

You can use the calculator by clicking and dragging the car to set the distance from home to work. The window CAR COSTS shows the monthly cost of going to work and back by car.

**DISTANCE**  
1 km  
Home to work

**CAR COSTS**  
116 zeds  
Monthly cost going to work and back by car

Zedtown Transportation Service

**MONTHLY TRAIN TICKET**  
98 zeds

**Question 1: CAR COST CALCULATOR** CM013Q01

Moritz lives 15 km away from work.

According to the car cost calculator, about what percentage of his car travel cost would Moritz save by buying a monthly transport ticket?

50 %  
 60 %  
 100 %  
 200 %

Figura 1.7: Item "Car Cost Calculator" somministrato nella sezione sperimentale CBT di OCSE PISA 2012

Si tratta di un simulatore che al variare dei chilometri percorsi restituisce la relativa spesa. In questo caso, più che nel precedente, i dati non vengono presentati in modo esplicito, ma sono contenuti in modo implicito nell'applet: solo l'interazione con il dispositivo permette al solutore di ottenere le informazioni necessarie.

Il processo risolutivo è dunque centrato sull'utilizzo del simulatore che viene attivato attraverso il trascinarsi della macchinina rappresentata lungo il percorso. Al variare della posizione dell'auto, l'applet restituisce in due finestre differenti come variano i costi al variare della distanza percorsa. Lo studente deve dunque far compiere all'auto un tragitto di 15 Km (da leggersi nella finestra 'distance') e leggere cosa appare nella finestra 'Car Costs'. Solo attraverso questa interazione è possibile determinare il valore corretto di costo, pari a 200 zeds e, a questo punto, notare che il rapporto tra il costo del treno rispetto a quello dell'auto è pari al 50%.

Per rispondere alla domanda è dunque indispensabile che lo studente utilizzi l'applet. Ma se confrontiamo l'utilizzazione richiesta in questo caso con quella del caso precedente, notiamo che in questo esempio l'interazione con l'applet risulta più complessa e potrebbe addirittura indurre in errore. Infatti, l'utente non deve limitarsi ad attivare con un click una finestra che presenta i dati necessari, ma deve correttamente usare il simulatore immettendo il dato opportuno. Uno studente con poca familiarità col dispositivo potrebbe, essere portato ad evitare l'uso del simulatore, nella convinzione che esista un rapporto di proporzionalità tra i costi della macchina e la distanza percorsa e che tale rapporto sia espresso nella figura riportata nel test. Osservando semplicemente l'immagine potrebbe dunque dedurre che se il prezzo per un chilometro è 116 zed allora per 15 km sarà  $116 \times 15$  zed.

Come nel caso precedente, è possibile notare una discrepanza tra l'intento per il quale è progettato l'item e il processo risolutivo richiesto per fornire la risposta, in particolare rispetto all'uso dell'applet per reperire i dati. In effetti, il "Question intent" suggerito per questo item è "Calcolare un risparmio in percentuale"; anche in questo caso, si tratta di un obiettivo standard proprio della valutazione cartacea che nulla ha che vedere con l'applet proposto in questo caso. È da notare dunque che le competenze degli studenti che sbagliano perché usano un modello standard di proporzionalità tra km percorsi e spesa o perché non sono in grado di gestire la manipolazione dello strumento digitale, nulla hanno a che fare con la competenza del calcolo di un risparmio in percentuale, competenza che interviene solo quando siano stati ottenuti i dati riguardanti la spesa nei due casi in esame.

## Applet per la rappresentazione e l'elaborazione dei dati

Fino ad ora sono stati proposti esempi di item che richiedevano l'uso di applet che forniscono la rappresentazione dei dati e attraverso i quali l'utente può esplorare e raccogliere gli elementi utili al processo risolutivo.

Vediamo ora un altro esempio nel quale è proposto un applet più sofisticato che consente non solo di ricavare dati, ma di elaborarli. Si tratta dell'item "CD Production" somministrato nella sezione sperimentale CBT di OCSE PISA 2012 (fig. 1.8).

In questo esempio, l'applet rappresenta i dati in modo esplicito attraverso due diverse

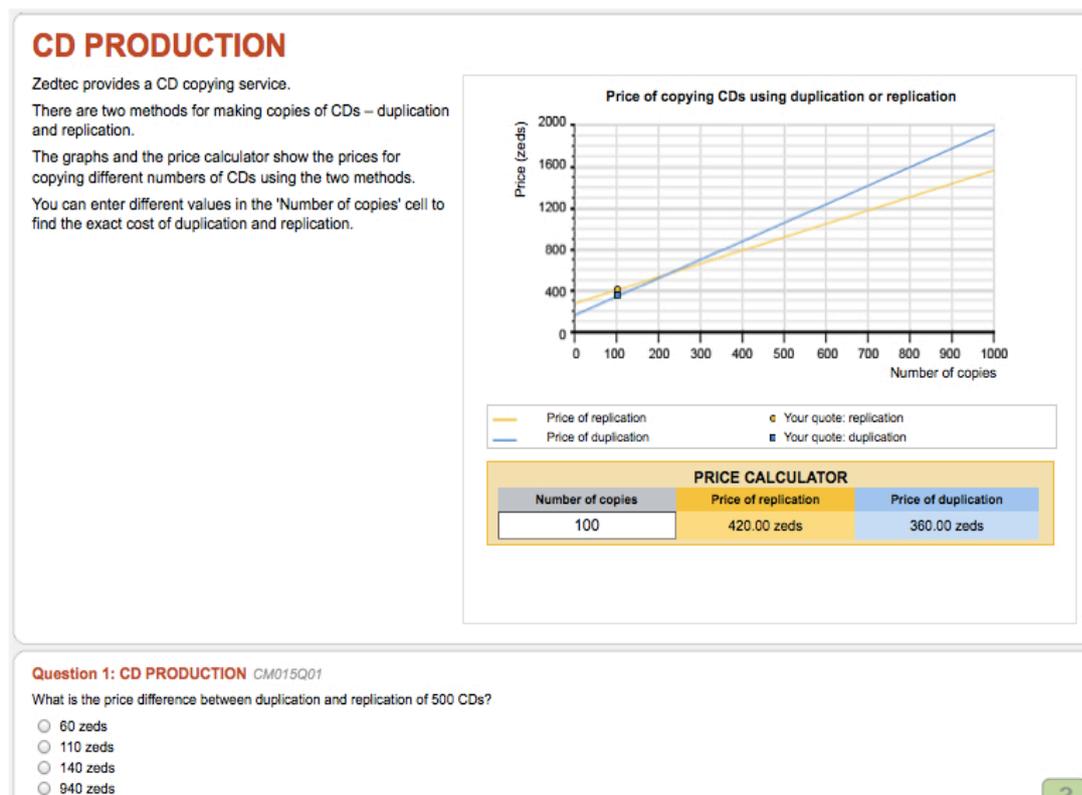


Figura 1.8: Item "CD Production" somministrato nella sezione sperimentale CBT di OCSE PISA 2012

modalità tra loro collegate: un grafico e una tabella. La tabella è interattiva, ossia se si inserisce un valore corrispondente al numero di CD, l'applet restituisce i rispettivi costi sia nel caso di replica che in quello di duplicazione e nello stesso tempo evidenzia sul grafico i punti corrispondenti a tali coppie di valori.

In questo caso lo studente potrebbe inserire all'interno della tabella il valore richiesto di CD, come suggerito nel testo dell'item, e calcolare la differenza tra i prezzi restituiti. In alternativa è possibile limitarsi alla rappresentazione grafica presentata e cercare di leggere la risposta sul grafico. In questo secondo caso, il processo risolutivo potrebbe essere più lungo dovendo comunque valutare quale valore, tra quelli offerti come possibile risposta, meglio si avvicina alla lettura della differenza sul grafico.

Tenendo conto della possibilità di questi due processi risolutivi, nel "Question intent" viene specificato: "trovare la differenza tra due valori tramite due linee su un grafico e/o utilizzando una tabella di calcolo". Questo doppio obiettivo lascia molto perplessi, innanzi

tutto ci si chiede come sia possibile valutare equivalenti i due differenti processi risolutivi così diversi e legati a competenze molto diverse, ma soprattutto ci domandiamo quale ruolo hanno l'applet e il suo uso nella valutazione. In questo caso, infatti, da un lato l'interazione con l'applet può essere evitata, il suo uso non è indispensabile per la risoluzione corretta dell'item. Dall'altro, il recupero dei dati nei due diversi sistemi di rappresentazione non richiede le stesse competenze.

L'analisi di questo item ci suggerisce però, una considerazione generale su come introduzione di questi dispositivi potrebbe fornire dati importanti per la valutazione qualora si potesse integrare il dispositivo di somministrazione del test con un dispositivo che tenga traccia delle interazioni avute con l'applet. In questo caso ad esempio, l'informazione sull'utilizzazione o meno del Price calculator o del grafico, potrebbe permettere di discriminare tra i processi di risoluzione messi in atto dallo studente: l'accesso a questa informazione permetterebbe di affinare lo strumento di valutazione identificando quale dei due sistemi di rappresentazione è stato utilizzato e dunque quale delle competenze sono state messe in gioco per fornire la risposta.

Negli esempi proposti, sono stati analizzati applet che consentono sia la semplice rappresentazione dei dati sia la loro rappresentazione e la loro elaborazione. In ogni caso, i dati necessari per dare la risposta sono forniti in una rappresentazione specifica (numerica, grafica, in tabella, o altro) che può essere o meno la stessa di quella usata nella parte verbale del testo. In tutti i casi si pone dunque il problema del passaggio dalla parte narrativa del testo all'applet, così come si pone il problema del passaggio dall'applet all'ambiente nel quale si deve fornire la risposta. Inoltre, un ulteriore passaggio potrebbe essere necessario nel caso fosse disponibile un altro ambiente nel quale elaborare il processo risolutivo, ad esempio su un foglio di carta messo a disposizione o in un altro ambiente di lavoro informatizzato.

È chiaro che tutte queste possibilità generano condizioni di somministrazione diverse che in un'analisi comparativa dovranno essere tenute in considerazione. Nella sezione seguente consideriamo il caso in cui la risposta può essere data all'interno dell'applet stesso.

## Applet per fornire la soluzione

Consideriamo dunque il caso in cui il passaggio dall'uso dell'applet alla formulazione della risposta può essere minimizzato, ossia il caso in cui si possa fornire la risposta usando l'applet stesso; ne è un esempio l'item "Star Points" in Figura 1.9.

La struttura dell'item è diversa dalle precedenti: il testo si presenta composto da una

### STAR POINTS

For any shape, a point,  $S$ , is called a star point if the line segment  $SP$  always stays inside the shape, for every other point,  $P$ , inside the shape.

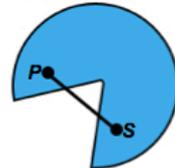
This is how you use the POINT ( $S$ ) and LINE ( $SP$ ) buttons.

- Click on the POINT ( $S$ ) button and then click on a shape to create a single point.
- Click on the LINE ( $SP$ ) button and then click on a shape to create a line segment between points  $S$  and  $P$ .
- To change a point or a line, click on and drag the point or line.
- To delete a point or line, click on the point or line.

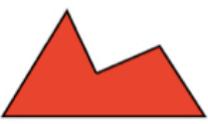
**Shape 1**  
 $S$  is a star point



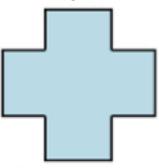
**Shape 2**  
 $S$  is not a star point



**Shape 3**



**Shape 4**



POINT ( $S$ )    LINE ( $SP$ )    RESET

**Question 1: STAR POINTS** CM020Q01

Shown above are four flat shapes. In Shape 1, the point  $S$  is a star point because, wherever you place  $P$ , the line  $SP$  always stays within the shape. But in Shape 2, the point  $S$  is not a star point because there are some lines  $SP$ , as in the example shown, that go outside the shape.

Create a star point for Shape 3 and a point that is not a star point for Shape 4.

Figura 1.9: Item "Star Points" somministrato nella sezione sperimentale CBT di OCSE PISA 2012

parte narrativa in forma verbale scritta, da un'immagine esplicativa e da un applet. Si notano due differenze importanti rispetto a quanto osservato negli esempi precedenti: nella parte di testo in forma verbale scritta è introdotta una guida all'uso dell'applet, molto più puntuale ed esplicativa rispetto alle precedenti, ma soprattutto l'ambiente dove dare la risposta non è né quello dove è formulata la domanda, né un ambiente specifico a sé stante. In questo caso, infatti, l'applet non è solo un dispositivo mediante il quale ottenere informazioni ma anche lo strumento tramite il quale si deve rispondere alla domanda, in altre parole la risposta è generata all'interno dell'applet e nello stesso tempo l'applet è l'ambiente nel quale deve essere fornita la risposta.

Per rispondere correttamente alla domanda, infatti, lo studente deve creare un "punto stella" nella Shape 3 e un "punto non stella" nell'altra. Per svolgere la consegna è supportato dall'applet che permette di disegnare segmenti a partire dal punto stella ipotizzato a un altro punto, e così eseguire varie prove controllando se tali segmenti giacciono o meno internamente alla figura.

Dagli esempi discussi fino ad ora si può trarre una classificazione nell'uso degli applet rispetto alla risposta, in particolare rispetto all'ambiente nel quale è data: la risposta è attesa in un ambiente esterno all'applet, o è attesa all'interno dell'applet stesso. Nel caso di "Car costs calculator" e "Photo printing" gli applet sono usati per ottenere dati da utilizzare per

rispondere alla domanda, ma la risposta deve essere fornita in un ambiente a parte costituito da uno spazio con alternative offerte attraverso radio button nel primo caso, e da una finestra in cui inserire un dato nel secondo caso. Nell'esempio di "Star points" la risposta è data all'interno dell'applet stesso e l'interazione con esso supporta il processo di produzione della risposta.

Nel caso di risposta esterna all'applet si pone il problema di come supportare il processo risolutivo; tale problema è ovviamente meno rilevante nel caso in cui sia possibile avere una applet in grado di supportarlo. Carta e penna può dunque rivelarsi un supporto utile da affiancare al computer nel caso di applet del primo tipo<sup>18</sup>.

Tale modalità CBT "ibrida" (computer – carta e penna) non è necessaria nel caso si utilizzino applet in grado di supportare il processo risolutivo stesso. Il fatto di avere un applet di supporto alla soluzione ci induce a fare alcune riflessioni sul tipo di interattività con l'applet, in particolare ci induce ad affrontare il problema chiave riguardante l'uso interattivo di un dispositivo digitale per rispondere ad una domanda: quale tipo di feedback fornisce il dispositivo e qual è il ruolo svolto da tale feedback nella produzione della risposta al quesito?

### 1.1.5 Computer Adaptive Test (CAT)

Concludiamo la sezione dedicata allo stato dell'arte descrivendo brevemente la seconda generazione di test pensati in ambienti digitale: Computer Adaptive Test (CAT). Essa si riferisce alla modalità di test che "adatta la difficoltà, le tempistiche o il contenuto delle domande (o dei blocchi di domande) somministrate sulla base delle risposte dei soggetti esaminati" (Bunderson, Inouye, & Olsen, 1989). In questa tipologia di test il livello di competenza dello studente viene valutato ad ogni item, e la somministrazione della successione degli item è stabilita di volta in volta sulla base di questa valutazione locale e immediata.

La modalità CAT permette di somministrare test personalizzati a seconda dell'utente. La selezione degli item che vanno a comporre il test dipende da un algoritmo di scelta basato su una scala di difficoltà comune a tutti gli item definita a priori. Tale scala è generalmente costruita sulla base di un modello statistico che si fonda sulla definizione del livello di difficoltà di un item e della sua capacità di discriminazione. La difficoltà generalmente è misurata, per ciascun item del test, attraverso il rapporto tra il numero di risposte corrette e il numero di risposte complessivamente date<sup>19</sup>; mentre la discriminazione, intesa come la

---

<sup>18</sup>Anche se per adesso si prevede la possibilità di usare un foglio di carta, sembra che la tendenza sia quella di spostare tutta la somministrazione in ambiente informatico. Nella versione pilota PISA 2012 è stata data la possibilità di utilizzare carta e penna come supporto del processo risolutivo, come si legge nel testo del Draft del quadro teorico: "They are also able to use pencil and paper to assist their thinking processes. Future PISA cycles may feature more sophisticated computer-based items, as developers and item writers become more fully immersed in computer-based assessment." (pag 43, OECD, 2013).

<sup>19</sup> Ad esempio, si può considerare di difficoltà bassa un item cui almeno il 75% degli studenti risponde correttamente, di difficoltà alta un item cui non più del 25% degli studenti risponde

capacità dell'item di distinguere studenti di diverso rendimento, è valutata in termini numero di risposte corrette ottenute da studenti che hanno ottenuto un alto numero di risposte corrette nel test complessivo e numero di risposte sbagliate ottenute da studenti con un numero limitato di risposte corrette nel test complessivo. I due parametri sono tra loro correlati e come è facile osservare, il livello di difficoltà di un item è uno dei fattori che incide maggiormente sulla sua capacità di discriminazione.

La teoria IRT (Item Response Theory)<sup>20</sup> (Linden & Hambleton, 1997) permette poi di specificare la relazione tra le caratteristiche o proprietà degli item con le capacità/abilità latenti, allo scopo di individuare la probabilità che un soggetto ha di rispondere correttamente a ciascun item del test somministrato, in funzione del livello di abilità posseduto dal soggetto stesso e dei parametri dell'item analizzato (ossia, la sua difficoltà e la sua capacità di discriminazione). Tali parametri variano in funzione del modello preso in considerazione; all'interno dell'IRT esistono più modelli in funzione del numero di parametri considerati. Ad esempio, nel modello di Rasch, o modello ad un parametro, viene preso in considerazione solo il livello di difficoltà dell'item; permette di ottenere statisticamente il livello d'abilità richiesto affinché un soggetto abbia le stesse probabilità di superare o fallire l'item. In ogni caso, questo approccio statistico conduce a costruire una scala in grado di calibrare ogni singolo item sulla base di uno o di entrambi questi fattori. Nonostante la scala risulti avere un buon livello di coerenza da un punto di vista statistico, è molto limitante dal punto di vista della valutazione; essa infatti si basa sul presupposto che il grado di abilità dell'individuo possa essere rappresentato attraverso una scala monodimensionale che non permette di mettere in evidenza le molteplici sfaccettature che emergono da un punto di vista cognitivo.

Il funzionamento dell'algoritmo che determina la successione degli item da somministrare è molto semplice, inizialmente viene proposto un item che si posiziona ad un livello intermedio della scala per poi selezionare il successivo a seconda del risultato ottenuto dall'utente, in termini di corretto o sbagliato. In caso di risposta corretta, l'algoritmo sceglie un nuovo item ad un livello pari o superiore a quello appena somministrato; in caso contrario ne propone uno che si posiziona ad un livello più basso nella scala di difficoltà.

L'utilizzazione di questo algoritmo di somministrazione per valutare le competenze di un allievo si fonda su una scala predefinita su basi statistiche che rappresenta il probabile livello di competenza necessaria per la risoluzione di un quesito con un dato indice di difficoltà. Infatti, l'algoritmo di scelta dell'approccio CAT permette di individuare il livello di competenze del soggetto esaminato sulla base del livello di difficoltà degli ultimi item che sono stati proposti e risolti, dando per scontato che tutti i livelli inferiori siano stati raggiunti.

Ovviamente, il cuore di tale metodo sta nella messa a punto della scala che lega i livelli di difficoltà dei quesiti ai livelli di competenza necessari per la loro risoluzione. In

---

correttamente e di difficoltà "intermedia" l'item che ottiene percentuali intermedie tra i due valori.

<sup>20</sup> Un'introduzione ai modelli IRT è presentata in Parchev, I. (2004).

particolare, l'assunto base consiste nell'ammettere l'esistenza di livelli di competenza correlati con i livelli di difficoltà dei quesiti, e nella formulazione di criteri chiari di classificazione per stabilire se un dato quesito ha o meno a un determinato livello di difficoltà. La validità dell'efficienza dell'algoritmo di selezione degli item da somministrare è condizionata alla validità della scala di difficoltà degli item stessi, validità che sembra alquanto complessa da stabilire. La costruzione di sistemi ordinati di item, correlati a specifiche scale di livelli di competenza è certo possibile, anche se è necessario tener presente i limiti di una valutazione di questo tipo, limiti legati alla progettazione degli item e alla loro classificazione e ordinamento in livelli.

Lasciando da parte osservazioni riferite a quanto siano poveri approcci di tipo quantitativo rispetto a strumenti qualitativi, un limite pratico a questo approccio si riscontra nel momento in cui si desidera inserire un nuovo item alla raccolta di quelli già classificati all'interno della scala definita a priori. Prima di poter classificare un nuovo item, in modo che sia coerente con tutti gli altri presenti nella scala, si richiedono più somministrazioni in test diversificati; per cui si tratta di un procedimento di messa a punto che richiede tempi molto lunghi.

Un esempio esplicativo che illustra la successione di selezione degli item all'interno di una prova di tipo adattivo, è proposto da Thompson e Wiess (2009) e illustrato dal grafico in Figura 1.10.

Sull'asse delle ordinate è rappresentata la scala di difficoltà mentre sulle ascisse è rappresentato il numero rispettivo di item della prova. In questo modo, ogni punto del grafico indica il livello di difficoltà di ogni singolo item inserito all'interno di un intervallo di confidenza legato alla misura standard dell'errore.

In particolare, nell'esempio proposto in Figura 1.10, l'algoritmo propone un primo item che si posiziona esattamente nel punto medio della scala, successivamente seleziona un secondo item di livello superiore di difficoltà (la scelta è generata a seguito di una risposta corretta al primo item). Il livello di difficoltà scelto per il secondo item si è rivelato troppo alto, e in seguito a due risposte errate, sono state scelte due domande di livello inferiore in successione. Si nota che da un certo numero di item in poi, i livelli di difficoltà scelti si distribuiscono intorno ad uno stesso valore della scala; in altri termini, l'algoritmo tende a convergere ad un valore che rappresenterà il livello di competenza dello studente esaminato.

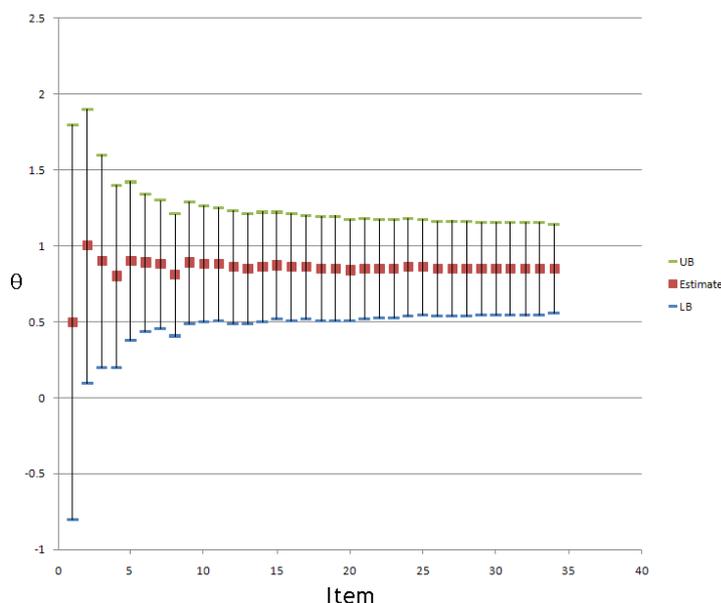


Figura 1.10: Rappresentazione grafica della successione di selezioni degli Item nella modalità CAT

Il problema della convergenza dell'algoritmo non è per nulla banale. Com'è noto, l'apprendimento è sì unitario ma differisce per diversi aspetti. Per quanto riguarda la matematica, ad esempio, il fallimento di uno studente in un particolare item può essere dovuto a diversi fattori cognitivi e meta cognitivi: può non saper applicare un algoritmo, potrebbe gestire con difficoltà le diverse rappresentazione che la disciplina richiede, è possibile che non abbia chiari i concetti<sup>21</sup>. La scala monodimensionale prevista dall'approccio statistico è ben lontana da questa prospettiva per cui è possibile ipotizzare che nel caso vengano proposti item in diversi ambiti e focalizzati su diversi processi, l'algoritmo potrebbe non convergere. Una soluzione potrebbe essere quella di proporre un test incentrato su uno specifico ambito e su un determinato processo, ad esempio un test con solo item nell'ambito algebrico o solo item riferiti a processi algoritmici. Nonostante ciò è chiaro che tale approccio deve necessariamente essere affiancato da un'attenta analisi qualitativa a priori, da svolgere su ogni item, e che riesca a definire ambito e processo prevalente. In ogni caso, il procedimento risulta molto complesso perché è chiaro che è difficile se non impossibile isolare in un item solo un processo cognitivo ben definito.

Riprendendo l'esempio dei test pilota implementati in Norvegia (Moe, 2009) è interessante osservare che la scelta di abbandonare la prospettiva CAT per passare alla CBT è stata causata prevalentemente dall'incapacità di analizzare e interpretare i dati e i risultati restituiti dalla somministrazione adattiva soprattutto nell'ottica di una valutazione scolastica. L'algoritmo, infatti, restituisce un punteggio, ossia un valore corrispondente al livello di abilità dello studente, un voto, che non fornisce alcuna informazione dal punto di vista della valutazione formativa.

<sup>21</sup> Ad esempio, Fandiño Pinilla (2008) individua ben cinque aspetti dell'apprendimento in matematica (concettuale, algoritmico, strategico, gestione delle rappresentazioni, comunicativo), è chiaramente difficile che uno studente fallisca o eccella contemporaneamente in tutti.

Alla luce di ciò, è evidente che l'adeguatezza dell'approccio statistico utilizzato è fondamentale per assicurare l'efficienza e la coerenza del test, per questo motivo una delle scelte più importanti per l'implementazione di CAT sta nell'adozione di un approccio statistico adatto (Way, Davis, & Fitzpatrick, 2006 e Thompson & Way, 2007).

I CAT sono ampiamente adottati negli Stati Uniti; ad esempio, il Measures of Academic Progress<sup>22</sup> (MAP), propone una serie di test adattivi, sia per la scuola primaria che secondaria, per la lettura, la matematica, l'uso della lingua e le scienze (cf. Bridgeman, 2009; Csapó, et al., 2012). Anche l'*Oregon Assessment of Knowledge and Skills* (OAKS) propone un test adattivo per la lettura, la matematica, le scienze e le scienze sociali (Bennett, 2010; (Csapó, et al., 2012) e lo stesso OCSE l'ha introdotto per il test sulla misura delle competenze degli adulti nel *Programme for the International Assessment of Adult* (PIAAC).

Un esempio europeo di paesi che adottano test adattivi sono Danimarca e Olanda; la Danimarca propone test adattivi nella valutazione nazionale del primo ciclo (Wandall, 2009) mentre l'Olanda li utilizza per quanto riguarda la valutazione delle competenze in aritmetica dei futuri docenti di scuola primaria (Eggen & Straetmans, 2009).

### 1.1.6 Modalità computerizzata e cartacea: studi comparativi

Con il crescente utilizzo di test somministrati in ambiente digitale si stanno sviluppando ambiti di ricerca volti a studiare da un lato la validità di tali test, dall'altro lo loro comparabilità rispetto a quelli cartacei; negli ultimi quindici anni, sono state condotte indagini su larga scala che coinvolgono studenti di diversi livelli scolastici, dalla scuola primaria alla secondaria di secondo grado (Way, Davis, & Fitzpatrick, 2006).

I primi studi, condotti sul tema, hanno coinvolto il *National Assessment of Education Progress* (NAEP)<sup>23</sup>. Russell & Haney (1997) hanno condotto uno studio per comparare gli effetti che ha la somministrazione di un test proposto nei due ambienti (carta e penna - computer) sulle performance, in termini di punteggi, degli studenti di scuole secondarie di primo grado. La ricerca ha evidenziato che le differenze riguardano la tipologia di domanda: non sono riscontrabili sostanziali nel caso di item a risposta multipla, mentre sono rilevanti per gli item a risposta aperta. Inoltre, la ricerca ha mostrato che la familiarità con l'uso della tastiera permette agli studenti di ottenere punteggi più alti nella modalità digitale rispetto a quella cartacea. Risultati analoghi sono emersi nei lavori di Russell (1999) and Russell e Plati (2001). In generale, i diversi studi, effettuati sul sistema di valutazione NAEP, mettono in luce come le performance degli studenti coinvolti nella misurazione computer-based dipenda strettamente dalla loro familiarità con l'ambiente di

---

<sup>22</sup> Il *Misure di Accademic Progress* (MAP<sup>®</sup>) è un programma di valutazione distribuito dalla Northwest Evaluation Association <sup>TM</sup> (NWEA <sup>TM</sup>), un'organizzazione per i servizi educativi no-profit degli Stati Uniti. <https://www.nwea.org/assessments/map/>

<sup>23</sup> NAEP è il principale sistema di valutazione nazionale americano promosso da *NCES*; esso propone test periodici a livello nazionale per la valutazione delle competenze degli studenti in matematica, lettura, scienze, la scrittura, arte, educazione civica, economia, geografia, storia degli Stati Uniti e, dal 2014, in Tecnologia e Ingegneria (TEL). <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/>

somministrazione. Ad esempio, nel caso di item a risposta multipla occorre saper maneggiare il mouse, mentre nelle caselle di testo è fondamentale un corretto utilizzo della tastiera, oppure nei casi più complessi in cui si presenti un'interfaccia interattiva, è necessario avere familiarità con gli strumenti digitali forniti dall'ambiente. In particolare, riferendosi all'ambito matematico, è stato osservato che i punteggi ottenuti dagli studenti sottoposti a test in formato cartaceo, sono più bassi rispetto a quelli di studenti sottoposti a test in formato digitale. Come confermano altri studi svolti sulle capacità di utilizzo della tastiera (Sandene, et al., 2005), avere familiarità con questa ha effetti positivi sui risultati del test.

Ricerche analoghe sono state condotte su Oregon Statewide Reading and Mathematics tests<sup>24</sup> (Choi & Tinkler, 2002) e su Texas statewide tests in mathematics, reading/English language arts, science and social studies<sup>25</sup> (Way, Davis, & Fitzpatrick, 2006). Da queste ricerche è emerso invece che i punteggi ottenuti nei test computer-based sono più alti rispetto a quelli con carta e penna. Risultati contrastanti sono stati osservati su Kansas Online Assessment<sup>26</sup> (Poggio, Glasnapp, Yang, & Poggio, 2005), su Florida State Assessment in high school reading and mathematics<sup>27</sup> (Nichols & Kirkpatrick, 2005) e su Virginia High School End of Course<sup>28</sup> (Fitzpatrick, Triscari, 2005), in cui non sono state rilevate differenze significative dal punto di vista delle performance anche se i punteggi misurati sul test cartaceo risultano lievemente più alti rispetto a quello digitale. Kim & Huynh (2007) hanno svolto un'indagine comparativa più raffinata, tenendo conto di diversi strumenti statistici quali: curve caratteristiche, funzioni di informazione dei test, stime di Rash, ... concludendo che tali differenze non risultano significative da un punto di vista statistico.

Le ricerche presentate sono solo una piccola parte di quelle sviluppate sul tema; da queste e molte altre, appare chiaro come le indagini seguano prevalentemente un approccio statistico alla comparazione; in particolare, si concentrano sulla misurazione delle performance, riferite a punteggi in termini di risposte corrette o errate, coerenti con un'analisi prettamente quantitativa (Lottridge, Nicewander, Schulz, & Mitzel, 2008).

In sintesi, si tratta di studi prevalentemente quantitativi che presentano delle evidenze contrastanti tra di loro. La stessa OCSE, nel quadro teorico di riferimento per la rilevazione degli apprendimenti dell'indagine PISA 2015, afferma che:

*There is a large body of more recent literature on paper- and computer-based tests' equivalency (see e.g. Macedo-Rouet, Ney, Charles, & Lallich-Boidin, 2009; Paek, 2005); however these still reveal conflicting findings. A meta-analysis of studies looking at K-12 students' mathematics and reading achievement (Wang, Jiao, Young, Brooks, & Olson, 2007) indicated that, overall, administration mode has no statistically significant effect on scores. (OECD, 2016, p. 58)*

---

<sup>24</sup> <http://www.ode.state.or.us/search/results/?id=169>

<sup>25</sup> <http://www.tea.state.tx.us/student.assessment/>

<sup>26</sup> <http://www.ksassessments.org/>

<sup>27</sup> <http://www.fldoe.org/asp/>

<sup>28</sup> <http://www.doe.virginia.gov/testing/index.shtml>

Alla luce di questa affermazione, si potrebbe pensare che non è possibile individuare una prospettiva condivisa sulla possibilità che i test computerizzati possano essere confrontabili o meno con gli originali in ambiente cartaceo. Tali contraddizioni possono essere ragionevoli se si considera il fatto che tali studi sono stati svolti partendo dal presupposto che confrontare le performance degli studenti può dare informazioni sui processi risolutivi messi in campo per fornire le risposte.

Una prospettiva di analisi qualitativa potrebbe prendere in considerazione il processo risolutivo oltre che la risposta finale, permettendo in questo modo di valutare aspetti più fini di competenze e conoscenze messe in campo nei due diversi ambienti. Un'analisi comparativa in questo senso non è ancora disponibile su larga scala. Nella nostra ricerca bibliografica, abbiamo individuato però uno studio isolato che ha gettato le basi di questo lavoro. Threlfall e colleghi (2007) presentano uno studio molto accurato in reazione ai processi risolutivi messi in campo dagli studenti nella risoluzione di alcuni compiti proposti negli ambienti cartaceo e computerizzato che trattiamo nel dettaglio nel prossimo paragrafo.

### *1.1.6.1 Un esempio interessante*

Lo studio di Threlfall e colleghi può essere utile per chiarire alcuni aspetti che nello stato dell'arte appaiono in contraddizione; per questo motivo, può essere interessante dedicare un paragrafo ad una breve descrizione del loro lavoro.

Lo scopo esplicitato dagli autori è quello di esplorare come la traduzione di un compito cartaceo nella sua versione digitale ha un impatto sulle scelte risolutive degli studenti. Dai dati raccolti, gli autori concludono che in generale lo studio dei risultati mostra che ci sono piccole differenze sulle prestazioni degli studenti nei due ambienti di somministrazione ma, per alcune domande, emerge chiaramente una sostanziale differenza in termini di processi risolutivi. Usando le parole degli autori:

*“These differences are considered in terms of validity and legitimacy, that is whether the means used to answer a question in a particular medium are appropriate to the assessment intention. The conclusion is not only that translating paper and pencil items into the computer format sometimes undermines their validity as assessments, it is also that some paper and pencil items are less valid as assessments than their computer equivalents would be.” (Threlfall, Pool, Homer, & Swinnerton, 2007, p. 1)*

*“Different affordances of the two media, computer and paper, can have effects on performance, but the issue of which offers the more valid assessment is not directly related to whether performance is improved or not.” (Threlfall, Pool, Homer, & Swinnerton, 2007, p. 12)*

Negli esempi presentati, gli autori mostrano in prima battuta le differenze, in termini di risposte corrette-errate, che sono state registrate nei due ambienti di somministrazione e successivamente analizzano tali differenze alla luce delle strategie che gli studenti hanno adottato per trovare la soluzione dei compiti. In questo senso, gli autori parlano di *validità della valutazione* riferendosi alla relazione tra gli scopi definiti dai singoli compiti e le

informazioni che in effetti possono essere raccolte osservando gli studenti che li risolvono. In alcuni casi, infatti, è emerso che le informazioni raccolte nell'ambiente carta e penna fossero più coerenti agli scopi definiti a priori del compito rispetto a quelli registrati in ambiente digitale. D'altro canto, in alcuni casi si può osservare la situazione opposta: il compito somministrato in ambiente digitale sembra più *valido* di quello somministrato in ambiente cartaceo.

In Figura 1.11 e 1.12 presentiamo due esempi al fine di chiarire meglio i risultati descritti dagli autori e le conclusioni che hanno tratto a partire da questi ultimi.

In Figura 1.11 sono presentate le due versioni dell'item chiamato "cerchi" somministrato nei due ambienti. La richiesta del compito è quella di disegnare, nel caso cartaceo, oppure muovere, nel caso digitale, due cerchi in modo da creare una simmetria assiale nella figura presentata.

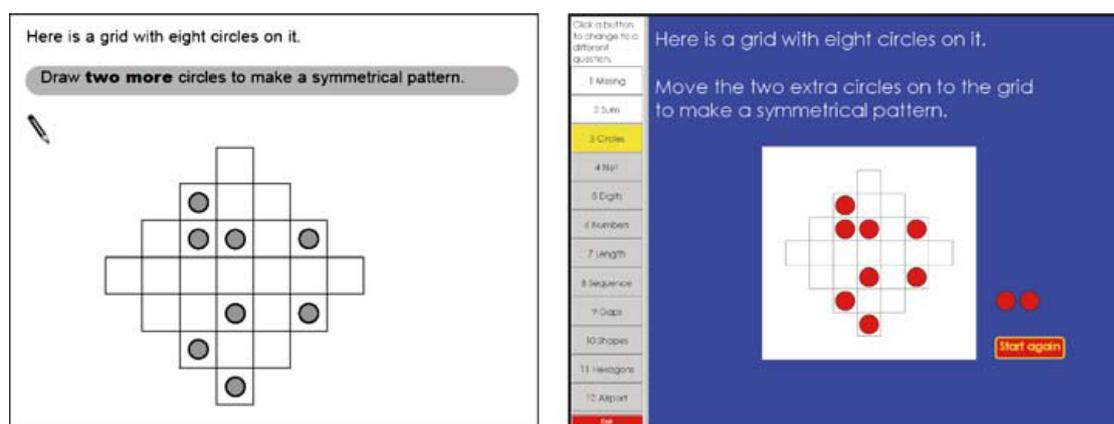


Figura 1.11: versione cartacea e digitale del compito "cerchi"

Nell'ambiente carta e penna, i cerchi non possono essere disegnati utilizzando un approccio per tentativi a meno che non si preveda la possibilità di utilizzare gomma e matita. In un certo senso, lo studente deve prima individuare nella figura quali aspetti non permettono di identificare una simmetria assiale nella figura presentata; solo in un secondo momento egli potrà "correggerli" attraverso l'aggiunta dei due cerchi. In altri termini, non c'è modo di esplorare lo spazio del problema se non attraverso una procedura di visualizzazione mentale. In questo senso, lo studente non solo deve saper riconoscere se una figura è simmetrica o meno ma deve anche individuare perché non è simmetrica e cosa è necessario modificare affinché essa lo diventi.

Nel caso del compito nella versione digitale, invece, l'ambiente presenta all'allievo una possibilità differente; egli può esplorare l'ambiente inserendo e spostando i cerchi. In questo modo, lo studente ha la possibilità di attivare una procedura esplorativa o procedere per tentativi ed errori. È chiaro che in questo senso, lo studente può posizionare i cerchi a priori lasciando l'analisi della figura e la ricerca della simmetria al momento successivo l'inserimento. L'ambiente computer non richiede necessariamente una fase preliminare di immaginazione in cui lo studente deve individuare l'asse di simmetria, immaginare dove posizionare le pedine, ... ma solo una fase di verifica e successivamente di aggiustamento per raggiungere la soluzione. Secondo gli autori, si tratta di due processi cognitivi molto

diversi: da un lato, nel computer allo studente basterebbe solo riconoscere l'effettiva simmetria di una figura rispetto ad un asse mentre nell'alto lo studente deve anche mostrare un'ampia capacità di visualizzazione e di analisi della figura in base alle condizioni presentate, sulla nozione di simmetria, eccetera (Threlfall, Pool, Homer, & Swinnerton, 2007, p. 9).

Per concludere, se lo scopo del compito è quello di indagare se gli studenti sono in grado di riconoscere se una figura piana è simmetrica rispetto ad un'asse o meno, i dati che si possono raccogliere da una somministrazione carta e penna non permettono di determinare se gli studenti che non sono stati in grado di fornire una risposta corretta in effetti mostrano o meno tale abilità. Al contrario l'ambiente digitale potrebbe dare la possibilità di riconoscere con maggior facilità l'elaborazione di tale inferenza a patto che lo studente sia disposto ad esplorare l'ambiente che gli si presenta. D'altro canto, se lo scopo del compito è quello di indagare se gli allievi sono in grado non solo di riconoscere una figura simmetrica rispetto ad un asse ma anche di mettere in campo la loro capacità di incorporare elementi di visualizzazione e/o analisi della figura, l'ambiente cartaceo sembra essere più idoneo rispetto a quello digitale. Alla luce di ciò, gli autori sottolineano che l'ambiente carta e penna presenta quella che loro chiamano una *peculiarità implicita* della valutazione; ossia una conoscenza più profonda del concetto di simmetria rispetto al semplice riconoscimento richiesto dall'ambiente digitale.

Questo esempio e molti altri simili, sottolineano un aspetto peculiare dell'ambiente digitale: l'opportunità di esplorare lo spazio del problema; questo è possibile predisponendo un ambiente in cui è possibile modificare le variabili all'interno del compito e cercare soluzioni con approcci per tentativi. Non è detto però che le possibilità esplorative, offerte dall'ambiente, possano sempre essere un aspetto facilitatore. Nel secondo esempio (fig. 1.12), infatti, la possibilità di manipolare le figure all'interno di un ambiente dinamico sembra essere di ostacolo al raggiungimento di una soluzione corretta.

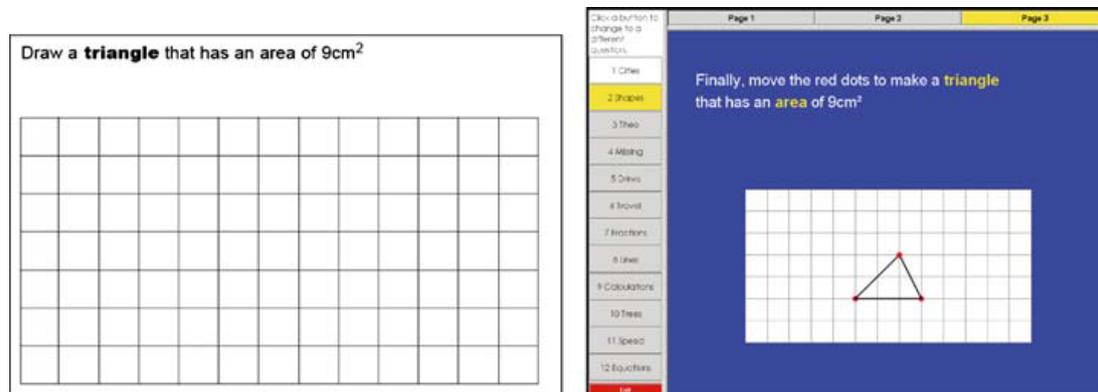


Figura 1.12 versione cartacea e digitale del compito “figure”

Osservando il compito “figure” si potrebbe pensare a priori che la versione computerizzata potrebbe raccogliere un maggior numero di risposte corrette rispetto a quella su carta. L'ambiente del compito, in questo caso, permette di trascinare i vertici del triangolo presentato. Il fatto che la figura sia già presentata nell'ambiente del compito, permette di esplorare la figura ed evitare possibili errori derivanti da un disegno non

corretto, facilitando chi ha scarse capacità grafiche. Al contrario, osservando i risultati ottenuti nella sperimentazione, risulta che la possibilità di esplorazione offerta dal mezzo digitale possa aver avuto l'effetto contrario. Il software non permette di costruire il triangolo ma solo di modificare le dimensioni di un triangolo presentato nello spazio di lavoro del compito. In questo caso il processo per tentativi ed errori potrebbe risultare di ostacolo poiché lo studente si troverebbe a lavorare con un'ampia famiglia di triangoli di cui determinare l'area fino a raggiungere quella richiesta.

L'ambiente carta e penna, invece, potrebbe stimolare un approccio analitico: lo studente può, ad esempio, procedere partendo dalla formula algebrica per il calcolo dell'area del triangolo. Nota la misura dell'area, egli può, ad esempio, ricavare la misura delle dimensioni. In altre parole, partendo dall'ipotesi che la misura della superficie debba essere pari a  $9 \text{ cm}^2$ , lo studente può intuire che il prodotto tra le due dimensioni (base e altezza) deve essere pari a  $18 \text{ cm}^2$  e dunque può costruire un triangolo che ha per base e altezza rispettivamente le coppie: 1 e 18; 2 e 9; o 3,6 e così via. Nel caso del computer, invece, sembra venga richiesta una capacità di analisi e di controllo strategico differente poiché trascinando uno dei vertici è possibile costruire una famiglia di triangoli con una dimensione fissa e l'altra variabile. In questo modo, si aggiunge anche la difficoltà di individuare il vertice da trascinare e, al variare della dimensione del lato variabile, definire la dimensione fissata degli altri.

In definitiva, nel caso in cui lo scopo del compito sia quello di determinare le dimensioni di un triangolo data la misura dell'area, la versione cartacea potrebbe essere la più valida in termini di valutazione; al contrario, se lo scopo invece è quello di studiare la famiglia dei triangoli identificando degli esempi con la stessa misura di superficie interna, la versione computerizzata può rivelarsi più coerente in termini di processi risolutivi e intento di misurazione.

In questo senso, gli autori si interrogano se le affordance permesse dall'ambiente possono o meno avere degli effetti sul stabilire la validità della valutazione nei due ambienti. Anche in un lavoro precedente (Threlfall & Pool, 2004), i dati raccolti mostrano come le affordances e/o i vincoli che sono peculiarità dell'ambiente in cui il compito è somministrato, possono provocare degli effetti sulla natura dell'attività matematica messa in campo dai risolutori nel raggiungere la soluzione. È chiaro che in termini di valutazione, questo aspetto ha una forte rilevanza nel momento in cui è necessario definire gli scopi del compito.

Le conclusioni presentate dagli autori suggeriscono che l'interpretazione dei comportamenti degli studenti è imprecisa se si tiene conto dei risultati ottenuti dagli studenti, in termini di risposta corretta-errata, e non ai cambiamenti di processo generati dai cambiamenti di ambiente. In relazione ad un compito, non è possibile fare riferimento ai dati raccolti solo su un singolo ambiente ma è necessario studiarli separatamente; in effetti, dai due esempi si vede come a seconda della definizione dello scopo valutativo, un ambiente sembrerebbe essere più idoneo rispetto all'altro o viceversa. In questa prospettiva, gli autori insistono sul sottolineare che il miglioramento della valutazione non può essere determinato da un'analisi di questo tipo su compiti isolati ma deve essere affrontata caso per caso.

Alla luce di questo lavoro, emerge chiaramente la motivazione per cui in letteratura si trovano dei risultati così contrastanti e incoerenti tra loro. Nella maggior parte dei casi, infatti, gli studi sono svolti su test complessi e articolati, composti da un certo numero di item/compiti che vengono considerati nella loro globalità. Un'analisi basata principalmente sulle performance non permette di dare un quadro puntuale di ogni singolo compito e soprattutto non permette di studiare in modo critico la relazione tra risposta e approccio risolutivo in riferimento agli scopi valutativi del compito.

La nostra ricerca si innesta a partire dai risultati di questo lavoro e in particolare focalizza l'attenzione sui processi invece che sui prodotti e sulla legittimità di considerare compiti proposti come "equivalenti". Se in effetti i lavori descritti in precedenza mostrano le forti differenze tra i compiti in termini di valutazione, attraverso quali criteri questi compiti possono ancora essere considerati, in un certo grado, "confrontabili"?

### **1.2 Problemi aperti**

Riassumiamo tutti i punti analizzati in precedenza per identificare alcuni problemi che sono rimasti aperti allo scopo di individuare in che contesto la nostra ricerca si inserisce e il tipo di apporto che essa intende inserire all'interno di studi già avviati e conclusi.

Nelle ricerche in campo della valutazione computerizzata sono individuabili due tendenze principali, una di tipo migratory che cerca di trasporre test già utilizzati in carta e penna in ambienti informatizzati, l'altra, di tipo transformative che cerca di individuare item nuovi, basati sull'uso di strumenti informatizzati e che proprio per questo non sarebbero possibili in ambiente carta e penna.

Il primo problema che si pone quando si prende in considerazione il passaggio da un tipo di somministrazione all'altra è senz'altro il problema di come garantire la continuità, ossia di come garantire tra le due versioni del compito una conformità nelle informazioni fornite dall'elaborazione statistica dei risultati. In questa prospettiva, l'analisi svolta in precedenza mostra chiaramente la complessità di tale problema mettendo in luce come trasformazioni che a prima vista sembrano del tutto insignificanti possono in realtà nascondere conseguenze rilevanti.

Dunque, un primo risultato importante che emerge dalla nostra analisi delle varie ricerche svolte nei due ambiti, riguarda l'impossibilità di un approccio di tipo migratory, nella sua accezione più fedele al termine. In altre parole, il mezzo attraverso il quale il test è fornito non è a nostro avviso mai neutro, la sua natura determina le azioni svolte dall'utente e influenza in modo diverso l'elaborazione della risposta.

L'utilizzo di un computer pone di per sé il problema della familiarità con lo strumento informatico, e tale familiarità può influenzare i risultati. Infatti, anche nei casi di modalità migratory, nei quali si è cercato di minimizzare le differenze, è plausibile pensare che studenti che già hanno familiarità con l'utilizzo di strumenti informatizzati nella pratica didattica, ottengano risultati migliori rispetto agli studenti che hanno usato principalmente carta e penna.

Se dunque sembra del tutto impossibile assicurare agli studenti in fase di somministrazione le stesse condizioni, si dovrà cercare di garantire condizioni almeno compatibili o in un qualche modo confrontabili.

Se anche un approccio migratory pone comunque problemi di confrontabilità, la questione diventa ancora più rilevante nel caso di un approccio di tipo transformative, nel quale la risposta è basata sull'utilizzo di particolari software o applet inseriti nell'ambiente in cui il compito è somministrato. L'uso efficiente di tali applet può non essere garantito dalle sole informazioni sul suo funzionamento contenute nel testo dell'item (vd. esempi OCSE PISA 2012 nel paragrafo 1.1.4.4.). Competenze complesse e non solo di tipo informatico influenzano inevitabilmente la performance dello studente e dunque dovranno essere prese in considerazione nell'analisi delle finalità di valutazione di ogni item. I processi cognitivi soggiacenti ad una soluzione prodotta in ambiente digitale e interagendo con un specifico strumento appaiono difficilmente confrontabili con quelli prodotti in ambiente carta e penna. Anche se i dati statistici non mostrassero sensibili variazioni in termini di risposte corrette e sbagliate, un confronto in termini di misura delle capacità e delle competenze, in quanto basato sui processi risolutivi presunti, può diventare molto problematico. In ogni caso, questo problema non può essere ignorato, soprattutto quando sono in gioco sistemi di valutazione dell'apprendimento scolastico.

Questo ultimo punto indica chiaramente una via, complessa, ma percorribile in termini di innovazione nelle modalità di valutazione basate sulle tecnologie informatiche. Tenuto conto che comunque, la migrazione non si presenta come un passaggio né semplice né garantito nella sua neutralità, assume sempre più senso investire nello studio delle nuove metodologie di tipo CBT, e in particolare di quelle che integrano il testo del quesito con specifici applet interattivi, e di metodologie CAT. Una volta presa coscienza dell'impossibilità di un reale passaggio migratory, diventa fondamentale un'analisi attenta delle diverse forme di passaggio al CBT e delle potenzialità specifiche che i diversi dispositivi offrono.

Se consideriamo come obiettivo principale del passaggio a strumenti di valutazione informatizzati quello di migliorare la qualità della valutazione rispetto alla modalità di rilevazione precedenti, la discussione sviluppata in questo capitolo suggerisce una considerazione generale. Per quanto riguarda item che prevedono l'uso di un applet, si apre la possibilità di integrare il dispositivo di somministrazione con dispositivi che tengano traccia delle modalità d'uso dell'applet stessa: le informazioni raccolte potrebbero far luce sui processi di risoluzione messi in atto dallo studente fornendo indicazioni rilevanti in termini di valutazione. In questo senso lo strumento CBT risulterebbe più efficace rispetto ai precedenti dispositivi di valutazione basati sull'uso della carta e della penna.

Il passaggio da una modalità all'altra comporta problematiche diverse, tra loro connesse: in primo luogo, il problema della confrontabilità dei test, nell'una e nell'altra modalità, confrontabilità necessaria qualora si intenda continuare un monitoraggio che si svolge nel tempo e che quindi deve poter comparare i risultati ottenuti in anni diversi; in secondo luogo, il problema di poter sfruttare a pieno le potenzialità che il nuovo mezzo offre. In altre parole, il problema sembra porsi proprio nella tensione tra due tendenze opposte: la conservazione e l'innovazione. Le scelte di fronte alle quali si trovano le agenzie di

valutazione necessitano riflessioni attente dei vantaggi e dei limiti delle diverse opzioni possibili. La nostra ricerca può risultare utile anche in questa prospettiva e fornire qualche elemento per supportare tale processo di scelta: come abbiamo visto, la scelta perfetta non esiste, ma quella che può essere considerata una scelta razionale è quella che è fatta nella consapevolezza delle sue conseguenze.

Lo stato attuale degli studi non sembra ancora fornire risultati sufficienti per delineare a pieno tali conseguenze, mostra piuttosto alcune direzioni di ricerca e la necessità di studi più approfonditi che generino ipotesi interpretative dei risultati ottenibili mediante nuovi sistemi di test e di sperimentazioni ben pianificate per riuscire a validare tali ipotesi.

Partendo dai risultati trovati in letteratura, sono stati evidenziati alcuni dei problemi rimasti ancora aperti e degli aspetti da approfondire in maggior dettaglio. In generale, abbiamo mostrato che i risultati presentati dalla letteratura sono discordanti, questo può essere confermato da un'indagine più fine sulle modalità e metodologie in base ai quali sono stati affrontati questi studi. L'approccio prevalente è di tipo quantitativo; in altri termini, la maggior parte degli studi parte dall'elaborazione statistica di dati raccolti su grandi campioni di studenti. Tali dati si fondano prevalentemente sulle performance e partono dal presupposto che studenti che ottengono gli stessi prodotti, attivino necessariamente gli stessi processi. Un'analisi più fine sui processi messi in campo dagli studenti ha permesso di far luce sulle conclusioni discordanti delle passate ricerche. D'altro canto, ci sono ancora delle questioni che rimangono aperte legate alla possibilità o meno, alla luce di questi fatti, di considerare i compiti in formato cartaceo e digitale come equivalenti e, in caso affermativo, come formalizzare una definizione univoca di equivalenza.

Andando nello specifico, in questo lavoro, uno dei nostri obiettivi è quello di individuare una metodologia qualitativa di analisi che, a partire da compiti ben definiti, ci permetta di stabilire ragionevoli parametri di confronto. A questo fine abbiamo bisogno di mettere a punto degli strumenti che permettano di chiarire quando e come sono confrontabili due compiti dati in ambienti diversi.

## 2 Quadro teorico di riferimento

La descrizione dello stato dell'arte e in particolare delle principali ricerche che sono state sviluppate nell'ottica della comparazione, ha messo in luce alcune questioni ancora aperte sul tema. Esse si riferiscono principalmente al problema della possibilità o meno di considerare i compiti in ambiente cartaceo e digitale confrontabili e, in caso affermativo, di come formalizzare una definizione univoca di confrontabilità.

Andando nello specifico, in questo lavoro, il nostro obiettivo è quello di individuare una metodologia qualitativa di analisi che, a partire da compiti ben definiti, ci permetta di stabilire ragionevoli parametri di confronto. A questo fine abbiamo bisogno di mettere a punto un quadro teorico che permetta di chiarire quando e come sono confrontabili due compiti somministrati in ambienti diversi. In particolare, il quadro teorico è elaborato con il fine di stabilire dei parametri che permettano tale confronto nel passaggio da un ambiente e l'altro (carta e penna e computer). In questa prospettiva, è necessario:

- fornire una definizione di compito in riferimento a quelli che intendiamo considerare nel nostro studio (sez. 2.1);
- delineare dei criteri in base ai quali costruire dei compiti che possono essere considerati *confrontabili* nei due diversi ambienti di somministrazione; in altri termini definire uno strumento a priori che ci permetta di controllare il processo di migrazione da un ambiente ad un altro in modo da mantenere determinati criteri di confrontabilità (sez. 2.2);
- definire uno strumento di osservazione a posteriori per analizzare i comportamenti degli studenti allo scopo di confrontare i processi risolutivi messi in campo nella risoluzione dei compiti selezionati cioè dei compiti che sono somministrati in ambienti diversi ma confrontabili secondo i criteri stabiliti (sez. 2.3).

### 2.1 Definizione di compito

Nella progettazione dei test da somministrare agli studenti, sorge il problema di come costruire compiti pensati per l'ambiente digitale partendo da altri pensati nell'ambiente cartaceo o viceversa. Come più volte ripetuto, la migrazione da un ambiente ad un altro, non è neutra; essa dipende dalle proprietà intrinseche degli ambienti in cui si sceglie di somministrare il compito. Le difficoltà implicite nell'adozione di un approccio migratory sono troppo spesso sottovalutate: il fatto che le possibili variazioni provocate dal passaggio

ad un nuovo ambiente non causino delle alterazioni significative sui processi di risoluzione, non può essere dato per scontato. Partendo da questo presupposto, il primo problema che ci siamo posti è stato come definire dei criteri di confrontabilità.

L'obiettivo di definire dei criteri di confrontabilità tra due compiti pone in prima battuta il problema di che cosa si intenda per compito.

In riferimento alla lingua italiana, un compito può essere definito come *l'applicazione delle facoltà intellettuali dell'uomo rivolta direttamente e coscientemente a ottenere un prodotto a seguito di una richiesta* (compito, Treccani, 2003). In questo senso, un compito prevede l'applicazione di un certo numero di procedure per raggiungere un determinato scopo.

In ambito della didattica della matematica, la parola compito può essere messa in riferimento con quello che nella letteratura internazionale viene indicato con il termine *task*. In generale, non esiste una definizione univoca di questo termine, come mostrano Margolinas e colleghi (2013) in un ICMI study sul task design:

*The word 'task' is used in different ways. In activity theory (Leont'ev, 1975) task means an operation undertaken within certain constraints and conditions (that is in a determinate situation, see Brousseau (1997)). Some writers (Christiansen & Walter, 1986; Mason & Johnston-Wilder, 2006) express 'task' as being what students are asked to do. [...] Other traditions (e.g. Chevallard, 1999) distinguish between tasks, techniques, technology and theories, as a way to acknowledge the various aspects of a praxeology. We are also aware that 'task' sometimes denotes designed materials or environments which are intended to promote complex mathematical activity (e.g. Becker & Shimada, (1997)), sometimes called 'rich tasks'. In this study, we use 'task' to mean a wider range of 'things to do' than this, and include repetitive exercises, constructing objects, exemplifying definitions, solving single-stage and multi-stage problems, deciding between two possibilities, or carrying out an experiment or investigation. Indeed, a task is anything that a teacher uses to demonstrate mathematics, to pursue interactively with students, or to ask students to do something. Task can also be anything that students decide to do for themselves in a particular situation. (Margolinas, 2013, p. 11)*

In relazione agli obiettivi del nostro lavoro facciamo riferimento ad una definizione classica fornita da Leont'ev (1975) di compito come *attività*.

*L'attività è un'unità molare, non additiva, della vita del soggetto corporeo materiale. In un senso più stretto, cioè sul piano psicologico, è l'unità della vita mediata dal rispecchiamento psichico, la cui funzione reale consiste nell'orientare il soggetto nel mondo oggettivo. In altri termini, l'attività non è una reazione, né un insieme di reazioni, ma un sistema che ha una struttura, ha i suoi passaggi e trasformazioni interne, un suo scopo. Leont'ev (1975, p.67)*

[...] Così il concetto di attività è necessariamente connesso con il concetto di motivo. Non c'è attività senza motivo. Leont'ev  
(1975, p.85)

In altre parole, un'attività è un'unità di osservazione (molare) per cui un individuo agisce orientato verso un oggetto; tale oggetto motiva l'attività stessa e ne definisce il senso e la direzione. Leont'ev ha una visione gerarchica di attività come complesso di *azioni*.

*Definiamo azione il processo subordinato alla rappresentazione del risultato che deve essere perseguito, cioè il processo subordinato ad uno scopo cosciente. Così come il concetto di motivo è correlato con quello di attività, il concetto di scopo è connesso a quello di azione.*  
Leont'ev (1975, p.86)

In altri termini, ogni attività è composta da una serie di *azioni* che vengono svolte dall'individuo per raggiungere uno scopo collegato al motivo motore dell'attività. Tali azioni vengono, quindi, intraprese consapevolmente e fanno parte del piano più generale dell'attività. Allo stesso modo, le azioni vengono implementate attraverso una serie di *operazioni* le quali costituiscono le unità elementari delle azioni.

A titolo esemplificativo, consideriamo il compito “Qual è il risultato di  $25 \times 3$ ?”. In questo caso, la motivazione dell'attività è rispondere alla domanda presentata. Per fare questo, il solutore deve attivare una o più azioni che gli permettano di rispondere: l'azione da attivare potrebbe essere guidata dallo scopo di individuare il prodotto tra i fattori 25 e 3. In questa prospettiva, è necessario attivare una serie di operazioni (ad esempio, applicare l'algoritmo moltiplicativo in colonna) che gli permettano di raggiungere lo scopo dell'azione: determinare il numero 75. Tale scopo è subordinato alla motivazione motore dell'attività, per cui lo studente può rispondere alla domanda presentata e dunque seguire tale motivazione per concludere l'attività.

Abbiamo scelto di definire il compito come attività perché tale prospettiva ci permette di porre in primo piano i processi e le procedure (e dunque le azioni e operazioni) che vengono attivati per risolverlo. In questo modo, ci è possibile andare oltre la raccolta e l'analisi dei prodotti, quindi dei semplici risultati, e di problematizzare l'intero processo risolutivo e come esso si articola dal primo impatto del solutore con il compito fino al raggiungimento della risposta.

La motivazione principale delle attività è fornire una risposta ad una richiesta. Tale risposta può essere raggiunta in base alle informazioni e alle condizioni presentate nel compito e dunque in riferimento alla natura del compito in sé che definiamo *contenuto del compito*. In altri termini, le procedure messe in campo per rispondere alla richiesta del compito fanno riferimento a delle informazioni, condizioni o limiti che sono presentati nel compito e che costituiscono il contenuto del compito. In aggiunta, un aspetto importante da tenere in considerazione è che compito è etroposto, ciò significa che il soggetto che lo progetta e lo somministra (generalmente il docente o lo sperimentatore) non è lo stesso soggetto che lo deve risolvere (generalmente lo studente). In altri termini, il

docente/sperimentatore che propone allo studente un compito, sceglie una forma comunicativa da utilizzare da una parte per assegnare il compito e dall'altra per permettere allo studente di attivare, attraverso la soluzione del compito, determinate procedure/operazioni risolutive che intende osservare. Denominiamo tale modalità di comunicazione: *formato del compito*.

In riferimento alle osservazioni fatte fino ad ora, è chiaro che nello studiare la confrontabilità di due compiti non possiamo prescindere né dal contenuto né dal formato del compito. È ragionevole supporre che la scelta delle procedure fatta da parte dello studente dipenda dalle caratteristiche del contenuto del compito e dunque dalle informazioni che vengono fornite, dalle condizioni in cui il solutore può operare e dalle richieste che gli vengono fatte. Allo stesso tempo, non è possibile pensare che la scelta del formato con cui presentare il compito non abbia delle conseguenze sull'interpretazione che il solutore ha del contenuto stesso del compito. Infine, non sono da trascurare gli aspetti legati alle azioni attivabili da parte del risolutore in riferimento all'ambiente in cui il compito è presentato che fanno comunque parte delle peculiarità del compito soprattutto in relazione alla definizione di compito attività che abbiamo scelto.

In questa prospettiva, si apre un'analisi del compito attraverso tre dimensioni, tra loro interconnesse:

- il contenuto del compito;
- il formato con cui è presentato il compito;
- la soluzione del compito in termini di attività e azioni che il solutore implementa.

In riferimento al formato e al contenuto del compito, esistono diversi studi nazionali e internazionali. Negli ultimi trent'anni diverse ricerche si sono orientate su questo tema; in particolare, quelle riferite ai *problemi verbali*.

Esistono diverse definizioni del termine *problema verbale di matematica*, in particolare scegliamo di fare riferimento a quella fornita da Gerofsky (1996) per cui un *problema verbale di matematica* è un compito presentato tramite un testo scritto in forma verbale eventualmente integrato attraverso il simbolismo matematico. Molto spesso i problemi verbali coinvolgono anche aspetti narrativi poiché descrivono situazioni verosimili con dei personaggi che svolgono determinate azioni; per questo motivo, vengono spesso chiamati anche *story problems* (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2000). In riferimento a tale definizione, i compiti che sono oggetto del nostro studio possono essere pensati come problemi verbali o story problem. A tal proposito, faremo riferimento agli studi sui problemi verbali per analizzare le diverse caratteristiche di formato e contenuto del compito.

### **2.1.1 Il formato del compito**

Per quanto concerne il formato del compito, in letteratura si trovano diversi studi sul tema in particolare in riferimento ai problemi verbali.

Verschaffel e colleghi (2000) hanno studiato diverse difficoltà legate alla soluzione dei problemi verbali; in particolare, gli autori hanno sottolineato che molte di queste difficoltà

possono essere incontrate nella comprensione del testo verbale in cui il compito è presentato, più che nell'implementazione della soluzione. Tale fenomeno è noto da diversi anni, infatti, Mayer (1982), e successivamente De Corte & Verschaffel (1985) avevano mostrato che le difficoltà osservate in relazione al processo di risoluzione dei problemi verbali possono essere causate da un' inadeguata interpretazione del testo.

Gli esempi posposti in precedenza, a titolo di esempio e dunque non esaustivi, suggeriscono che la scelta del formato del compito può avere una qualche influenza sul solutore che intende risolverlo. In questa prospettiva, è possibile che piccoli cambiamenti nel formato possano influenzare le scelte del solutore in riferimento all'approccio risolutivo da adottare. In realtà la maggior parte delle ricerche sul tema fanno riferimento ad un elemento particolare del formato del compito che generalmente viene indicato con il termine *testo* del compito.

### 2.1.1.1 *Il testo del compito*

La nostra attenzione si sposta dunque su una particolare caratteristica della modalità di comunicazione di un compito tra chi intende presentare il compito e chi lo deve risolvere: definire un formato con cui presentare un compito significa in prima battuta produrre un *testo* attraverso cui comunicarlo. Con questo termine ci riferiamo a una qualunque produzione linguistica, anche orale, di lunghezza variabile (Ferrari, 2004). In una visione generale, un *testo* è un'unità semantica che prescinde dal mezzo nel quale il significato è espresso, ovvero rappresentato (Halliday & Hasan, 1985). In altre parole, il testo di un compito è un *sistema di segni* che veicolano la comunicazione di tale compito tra chi lo presenta e chi lo risolve. Si tratta dunque di un insieme organizzato di segni che possono appartenere a sistemi semiotici diversi (Duval, 1993). Condividiamo la prospettiva di Peirce per cui un *segno* è:

*"Something which stands to somebody for something in some respect or capacity" (CP 2.228, 1897)<sup>29</sup>*

In altre parole, possiamo pesare che l'autore interpreti i *segni* come mezzi per *rappresentare* qualcosa per qualcuno e, per questo motivo, possiamo considerare un testo come una *rappresentazione* del compito con cui interagisce il solutore. A tale riguardo è opportuno chiarire cosa intendiamo con il termine *rappresentazione*. Goldin and Kaput (1996) interpretano questo termine secondo due significati: da una parte la *rappresentazione* può riferirsi a

*physically embodied, observable configurations such as words, graphs, pictures, equations, or computer microworlds (ibid., 400)*

e quindi essere definita come *rappresentazione esterna*; dall'altra, essa può riguardare:

*possible mental configurations of individuals, such as learners or problem solvers (ibid., 399)*

---

<sup>29</sup> CP 2.228 (volume.paragrafo)=Collected Papers of Charles Sanders Peirce

e quindi essere interpretata come *rappresentazione interna*. Il termine, *configurazione mentale*, usato dagli autori non permette però di chiarire cosa essi intendano con *rappresentazione interna*. In effetti, tale definizione potrebbe far riferimento anche alla rappresentazione interna che l'individuo costruisce in riferimento allo stato delle cose descritto nel testo del compito. Proprio per questo motivo gli autori cercano di chiarire in maggior dettaglio alcuni aspetti:

*To some extent an individual may be able to describe his or her own mental processes, as they seem to occur, through introspection. Not only is this "metacognitive awareness" inevitably imperfect and incomplete, but the experience of it is directly accessible only to the person doing the introspecting. We use the term internal representation not to refer to the direct object of introspective activity, but as a construct as by an observer from the observation of behavior (including, of course, verbal and mathematical behaviour (ibid., 401).*

Parafrasando le parole di Goldin e Kaput, un individuo può essere in grado di descrivere i propri processi mentali attraverso un processo di introspezione ma ciò significa che solo l'individuo stesso può avere accesso diretto a tale introspezione. In questa prospettiva, un osservatore non può avere libero accesso a tale processo ma può averne esperienza solo attraverso l'osservazione di determinati comportamenti da parte dell'individuo. Tale consapevolezza si traduce in una specifica definizione di *rappresentazione interna* che si riferisce appunto all'osservazione del comportamento dell'individuo e dunque alla ricerca di osservabili riferiti a comportamenti verbali e gestuali che l'individuo adotta davanti ad una rappresentazione esterna e dunque, in particolare, ad un testo di un compito.

La scelta del formato con cui presentare il compito è collegato alla produzione di un testo che lo rappresenta. In questa prospettiva, la formulazione del testo e dunque la scelta del sistema di segni che lo compone, è determinante nel processo di risoluzione di un compito: davanti al testo di un compito il solutore interagisce con la rappresentazione esterna presentata attraverso il testo e produce una rappresentazione interna collegata a quelle che egli stesso già possiede. Questo fatto, suggerisce che la scelta del formato e in particolare del testo attraverso cui presentare il compito può influenzare la costruzione della rappresentazione interna da parte del solutore e quindi la scelta di adottare un tipo di approccio alla soluzione del compito rispetto ad altri.

Per concludere, il testo del compito consiste in un sistema di segni che possono appartenere a più sistemi semiotici. Ciò significa che un testo può essere espresso attraverso sistemi semiotici diversi, ad esempio il sistema semiotico verbale, simbolico, grafico o altro. Il problema verbale e in particolare i testi dei compiti che andiamo a considerare nel nostro studio, sono espressi attraverso un linguaggio verbale che può essere arricchito da qualche elemento del linguaggio simbolico, grafico o altro. Nella prospettiva di confrontare dei compiti è quindi di interesse il confronto in termini dei sistemi semiotici che sono stati utilizzati per costruire il testo. In linea con queste osservazioni, per identificare l'indicatore testo (tab. 2.1), abbiamo individuato alcuni dei possibili sistemi di segni che possono essere utilizzati per costruire il testo del compito, in particolare, abbiamo elencato quelli che tratteremo nella sperimentazione.

Tabella 2.1: Elementi dell'indicatore *Testo del compito*

Indicatore	Elementi	Variabili
Testo del compito	1 Sistemi di segni utilizzati	<ul style="list-style-type: none"> <li>- verbale;</li> <li>- grafico;</li> <li>- iconografico;</li> <li>- altro.</li> </ul>

### 2.1.1.2 *Il layout del compito*

Problematizzare l'aspetto legato al formato del compito richiede di prendere in esame tutte le variabili relative alla modalità di comunicazione e non solo quelle riferite al testo del compito. Si tratta di considerare le scelte relative alla relazione spaziale delle varie parti che sostituiscono il compito rispetto all'ambiente in cui esso è presentato, ad esempio il foglio di carta o lo schermo del computer, in particolare scelte relative all'impaginazione del testo del compito. In altre parole, è necessario considerare anche aspetti legati alle caratteristiche redazionali del testo, che denominiamo *layout del compito*, cioè la posizione reciproca delle varie parti del testo, la scelta di determinati caratteri, la presenza o meno di spazi e altro.

In particolare, definiamo *scelte stilistiche* tutto ciò che si riferisce alla scelta del font dei caratteri e alla loro dimensione, alla presenza o meno di sottolineature e grassetto, eccetera. Questo aspetto, che potrebbe sembrare trascurabile, può avere un impatto determinante sulle scelte risolutive degli studenti. Zan, ad esempio, sottolinea che gli alunni spesso mostrano un atteggiamento di *lettura selettiva del testo* (Zan R. , 2012) davanti ai problemi verbali. In altre parole, può succedere che i solutori identifichino solo i dati numerici presentati e successivamente cerchino nel testo verbale alcune *parole chiave* che possano indirizzarli nella scelta delle operazioni da svolgere per raggiungere la soluzione.

In questa prospettiva, è possibile che particolari scelte stilistiche, ad esempio sottolineature o grassetto, possano influenzare lo studente nel seguire questo particolare approccio stereotipato.

In aggiunta, è importante tenere conto della posizione reciproca delle varie parti del testo del compito, chiameremo questo aspetto *struttura del compito*. Generalmente, quando un compito espresso attraverso un testo, questo consiste in una parte scritta in forma verbale, alla quale talvolta fanno seguito delle immagini o dei grafici e solo alla fine è proposta la domanda. Qualche volta, figure o altre rappresentazioni dei dati del compito, possono essere posizionate all'interno del testo scritto che gli fa da cornice; altre volte, invece possono essere affiancate in uno dei due lati del foglio. Tali peculiarità potrebbero influenzare le scelte dei solutori o comunque indirizzare un ordine nella lettura.

In letteratura non si trovano molti studi relativi alla struttura del compito. Alcuni studi hanno evidenziato che differenze nella struttura del compito possono avere un'influenza sul processo risolutivo. Ad esempio, Thevenot e colleghi (Thevenot, Barrouillet, & Fayol, 2004; Thevenot, Devidal, Barrouillet, & Fayol, 2007) hanno mostrato che la posizione relativa di alcune parti del testo può condizionare le risposte di studenti di giovane età; in

particolare, gli studiosi hanno osservato che posizionare la domanda prima delle informazioni utili per rispondere, può facilitare gli studenti nell'adottare un processo risolutivo corretto.

In aggiunta a questi studi, il gruppo di ricerca dell'Università di Bologna (Boninsegna, Bolondi, Branchetti, Giberti, & Lemmo, 2016) ha svolto un'indagine quantitativa molto ampia in relazione all'impatto che diversi tipi di variazione sul formato dei compiti all'interno di un test standardizzato, possono avere sulle performance degli studenti. La tipologia di variazioni considerate nel loro studio è molto vasta; in questo caso, siamo interessati particolarmente a quelle riguardanti la struttura del compito. Nel loro studio, infatti, Boninsegna e colleghi hanno mostrato che all'interno di un test, proporre in una singola domanda una variazione della posizione di un'immagine rispetto al testo scritto in forma verbale ha un impatto sulle performance degli studenti. In particolare, tale impatto è individuato maggiormente negli studenti che raggiungono un punteggio totale medio/alto nell'intero test (ibid.). Tale evidenza suggerisce che anche le variabili relative alla struttura del compito devono essere monitorate nella prospettiva della comparabilità.

In Tabella 2.2 sono presentati i diversi elementi e le relative variabili che lo compongono.

Tabella 2.2: Elementi dell'indice *Layout del compito*

Indicatore	Elementi	Variabili
<b>Layout del compito</b>	<b>1. Scelte stilistiche</b>	Il font e lo stile dei caratteri del testo possono presentare: <ul style="list-style-type: none"> <li>- parole sottolineate;</li> <li>- parole in grassetto;</li> <li>- dimensioni grandi o piccole;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>2. Struttura del compito</b>	Questo elemento si riferisce alle posizioni relative delle varie componenti del compito (set-up, informazioni, domanda); in particolare esse possono essere presentate: <ul style="list-style-type: none"> <li>- una di seguito all'altra;</li> <li>- affiancate;</li> <li>- separate da immagini, spazi, eccetera;</li> <li>- altro.</li> </ul>

### 2.1.1 Il contenuto del compito

Dopo aver problematizzato gli aspetti legati al formato del compito, di seguito prendiamo in esame quello che abbiamo chiamato il contenuto del compito e dunque il compito come attività in sé indipendentemente dal formato rispetto al quale si sceglie di comunicarlo al solutore. Per circoscrivere l'analisi del contenuto del compito, abbiamo scelto di considerare tale contenuto suddiviso in elementi più semplici facendo riferimento ad alcuni studi sviluppati sui problemi verbali.

Johnson (1992), e successivamente Gerofsky (1996), descrivono i problemi verbali, a prescindere dal testo che li presenta (e dunque rispetto al contenuto), in termini di 3 componenti principali:

*Most word problems, whether from ancient or modern sources, and including "student-generated" word problems, follow a three-component compositional structure:*

- I) *A "set-up" component, establishing the characters and location of the putative story. (This component is often not essential to the solution of the problem itself)*
- II) *An "information" component, which gives the information needed to solve the problem (and sometimes extraneous information as a decoy for the unwary)*
- III) *A question* *(Gerofsky, 1996, p. 2)*

Parafrasando le parole dell'autrice, un problema verbale e dunque per noi un compito può essere considerato come l'insieme di tre componenti: la prima, denominata *set-up*, è quella più strettamente legata agli aspetti narrativi; in altri termini è quella riferita alla situazione e dunque ai personaggi o oggetti, alle loro azioni o relazioni e scopi. La seconda, chiamata *informazioni*, riguarda proprio l'insieme di informazioni che vengono fornite, mentre l'ultima, *domanda*, è la componente relativa agli scopi e gli obiettivi del compito e quindi è quella che comprende la raccolta di richieste alle quali il solutore deve rispondere in base alle informazioni note e alle proprie conoscenze.

In questa sezione ci concentriamo sugli aspetti riferiti al contenuto del compito; per fare questo, consideriamo separatamente ogni singola componente, e per ognuna di esse, scegliamo di prendere in esame le possibili variazioni che possono intervenire.

### **2.1.1.1 Set-up**

La prima componente che prendiamo in analisi è il set-up; si tratta di un indicatore che si riferisce a ciò che concerne la descrizione del compito da un punto di vista narrativo e quindi rispetto ad una linea temporale di avvenimenti in cui i personaggi presentati hanno determinati obiettivi e compiono specifiche azioni. In altre parole, il contenuto di questa componente fa riferimento a quella che Zan (2011) definisce *dimensione narrativa* di un compito. Molti studi mostrano l'importanza della dimensione narrativa di un compito di matematica; essa, infatti, ha una forte rilevanza sul sistema affettivo degli studenti e sulla disponibilità da parte del solutore di affrontare il compito (Pimm, 1995; Sowder, 1989). Ad esempio, Kulm (1979) mostra che esistono sensibili differenze di approccio tra studenti coinvolti in problemi che riguardano gli stessi contenuti matematici ma descritti all'interno di storie differenti. Questo fatto non stupisce, in effetti la dimensione narrativa in cui viene presentato un problema influenza necessariamente la rappresentazione interna che il solutore costruisce in riferimento al problema stesso e quindi determina la scelta dell'approccio risolutivo da adottare. Lo stesso Bruner (1986) afferma che il *pensiero narrativo*, giustapposto al pensiero *paradigmatico* o *logico-scientifico*, è indispensabile per interpretare le azioni e gli scopi dei personaggi all'interno di un contesto narrativo e quindi è necessario per la comprensione di un qualunque problema verbale di matematica. Burke

(1969) e successivamente anche Zwaan (1999), sottolineano che gli eventi presentati all'interno di una storia sono relativi a diversi elementi; in particolare, se ne possono individuare quattro. Nello specifico, secondo gli autori ogni storia prevede un *protagonista* che compie determinate *azioni* utilizzando particolari *strumenti* per raggiungere un preciso *scopo*. In relazione alla dimensione narrativa di un compito, se uno di questi quattro elementi non è coerente con gli altri, lo studente potrebbe mostrare delle difficoltà di comprensione (Zwaan, 1999). Ad esempio, se non è presente un protagonista che compie le azioni descritte oppure se le azioni del protagonista non sono coerenti con i suoi scopi e le sue motivazioni, gli studenti potrebbero non comprendere quali sono gli scopi e le richieste del compito oppure potrebbero distrarsi prestando troppa attenzione alla storia invece che concentrarsi sulla richiesta o sul processo risolutivo implementato (Zan R. , 2012).

In conclusione, la letteratura mostra diverse evidenze che suggeriscono che variazioni nella componente set-up di un problema verbale, o più in generale di un compito, possono influenzare le scelte dei solutori; in questa prospettiva è indispensabile tenere sotto controllo le possibili variazioni che possano in un qualche modo modificare questa componente.

È chiaro che il nostro interesse principale è quello di controllare modifiche che possono coinvolgere il processo migratorio e non variazioni di ogni genere. Nell'identificare dei parametri di controllo su questa componente, abbiamo scelto di fare riferimento ai 4 elementi indicati da Zwaan (1999): protagonista, azioni, strumenti, scopo (tab. 2.3). È possibile che nel passaggio ad un nuovo ambiente uno di questi elementi possa subire delle modifiche, ad esempio, non è detto che in ambiente cartaceo il protagonista possa avere a disposizione gli stessi strumenti che ha nel formato digitale o viceversa oppure non è detto che debba conseguire lo stesso scopo.

Tabella 2.3: Elementi del contenuto della componente set-up

<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variabili</b>
<b>Set-up</b>	<b>1. Protagonista e personaggi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- I personaggi sono (o non sono) familiari al solutore;</li> <li>- i personaggi sono (o non sono) coerenti rispetto alla situazione presentata;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>2. Azioni e strumenti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le azioni dei personaggi sono (o non sono) credibili per il solutore in riferimento alla situazione presentata;</li> <li>- il solutore condivide (non condivide) le credenze e i desideri del protagonista;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>3. Scopo dei personaggi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gli scopi dei personaggi sono (o non sono) credibili per il solutore;</li> <li>- Gli scopi dei personaggi sono (o non sono) coerenti con la situazione presentata;</li> <li>- altro.</li> </ul>

### 2.1.1.2 Informazioni

Il contenuto della componente informazioni si riferisce a quelli che generalmente vengono chiamati *dati* del compito e cioè all'insieme delle informazioni attraverso le quali il solutore può determinare una risposta alle domande presentate. È ragionevole pensare che il contenuto di questa componente abbia una forte influenza sulla dimensione cognitiva in relazione alle abilità e alle conoscenze matematiche del solutore. In effetti, le informazioni costituiscono la raccolta dei dati con cui opera il solutore nelle diverse azioni e operazioni che attiva in riferimento al motivo dell'attività. Per questa ragione, si potrebbe ipotizzare che anche una piccola variazione delle informazioni, in riferimento al contenuto, potrebbe cambiare notevolmente la natura del compito nella prospettiva delle azioni che possono essere mobilitate.

A titolo esemplificativo, si pensi ad un compito in cui viene richiesto il prodotto tra due numeri nell'ambiente carta e penna, ad esempio,  $23 \times 5$ . La variazione anche minima del valore di uno dei due fattori, ad esempio il 23 viene sostituito con il 24, potrebbe influenzare le scelte algoritmiche del solutore. In questo caso, il prodotto  $24 \times 5$  è equivalente al prodotto  $4 \times 6 \times 5$ . Adottando questo genere di approccio, il solutore si avvale della proprietà associativa della moltiplicazione cosa che non era possibile in precedenza, dato che i due fattori sono primi e il loro prodotto non può essere scomposto ulteriormente. Nelle due versioni, le procedure che possono essere attivate in base alle condizioni del compito sono profondamente diverse; per questo motivo sarebbe difficile, se non impossibile, definire un certo grado di confrontabilità tra i compiti nelle due varianti. In questo senso, si potrebbe pensare ad una possibile variazione più fine per cui il 23 venga sostituito da un numero primo, come il 19. Anche in questo caso, però non è detto che quest'ultimo non spinga lo studente ad applicare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione e quindi  $19 \times 5 = (10 + 9) \times 5 = 50 + 40$  oppure viceversa la adotti nel primo caso e non nel secondo.

Questo esempio, seppur banale, problematizza la questione delle variazioni rispetto alle informazioni. Non si tratta di un problema nuovo, infatti, la ricerca ha mostrato che la familiarità con i dati numerici presentati nelle informazioni di un problema verbale, può creare delle difficoltà e ostacolare il processo risolutivo. Sono noti gli studi di Fischbein e colleghi su questo tema, in particolare, in riferimento ai problemi verbali che coinvolgono moltiplicazione e divisione. Attraverso diversi esempi, egli ha mostrato che la complessità, in termini di percentuale di risposte corrette/errata, cambia se si considerano compiti con variazione nei dati numerici (Fischbein, Deri, Nello, & Marino, 1985). Nei suoi diversi studi Fischbein ha svolto una ricerca molto ampia sui problemi verbali considerando le diverse componenti e variandole tutte quante, solo alcune o una per volta. Partendo da questo punto, Sbaragli (2008) ha sperimentato nuovi problemi verbali in cui ha ridotto al minimo le variazioni sul set-up per focalizzare l'attenzione solo sulla componente informazioni. I suoi risultati confermano le evidenze proposte da Fischbein per cui sono proprio i numeri presentati nel compito e le relazioni che il solutore individua tra essi a

bloccare o facilitare il riconoscimento dell'operazione da svolgere per risolverlo. Gli obiettivi di questi studi erano ben diversi dai nostri; quello che a noi interessa in questa sede, non è comprendere le cause di tali difficoltà ma di mostrare che la scelta delle informazioni ha un certo impatto sulle scelte dello studente. Ciò significa che una possibile variazione sulle informazioni può provocare delle differenze anche notevoli nelle azioni che lo studente attiva per risolvere il compito. È chiaro che tante più informazioni vengono variate tanto più diminuisce la possibilità di considerare due compiti confrontabili.

Tabella 2.4: Elementi del contenuto della componente informazioni

Indicatore	Elementi	Variabili
informazioni	numero di informazioni variate	<ul style="list-style-type: none"> <li>- È stata modificata una informazione</li> <li>- Sono state modificate 2 informazioni</li> <li>- sono state modificate più di due informazioni.</li> <li>- sono state aggiunte informazioni;</li> <li>- sono state tolte informazioni.</li> </ul>

### 2.1.1.3 Domanda

La maggior parte delle ricerche che si trovano in letteratura sul contenuto dei problemi verbali, focalizza l'attenzione prevalentemente sulle componenti set-up e informazioni. Sono pochi gli studi che si concentrano sulla domanda; la maggior parte di questi inquadra principalmente il problema della sua formulazione in riferimento al testo piuttosto che al contenuto.

Il motivo si può rintracciare nella tradizione scolastica; in generale, infatti, i processi valutativi tipici della prassi didattica italiana, almeno per quanto riguarda la matematica, vertono sulla somministrazione di compiti che si caratterizza attraverso domande a risposta aperta, in cui gli studenti devono descrivere certe procedure, i calcoli che svolgono oppure argomentare rispetto a delle scelte, eccetera. Sono più rare le occasioni in cui lo studente deve rispondere a domande a risposta chiusa oppure della tipologia *cloze*<sup>30</sup>. Questo fatto può essere mostrato sfogliando i più comuni libri di testo o analizzando gli esami di stato alla conclusione del ciclo di istruzione secondaria. Negli ultimi anni però, almeno per quanto riguarda l'Italia, la prospettiva sta cambiando, e la prassi didattica valutativa si sta aprendo verso altre tipologie di domanda. Questo fenomeno può essere rintracciato nell'avvento delle prove di valutazione standardizzata che prevedono la somministrazione di test composti da domande di varie tipologie: si passa da domande a risposta aperta in cui viene richiesto di rispondere a domande prevedendo una certa libertà nelle risposte, a domande a risposta univoca che prevedono l'inserimento di risposte molto brevi o numeriche fino a quelle a risposta multipla o del tipo vero/falso. Ed è proprio in riferimento ai test standardizzati che si possono rintracciare alcuni studi sul tema: Kazemi (2001) ha studiato le performance degli studenti in riferimento ad un test, focalizzandosi proprio sulla tipologia di domanda presentata. Partendo da domande a risposta multipla e sostituendole

<sup>30</sup> Un compito che prevede una domanda della tipologia *cloze test*, è un compito costituito da una porzione di testo dalla quale sono state rimosse alcune parole. Al solutore/studente è richiesto di inserire le parole mancanti scegliendo tra un insieme di termini disponibili.

con domande a risposta aperta, l'autore ha osservato che la tipologia di domanda ha un forte impatto sulle risposte fornite dagli studenti; in particolare, sulla percezione che essi hanno in riferimento alla difficoltà del compito. Dai dati raccolti dall'autore emerge che le domande a risposta aperta hanno una percentuale di risposte mancanti superiore a quelle a risposta chiusa.

La tipologia di domanda può essere un aspetto della componente domanda che potrebbe subire delle modifiche. Ad esempio, alcune domande a risposta aperta che prevedono la produzione di un disegno in ambiente carta e penna, potrebbero essere modificate in risposte chiuse a causa dell'impossibilità in ambiente digitale di fornire un genere di risposta grafica. Nel caso particolare degli studi comparativi su due ambienti, carta e penna e computer, lo studio sulla tipologia di domande risulta essere di notevole interesse. In particolare, Russell e Haney (1997) hanno presentato i risultati raccolti in base alle performance dagli studenti nei due ambienti in relazione alla tipologia di domanda. Essi hanno mostrato che tali differenze dipendono proprio dal formato delle domande somministrate. In particolare, gli autori non hanno registrato delle differenze sostanziali nelle performance degli studenti nelle domande a risposta multipla mentre hanno trovato delle differenze rilevanti nelle domande a risposta aperta. Gli autori infatti mostrano che l'ambiente computerizzato richiede delle tempistiche maggiori di risposta nel caso di studenti con scarsa familiarità nella scrittura attraverso la periferica tastiera. In questa prospettiva, è possibile ipotizzare che nella migrazione da un ambiente ad un altro, cambiando il formato della domanda sia lecito aspettarsi delle differenze almeno dal punto di vista delle performance.

È chiaro che una variazione del contenuto della domanda non verte solo su possibili modifiche nella tipologia di domanda. In alcuni casi due domande possono rimanere della stessa tipologia ma subire delle variazioni sulla richiesta che le domande stesse propongono.

A titolo di esempio consideriamo il compito: "Qual è il risultato di  $23 \times 5$ ?". La richiesta di questo compito è quella di esplicitare un risultato e dunque un numero che si ottiene come prodotto di due fattori. Si tratta di una risposta aperta esattamente come quella proposta in questo secondo compito: "Come si trova il risultato di  $23 \times 5$ ?". In entrambi i compiti viene chiesto agli studenti di attivare delle azioni legate all'applicazione dell'algoritmo moltiplicativo ma, mentre nel primo compito si chiede di individuare il prodotto, quindi di scrivere un numero, nel secondo viene chiesto di descrivere e/o spiegare la procedura da attivare per determinare tale numero, e quindi di produrre un'argomentazione.

Nei due esempi proposti notiamo che c'è una variazione in riferimento a ciò che viene chiesto nella domanda, ovvero in riferimento a ciò che chiamiamo *tipologia di richiesta*. Si tratta di un aspetto rilevante nello studio della comparabilità dei contenuti dei compiti dato che ciò che viene chiesto nella domanda è strettamente collegato con il motivo dell'attività, dal quale dipendono le azioni e operazioni che vengono poi attivate. In questa prospettiva, una modifica della richiesta provoca necessariamente azioni diverse e dunque differenze nell'analisi del processo risolutivo che può essere attivato. Per questo motivo, alla tipologia

di domanda, aggiungiamo un ulteriore elemento collegato con la tipologia di richiesta (tab. 2.5)

Tabella 2.5: Elementi del contenuto della componente domanda

Indicatore	Elementi	Variabili
<b>Domanda</b>	<b>1. Tipologia di domanda</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Domande a risposta chiusa:               <ul style="list-style-type: none"> <li>• domande a risposta multipla: lo studente deve scegliere la risposta corretta in un insieme predefinito di risposte;</li> <li>• Vero/Falso: in cui vengono presentate diverse proposizione tra cui lo studente deve discriminare quelle vere da quelle false oppure deve indicare se è d'accordo o non è d'accordo oppure delle domande in cui può rispondere in termini di si/no, eccetera;</li> <li>• altro.</li> </ul> </li> <li>- Domande a risposta aperta:               <ul style="list-style-type: none"> <li>• domande a risposta univoca: in cui lo studente deve fornire una risposta breve oppure una risposta numerica;</li> <li>• domande in cui viene richiesto al solutore di descrivere un processo risolutivo attraverso l'esplicitazione di calcoli oppure di descrivere un prestabilito contenuto matematico o argomentare determinate scelte o opinioni, eccetera;</li> <li>• altro.</li> </ul> </li> </ul>
	<b>2. Tipologia di richiesta</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La domanda chiede di determinare uno o più valori numerici o in generale prevede una risposta breve e non argomentata.</li> <li>- La domanda chiede di produrre un'argomentazione o più in generale un testo scritto</li> <li>- altro.</li> </ul>

### 2.1.1 Soluzione del compito

Considerare il compito come attività ci impone di soffermarci anche sulle azioni e operazioni attivabili da parte del solutore per raggiungere il motivo dell'attività e la modalità in cui fornire la risposta al compito; che chiamiamo *soluzione del compito*. È chiaro che si tratta di un aspetto fondamentale nel momento in cui si considera la comparabilità di due compiti somministrati in diversi ambienti, come carta e computer.

Per quanto riguarda le azioni e operazioni attivabili dal solutore, negli esempi che abbiamo proposto nel capitolo 1, abbiamo osservato che esistono casi in cui nella versione cartacea, lo studente ha la possibilità di svolgere una manipolazione dei dati per calcolare la soluzione, direttamente sul foglio che ha a disposizione. Questa condizione potrebbe mancare nella versione informatizzata in cui è possibile solo osservare lo schermo e leggere il testo senza alcuna possibilità di manipolazione nell'ambiente stesso, eccetto l'azione di cliccare sulla risposta da dare quando si tratta di una domanda a scelta multipla (si veda ad esempio, l'item "rock concert", cap 1). Tale differenza potrebbe essere limitata inserendo una casella di testo nell'ambiente del compito. Tuttavia, nell'ambiente cartaceo il risolutore ha una diversa libertà espressiva rispetto al caso della casella di testo: in carta e penna il solutore ha la possibilità di produrre schizzi, impostare ed eseguire calcoli e scrivere testi

sia in linguaggio naturale che simbolico; tutte azioni non permesse in una semplice casella di testo in cui è possibile solo l'introduzione dei caratteri presenti sulla tastiera o comunque consentiti dal mezzo di scrittura a disposizione, e secondo una organizzazione predefinita dal software utilizzato (si veda ad esempio, l'item "walking", cap 1). In questo caso, la casella di testo potrebbe costituire lo spazio in cui lo studente può fornire la risposta e per questo non essere pensata come supporto alle azioni che il solutore attiva per trovare tale risposta.

Analogamente, la variazione nella modalità con cui il solutore può fornire la risposta può risultare significativa. Ad esempio, nel caso di carta e penna lo studente ha la possibilità di comunicare attraverso diversi linguaggi sia in fase di risoluzione che di risposta: grafico, verbale, iconografico; al contrario, l'ambiente computerizzato è ristretto ai limiti delle periferiche che sono messe a disposizione dell'utente, generalmente tastiera e mouse. Tali dispositivi non sempre permettono di utilizzare diverse forme di linguaggio, ad esempio, attraverso l'utilizzo della tastiera non è sempre possibile utilizzare un linguaggio verbale simbolico oppure iconografico.

### **2.1.1.1 La presenza del feedback**

Un elemento cruciale del processo di soluzione del compito è la presenza o meno di feedback durante o dopo l'implementazione di azioni e operazioni risolutive. La presenza o meno di feedback è legata all'ambiente nel quale è presentato il compito e in cui si trova ad agire il solutore e dunque si tratta di una variabile che caratterizza l'indicatore Soluzione del compito.

Il significato letterale della traduzione dal termine inglese feedback è *retroazione* e talvolta viene interpretato in lingua italiana come sinonimo di *riscontro*. In altre parole, con feedback ci riferiamo ad un processo conseguente ad un'azione. Nel caso di un compito, ad esempio, un feedback potrebbe consistere nella produzione di un messaggio allo studente in relazione alla correttezza o meno della risposta che ha fornito per risolverlo.

È possibile distinguere due differenti tipi di feedback, relativi al livello di interattività che l'utente stabilisce con un'applicazione. In questo caso, possiamo distinguere tra feedback *interno* e feedback *esterno allo spazio di lavoro* (Morgan, Mariotti, & Maffei, 2009). Le autrici definiscono *feedback interno* quello interno all'ambiente di soluzione; in altre parole, il feedback che si origina dal funzionamento dell'applicazione in cui il compito è presentato. La presenza di feedback rende apprendimento e valutazione difficilmente distinguibili. Infatti, come sottolinea Edwards (1998), lo studente comparando il feedback offerto dall'ambiente informatizzato con le proprie aspettative, può trovarsi immerso in un vero e proprio processo di insegnamento-apprendimento. L'autore chiama questo tipo di feedback *interpretabile* per sottolineare che, per sua natura, non è immediato ma necessita che lo studente ne interpreti il funzionamento. Questo tipo di feedback è anche chiamato in letteratura *cognitivo* (Balzer, Doherty, & O' Connor, 1989), non solo perché è legato ad un processo interpretativo ma perché può avere un ruolo nel modificare il processo risolutivo. Differentemente, il feedback viene definito *esterno* quando appare come messaggio che valuta le azioni del solutore. Il termine messaggio è considerato in questo contesto in senso

lato; esso può essere riferito ad un vero e proprio messaggio (ad esempio, un messaggio del tipo “risposta corretta/errata” alla fine di ogni item risolto) oppure come un punteggio, nel caso di test che prevedono la restituzione di una graduatoria finale. La presenza di un tale tipo di feedback può agire a livello motivazionale spingendo gli studenti a impegnarsi nella soluzione del test giacché sapranno il risultato immediatamente o alla fine dello svolgimento.

Come abbiamo osservato in altri lavori (Lemmo, Maffei, & Mariotti, 2014), una delle caratteristiche fondamentali che distinguono l’ambiente cartaceo da quello digitale è che nelle modalità digitali più sofisticate è possibile che l’ambiente permetta la proposta di feedback istantanei, ad esempio, permette allo studente di ripensare a risposte date e di correggere eventuali errori. Questa riflessione è cruciale nel nostro caso dato che tutte i compiti che nella sperimentazione verranno somministrati in ambiente digitale prevedono la restituzione di un certo tipo di feedback. In generale, la presenza o meno di feedback, in particolar modo di tipi diversi di feedback, può diventare un elemento decisivo che stabilisce una distanza significativa fra un test in carta e penna e un test computer-based<sup>31</sup>.

In tabella 2.6, presentiamo i due elementi relativi all’indicatore Soluzione del compito esplicitandoli attraverso le variabili che li caratterizzano.

Tabella 2.6: Elementi dell’indice *Soluzione del compito*

<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variabili</b>
<b>Soluzione del compito</b>	<b>1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito</b>	Il solutore attiva azioni e operazioni secondo una modalità di comunicazione che prevede diversi sistemi semiotici, ad esempio: <ul style="list-style-type: none"> <li>- verbale scritto;</li> <li>- verbale orale;</li> <li>- iconografico;</li> <li>- grafico;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>2. modalità di comunicazione e della risposta</b>	La modalità di comunicazione della risposta è supportata da diversi sistemi semiotici, ad esempio: <ul style="list-style-type: none"> <li>- verbale scritto;</li> <li>- verbale orale;</li> <li>- iconografico;</li> <li>- grafico;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>3. feedback</b>	Il compito prevede: <ul style="list-style-type: none"> <li>- un feedback interno;</li> <li>- un feedback esterno;</li> <li>- nessun feedback.</li> </ul>

<sup>31</sup> Nell’obiettivo di confrontare i comportamenti degli studenti nei due ambienti (cartaceo e digitale), la presenza di feedback esterno può creare problemi a livello di valutazione delle performance, in quanto pone il problema di quale sia la risposta da considerare per la valutazione. È possibile ipotizzare che la presenza di un dispositivo di tutoring possa indirizzare gli studenti, che altrimenti non ne avrebbero la possibilità, verso una determinata risposta al quesito. D’altro canto, qualora si tratti di feedback interpretabili, quindi più legati al primo tipo, tenuto conto che l’interazione feedback-solutore cambia a seconda delle competenze del solutore, si apre la possibilità di ottenere un’informazione più accurata delle performance utilizzando le informazioni riguardanti le interazioni con l’applet e mediate dal feedback.

## 2.2 Costruzione della griglia di comparazione dei compiti

In questa sezione, intendiamo descrivere il processo di costruzione dello strumento di analisi che ci permetterà di studiare nel dettaglio le variazioni che possono derivare dalla traduzione di un compito da un ambiente ad un altro con lo scopo di definire una misura di confrontabilità.

Diversi autori citati nella descrizione dello stato dell'arte (cap. 1, par. 1.1.6), fanno riferimento a *domande equivalenti*, lasciando al lettore la libera interpretazione del termine *equivalenza*. Come mostrato negli esempi del capitolo precedente (cap. 1, par. 1.1.4.2), è evidente che il punto decisivo è la definizione di *equivalenza*, e la determinazione di criteri per stabilire se due compiti sono equivalenti o meno. In riferimento alle osservazioni fatte fino ad ora, due compiti sono equivalenti quando il formato, il contenuto e la soluzione dei compiti non presentano alcuna, anche minima, differenza.

Il passaggio da carta a computer non è un processo neutrale. Ripensando alle analisi svolte nel capitolo precedente (cap. 1, par. 1.1.4.2), possono verificarsi eventuali variazioni sul contenuto e/o sul formato del compito oppure ancora sulle operazioni disponibili al solutore in relazione alla natura dell'ambiente in cui si migra. L'obiettivo della nostra analisi si sviluppa dunque rispetto alle tre componenti descritte nelle sezioni precedenti.

Per esempio, le dimensioni della pagina del foglio di carta potrebbero essere diverse da quelle dello schermo; a causa di ciò, il formato che si riferisce alle componenti set-up e informazioni potrebbe subire delle modifiche. Oppure, il testo relativo ad ognuna delle componenti potrebbe essere unito in un unico periodo attraverso l'uso di proposizioni subordinate e quindi rendere tali componenti difficilmente distinguibili o anche semplicemente ravvicinate graficamente. In altri casi, i testi riferiti alle informazioni e alla domanda, potrebbero essere ristretti ad una sola espressione attraverso l'uso del congiuntivo nella forma: "se...allora". Una possibile variazione di natura diversa potrebbe avvenire nel momento in cui alcune limitazioni dovute alle periferiche input/output del computer potrebbero non permettere all'utente certe azioni e causare anche delle variazioni nel contenuto delle informazioni o della domanda.

È chiaro che nel processo di migrazione da un ambiente ad un altro, non è possibile pensare alla eventualità di poter costruire compiti equivalenti rispetto alla definizione appena fornita di equivalenza. In questa prospettiva, il nostro obiettivo è quello di determinare se due compiti hanno un certo grado di confrontabilità. Tale determinazione può essere esplicitata identificando quanti e quali variabili della griglia di comparazione dei compiti hanno effettivamente subito qualche tipo di variazione.

Ovviamente, la verifica di queste differenze è un problema generale che potrebbe essere presentato anche in altri contesti indipendentemente da un processo di migrazione in un nuovo ambiente; ad esempio, Duval (1991) ha condotto diversi studi sulle variazioni del testo di un problema verbale di matematica in riferimento all'ambiente carta e penna. Il nostro problema però vuole riferirsi solo al contesto dell'approccio migratorio; per questo

motivo, concentriamo la nostra analisi solo sulle possibili variazioni che potrebbero essere vincolate dal passaggio ad un ambiente differente rispetto a quello in cui è stato costruito un compito.

### 2.2.1 La griglia di comparazione dei compiti

La griglia di comparazione dei compiti (tab. 2.7) è il nostro punto di riferimento per identificare tutte le possibili variazioni che possono intervenire nel processo di migrazione allo scopo di fornire un'informazione che ci permetta di definire a priori la confrontabilità dei compiti, in riferimento a quali e quanti indicatori sono variati. A partire da ciò, il nostro obiettivo è quello di esplicitare tali variazioni per metterle poi in relazione ai comportamenti degli allievi.

In questa prospettiva, la griglia è costruita rispetto ad ognuna delle tre dimensioni che abbiamo considerato:

- contenuto del compito;
- formato del compito;
- soluzione del compito.

Per quanto concerne il formato del compito, abbiamo osservato che uno degli elementi fondamentali è costituito dal testo. È chiaro che tale testo è presentato per comunicare il compito al solutore, ciò significa che esso è una rappresentazione esterna del contenuto del compito e dunque di ogni singola componente che abbiamo individuato in base alla definizione di Gerofsky. Tale definizione, però, è relativa solo al contenuto del compito e dunque prescinde da come ogni singola componente è rappresentata nel testo che le comunica. Nel sviluppare la griglia di comparazione dei compiti abbiamo pensato di sviluppare una sorta di proiezione delle tre componenti in modo da considerare per ognuna di esse da una parte gli aspetti legati al contenuto, dall'altra quelli relativi al testo ad esse riferito. Nella tabella di comparazione dei compiti, la dimensione del formato si riferirà solo agli indicatori legati alle scelte stilistiche e alla struttura del compito in generale; mentre il testo è declinato per ogni singola componente.

Tabella 2.7: La griglia di comparazione dei compiti

<b>Contenuto del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variabili</b>
<b>Set-up</b>	<b>1. Protagonista e personaggi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- I personaggi sono (o non sono) familiari al solutore;</li> <li>- i personaggi sono (o non sono) coerenti rispetto alla situazione presentata;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>2. Azioni e strumenti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le azioni dei personaggi sono (o non sono) credibili per il solutore in riferimento alla situazione presentata;</li> <li>- il solutore condivide (non condivide) le credenze e i desideri del protagonista;</li> </ul>

		- altro.
	<b>3. Scopo dei personaggi</b>	- Gli scopi dei personaggi sono (o non sono) credibili per il solutore; - gli scopi dei personaggi sono (o non sono) coerenti con la situazione presentata; - altro.
	<b>3. Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up</b>	- verbale; - grafico; - iconografico; - altro.
<b>Informazioni</b>	<b>1. numero di informazioni variate</b>	- È stata modificata una informazione; - sono state modificate 2 informazioni; - sono state modificate più di due informazioni; - sono state aggiunte delle informazioni; - sono state tolte delle informazioni.
	<b>1. Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni</b>	- verbale; - grafico; - iconografico; - altro.
<b>Domanda</b>	<b>1. Tipologia di domanda</b>	- Domande a risposta chiusa <ul style="list-style-type: none"> <li>• Domande a risposta multipla: lo studente deve scegliere la risposta corretta in un insieme predefinito di risposte;</li> <li>• Vero/Falso: in cui vengono presentate diverse proposizioni tra cui lo studente deve discriminare quelle vere da quelle false oppure deve indicare se è d'accordo o non è d'accordo oppure delle domande in cui può rispondere in termini di si/no;</li> <li>• altro.</li> </ul> - Domande a risposta aperta <ul style="list-style-type: none"> <li>• Domande a risposta univoca: in cui lo studente deve fornire una risposta breve oppure una risposta numerica;</li> <li>• domande in cui viene richiesto al solutore di descrivere un processo risolutivo attraverso l'esplicitazione di calcoli oppure di descrivere un prestabilito contenuto matematico o argomentare determinate scelte o opinioni;</li> </ul> - altro.
	<b>2. Tipologia di richiesta</b>	- La domanda chiede di determinare un valore numerico; - la domanda chiede di produrre un'argomentazione o più in generale un testo; - altro.
	<b>1. Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda</b>	- verbale; - grafico; - iconografico; - altro.

<b>Formato del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variabili</b>
<b>Layout del compito</b>	<b>1. Scelte stilistiche</b>	Il font e lo stile dei caratteri del testo possono presentare: <ul style="list-style-type: none"> <li>- parole sottolineate;</li> <li>- parole in grassetto;</li> <li>- dimensioni grandi o piccole;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>2. Struttura del compito</b>	Questo elemento si riferisce alle posizioni relative delle varie componenti del compito (set-up, informazioni, domanda); in particolare esse possono essere presentate: <ul style="list-style-type: none"> <li>- una di seguito all'altra;</li> <li>- affiancate;</li> <li>- separate da immagini, spazi, eccetera;</li> <li>- altro.</li> </ul>
<b>Soluzione del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variabili</b>
<b>Soluzione del compito</b>	<b>1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito</b>	Il solutore attiva azioni e operazioni secondo una modalità di comunicazione che prevedere diversi sistemi semiotici, ad esempio: <ul style="list-style-type: none"> <li>- verbale scritto;</li> <li>- verbale orale;</li> <li>- iconografico;</li> <li>- grafico;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>2. modalità di comunicazione della risposta</b>	La modalità di comunicazione della risposta è supportata da diversi registri semiotici, ad esempio: <ul style="list-style-type: none"> <li>- verbale scritto;</li> <li>- verbale orale;</li> <li>- iconografico;</li> <li>- grafico;</li> <li>- altro.</li> </ul>
	<b>3. feedback</b>	Il compito prevede: <ul style="list-style-type: none"> <li>- un feedback interno;</li> <li>- un feedback esterno;</li> <li>- nessun feedback.</li> </ul>

### 2.2.2 Esempio di utilizzo della griglia di comparazione dei compiti

Per chiarire meglio la funzione dello strumento di analisi descritto in precedenza, di seguito proponiamo un esempio di utilizzo della griglia di comparazione dei compiti nel caso di uno dei compiti descritti nel capitolo 1 (sez. 1.1.4.2).

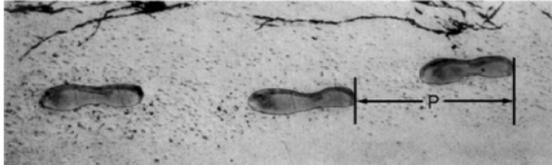
Riprendiamo in esame l'item/compito "walking" presentato nel Draft del quadro di riferimento di matematica dell'indagine OCSE-PISA (fig. 2.1)

PISA 2015
?

**Walking**  
Question 1/2

Refer to the information about measuring a person's walking pacelength. Type your answer to the question below.

If the formula applies to Heiko's walking and Heiko takes 70 steps per minute, what is Heiko's pacelength? Show your work.



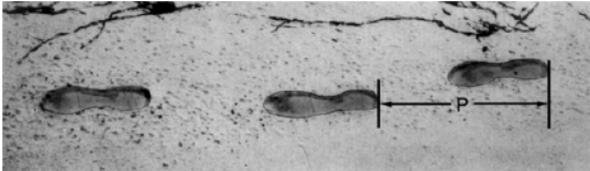
The picture shows the footprints of a man walking. The pacelength  $P$  is the distance between the rear of two consecutive footprints.

For men, the formula,  $\frac{n}{P} = 140$ , gives an approximate relationship between  $n$  and  $P$  where,

$n$  = number of steps per minute, and  
 $P$  = pacelength in metres.

---

**WALKING**



The picture shows the footprints of a man walking. The pacelength  $P$  is the distance between the rear of two consecutive footprints.

For men, the formula  $\frac{n}{P} = 140$  gives an approximate relationship between  $n$  and  $P$  where

$n$  = number of steps per minute, and  
 $P$  = pacelength in metres.

**Question 1:**  
 If the formula applies to Heiko's walking and Heiko takes 70 steps per minute, what is Heiko's pacelength? Show your work.

Figura 2.1: Versione cartacea e digitale dell'item "walking"

Come avevamo già osservato, nel passaggio dall'ambiente cartaceo all'ambiente computerizzato, non ci sono modifiche nella componente di set-up; in particolare non si rivelano differenze né nel contenuto né nel formato di questa componente. Per quanto concerne il contenuto del set-up, il personaggio principale è in entrambi i casi Heiko e il suo scopo è quello di scoprire la lunghezza del suo passo a partire dal numero di passi al

minuto; allo stesso modo, non sono state apportate alcune modifiche al testo, in particolare in entrambi i casi la componente set-up è rappresentata attraverso il linguaggio verbale scritto e non si registrano differenze nella dimensione linguistica di tale testo. In questo particolare compito, il testo relativo alla componente informazioni non è chiaramente identificabile rispetto alle altre componenti in nessuno dei due ambienti. Esso infatti si presenta mescolato al testo della componente set-up e della domanda; infatti, una parte dei dati è rappresentata attraverso il linguaggio verbale, simbolico e grafico nel set-up e un'altra attraverso un linguaggio verbale e simbolico all'interno della domanda mediante una subordinata. In particolare, all'interno del testo che rappresenta il set-up possiamo osservare che viene mostrata la formula algebrica che indica la relazione tra il numero di passi al minuto e la lunghezza del passo e un'immagine che mostra una schematizzazione che chiarisce cosa si intende per lunghezza del passo. Nella domanda, invece, si può vedere la quantità relativa al numero di passi al minuto. Tra la versione cartacea e quella informatizzata non si riscontrano alcune differenze in relazione al formato di tale componente ma si può osservare una lieve modifica in riferimento al contenuto; infatti, nella versione digitale è stato aggiunto un testo scritto in linguaggio verbale in cui si presentano al solutore delle indicazioni sulla lettura del testo del compito e sulla modalità di risposta alla domanda. Questo aspetto arricchisce la componente informazioni e accresce la lunghezza del testo del compito riferito a tale componente.

In entrambi i casi la domanda viene presentata nella tipologia risposta aperta attraverso lo stesso testo scritto in forma verbale. In questo senso non ci sono modifiche sulla componente né in riferimento al formato né al contenuto.

Per quanto concerne la soluzione del compito, nella modalità cartacea il risolutore ha una diversa libertà espressiva rispetto al caso della casella di testo: in carta e penna il solutore ha la possibilità di produrre schizzi, impostare ed eseguire calcoli e scrivere testi sia in linguaggio naturale che simbolico; tutte azioni non permesse in una semplice casella di testo in cui è possibile solo inserire dei caratteri presenti sulla tastiera o comunque consentiti dal mezzo di scrittura a disposizione, e secondo una organizzazione predefinita dal software utilizzato. È chiaro che tali differenze hanno un impatto sia nelle possibilità dell'utente relative all'implementazione di azioni e operazioni, sia per quanto concerne la modalità in cui fornire la risposta.

Inequivocabilmente, si notano delle differenze sostanziali nel layout del compito nei due ambienti. Nell'ambiente cartaceo, le componenti si susseguono in verticale secondo l'ordine: immagine esplicativa, set-up e informazioni, domanda. Nel formato digitale, invece, lo spazio del compito può essere considerato diviso in due colonne: in quella destra è proposta la domanda con alcune informazioni mentre nella sinistra si susseguono: l'immagine, il set-up e le restanti informazioni. Nell'ambiente digitale, la modifica nella struttura dell'item sembra complicare la lettura del compito: si passa infatti da una lettura lineare dell'ambiente cartaceo ad una lettura che prevede di passare a due colonne distinte nell'ambiente informatizzato. In questo secondo caso, il lettore deve coordinare l'interpretazione di differenti parti in cui il testo verbale è diviso.

Lo studio comparativo dei compiti mostra sostanziali cambiamenti in particolari indicatori; tale analisi può essere sintetizzata attraverso la tabella presentata di seguito (tab. 2.8).

Tabella 2.8: griglia di comparazione dei compiti dall'ambiente cartaceo all'ambiente digitale.

La terza colonna riporta le variazioni rilevate.

<b>Contenuto del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
<b>Set-up</b>	<b>1. Protagonista e personaggi</b>	NO
	<b>2. Azioni e strumenti</b>	NO
	<b>3. Scopo dei personaggi</b>	NO
	<b>Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up</b>	NO
<b>Informazioni</b>	<b>1. numero di informazioni variate</b>	Nel compito in ambiente digitale è stata aggiunta un'informazione relativa alla modalità di risposta. Tale informazione non compare in quello nell'ambiente cartaceo.
	<b>Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni</b>	Nell'ambiente digitale è stato aggiunto un paragrafo esplicativo relativo alle informazioni e dunque è stata aumentata la lunghezza del testo.
<b>Domanda</b>	<b>1. Tipologia di domanda</b>	NO
	<b>2. Tipologia di richiesta</b>	NO
	<b>Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda</b>	NO
<b>Formato del compito</b>		

<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
<b>Layout del compito</b>	<b>1. Scelte stilistiche</b>	NO
	<b>2. Struttura del compito</b>	Le componenti del compito sono presentate con un'organizzazione spaziale differente.
<b>Soluzione del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
<b>Soluzione del compito</b>	<b>1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito</b>	Le azioni e operazioni attivabili dal solutore sono diverse nei due ambienti.
	<b>2. modalità di comunicazione della risposta</b>	Le modalità di comunicazione della risposta sono diverse nei due ambienti.
	<b>3. feedback</b>	NO

Riassumendo, la tabella ci permette di comparare i due compiti rispetto alla presenza e al numero di variazioni. In questo caso, i due compiti differiscono rispetto:

- al formato, in particolare al layout;
- al contenuto, in particolare alle informazioni;
- alla soluzione del compito in particolare sia nelle azioni e operazioni attivabili dal solutore sia nella modalità di comunicazione della risposta.

Abbiamo mostrato come la griglia può funzionare come strumento di comparazione dei compiti. In questo modo è utilizzata, come vedremo più avanti, nella nostra sperimentazione.

Passiamo adesso a descrivere la costruzione dello strumento che utilizzeremo per l'analisi dei comportamenti degli studenti per la risoluzione dei compiti proposti.

## 2.3 L'analisi dei protocolli: lo strumento di codifica dei comportamenti

Come più volte ripetuto, lo studio sulla confrontabilità dei compiti proposti in diversi ambienti non può restringersi all'analisi sull'omogeneità delle risposte. Il nostro obiettivo è quello di raffinare la ricerca prendendo in considerazione i processi cognitivi e metacognitivi coinvolti in fase di risoluzione, mettendo in relazione, per quanto possibile, tali processi con le variabili che abbiamo individuato per il confronto tra i compiti.

La scelta di definire il compito come attività richiede di considerare il compito come un insieme di azioni e operazioni che si susseguono in modo gerarchico. Definire una confrontabilità tra compiti richiede dunque da una parte di osservare le modalità in cui il compito è comunicato e dall'altra come l'attività si compone del susseguirsi di azioni e conseguenti operazioni. A tale scopo abbiamo cercato di costruire uno strumento che ci permettesse di descrivere i comportamenti degli studenti in modo da far emergere aspetti salienti del processo risolutivo che potessero essere messi in relazione con le variazioni identificate con lo griglia di comparazione dei compiti descritta nella sezione precedente.

Tale strumento, che chiameremo *strumento di codifica dei comportamenti* è stato costruito allo scopo di descrivere le differenze di comportamento degli studenti coinvolti nella risoluzione di un compito, indipendentemente dall'ambiente di somministrazione. Il costruito di riferimento è il modello presentato da Alan H. Schoenfeld relativo allo studio del processo di problem solving nel libro *Mathematical problem solving* (1985).

### 2.3.1 Mathematical problem solving

Nell'introduzione del libro *Mathematical problem solving* (Schoenfeld A. H., 1985); l'autore espone e descrive le finalità e gli obiettivi della sua ricerca:

[...] *To sum things up in a phrase, the goal of the research that has generated this book is to make sense of people's mathematical behaviour – to explain what goes on in their heads as they engage in mathematical tasks of some complexity* (Schoenfeld, 1985, p.5)

Parafrasando in lingua italiana: lo scopo del suo studio è dare un senso al *comportamento matematico* (mathematical behaviour) dei soggetti intenti a risolvere dei *compiti di matematica di una certa complessità* (mathematical tasks of some complexity). Per poter comprendere appieno questa asserzione è necessario aggiungere qualche chiarimento.

La scelta di riferirsi a *comportamenti matematici* piuttosto che ad approcci, strategie, euristiche è dovuta al fatto che lo strumento di analisi che li descrive non ha lo scopo di determinare e delineare le strategie messe in campo o le scelte euristiche del solutore ma di osservare in modo il più possibile oggettivo, quindi descrivere il più accuratamente possibile, cosa accade durante un processo risolutivo. Il termine *comportamento* sembra dunque calzare rispetto agli intenti dello strumento di analisi: nel vocabolario della lingua italiana, il termine viene infatti declinato come:

*il complesso degli atteggiamenti che il soggetto (animale o uomo) assume in reazione a determinati stimoli ambientali o a presunti bisogni interni, oppure l'attività globale di un soggetto considerata nelle sue manifestazioni oggettive (Treccani, 2003, voce comportamento).*

Lo scopo principale dell'autore è quindi focalizzarsi sugli atteggiamenti, le scelte e quindi in generale sui comportamenti del solutore nel momento in cui si interfaccia con un compito di matematica. Nella nostra prospettiva, in accordo con la definizione di compito che abbiamo scelto, lo studio dei comportamenti si riferisce dunque alla descrizione accurata delle azioni e delle operazioni che il solutore attiva nello svolgimento dell'attività compito.

Nelle prime pagine del libro Schoenfeld sceglie di non riferirsi esplicitamente al termine *problema* ma piuttosto utilizza un termine più generale: *mathematical task*.

Alla luce di ciò, è importante chiarire cosa l'autore intenda con il termine *problema* e per quale motivo nel descrivere l'obiettivo della sua ricerca non usi tale termine ma parli piuttosto di *compito di una certa complessità*.

Schoenfeld non fornisce mai una esplicita definizione di problema; ma fa riferimento a cosa sia un problema in relazione ai processi risolutivi implementati dai solutori, come si legge nell'introduzione:

*The problem solver doesn't have easy access to a procedure for solving the problem (a state of affairs that would make the task an exercise rather than a problem) but does have an adequate background with which to make progress on it. (Schoenfeld, 1985, p.11).*

In altri termini, per Schoenfeld un problema è un compito in cui non è immediata la scelta delle procedure per trovare la soluzione; per questo motivo, probabilmente, sceglie di aggiungere *di una certa complessità*. In questa prospettiva, l'idea di problema proposta dall'autore può essere messa in relazione con la definizione che abbiamo fornito di compito; in particolare, si tratta di compiti in cui il solutore ha tutte le conoscenze per affrontare la situazione proposta ma è necessaria una loro rielaborazione per trovare la procedura che permetta di raggiungere la soluzione.

Più volte nell'introduzione, Schoenfeld insiste su quali siano gli scopi della sua ricerca:

*We observe the solution process as it take place. [...] the goal is to explain, as accurately as possible, what takes place during the solution attempt (Schoenfeld, 1985, p. 11)*

Queste sue parole indicano chiaramente che il suo obiettivo principale è quello di *osservare* (observe) il processo risolutivo attivato per la soluzione di un problema nel momento in cui esso ha luogo. D'altro canto, però, egli desidera anche *spiegare, chiarire* (explain) il più accuratamente possibile i fatti che osserva. Riassumendo: da una parte, il suo interesse è orientato alla costruzione di uno strumento di codifica dei comportamenti che un solutore adotta alle prese con un problema; dall'altra, desidera descrivere tali comportamenti attraverso un'analisi interpretativa più fine. A tale scopo, è importante per

Schoenfeld costruire un quadro di riferimento che gli permetta di vedere quali aspetti possono influenzare le scelte del solutore per poi interpretarne in modo analitico le motivazioni.

La peculiarità dello strumento di analisi introdotto dall'autore lo rende utile agli scopi della nostra ricerca. Come più volte sottolineato nel capitolo precedente, il nostro intento è quello di confrontare gli effetti sui compiti (intesi come attività) rispetto alla loro somministrazione in ambienti differenti. A questo fine, non ci basta confrontare i risultati e nemmeno le strategie messe in campo dagli studenti in modo generale. Per tale confronto è importante analizzare tutto ciò che accade durante il processo risolutivo dalla lettura del testo, fino alla scrittura della risposta. In questo senso, il quadro di Schoenfeld offre una base di partenza efficace per la costruzione di uno strumento che permetta di codificare ogni passaggio di tale processo e osservare nel dettaglio le scelte, le motivazioni e gli approcci.

### ***2.3.1.1 Le categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld***

Schoenfeld, prima di entrare nel dettaglio dello strumento di osservazione dei comportamenti, dedica un intero capitolo alla descrizione del processo risolutivo in termini di *categorie* (categories) relative alle conoscenze e ai comportamenti di un possibile solutore.

*My purpose here is to sketch out the dimension of an exploratory framework [...] I argue that the four categories of knowledge and behaviour introduced here must be dealt with, if one wishes to "explain" human problem-solving behaviour (Schoenfeld, 1985, p.12).*

Tale categorizzazione permette un'analisi a priori del processo attraverso elementi che possono essere studiati separatamente. Anche se ogni categoria si intreccia e interagisce con le altre, la suddivisione si rivela funzionale per un'analisi fine e specifica.

Le categorie a cui si riferisce l'autore sono: *risorse* (resources), *euristiche* (heuristics), *controllo* (control) e *sistemi di convinzioni* (belief systems). In Tabella 2.9, esse vengono descritte e commentate attraverso le parole dell'autore; nei paragrafi successivi ne proponiamo una descrizione più dettagliata.

Tabella 2.9: Descrizione delle 5 categorie del processo di problem solving  
(Schoenfeld, 1985, p. 15)

<b><i>Knowledge and Behaviour Necessary for an Adequate Characterization of Mathematical Problem-Solving Performance</i></b>	
<b><i>Resources</i></b>	<p><i>Mathematical knowledge possessed by the individual that can be brought to bear on the problem at hand</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Intuition and informal knowledge regarding the domain</i></li> <li>- <i>Facts</i></li> <li>- <i>Algorithmic procedures</i></li> <li>- <i>“Routine” non algorithmic procedures</i></li> <li>- <i>Understandings (propositional knowledge) about the agreed-upon rules for working in the domain</i></li> </ul>
<b><i>Heuristics</i></b>	<p><i>Strategies and techniques for making progress on unfamiliar or non standard problems; rules of thumb for effective problem solving, including</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Drawing figures; introducing suitable notation</i></li> <li>- <i>Exploring related problems</i></li> <li>- <i>Reformulating problems; working backwards</i></li> <li>- <i>Testing and verification procedures</i></li> </ul>
<b><i>Control</i></b>	<p><i>Global decision regarding the selection and implementation of resources and strategies</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Planning</i></li> <li>- <i>Monitoring and assessment</i></li> <li>- <i>Decision-making</i></li> <li>- <i>Conscious metacognitive acts</i></li> </ul>
<b><i>Belief Systems</i></b>	<p><i>One’s “mathematical world view”, the set of (not necessary conscious) determination of an individual’s behaviour</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>About self</i></li> <li>- <i>About the environment</i></li> <li>- <i>About the topic</i></li> <li>- <i>About mathematics</i></li> </ul>

Qualunque processo di problem solving in matematica ovviamente richiede la conoscenza di determinati fatti disciplinari; per questo motivo, al principio dello studio

sull'evoluzione di un tentativo di risoluzione di un problema, è necessario conoscere i primi "strumenti" che il solutore utilizza in termini di conoscenze matematiche. Essi sono costituiti dall'insieme dei fatti, dalle procedure e delle abilità; questo insieme viene definito con il nome di *risorse*. Le risorse hanno dunque un aspetto concettuale e pragmatico; all'interno delle risorse troviamo conoscenze istituzionali, informali e intuitive riguardanti il dominio del problema; allo stesso modo esse comprendono procedure algoritmiche e di routine, ovvero insiemi di regole che permettono di lavorare nel dominio del problema.

In aggiunta alle risorse sono indispensabili conoscenze e comportamenti più generali: le *euristiche*. Schoenfeld definisce euristiche quell'insieme di regole generali per un problem solving che lui definisce "efficace". Si tratta quindi di suggerimenti che aiutano un individuo a comprendere meglio un problema o raggiungere progressi verso la soluzione. Tale strategie includono l'esplorazione, l'introduzione di elementi ausiliari, il riconoscimento di analogie, eccetera.

La terza categoria, denominata *controllo*, comprende una serie di comportamenti che il solutore adotta allo scopo di: scegliere quali tra le informazioni a disposizione utilizzare; pianificare il processo risolutivo, in particolare individuare obiettivi o sotto-obiettivi; monitorare e valutare le soluzioni o le informazioni trovate nella loro evoluzione in funzione degli obiettivi.

Queste prime tre categorie caratterizzano la risoluzione di problemi: le risorse descrivono i fatti matematici e le procedure potenzialmente accessibili al solutore, le euristiche danno significato all'utilizzo di tali risorse, infine, le decisioni di controllo determinano l'efficacia con cui i fatti, le tecniche e le strategie sono implementate.

Ma questo non basta perché tali categorie, prevalentemente cognitive, non permettono di considerare aspetti metacognitivi, in particolare il *sistema di convinzioni*. Tale sistema, invece, è determinante e si riferisce alle concezioni che il solutore ha su di sé, sulla matematica, sul compito.

Le quattro categorie descritte saranno utilizzate anche da noi nell'analisi a priori dei singoli compiti., nel prossimo capitolo, per delineare possibili profili per descrivere le azioni e operazioni che potrebbero essere messe in campo dagli studenti durante la sperimentazione.

### **2.3.2 La codifica dei comportamenti in Schoenfeld**

Una volta definite le categorie del processo del problem solving, Schoenfeld propone un metodo per esaminare e analizzare i comportamenti di un solutore durante tale processo. Il metodo si fonda prevalentemente sull'osservazione qualitativa del soggetto, talvolta coppie di soggetti, nell'atto di risoluzione di un problema.

L'analisi qualitativa dei protocolli presentata da Schoenfeld si basa su quello che lui definisce *schema di codifica dei protocolli*. In altre parole, consiste in un sistema di codici corrispondente a categorie, che l'autore chiama *episodi*, che classificano i comportamenti del solutore in base a specifiche caratteristiche. Il quadro proposto da Schoenfeld non è

nuovo; esso trae ispirazioni dai precedenti lavori di Kilpatrick (1978) e successivamente di Lucas (1972) e Kulm et al. (1981).

Il processo di problem solving è dunque descritto dal passaggio, più o meno consapevole, da un episodio all'altro; tale passaggio può avvenire in diverse ragioni. Ad esempio, si potrebbe avere il passaggio da un episodio all'altro quando accade qualcosa (ad esempio emerge una nuova informazione) che induce il solutore a modificare il proprio obiettivo. Un altro momento che può definire il cambiamento di un episodio è quando il solutore si accorge che l'approccio scelto porta ad un errore o ad una strada senza uscita.

Andando nel dettaglio, descriviamo di seguito i singoli episodi nell'ordine in cui Schoenfeld li definisce nella sua trattazione. Come più volte ripete l'autore, non esiste un susseguirsi naturale in di tale episodi nel processo risolutivo e per questo non si deve pensare che gli episodi siano presentati rispetto ad un ordine temporale o gerarchico.

Il primo episodio presentato è denominato *Lettura*. L'episodio comincia quando il soggetto inizia a leggere il testo del problema. Nella definizione di Schoenfeld, tale episodio include il tempo passato a comprendere le condizioni del problema e continua con un possibile silenzio che potrebbe succedere alla lettura. Secondo l'autore, tale silenzio potrebbe indicare la volontà da parte del risolutore di comprendere il testo del compito e ciò che esso comunica.

Secondo Schoenfeld la fase ideale successiva nella risoluzione del problema è l'*Analisi*. Nell'episodio di Analisi si compie uno sforzo per comprendere pienamente il problema: si selezionano prospettive appropriate per la risoluzione e si riformula il problema in questi termini. Il solutore potrebbe introdurre considerazioni relative ai principi e meccanismi che potrebbero essere appropriati per raggiungere la soluzione del compito; in questo senso, il problema potrebbe essere riformulato o semplificato. Spesso l'Analisi permette di passare direttamente allo sviluppo di un piano strategico per procedere verso la soluzione. È importante sottolineare che l'episodio di *Analisi* potrebbe essere completamente bypassato nel caso in cui il solutore conoscesse le prospettive rilevanti e l'approccio da adottare (ad esempio, questo accade nel caso degli esercizi).

Secondo l'autore, l'episodio di Analisi è *strutturato*; con questo termine egli vuole indicare il fatto che questo episodio è strettamente legato alle condizioni e agli obiettivi del problema. Ad esempio, nell'episodio di Analisi il solutore potrebbe ricondursi a compiti già affrontati che egli riconosce analoghi a quello che sta per affrontare. L'episodio di *Esplorazione* invece è molto meno strutturato; in questo episodio può capitare che il solutore si allontani dal problema originale. Si tratta di un ampio *tour* all'interno delle informazioni presentate nel compito senza un esplicito riferimento a quelli che sono gli obiettivi del compito; in altri termini, l'Esplorazione è una ricerca di informazioni rilevanti a partire da quelle già fornite dal compito. Nella fase di Esplorazione, l'individuo potrebbe individuare o sviluppare un'ampia varietà di euristiche. Si tratta, quindi, di un episodio in cui il solutore agisce in modo poco orientato verso l'obiettivo del compito, piuttosto lavora e opera in uno spazio costituito dalle informazioni e dalle modalità permesse dall'ambiente del compito. È naturale aspettarsi che in tale episodio il solutore attivi azioni di valutazione;

in un certo senso, secondo Schoenfeld tali azioni sono fondamentali per il superamento di questo episodio e il passaggio verso l'implementazione di un piano di azione verso la soluzione.

In relazione all'episodio *Nuove informazioni e Valutazione*, Schoenfeld fa riferimento a due aspetti cruciali del processo di risoluzione di un problema: la comparsa di informazioni nuove e l'attivazione di azioni di valutazione. In particolare, da una parte, l'episodio si riferisce al momento in cui il solutore ottiene una nuova informazione oppure si accorge di aver trascurato qualche dato iniziale; mentre dall'altra esso è relativo all'insieme delle pratiche che permettono di monitorare le scelte e le procedure messe in campo dal solutore. Per quanto riguarda la Valutazione, Schoenfeld considera parte di questo episodio anche il momento in cui il solutore sceglie di adottare un nuovo approccio o una nuova strategia. Ciò significa che l'autore presenta una definizione di tale episodio in modo molto generale e non del tutto chiaro (che riprenderemo di seguito nella ridefinizione); infatti, se da una parte l'episodio comprende anche momenti di valutazione sullo stato corrente del processo risolutivo ad un livello microscopico; dall'altra esso può comprendere anche il semplice controllo della correttezza del risultato di una singola operazione.

L'episodio di *Pianificazione e Implementazione* è caratterizzato dagli aspetti legati alle scelte più strategiche ed euristiche in senso macroscopico. In questa prospettiva, tale episodio ha come obiettivo la determinazione del risultato utile a fornire una risposta alla domanda del compito. In particolare, in questo episodio il solutore definisce un piano d'azione da seguire e lo implementa cioè lo mette in pratica. Schoenfeld incoraggia a prestare molta attenzione a questo episodio poiché non sempre l'avvio di un piano risolutivo è dichiarato dal solutore (pianificazione) ma viene esplicitato solo attraverso l'attivazione di una serie di procedure strutturate e organizzate per il raggiungimento della soluzione (implementazione).

Infine, nel descrivere la *Verifica*, Schoenfeld spende poche parole affermando che il suo stesso nome ne richiama la descrizione. Si potrebbe aggiungere che si tratta dell'ultima fase del processo di risoluzione del problema, quella in cui il solutore controlla la coerenza della soluzione trovata e del processo risolutivo che ha permesso di arrivare a questa.

Per concludere, le *Transizioni*, per quanto apparentemente trascurabili, sono episodi cruciali per l'analisi del processo risolutivo in generale; una transizione è ciò che permette il collegamento tra gli altri episodi. Nella maggior parte dei casi si tratta di un episodio nel quale la scelta di un nuovo approccio (nel caso il precedente non fosse efficace) o il ritrovamento di nuove informazioni determinano il passaggio da un nuovo episodio.

### **2.3.3 Rielaborazione dello strumento di codifica**

Lo schema di osservazione del processo di risoluzione di problemi sembra essere coerente con il nostro obiettivo: osservare e confrontare i processi risolutivi a livello inizialmente macroscopico. La definizione degli episodi proposta da Schoenfeld fa esplicitamente riferimento ad azioni guidate da determinati scopi; questa prospettiva rende tale schema utile ai nostri obiettivi di ricerca, ma necessita di alcuni chiarimenti per rendere univoca la determinazione dei singoli episodi in fase di osservazione. In questa sezione

definiamo lo strumento di codifica dei comportamenti a partire dalla rielaborazione dello schema di osservazione appena presentato. In riferimento al compito come attività, possiamo interpretare ogni episodio come un insieme di azioni attivate dal solutore accomunate tra loro da uno scopo comune legato al motivo motore dell'attività. Cerchiamo di chiarire attraverso un esempio: consideriamo l'episodio *Lettura*. Quando il solutore si trova davanti il testo di un compito, il suo scopo primario è quello di comprendere che cosa gli viene chiesto e quindi individuare le informazioni che sono presentate in modo più o meno implicito. In questa prospettiva, presentiamo una definizione dello strumento di codifica dei comportamenti a partire dalla definizione degli episodi data da Schoenfeld.

Nella Tabella 2.10 vengono descritti i diversi episodi la cui definizione/caratterizzazione è stata adeguata agli obiettivi della nostra ricerca e alla definizione di compito che abbiamo scelto. Ogni singolo episodio può dunque essere messo in relazione con le azioni che caratterizzano la singola attività; in altre parole, ogni episodio è contraddistinto da azioni che sono accomunate da uno stesso scopo comune coerente con il motivo della attività di risoluzione del compito. A loro volta, le azioni (episodi) sono costituite da una serie di operazioni (Indicatori) specifiche che ci permetteranno di rendere più chiara non solo la definizione degli episodi e che diventeranno poi indicatori da utilizzare per la caratterizzazione dei comportamenti degli studenti. Alla semplice descrizione, ci è sembrato dunque utile aggiungere un elenco di operazioni che arricchiscano la definizione per avere uno specifico strumento di analisi per il loro riconoscimento durante l'osservazione del processo risolutivo.

In questo capitolo, le operazioni/indicatori che offriamo presentano un livello di generalità che permette definire uno strumento che può essere adattato ad un qualsiasi compito di matematica. A seguito di una prima sperimentazione (cap. 5) presenteremo uno strumento di codifica dei comportamenti più specifico, relativo ai compiti che sono stati somministrati nella sperimentazione.

Tabella 2.10: definizione dello strumento di codifica dei comportamenti rispetto agli episodi/azioni

<b>Episodi/Azioni</b>	<b>Descrizione</b>	<b>Operazioni/Indicatori</b>
<b>LETTURA</b>	<p>Come nella definizione originale, l'episodio di <i>Lettura</i> comincia quando il soggetto inizia a leggere il testo del problema ad alta voce o in silenzio. Esso non si esaurisce nel processo di lettura ma include anche i silenzi che lo intercalano e lo seguono; essi infatti rappresentano momenti in cui il solutore rielabora le idee e i contenuti proposti nel testo del compito. L'episodio di <i>Lettura</i> è dunque caratterizzato da azioni che seguono lo scopo comune di comprendere il compito ed ogni sua componente a partire dalla sua comunicazione attraverso diversi sistemi di segni.</p> <p>In questa prospettiva, sono compresi nell'episodio <i>Lettura</i>, le azioni e</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Leggere il testo del compito ad alta voce;</li> <li>– Guardare in silenzio il testo del compito;</li> <li>– Seguire con il dito, il mouse, la penna, ... le righe del testo del compito in silenzio o ripetendole ad alta voce;</li> <li>– Verbalizzare o ripetere alcune parti;</li> <li>– Parafrasare alcune parti del testo del compito;</li> <li>– Stare in silenzio osservando il testo del compito;</li> <li>– Esplicitare le informazioni presentate nel testo del</li> </ul>

Episodi/Azioni	Descrizione	Operazioni/Indicatori
	<p>operazioni legate alla verbalizzazione di alcune parti del testo scritto, di esplicitazione dei dati presentati o di rielaborazioni personali di alcune frasi o del testo completo che vengono espresse attraverso una riformulazione verbale parafrasata.</p> <p>In sintesi, l'episodio di Lettura viene definito come quell'insieme di azioni in cui il lettore interpreta quello che è presentato nel testo del compito.</p>	<p>compito.</p>
<b>ANALISI</b>	<p>L'Analisi si riferisce alle azioni compiute secondo lo scopo di riformulare il testo del compito in modo da definire delle prospettive appropriate per comprenderlo pienamente e per raggiungere la soluzione attraverso azioni e operazioni note. Si tratta dell'episodio in cui il solutore cerca di delineare le prospettive e i meccanismi che strutturano le informazioni del compito e che permettono di raggiungere la soluzione. In questo senso, vengono considerate Analisi anche le azioni legate alla presentazione di esempi di altri compiti svolti oppure la proposta di operazioni possibili o procedure ammissibili in riferimento alle varie componenti del compito.</p> <p>In alcuni casi l'Analisi potrebbe essere l'episodio che permette di passare direttamente all'implementazione di un piano strategico; in altri casi, potrebbe essere aggirata per procedere con uno studio esplorativo del compito.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elencare le conoscenze o le procedure legate alle informazioni presentate dal compito;</li> <li>- Esaminare le operazioni ammissibili in riferimento alle informazioni del compito;</li> <li>- Attivare procedure tipiche della pratica scolastica relative alle informazioni presentate;</li> <li>- Descrivere situazioni che il solutore riconosce come analoghe al compito;</li> <li>- Osservare alcuni aspetti delle informazioni che richiamano conoscenze o procedure note.</li> </ul>

Episodi/Azioni	Descrizione	Operazioni/Indicatori
<b>ESPLORAZIONE</b>	<p>L'episodio di Esplorazione si riferisce all'insieme di azioni in cui il solutore cerca le relazioni che intercorrono tra le informazioni presentate nel compito. Lo scopo principale di tale episodio è quello di scoprire nuove informazioni che possono permettere al solutore di individuare un piano di soluzione del compito. Tali azioni non devono essere confuse con quelle attivate nell'episodio di Analisi poiché mentre l'Analisi è molto più organizzata, l'Esplorazione è più libera e meno legata alla motivazione motore dell'attività.</p> <p>Le operazioni che il solutore utilizza in questo episodio sono collegate a conoscenze e procedure che il solutore potrebbero riconoscere come collegate al dominio in cui è presentato il compito ma non sono guidate da un'esplicita analogia che il solutore identifica fra il compito in cui è coinvolto e altri noti di cui conosce il processo risolutivo.</p> <p>In alcuni casi, l'Esplorazione potrebbe cominciare a presentare azioni sempre più orientate verso la definizione di un piano strategico. In altri casi, invece, l'Esplorazione rimane incerta, indefinita e si costituisce di una successione di euristiche non sempre legate alle motivazioni del compito.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Operare con le informazioni senza espliciti scopi collegati alla motivazione motore dell'attività;</li> <li>– Esplorare gli strumenti messi a disposizione dal compito e più in generale dall'ambiente in cui il compito è presentato (ad esempio, in carta e penna utilizzare gli strumenti messi a disposizione: riga, compasso, ... oppure in ambiente informatizzato utilizzare i dispositivi digitali disponibili).</li> </ul>

Episodi/Azioni	Descrizione	Operazioni/Indicatori
<b>PIANIFICAZIONE E IMPLEMENTAZIONE</b>	<p>Il confine tra la progettazione di un piano per la risoluzione e la sua implementazione è molto labile (molto spesso la progettazione non viene chiaramente esplicitata dal solutore); per questo motivo, esattamente come l'autore, scegliamo di lasciare <i>Pianificazione</i> e <i>Implementazione</i> come un unico episodio.</p> <p>In questo episodio, il solutore elabora e attua una serie di procedure che a suo avviso possono permettergli di giungere alla soluzione e dunque raggiungere la motivazione dell'attività. Tali procedure possono essere attivate in modo più o meno strutturato e più o meno consapevole.</p> <p>In questo episodio può accadere anche che il solutore espliciti o descriva le procedure che sta attivando ad un altro solutore al fine di condividere la pianificazione o strutturare insieme un progetto di risoluzione.</p> <p>Anche in questo caso, è facile confondere questo tipo di episodio con quello di <i>Esplorazione</i> soprattutto quando il solutore non esplicita chiaramente il piano oppure se questo non segue una configurazione precisa e ordinata.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Esplicitare la strategia o le procedure da adottare per determinare la soluzione;</li> <li>- Implementare la strategia o le procedure da adottare per determinare la soluzione;</li> <li>- Ripercorrere la strategia o un insieme di procedure già adottate dal solutore o condivise con altri per determinare la soluzione.</li> </ul>
<b>SOLUZIONE</b>	<p>Si tratta dell'episodio che Schoenfeld denomina <i>Verifica</i>. La scelta di cambiare la denominazione è dovuta alla volontà di non confondere questo episodio con quello di <i>Valutazione</i> che è stato suddiviso in due nuovi episodi. In questo caso, l'episodio fa riferimento al momento in cui viene esplicitata la soluzione da parte del solutore.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Riconoscere di aver raggiunto la soluzione e fornire la risposta, ovvero riconoscere di aver conseguito il motivo della attività di risoluzione;</li> <li>- Esplicitare la soluzione, che può essere un risultato ma anche la sua giustificazione, se questa è richiesta.</li> </ul>

Episodi/Azioni	Descrizione	Operazioni/Indicatori
<b>VALUTAZIONE GLOBALE</b>	<p>Nell'episodio di <i>Valutazione globale</i> il solutore valuta la coerenza e l'utilità delle conoscenze che possiede nel campo del compito e la legittimità delle procedure che sta mettendo in campo rispetto al raggiungimento dell'obiettivo richiesto. Nella <i>Valutazione globale</i> è compresa l'analisi della coerenza della soluzione trovata rispetto alle condizioni iniziali del compito (informazioni) e alle procedure messe in campo per ottenerla.</p> <p>Si tratta dunque di un momento di riflessione sull'intero percorso e non sulla singola procedura effettuata o osservazione emersa.</p> <p>La <i>Valutazione globale</i> comprende anche momenti in cui il solutore esprime le proprie impressioni riguardo alla facilità o difficoltà nel raggiungere l'obiettivo, il suo senso di autoefficacia e di regolazione.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Verificare che una successione di procedure sia applicabile in base alle informazioni presentate dal compito;</li> <li>- Verificare che la soluzione sia coerente rispetto alle tre componenti del compito (informazioni, set-up e domande)</li> <li>- Esprimere giudizi riguardanti le pratiche di controllo del processo di risoluzione;</li> <li>- Esprimere convinzioni o sensazioni relative al compito.</li> </ul>

L'episodio di Valutazione globale non riassume tutto l'insieme di azioni legate alla valutazione che il solutore può attivare nel corso del processo risolutivo. Esso è riferito alle azioni di verifica relative al compito nelle sua globalità e non alle singole azioni e operazioni attivate. Ciononostante, la valutazione può riferirsi a singole azioni o operazioni senza seguire una prospettiva generale. Tale valutazione può essere esplicita o implicita; in questo caso parliamo di *Valutazione Locale*. La Valutazione Locale presenta particolare interesse in riferimento al suo possibile effetto sul processo risolutivo. Infatti, sono osservabili fenomeni di interruzione del processo risolutivo non riconducibili alla categorizzazione in termini di episodi ma apparentemente legati a processi più o meno espliciti di valutazione sull'adeguatezza delle operazioni in riferimento ai loro obiettivi e alla coerenza di tali obiettivi con lo scopo dell'azione. D'altro canto, il fenomeno di interruzione del processo risolutivo, nel caso del singolo episodio, può avvenire anche non in presenza di Valutazioni Locali esplicite; in ogni caso, quando dopo un'interruzione si ricostituisce il processo risolutivo all'interno dello stesso episodio, diremo che siamo in presenza di una *Transizione*.

Tabella 2.11: definizione dello strumento di codifica dei comportamenti rispetto a Valutazione Locale e Transizioni.

	<b>Descrizione</b>	<b>Operazioni/Indicatori</b>
<b>VALUTAZIONE LOCALE</b>	<p>Nella <i>Valutazione Locale</i> il solutore valuta le operazioni che attiva rispetto agli obiettivi che si sta ponendo. In fase di <i>Lettura</i>, ad esempio, la Valutazione Locale potrebbe essere orientata verso la verifica dell'effettiva comprensione del testo del compito. In fase di <i>Implementazione</i> o <i>Esplorazione</i>, invece, la Valutazione Locale potrebbe essere indirizzato sulla coerenza delle operazioni scelte rispetto allo scopo dell'azione.</p> <p>Consideriamo Valutazione Locale, anche il confronto tra i solutori; ad esempio, quando uno chiede all'altro se comprende o condivide una determinata argomentazione o implementazione di un'operazione.</p>	<p>La Valutazione Locale viene attivata all'interno degli episodi; in base a questo si possono identificare gli indicatori relativi ai vari episodi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Verificare che tutte le componenti del testo del compito siano state comprese (Lettura);</li> <li>- Verificare se è possibile applicare una data operazione in base alle condizioni del compito (Analisi);</li> <li>- Verificare se il risultato di una singola operazione è corretto (Analisi, Esplorazione, Implementazione);</li> <li>- Verificare che una data istruzione sia stata seguita in modo corretto (Analisi, Esplorazione, Implementazione).</li> </ul>
<b>TRANSIZIONI</b>	<p>Le Transizioni identificano un cambiamento all'interno di uno stesso episodio, cioè il passaggio ad una nuova operazione non concatenata con la precedente ma adeguata rispetto allo scopo dell'azione. In altre parole, lo scopo non cambia ma cambia la relazione tra le operazioni in riferimento ai loro obiettivo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Il risultato di un'operazione non è immediatamente reinvestito per le operazione successiva;</li> <li>- Il processo risolutivo si blocca per ricominciare da una nuova serie di operazioni.</li> </ul>

## 2.5 Domanda di ricerca

Alla luce di quanto discusso in precedenza, in particolare degli strumenti costruiti in questo capitolo, siamo ora in grado di formulare la domanda di ricerca che guiderà l'impianto della nostra sperimentazione e l'analisi dei dati raccolti.

L'obiettivo generale è di indagare cosa cambia nel passaggio dall'ambiente cartaceo e l'ambiente digitale, per fare ciò abbiamo costruito due strumenti.

La *griglia di comparazione dei compiti* elaborata in precedenza, ci fornisce uno strumento operativo per il confronto tra compiti. In particolare, tale griglia si presta per confrontare un compito somministrato su carta e penna con uno somministrato su computer o viceversa.

Lo *strumento di codifica dei comportamenti* ci permette di descrivere i comportamenti degli studenti di fronte a un compito.

In questa prospettiva, possiamo formulare una domanda di ricerca precisa:

*Come sono correlate le variazioni presentate dalla griglia di comparazione dei compiti con i comportamenti dei solutori descritti dallo strumento di codifica dei comportamenti?*

## **Parte II: Progettazione, descrizione e implementazione dell'impianto sperimentale**

---

Per rispondere alla domanda di ricerca presentata nel capitolo precedente, abbiamo definito un impianto sperimentale che descriveremo in questa seconda Parte della tesi. Nello specifico, la sperimentazione è stata svolta in due momenti differenti e si articola in 8 fasi:

Momento I:

1. Individuazione dei compiti da somministrare;
2. Costruzione dei compiti da somministrare nei due ambienti e analisi della variazioni mediante la griglia di comparazione dei compiti (descritta nel capitolo 2);
3. Definizione a priori di profili rispetto alle categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld, per ognuno dei due compiti;
4. Selezione e descrizione del campione di studenti coinvolti nella sperimentazione;
5. Sperimentazione pilota sulla prima sottopopolazione;
6. Ridefinizione dello strumento di codifica dei comportamenti relativo ad ognuno dei compiti selezionati, alla luce delle evidenze osservate nella prima sperimentazione.

Momento II:

7. Sperimentazione sulla seconda sottopopolazione: somministrazione dei compiti;
8. Analisi dei risultati emersi dalla seconda sperimentazione attraverso i profili definiti a priori e lo strumento di codifica dei comportamenti.

## 3 I compiti somministrati nella sperimentazione

In questo capitolo descriviamo le fasi della sperimentazione riguardanti la scelta dei compiti e le loro analisi; in particolare, descriviamo nel dettaglio le prime tre fasi relative al primo momento della sperimentazione.

Per la sperimentazione si è scelto di somministrare dei compiti definiti a partire dagli applet sviluppati dal Freudenthal Institut Research group in Mathematics education di Utrecht<sup>32</sup>. I motivi che hanno indirizzato verso questa scelta sono principalmente due: in primo luogo, si tratta di applet già sperimentati in quanto sono già stati utilizzati dal gruppo del Freudenthal Institut. In secondo luogo, si tratta di applet fruibili gratuitamente online<sup>33</sup> in lingua italiana messi a disposizione delle scuole grazie alla disponibilità dell'Istituto olandese e al progetto comune sviluppato dal Centro didattico del Canton Ticino, dal *Fritic* del Canton Friburgo e da *ICT Basler Schulen* del Canton Basilea.

### 3.1 Gli applet del Freudenthal Institut Research group

La raccolta degli applet in lingua italiana è presentata in una pagina web (fig. 3.1) attraverso una suddivisione in 5 ambiti: Numeri/Stima delle operazioni, Equazioni, Algebra/Calcoli, Algebra Geometrica e Geometria. La suddivisione degli applet nei 5 ambiti fa riferimento agli ambiti a cui appartengono i *contenuti matematici* che sono collegati ai compiti proposti dai diversi applet. Possiamo definire i contenuti matematici come l'insieme di conoscenze, abilità e competenze che il solutore deve richiamare per raggiungere gli obiettivi e gli scopi del compito.

Ricordiamo che lo scopo della nostra ricerca è mettere a confronto compiti in due ambienti differenti, cartaceo e digitale; nel fare questo, dobbiamo cercare di individuare dei compiti riferiti a contenuti matematici collegati con quanto comunemente viene svolto in una classe italiana. La scelta di un contenuto troppo distante da quelli affrontati in classe, può presentare il rischio di raccogliere delle informazioni poco significative. In altri termini,

---

<sup>32</sup> L'insieme degli applet originali in lingua inglese è presentato nel sito:  
[http://www.fi.uu.nl/wisweb/applet/mainframe\\_en.html](http://www.fi.uu.nl/wisweb/applet/mainframe_en.html)

<sup>33</sup> L'insieme completo degli applet tradotte in lingua italiana è presentato nel sito:  
<http://www.matlet.ch/italiano.htm>

raccogliere dati sperimentali relativi a contenuti troppo lontani da quelli che gli studenti affrontano nella pratica didattica potrebbe rendere difficile, se non impossibile, la discriminazione tra le differenze strettamente riferite all'ambiente e quelle relative alle difficoltà che gli studenti hanno rispetto al contenuto. Abbiamo scelto di somministrare i compiti a studenti della scuola secondaria di I grado e per questo motivo, abbiamo deciso di evitare gli ambiti che potevano essere troppo distanti dai curricula italiani di questo livello scolastico: Equazioni, Algebra/Calcoli e Algebra Geometrica.

Abbiamo inoltre deciso di individuare applet di uno stesso ambito in modo da concentrare le informazioni raccolte in un dominio più ristretto della matematica: in particolare, Numeri/Stima Operazioni.

La scelta non è ricaduta su Geometria poiché la maggior parte degli applet sono presentati all'interno di un ambiente dinamico per cui sarebbe stato difficile costruire un compito nell'ambiente carta e penna che potesse mantenere un certo grado di confrontabilità nel rispetto della griglia di comparazione dei compiti definita nel capitolo precedente (cap. 2).



Figura 3.1: schermata della pagina web in cui sono raccolti gli applet

## 3.2 Gli applet selezionati

In questo paragrafo descriviamo gli applet utilizzati nella sperimentazione; per ognuno di essi forniamo in prima battuta una descrizione dell'applet in funzione di come si presenta all'interno della repository online; in un secondo momento, invece, delineiamo le caratteristiche dei compiti che vengono presentati al loro interno, distinguendo tra i due ambienti di somministrazione.

Ogni applet si configura come un ambiente in cui viene presentato un compito da portare a termine e per questo motivo è possibile analizzare diversi aspetti legati al compito e all'ambiente in cui esso deve essere affrontato da parte dello studente. Prima di entrare nel dettaglio, cerchiamo di introdurre qualche considerazione generale.

Nelle più comuni guide alla programmazione con il linguaggio Java, un applet è descritto come una piccola applicazione; in particolare, un applet è un'applicazione integrata in una pagina web (Mizzaro, 1999). In generale, un'applicazione Java, o semplicemente un programma, è un software che può essere eseguito da un compilatore (ad esempio, il computer) e riceve in input determinati dati o informazioni (ad esempio, un semplice click del mouse su un bottone) e restituisce in output le (eventuali) soluzioni (ad esempio, un messaggio o il risultato di un algoritmo). Ciò che contraddistingue gli applet dalle generiche applicazioni è il fatto che quest'ultimo può essere utilizzato solo all'interno di un browser connesso ad internet il quale lo manda in esecuzione utilizzando una macchina virtuale Java ad esso integrata. Per questo motivo, non è possibile in alcun modo scaricare l'applet nel proprio computer e utilizzarlo al di fuori di una connessione internet. Questo significa che non si possono inserire gli applet all'interno di un altro ambiente al di fuori del browser e di conseguenza apportare qualunque tipo di modifica; ad esempio, inserire delle istruzioni dettagliate per facilitare l'interazione applet-utilizzatore. Questo fatto determina un grande limite per l'utilizzazione di un applet in una sperimentazione. Innanzi tutto, non si può prescindere da un collegamento ad internet; è indispensabile conoscere l'indirizzo del browser per aprire l'applet d'interesse e infine non è possibile apportare alcun genere di modifica.

L'utilizzo di un applet in una sperimentazione potrebbe far insorgere alcune difficoltà che potrebbero dipendere dall'apertura del browser; ad esempio, nell'apertura della pagina iniziale della repository degli applet o nella selezione dell'applet di interesse. Per ovviare a queste possibili difficoltà, nella nostra sperimentazione, abbiamo deciso di inserire un link all'applet all'interno di una pagina pdf e di utilizzare sempre lo stesso computer per tutta la durata della sperimentazione.

Nella stessa pagina pdf sono state anche inserite le istruzioni dettagliate legate all'utilizzo dell'applet e il compito (fig. 3.2).

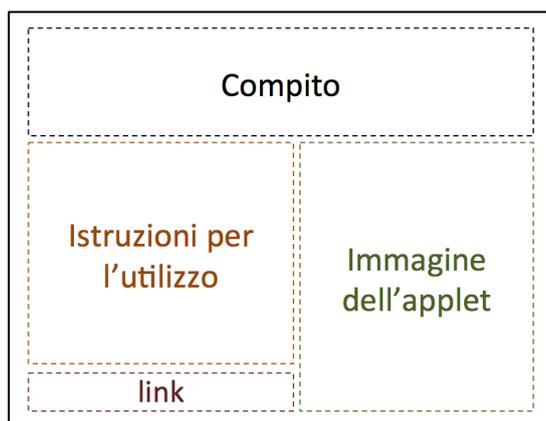


Figura 3.2: schema della pagina pdf presentata agli studenti

### 3.3 “La calcolatrice rotta” e il suo utilizzo nella sperimentazione

L'applet dal nome *La calcolatrice rotta*,<sup>34</sup> presentato in Figura (3.3), è il primo tra gli applet utilizzati nella sperimentazione con gli studenti.

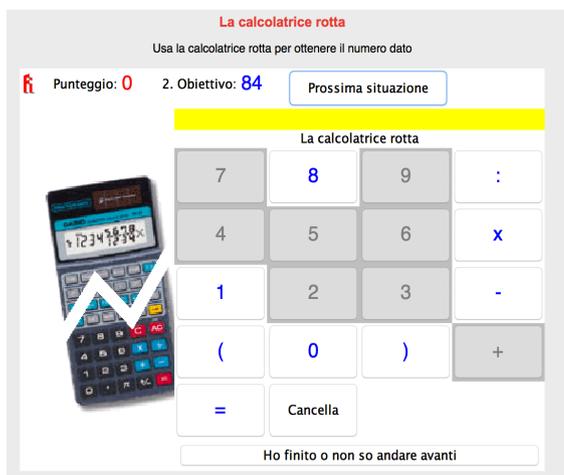


Figura 3.3: schermata dell'applicazione: *La calcolatrice rotta*

<sup>34</sup> L'applicazione è fruibile al link [http://www.matlet.ch/applet/2/calcolatrice\\_rotta\\_it.html](http://www.matlet.ch/applet/2/calcolatrice_rotta_it.html)

Si tratta di un ambiente nel quale si chiede all'alunno di individuare una procedura per ottenere un numero assegnato, utilizzando i tasti disponibili di una calcolatrice rotta. In altri termini, l'ambiente presenta degli oggetti/strumenti virtuali e dei modi di interazione con tali oggetti che potrebbero richiamare nell'utilizzatore degli analoghi strumenti reali e di conseguenza richiamare concetti, modi di pensare e procedure matematiche solitamente associate all'uso di tali strumenti. In aggiunta, la domanda stessa del compito dichiara: "usa la calcolatrice per ottenere il numero dato", facendo esplicitamente riferimento ad una calcolatrice che richiama specifiche conoscenze matematiche e procedure collegate al suo utilizzo.

In Figura 3.4 è presentata l'immagine dell'interfaccia dell'applet con una breve spiegazione di ogni componente e la descrizione delle funzionalità dei pulsanti di contorno alla calcolatrice.

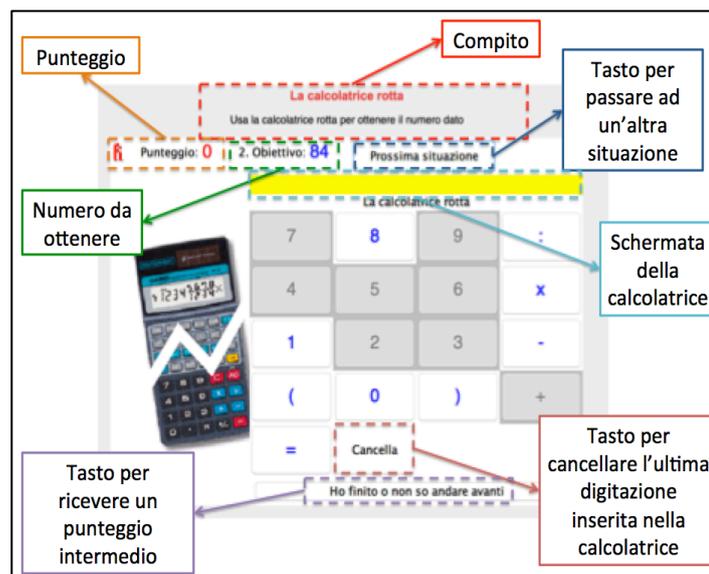


Figura 3.4: descrizione dell'applet: *La calcolatrice rotta*

L'interfaccia dell'applet si presenta molto simile ad una calcolatrice vera e propria (fig. 3.4); i tasti oscurati rappresentano i pulsanti non funzionanti mentre quelli in blu sono funzionanti e sono gli unici utilizzabili. Oltre alla calcolatrice e i suoi pulsanti, l'applet mostra ulteriori funzionalità e presenta alcune informazioni.

Andando nello specifico: il tasto *cancella* permette di cancellare l'ultima digitazione inserita nella calcolatrice mentre il tasto *prossima situazione*, come suggerisce il nome, consente di cambiare situazione cioè propone di passare da una situazione ad un'altra con una nuova combinazione di tasti funzionanti e un diverso numero obiettivo da raggiungere. Per ogni situazione è sempre possibile utilizzare solo tre delle quattro operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione, e divisione) e tre delle 10 cifre generalmente disponibili in una calcolatrice numerica standard funzionante.

L'applet nasce come ambiente di gioco, per questo motivo è possibile osservare in alto a destra della schermata il *punteggio*, inizialmente impostato a zero. Per ogni situazione conclusa con successo la calcolatrice restituisce un certo numero di punti. A tale scopo, è

presentato un ulteriore pulsante: *ho finito o non so andare avanti*, il quale permette di ricevere un punteggio totale quando si raggiunge l'obiettivo oppure parziale nel caso in cui il giocatore non sia in grado di raggiungere lo scopo del compito. Tale punteggio è proporzionale alla distanza del numero ottenuto con la calcolatrice rotta e il numero obiettivo da raggiungere per vincere<sup>35</sup>.

### 3.3.1 La costruzione del compito “la calcolatrice rotta” nei due ambienti

L'obiettivo della nostra ricerca è condurre un'indagine qualitativa sui comportamenti degli studenti coinvolti nella risoluzione di compiti assegnati all'interno dei due ambienti, cartaceo e digitale. In questo senso, è indispensabile definire dei compiti che siano somministrabili nei due ambienti e possano essere considerati confrontabili tra di loro in riferimento allo strumento elaborato nel capitolo precedente. In linea con questi obiettivi, partendo dall'applet *Calcolatrice rotta*, abbiamo costruito due compiti uno in ambiente computerizzato e uno nell'ambiente carta e penna.

“Usa la calcolatrice rotta per ottenere il numero dato” è il testo del compito originale presentato all'interno dell'applet. In questo unico periodo e nell'immagine della calcolatrice sono esplicitate le tre componenti: set-up, informazioni e domanda. In particolare, la domanda è presentata come un'affermazione “usa la calcolatrice rotta per...” che implicitamente può essere riferita alla richiesta di raggiungere un determinato scopo: “...ottenere il numero dato”.

Nell'obiettivo di migrare il compito nell'ambiente cartaceo, che chiamiamo *versione cartacea*, abbiamo la necessità di costruirne un compito che possa essere confrontabile con quello che presentiamo in ambiente digitale, *versione digitale*. In questo senso, non è possibile pensare di mantenere invariato il testo presentato nell'applet ma occorre contestualizzarlo rispetto al fatto che nel caso cartaceo non è possibile utilizzare direttamente la calcolatrice ma solo richiamarla con la mente; allo stesso modo, in ambiente digitale è necessario arricchire il testo allo scopo di inserire più informazioni che accompagnino il solutore nell'affrontare il compito all'interno dell'applet e ridurre al minimo l'interazione tra lo studente e l'intervistatore.

Abbiamo quindi pensato di riformulare il testo del compito per entrambi gli ambienti in modo da costruirne uno nuovo che potesse essere mantenuto per entrambi gli ambienti. In questo modo i compiti sono stati presentati attraverso lo stesso testo scritto in forma verbale.

La versione finale dei compiti nei due ambienti è presentata in Figura 3.5 e 3.6.

---

<sup>35</sup> Le versioni presentate in lingua italiana, inglese e tedesca purtroppo presentano un errore di funzionamento per cui non è possibile accumulare punti. Per questo motivo in fase di sperimentazione, siamo stati costretti a non utilizzare questa ulteriore funzionalità dell'applicazione.

Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell'immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?

Il tasto **Cancella**, in basso, ti permette di cancellare l'ultimo tasto che hai digitato.

Il tasto **=** calcola il risultato dell'espressione scritta nella parte gialla



Figura 3.5: versione digitale del compito “la calcolatrice rotta”

Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell'immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?



Figura 3.6: versione cartacea del compito “la calcolatrice rotta”

Tenendo conto della griglia di comparazione dei compiti (presentata nel capitolo 2, par. 2.2.1) confrontiamo le due versioni, cartacea e digitale, del compito.

Il set-up del compito è rimasto lo stesso nelle due versioni sia nel formato/testo che nel contenuto. Infatti, il protagonista del compito è il solutore che deve raggiungere il numero obiettivo attraverso l'utilizzo di una calcolatrice rotta; inoltre, il testo scritto in forma verbale che rappresenta tale componente è lo stesso.

Per quanto riguarda le informazioni, in entrambi gli ambienti esse vengono fornite attraverso un testo scritto in forma verbale e attraverso un'immagine. Nell'ambiente informatizzato, però, è stato aggiunto un paragrafo che presenta le istruzioni per l'utilizzo della calcolatrice virtuale. In particolare, sono presentate le informazioni in forma verbale scritte relative alle funzioni dei tasti: “cancella” e “=”. In questo caso, necessariamente c'è una differenza che riguarda l'aumento della lunghezza del testo scritto. Questo significa che confrontando i compiti in ambiente cartaceo e in ambiente digitale, si trovano differenze in riferimento sia al formato/testo che al contenuto della componente informazioni; infatti, nell'ambiente informatizzato sono presentate un maggior numero di informazioni attraverso un testo scritto più lungo. Per quanto riguarda la componente domanda, in entrambe le versioni è presentata una domanda a risposta aperta attraverso lo stesso testo espresso in forma verbale scritta; non si riscontra dunque alcun tipo di differenza in riferimento a questa componente.

Cambia radicalmente la soluzione del compito; infatti, l'applet e la carta prevedono possibilità molto diverse in riferimento alle azioni che il solutore può attivare e alla modalità risposta che può fornire: ad esempio, nell'ambiente cartaceo il solutore può scrivere le operazioni che implementa passo passo e alla fine ha la possibilità di scrivere l'espressione risolutiva che gli ha permesso di ottenere il numero obiettivo; nell'ambiente digitale, invece, lo studente ha solo il supporto della calcolatrice per svolgere i calcoli e tenerne traccia, in aggiunta, deve utilizzare fisicamente la calcolatrice per far comparire il numero obiettivo sullo schermo della stessa e fornire così la soluzione. Tale utilizzo si riferisce alla possibilità di premere i tasti disponibili e dunque lavorare con un numero determinato di operazioni possibili in base a quei tasti, cosa che al contrario non accade

nell'ambiente carta e penna. In aggiunta, la presenza della calcolatrice virtuale all'interno dell'applet prevede una restituzione immediata di un feedback interno. Tale aspetto coinvolge dunque un'ulteriore variazione nell'indicatore soluzione del compito.

Per quanto concerne il layout del compito, l'aggiunta di un paragrafo relativo alle informazioni potrebbe far pensare ad una variazione anche nella posizione delle componenti. In realtà, l'ordine con cui sono presentate le diverse componenti nelle due versioni è lo stesso. Infatti, nella versione digitale, le informazioni rappresentate in figura sono accostate a quelle espresse in forma verbale scritta e sono entrambe presentate alla conclusione della domanda esattamente come nella versione cartacea. In altre parole, in entrambi i casi sono presentati nell'ordine: set-up, prime informazioni, domande, altre informazioni seguendo una distribuzione verticale dall'alto verso il basso.

Per concludere, l'attenzione agli indicatori presentati nella griglia di comparazione dei compiti ha permesso di costruire due compiti che possono essere considerati confrontabili.

In questo caso, i due compiti differiscono rispetto:

- al formato, in particolare al testo relativo alla componente informazioni;
- al contenuto, in particolare alle informazioni;
- alla soluzione del compito, in particolare nelle azioni e operazioni attivabili dal solutore, nella modalità di comunicazione della risposta e nella presenza o meno del feedback.

Una sintesi di tali differenze è presentata di seguito (tab. 3.1).

Tabella 3.1: griglia di comparazione dei compiti nelle due versioni.

La terza colonna riporta le variazioni rilevate.

<b>Contenuto del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Set-up	1. Protagonista e personaggi	NO
	2. Azioni e strumenti	NO
	3. Scopo dei personaggi	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up	NO
Informazioni	1. numero di informazioni variate	Nella versione digitale del compito è stata aggiunta un'informazione relativa alle funzioni di alcuni tasti. Tale informazione non compare nella versione cartacea.
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni	Nella versione digitale del compito è stato aggiunto un paragrafo esplicativo relativo alle informazioni e dunque è stata aumentata la lunghezza del testo rispetto alla versione cartacea.
Domanda	1. Tipologia di domanda	NO
	2. Tipologia di richiesta	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda	NO
<b>Formato del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Layout del compito	1. Scelte stilistiche	NO
	2. Struttura del compito	NO
<b>Soluzione del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Soluzione del compito	1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito	Le modalità di comunicazione a supporto delle azioni attivabili dal solutore prevedono possibilità diverse nelle due versioni.
	2. modalità di comunicazione della risposta	Nelle due versioni, le modalità di comunicazione della risposta prevedono possibilità diverse in riferimento al linguaggio che il solutore può utilizzare per fornirla.
	3. feedback	Nella versione digitale, la presenza della calcolatrice prevede la presenza di un feedback interno.

### 3.3.2 Analisi a priori sui comportamenti degli studenti

L'interesse principale della sperimentazione è quello di mettere in luce i comportamenti degli studenti durante il processo risolutivo del compito con lo scopo di evidenziare differenze e analogie che possono dipendere dall'ambiente di somministrazione. Per fare questo è indispensabile definire una lista di indicatori che ci possano guidare nelle analisi processi risolutivi degli studenti, così come appariranno nei protocolli raccolti. In questa prospettiva, nei prossimi paragrafi cerchiamo di delineare delle ipotesi a priori in riferimento ai comportamenti che potrebbero assumere gli studenti nello svolgere i due compiti nei due ambienti e in base a queste definiremo dei *profili* caratterizzanti determinati comportamenti. Il paragrafo si sviluppa a partire dal caso generale del compito "la calcolatrice rotta" per poi studiare singolarmente ogni singolo compito nella sua specificità e cioè in riferimento alle informazioni che presenta.

Per la costruzione dei profili, utilizziamo le 4 categorie (risorse, euristiche, controllo, sistema di convinzioni) che caratterizzano il processo risolutivo di un compito definiti da Schoenfeld (1985) descritte nel capitolo precedente (cap. 2, par. 2.3.1.1). In particolare a partire da tali categorie cerchiamo di delineare quali tipi di comportamenti possiamo aspettarci dagli studenti coinvolti nella loro risoluzione e, in base a questi, identifichiamo dei profili di riferimento.

Come descritto nella sezione precedente, l'applet permette di generare un ampio numero di compiti che differiscono tra di loro in base ai tasti che vengono resi disponibili sulla calcolatrice virtuale e al numero obiettivo. In particolare, per ognuno dei compiti generati dall'applet, tra i tasti funzionanti ci sono sempre 3 delle 4 operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione) e 3 dei 10 pulsanti numerici (da 0 a 9). Per la sperimentazione sono stati costruiti due compiti per ognuna delle due versioni, digitale e cartacea. Per ogni versione, ad esempio quella digitale, i due compiti presentano informazioni differenti rispetto ai tasti disponibili e al numero obiettivo. Questo significa che i due compiti somministrati nella versione digitale, differiscono tra loro solo per il contenuto delle informazioni. Allo stesso modo, i compiti della versione cartacea sono stati costruiti a partire dalle informazioni di quella digitale.

#### 3.3.2.1 *Costruzione dei profili rispetto alle categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld*

Andiamo nel dettaglio partendo dalla parte del testo dei compiti comune nelle due versioni:

*"Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell'immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?"*

Il testo scritto in linguaggio verbale, presenta la calcolatrice e focalizza l'attenzione sul fatto che alcuni tasti sono rotti (quelli oscurati) e sono disponibili solo quelli funzionanti (indicati in blu). La richiesta "sarebbe possibile ottenere" si riferisce al fatto che allo studente viene chiesto di scrivere (o digitare) un'espressione aritmetica (o successione di operazioni) che dia come risultato il numero obiettivo. L'espressione risolutiva può essere

scritta utilizzando (o digitando) solo le tre operazioni a disposizione e i numeri che possono essere composti attraverso le 3 cifre presentate.

Il compito pone in primo piano l'uso di una calcolatrice. In riferimento al quadro di Schoenfeld, le risorse che lo studente deve mettere in gioco sono quelle evocate dall'utilizzo della calcolatrice in base alle richieste del compito. In particolare, possono essere richiamati dei contenuti disciplinari riguardanti i formalismi e le proprietà del calcolo aritmetico. Come in tutte le calcolatrici tradizionali, anche in questa, è possibile utilizzare i tasti numerici per costruire dei numeri di diversi ordini di grandezza. Alla luce di ciò, la rappresentazione posizionale dei numeri naturali in base dieci è un'ulteriore risorsa che potrebbe essere a disposizione dello studente seppur non necessaria. Nell'ambiente digitale, lo studente ha la possibilità di utilizzare effettivamente la calcolatrice virtuale; al contrario, nell'ambiente carta e penna lo studente può solo richiamare con la mente tale utilizzazione. Questo richiamo implicito alla calcolatrice potrebbe limitare le risorse a disposizione riconosciute dallo studente; in questo senso, potrebbe mancare il riconoscimento di alcuni aspetti implicitamente riferiti alla presenza ipotetica della calcolatrice. Possiamo avanzare l'ipotesi a priori che lo studente non riconosca la possibilità di utilizzare la scrittura decimale posizionale dei numeri, risorsa che facilita il processo di risoluzione del compito anche se non strettamente necessaria. Nello specifico, le cifre presentate nei tasti funzionanti, potrebbero essere interpretate come i soli numeri a disposizione per costruire la procedura risolutiva. D'altro canto, l'opportunità di lavorare con carta e penna, potrebbe richiamare con più immediatezza le risorse legate alle proprietà delle operazioni tra i numeri naturali a seguito del fatto di poter svolgere in forma scritta le procedure di applicazione degli algoritmi.

Tali ipotesi possono essere schematizzate individuando tre possibili profili di solutori in riferimento alle risorse (R):

- R0: Il solutore non richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie per risolvere il compito;
- R1: Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie a facilitare la risoluzione del compito; Ad esempio, richiama quelli riferiti alla rappresentazione posizionale decimale dei numeri.
- R2: Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure strettamente necessarie per risolvere il compito. Ad esempio, richiama solo quelli legati ai formalismi e alle proprietà delle operazioni e non quelli riferiti alla rappresentazione posizionale decimale dei numeri.

Alla luce delle osservazioni precedenti, ci si aspetta una maggiore frequenza di profili R2 nell'ambiente cartaceo. In questo caso, infatti, gli studenti potrebbero interpretare i numeri e le operazioni scritti sui pulsanti come le uniche informazioni presentate dal compito senza riconoscere il richiamo implicito dello strumento calcolatrice e dunque ai contenuti che esso evoca attraverso il suo utilizzo.

In aggiunta alle risorse, la categoria che guida il processo risolutivo in tutte le sue fasi è quella legata agli aspetti metacognitivi: denominata *sistema di convinzioni*. Si tratta di una

categoria strettamente personale e soggettiva che dipende dalle esperienze dei singoli individui. Alla luce di ciò, non è facile delineare delle ipotesi a priori su come questo sistema possa intervenire nel processo risolutivo degli studenti. In ogni caso, uno degli aspetti fondamentali di tale categoria è riferito alle convinzioni che lo studente ha sulla matematica in generale e sul compito in particolare. In questo senso, può essere interessante fare qualche ipotesi sul grado di familiarità che gli studenti hanno con il compito in questione e con lo strumento che viene presentato.

Nel caso computerizzato, il compito prevede l'uso della calcolatrice per la costruzione di un'espressione che abbia come risultato un numero assegnato; ed è proprio sulla calcolatrice che lo studente deve fornire la sua risposta. Da questo punto di vista, la familiarità o meno con lo strumento può agevolare o ostacolare il processo risolutivo. In merito a questo aspetto, Piochi, Brunelli e Cotoneschi (2010) sostengono che "la calcolatrice tascabile nella scuola italiana vive ancora una sua condizione di clandestinità; viene spesso proibita come causa dei mali che affliggono la preparazione matematica degli studenti." (Piochi, Brunelli, & Cotoneschi, 2010, p. 3). Questa osservazione ci suggerisce l'esistenza di due ulteriori profili relativi alla familiarità che possono essere aggiunti a quelli riferiti al compito (F):

- F1.1: il solutore ha familiarità con l'utilizzo della calcolatrice;
- F1.2 il solutore non ha familiarità con l'utilizzo della calcolatrice;
- F2.1: il solutore ha familiarità con il compito;
- F2.2 il solutore non ha familiarità con il compito.

In questa prospettiva si può ipotizzare che gli studenti F1.1, riconoscano e attivino tutte le risorse messe a disposizione all'interno del compito e quindi possano essere accostati al profilo R1; al contrario, gli studenti della categoria F1.2 potrebbero richiamare solo un numero ristretto di risorse e quindi identificarsi con il profilo R0 o R2. Va sottolineato, però, che l'ambiente digitale richiede al solutore l'utilizzo della calcolatrice, mentre nell'ambiente cartaceo tale uso è solo evocato. Attraverso l'uso della calcolatrice, lo studente potrebbe riconoscere nuove risorse disponibili e dunque passare dal profilo R2 al profilo R1, al contrario nell'ambiente cartaceo questo potrebbe non avvenire.

Nel processo di ricerca di un'espressione risolutiva che permetta di ottenere il numero obiettivo, la categoria controllo gioca un ruolo cruciale ma è difficile da identificare attraverso i comportamenti degli studenti. Un aspetto che possiamo osservare in riferimento a tale categoria è legato alla scelta di tenere memoria delle operazioni attivate nel corso del processo risolutivo che può essere di vario tipo:

- C1: il solutore tiene memoria delle procedure attivate scrivendole passo, passo;
- C2: il solutore tiene memoria delle procedure attivate in modo mnemonico;

A priori ci si può aspettare che tali profili possano essere più frequenti in un ambiente piuttosto che nell'altro. In particolare, l'applet non dà la possibilità di scrivere e conservare i vari passaggi, e quindi non permette di tenere nota delle scelte effettuate. L'unica possibilità per il solutore è quella di digitare i tasti della calcolatrice e osservare le varie operazioni all'interno della schermata dell'artefatto; tali operazioni scompaiono però nel momento in cui viene cliccato il tasto "=" per essere sostituite dal risultato numerico della

procedura algoritmica. Questo fatto potrebbe ostacolare la possibilità di ripercorrere il processo di esplorazione: tornare indietro, apportare delle correzioni o modificare alcune operazioni; l'unica alternativa è quella di ricorrere ad un sistema di controllo mnemonico. Alla luce di ciò, è possibile ipotizzare che i solutori si identifichino nei profili C2 nell'ambiente digitale. Al contrario, nell'ambiente cartaceo, tutte le operazioni che gli studenti implementano in forma scritta, rimangono sul foglio; in questo senso, la carta permette di tenere traccia delle operazioni e delle procedure svolte e delle strategie messe in campo. Per questo motivo, è plausibile che il profilo C1 si presenti più frequentemente nell'ambiente cartaceo.

Concludiamo l'analisi a priori del compito prendendo in esame la categoria euristica. In base alla definizione di Schoenfeld, le *euristiche* sono costituite dall'insieme di regole generali che vengono attivate nel processo di problem solving. In particolare, si tratta di regole procedurali che aiutano il solutore a comprendere meglio un problema o a raggiungere progressi verso la soluzione. In altre parole, le euristiche possono essere interpretate come l'insieme delle strategie che possono essere adottate per risolvere il compito.

Per costruire degli indicatori utili per le nostre analisi è necessario aggiungere qualche considerazione aggiuntiva sul compito in una prospettiva generale. Individuare una procedura che dia/produca come risultato un numero assegnato è molto distante dai classici compiti in cui si richiede di eseguire delle operazioni per calcolarne il risultato. Nello specifico, si tratta di due processi inversi e proprio per questo profondamenti differenti. Nel caso dell'insieme dei numeri naturali, l'esecuzione di un calcolo assegnato dà sempre un unico risultato (se esiste), al contrario la ricerca di una procedura che permetta di raggiungere un risultato predefinito può essere implementata attraverso infinite possibilità. In questo caso, la familiarità con il compito e con l'ambiente in cui lo studente lavora potrebbe avere un impatto molto forte sulle scelte del solutore.

In definitiva, non esiste un'unica procedura che permetta di raggiungere la soluzione a questo tipo compito. In una prospettiva generale, si può ipotizzare che esistano due euristiche principali e di conseguenza possiamo identificare due profili riferiti agli studenti che le adottano (E):

- E1: il solutore analizza il numero obiettivo in termini di risultato di una o più operazioni;
- E2: il solutore procede per tentativi in base alle operazioni e ai numeri a disposizione.

In particolare, lo studente identificato con E1, parte dallo studio del numero obiettivo allo scopo di individuare possibili operazioni che diano come risultato tale numero. Dopo aver individuato tali operazioni, cerca quelle che sono possibili in base alle restrizioni imposte dallo stimolo del compito e individua l'espressione risolutiva. Il profilo E1 può essere reso più fine ipotizzando a priori delle procedure risolutive tra quelle possibili.

È possibile che alcuni studenti E1 si riconducano ad esercizi già affrontati nella pratica scolastica. Ad esempio, una parte di loro potrebbe individuare un'analogia tra questo

compito e gli esercizi di scomposizione in fattori primi; in altri termini, potrebbe procedere individuando quei numeri primi il cui prodotto sia equivalente al numero obiettivo per poi cercare di ottenerli utilizzando i tasti funzionanti (E1.1). Oppure, altri potrebbero ricercare attraverso una strategia più generale tutti i divisori del numero obiettivo per poi confrontarli con i tasti a disposizione (E1.2). Sempre in questa prospettiva, altri studenti potrebbero studiare il numero obiettivo già in riferimento ai tasti a disposizione cercando tra i numeri che si possono costruire quali dividono il numero che si intende ottenere (E1.3). In alternativa alla scomposizione in fattori, siano essi primi o no, alcuni solutori E1, potrebbero cercare di individuare le partizioni del numero obiettivo<sup>36</sup>. In altri termini, lo studente potrebbe considerare tutte le possibili partizioni del numero per poi individuare quelle che eventualmente sono implementabili utilizzando i tasti a disposizione (E1.4).

Gli studenti del profilo E2, invece, partono dall'analisi delle informazioni a disposizione e dunque concentrano l'attenzione sui tasti a disposizione piuttosto che sul numero obiettivo. Attraverso tale euristica, il solutore comincerà a combinare numeri e operazioni allo scopo di trovare un risultato che sia approssimativamente "vicino" al numero obiettivo. E solo in un secondo momento valuterà quali operazioni svolgere per ottenere precisamente il numero richiesto (E2.1). In questa prospettiva, la complessità computazionale del processo è molto alta, per questo motivo, è possibile che gli studenti scelgano di partire da una operazione privilegiata senza considerare le altre, ad esempio la moltiplicazione (E2.2.1) o addizione (E2.2.2), per calcolare tutte le possibili combinazioni che si possono ottenere a partire dai numeri a disposizione.

In Tabella 3.2 presentiamo una sintesi dei possibili profili che ci aspettiamo di osservare nell'analisi dei protocolli.

Tabella 3.2: sintesi degli approcci euristici definiti a priori

<b>E1: il solutore analizza il numero obiettivo in termini di risultato di una o più operazioni.</b>	
<b>E1.1</b>	Individuare la composizione in fattori primi del numero obiettivo
<b>E1.2</b>	Individuare i divisori del numero obiettivo
<b>E.1.3</b>	Individuare i divisori del numero obiettivo tra quelli che si possono costruire con i tasti disponibili
<b>E.1.4</b>	Individuare le partizioni del numero obiettivo
<b>E 2: il solutore procede per tentativi in base alle operazioni e ai numeri a disposizione.</b>	
<b>E2.1</b>	Combinare numeri e operazioni disponibili allo scopo di trovare un'approssimazione del numero obiettivo
<b>E2.2</b>	Combinare numeri disponibili attraverso un'operazione privilegiata allo scopo di trovare un'approssimazione del numero obiettivo. In particolare ci riferiamo a E2.2.1 se lo studente sceglie la moltiplicazione e a E2.2.2 se lo studente sceglie l'addizione.

Per descrivere nel dettaglio i profili appena presentati è necessario però presentare caso per caso i compiti. La descrizione dettagliata delle procedure, ci permetterà di evidenziare anche delle possibili ipotesi su come i profili sopra descritti possono indirizzare il solutore rispetto alle due scelte euristiche.

<sup>36</sup> Si definisce partizione di un numero intero positivo  $n$  una scomposizione (indipendente dall'ordine) in cui si può esprimere  $n$  come somma di numeri interi positivi minori o uguali al numero  $n$ .

### 3.3.2.2 *Analisi del compito 1 rispetto alle diverse categorie*

In Figura 3.7 riportiamo l'immagine della calcolatrice presentata nel compito 1. Lo scopo di questa trattazione è quella di studiare il compito in riferimento al contenuto delle informazioni in esso presentate, ovvero dati numerici, operazioni consentite e numero obiettivo.

In particolare, in questo caso viene richiesto agli studenti di ottenere il numero 58 utilizzando una calcolatrice i cui unici tasti funzionanti sono: "4", "3", "0", "×", "−", "+".

#### Obiettivo 58



Figura 3.7: immagine della calcolatrice rotta, compito 1

Consideriamo la classe di euristiche adottate dagli studenti del profilo E1 e cioè descriviamo in modo specifico alcuni dei comportamenti che possiamo aspettarci dagli studenti alla luce delle ipotesi fatte in precedenza. Il numero obiettivo in questo caso è 58; di conseguenza, gli studenti E1.1, scoprirebbero che  $58 = 2 \times 29$ . In questo caso specifico, lo stesso risultato è quello che trovano coloro che sono caratterizzati dal profilo E1.2; infatti, i divisori di 58 sono 1, 2 e 29. A partire da questi primi risultati, gli studenti potrebbero interrogarsi su come ottenere i numeri 2 e 29 con i tasti a disposizione. In questa direzione si aprono molteplici strade a seconda delle risorse che i solutori hanno a disposizione. Nell'ipotesi di un profilo R1; è possibile che lo studente riconosca il 29 come  $30 - 1$  e di conseguenza lo determini, ad esempio, attraverso l'espressione  $30 - (4 - 3)$  o equivalenti; allo stesso modo, il numero 2 può essere considerato pari a  $1 + 1$  e quindi  $(4 - 3) + (4 - 3)$  o equivalenti. In conclusione, una delle espressioni possibili per i profili E1.1 e E2.2, e profilo R1, può essere:  $(30 - 4 + 3) \times (4 - 3 + 4 - 3)$  o equivalenti. In sintesi, seguendo questa strategia, lo studente individua la scomposizione di 58 come  $2 \times 29$ , cerca le operazioni che permettono di ottenere i numeri 2 e 29 per poi inserirle all'interno di un'unica espressione risolutiva. Alla luce di questa osservazione, lo studente del profilo C1, cioè lo studente che si avvale di un sistema di controllo scritto, può trovarsi avvantaggiato dal fatto di tenere traccia di ogni procedura attivata; al contrario, i profili C2, cioè coloro che si avvalgono di un sistema di controllo mnemonico o misto, potrebbero bloccarsi non ricordando le procedure che gli hanno permesso di ottenere uno dei due fattori necessari.

In modo differente, gli studenti del profilo R2, cioè coloro che non riconoscono le risorse facilitanti per il raggiungimento della soluzione, potrebbero incontrare alcune

difficoltà. Infatti non riconoscendo la possibilità di scrivere numeri come 30 o 40 diventa più difficile ottenere il numero 29. Considerando solo i numeri 4 e 3, si potrebbe osservare che  $3 \times 4 + 3 \times 4 = 24$  a cui deve essere ancora aggiunto un valore pari a 5 per ottenere 29. Con una procedura analoga, il 5 può essere determinato come equivalente a  $4+4-3$  e dunque  $29 = 3 \times 4 + 3 \times 4 + 4 + 4 - 3$ . Allo stesso modo il 2 =  $4 - 3 + 4 - 3$ . In conclusione,  $58 = (3 \times 4 + 3 \times 4 + 4 + 4 - 3) \times (4 - 3 + 4 - 3)$ . È chiaro che questa procedura attribuisce al sistema di controllo un carico molto gravoso. A maggior ragione, in questo caso più del precedente, è ragionevole pensare che uno studente riconducibile ad un profilo C2 possa abbandonare tale approccio per cercare nuove strade.

Gli studenti che invece si identificano con E1.3, potrebbero incontrare subito la difficoltà dovuta dal fatto che 58 non è divisibile né per 3 né per 4. In questo caso, ci si può aspettare che tali studenti abbandonino velocemente tale strategia per adottarne una differente. Al contrario, gli studenti che si identificano con E1.4, dunque coloro che cercano una partizione di 58, potrebbero trovarsi agevolati dai tasti presentati. Infatti, una delle combinazioni possibili è 30 e 28. In questo caso, è già possibile scrivere il numero 30 e occorre riflettere solo su come ottenere il numero 28, che ad esempio è equivalente a  $30-2$ . In questo caso, ad esempio, si potrebbe pensare che  $4 - 3 = 1$  dunque  $28 = 30 - (4 - 3) - (4 - 3)$  o equivalenti. La procedura risolutiva, in questo caso potrebbe essere:  $58 = 30 + 30 - (4 - 3) - (4 - 3)$  o equivalenti. Ovviamente, in questo ultimo esempio si sta considerando un profilo del tipo R1; nel caso R2, la procedura diventa molto più articolata se si considera, ad esempio, la partizione precedente. In alternativa, lo studente potrebbe considerare diversi tipi di partizione, ad esempio 48 e 10, per cui  $48 = 4 \times 4 \times 3$  e  $10 = 3 + 3 + 4$ .

Nella precedente discussione, sono state considerate solo un numero ristretto di possibili strategie che potrebbero essere attivate, in ogni caso, indipendentemente dal tipo di profilo E1, si può notare che il punto critico di tale approccio sta nell'individuare una fattorizzazione o una partizione i cui elementi siano direttamente traducibili in un'espressione attraverso i numeri a disposizione. A tale criticità si aggiunge la necessità di memorizzare o scrivere ognuna delle procedure di traduzione degli elementi per poi assemblarle in un'unica espressione risolutiva.

Nel caso E1.4, ad esempio, la difficoltà principale potrebbe risiedere nell'individuare il maggior numero di partizioni possibili per poi scegliere quella che con il minor numero possibile di calcoli permetta di raggiungere il risultato a partire dai tasti a disposizione. In questo caso, l'impossibilità di tenere traccia dell'elenco delle partizioni individuate (C2) potrebbe essere già un ostacolo.

In conclusione, l'analisi specifica del particolare compito ci permette di costruire un'ipotesi a priori generale: l'approccio di tipo E1 è difficilmente implementabile in un ambiente digitale poiché non permette di sviluppare un sistema di controllo delle procedure passo, passo. In questo senso ci si aspetta che questo possa essere più facilmente abbandonato nel caso venisse implementato nell'ambiente computerizzato.

Consideriamo ora il caso della classe di profili E2, cioè quelli che prevedono di partire dalla manipolazione delle informazioni per poi orientarsi verso l'obiettivo richiesto. In

questo caso, lo studente ha a disposizione la moltiplicazione, l'addizione e la sottrazione e può considerare i numeri: 4, 3, 30, 34, 40, eccetera.

Procedendo con ordine, consideriamo il profilo E2.1. In questo caso, ci si aspetta che lo studente combini numeri e operazioni allo scopo di trovare un risultato che approssimi il numero obiettivo, per poi "aggiustare" l'espressione risolutiva per ottenere precisamente il numero richiesto. In questa prospettiva, lo studente del profilo R1, andando per tentativi, potrebbe accorgersi che  $30 + 30 = 60$ ; in questo modo basterà trovare una procedura per sottrarre il valore 2 all'operazione appena trovata. Ad esempio, egli potrebbe scrivere l'espressione:  $58 = 30 + 30 - (4 - 3) - (4 - 3)$  o equivalenti. In modo analogo, i solutori potrebbero attivare procedure simili a partire, per esempio, da  $44 + 3 \times 4 = 56$  e quindi  $44 + 3 \times 4 + (4 - 3) + (4 - 3)$  oppure  $34 + 3 \times 4 + 3 \times 4$ .

Un caso particolare del profilo E2.1 è quello in cui lo studente sceglie di privilegiare un'operazione (E2.2) per ottenere un'approssimazione soddisfacente del numero obiettivo e solo in un secondo momento, utilizza anche altre operazioni per raggiungerlo esattamente. Nel caso in cui lo studente scelga l'addizione (E2.2.1), egli potrebbe cominciare sommando alcuni dei numeri a disposizione; in questo caso, potrebbe ottenere diverse combinazioni; ad esempio:  $30 + 30 = 60$ ,  $44 + 44 = 88$  oppure  $30 + 34 = 64$  e così via. Solo in un secondo momento, a partire da una delle combinazioni scelte, agirà con l'obiettivo di ottenere esattamente 58. Nel caso scegliesse di considerare  $30 + 34 = 64$ , basterebbe sottrarre un valore pari a 6 per ottenere:  $58 = 30 + 34 - 3 - 3$ . Nel caso di un profilo R2, questo approccio esplorativo potrebbe risultare molto lungo; lo studente potrebbe rendersi conto della poca efficienza di questa procedura, e questo lo potrebbe indurre a passare ad un approccio differente.

In modo analogo può essere descritto l'approccio E2.2.2; lo studente, in questo caso, procede moltiplicando i numeri a disposizione fino a raggiungere un'approssimazione del numero obiettivo che lo soddisfa; ad esempio  $3 \times 4 \times 4 = 48$  e dunque  $58 = 3 \times 4 \times 4 + 3 + 3 + 4$  oppure  $4 \times 4 \times 4 = 64$  e dunque  $58 = 4 \times 4 \times 4 - 3 - 3$ . In questo caso, è possibile ipotizzare che non ci siano particolari differenze in relazione alle risorse che lo studente riconosce; scegliendo la moltiplicazione, il fatto di riconoscere la possibilità di utilizzare il sistema posizionale e dunque scrivere numeri composti da più di due cifre, non è facilitante. Infatti, è difficile che lo studente scelga di moltiplicare numeri a due cifre perché si accorgerebbe che i prodotti ottenuti hanno un ordine di grandezza decisamente superiore rispetto a quello del numero obiettivo. In questo caso, è possibile che lo studente del profilo R1 agisca nello stesso modo dello studente del profilo R2.

Esistono infinite possibilità che possono essere attivate partendo dalle euristiche relative all'approccio E2; in ogni caso, non è necessario un sistema di controllo delle procedure costante come nel caso precedente: lo studente può procedere linearmente costruendo l'espressione di volta in volta aggiungendo, sottraendo o moltiplicando i risultati che via via trova applicando le operazioni. Nel caso digitale, ad esempio, nell'eventualità in cui l'espressione scritta venga sostituita con il risultato, è ancora possibile aggiungere, togliere o moltiplicare al risultato ottenuto senza bisogno di riscrivere l'espressione da capo.

D'altro canto, però, una procedura così esplorativa richiede un'alta complessità computazionale; scegliendo questo approccio, lo studente potrebbe dover svolgere un grande numero di operazioni prima di raggiungere quella che approssima con più precisione il numero obiettivo. In questa prospettiva, l'ambiente carta e penna potrebbe risultare di ostacolo al solutore poiché svolgendo un ampio numero di calcoli, egli potrebbe commettere degli errori che comprometterebbero il raggiungimento dell'obiettivo. In aggiunta, l'ambiente carta e penna potrebbe dissuadere il solutore dallo svolgere un così alto numero di calcoli per privilegiare approcci differenti.

In conclusione, possiamo delineare un'ipotesi generale anche in riferimento all'approccio esplorativo: ci si aspetta che quest'ultimo venga attivato con più frequenza nell'ambiente digitale grazie al supporto dell'artefatto calcolatrice il quale non solo permette di evitare errori di calcolo, ma non richiede un particolare sforzo da parte dei solutori in termini di operazioni da svolgere. Al contrario, l'alta complessità computazionale e l'alta possibilità di commettere errori di calcolo potrebbe dissuadere gli studenti che adottano questo approccio in ambiente carta e penna.

Un aspetto particolarmente interessante da considerare in questo caso specifico è la presenza del tasto "0". Nelle ipotesi a priori generali, avevamo supposto che nel caso cartaceo si potrebbe riscontrare una maggior frequenza di profili R2. Tale ipotesi era stata presentata supponendo che molti studenti non riconoscessero la possibilità di costruire e quindi utilizzare numeri composti da più di una cifra. In relazione a questa osservazione, la presenza del tasto zero potrebbe mettere gli studenti davanti ad un caso particolare: riconoscendo la presenza di questo pulsante tra quelli consentiti, essi potrebbero interrogarsi su come utilizzarlo. Nella rappresentazione decimale posizionale dei numeri, il numero zero, e così tutti gli altri, ha una duplice valenza: rappresentante di un numero in sé e cifra nella rappresentazione posizionale. Nell'impossibilità di poter utilizzare lo 0 come numero al fine di raggiungere l'obiettivo, i solutori potrebbero individuare la possibilità di utilizzarlo come cifra per costruire dei numeri come "40, 30, ...". Questa osservazione potrebbe servire come stimolo per passare dal profilo R2 al profilo R1; in questo senso, essi potrebbero utilizzare anche numeri come "43, 34, ...". Nelle analisi a posteriori dei protocolli, sarà interessante osservare se e quando tale consapevolezza verrà trasposta nei compiti successivi in cui il tasto "0" non sarà presente tra i pulsanti consentiti.

Questa analisi così articolata, e forse un po' pedante, sulle euristiche ha lo scopo di mettere in luce quanto puntuale debba essere lo strumento di codifica dei comportamenti. Il rischio, infatti, se lo strumento non viene messo a punto in maniera abbastanza analitica, è che nell'analisi dei dati, comportamenti apparentemente simili, ma sostanzialmente differenti non vengano individuati e distinti.

### 3.3.2.3 Analisi del compito 2 rispetto alle diverse categorie

In Figura 3.8 è presentata l'immagine della calcolatrice riferita al secondo compito somministrato nella sperimentazione.

In particolare, in questo caso viene richiesto agli studenti di ottenere il numero 41 utilizzando una calcolatrice i cui unici tasti funzionanti sono: "9", "5", "2", "×", "−", "+".

#### Obiettivo 41



Figura 3.8: immagine della calcolatrice rotta, compito 2

In un discorso generale, le risorse a disposizione dello studente sono le stesse del caso precedente. Sussistono però due differenze importanti: non è presente il tasto "0" e il numero obiettivo è primo.

Il numero obiettivo è un numero primo, e pertanto lo studente non può attivare nessuna delle euristiche relative ai profili E1 se non quella relativa alla ricerca di una partizione: E1.4. Non è detto che gli studenti siano consapevoli del fatto che devono lavorare con un numero primo; in ogni caso, nel momento in cui scegliessero di fattorizzare il numero necessariamente se ne accorgerebbero a meno di errori di calcolo. Allo stesso modo, gli studenti che cercano di individuare tra i numeri proposti quelli che dividono 41, si accorgerebbero che nessuno tra quelli disponibili è un suo divisore e quindi, in entrambi i casi, sarebbero costretti a passare ad un altro approccio.

L'unico approccio che potrebbe permettere di trovare una delle possibili espressioni risolutive, è quello relativo alla ricerca delle addizioni che danno come risultato 41. In questa prospettiva, gli studenti potrebbero individuare diverse combinazioni tra cui  $20 + 21$  oppure  $25 + 16$ . Nel primo caso, ad esempio,  $20 = 25 - 5$  e  $21 = 25 - 2 - 2$  per cui  $41 = 25 - 5 + 25 - 2 - 2$ ; oppure, nella seconda eventualità:  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$  e dunque  $41 = 25 + 2 \times 2 \times 2 \times 2$ . Come per il compito precedente, anche in questo caso, gli studenti del profilo R2 potrebbero incontrare delle difficoltà dovute dal fatto che lavorare con numeri ad una sola cifra richiede una complessità computazionale maggiore. In ogni caso, è possibile individuare una soluzione considerando, ad esempio,  $41 = 40 + 1$  e quindi  $(5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5) + (5 - 2 - 2) = 41$ .

Per il compito 2, le euristiche relative ai profili E2 potrebbero risultare di grande interesse infatti, per gli studenti del profilo R1, è possibile accorgersi velocemente che  $41 = 52 - 2 - 9$ . Più in generale, si può ipotizzare che, per questo specifico compito, le

euristiche relative a E2 siano quelle che portano alla soluzione in un minor numero di passaggi. Infatti, anche nel caso in cui gli studenti non si accorgessero della possibilità di sottrarre 2 e 9 a 52, essi potrebbero, adottando l'approccio riferito al profilo E2.2.2. In questo caso, ad esempio, si può osservare che  $9 \times 2 \times 2 = 36$  per cui  $41 = 9 \times 2 \times 2 + 5$  oppure  $5 \times 9 = 45$  e dunque  $41 = 5 \times 9 - 2 - 2$ . Allo stesso modo, scegliendo E2.2.1,  $5 + 5 = 10$  e dunque procedendo in questo modo è possibile ottenere 40 a cui si può aggiungere  $5 - 2 - 2$  per ottenere 41 oppure ancora, nel caso R1,  $25 + 25 = 50$ ;  $50 - 9 = 41$ .

Alla luce di queste considerazioni, non ci aspettano particolari differenze di comportamenti nei due ambienti; il fatto di non poter attivare la maggior parte degli approcci di tipo E1 potrebbe diminuire la distanza tra le procedure attivate nell'ambiente carta e penna rispetto a quello digitale. In ogni caso, questo compito risulta essere particolarmente interessante per osservare quanti studenti della tipologia R1 mantengono questo profilo o tornano a R2. In questo senso si possono ipotizzare notevoli differenze non tanto negli approcci ma nell'implementazione vera e propria dell'espressione risolutiva.

#### ***3.3.2.4 Categorie di comportamenti e griglia di comparazione dei compiti***

In base alle ipotesi a priori fatte in riferimento alle categorie sul compito in generale e sui singoli compiti in particolare, in questa sezione vogliamo rendere più specifica l'analisi a priori in riferimento alla domanda di ricerca. In particolare cerchiamo di identificare possibili relazioni tra le differenze riscontrate dalla griglia di comparazione dei compiti e i singoli profili.

Il testo del compito presentato in ambiente digitale, differisce da quello cartaceo poiché in esso è stato aggiunto un paragrafo in cui sono descritte le istruzioni per l'utilizzo della calcolatrice virtuale. In particolare, sono presentate le funzioni dei tasti: "cancella" e "=". Per questo motivo, è evidente una differenza che comporta l'aumento della lunghezza del testo scritto e del contenuto della componente informazioni, in particolare nel numero di informazioni presentate. Nell'ambiente carta e penna, oltre al non comparire le informazioni relative all'utilizzo delle funzioni "=" e "cancella", i tasti ad esse relativi sono stati eliminati anche nell'immagine. Tale differenza di contenuto e formato si potrebbe riscontrare nel momento in cui gli studenti leggono il testo del compito. In questa prospettiva, immaginiamo che non si riscontrino particolari differenze in termini di profili ma che il tempo dedicato alla lettura nei due ambienti sia differente. In particolare, nell'ambiente digitale, gli studenti devono leggere un testo più lungo e devono successivamente coordinare le informazioni relative alle funzioni presentate attraverso una modalità di comunicazione scritta e iconografica. Al contrario, nell'ambiente cartaceo, ci aspettiamo che venga dedicato poco tempo alla lettura e che gli studenti passino più velocemente all'implementazione di una strategia risolutiva.

Nella griglia di comparazione dei compiti, si riscontrano significative differenze in riferimento all'ambiente in cui il solutore può agire: su carta e penna lo studente è supportato dalla possibilità di utilizzare carta e penna per svolgere calcoli e tenere traccia delle operazioni che attiva; in ambiente digitale, invece, il solutore può avvalersi del supporto della calcolatrice per svolgere calcoli e la stessa calcolatrice è l'unico mezzo

tramite il quale lo studente può tenere traccia di ogni singola procedura fornire la risposta. A tal proposito, possiamo ipotizzare delle differenze in riferimento ai profili.

Nell'ambiente carta e penna, la possibilità di tenere traccia delle operazioni, svolgendole attraverso gli usuali algoritmi scritti, potrebbe agevolare lo studente nell'identificarsi nel profilo C1 e dunque nella scelta di implementare un sistema di controllo non mnemonico ma che tiene traccia passo passo di ogni operazione. Il fatto di agire in un ambiente che non restituisce alcun feedback in riferimento alle operazioni attivate, però, potrebbe spingere gli studenti ad attivare più frequentemente episodi di valutazione locale e globale; per questo motivo, ci aspettiamo che il profilo V1 sia frequente nell'ambiente carta e penna. Al contrario, la possibilità di agire attraverso l'inserimento delle operazioni all'interno della calcolatrice virtuale, potrebbe spingere gli studenti che operano in ambiente digitale, a non attivare alcun episodio di Valutazione perché supportati dal feedback restituito dalla calcolatrice. In questa prospettiva, è possibile che i profili V4 siano più frequenti in ambiente computerizzato. Allo stesso tempo, l'imposizione data dall'utilizzo della calcolatrice, limita notevolmente il numero di operazioni disponibili al solutore; tale limite potrebbe spingere lo studente a scegliere di avvalersi di un sistema di controllo mnemonico e quindi operare prevalentemente a mente. In linea con questa ipotesi immaginiamo che i profili C2 siano più frequenti in ambiente digitale e per questo ci immaginiamo che alcuni studenti operino a mente e decidano di utilizzare la calcolatrice solo nel momento in cui devono inserire l'espressione risolutiva finale e dunque solo per fornire la risposta.

La possibilità o meno di utilizzare la calcolatrice, potrebbe agevolare gli studenti nel riconoscere le risorse messe a disposizione dallo strumento per risolvere il compito. Come anticipato in precedenza, quindi, immaginiamo che tale differenza tra l'ambiente digitale e quello cartaceo, provochi una differenza in riferimento ai profili delle risorse. In particolare, ci aspettiamo che nell'ambiente computerizzato, gli studenti si identifichino con maggior frequenza con il profilo R1, al contrario nell'ambiente carta e penna.

Per quanto concerne le euristiche, le differenze riscontrate nella formulazione dei compiti non ci permettono di sviluppare particolari ipotesi sulla possibile scelta di approccio da parte degli studenti. Possiamo supporre che l'ambiente carta e penna possa richiamare nello studente alcune pratiche legate a compiti noti, generalmente somministrati nella prassi didattica, che li conducano ad euristiche legate all'analisi del numero obiettivo e dunque a caratterizzarsi attraverso i profili E1. Tale ipotesi però non trova un riscontro strettamente legato alle differenze osservate dalla griglia di comparazione ma può essere presunto solo dal fatto che l'ambiente stesso venga riconosciuto più familiare e dunque spinga gli studenti alla ricerca di analogie con altri compiti già affrontati.

### 3.4 “Approssimare con i palloncini” e il suo utilizzo nella sperimentazione

Il secondo applet selezionato ha il nome: *Approssimare con i palloncini*<sup>37</sup>. In Figura 3.9 è possibile vedere come appare il compito all'interno dell'applet.

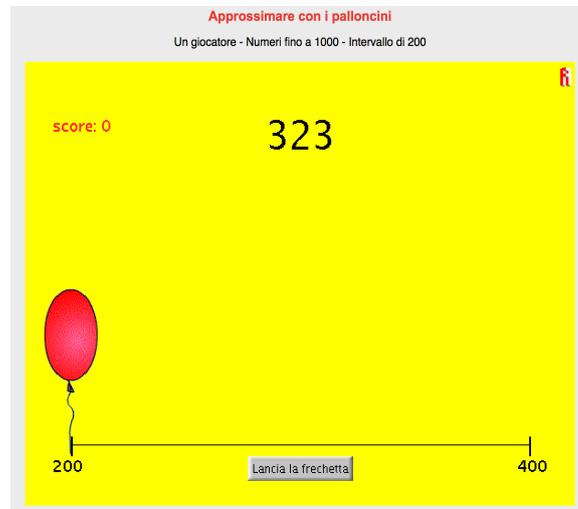


Figura 3.9: schermata dell'applicazione:  
Approssimare con i palloncini

Sotto al titolo dell'applet si legge: “Un giocatore - Numeri fino a 1000 – intervallo di 200”. Si tratta di tre informazioni ben distinte che vanno chiarite una alla volta. Innanzi tutto, il fatto che venga esplicitato “un giocatore” restituisce all'utilizzatore due indicazioni: si tratta di un gioco e in secondo luogo è presumibile che questo gioco si possa fare da soli o con più di un giocatore. Per quanto riguarda le altre due informazioni: “Numeri fino a 1000” e “intervallo 200”; si fa riferimento alla caratteristica specifica della situazione presentata; in particolare, la lunghezza dell'intervallo rappresentato è sempre pari a 200 e i valori degli estremi e il numero corrispondente alla posizione che deve assumere il palloncino saranno sempre minori o uguali a 1000 (fig 3.10).

Il fatto che vengano esplicitamente presentate queste informazioni, suggerisce che è possibile modificarle in qualche modo; infatti, nella raccolta completa degli applet si può scegliere una diversa lunghezza dell'intervallo, che può essere di 200 o 500, oppure diversi valori degli estremi, che possono assumere un valore minore o uguale a 1000 o a 10000.

<sup>37</sup> L'applicazione è fruibile al link [http://www.matlet.ch/applet/2/calcolatrice\\_rota\\_it.html](http://www.matlet.ch/applet/2/calcolatrice_rota_it.html)

Sempre in riferimento all'aspetto ludico dell'applet, in alto a sinistra in rosso viene indicato il punteggio, inizialmente pari a zero: "Score: 0". Lo scopo del gioco è raccogliere il maggior numero di punti; per fare ciò, è necessario posizionare il palloncino su una linea, in cui viene esplicitato solo il valore degli estremi, all'interno dell'intervallo fissato  $]n - 10, n + 10[$  dove  $n$  è il numero indicato al centro della schermata. Le uniche mosse consentite al giocatore sono: muovere e posizionare il palloncino in un qualsiasi punto del segmento e cliccare il tasto *Lancia la freccetta*. Quest'ultimo comando fa partire una freccetta che cade dall'alto verso il basso; la freccia scoppia il palloncino se esso si trova nell'intervallo fissato del  $n$  numero indicato; in caso contrario, la freccia cade sul segmento e il palloncino vola via. Alla conclusione di ogni turno, quando la freccetta fa scoppiare il palloncino viene attribuito un punteggio da 1 a 10, che dipende dalla distanza del palloncino dalla posizione effettiva del numero  $n$  e 0 altrimenti. Viene attribuito il punteggio massimo quando la posizione del palloncino è corrispondente a quella del numero  $n$  sulla linea; mentre viene attribuito un punteggio parziale quando il palloncino è posizionato all'interno dell'intervallo  $]n - 10, n + 10[\setminus\{n\}$ . Ad esempio, nel caso in cui il palloncino venga posizionato in corrispondenza della posizione del numero  $n - m$ , al giocatore viene attribuito un punteggio pari a  $10 - m$ .

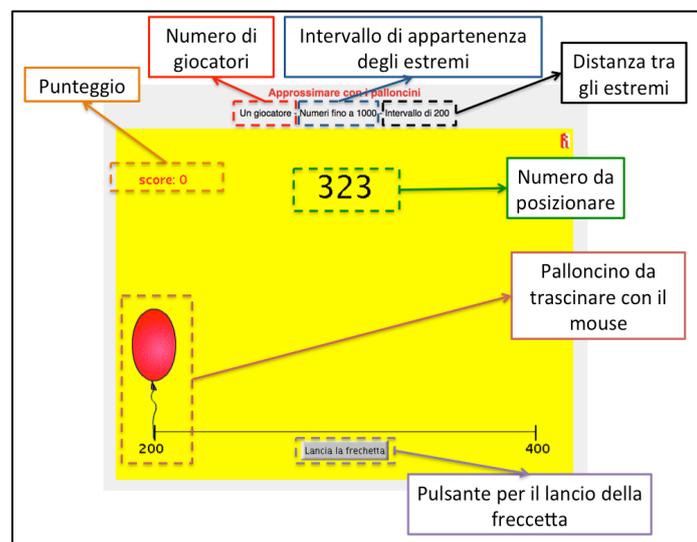


Figura 3.10: descrizione dell'applicazione:  
Approssimare con i palloncini

Lo scopo del compito è dunque posizionare il palloncino su un segmento in corrispondenza del valore numerico indicato in alto al centro. Il segmento non è graduato e sono esplicitati solo i valori degli estremi. Il compito non viene espresso con una richiesta scritta come nel caso della *calcolatrice rotta*. In questo caso si leggono solo il *titolo* e le caratteristiche peculiari della situazione: il numero di giocatori, l'intervallo di appartenenza dei numeri presentati e il valore corrispondente alla lunghezza del segmento in cui posizionare il palloncino; ognuno di questi aspetti verrà chiarito di seguito.

L'applet consiste in un ambiente con cui lo studente può interagire; in particolare, tale interazione evoca concetti e procedure matematiche legati alla linea dei numeri e all'ordinamento dei numeri naturali; in altri termini, lo studente deve posizionare dei numeri sul segmento consapevole della convenzione per cui la distanza tra i numeri

corrisponde alla distanza tra i punti sul segmento: a distanze numeriche uguali corrispondono distanze lineari uguali.

### 3.4.1 La costruzione del compito “approssimare con i palloncini” nei due ambienti

Come nel caso della *calcolatrice rotta*, partendo dall'applet, abbiamo costruito due compiti uno in ambiente digitale e uno in ambiente cartaceo formulando un testo di accompagnamento. Infatti, nella versione originale non è presentata alcuna spiegazione e nessuna richiesta diretta. Nell'applet originale, le informazioni (numero da posizionare e valore degli estremi), sono presentate nella schermata, mentre il titolo *Approssimare con i palloncini* presenta implicitamente la richiesta.

Come per il caso precedente, per entrambi gli ambienti, i compiti sono stati presentati aggiungendo un testo verbale. L'obiettivo generale è quello di tenere sotto controllo le modifiche causate dalla migrazione, tenendo conto che nell'ambiente cartaceo non è possibile posizionare e spostare l'immagine del palloncino e allo stesso tempo, nell'ambiente digitale è necessario chiarire alcune specifiche sul funzionamento dell'applet.

In Figura 3.11 e 3.12, sono presentati compiti somministrati nella sperimentazione.

<p>Trascina il palloncino nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi</p>	<p>Disegna una crocetta nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi</p>
<p>Quando sei sicuro della posizione, clicca su <b>lancia le freccette</b> e una freccia scoppierà il palloncino solo se questo si trova nella posizione corrispondente alla posizione del numero che vedi.</p>	
<p>Figura 3.11: versione digitale del compito “approssimare con i palloncini”.</p>	
<p>Figura 3.12: versione cartacea del compito “approssimare con i palloncini”.</p>	

In riferimento alla griglia di comparazione dei compiti (presentata nel capitolo 2, par 2.2.1), si possono osservare alcune differenze che determinano il grado di confrontabilità dei compiti nei due formati (riassunti in Tabella 3.3).

A differenza del caso della *calcolatrice rotta*, il contenuto del set-up e il testo che lo comunica non sono gli stessi nelle due versioni; nell'ambiente digitale, si parla di un palloncino e si fa riferimento all'azione di “trascinare” mentre in quello cartaceo si parla di una crocetta da “disegnare”. In questo senso, immaginando che il protagonista del compito sia il solutore, c'è una variazione nelle azioni e negli strumenti a disposizione che si rivelano sia nel contenuto che nel testo della componente set-up. Sempre in questa prospettiva, l'ambiente digitale presenta il compito come un gioco vero e proprio; al contrario, nell'ambiente carta e penna il compito si presenta in un modo conforme alla pratica scolastica. In questo caso, quindi, la differenza nella componente set-up subisce

un'ulteriore notevole variazione in riferimento agli scopi del personaggio, in un caso giocare, nel secondo eseguire un compito di matematica.

Nella versione digitale è stato aggiunto un paragrafo che presenta le istruzioni per l'utilizzo di un comando che permette lo scoccare della freccetta. Questo comporta l'aumento della lunghezza del testo scritto e un numero maggiore di informazioni comunicate da un testo, dunque, come per il compito precedente, il compito in ambiente digitale differisce da quello cartaceo in riferimento al numero di informazioni comunicate e dal testo scritto che le comunica.

In entrambi gli ambienti, le domande allegate alla consegna sono della tipologia a risposta aperta. Quello che cambia è la dimensione relativa alla soluzione del compito. Nella versione cartacea, lo studente ha a disposizione carta e penna per disegnare sul segmento la crocetta richiesta; nella versione computerizzata, egli deve necessariamente interagire con l'applet per spostare il palloncino e scoccare la freccetta. Tali variazioni comportano delle differenze non solo in riferimento alla modalità di comunicazione della risposta ma anche e soprattutto all'insieme delle azioni e operazioni disponibili al solutore per raggiungere la soluzione. In particolare, l'ambiente cartaceo dà a disposizione dello studente diverse libertà, ad esempio, egli può manipolare la linea per individuare punti di riferimento oppure può servirsi di strumenti, ad esempio il righello, per determinare nuove informazioni. Tali operazioni non sono possibili nell'ambiente digitale in cui lo studente può interagire solo con il palloncino e non può in alcun modo manipolare la linea.

A differenza della *calcolatrice rotta*, però, le differenze conseguenti all'ambiente sono rilevanti e si riferiscono:

- al contenuto, in particolare set-up e informazioni
- al formato, in particolare il testo relativo alle componenti set-up e informazioni
- alla soluzione del compito, in particolare nelle azioni e operazioni attivabili dal solutore, nella modalità di comunicazione della risposta e nella presenza o meno del feedback.

In Tabella 3.3 possiamo trovare un sunto delle variazioni riscontrate attraverso la griglia di comparazione dei compiti nelle due versioni, digitale e cartaceo.

Tabella 3.3: griglia di comparazione dei compiti nelle due versioni.

La terza colonna riporta le variazioni rilevate.

<b>Contenuto del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Set-up	1. Protagonista e personaggi	NO
	2. Azioni e strumenti	Le azioni e gli strumenti coinvolti nei compiti sono differenti: "trascina il palloncino"/ "disegna la crocetta"
	3. Scopo dei personaggi	Nei due ambienti gli scopi percepiti dai solutori sono differenti: giocare/svolgere un esercizio di matematica
	Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up	Le variazioni di contenuto sono esplicitate attraverso testi differenti sempre nel registro verbale scritto. I verbi riferiti alle azioni del solutore sono differenti nei due ambienti: trascina/disegna. I termini riferiti agli oggetti con cui il solutore lavora sono differenti: palloncino/crocetta
Informazioni	1. numero di informazioni variate	Nella versione digitale del compito è stata aggiunta un'informazione relativa alla funzione del tasto scocca la freccetta. Tale informazione non compare nella versione cartacea.
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni	Nella versione digitale del compito è stato aggiunto un paragrafo esplicativo relativo alle informazioni e dunque è stata aumentata la lunghezza del testo scritto.
Domanda	1. Tipologia di domanda	NO
	2. Tipologia di richiesta	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda	NO
<b>Formato del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Layout del compito	1. Scelte stilistiche	NO
	2. Struttura del compito	NO
<b>Soluzione del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Soluzione del compito	1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito	Le modalità di comunicazione a supporto delle azioni attivabili dal solutore prevedono possibilità diverse.
	2. modalità di comunicazione della risposta	Le modalità di comunicazione della risposta prevedono possibilità diverse in riferimento al linguaggio che il solutore può utilizzare per fornirla.
	3. feedback	Nella versione digitale, la presenza della freccetta prevede la presenza di un feedback esterno.

### 3.4.2 Analisi a priori sui comportamenti degli studenti

Come per la *calcolatrice rotta*, in questa sezione entriamo nel dettaglio delle analisi dei compiti costruiti a partire dall'applet *Approssimare con i palloncini* descritto in precedenza. In particolare cerchiamo di delineare quali tipi di comportamenti possiamo aspettarci dagli studenti coinvolti nella loro risoluzione in riferimento alle quattro categorie descritte nel quadro di Schoenfeld (1985). Attraverso le ipotesi a priori definiamo dei profili che ci permetteranno di descrivere alcuni dei comportamenti degli studenti che per ora possiamo solo inferire a priori.

#### 3.4.2.1 *Costruzione dei profili rispetto alle categorie del processo di problem solving definite da Schoenfeld*

Lo scopo del compito è quello di posizionare un palloncino o disegnare una crocetta in corrispondenza della posizione approssimativa che un numero ha su un segmento, conoscendo i valori degli estremi; in altre parole, l'obiettivo del compito è trovare l'approssimazione della posizione di un numero su una linea non graduata dati i valori gli estremi.

Il compito fa riferimento a diversi concetti matematici; in particolare, il concetto di ordinamento dei numeri naturali e quello di linea dei numeri, ovvero la rappresentazione dei numeri (naturali) su una retta e di conseguenza il concetto di misura e più nello specifico di unità di misura. In riferimento ai compiti, la richiesta non è quella di posizionare il palloncino o la crocetta precisamente in corrispondenza del punto a cui si assocerebbe il valore del numero presentato ma in un suo intorno, ma di fornire una stima della posizione di tale punto in un determinato intervallo. Da un punto di vista delle risorse, lo studente deve richiamare le sue conoscenze e abilità in riferimento alla rappresentazione geometrica dei numeri naturali tramite la linea dei numeri. In aggiunta, egli deve evocare i contenuti legati alla stima dei numeri naturali, in relazione all'ordine di grandezza. In particolare, la stima del numero in questione deve essere coordinata con la rappresentazione geometrica dei numeri tramite la linea dei numeri. In questo senso, la stima del numero è in realtà grafica e non numerica: per questo specifico compito, sono dunque necessarie abilità di stima relative alla misura del segmento.

Entrando nel dettaglio dei due ambienti, in quello cartaceo, la richiesta di disegnare una crocetta in corrispondenza del numero indicato, non esplicita l'obiettivo di approssimare la posizione riferita al valore presentato sul foglio. Ci si aspetta dunque che alcuni studenti evocino le loro conoscenze e abilità in riferimento alla linea dei numeri ma non considerino quelle legate alla stima. Nel caso digitale, invece, sono inibite le azioni di manipolazione della linea; lo studente si deve basare sulla sua percezione visiva e dunque sulle sue abilità di stima "ad occhio" di una misura. In questa prospettiva, ci si aspetta che l'ambiente digitale permetta allo studente di evocare tutte le risorse necessarie per rispondere alle richieste del compito mentre in quello cartaceo è possibile che alcuni studenti non si riferiscano al discorso legato alla stima della misura e dunque del numero.

Tali ipotesi possono essere schematizzate individuando tre possibili profili di solutori in riferimento alle risorse (R):

- R0: Il solutore non richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie per risolvere il compito;
- R1: Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie per risolvere il compito.
- R2: Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure per risolvere un compito di posizionamento dei numeri sulla retta, ma non per la stima della posizione di un numero sulla retta.

A proposito del profilo R2 è necessario fare un chiarimento; il fatto di non riconoscere le risorse legate alla stima della posizione di un punto su una retta può riferirsi a studenti che intendono individuare una posizione “esatta” di tale punto sul segmento presentato. È chiaro che una posizione esatta non esiste materialmente, dunque in ogni caso si tratta di un'approssimazione. Per quanto riguarda questo compito, il problema è nell'identificare quale errore il solutore deve essere disposto a tollerare per riconoscere una posizione come “accettabile” in riferimento ad un numero presentato. Con il profilo R2 ci riferiamo dunque categorie di studenti: da una parte coloro che ingenuamente credono di dover determinare una posizione esatta; dall'altra coloro che non sono disposti ad accettare un errore nell'approssimazione troppo grande.

In riferimento al caso digitale, è necessario aggiungere che la risposta che lo studente deve dare, si basa sull'uso del mouse; per questo motivo, il compito richiede un buon coordinamento oculo-manuale, che permetta di coordinare la valutazione percettiva della misura con l'azione sul palloncino tramite il mouse. La peculiarità dell'ambiente digitale è dunque legata alla familiarità di utilizzo di una periferica come il mouse o il touchpad.

Nel caso della *calcolatrice rotta*, una scarsa familiarità con la calcolatrice può influenzare le risorse richiamate dallo studente ma non la possibilità di trovare la soluzione del compito; al contrario, in *approssimare con i palloncini*, la mancanza di abilità nell'uso delle periferiche di movimento può impedire effettivamente la possibilità di affrontare la consegna. Come nel caso precedente, però, scegliamo di non soffermarci sullo studio della familiarità riferita all'uso dei classici dispositivi come mouse e tastiera; in effetti, si tratta di periferiche generalmente utilizzate in tutti i sistemi operativi e programmi dotati di interfaccia grafica, per questo motivo immaginiamo che gli studenti ne abbiano esperienza.

Questa osservazione in riferimento alla familiarità si può collegare alla dimensione sistema di convinzioni. Anche per questo compito la familiarità gioca un ruolo importante; questa volta essa potrebbe essere resa più specifica in riferimento alla percezione che gli studenti hanno del compito. Il compito *approssimare con i palloncini*, infatti, ha una forte peculiarità nell'ambiente digitale. L'applet presenta un oggetto dinamico, il palloncino, con cui il solutore può interagire; in altri termini lo studente può muovere e spostare l'oggetto, aggiustare la sua posizione sul segmento per controllare l'adeguatezza della risposta, e far scoccare la freccia attraverso un pulsante quando valuta di essere arrivato ad una posizione soddisfacente. Il fatto che si tratti di un gioco è reso esplicito dal testo scritto all'interno dell'applet; ad esempio, si parla nel testo esplicitamente di *un giocatore*. Per questo motivo

è ragionevole supporre che gli studenti vengano maggiormente invitati o stimolati ad adottare un approccio esplorativo o comunque legato ad un procedimento per tentativi ed errori rispetto ad un approccio che per ora potremo chiamare più scolastico. Tratteremo queste osservazioni con più specificità in relazione ai profili relativi alla categoria euristica.

Possiamo individuare due profili in riferimento a quella che abbiamo chiamato percezione (P) del compito da parte dello studente:

- P1: i solutori percepiscono il compito come un gioco;
- P2: i solutori percepiscono il compito come un esercizio o problema scolastico di matematica.

In questa prospettiva si può ipotizzare che gli studenti P1, riconoscano e attivino tutte le risorse messe a disposizione all'interno del compito; il fatto di muovere il palloncino, cambiare la sua posizione, potrebbe agevolare nel riconoscere il carattere del compito legato alla stima della posizione. In questa prospettiva, ci aspettiamo che essi possano essere caratterizzati da un profilo di tipo R1; al contrario, gli studenti della categoria P2 potrebbero richiamare solo un numero ristretto di risorse e invece attivarne altre non strettamente legate allo scopo del compito. Possiamo dunque ipotizzare che tali studenti si possano identificare con il profilo R2.

Esattamente come nel caso precedente, in relazione alla categoria controllo possiamo identificare quattro principali profili legati alla valutazione (V):

- V1: il solutore attiva processi di valutazione locale e globale.
- V2: il solutore attiva solo valutazione locale delle procedure;
- V3: il solutore attiva solo valutazione globale del processo;
- V4: il solutore non attiva alcuna valutazione.

Nell'analisi a priori di questa categoria gioca un ruolo fondamentale il feedback restituito dall'ambiente nel caso digitale: la freccia scoppia il palloncino se esso si trova in prossimità della posizione riferita al valore presentato e restituisce un punteggio proporzionale alla distanza tra l'oggetto e il punto preciso sul segmento relativo al numero assegnato. Lo scoppio o meno del palloncino e il relativo punteggio, potrebbe spingere lo studente a ripensare al processo attivato e quindi stimolare un processo di valutazione globale del percorso con lo scopo di migliorare il suo punteggio e di conseguenza affinare la stima compito dopo compito. Al contrario, l'ambiente cartaceo non prevede alcun tipo di feedback sul prodotto finale e dunque, in mancanza di una valutazione globale, lo studente potrebbe non accorgersi di aver attivato procedure non corrette o aver determinato una stima errata della posizione. L'ambiente digitale potrebbe essere percepito dallo studente meno familiare rispetto a quello cartaceo; in questo senso, è possibile che il solutore sia portato ad esaminare più volte la coerenza del percorso intrapreso e quindi è presumibile che vengano, anche in questa versione, attivati più frequentemente processi di valutazione globale del percorso. In questa prospettiva, ci si aspetta che i profili V1 o V3 siano più frequenti nell'ambiente digitale indipendentemente dalla versione del compito.

In riferimento alla categoria controllo, anche per questo compito, la possibilità o meno di tenere traccia delle procedure attivate può portare lo studente verso diverse strade. In

entrambe le versioni dell'ambiente digitale, non è possibile indicare in alcun modo dei punti di riferimento sulla linea; l'unico sistema per tenere nota delle varie procedure è usando le dita o il mouse. Al contrario, nell'ambiente cartaceo, gli studenti hanno la possibilità di fare segni sul segmento e individuare eventuali punti di riferimento.

Anche in questo caso, le possibilità di tenere memoria delle procedure e delle scelte attivate dal solutore possono rispecchiarsi nelle due tipologie che abbiamo individuato nel caso della *calcolatrice rotta*. In aggiunta, però, potrebbe capitare che alcuni studenti decidano comunque di tenere traccia di alcuni punti di interesse indicandoli sulla linea in modo temporaneo e cioè avvalendosi dell'ausilio delle dita, della penna o del mouse a seconda dell'ambiente. In questo caso, possiamo pensare ad un terzo profilo ibrido, C3:

- C1: il solutore tiene traccia delle procedure attivate scrivendole passo, passo;
- C2: il solutore tiene traccia delle procedure attivate in modo mnemonico;
- C3: il solutore tiene traccia temporanea delle procedure attivate.

A priori ci si può aspettare che tali profili possano essere più frequenti in un ambiente piuttosto che nell'altro. In particolare, l'applet non dà la possibilità di scrivere e conservare i vari passaggi, e quindi non permette di tenere nota delle scelte effettuate al contrario della carta. Alla luce di ciò, è possibile ipotizzare che nell'ambiente computerizzato, i solutori si identifichino nel profilo C2; in quello cartaceo, invece, è plausibile che il profilo C1 si presenti più frequentemente.

Concludiamo l'analisi a priori del compito prendendo in esame la categoria euristica. In particolare, cerchiamo di identificare delle regole procedurali a priori che potrebbero essere implementate dagli studenti e che ci permettano di individuare dei profili descrittivi.

In generale si potrebbero ipotizzare due profili principali E1 e E2; da una parte ci si aspetta che gli studenti lavorino sul segmento in modo da identificare una sua partizione a partire da un'unità di misura prestabilita e solo in un secondo momento posizionino il palloncino o disegnino la crocetta sul segmento (E1). In questa prospettiva, ci si aspetta che gli studenti lavorino sulla base dell'equivalenza dei rapporti tra il valore del numero nella sua rappresentazione decimale e la misura nella sua rappresentazione geometrica. Dall'altra parte, è possibile che gli studenti adottino delle strade più esplorative (E2); ad esempio, alcuni studenti potrebbero cercare di identificare la posizione del numero a partire da successivi dimezzamenti dell'intervallo.

- E1: suddividere il segmento ragionando sul rapporto tra il valore da individuare e la lunghezza del segmento.
- E2: individuare delle partizioni del segmento per approssimazioni successive.

Per andare a declinare con maggior specificità questi due profili generali è necessario aggiungere qualche osservazione sul compito. Lo scopo del compito è individuare approssimativamente la posizione di un numero su una linea dei numeri in cui è stata data una relazione d'ordine ma la metrica non è esplicitamente presentata.

In riferimento alla linea dei numeri, la letteratura internazionale è molto vasta e generalmente sottolinea il ruolo cruciale che può svolgere nel processo di insegnamento apprendimento della matematica; in particolare, Skoumpourdi (2010) presenta la linea dei

numeri come uno strumento didattico che permette di affrontare diversi contenuti matematici legati al conteggio, alla stima, ...e non solo, anche come mezzo per costruire modelli geometrici di operazioni aritmetiche, di operazioni di misura e per confrontare delle quantità. Si tratta dunque di un tema comunemente affrontato nella pratica didattica; in Italia è trattato e utilizzato in tutti i gradi scolastici, in particolare nel primo ciclo di istruzione.

In questa prospettiva, è possibile che gli studenti riconoscano nel compito alcuni tratti delle consegne tipiche della prassi didattica; in altri termini, l'allievo potrebbe identificare il compito come analogo ai classici esercizi di posizionamento dei numeri su una retta graduata. È possibile che il solutore cerchi tale analogia nella definizione di un'unità di misura per costruire una scala sull'intervallo considerato. La definizione dell'unità di misura per la costruzione di una scala può avvenire in due diverse direzioni.

Per quanto riguarda la prima direzione, è possibile che lo studente cominci ad affrontare il compito individuando un'unità di misura in riferimento ai numeri presentati,  $u_m$ , e in base a questa, cerchi l'equivalente valore, in termini di lunghezza, sul segmento,  $u_l$ . Identificato il valore di  $u_l$ , lo studente partiziona la linea e individuerà, in base a tale partizione, la posizione del numero presentato nello stimolo (E1.1). Ad esempio, nel dover posizionare il numero,  $n$ , su un segmento i cui estremi sono  $e_1$  ed  $e_2$  (con  $e_2 > e_1$ ), lo studente, dopo aver individuato  $u_m$ , può identificare il rapporto tra quest'ultimo e la distanza tra gli estremi  $\frac{e_2 - e_1}{u_m}$  per individuare il numero di partizioni necessarie. Successivamente può dividere la lunghezza  $l$  del segmento per questo valore, per identificare la lunghezza di ogni partizione, dunque,  $u_l = l \cdot \frac{u_m}{e_2 - e_1}$ . In questo modo il segmento può essere diviso in partizioni di lunghezza  $u_l$  e il numero  $n$  si troverà in corrispondenza della  $\left\lfloor \frac{n - e_1}{u_l} \right\rfloor + 1$ -esima partizione.

Consideriamo l'esempio: disegnare una crocetta in corrispondenza del numero 323 su un segmento di estremi 200 e 400. Il numero da posizionare sul segmento è  $n = 323$  e i valori relativi agli estremi sono  $e_1 = 200$  e  $e_2 = 400$ . Nell'ipotesi che lo studente scelga  $u_m = 10$ ; per individuare l'unità di lunghezza con cui ripartire il segmento basterà svolgere il rapporto:  $u_l = l \cdot \frac{10}{200}$ . In conclusione, se  $l = 15 \text{ cm}$  allora  $u_l = 0,5 \text{ cm}$  e dunque il numero sarà posizionato nella nona partizione poiché  $\frac{323 - 200}{15} = 8,2$ .

In modo analogo, lo studente può partire dall'individuazione dell'unità di misura della lunghezza  $u_l$  del segmento con cui ripartire l'intera lunghezza, per poi individuare il corrispondente valore di  $u_m$  in base al quale inserire il numero sul segmento (E1.2). In questo modo:  $u_m = \frac{e_2 - e_1}{l} u_l$ ; in base a questo valore, lo studente può individuare il punto in cui posizionare  $n$ , in particolare nella  $\left\lfloor \frac{n - e_1}{u_m} \right\rfloor + 1$ -esima partizione.

Sempre in riferimento all'esempio precedente; scelto  $u_m = 1 \text{ cm}$  allora, posso ripartire il segmento in 15 parti e successivamente individuare il valore numerico corrispondente a 1cm per cui  $u_m = \frac{200}{15} = 13,3$ . Ciò significa che

approssimativamente  $n$  dovrà essere posizionato nella settima partizione poiché

$$\frac{323-200}{13,3} \sim 2,25.$$

Riassumendo, entrambi i comportamenti legati ai due profili, E1.1 e E1.2, si fondano sull'uguaglianza dei rapporti tra valori numerici e le misure individuate sul segmento e quindi sulla stretta relazione che lega le due rappresentazioni. In particolare:

$$u_m:u_l = (e_2 - e_1):l$$

In alternativa ai due profili precedenti, lo studente potrebbe accorgersi che questo rapporto può essere esplicitato direttamente in funzione della lunghezza dell'intervallo riferita al valore numerico  $e_2 - e_1$ , al valore  $n$  del numero e alla sua posizione  $l_n$  sul segmento rispetto al primo estremo (E1.3). In altre parole:

$$(e_2 - e_1):l = (n - e_1):l_n$$

per chiarire, in riferimento al solito esempio, il numero 323 deve essere posizionato ad una distanza  $l_n$  che si calcola attraverso l'uguaglianza  $(200 - 400):15cm = (323 - 200):l_n$ . Per cui

$$l_n = \frac{n-e_1}{e_1-e_2} l = \frac{123}{200} \cdot 15 \text{ cm} \sim 9,2 \text{ cm}.$$

La scelta di descrivere in dettaglio questi profili, in particolare le euristiche che potrebbero adottare gli studenti che si identificano con ciascuno di essi, è stata fatta per rendere il più possibile esplicito il livello di lavoro e il numero di procedure che sono necessarie per implementarli. In effetti, la letteratura mostra che l'identificazione dell'unità di misura sulla linea dei numeri costituisca la difficoltà principale per gli studenti (Mitchell & Horne, 2008).

Si può supporre che l'ambiente carta e penna agevoli in questa scelta in quanto è possibile svolgere dei calcoli e tenerne traccia sulla linea dei punti di interesse e in particolare delle partizioni. Il fatto di appuntarsi i passaggi durante l'implementazione di tale approccio ha sicuramente notevoli vantaggi poiché facilita la gestione dell'intero processo risolutivo; in questo caso quindi sembra essere necessario un sistema di controllo di tipo C1. In linea con queste ipotesi, l'ambiente carta e penna potrebbe rivelarsi di sostegno per tenere traccia dei singoli passaggi per cui potrebbe essere l'ambiente in cui si potranno osservare questo tipo di procedure. In aggiunta, tali approcci non possono essere implementati senza l'ausilio di uno strumento di supporto: il righello o in generale uno strumento di misura delle lunghezze. In questo senso, è avvalorata l'ipotesi per cui l'ambiente carta e penna possa configurarsi come l'ambiente per cui più frequentemente verranno attivate queste particolari euristiche. Nella sperimentazione si avrà cura di lasciare a disposizione dello studente un righello in entrambi i formati per controllare la validità di tale ipotesi.

Come più volte ripetuto, in questo compito particolare, il richiamo alle pratiche didattiche può essere molto forte. In genere, nella pratica scolastica, vengono introdotti alcuni schemi relativi alla risoluzione di questo genere di compiti. Gli approcci presentati in precedenza sono una loro formalizzazione nel contesto del compito. In particolare, molto spesso agli studenti viene chiesto di misurare la lunghezza del segmento attraverso l'uso del

righello, individuare la lunghezza relativa all'unità di misura scelta, dividere il segmento in parti uguali, della lunghezza relativa all'unità di misura e così via. Questa ipotesi può essere confermata nell'ambiente cartaceo rispetto al quale può attivarsi il *contratto didattico* relativo alla rappresentazione dei numeri sulla retta (Brousseau, 1986). In genere, nella risoluzione di un compito che viene riconosciuto familiare, il contratto didattico può attivarsi e dirigere le aspettative che gli studenti hanno in riferimento alle procedure da usare. In questo senso, gli approcci descritti si configurano come risposte ad una interpretazione del compito come richiesta di individuare il punto preciso corrispondente alla posizione del numero sulla linea e non una sua approssimazione. In questa prospettiva, ci immaginiamo che, la maggior parte degli studenti del profilo E1 si identifichino con i profili R2 e P2.

In conclusione, la complessità computazionale delle euristiche riferite ai profili E1 necessita di considerare anche l'aspetto del controllo relativa alla valutazione. Infatti, gli approcci E1 richiedono da parte dello studente un'attenta valutazione locale delle procedure; allo stesso tempo, in mancanza di una valutazione globale, lo studente potrebbe, in presenza di errori, non accorgersi che globalmente i risultati parziali che trova nei singoli passaggi non sono coerenti con le condizioni e i limiti del compito. Ad esempio, nel caso  $e_1 \neq 0$ , lo studente deve lavorare con una linea che non parte dall'origine; in questa situazione, in ogni singola procedura,  $n$  non può essere considerato di per sé ma come  $n - e_1$ . In questa prospettiva, vi si aspetta che solo i profili V1 e V3, siano in grado di concludere con successo il compito, mentre i V2 possono essere a rischio di non controllare la accettabilità dei risultati delle procedure attivate in riferimento allo stimolo proposto. In riferimento ai possibili episodi di contratto didattico, per quanto riguarda il sistema di controllo, è possibile che gli studenti attivino una clausola del contratto didattico, chiamata *delega formale* (D'Amore & Martini, 1997). Con questo termine ci si riferisce ai momenti in cui la responsabilità della soluzione del compito è *delegata* agli algoritmi e alle procedure che attiva e non al sistema di controllo del solutore stesso. In altre parole, quando lo studente mobilita delle procedure che vengono chiamate dall'analogia che egli vede in riferimento ad un compito in cui è implicato, egli potrebbe innestare un comportamento a critico di applicazione dei metodi stereotipati che conosce, perdendo assolutamente il controllo di quello che sta facendo in riferimento allo stimolo e agli scopi del compito (un esempio classico è presentato da Schoenfeld, 1991 nel celebre problema dei camion).

Il profilo E2, invece, si riferisce a procedure e metodi più esplorativi e legati alla determinazione dell'approssimazione della posizione del numero indicato. Ad esempio, lo studente potrebbe procedere dimezzando di volta in volta il segmento (E2.1). In particolare, potrebbe procedere individuando attraverso un metodo iterativo ripartizioni sempre più fini. Si parte dal valore numerico  $n_1 = e_1 + \frac{e_2 - e_1}{2} = e_2 - \frac{e_2 - e_1}{2}$  e cioè il valore numerico associato al punto medio del segmento. Se  $n < n_1$  allora  $n_2 = n_1 - \frac{e_2 - e_1}{4}$  che corrisponde ad  $\frac{1}{4}$  del segmento; altrimenti, se  $n > n_1$ , allora  $n_2 = n_1 + \frac{e_2 - e_1}{4}$ , relativo ai  $\frac{3}{4}$  del segmento, e così via. Questo processo può essere iterato per  $t > 1$  volte, fino a che

$|n - n_t| = \left| n - \left( n_{t-1} \pm \frac{e_2 - e_1}{2t} \right) \right|$  è minore di un certo grado di precisione a seconda delle necessità del solutore.

Come per gli approcci precedenti, riprendiamo l'esempio numerico. In questo caso, il punto medio del segmento corrisponde al valore numerico  $\frac{e_2 - e_1}{2} + e_1 = \frac{200}{2} + 200 = 300$ . Dato che  $323 > 300$ , allora lo studente dovrebbe cercare il valore  $n_2 = 300 + \frac{200}{4} = 350$  che corrisponde ai  $\frac{3}{4}$  del segmento. Procedendo in questo modo, lo studente potrebbe fermarsi posizionando 323 tra  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{4}$  del segmento oppure potrebbe procedere con le iterazioni e trovare  $n_3 = 350 - \frac{200}{8} = 325$  per cui 323 si trova tra  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{5}{8}$  del segmento.

Tale metodo permette di individuare una posizione con un certo grado di approssimazione; questo dipende dal numero di iterazioni che viene svolto dal solutore. In questo senso, ci si può aspettare che si tratti di un tipo di approccio che può essere seguito soprattutto da studenti di tipo R1, mentre gli studenti del profilo R2 potrebbero attivarlo meno frequentemente. In generale, indipendentemente dall'ambiente di somministrazione del compito, tale metodo non richiede particolari procedure algoritmiche; per questo motivo, anche studenti del profilo C2 potrebbero implementarlo senza particolari difficoltà.

La possibilità di tenere traccia dei punti individuati per dimezzamenti successivi è importante. Questo aspetto potrebbe denotare una differenza tra gli ambienti di somministrazione dei compiti. Nel caso cartaceo, ad esempio, lo studente potrebbe individuare i punti di interesse e tenerne traccia attraverso dei segni sul segmento; questa procedura è impossibile nell'ambiente computerizzato se non servendosi del supporto delle dita o del mouse che comunque permettono di mantenere memoria solo di un numero limitato di punti. Un'ulteriore differenza, si potrebbe riscontrare anche tra coloro che si avvalgono dell'ausilio del righello. Indipendentemente dall'ambiente, la scelta di non usare il righello impone la determinazione dei punti medi "ad occhio" e dunque con una precisione molto bassa che potrebbe compromettere il posizionamento del numero attraverso una procedura che già di per sé prevede una notevole approssimazione.

Un'ultima possibile strategia, può essere quella di individuare la differenza (in termini numerici) del numero da posizionare dal valore dei due estremi e, in base a questa differenza, posizionare il numero ad occhio più vicino all'estremo con differenza minore senza svolgere alcuna ulteriore manipolazione della linea.

Rispetto ai profili presentati, in particolare per quanto riguarda E2, il feedback previsto nell'ambiente digitale, gioca un ruolo cruciale; infatti, lo scoppiare o meno del palloncino e il punteggio restituito dall'applet, potrebbero invogliare lo studente ad affinare l'approssimazione e passare, ad esempio, da E2.2 a E2.1. Nel caso E2.1, invece, potrebbe portare lo studente a sviluppare più o meno iterazioni della procedura. Ad esempio, nel caso fossero state implementate più di 2 procedure iterative, lo studente potrebbe accorgersi che si potrebbe ottenere una buona approssimazione fermandosi alla seconda iterazione; oppure,

al contrario, nel caso ne avesse svolte meno, il feedback potrebbe indirizzarlo a fornire un' approssimazione più precisa e dunque ad attivare più iterazioni.

Queste considerazioni fanno emergere un'ulteriore ipotesi relativa alle differenze che si potrebbero riscontrare tra le due versioni dell'ambiente digitale. Nel primo caso, ci si aspetta che nello svolgere i diversi compiti, lo studente possa essere in un qualche modo indirizzato dalla sua interazione con l'applet a modificare l'approccio o passare da uno all'altro; mentre, nel secondo caso, ci si aspetta che, dopo aver individuato la strategia da attivare, lo studente la mantenga senza particolari variazioni.

In Tabella 3.4 presentiamo una sintesi dei possibili approcci che ci aspettiamo di osservare nell'analisi dei protocolli.

Tabella 3.4: sintesi degli approcci euristici definiti a priori

<b>E1: suddividere il segmento ragionando sul rapporto tra il valore da individuare e la lunghezza del segmento.</b>	
<b>E1.1</b>	Individuare una partizione del segmento a partire da un'unità di misura numerica
<b>E1.2</b>	Individuare una partizione del segmento a partire da un'unità di misura di lunghezza scelta
<b>E.1.3</b>	Lavorare sull'uguaglianza di rapporti tra valore numerico e lunghezza degli intervalli corrispondenti
<b>E 2: individuare delle partizioni del segmento per approssimazioni successive</b>	
<b>E2.1</b>	Dividere il segmento per dimezzamenti successivi della lunghezza.
<b>E2.2</b>	Individuare la differenza tra il numero e gli estremi e procedere "ad occhio"

Come per la *calcolatrice rotta* presenteremo di seguito i due compiti in modo da descrivere con maggior dettaglio le procedure, contestualizzandole. Anche in questo caso, l'applet non permette di tenere memoria dei compiti somministrati; per questo motivo, non è stato possibile assegnare a tutti gli studenti della sperimentazione gli stessi compiti. L'obiettivo è sempre quello di verificare la validità dello strumento di codifica dei comportamenti.

### 3.4.2.2 *Analisi del compito 1 rispetto alle diverse categorie*

In Figura 3.13 presentiamo l'immagine contenente le informazioni del compito 1.

In particolare, in questo compito viene richiesto agli studenti di posizionare il numero  $n = 165$  sul segmento dati gli estremi:  $e_1 = 0$  e  $e_2 = 200$ .

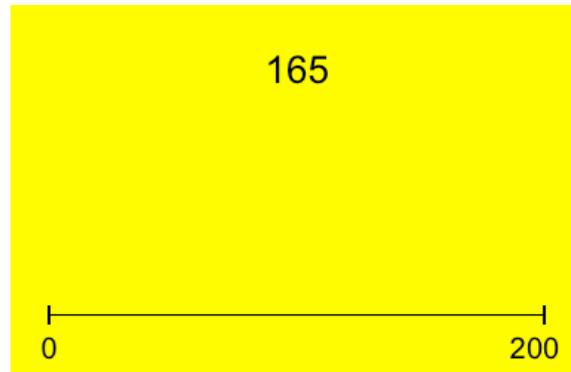


Figura 3.13: immagine di approssimare con i palloncini, compito 1

I valori presentati nel compito fanno di questo primo compito un caso particolare rispetto a quelli trattati in precedenza. Il fatto che il primo estremo sia lo 0 è un caso particolare perché in questa situazione la lunghezza dell'intervallo considerato coincide con il valore numerico del secondo estremo.

Questo fatto potrebbe più facilmente ricondurre gli studenti ad esperienze familiari con la linea dei numeri. Nella maggior parte dei libri di testo e nella pratica didattica standard, la linea dei numeri è presentata indicando chiaramente l'origine e quindi la posizione corrispondente al numero 0. In questo caso particolare, quindi, ci si può aspettare un'alta frequenza di profili P2, indipendentemente dall'ambiente. Un indicatore di questa evenienza nell'ambiente cartaceo, è costituito dal fatto che gli studenti tirino subito fuori il righello dai loro astucci con lo scopo di misurare la lunghezza del segmento presentato.

Andiamo con ordine facendo delle ipotesi più fini in riferimento ai diversi profili legati alla categoria euristiche.

Gli studenti che si caratterizzano con il profilo E1.1 sono agevolati dal fatto che uno dei due estremi è nullo. In questo caso particolare, gli studenti potrebbero scegliere di individuare  $u_m = 1$  oppure  $u_m = 5$ . Di conseguenza, il segmento potrebbe essere suddiviso in parti di lunghezza rispettivamente:  $u_l = \frac{l}{200}$  oppure  $u_l = \frac{l}{40}$ . Nella versione cartacea, la lunghezza del segmento presentato è pari a 15 cm. Nel caso in cui gli studenti scegliessero di fissare  $u_m = 1$ , l'unità  $u_l$  risulta inferiore a  $1mm$ . Ciò significa che la procedura E1.1 non può essere implementata per un valore di  $u_m$  così piccolo poiché  $u_l$  risulterebbe inferiore alla sensibilità di qualunque righello standard. Nel secondo caso, invece, per  $u_m = 5$ , il valore di  $u_l$  è circa  $4mm$ ; ciò significa che la procedura potrebbe essere implementabile anche se con possibili difficoltà pratiche legate alla precisione della misurazione con il righello e l'alto numero di passaggi che richiede la procedura.

In conclusione, il fatto di caratterizzarsi rispetto al profilo E1.1 è dipendente dalla scelta di un opportuno  $u_m$ . Gli studenti del profilo R1, sono consapevoli che si tratta di una stima e dunque potrebbero scegliere un valore dell'unità numerica pari a 10 o a 20. Ad esempio per  $u_m = 20$ , il valore della lunghezza degli intervalli è poco più di  $1\text{cm}$  e dunque il numero 165 sarà posizionato in prossimità della decima partizione. Al contrario, gli studenti R2, potrebbero scegliere per abitudine  $u_m = 1$  e quindi abbandonare l'approccio.

Nel caso del profilo E1.2, invece, partendo, ad esempio, da  $u_l = 1\text{cm}$ , gli studenti potrebbero individuare che il valore numerico riferito a questo intervallo è  $u_m \sim 17$ ; per questo motivo, il numero deve essere posizionato poco prima del decimo centimetro. Facilitati dal fatto di trovarsi in un caso particolare, gli studenti potrebbero raggiungere una stima della posizione senza eccessive procedure. Il problema che potrebbero incontrare i profili di tipo R2 è quello di non accettare di posizionare la crocetta in riferimento ad una posizione troppo approssimativa e dunque potrebbero cercare di affinare la strategia identificando  $u_m$  all'ordine di grandezza del  $mm$ .

In conclusione, il profilo E1.3 caratterizza gli studenti che lavorano sull'uguaglianza:

$$165 : x = 200 : 15\text{cm}$$

per cui il numero  $n$  deve essere posizionato ad una distanza dal primo estremo pari a circa  $12,4\text{ cm}$ .

È chiaro che senza il supporto del righello il valore della lunghezza del segmento non può essere individuata; in aggiunta, anche se si tratta di un caso particolare di compito ( $e_1 = 0$ ), si abbassa il numero di procedure da implementare ma non la complessità del calcolo. L'analisi del compito 1, quindi, può confermare le ipotesi fatte nella sezione precedente per cui ci si aspetta che tali procedure possano essere attivate prevalentemente nel caso cartaceo.

Per quanto riguarda E2, il procedere per approssimazioni successive richiede una bassa complessità computazionale. Infatti; gli studenti E2.1, possono individuare il valore corrispondente al punto medio del segmento dividendo 200 per 2. In questo modo, il valore corrispondente al punto medio è 100 e ai  $\frac{3}{4}$  è 150.

Procedendo in questo modo, 165 si troverà in corrispondenza dell'intervallo tra  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{7}{8}$ , indicati con una crocetta rossa e una verde in figura 3.14.

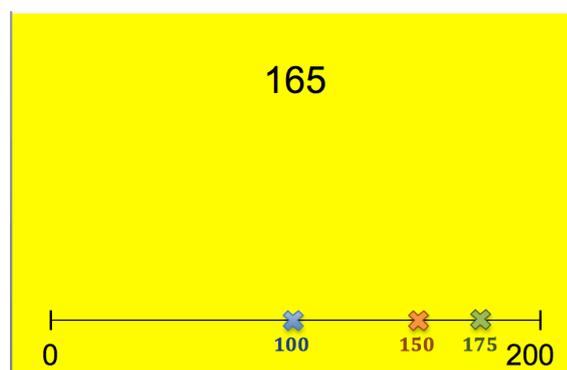


Figura 3.14: immagine approccio E2.1, compito 1

In conclusione, per quanto riguarda E2.2, lo studente potrebbe accorgersi che  $165 - 0 = 165$  mentre  $200 - 165 = 35$ ; per questo motivo potrebbe scegliere di posizionare il numero in prossimità del secondo estremo senza attivare procedure particolari.

Gli esempi presentati in precedenza confermano le ipotesi fatte nella sezione precedente in riferimento al caso generale. Per questo compito, però, il fatto che lo studente si trovi a lavorare con delle condizioni a priori molto particolari potrebbe restringere la distanza tra i due ambienti. In altri termini, il fatto di lavorare su una linea che “parte da zero”, potrebbe condurre gli studenti a riconoscere un compito familiare e quindi procedere per analogie con i compiti scolastici standard in entrambi i formati.

### 3.4.2.3 *Analisi del compito 2 rispetto alle diverse categorie*

In Figura 3.15 presentiamo l'immagine di uno dei compiti somministrati nella sperimentazione in ambiente cartaceo. In questo caso viene richiesto agli studenti di posizionare il numero  $n = 420$  sul segmento dati gli estremi:  $e_1 = 350$  e  $e_2 = 650$ .

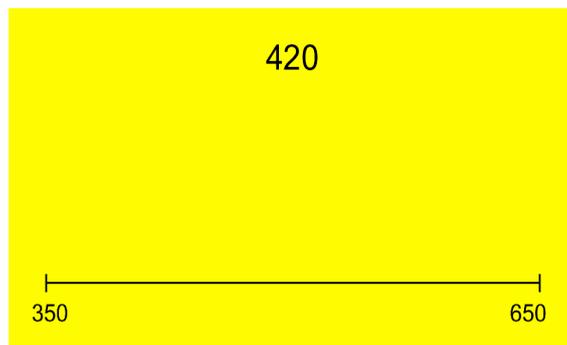


Figura 3.15: immagine di approssimare con i palloncini, compito 2

I valori presentati, questa volta, si riferiscono ad un caso più generale: entrambi gli estremi sono diversi da zero.

In questo caso, potrebbe essere più difficile ricondursi ad esercizi familiari. Coloro che comunque tentano di farlo (P2), potrebbero essere tratti in errore dal fatto che uno dei due estremi non sia nullo. In altri termini, è possibile che coloro che si caratterizzano con il profilo E1, possano attivare delle procedure particolari legate alla condizione che il primo estremo sia nullo. In questo senso, essi potrebbero sviluppare delle procedure che sarebbero corrette rispetto al caso particolare  $[0, 650]$ . In mancanza di una valutazione globale costante, essi potrebbero fornire una risposta errata senza accorgersene.

Gli studenti che si identificano con E1.1 o E1.2 devono tenere presente che  $e_1 \neq 0$ . Per questo motivo, indipendentemente dall'unità di misura che scelgono di definire, ogni procedura deve prevedere una traslazione dell'ordine di  $e_1$ . Ad esempio, se gli studenti scelgono di definire  $u_m = 20$ , il valore della lunghezza degli intervalli è esattamente  $1\text{ cm}$  (dato che  $e_2 - e_1 = 300$ ) ma nel determinare la partizione in cui posizionare il numero, devono aggiungere, ad ogni valore numerico riferito alla partizione, il valore  $e_1$ . In altri termini, 420 dovrà essere posizionato nel punto medio della quarta partizione dato che  $\frac{n-e_1}{u_m} = 3,5$  e quindi ad una distanza di  $3,5\text{ cm}$  dal primo estremo. Al contrario, nel caso gli studenti considerassero erroneamente  $\frac{n}{u_m}$ , essi incorrerebbero la difficoltà di non sapere

individuare la partizione corrispondente, dato che il valore che si ottiene supera di molto il numero di partizioni possibili in riferimento all'unità di misura scelta. Nel caso venisse attivata una valutazione globale della procedura, è possibile che gli studenti si accorgano dell'errore e lo correggano oppure scelgano di adottare strade differenti.

Anche per E1.3, occorre tenere la stessa attenzione al primo estremo nell'implementazione dell'uguaglianza:

$$(420 - 350):x = 300:15cm$$

Al contrario, considerando il caso  $420:x = 300:15cm$ , gli studenti incorrerebbero in un errore che li condurrebbe verso un posizionamento errato del numero. In particolare, influenzati dalla *delega formale*, gli studenti potrebbero interpretare il risultato  $x = 21 cm$  (incoerente rispetto alle condizioni del compito) come  $x = 21 mm$  e dunque posizionare il numero in corrispondenza di una distanza di  $2,1 cm$  dal primo estremo.

Per quanto riguarda E2, il procedere per approssimazioni successive richiede una bassa complessità computazionale ma le stesse accortezze rispetto al fatto che il primo estremo è diverso da zero. Gli studenti del profilo E2.1, ad esempio, potrebbero individuare il valore corrispondente al punto medio del segmento dividendo 300 per 2. Al valore trovato occorre poi necessariamente aggiungere il valore del primo estremo. Nello specifico, il valore numerico corrispondente al punto medio è 500. Individuato tale valore, procedendo per dimezzamenti, lo studente può individuare il valore relativo a  $\frac{1}{4}$  del segmento: 425. In questo modo, ci si aspetta che lo studente posizioni il numero 420 in corrispondenza di  $\frac{1}{4}$  del segmento. In questo caso, è meno probabile che lo studente non si renda conto del fatto di non trovarsi in un caso particolare. Dimezzando 300, si ottiene 150 che potrebbe essere facilmente riconosciuto come un numero che non appartiene all'intervallo [350, 650].

Infine, per quanto riguarda E2.2, lo studente potrebbe ragionare in base alla distanza numerica del numero da posizionare e il valore degli estremi; in questo modo:  $420 - 350 = 70$  mentre  $650 - 420 = 230$ . Alla luce di questo risultato, lo studente potrebbe intuire che il numero da posizionare si troverà sul segmento ad una distanza inferiore al primo estremo piuttosto che al secondo. Il rischio di una procedura così approssimativa è che si basa sulla percezione visiva e dunque sulle abilità di stima "ad occhio" di una misura. In questo caso, è possibile che il valore 70 possa essere sottostimato e per questo gli studenti potrebbero posizionarlo troppo vicino al primo estremo.

#### 3.4.2.4 *Categorie di comportamenti e griglia di comparazione dei compiti*

In base alle ipotesi a priori riferite alle categorie in generale e sui singoli compiti in particolare, in questa sezione vogliamo rendere più specifica l'analisi a priori in riferimento alla domanda di ricerca. In particolare cerchiamo di formulare ipotesi riguardo a possibili relazioni tra le differenze riscontrate dalla griglia di comparazione dei compiti e i singoli profili descritti.

Il testo del compito presentato in ambiente digitale, differisce da quello cartaceo poiché in esso è stato aggiunto un paragrafo in cui sono descritte le istruzioni sul funzionamento del tasto "lancia la freccetta". Per questo motivo, è evidente una differenza che comporta

l'aumento della lunghezza del testo scritto e del contenuto della componente informazioni, in particolare nel numero di informazioni presentate. Nell'ambiente carta e penna, oltre a mancare le informazioni relative al suo utilizzo, il tasto stesso è stato eliminato dall'immagine. Tale differenza di contenuto e formato si potrebbe riscontrare nel momento in cui gli studenti leggono il testo del compito. In questa prospettiva, immaginiamo che non si riscontrino particolari differenze in termini di profili ma che il tempo dedicato alla lettura nei due ambienti sia differente. In particolare, nell'ambiente digitale, gli studenti devono leggere un testo più lungo e devono successivamente coordinare le informazioni relative alla funzione presentata attraverso una modalità di comunicazione scritta e iconografica. Al contrario, nell'ambiente cartaceo, ci aspettiamo che venga dedicato poco tempo alla lettura e che gli studenti passino più velocemente all'implementazione di una strategia risolutiva.

Nella griglia di comparazione dei compiti, si riscontrano notevoli differenze in riferimento alla soluzione del compito: su carta e penna lo studente è supportato dalla possibilità di utilizzare carta e penna per tenere traccia delle operazioni che attiva, ad esempio segnare tutte le partizioni del segmento che individua; in ambiente digitale, invece, il solutore può avvalersi del supporto del mouse e delle dita come unico mezzo tramite il quale tenere traccia di ogni singola procedura. A tal proposito, possiamo ipotizzare delle differenze in riferimento ai profili.

Nell'ambiente carta e penna, la possibilità di tenere traccia delle operazioni, potrebbe agevolare l'emergere del profilo C1 e dunque della scelta di implementare un sistema di controllo non mnemonico ma che tenga traccia passo passo di ogni operazione. Il fatto di agire in un ambiente che non restituisce alcun feedback in riferimento alla soluzione finale del compito, però, potrebbe spingere gli studenti ad attivare più frequentemente episodi di valutazione locale e globale; per questo motivo, ci aspettiamo che il profilo V1 sia frequente nell'ambiente carta e penna. Al contrario, la possibilità di ricevere un feedback esterno attraverso lo scoppio o meno del palloncino, potrebbe spingere gli studenti che operano in ambiente digitale, a non attivare alcun episodio di Valutazione, in particolare di Valutazione Globale. In questa prospettiva, è possibile che i profili V2 e V4 siano più frequenti in ambiente computerizzato. Allo stesso tempo, l'imposizione di poter spostare il palloncino ma di non poter segnare dei punti di riferimento sul segmento, limita notevolmente il numero di operazioni disponibili al solutore; tale limite potrebbe spingere lo studente a scegliere di avvalersi di un sistema di controllo mnemonico e quindi operare prevalentemente a mente. Allo stesso modo, anche coloro che decidono di tenere memoria dei punti di interesse lo possono fare solo attraverso mouse e dita e dunque tenendo solo una traccia temporanea di tali punti. In linea con questa ipotesi immaginiamo che i profili C2 e C3 siano più frequenti in ambiente digitale.

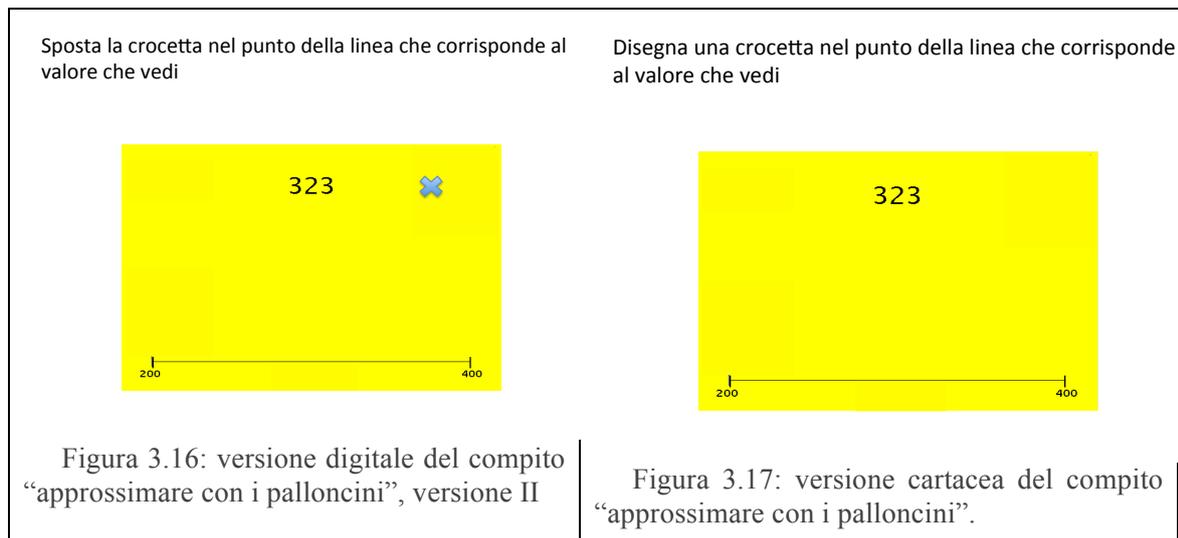
Come più volte ripetuto, la presenza del palloncino potrebbe stimolare lo studente a riconoscere nel compito digitale un aspetto ludico. In questo senso, possiamo immaginare che siano frequenti nell'ambiente computerizzato profili di tipo P1. Al contrario, il compito in ambiente carta e penna si presenta molto simile ai compiti che generalmente si svolgono in classe sulla linea dei numeri; per questo motivo, è possibile che alcuni studenti non percepiscano il compito come un gioco, P2. La percezione o meno da parte dello studente del compito come gioco, potrebbe avere un effetto anche sul sistema di risorse che egli

riconosce, infatti, il percepire il compito come un tipico esercizio di matematica potrebbe richiamare nello studente solo le risorse riferite alla linea dei numeri e alla posizione dei numeri sulla retta. In questa prospettiva, immaginiamo che il profilo R2 possa essere più frequente per studenti del profilo P2. Al contrario, il fatto di riconoscere il compito come un gioco, potrebbe stimolare gli studenti a fornire una risposta avvalendosi delle capacità di stima ad occhio e per questo possiamo immaginarci che il profilo P1 sia più facilmente collegato al profilo R1. In altre parole, nel gioco gli studenti potrebbero sentirsi più liberi e accettare una valutazione “non precisa”, mentre in un compito percepito come scolastico potrebbero sentirsi obbligati ad essere precisi.

Per quanto concerne le euristiche, le differenze presenti nella formulazione dei compiti non ci permettono di sviluppare particolari ipotesi sulla possibile scelta di approccio da parte degli studenti. Possiamo supporre che l’ambiente carta e penna possa richiamare nello studente alcune pratiche legate a compiti noti, generalmente somministrati nella prassi didattica, che li conducano ad euristiche legate all’analisi del numero obiettivo e dunque a caratterizzarsi attraverso i profili E1. Tale ipotesi però non trova un riscontro strettamente legato alle differenze osservate dalla griglia di comparazione ma può essere presunto solo dal fatto che l’ambiente stesso venga riconosciuto più familiare e dunque spinga gli studenti alla ricerca di analogie con altri compiti già affrontati.

#### **3.4.2.5 Il compito “*approssimare con i palloncini*” nell’ambiente digitale, versione II**

Come osservato in precedenza nell’analisi dei compiti attraverso la griglia di comparazione, nel caso di *approssimare con i palloncini* possiamo osservare un numero di variazioni maggiore rispetto al compito della *calcolatrice rotta*. Per questo motivo, abbiamo pensato di costruire una seconda versione del compito in ambiente digitale, che chiamiamo versione II. Nelle Figure 3.16 e 3.17, presentiamo la versione digitale II del compito *approssimare con i palloncini* affiancata dalla versione cartacea che non ha subito variazioni rispetto alla precedente.



Nella seconda versione, osserviamo che si mantiene una variazione nella componente set-up, ma solo in riferimento all'azione del protagonista: esso presenta da una parte l'azione di “spostare” mentre dall'altra quella di “disegnare”.

Nella seconda versione sono state eliminate le differenze riscontrate nella componente delle informazioni; nel caso della versione II, il compito presenta le stesse informazioni sia nel contenuto che nel formato di quello cartaceo. In aggiunta, è stato eliminato il palloncino per sostituirlo con una crocetta; in questo modo, presupponiamo di aver eliminato un fattore che potrebbe causare una diversa percezione del compito da parte dello studente, in termini di gioco da una parte e esercizio di matematica dall'altra. La rimozione del palloncino e della freccetta, ci ha permesso di eliminare il feedback esterno previsto dall'applet e dunque eliminare una delle tre variazioni riscontrate nella dimensione soluzione del compito.

### 3. I compiti somministrati nella sperimentazione

Tabella 3.5: griglia di comparazione dei compiti nelle due versioni: digitale II e carta e penna.

La terza colonna riporta le variazioni rilevate.

<b>Contenuto del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Set-up	1. Protagonista e personaggi	NO
	2. Azioni e strumenti	Le azioni del personaggio nei due compiti sono differenti: “sposta”/ “disegna”
	3. Scopo dei personaggi	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up	Le variazioni di contenuto sono esplicitate attraverso testi differenti sempre nel registro verbale scritto. I verbi riferiti alle azioni del solutore sono differenti nei due ambienti: trascina/disegna.
Informazioni	1. numero di informazioni variate	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni	NO
Domanda	1. Tipologia di domanda	NO
	2. Tipologia di richiesta	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda	NO
<b>Formato del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Layout del compito	1. Scelte stilistiche	NO
	2. Struttura del compito	NO
<b>Soluzione del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Soluzione del compito	1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito	Le modalità di comunicazione a supporto delle azioni attivabili dal solutore prevedono possibilità diverse.
	2. modalità di comunicazione della risposta	Le modalità di comunicazione della risposta prevedono possibilità diverse in riferimento al linguaggio che il solutore può utilizzare per fornirla.
	3. feedback	NO

Le due versioni del compito sono state usate in due momenti della sperimentazione differenti. In particolare, la versione I del compito digitale è stata somministrata nella prima fase della sperimentazione, che presenteremo nel capitolo 5, mentre la versione II del

compito è stata somministrata nella seconda fase del compito, che presenteremo nel capitolo 6.

## 4 Individuazione del campione di ricerca

La sperimentazione in classe è stata svolta nell’A.S. 2013/2014 e ha coinvolto un campione di studenti della Scuola secondaria di I Grado delle province di Trento e Bologna. Nello specifico, la sperimentazione è stata sviluppata in due momenti differenti e coinvolto due sottopopolazioni del campione di ricerca.

La prima sperimentazione, che chiamiamo *sperimentazione pilota*, è stata condotta ad Ala (TN) ed è stata utile come studio preliminare per definire in dettaglio gli strumenti di analisi elaborati per svolgere la seconda. Quest’ultima, invece, è stata condotta in una scuola di Castel Maggiore (BO).

In questo capitolo, descriviamo la popolazione degli studenti coinvolti nella sperimentazione mentre in quelli successivi ci dedichiamo alla descrizione dettagliata delle sperimentazione e dei risultati emersi dalle analisi. In particolare, di seguito presentiamo i contesti scolastici e le classi in cui è stata svolta la sperimentazione.

### 4.1 Il campione di ricerca

L’individuazione degli studenti non si è basata sulla determinazione preventiva di particolari criteri di selezione del campione. L’unico criterio stabilito a priori ha riguardato il livello scolastico di appartenenza; abbiamo considerato la Scuola Secondaria di I grado perché si rivela la più idonea in riferimento ai compiti selezionati. Consideriamo inoltre che la Scuola Secondaria di I grado può essere considerata come un livello “ponte” che si frappone tra la Scuola Primaria e la Scuola Secondaria di II grado. Essa, infatti, coincide con il triennio conclusivo del primo ciclo di istruzione e si caratterizza, rispetto ai precedenti livelli dello stesso ciclo, come punto di raccordo con il ciclo successivo.

Con una formale richiesta scritta si sono cercate le scuole disponibili nelle province di Bologna e Trento.

Alla fine sono state selezionate per la sperimentazione:

- Scuola Secondaria di I grado di Ala (TN)<sup>38</sup>;
- Scuola Secondaria di I grado “Donini-Pelagalli” di Castel Maggiore (BO)<sup>39</sup>.

---

<sup>38</sup> IC Ala "A. Bresciani", Via Don Anzelini, 2 - 38061 Ala (TN) – CF 94024570221 (<http://www.istitutocomprensivoala.it/>)

Entrambe le scuole sono dotate di un'aula specializzata in cui si trovano diversi computer a disposizione degli studenti. Questa peculiarità, ha permesso di svolgere l'attività di somministrazione al di fuori dell'aula durante le ore curricolari.

#### **4.1.1 Scuola Secondaria di I grado di Ala (TN)**

Per descrivere le caratteristiche della scuola e dunque per introdurre il contesto socio culturale degli studenti coinvolti della sperimentazione, facciamo riferimento al Piano dell'Offerta Formativa (P.O.F)<sup>40</sup> dell'Istituto; in esso, infatti, vengono descritte le principali caratteristiche socio-politiche del territorio in cui si inserisce l'istituto, e le specifiche strutturali della scuola.

Il comune di Ala è situato in Vallagarina e comprende i nuclei insediativi di Ala, Marani, Ronchi, Pilcante, S. Margherita, Serravalle, Sdruzzinà e Chizzola, dai quali provengono tutti gli studenti. Il contesto sociale è connotato da una precisa identità culturale che ne definisce i modi di vivere, le tradizioni e le usanze di paese, che a loro volta si differenziano nel rapporto di convivenza con le altre realtà etniche presenti. Attualmente, soprattutto il centro di Ala, vede una forte espansione edilizia e un conseguente incremento demografico caratterizzato da ricambi significativi dovuti al fenomeno immigratorio. L'identità del territorio va così ridefinendosi in chiave sempre più multiculturale. Conseguentemente anche la presenza di alunni stranieri nelle scuole dell'istituto è andata via via aumentando, fino a raggiungere una percentuale complessiva che si assesta attorno al 22% circa.

La scuola è costituita da diversi spazi: aule, laboratori (musica, scienze, arte), biblioteca, palestra e aule specializzate (ad esempio, informatica e sostegno) come in molte scuole del Trentino, l'istituto è attrezzato con diverse aule adibite alle attività laboratoriali; questo fatto sottolinea l'intento di dare valore alla componente operativa dell'apprendimento e mantenere uno stretto legame con il territorio.

I due docenti che hanno collaborato alla sperimentazione sono gli insegnanti Castellino e Moggio, i quali hanno messo a disposizione tre delle loro classi.

Tabella 4.1: lista delle classi coinvolte nella sperimentazione ad Ala

Classe	Sezione	Docente
I	D	Castellino
III	D	Castellino
III	C	Moggio

#### **4.1.2 Scuola Secondaria di I grado di Castel Maggiore (BO)**

Come per la scuola precedente, per descrivere le caratteristiche della scuola e dunque per introdurre il contesto socio culturale degli studenti coinvolti della sperimentazione, facciamo riferimento al Piano Triennale dell'Offerta Formativa (PTOF)<sup>41</sup> dell'Istituto; in

---

<sup>39</sup> IC Castel Maggiore, Via Bondanello n.28 - 40013 Castel Maggiore (BO) – C.F. 91201340378 (<http://www.ic-castelmaggiore.it/>)

<sup>40</sup> [http://www.istitutocomprensivoala.it/phocadownload/Documenti-Istituto/ala\\_pof\\_2015.pdf](http://www.istitutocomprensivoala.it/phocadownload/Documenti-Istituto/ala_pof_2015.pdf)

<sup>41</sup> <http://www.ic-castelmaggiore.it/category/aree/P.T.O.F.>

esso, infatti, vengono descritte le principali caratteristiche territoriali e strutturali della scuola.

Il Comune di Castel Maggiore comprende una popolazione di circa 17.500 abitanti e si estende su di un territorio di kmq 31,10. Esso fa parte della conurbazione bolognese. La zona ha assunto da vari anni la funzione di raccordo commerciale e industriale tra le città emiliane data la sua vicinanza a strutture come l'Interporto e il Centergross e la presenza di piccole e medie imprese di varia natura. Tali caratteristiche fanno sì che il Comune sia soggetto a un forte e continuo incremento demografico a causa di fenomeni migratori, soprattutto dal Capoluogo. Il contesto socio-economico di provenienza degli studenti è variegato. L'incidenza degli studenti con cittadinanza non italiana si attesta in media attorno all'11-12% con provenienza mista: ragazzi di nazionalità cinese, magrebina, o provenienti dal bacino dell'Europa dell'est.

La scuola è costituita da diversi spazi: aule, laboratori (arte, scienze e tecnologia), biblioteca e aule specializzate (audiovisivi, informatica e altre). La scelta di attrezzare l'Istituto con aule per attività laboratoriali sottolinea l'intento di dare valore alla componente operativa dell'apprendimento.

Ha partecipato alla sperimentazione un'alta percentuale del corpo docenti di matematica e scienze dell'istituto; in particolare, gli insegnanti Amadori, Casarotto, Colletta, Montaldi e Raschiatore hanno messo a disposizione una o due delle loro classi. (Tab: 4.2)

Tabella 4.2: lista delle classi coinvolte nella sperimentazione a Castel Maggiore

Classe	Sezione	Docente
I	B	Montaldi
I	C	Casarotto
I	E	Montaldi
I	G	Raschiatore
III	D	Colletta
III	E	Amadori
III	G	Raschiatore

## 5 Progettazione, implementazione e descrizione della sperimentazione pilota

In questo capitolo descriviamo nel dettaglio la sperimentazione pilota e dunque concludiamo la descrizione del primo dei due momenti in cui è stata sviluppata la sperimentazione. In particolare, presentiamo l'apparato di strumenti che sono stati utilizzati per la sperimentazione, le modalità di implementazione e infine i primi risultati emersi. La scelta di denominarla *sperimentazione pilota* è stata fatta proprio perché i risultati emersi da tale sperimentazione sono stati utilizzati per ridefinire in modo specifico lo strumento di analisi dei comportamenti che utilizzeremo per analizzare e discutere i risultati raccolti nel secondo momento della sperimentazione.

Entrando nello specifico, lo strumento di codifica dei comportamenti presentato nel secondo capitolo (par. 2.3.3), è stato costruito partendo dallo schema di osservazione del processo di risoluzione di problemi proposto da Schoenfeld (1985). Come sottolinea lo stesso autore, la categorizzazione delle azioni degli studenti in riferimento agli episodi non è banale; esistono, ad esempio, casi in cui il limite tra un episodio e l'altro è molto labile. Per questo motivo Schoenfeld suggerisce di prestare particolare attenzione più che alla singola azione, al complesso delle azioni del solutore in un determinato contesto e agli scopi che le guidano. Allo scopo di semplificare il processo di codifica dei comportamenti e di descrivere in maggior dettaglio i singoli episodi, abbiamo predisposto degli indicatori generali riferiti alle operazioni che possono caratterizzare le singole attività. Tali indicatori, quindi, non si riferiscono con specificità ad un particolare compito ma possono essere adattabili a qualunque genere di compito matematico.

La sperimentazione pilota è stata svolta allo scopo di rendere più specifici tali indicatori per sviluppare uno strumento ad hoc riferito ad ognuno dei due compiti somministrati nella sperimentazione. In particolare, in questo capitolo, a partire dalle analisi dei protocolli degli studenti, raffiniamo lo strumento di codifica dei comportamenti descritto in modo generale nel quadro teorico. In questo modo, definiremo due strumenti specifici, uno per la *calcolatrice rotta* e uno per *approssimare con i palloncini*.

## 5.1 Progettazione della sperimentazione pilota

La sperimentazione pilota è stata progettata a partire dai compiti elaborati e descritti nel capitolo 3. Per quanto riguarda l'ambiente digitale, i compiti sono stati presentati direttamente all'interno dei due applets: la *calcolatrice rotta* e *approssimare con i palloncini*. In particolare, sono stati predisposti due fogli pdf visualizzabili nella schermata del pc (fig. 5.1 e 5.2), in cui è presentato il compito generico, le istruzioni per l'utilizzo degli strumenti presentati nei due applet e il link da cliccare per attivare l'applet.

Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell'immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?

Il tasto **Cancella**, in basso, ti permette di cancellare l'ultimo tasto che hai digitato. Il tasto = calcola il risultato dell'espressione scritta nella parte gialla



Punteggio: 0 2. Obiettivo: 84 Prossima situazione

La calcolatrice rotta

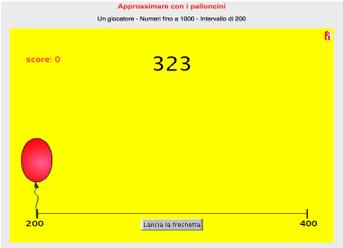
Ho finito o non so andare avanti

Clicca [qui](#) per cominciare

Figura 5.1: compito “la calcolatrice rotta” in ambiente digitale

Trascina il palloncino nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi

Quando sei sicuro della posizione, clicca su **lancia la freccetta** e una freccia scoppierà il palloncino solo se questo si trova nella posizione corrispondente alla posizione del numero che vedi.



Approssimare con i palloncini  
Un giocatore - Numeri fino a 1000 - Intervallo di 200

score: 0 323

200 400 Lancia la freccetta

Clicca [qui](#) per cominciare

Figura 5.2: compito “approssimare con i palloncini” in ambiente digitale

In questa prima sperimentazione, sfruttando il link all'applet, i compiti di *approssimare con i palloncini* sono stati presentati nella versione I. In questo caso, quindi, gli studenti che affrontano il compito nell'ambiente informatizzato hanno a disposizione il feedback restituito da entrambi gli applets: uno interno nel compito della *calcolatrice rotta* e uno esterno nel compito di *approssimare con i palloncini*.

Per la costruzione dei compiti in ambiente cartaceo occorre fare una precisazione importante. Come già anticipato nei precedenti capitoli, l'applet genera ogni volta compiti con informazioni sempre differenti. All'apertura dell'applet, non c'è modo di prevedere il genere di compito che verrà proposto in termini di informazioni presentate nello stimolo. Questo fatto impedisce di somministrare a tutti gli studenti lo stesso tipo di compito anche nello stesso ambiente digitale. D'altro canto, però, somministrando i compiti in ambiente digitale e in ambiente cartaceo in due giornate differenti, è stato possibile predisporre i compiti nella versione cartacea con le stesse informazioni presentate in quello nella versione digitale almeno per gli studenti della stessa classe. Nella sperimentazione pilota sono quindi stati somministrati prima i compiti in ambiente digitale e successivamente quelli in ambiente cartaceo (fig. 5.3 e 5.4).

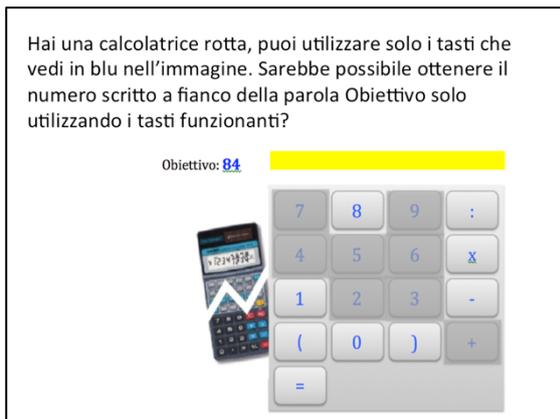


Figura 5.3: compito “la calcolatrice rotta” in ambiente cartaceo

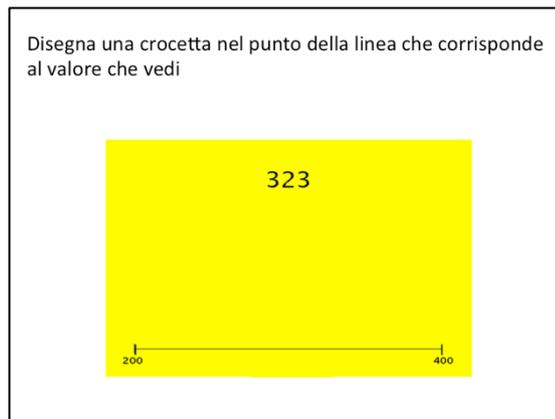


Figura 5.4: compito “approssimare con i palloncini” in ambiente cartaceo

## 5.2 Implementazione della sperimentazione pilota

La sperimentazione pilota è stata svolta in una scuola del Trentino-Alto Adige e ha coinvolto 3 classi per un totale di 16 studenti.

In linea con il quadro teorico di Schoenfeld (1985), abbiamo scelto di somministrare i compiti a coppie di studenti e non a studenti singoli. Il motivo di questa scelta, confermata anche dall'autore, è di avere la possibilità di raccogliere un numero di dati maggiore attraverso l'osservazione dell'interazione tra due solutori e delle discussioni che possono avvenire tra di loro durante il processo risolutivo. Per la sperimentazione, è stato chiesto ai docenti di matematica di selezionare due coppie di studenti considerate da loro equivalenti per livello di apprendimento nella disciplina; ad una coppia sono stati somministrati i compiti in ambiente cartaceo mentre all'altra quelli in ambiente digitale. Per entrambi gli ambienti, agli studenti è stato consegnato un test composto di 4 compiti: 2 della *calcolatrice rotta* e 2 di *approssimare con i palloncini*.

In Tabella 5.1 presentiamo nel dettaglio le 8 coppie coinvolte nella sperimentazione pilota, specificando classe e docente di riferimento. Ogni coppia è stata etichettata in riferimento all'ambiente di somministrazione e all'ordine in cui le sbobinature del processo risolutivo sono presentate negli Allegati. In particolare, l'acronimo *cbt* (Computer-Based Test) si riferisce alle coppie a cui è stato somministrato il test in ambiente digitale; mentre *ppt* (Paper and Pencil- Based Test) si riferisce a coloro che hanno svolto il test in ambiente cartaceo.

La numerazione segue l'ordine cronologico di somministrazione del test in ambiente digitale (1, 2, 3, 4) e indica, per l'ambiente cartaceo, le coppie che hanno affrontato i compiti con le stesse informazioni di quelli somministrati nell'ambiente digitale. Ad esempio, gli studenti M. ed E. (protocollo\_cbt\_1) hanno svolto il test in ambiente digitale per primi; alle loro compagne, L. e G. (protocollo\_ppt\_1), è stato somministrato il test in formato cartaceo, i cui compiti presentano le stesse informazioni di quelle dell'ambiente digitale affrontato da E. e M. .

Tabella 5.1 elenco delle coppie coinvolte nella sperimentazione pilota

<b>Coppie di studenti</b>	<b>Classe</b>	<b>Sezione</b>	<b>Docente</b>
protocollo_cbt_3 (D. e J.) protocollo_ppt_3 (M. e A.)	I	D	Castellino
protocollo_cbt_1 (M. e E.) protocollo_ppt_1 (L. e G.)	III	D	Castellino
protocollo_cbt_2 (R. e F.) protocollo_ppt_2 (A. e B.)	III	C	Moggio
protocollo_cbt_4 (C. e Ch.) protocollo_ppt_4 (M. e G.)			

Il test è stato somministrato nel primo quadrimestre dell’A.S. 2013/2014 (dicembre 2013-gennaio 2014) durante le ore scolastiche. Agli studenti non è stato imposto alcun limite di tempo; nonostante ciò, il fatto di somministrare i compiti durante l’orario scolastico, ha necessariamente influenzato le tempistiche.

L’intero svolgimento della sperimentazione è stato videoregistrato. Nella versione computerizzata è stato inoltre possibile registrare il monitor del pc allo scopo di rilevare i movimenti e l’utilizzo di mouse e tastiera.

### **5.3 Raffinamento dello strumento di codifica dei comportamenti per il compito “la calcolatrice rotta”**

L’obiettivo di questa prima sperimentazione è stato quello di raffinare lo strumento di codifica dei comportamenti e quindi individuare degli indicatori più puntuali per la definizione degli episodi. Il risultato che proponiamo è, appunto, lo strumento di codifica dei comportamenti specifico per il compito della calcolatrice rotta. Per rendere la discussione più chiara e mettere in luce con maggior chiarezza i passi che hanno permesso di costruire tale strumento, presentiamo le evidenze prendendo separatamente i diversi episodi proponendo esempi tratti dalle analisi complete dei protocolli, presentate nel capitolo degli Allegati.

#### **5.3.1 Ridefinizione degli indicatori relativi agli episodi del compito “la calcolatrice rotta”**

In questo paragrafo esaminiamo i diversi episodi del compito “la calcolatrice rotta” nell’ambiente computerizzato e cartaceo. In particolare, definiamo gli indicatori a partire dai casi specifici osservati nei singoli protocolli.

Nella descrizione dei singoli episodi e nell’analisi dei comportamenti degli studenti facciamo riferimento alla definizione presentata nella griglia di codifica dei comportamenti (cap. 2, par. 2.2.3) e ai profili definiti nell’analisi a priori dei compiti (cap. 3, par. 3.3.2.1).

##### **5.3.1.1 Episodio di Lettura**

Secondo Schoenfeld, il processo risolutivo del compito comincia dall’episodio di Lettura. Nel caso digitale, ad esempio, si tratta delle azioni che gli studenti attivano quando si trovano davanti alla schermata pdf in cui è presentato il compito, il quale è comunicato

attraverso una descrizione verbale scritta arricchita da un esempio rappresentato attraverso un'immagine.

Per chiarezza espositiva, riprendiamo la definizione dell'episodio di Lettura presentata nella griglia di comparazione dei compiti.

*L'episodio di Lettura comincia quando il soggetto inizia a leggere il testo del problema ad alta voce o in silenzio. Esso non si esaurisce nel processo di lettura ma include anche i silenzi che lo intercalano e lo seguono; essi infatti rappresentano momenti in cui il solutore rielabora le idee e i contenuti proposti nel testo del compito. L'episodio di Lettura è dunque caratterizzato da azioni che seguono lo scopo comune di comprendere il compito ed ogni sua componente a partire dalla sua comunicazione attraverso diversi sistemi di segni. In questa prospettiva, sono compresi nell'episodio Lettura, le azioni e operazioni legate alla verbalizzazione di alcune parti del testo scritto, di esplicitazione dei dati presentati o di rielaborazioni personali di alcune frasi o del testo completo che vengono espresse attraverso una riformulazione verbale parafrasata.*

*In sintesi, l'episodio di Lettura viene definito come quell'insieme di azioni in cui il lettore interpreta quello che è presentato nel testo del compito.*

In generale, l'episodio di Lettura si caratterizza nelle azioni e operazioni che vengono attivate nel momento in cui gli studenti si trovano di fronte al testo del compito. Nel caso digitale, ad esempio, tale episodio coincide con i comportamenti che vengono attivati nel momento in cui gli studenti si trovano davanti alla schermata pdf presentata sul monitor del computer.

Indipendentemente dall'ambiente di somministrazione, la Lettura si caratterizza rispetto ad azioni differenti da parte degli studenti:

- L1.** Leggere il testo del compito ad alta voce singolarmente o insieme;
- L2.** Seguire con il dito, il mouse, o altro le righe del testo del compito in silenzio o ripetendole ad alta voce;
- L3.** Guardare in silenzio il testo;
- L4.** Elencare o esplicitare tutte le informazioni presentate nel testo del compito;
- L5.** Elencare o esplicitare una parte delle informazioni presentate nel testo del compito;
- L6.** Porsi delle domande in riferimento alle informazioni e/o agli scopi del compito.

Come si può osservare nelle tabelle (Tab. 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5) ogni coppia di studenti si contraddistingue dalle altre attraverso atteggiamenti differenti nei due ambienti.

Nel protocollo\_cbt\_1 (Tab. 5.2), ad esempio, gli studenti coordinano le informazioni presentate in forma verbale con quelle mostrate nell'immagine; nello specifico, a metà della lettura, fanno una pausa per controllare nell'immagine quali sono in effetti i tasti funzionanti. In questo caso, quindi, l'episodio di lettura è definito dagli indicatori L1 e L4.

Tabella 5.2: Protocollo\_cbt\_1, episodio di lettura preliminare

Protocollo_cbt_1 (studenti E. e M.)	Commenti
E. (legge ad alta voce) “Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell’immagine.” E. “Il 9, il 3 e i segni” M. “e il zero” E. (finisce di leggere il testo ad alta voce)	Uno dei due studenti legge ad alta voce il testo. In particolare, si sofferma sulla prima affermazione per individuare quali sono i tasti funzionanti, nell’immagine presentata.

Il riferimento alle informazioni, però, possono esserci dei casi in cui gli studenti si focalizzano solo su alcune di quelle presentate nello stimolo. Ad esempio, nel protocollo\_ppt\_2 (Tab. 5.3), gli studenti si soffermano solo sul numero obiettivo in linea con gli indicatori L3 e L5.

Tabella 5.3: Protocollo\_ppt\_2, episodio di lettura preliminare

Protocollo_ppt_2 (studenti A. e B.)	Commenti
Stanno qualche secondo in silenzio davanti al testo B. “allora, bisogna fare” A. “il numero 51” B. “ah, bisogna calcolare un numero” A. “si”	Gli studenti si trovano davanti al testo del compito. Nessuno dei due lo legge ad alta voce, tacciono per qualche secondo. B. Comincia subito cercando di definire l’obiettivo del compito aiutato da A. L’episodi di lettura in questo caso si caratterizza per essere focalizzato solo in riferimento allo scopo del compito e al numero obiettivo.

Nel protocollo\_cbt\_2, invece, uno dei due studenti attua una lettura veloce e continua del testo (Tab. 5.4). Tale scelta non permette agli studenti di comprendere a pieno le informazioni che sono fornite nel compito. Tale comprensione parziale è esplicitata dalle domande che ognuno di loro pone al compagno: il primo studente non individua il valore del numero obiettivo mentre l’altro non capisce dove bisogna cliccare per aprire il link. In questo caso, quindi, l’episodio di Lettura si declina in riferimento agli indicatori L2 e L6.

Tabella 5.4: Protocollo\_cbt\_2, episodio di lettura preliminare

Protocollo_cbt_2 (studenti R. e F.)	Commenti
5. F. legge ad alta voce tutto il testo seguendo le parole con il mouse. Una volta finita la lettura. 6. R. “qual è il risultato?” 7. F. “l’obiettivo è il 13” 8. R. “vai clicca” 9. F. “cos’è che devo cliccare?” 10. F. clicca sul link alla calcolatrice	Uno dei due studenti, F, legge ad alta voce il testo. In particolare, legge il testo senza alcuna pausa e seguendo con il mouse tutte le parole. R non riesce ad individuare il numero obiettivo che gli viene indicato da F attraverso l’ausilio del mouse. Allo stesso modo però F non capisce subito dove gli è richiesto di cliccare ma ha bisogno di qualche secondo.

In aggiunta, non è detto che gli studenti che non fanno riferimento esplicito a tutte le informazioni presentate all’interno dello spazio del compito, lo facciano per dimenticanza o perché aspettano di attivare dei processi risolutivi di un certo tipo. È possibile che alcuni di loro non si riferiscano a tutte le informazioni della consegna perché non ne riconoscono il

significato o meglio non richiamano tutte le risorse disponibili all'interno dello spazio del compito. È ragionevole supporre, dunque, che il profilo L5 possa indicare che alcuni studenti appartengono al profilo R2. Un esempio è il caso del protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.2) in cui E. non elenca tra i tasti disponibili lo 0. Questa ipotesi è confermata quando gli studenti affrontano il compito 3 in cui tra le cifre disponibili compare proprio lo zero.

Tabella 5.5: Protocollo\_cbt\_1, episodio di lettura del terzo compito

<b>Compito3: Trovare 15 con tasti: 8, 4, 0, :, +, ×. (E. tiene il mouse)</b>	
<p>17. E. "15"                      18. E. "che cos'è che ci abbiamo?"                      19. E. "8 e 4"                      20. M. "e il 0"</p>	<p>Davanti al terzo compito, E. legge il valore del numero obiettivo e si chiede in modo retorico quali sono i tasti a disposizione. M. corregge l'elenco proposto da E. aggiungendo anche lo "0" tra le cifre a disposizione.</p> <p>Anche davanti a questo compito, E. non esplicita la presenza dello zero che però viene puntualizzata da M. (20.). Quest'ultimo compito può essere una conferma del fatto che E. non riconosca tutte le risorse disponibili per risolvere il compito (R2); in particolare, percepisce i tasti numerici come gli unici numeri disponibili e non come cifre per costruirne altri.</p>

In questa prospettiva, è possibile che l'indicatore L5, riferito all'esplicitazione solo parziale delle informazioni presentate, possa essere un indicatore dei profili degli studenti in riferimento alle risorse.

Gli esempi presentati, si riferiscono al momento in cui gli studenti si sono trovati davanti alla schermata pdf o al foglio di carta in cui è descritto il compito (Fig. 5.1 e 5.3). Indipendentemente dal fatto che nell'episodio di Lettura gli studenti si siano o meno concentrati su tutte o alcune informazioni disponibili, nel corso del processo risolutivo, tutti hanno sentito l'esigenza almeno una volta di tornare a tale episodio durante il processo risolutivo per evidenziare o esplicitare quali e quanti tasti sono disponibili. Questa osservazione è assolutamente coerente con la definizione dell'episodio proposta da Schoenfeld e rielaborata da noi; infatti, l'autore più volte sottolinea che l'episodio di Lettura si riferisce a quella parte del processo di risoluzione che va oltre il primo impatto con il testo del compito. Gli studenti possono passare nuovamente all'episodio di Lettura anche quando, nel corso del processo risolutivo, hanno necessità di elencare o mettere in evidenza informazioni oppure ne scoprono di nuove che non erano state osservate in principio.

Nel caso del protocollo\_ppt\_2 (tab. 5.6), gli studenti cominciano ad affrontare il compito soffermandosi solo sul numero obiettivo (65). Non concentrandosi sulle altre informazioni (L5), essi cominciano il processo risolutivo utilizzando un'operazione non consentita.

Tabella 5.6: Protocollo\_ppt\_2, episodio di lettura durante il processo risolutivo

<b>Compito3: Trovare 47 con i tasti: 9, 6, 5, :, +, -.</b>
--

65. In coro "47" 66. B. "6x5 fa 30" 67. A. "9x5" 68. A. "45" 69. A. "ah, non c'è il 2"	La fase di lettura è molto rapida, gli studenti si focalizzano solo sul numero obiettivo. Quasi vicini al numero obiettivo si accorgono che non c'è il 2 (69.) ma non si accorgono che la moltiplicazione non è consentita.
70. A "5x6" 71. B. "fa 30, 9x6?" 72. A. "30" 73. A. "54" 74. B. "allora, 54 e fa 84" (sul foglio ha scritto $(6 \times 5) + (9 \times 6) = 84$ ) 75. A. "ah, c'è anche il meno" 76. B. "meno, eh" 77. A. "c'è anche il + e c'è anche il :" 78. B. "non c'è il x" Cancella tutto	Gli studenti continuano a moltiplicare i numeri disponibili e solo alla fine si accorgono di non aver a disposizione la moltiplicazione (78.). Tale osservazione è stata resa possibile da un ritorno all'episodio di Lettura attivato per individuare altre operazioni disponibili (75., 76., 77.)

Occorre chiarire però che non sempre alcuni comportamenti che potrebbero essere attribuiti alla Lettura lo sono effettivamente. Ci sono casi in cui gli studenti mentre stanno implementando una strategia o più in particolare una procedura, si accorgono solo in un secondo momento che non è consentito l'utilizzo di un particolare tasto. Ad esempio in 69., A. ha compiuto un controllo sulla legittimità dell'operazione che vorrebbe attivare e dunque ha attivato un episodio di Valutazione e non di Lettura. In altre parole, l'episodio di Lettura si riferisce solamente ai momenti in cui i solutori osservano il compito con l'intento di osservare le informazioni a disposizione (75., 77., 78) e non la validità o meno di una procedura attivata in riferimento alle condizioni del compito (69.). In questo caso, l'episodio di riferimento è la Valutazione Globale che verrà trattato in un paragrafo successivo.

### 5.3.1.2 L'episodio di Analisi

Riprendiamo la definizione che abbiamo fornito nel quadro teorico dell'episodio di Analisi:

*L'Analisi si riferisce alle azioni compiute secondo lo scopo di riformulare il testo del compito in modo da definire delle prospettive appropriate per comprenderlo pienamente e per raggiungere la soluzione attraverso azioni e operazioni note. Si tratta dell'episodio in cui il solutore cerca di delineare le prospettive e i meccanismi che strutturano le informazioni del compito e che permettono di raggiungere la soluzione. In questo senso, vengono considerate Analisi anche le azioni legate alla presentazione di esempi di altri compiti svolti oppure la proposta di operazioni possibili o procedure ammissibili in riferimento alle varie componenti del compito. In alcuni casi l'Analisi potrebbe essere l'episodio che permette di passare direttamente all'implementazione di un piano strategico; in altri casi, potrebbe essere aggirata per procedere con uno studio esplorativo del compito.*

Un aspetto di grande rilevanza osservata analizzando i protocolli delle 4 coppie di studenti coinvolte nella risoluzione del compito nel formato digitale e cartaceo è la completa assenza di questo episodio nel caso della *calcolatrice rotta*. Nessuno studente tra quelli coinvolti ha esplicitamente fatto riferimento a delle prospettive da adottare per risolvere il compito; allo stesso modo, nessuno di loro ha formulato delle ipotesi in merito ad una possibile analogia con compiti già affrontati nella loro esperienza. Tutte le operazioni svolte sembrano non orientate alla ricerca della relazione tra lo scopo del compito e le informazioni presentate in esso. Questo fenomeno potrebbe essere interpretato ipotizzando che gli studenti non hanno familiarità con compiti di questo genere e soprattutto con la calcolatrice. In questo senso, possiamo ipotizzare che un'assenza di tale episodio possa essere indicatore di un profilo F2.2. In altri termini, gli studenti che non hanno familiarità con l'artefatto e con il compito è possibile che non attivino una fase di Analisi per una mancata esperienza di compiti analoghi o capacità di mettere in relazione gli obiettivi e le risorse di un compito non familiare.

L'assenza dell'episodio di Analisi ci obbliga a definire gli indicatori in base alle ipotesi a priori che abbiamo identificato in riferimento al compito (descritte nel cap.3). In particolare, ipotizziamo che l'episodio di Analisi possa essere attivato nel momento in cui lo studente identifica delle analogie con dei compiti noti o riformula il compito in riferimento ad altri di cui conosce il processo risolutivo. Nel capitolo 3 abbiamo identificato due tipologie di profili possibili legati alle euristiche attivabili per risolvere il compito; in particolare, abbiamo nominato E1 il profilo riferito agli studenti che studiano il numero obiettivo allo scopo di individuare quali operazioni diano come risultato lo stesso. In questa prospettiva, abbiamo ipotizzato che gli studenti che attivano le euristiche E1 si riconducano ad esercizi già affrontati nella pratica didattica e dunque attivino l'episodio di Analisi. Ad esempio, una parte di loro potrebbe individuare un'analogia tra questo compito e gli esercizi di scomposizione in fattori primi (E1.1). Oppure, altri potrebbero ricercare attraverso una strategia più generale tutti i divisori del numero obiettivo per poi confrontarli con i tasti a disposizione (E1.2). Sempre in questa prospettiva, altri studenti potrebbero studiare il numero obiettivo già in riferimento ai tasti a disposizione cercando tra i numeri che si possono costruire, quali dividono il numero che si intende ottenere (E1.3). In alternativa alla scomposizione in fattori, alcuni risolutori che si caratterizzano con il profilo E1, potrebbero attivare delle procedure allo scopo di individuare le partizioni del numero obiettivo. In altri termini, lo studente potrebbe considerare tutte le possibili partizioni del numero per poi individuare quelle che eventualmente sono implementabili utilizzando i tasti a disposizione (E1.4).

In linea con le ipotesi a priori, definiamo i seguenti indicatori caratterizzanti l'episodio di Analisi:

- A1.** Esaminare caratteristiche e proprietà dei numeri presentati (numero obiettivo e tasti numerici):
- Multipli;
  - Divisori;
  - Partizioni;
- A2.** Elencare (o applicare) le conoscenze o le procedure legate ai dati presentati o alle condizioni dettate dalla situazione problematica in riferimento a compiti noti:
- Scomposizione in fattori primi;
  - Individuazione dei divisori del numero obiettivo;
  - Individuare le partizioni del numero obiettivo;
- A3.** Descrivere situazioni analoghe incontrate nella pratica scolastica;
- A4.** Descrivere situazioni analoghe in riferimento a compiti precedentemente affrontati nel test.

In accordo con questi indicatori, l'episodio di Analisi si caratterizza come il susseguirsi di azioni che hanno lo scopo di rielaborare il problema in termini della soluzione. In questi termini, si tratta di un episodio strutturato che viene implementato tenendo conto del legame tra le condizioni del problema e l'obiettivo da raggiungere (A1, A2). Analogamente, il problema potrebbe essere riformulato o modificato in modo da definire delle prospettive appropriate per comprendere pienamente il problema (A3, A4).

Solo in una sperimentazione successiva potremo confermare l'effettiva validità di queste ipotesi.

### **5.3.1.3 L'episodio di Esplorazione**

Se l'episodio di Analisi è completamente assente negli otto protocolli analizzati, quello di Esplorazione è il più frequente. La maggior parte del processo risolutivo può essere riferito all'episodio di Esplorazione.

Entrando nel dettaglio, nel quadro teorico l'episodio di Esplorazione è stato definito come:

*l'insieme di azioni in cui il solutore cerca le relazioni che intercorrono tra le informazioni presentate nel compito. Lo scopo principale di tale episodio è quello di scoprire nuove informazioni che possono permettere al solutore di individuare un piano di soluzione del compito. Tali azioni non devono essere confuse con quelle attivate nell'episodio di Analisi poiché mentre l'Analisi è molto più organizzata, l'Esplorazione è più libera e meno legata alla motivazione motore dell'attività.*

*Le operazioni che il solutore utilizza in questo episodio sono collegate a conoscenze e procedure che il solutore potrebbe riconoscere come collegate al dominio in cui è presentato il compito ma non sono guidate da un'esplicita*

*analogia che il solutore identifica fra il compito in cui è coinvolto e altri noti di cui conosce il processo risolutivo.*

*In alcuni casi, l'Esplorazione potrebbe cominciare a presentare azioni sempre più orientate verso la definizione di un piano strategico. In altri casi, invece, l'Esplorazione rimane incerta, indefinita e si costituisce di una successione di euristiche non sempre legate alle motivazioni del compito.*

Dallo studio dei processi risolutivi messi in campo dagli studenti, emerge che tutte le coppie scelgono di adottare delle euristiche che possono essere ricondotte al profilo E2. Nello specifico, gli studenti cominciano dall'osservazione delle informazioni a disposizione e successivamente combinano numeri e operazioni allo scopo di trovare un risultato che sia approssimativamente "vicino" al numero obiettivo. Solo in un secondo momento valutano quali operazioni svolgere per ottenere precisamente il numero richiesto.

In linea con questa prospettiva e in base alle osservazioni fatte sugli studenti, abbiamo definito degli indicatori relativi all'episodio di esplorazione:

- ES1.** Combinare numeri e operazioni con l'obiettivo di individuare un'approssimazione del numero obiettivo;
- ES2.** Combinare numeri e operazioni allo scopo di determinare un preciso valore.

Come si può osservare dai protocolli, in genere gli studenti cominciano a combinare numeri e operazioni allo scopo di avvicinarsi al numero obiettivo indipendentemente dal formato di somministrazione. Tale approccio si caratterizza rispetto a due prospettive differenti.

Alcuni studenti, in modo più o meno esplicito, fissano un'operazione e combinano i numeri utilizzando solo questa; solo in un secondo momento, attivano le altre operazioni per ottenere il numero obiettivo.

Il caso del protocollo\_ppt\_1 (tab. 5.7) è esemplificativo di questo approccio appena descritto, infatti, G. ed L. cominciano l'episodio di Esplorazione moltiplicando tra loro i numeri presentati nei tasti disponibili. Come si osserva nell'intero processo risolutivo, sembra che la strategia adottata possa essere in effetti interpretata in riferimento al profilo E2.2. Infatti, entrambe combinano i numeri a disposizione moltiplicandoli tra loro e in un secondo momento cercano di dividere i risultati trovati per uno dei numeri disponibili, in modo da ottenere un quoziente approssimativamente vicino all'obiettivo. Quindi esplicitano chiaramente che la moltiplicazione viene adottata come operazione privilegiata rispetto alle altre.

Tabella 5.7: Protocollo\_ppt\_1, episodio di esplorazione compito 1

<b>Compito1: Trovare 82 con tasti: 8, 5, 3, :, ×, −,</b>	
<p>3. (In silenzio L. indica con la penna i tasti 3 e 5)</p> <p>4. L. "15x8"</p> <p>5. G. prende il foglio e calcola 15x8 in colonna</p> <p>6. G. "120"</p> <p>7. G. scrive sul foglio 120-82 in colonna.</p>	<p>Il movimento di L sui tasti indica probabilmente che sta provando a combinare i due numeri con una delle operazioni consentite. In questo caso, quindi, possiamo pensare che sia cominciato l'episodio di Esplorazione.</p> <p>Il fatto che successivamente L. propone di svolgere 15x8 (4.) potrebbe significare che abbia moltiplicato 3 e 5 per poi moltiplicare tale prodotto per 8.</p> <p>G. svolge il calcolo proposto da L. in colonna sul foglio.</p> <p>A questo punto G. cerca di calcolare il valore che occorrerebbe sottrarre a 120 per ottenere 82, il numero obiettivo.</p>
<p>8. L. scrive sul foglio 8x3</p> <p>9. G. "ok, 38"</p> <p>10. 9 secondi di silenzio</p> <p>11. G. "non c'è il +, tipo?"</p> <p>12. L. "no, c'è solo : o x"</p> <p>13. 28 secondi di silenzio</p>	<p>L. prova a calcolare un altro prodotto mentre G. indica il risultato del calcolo appena svolto.</p> <p>I secondi di silenzio che seguono potrebbero indicare che le studentesse stanno continuando l'episodio di Esplorazione attivando altre combinazioni (13., 10.). Proprio durante questa fase, tornano all'episodio di Lettura per esplicitare le operazioni consentite e non (11., 12.).</p>
<p>14. G. "allora, 8x5, 40"</p> <p>15. L. "si"</p> <p>16. G. "x3" (Scrive 120)</p> <p>17. L. "si ma è lo stesso" (ride)</p> <p>18. L. "120 diviso...5, quanto fa?"</p> <p>19. G. svolge la divisione in colonna</p> <p>20. L. "24"</p> <p>21. L. "x8. No, sto scherzando!"</p> <p>22. G svolge 24x3 mentre L. controlla i suoi calcoli</p> <p>23. L. "ah, 72"</p>	<p>L'Esplorazione continua in modo ancora non orientato, infatti le studentesse trovano un risultato già individuato attraverso una combinazione differente dei numeri a disposizione (17.).</p> <p>Per tentativi, arrivano al valore 72 che è minore di 82 e, non avendo a disposizione l'addizione, scelgono di abbandonare per passare ad un'altra possibilità.</p>
<p>24. G. "allora facciamo 5.."</p> <p>25. L. "no, 120:3 fa ... quatt ... quaranta"</p> <p>26. L. "40x5 fa 300...diviso 5" (tutti questi calcoli li fa sul foglio)</p> <p>27. G. "da lo stesso risultato, oddio"</p> <p>28. 5 secondi di silenzio</p>	<p>Le studentesse sembrano non avere alcun genere di controllo sulle operazioni che svolgono infatti propongono dei prodotti che si rivelano decisamente lontani dal numero obiettivo.</p> <p>Probabilmente la loro strategia può essere interpretata come E2.2: combinano i numeri moltiplicandoli tra loro e in un secondo momento cercano di dividere tali risultati per</p>

<p>29. L. "8x3?"          30. G. "15, 30, 45..."          31. L. "15?"          32. G. "5x3"          33. L. "15x8?"          34. G svolge la moltiplicazione in colonna senza ricordarsi di averla già fatta. Dopo averla scritta in colonna...          35. G. "120" e poi indica la moltiplicazione fatta in precedenza e cancella quella appena scritta          36. L. "si, giusto"          37. G. "120" (ridono)          38. L. "diviso...120:8?"</p>	<p>in modo da ottenere un quoziente approssimativamente vicino all'obiettivo. In questo senso, pare che le operazioni privilegiate siano la moltiplicazione e la divisione.          In questa fase esplorativa sono diverse le transizioni da un'operazione all'altra apparentemente senza particolari motivazioni (29., 30., 33.).</p>
<p>39. G. "aspetta, un numero che fa 38?" (non si rendono conto che possono scriverlo con i tasti)          40. 13 secondi di silenzio          41. G. "72x3" lo svolge in colonna (ottiene 216)          42. G. "poi fai tipo..."          43. L. "meno"          44. G. "meno 82" lo svolge sempre in colonna          45. G. "34"          46. L. "34..."          47. L. "meno...40"          48. L. lo svolge in colonna (le viene 128)          49. G. "128 più..." G svolge 128+8          50. G. "136"          51. L. "meno 120?"          52. secondi di silenzio          53. G. "dovremmo scriverlo un attimo meglio"          54. Qualche secondo di silenzio          55. G. "potremmo sfruttare anche il meno"          56. G. "24"          57. G scrive 24+24=48          58. L. "cos'è, per?"          59. G. "più"          60. G. "24x3, no fa 72"          61. 7 secondi di silenzio</p>	<p>G. fa un passo indietro, ricorda che <math>120-82=38</math> (38.). Nei secondi di silenzio probabilmente cerca una combinazione di numeri per ottenere 38. Probabilmente, non riuscendoci, abbandona l'impresa per passare ad un nuovo approccio sempre per tentativi (41.).          È interessante osservare che durante questo episodio esplorativo, ricco di transizioni, le studentesse si avvalgono continuamente del calcolo scritto.          Inoltre, tutte le operazioni che svolgono le propongono partendo da numeri composti da una sola cifra.          Un altro aspetto da notare è che, nonostante stiano tenendo continuamente traccia delle operazioni che svolgono, molte volte si trovano a svolgere gli stessi calcoli accorgendosi di ciò solo al raggiungimento del risultato. Lo si osserva anche dall'osservazione di G. (53.) in cui invita a tenere più ordine.</p>

62. G. "72+" (svolge in colonna $72+15=87$ )	
63. G. "87-5"	
64. G. "fa 82"	
65. L. "com'è che sei arrivata?"	
66. G. "non mi ricordo"	

La fase esplorativa implementata dalle studentesse sembra però non avere alcun orientamento o controllo. In effetti, alcune volte svolgono operazioni equivalenti ad altre già svolte (16), oppure attivano delle operazioni che ad una stima, anche molto approssimativa, restituiscono un risultato di molto maggiore del numero obiettivo (22., 26., 41.).

Il fatto che stiano svolgendo il compito su carta e penna ci restituisce altre informazioni in riferimento al sistema di controllo. Entrambe le studentesse scrivono le operazioni su un foglio di carta; in Figura 5.5 è presentato il foglio utilizzato da G..

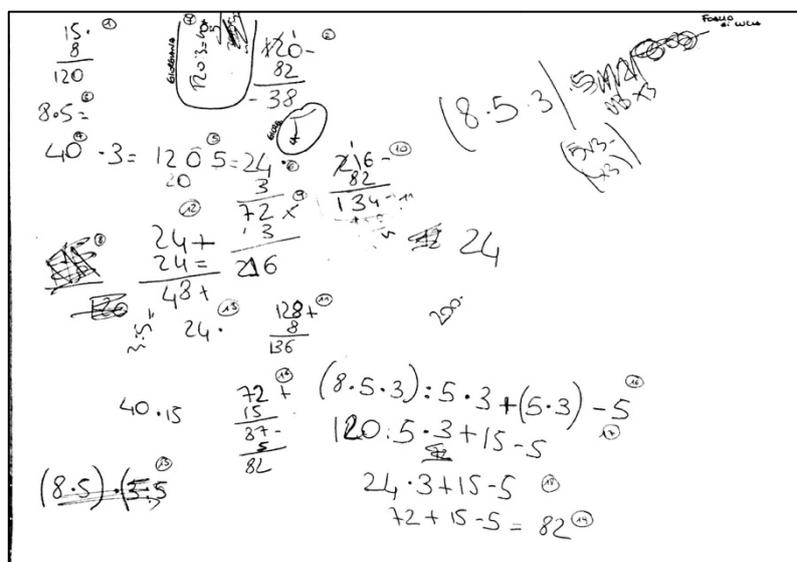


Figura 5.5: foglio condiviso da G. e L. calcolatrice, protocollo\_ppt\_1

Osservando la successione di operazioni svolte da G si nota subito che la possibilità di tenere traccia delle operazioni sulla carta, non sempre permette di tenere un controllo dell'ordine in cui esse vengono svolte. Per quanto G. abbia tenuto traccia delle operazioni, ognuna di esse è stata scritta in un punto casuale del foglio. È quindi difficoltoso per lei ripercorrere le operazioni svolte nel momento in cui viene individuato il numero obiettivo (66.). L'episodio di Esplorazione, permette in questo caso di mettere in evidenza anche il profilo degli studenti in riferimento al sistema di controllo. Entrambe le studentesse tengono traccia scritta delle procedure attivate e quindi possono essere identificate con il profilo C1. Al contrario delle ipotesi a priori fatte, però, tale aspetto non sembra di supporto al sistema di controllo per costruire l'espressione risolutiva attraverso la traccia segnata di tutte le procedure, per poi attivare l'episodio di Implementazione per raggiungere il risultato.

Il fatto di tenere traccia del processo risolutivo, però, alcune volte può rivelarsi di grande supporto. Gli studenti del protocollo\_ppt\_2, affrontano l'approccio esplorativo in modo

ordinato e lineare. Anche loro tengono traccia delle operazioni svolte, identificandosi in un profilo C1, ma le scrivono seguendo un ordine cronologico preciso (fig. 5.6 e 5.7) In questo caso, quindi, gli studenti non incontrano difficoltà nel momento in cui devono condividere i loro prodotti con il compagno oppure devono scrivere l'espressione risolutiva conclusiva.

Figura 5.6: foglio di B calcolatrice., protocollo\_ppt\_2

Figura 5.7: foglio di A. calcolatrice, protocollo\_ppt\_2

Una caratteristica che li differenzia dagli altri protocolli, è legata al profilo delle euristiche. In tutti i compiti, gli studenti affrontano il processo risolutivo attivando una strategia esplorativa e dunque si caratterizzano con il profilo E2. Nell'affrontarlo, però, scelgono di dividersi i compiti per cui ognuno combina numeri e operazioni a piacere, per confrontarsi solo in un secondo momento con il compagno. L'episodio di Esplorazione di questo protocollo si distingue dal precedente anche perché non è caratterizzato dalla scelta di un'operazione privilegiata; come si osserva nelle figure, vengono considerate tutte e tre le operazioni consentite già nei primi tentativi.

Anche nel caso computerizzato l'episodio di esplorazione si caratterizza per l'attivazione di strategie per tentativi e dunque anche nell'ambiente digitale tutti gli studenti si identificano con il profilo E2.

Gli studenti del protocollo\_cbt\_2 (tab. 5.8), ad esempio, partendo da un prodotto, aggiungono successivamente i numeri disponibili fino ad ottenere il numero obiettivo.

Tabella 5.8: Protocollo\_cbt\_2, episodio di esplorazione compito 2

<b>Compito2: Trovare 67 con i tasti: 7, 5, 4, :, ×, +. (R tiene il mouse)</b>	
54. R. "7x4" 55. F digita "7x4= 56. R. "+5" 57. F digita "+5= 58. F digita "+7= 59. R. "40" 60. F digita "+4= 61. R. "44" 62. F digita "+5= 63. R. "49" 64. F digita "+7= 65. R. "+7" 66. F digita "+" 67. R. "sessant.." 68. F. "si, si, più 4 più7!" 69. R. "quindi facciamo più 4 più..." (digita "+4+7=") 70. F. "sette!" 71. R. "fatto!"	F. procede nell'Esplorazione partendo da 7x4, sotto consiglio di R. Ottenuto il 28, procedono in modo analogo al precedente, fino ad ottenere 56 (64.). A questo punto gli studenti si accorgono che basta aggiungere "4+7" (68.). In questo modo raggiungono l'obiettivo richiesto.

In questo caso, gli studenti fanno affidamento sulla calcolatrice per svolgere ogni calcolo (C1). In questo modo riescono a tenere traccia di ogni singolo passaggio senza dover memorizzare o ricostruire l'intero processo risolutivo.

In altri casi, invece, gli studenti del profilo E2 non affidandosi completamente alla calcolatrice tengono traccia delle procedure attraverso un sistema di controllo "ibrido", identificandosi al limite tra il profilo C1 e C2. Nel caso del protocollo\_cbt\_3 (tab. 5.9), ad esempio, gli studenti svolgono la maggior parte dei calcoli a mente e utilizzano la calcolatrice solo per tenere nota di alcuni passaggi.

Tabella 5.9: Protocollo\_cbt\_3, episodio di esplorazione compito 1

<b>Compito1: Trovare 74 con i tasti: 7, 2, 1, :, ×, -. (J. tiene il mouse)</b>	
23. J. "12x7 quanto fa?" 24. D. "aspetta 84" 25. J. "no" 26. J. "74...84!" 27. J "allora 7 per 12, poi..." digita "7x12" 28. J. "meno" e digita "-" 29. J. "84 meno" 30. D. "meno, meno, meno 7" 31. J. "7+2 fa 8" 32. D. "no meno 7" 33. J. "meno 3" 34. D. "aspetta, aspetta"	Trovano un numero che li soddisfa e decidono di procedere per sottrazioni successive. In questo caso, l'episodio di Esplorazione diventa più orientato verso l'obiettivo. Ad 84 devono togliere un valore pari a 10. D. capisce che $-7-2-1=-10$ (35.) e in questo modo gli studenti potrebbero raggiungere l'obiettivo

<p>35. D. "-7-2-1"          36. J scrive "-7"          37. D. "in totale questo fa 10"</p>	
--	--

In conclusione, sempre in riferimento ai profili E2, altri studenti si servono completamente della calcolatrice per svolgere i calcoli. In questo modo la calcolatrice si configura da una parte come uno strumento di supporto al calcolo, dall'altra come strumento che tiene traccia dei processi attivati.

È il caso, ad esempio, del protocollo\_cbt\_2 (tab. 5.10) in cui gli studenti seguono l'approccio esplorativo affidandosi completamente al supporto della calcolatrice.

Tabella 5.10: Protocollo\_cbt\_2, episodio di esplorazione compito 3

<b>Compito3: Trovare 47 con i tasti: 9, 6, 5, :, +, -. (R tiene il mouse)</b>	
<p>72. R. digita "9+6="</p> <p>73. R. "boh, proviamo"</p> <p>74. R. "boh, facciamo un po' a caso"</p>	<p>In questo passo, è esplicitato l'atteggiamento che gli studenti stanno seguendo nel processo risolutivo. Il fatto di esplicitare la volontà di "provare" rafforza l'ipotesi che gli studenti stiano adottando un approccio per tentativi nell'episodio di Esplorazione.</p>
<p>75. F. "15"</p> <p>76. F. "15+9"</p> <p>77. R. digita "+5="</p> <p>78. F. "più 9"</p> <p>79. R. digita "+9="</p> <p>80. F. "più 9"</p> <p>81. R. digita "+9="</p> <p>82. F. "38"</p> <p>83. R. "più" e digita "+"</p> <p>84. R. "altri 9 fa quarant... proprio così"</p> <p>85. R digita "+9="</p> <p>86. R "fatto anche questo"</p>	<p>Gli studenti scelgono un'operazione di partenza e procedono addizionando di volta in volta i numeri disponibili. Questa volta, quasi per caso, trovano direttamente la soluzione.</p>

### 5.3.1.4 L'episodio di Pianificazione e Implementazione

L'episodio di Pianificazione e Implementazione comprende le azioni riferite da una parte alla progettazione di un piano risolutivo per raggiungere la soluzione; dall'altra la messa in pratica di tale piano per raggiungere concretamente tale soluzione.

*In questo episodio, il solutore elabora e attua una serie di procedure che a suo avviso possono permettergli di giungere alla soluzione e dunque raggiungere la motivazione dell'attività. Tali procedure possono essere attivate in modo più o meno strutturato e più o meno consapevole.*

*In questo episodio può accadere anche che il solutore espliciti o descriva le procedure che sta attivando ad un altro solutore al fine di condividere la pianificazione o strutturare insieme un progetto di risoluzione.*

*Anche in questo caso, è facile confondere questo tipo di episodio con quello di Esplorazione soprattutto quando il solutore non esplicita chiaramente il piano oppure se questo non segue una configurazione precisa e ordinata.*

Alla luce delle analisi svolte sui protocolli, possiamo individuare alcuni indicatori utili per definire l'episodio di Implementazione:

- 11.** Esplicitare la strategia o le procedure da adottare:
  - Dichiarare esplicitamente di aver trovato un modo per risolvere il compito e descriverlo;
- 12.** Implementare la strategia o le procedure:
  - Attivare una procedura orientata al raggiungimento del numero obiettivo;

Come anticipato in precedenza, non è sempre facile distinguere l'episodio di Implementazione da quello di Analisi soprattutto in compiti come questo in cui gli studenti si avvalgono di strategie che si fondano su tentativi. In alcuni casi però, gli studenti dichiarano esplicitamente di aver trovato la soluzione e descrivono al compagno le operazioni da attivare per raggiungerla.

In particolare, nel caso del protocollo\_ppt\_1 (tab. 5.11), G. ha trovato il numero obiettivo e racconta a L. i passaggi seguiti. Nel momento in cui descrive la procedura, scrive l'espressione risolutiva e dunque attiva l'episodio di Pianificazione e Implementazione.

Tabella 5.11: Protocollo\_ppt\_1, episodio di pianificazione e implementazione, compito 1

<b>Compito1: Trovare 82 con tasti: 8, 5, 3, :, ×, −,</b>	
67. G. allora, bisogna fare...allora $8 \times 5$ che fa 40 per tre che fa 120 diviso 5 (scrive $(8 \times 5) \times 3 : 5$ )	In questa fase G. descrive il procedimento che ha seguito per ottenere il numero obiettivo. Incontra delle con difficoltà nel ripercorrere le operazioni svolte poiché tali operazioni sono state scritte con disordine sul foglio. La possibilità di tenere traccia di tutte le operazioni sul foglio probabilmente non è di aiuto nella ricostruzione della procedura se tali calcoli non vengono svolti seguendo un preciso ordine.
68. L. "dopo ti viene $3 : 5$ " (aggiusta mettendo la parentesi $(8 \times 5) \times (3 : 5)$	
69. G. "poi viene 40"	
70. G. "no, aspetta" cancella tutto	
71. L. "togli la parentesi"	
72. G. "allora, in pratica dobbiamo fare $8 \times 5 \times 3$ che fa 120 diviso 5 che fa 24, per 3, 72; ancora per 3 che viene 216..."	
73. "e poi qua, 134, meno"	
74. "che cosa ho fatto?"	
75. L. " $72 + 15$ , qua" indica due operazioni sul foglio	
76. G. " $72 + 3 \times 5 - 5$ "	
77. G. "questo qua è giusto"	

78. G. "allora, 24"	
79. L. "che sarebbe :5x3"	
80. L. "no, per"	

In altri casi (tab.5.12), invece, l'episodio di Pianificazione e Implementazione viene attivato nel momento in cui i solutori passano ad un episodio di Esplorazione più orientato verso il numero obiettivo.

Tabella 5.12: Protocollo\_cbt\_1, episodio di pianificazione e implementazione compito 3

<b>Compito3: Trovare 15 con tasti: 8, 4, 0, :, +, ×. (E. tiene il mouse)</b>	
36. E. "4+8 fa 12, giusto?" 37. M. "sì" 38. E. "allora, aspetta" 39. E cancella tutto per scrivere sulla calcolatrice "(8+4)÷" 40. E. "dobbiamo fare +3" 41. E. "fai 8+4, 12 diviso 4 che fa 3, giusto?"	In questo momento E. fa una proposta di implementazione (36., 39.): la studentessa si accorge parte dal fatto che $8+4=12$ . Per raggiungere il numero obiettivo basterebbe addizionare al 12 un valore pare a 3. A questo punto si interroga su come ottenere tale valore e propone $12:4=3$ (40.). Possiamo interpretare queste procedure come la volontà di scrivere un'espressione equivalente a $12+12:3$ e quindi $8+4+(8+4):3$ . Nello specifico, E. vuole ottenere un'espressione equivalente a $12+3$ .

L'analisi degli approcci adottati dagli studenti fornisce anche notevoli informazioni in riferimento alle risorse adottate.

Negli esempi che sono stati presentati in precedenza tutti gli studenti fanno uso dei tasti numerici interpretandoli come gli unici numeri consentiti. Sono poche le occasioni in cui gli studenti si rendono conto che con i tasti è possibile costruire un insieme di numeri più ampio che comprende anche numeri composti da due o più cifre (R1). In queste poche occasioni, però dall'episodio di Lettura si passa spesso a quello di Implementazione indipendentemente dal formato di somministrazione. In altre parole, gli studenti che si sono caratterizzati con il profilo R1 trovano immediatamente la soluzione; al contrario, gli studenti R2 attraversano diversi episodi prima di raggiungere la soluzione.

Ad esempio, nel caso del protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.13) gli studenti risolvono istantaneamente il compito.

Tabella 5.13: Protocollo\_cbt\_1, episodio di implementazione compito 2

<b>Compito2: Trovare 69 con tasti: 7, 1, 2, +, :, -. (E. tiene il mouse)</b>	
42. M. istantaneamente "71-2" 43. E clicca i tasti per scrivere "71-2=" e compare il 69. 44. Subito dopo clicca sul tasto "prossima situazione"	Dopo solo 3 secondi dall'apparizione del secondo compito, M. propone la soluzione. E. la scrive all'interno della calcolatrice e conferma l'avvenuto conseguimento del risultato premendo il tasto "=". Quasi istantaneamente, M. propone l'operazione "71-2". Questo fatto avvalorava l'ipotesi che M. sia caratterizzato da un profilo R1 dato che, anche in questo caso, fa uso di numeri a due cifre. Ancora non possiamo ipotizzare nulla, però, in merito

	all'approccio che stia adottando. E. in questo caso svolge solo le operazioni indicate da M. senza dire una parola.
--	--

Allo stesso modo, nell'ambiente cartaceo, gli studenti del protocollo\_ppt\_3 (tab. 5.14) dopo diversi tentativi passano alla fase di Pianificazione e Implementazione nel momento in cui A. sceglie di considerare un numero composto da più di una cifra.

Tabella 5.14: Protocollo\_ppt\_3, episodio di pianificazione e implementazione, compito 3

<b>Compito3: Trovare 47 con i tasti: 9, 6, 5, :, +, -.</b>	
76. A. "non puoi fare 56-..?" 77. B. "come fai ad arrivare a 56?" 78. A. "beh, 56" 79. B. "ah, si può fare!" 80. A. "56 meno000" 81. B. "56 meno" 82. A. "3, 6, 7, 8, 9" 83. A. "56-9"	A. si accorge alla fine che possono utilizzare il numero 56 (79.). Anche B. si accorge di questa possibilità a seguito dell'indicazione di A. (82.) e così riescono a trovare la soluzione del compito.

### 5.3.1.5 L'episodio Soluzione

L'episodio Soluzione fa riferimento al momento in cui viene esplicitata la soluzione da parte del risolutore in termini di sintesi del percorso risolutivo.

Tale esplicitazione può essere espressa anche in termini esclamativi o dichiarativi e non necessariamente con l'esplicitazione dell'intero processo che ha permesso di raggiungere lo scopo del compito.

In questo caso quindi, abbiamo individuato due indicatori principali riferiti all'episodio di Soluzione:

**S1.** Esplicitare l'espressione risolutiva o il risultato ottenuto:

- "La soluzione è"
- scrivere l'espressione risolutiva del task

**S2.** Dichiarare di aver concluso il task, dicendo:

- "Fatto"
- "Finito"

In generale, nei protocolli analizzati non ci sono momenti esplicitamente relativi a questo episodio. In alcuni casi, soprattutto quando il processo risolutivo è stato lungo, gli studenti concludono con un'esclamazione in entrambi i formati di somministrazione:

Protocolli cbt

M. "ooh, Alleluia"

F. "fatto!"

J. "siii, trovato!"

Protocolli ppt

L. "evvai"

M. "l'abbiamo trovato!"

G. "dai"

Negli altri casi, gli studenti scrivono l'espressione risolutiva o cliccano sul tasto "=".

### 5.3.1.6 *L'episodio di Valutazione Globale*

Secondo la definizione fornita nel quadro teorico:

*Nell'episodio di Valutazione globale il solutore valuta la coerenza e l'utilità delle conoscenze che possiede nel campo del compito e la legittimità delle procedure che sta mettendo in campo rispetto al raggiungimento dell'obiettivo richiesto. Nella Valutazione globale è compresa l'analisi della coerenza della soluzione trovata rispetto alle condizioni iniziali del compito (informazioni) e alle procedure messe in campo per ottenerla. Si tratta dunque di un momento di riflessione sull'intero percorso e non sulla singola procedura effettuata o osservazione emersa. La Valutazione globale comprende anche momenti in cui il solutore esprime le proprie impressioni riguardo alla facilità o difficoltà nel raggiungere l'obiettivo, il suo senso di autoefficacia e di regolazione.*

In linea con le analisi dei protocolli, abbiamo individuato degli indicatori puntuali che possano permettere di identificare con chiarezza tale episodio:

- VG1.** Verificare che la soluzione sia coerente con le condizioni del problema;
- VG2.** Controllare se il risultato dell'espressione risolutiva corrisponde effettivamente al numero obiettivo;
- VG3.** Verificare che una successione di procedure sia applicabile in base alle condizioni iniziali:
  - Controllare se le procedure attivate soddisfano le condizioni e i limiti presentati nello stimolo;
- VG4.** Esplicitare convinzioni o sensazioni relative al compito
  - Lo studente esplicita il grado di difficoltà che attribuisce al compito

In termini molto generali, la Valutazione Globale si riferisce alla coerenza delle procedure attivate e dei risultati in riferimento al raggiungimento dell'obiettivo di un compito (VG1 E VG2). In particolare, però, esso ha diverse sfumature anche legate alla legittimità delle procedure in riferimento alle condizioni e ai limiti presentati nello stimolo del compito (VG3). Nel caso dell'ambiente digitale, La Valutazione Globale in riferimento all'effettivo raggiungimento dell'obiettivo (VG1, VG2) è completamente assente nel momento in cui gli studenti scelgono di inserire l'espressione risolutiva all'interno della calcolatrice e cliccano sul tasto “=”. Nell'ambiente digitale, solo nel caso del protocollo\_cbt\_3 (tab. 5.15), si è presentato questo fenomeno. Gli studenti hanno svolto la maggior parte dei calcoli a mente e prima di cliccare sul tasto “=” hanno controllato l'effettivo raggiungimento dell'obiettivo (54., 55.).

Tabella 5.15: Protocollo\_cbt\_3, episodio di valutazione globale compito 1

<b>Compito1: Trovare 74 con i tasti: 7, 2, 1, :, ×, −. (J. tiene il mouse)</b>	
51. J. “7x12” 52. D. “meno 7 meno, meno 2, meno 1” 53. J. digita “-7-2-1” 54. D. “vedi?!” 55. J. “si, è così” 56. J. clicca su “=” “si!!! Trovato”	J. inserisce all’interno della calcolatrice l’espressione “7x2-7-2-1” e prima di cliccare il tasto “=” gli studenti confermano l’avvenuto raggiungimento dell’obiettivo (54., 55.) che viene in un secondo momento dal feedback interno della calcolatrice (56.)

D’altro canto, però, la Valutazione Globale riferita agli indicatori VG1 e VG2 è molto frequente nel formato cartaceo. Infatti, alla conclusione della scrittura dell’espressione risolutiva, tutti gli studenti controllano l’equivalenza tra quest’ultima e il valore del numero obiettivo.

Il protocollo\_ppt\_1 (tab. 5.16) ne è un esempio molto chiaro ed esplicito, infatti, G scrive sul foglio l’espressione risolutiva (81.) e successivamente ne controlla l’effettiva equivalenza con il numero obiettivo (84.).

Tabella 5.16: Protocollo\_ppt\_1, episodio di valutazione globale compito 1

<b>Compito1: Trovare 82 con tasti: 8, 5, 3, :, ×, −,</b>	
81. G. scrive $(8 \times 5 \times 3) : 5 \times 3 + (5 \times 3) - 5$	Le studentesse hanno scritto l’espressione risolutiva (81.). Il fatto di svolgere i calcoli sulla carta non permette loro di avere una visione globale delle procedure messe in atto in riferimento ai vincoli del compito. Infatti, l’espressione risolutiva che scrive G. presenta anche l’addizione che non è permessa dalla calcolatrice rotta del compito 1. In questo caso, manca una valutazione globale delle procedure in termini di ammissibili e non ammissibili ma viene attivata una valutazione globale riferita all’equivalenza tra l’espressione e il numero obiettivo.
82. G. “proviamo a vedere se viene” 83. G. “ $8 \times 5 \times 3$ è 120” e $3 \times 5 = 15$ ” 84. G. scrive $120 : 5 \times 3 + 15 - 5 = 24 \times 3 + 15 - 5 = 72 + 10 = 82$ e intanto la descrive a voce. 85. ESPRESSIONE ERRATA: il “+” non è tra i tasti disponibili	Dopo aver scritto l’espressione risolutiva, risolvono tutti i calcoli per controllarne la correttezza e l’effettivo raggiungimento della soluzione. In questo senso, le studentesse si trovano nell’episodio di Valutazione Globale.

Quello che però molto spesso è assente nell’ambiente cartaceo è una Valutazione Globale in termini di legittimità delle procedure (VG3).

Nell'esempio presentato in precedenza, le studentesse non controllano se le operazioni utilizzate per scrivere l'espressione sono in effetti tutte ammissibili. In questo caso, l'espressione proposta non è corretta poiché l'addizione non è tra le operazioni disponibili nello spazio del problema.

Questo fatto, accade anche nel compito 2 del protocollo\_ppt\_3 (tab.5.17). Gli studenti scrivono l'espressione risolutiva ma non si accorgono di aver utilizzato un numero non consentito, il 2.

Tabella 5.17: Protocollo\_ppt\_3, episodio di valutazione globale compito 2

<b>Compito2: Trovare 55 con i tasti: 9, 2, 1, :, ×, +.</b>	
66. M. "intanto vediamo: 2x10 che fa 20 più 18 fa 38"	Gli studenti riescono a costruire da soli un'espressione che permette di calcolare il numero obiettivo. Nel fare questo, però non attivano l'episodio di Valutazione Globale della legittimità dei tasti utilizzati e non si accorgono di essersi serviti di un numero non consentito.
67. A. "38 piuu"	
68. M. "38+21"	
69. M. "più 21 fa 59"	
70. A. "troppo grande"	
71. M. "beh, possiamo fare più 12"	
72. A. "più 12, fa?"	
73. M. "38, 40, 50"	
74. A. "più"	
75. M. "2+2"	
76. A. "più 1"	
77. M. "l'abbiamo trovato!"	
78. ESPRESSIONE NON CORRETTA.	

Nel caso digitale, invece, gli episodi di Valutazione Globale riferiti all'indicatore VG3 sono frequenti, infatti, può capitare che i solutori svolgano i calcoli a mente e solo nel momento dell'inserimento della procedura o del calcolo nella calcolatrice, si accorgono che alcuni pulsanti non sono disponibili. In questo caso, però, l'episodio di Valutazione Globale non deve essere confuso con quello di Lettura. Come già chiarito in precedenza (par. 5.3.1.1), la Lettura prevede un "passo indietro" cioè un'azione secondo cui gli studenti scelgono di soffermarsi sull'osservazione delle informazioni presentate nel compito. La Valutazione Globale VG3, invece, si riferisce a quelle azioni in cui gli studenti stanno per attivare una procedura e si accorgono che non è consentita oppure ne stanno controllando la validità nel caso fosse già stata attivata.

Nel protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.18), ad esempio, nel proporre una possibile procedura esplorativa, E. si accorge dell'impossibilità di inserirla nella calcolatrice a causa della non disponibilità del tasto "+"; in questo senso, è stato attivato un episodio di Valutazione Globale poiché si accorge che una delle operazioni utilizzate non è presente tra i tasti a disposizione (9.).

Tabella 5.18: Protocollo\_cbt\_1, episodio di valutazione globale, compito 1

<b>Compito1: Trovare 82 con tasti: 8, 5, 3, :, ×, −. (E. tiene il mouse)</b>	
4. M. “82” 5. E. “allora 82 con 8, 5 e 3” 6. E. “e diviso, per, meno e le parentesi.	Gli studenti affrontano il primo compito partendo da un fase di Lettura. Essi esplicitano il valore del numero obiettivo ed elencano tutti i tasti a disposizione.
7. E. “8x5 fa 40+ quarant... no” 8. Qualche secondo di silenzio 9. E. “ah, non c’è!” (si riferisce all’addizione)	Concluso l’episodio di Lettura, E. propone di moltiplicare 5 e 8. Trovato 40, prova a sommarlo a sé stesso. Si accorge solo dopo di non avere a disposizione l’addizione tra le operazioni consentite. Nel momento in cui fa la proposta si un possibile approccio, E. si accorge che l’addizione non è tra le operazioni consentite (9.); in questo senso, ipotizziamo che, nei secondi di silenzio (8.), E. abbia attivato l’episodio di Valutazione Globale.

In questi termini, la Valutazione Globale nel caso computerizzato è quasi obbligata dalla necessità di inserire l’espressione risolutiva nella calcolatrice.

Questo fatto capita spesso e si può osservare nella maggior parte dei processi attivati per risolvere i 3 compiti. Proponiamo dunque un secondo esempio esplicativo del protocollo\_cbt\_3 (tab. 5.19). In questo caso, J. sta implementando una procedura esplorativa; ne farlo cerca il tasto corrispondente all’addizione ma D. gli fa notare che non è disponibile (17.)

Tabella 5.19 Protocollo\_cbt\_3, episodio di valutazione globale, compito 1

<b>Compito1: Trovare 74 con i tasti: 7, 2, 1, :, ×, −. (J. tiene il mouse)</b>	
10. J. “allora” 11. D. “fai, eh” 12. D. “7x7, 49, più...” 13. J. “7x7, 49” 14. D. “49” 15. J digita “7x7”	Nonostante sia J. a tenere il mouse, D. le da istruzioni continue su cosa fare. D. propone di svolgere 7x7; in questo caso, è possibile che la scelta di D. potrebbe essere orientata. Infatti, 7x7 è il prodotto maggiore che si può ottenere moltiplicando i numeri ad una cifra che si possono costruire con i tasti a disposizione.
16. J. “dov’è il +?” 17. D. “guarda!” (D. fa notare a J. che il tasto “+” non è consentito)	J. a questo punto si chiede dov’è il tasto “+” e D. glielo indica con il dito mostrandole che non è consentito.

Molte volte, gli studenti esprimono delle considerazioni in riferimento alla percezione di facilità o difficoltà che attribuiscono al compito. Si tratta di un momento in cui lo studente esplicita un aspetto del suo sistema di convinzioni relativo al senso di fattibilità di compito rispetto al suo sistema di autoregolazione. Abbiamo deciso di attribuire questi momenti,

anche se sporadici, all'episodio di Valutazione Globale (VG4). Tale episodio viene esplicitato con termini come:

M. "difficile"

G. "deve essere qualcosa di facile"

J. "è un po' complicato"

### 5.3.1.7 *La Valutazione Locale*

Abbiamo definito la Valutazione Locale non come episodio ma come fenomeno di interruzione di un processo, inteso come concatenazione di azioni.

Tale interruzione viene effettuata nel momento in cui il solutore intende valutare una singola operazione all'interno di una concatenazione di operazioni più ampia. In linea con la nostra definizione:

*Nella Valutazione Locale il solutore valuta le operazioni che attiva rispetto agli obiettivi che si sta ponendo. In fase di Lettura, ad esempio, la Valutazione Locale potrebbe essere orientata verso la verifica dell'effettiva comprensione del testo del compito. In fase di Implementazione o Esplorazione, invece, la Valutazione Locale potrebbe essere indirizzato sulla coerenza delle operazioni scelte rispetto allo scopo dell'azione.*

*Consideriamo Valutazione Locale, anche il confronto tra i solutori; ad esempio, quando uno chiede all'altro se comprende o condivide una determinata argomentazione o implementazione di un'operazione.*

La Valutazione Globale può avvenire all'interno di ognuno dei singoli episodi. Ad esempio, può essere attivata in fase di Lettura e potrebbe essere incentrata sull'effettiva comprensione dello stimolo delle condizioni del compito. In fase di Implementazione o Esplorazione, potrebbe essere focalizzata sulla coerenza e correttezza dei risultati emersi da una singola procedura.

Dalle analisi dei protocolli abbiamo identificato tre indicatori che elenchiamo di seguito.

**VL1.** Verificare che tutte le parti del testo della consegna siano state comprese.

**VL2.** Controllare se il risultato di un algoritmo o di una procedura è corretto:

- Chiedere al compagno conferma sulla correttezza
- Correggere un algoritmo o una procedura

**VL3.** Confrontare fra i risolutori in merito alla condivisione delle scelte fatte

L'indicatore VL1, si individua prevalentemente nel corso dell'episodio di Lettura, infatti, nell'esempio del protocollo\_cbt\_2 (Tab. 5.4) uno studente chiede all'altro quale sia il numero da ottenere. Un secondo esempio è il caso del protocollo\_cbt\_4 (tab. 5.20) in cui C. chiede a Ch. se ha chiaro lo scopo del compito (4.).

Tabella 5.20: Protocollo\_cbt\_4, episodio di valutazione locale, compito 1

<b>Compito1: Trovare 41 con i tasti: 5, 1, 0, :, ×, −. (Ch. tiene il mouse)</b>	
4. C. “ma tu hai capito come si fa?” 5. Ch. “si” 6. Ch. “41 bisogna fare”	Le studentesse avevano letto in silenzio il testo senza scambiarsi una parola. Appena compare il compito C. chiede all'altra qual è l'obiettivo del compito. Ch. Le risponde in modo secco che occorre trovare il numero obiettivo. In realtà, l'esplicito riferimento al “come” potrebbe indicare più che una mancata comprensione degli obiettivi, piuttosto una mancata comprensione o riconoscimento di quali siano le operazioni consentite e i limiti imposti dal compito.

Per quanto riguarda la correttezza delle procedure (VL2), invece, nell'ambiente digitale, gli episodi di Valutazione non sono molto frequenti. Il fatto di avere il supporto della calcolatrice per svolgere calcoli toglie al solutore la responsabilità di controllare la correttezza algoritmica di una procedura. Gli unici episodi relativi all'indicatore VL2 nell'ambiente digitale appaiono quando gli studenti si avvalgono del calcolo mentale. Gli unici casi in cui si attiva questo episodio sono dunque sporadici e risolti in pochi secondi, come si vede nell'esempio presentato del protocollo\_cbt\_1:

23. E. “8x4, 36”  
 24. E. “eh, no, 32”  
 35. E. “4+8 fa 12, giusto?”  
 36. M. “si”

Al contrario, nell'ambiente carta e penna è necessario che gli studenti controllino la correttezza algoritmica delle procedure che svolgono poiché non hanno un artefatto che li supporti nel calcolo, come si vede nell'esempio del protocollo\_ppt\_2 (tab. 5.21). Nonostante ciò, tale episodio, rimane poco frequente anche nell'ambiente carta e penna.

Tabella 5.21: Protocollo\_ppt\_2, episodio di valutazione locale, compito 2

<b>Compito2: Trovare 67 con i tasti: 7, 5, 4, :, ×, +.</b>	
57. A. “uguale 67” 58. B. “scusa 63+5, fa 68” 59. A. “si” 60. B. “eh” 61. A. “più 4” 62. Fa i conti con le dita 63. A. “più 4” 64. A. scrive $(7 \times 4) + (7 \times 5) + 4$	B controlla i calcoli fatti da A. e trova un errore che viene corretto (57., 60.). Attivando una Valutazione Locale sul lavoro di A, B. trova l'espressione risolutiva.

D'altro canto sono frequenti i casi in cui gli studenti cercano un confronto in termini di condivisione di procedure indipendentemente dall'ambiente. Negli esempi, protocollo\_cbt\_2 (Tab. 5.22) e protocollo\_ppt\_2 (tab. 5.23), uno dei due studenti chiede

all'altro se è d'accordo nell'attivare una certa procedura. Nel primo caso, la risposta è negativa mentre nella seconda è affermativa.

Tabella 5.22: Protocollo\_cbt\_3, episodio di valutazione locale, compito 1

<b>Compito1: Trovare 51 con i tasti: 8, 9, 2, :, ×, −. (F tiene il mouse)</b>	
9. R. "aspetta" 10. R. "8x9, 72" 11. R. "72:2"	R. comincia l'episodio di Esplorazione moltiplicando 8 e 9 (10.) e successivamente provando a dividere il risultato per 2 (11.). Entrambe le operazioni le fa a mente senza utilizzare l'ausilio della calcolatrice. Probabilmente, in questo caso R. sta adottando l'approccio E2; infatti, dopo aver individuato il numero 72, prova a dimezzarlo con l'intento di trovare un valore approssimativamente vicino al numero obiettivo.
12. F. "facciamo meno?" 13. R. "no, meno no, diviso 2". 14. F digita "9x8-9-9=" e compare 54	F. propone di adottare un approccio diverso, (12.) ma R. cerca di rimanere sulla sua proposta (13.). Siccome F ha il mouse, decide di seguire un'altra strada (14.). In questo caso, l'episodio di Esplorazione cominciato da F. viene deviato verso una differente prospettiva da F. In questo caso si ha quindi una Transizione.

Tabella 5.23 Protocollo\_ppt\_2, episodio di valutazione locale, compito 3

<b>Compito3: Trovare 47 con i tasti: 9, 6, 5, :, +, −.</b>	
79. A. "non puoi fare 56-..?" 80. B. "come fai ad arrivare a 56?" 81. A. "beh, 56" 82. B. "ah, si può fare!" 83. A. "56 menoooo" 84. B. "56 meno" 85. A. "3, 6, 7, 8, 9" 86. A. "56-9"	A. propone a B. un possibile approccio: A. si accorge alla fine che possono utilizzare il numero 56 (79.). Nel trovare l'accordo, anche B. si accorge di questa possibilità (82.) e così riescono a trovare la soluzione del compito.

### 5.3.1.8 La Transizione

La Transizione è stata definita come un fenomeno di interruzione di una concatenazione di operazioni all'interno dello stesso episodio. Al contrario della Valutazione Locale, in cui lo studente esplicita chiaramente il motivo di tale interruzione (la valutazione appunto), nel caso delle transizioni tale interruzione rimane implicita. In linea con la definizione:

*Le Transizioni identificano un cambiamento all'interno di uno stesso episodio, cioè il passaggio ad una nuova operazione non concatenata con la precedente ma adeguata rispetto allo scopo dell'azione. In altre parole, lo scopo non cambia ma cambia la relazione tra le operazioni in riferimento ai loro obiettivi.*

Nel definire le Transizioni, abbiamo ipotizzato che esse potessero sopraggiungere in qualsiasi episodio nel momento in cui il solutore identifica nuovi dati. Nel caso

dell'episodio di *Esplorazione*, ad esempio, le *Transizioni* possono sopraggiungere in quei momenti in cui il risolutore passa da una strategia ad un'altra senza esplicita motivazione oppure, nel caso dell'*Analisi*, sceglie di considerare dati o informazioni differenti da quelli tenuti in considerazione fino a quel momento.

Sulla base delle analisi svolte sui protocolli della sperimentazione pilota, ci siamo accorti che la transizione accade solo nell'episodio di *Esplorazione* e cioè nel momento in cui, adottando un approccio per tentativi, gli studenti cambiano prospettiva oppure attivano procedure differenti dalle precedenti. In assenza dell'episodio di *Analisi*, però, nel definire gli indicatori, abbiamo ipotizzato la possibilità che possa avvenire un cambiamento di prospettiva anche in riferimento a questo episodio. In conclusione, abbiamo individuato questi due indicatori:

- T1.** Cambiare strategia nell'episodio di *Esplorazione*; ad esempio, passare da una concatenazione di operazioni ad un'altra;
- T2.** Cambiare prospettiva nell'episodio di *Analisi*; ad esempio, concentrarsi su nuove informazioni fino ad ora non considerate.

Si tratta dunque di un momento cruciale per lo studio del processo risolutivo, poiché permette di delineare i possibili cambiamenti di strategia o prospettiva che determinano una variazione all'interno di un singolo episodio.

Nel caso, ad esempio del protocollo *ppt\_1* (tab. 5.6), le studentesse attivano procedure di volta in volta differenti nell'approccio esplorativo. In altri termini non mantengono mai la stessa prospettiva, attivando diverse transizioni da un'operazione all'altra apparentemente senza particolari motivazioni (29., 30., 33.).

Un esempio esplicativo si può osservare analizzando il protocollo *cbt\_2* (tab. 5.24) in cui il processo esplorativo passa di prospettiva in prospettiva fino a raggiungere il risultato desiderato. In particolare, gli studenti cominciano proponendo diverse operazioni (33., 35.); da 35. a 52. mantengono la stessa prospettiva per poi cambiarla nuovamente in 54.

Tabella 5.24: Protocollo *cbt\_2*, episodio di valutazione locale, compito 2

<b>Compito2: Trovare 67 con i tasti: 7, 5, 4, :, ×, +. (R tiene il mouse)</b>	
31. F. "67"	L'episodio di <i>Lettura</i> in questo caso è molto veloce, dopo aver esplicitato il valore del numero obiettivo, R. esplicitamente dichiara (32.) di cominciare un'esplorazione non orientata ("boh, vediamo"). In questo caso, l'approccio adottato viene palesemente indicato attraverso l'uso della calcolatrice e la verbalizzazione delle operazioni. In questo caso, l'approccio scelto è E2.2., infatti, gli studenti, scelgono la moltiplicazione e cominciano a moltiplicare 7 per gli altri numeri a disposizione.
32. R. "67, boh, vediamo cosa viene"	
33. F. "7x5" (digita 7x5)	
34. R. "no, fa 35"	
35. F. "7x7"	
36. F. "si va beh" cancella tutto e digita "7x7="	
37. F. "7x7 fa 49"	

<p>38. R. "poi direi +"  39. F. "5" e digita "+5="  40. F. "54"  41. R. "più 7"  42. F. digita "+7="  43. F. "61"</p>	<p>Arrivati al valore 49, decidono di operare con i tasti a disposizione per avvicinarsi al numero obiettivo. In particolare, partendo da 49, sommano rispettivamente il 5 e il 7. L'Esplorazione, in questo caso diventa orientata al raggiungimento di 67.</p>
<p>44. R. "un più sei servirebbe"  45. F. "61 + 6"  46. R. "fai 61+5"  47. F digita "+5="  48. R. "aspetta, fai ancora +5"  49. F digita "+5="  50. F. "-4"  51. F. "eh, non c'è il meno però!"  52. R ride</p>	<p>Arrivati a 61, c'è l'evidente passaggio alla pianificazione (R.): gli studenti vogliono aggiungere un valore pari a 6. R. probabilmente si accorge che <math>6=5+1</math>, infatti, propone a F. di sommare 5 (46.). F. segue il compagno pensando di sommare nuovamente 5 (48.) per poi sottrarre 4 (50.). In questo caso, però, avevano perso di vista le operazioni consentite per cui tornano alla lettura accorgendosi che la sottrazione non è consentita.</p>
<p>53. F cancella tutto  54. R. "7x4"  55. F digita "7x4="  56. R. "+5"  57. F digita "+5="  58. F digita "+7="  59. R. "40"  60. F digita "+4="  61. R. "44"  62. F digita "+5="  63. R. "49"  64. F digita "+7="  65. R. "+7"  66. F digita "+"  67. R. "sessant.."  68. F. "si, si, più 4 più!"  69. R. "quindi facciamo più 4 più..."  (digita "+4+7=")  70. F. "sette!"  71. R. "fatto!"</p>	<p>F. cancella tutto e ricomincia l'esplorazione partendo da <math>7 \times 4</math>, sotto consiglio di R. Ottenuto il 48, procedono in modo analogo al precedente, fino ad ottenere 56 (64.). A questo punto gli studenti passano all'Implementazione accorgendosi che basta aggiungere "4+7" (68.). In questo modo raggiungono l'obiettivo richiesto.</p>

In tutti i protocolli della sperimentazione, gli episodi di transizione sono molto frequenti in entrambi gli ambienti. Questo fenomeno è comprensibile, infatti, attivando tutti degli approcci per tentativi ed errori è possibile aspettarsi delle variazioni nelle prospettive in riferimento ai risultati locali che si ottengono procedura dopo procedura.

### 5.3.2 Lo strumento di codifica dei comportamenti per il compito “la calcolatrice rotta”

Alla luce delle osservazioni e delle analisi sviluppate fino ad ora, possiamo riassumere il tutto in una Tabella (5.25) in cui vengono definiti e descritti gli episodi, con i relativi indicatori, che verranno utilizzati nella prossima sperimentazione allo scopo di codificare e quindi descrivere i processi risolutivi attivati dagli studenti nel risolvere il compito della *calcolatrice rotta*.

Tabella 5.25: lo strumento di codifica dei comportamenti per il compito “la calcolatrice rotta”

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>1. LETTURA</b>	<p>Come nella definizione originale, l'episodio di <i>Letture</i> comincia quando il soggetto inizia a leggere il testo del problema ad alta voce o in silenzio. Esso non si esaurisce nel processo di lettura ma include anche i silenzi che lo intercalano e lo seguono; essi infatti rappresentano momenti in cui il solutore rielabora le idee e i contenuti proposti nel testo del compito. L'episodio di Lettura è dunque caratterizzato da azioni che seguono lo scopo comune di comprendere il compito ed ogni sua componente a partire dalla sua comunicazione attraverso diversi sistemi di segni.</p> <p>In questa prospettiva, sono compresi nell'episodio Lettura, le azioni e operazioni legate alla verbalizzazione di alcune parti del testo scritto, di esplicitazione dei dati presentati o di rielaborazioni personali di alcune frasi o del testo completo che vengono espresse attraverso una riformulazione verbale parafrasata.</p> <p>In sintesi, l'episodio di Lettura viene definito come quell'insieme di azioni in cui il lettore interpreta quello che è presentato nel testo del compito.</p>	<p><b>L1.</b> Leggere il testo del compito ad alta voce singolarmente o insieme;</p> <p><b>L2.</b> Seguire con il dito, il mouse, o altro le righe del testo del compito in silenzio o ripetendole ad alta voce;</p> <p><b>L3.</b> Guardare in silenzio il testo;</p> <p><b>L4.</b> Elencare o esplicitare tutte le informazioni presentate nel testo del compito;</p> <p><b>L5.</b> Elencare o esplicitare una parte delle informazioni presentate nel testo del compito;</p> <p><b>L6.</b> Porsi delle domande in riferimento alle informazioni e/o agli scopi del compito.</p>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<p><b>2. ANALISI</b></p>	<p>L'Analisi si riferisce alle azioni compiute secondo lo scopo di riformulare il testo del compito in modo da definire delle prospettive appropriate per comprenderlo pienamente e per raggiungere la soluzione attraverso azioni e operazioni note. Si tratta dell'episodio in cui il solutore cerca di delineare le prospettive e i meccanismi che strutturano le informazioni del compito e che permettono di raggiungere la soluzione. In questo senso, vengono considerate Analisi anche le azioni legate alla presentazione di esempi di altri compiti svolti oppure la proposta di operazioni possibili o procedure ammissibili in riferimento alle varie componenti del compito.</p> <p>In alcuni casi l'Analisi potrebbe essere l'episodio che permette di passare direttamente all'implementazione di un piano strategico; in altri casi, potrebbe essere aggirata per procedere con uno studio esplorativo del compito.</p>	<p><b>A1.</b> Esaminare caratteristiche e proprietà dei numeri presentati (numero obiettivo e tasti numerici):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Multipli;</li> <li>- Divisori;</li> <li>- Partizioni;</li> </ul> <p><b>A2.</b> Elencare (o applicare) le conoscenze o le procedure legate ai dati presentati o alle condizioni dettate dalla situazione problematica in riferimento a compiti noti:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Scomposizione in fattori primi;</li> <li>- Individuazione dei divisori del numero obiettivo;</li> <li>- Individuare le partizioni del numero obiettivo;</li> </ul> <p><b>A3.</b> Descrivere situazioni analoghe incontrate nella pratica scolastica;</p> <p><b>A4.</b> Descrivere situazioni analoghe in riferimento a compiti precedentemente affrontati nel test.</p>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>3. ESPLORAZIONE</b>	<p>L'episodio di Esplorazione si riferisce all'insieme di azioni in cui il solutore cerca le relazioni che intercorrono tra le informazioni presentate nel compito. Lo scopo principale di tale episodio è quello di scoprire nuove informazioni che possono permettere al solutore di individuare un piano di soluzione del compito. Tali azioni non devono essere confuse con quelle attivate nell'episodio di Analisi poiché mentre l'Analisi è molto più organizzata, l'Esplorazione è più libera e meno legata alla motivazione motore dell'attività.</p> <p>Le operazioni che il solutore utilizza in questo episodio sono collegate a conoscenze e procedure che il solutore potrebbe riconoscere come collegate al dominio in cui è presentato il compito ma non sono guidate da un'esplicita analogia che il solutore identifica fra il compito in cui è coinvolto e altri noti di cui conosce il processo risolutivo.</p> <p>In alcuni casi, l'Esplorazione potrebbe cominciare a presentare azioni sempre più orientate verso la definizione di un piano strategico. In altri casi, invece, l'Esplorazione rimane incerta, indefinita e si costituisce di una successione di euristiche non sempre legate alle motivazioni del compito.</p>	<p><b>ES1.</b> Combinare numeri e operazioni con l'obiettivo di individuare un'approssimazione del numero obiettivo;</p> <p><b>ES2.</b> Combinare numeri e operazioni allo scopo di determinare un preciso valore;</p>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>4. PIANIFICAZIONE E IMPLEMENTAZIONE</b>	<p>Il confine tra la progettazione di un piano per la risoluzione e la sua implementazione è molto labile (molto spesso la progettazione non viene chiaramente esplicitata dal solutore); per questo motivo, esattamente come l'autore, scegliamo di lasciare <i>Pianificazione e Implementazione</i> come un unico episodio.</p> <p>In questo episodio, il solutore elabora e attua una serie di procedure che a suo avviso possono permettergli di giungere alla soluzione e dunque raggiungere la motivazione dell'attività. Tali procedure possono essere attivate in modo più o meno strutturato e più o meno consapevole.</p> <p>In questo episodio può accadere anche che il solutore espliciti o descriva le procedure che sta attivando ad un altro solutore al fine di condividere la pianificazione o strutturare insieme un progetto di risoluzione.</p> <p>Anche in questo caso, è facile confondere questo tipo di episodio con quello di <i>Esplorazione</i> soprattutto quando il solutore non esplicita chiaramente il piano oppure se questo non segue una configurazione precisa e ordinata.</p>	<p><b>I1.</b> Esplicitare la strategia o le procedure da adottare:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dichiarare esplicitamente di aver trovato un modo per risolvere il compito e descriverlo;</li> </ul> <p><b>I2.</b> Implementare la strategia o le procedure:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Attivare una procedura orientata al raggiungimento dal numero obiettivo;</li> </ul>
<b>5. SOLUZIONE</b>	<p>Si tratta dell'episodio che Schoenfeld denomina <i>Verifica</i>. La scelta di cambiare la denominazione è dovuta alla volontà di non confondere questo episodio con quello di <i>Valutazione</i> che è stato suddiviso in due nuovi episodi. In questo caso, l'episodio fa riferimento al momento in cui viene esplicitata la soluzione da parte del solutore.</p>	<p><b>S1.</b> Esplicitare l'espressione risolutiva o il risultato ottenuto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- "La soluzione è"</li> <li>- scrivere l'espressione risolutiva del task</li> </ul> <p><b>S2.</b> Dichiarare di aver concluso il task, dicendo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- "Fatto"</li> <li>- "Finito"</li> </ul>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>6. VALUTAZIONE GLOBALE</b>	<p>Nell'episodio di <i>Valutazione globale</i> il solutore valuta la coerenza e l'utilità delle conoscenze che possiede nel campo del compito e la legittimità delle procedure che sta mettendo in campo rispetto al raggiungimento dell'obiettivo richiesto. Nella <i>Valutazione globale</i> è compresa l'analisi della coerenza della soluzione trovata rispetto alle condizioni iniziali del compito (informazioni) e alle procedure messe in campo per ottenerla. Si tratta dunque di un momento di riflessione sull'intero percorso e non sulla singola procedura effettuata o osservazione emersa.</p> <p>La <i>Valutazione globale</i> comprende anche momenti in cui il solutore esprime le proprie impressioni riguardo alla facilità o difficoltà nel raggiungere l'obiettivo, il suo senso di autoefficacia e di regolazione.</p>	<p><b>VG1.</b> Verificare che la soluzione sia coerente con le condizioni del problema;</p> <p><b>VG2.</b> Controllare se il risultato dell'espressione risolutiva corrisponde effettivamente al numero obiettivo;</p> <p><b>VG3.</b> Verificare che una successione di procedure sia applicabile in base alle condizioni iniziali:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Controllare se le procedure attivate soddisfano le condizioni e i limiti presentati nello stimolo;</li> </ul> <p><b>VG4.</b> Esplicitare convinzioni o sensazioni relative al compito</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lo studente esplicita il grado di difficoltà che attribuisce al compito</li> </ul>

	Descrizione	Indicatori
<b>TRANSIZIONI</b>	<p>Le Transizioni identificano un cambiamento all'interno di uno stesso episodio, cioè il passaggio ad una nuova operazione non concatenata con la precedente ma adeguata rispetto allo scopo dell'azione. In altre parole, lo scopo non cambia ma cambia la relazione tra le operazioni in riferimento ai loro obiettivi.</p>	<p><b>T1.</b> Cambiare strategia nell'episodio di Esplorazione; ad esempio, passare da una concatenazione di operazioni ad un'altra;</p> <p><b>T2.</b> Cambiare prospettiva nell'episodio di Analisi; ad esempio, concentrarsi su nuove informazioni fino ad ora non considerate.</p>

<b>VALUTAZIONE LOCALE</b>	<p>Nella <i>Valutazione Locale</i> il solutore valuta le operazioni che attiva rispetto agli obiettivi che si sta ponendo. In fase di <i>Lettura</i>, ad esempio, la Valutazione Locale potrebbe essere orientata verso la verifica dell'effettiva comprensione del testo del compito. In fase di <i>Implementazione</i> o <i>Esplorazione</i>, invece, la Valutazione Locale potrebbe essere indirizzato sulla coerenza delle operazioni scelte rispetto allo scopo dell'azione.</p> <p>Consideriamo Valutazione Locale, anche il confronto tra i solutori; ad esempio, quando uno chiede all'altro se comprende o condivide una determinata argomentazione o implementazione di un'operazione.</p>	<p><b>VL1.</b> Verificare che tutte le parti del testo della consegna siano state comprese.</p> <p><b>VL2.</b> Controllare se il risultato di un algoritmo o di una procedura è corretto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chiedere al compagno conferma sulla correttezza</li> <li>- Correggere un algoritmo o una procedura</li> </ul> <p><b>VL3.</b> Confronto fra i risolutori in merito alla condivisione delle scelte fatte</p>
---------------------------	--	---

## 5.4 Raffinamento dello strumento di codifica dei comportamenti per il compito “approssimare con i palloncini”

In questo paragrafo, come nel precedente, descriviamo i passi che hanno permesso di costruire lo strumento di codifica dei comportamenti specifico per il compito *approssimare con i palloncini*. In particolare, tali passaggi verranno esplicitati e descritti in riferimento alle analisi svolte sui protocolli registrati nella prima sperimentazione e presentate negli Allegati.

### 5.4.1 Ridefinizione degli indicatori relativi agli episodi del compito “approssimare con i palloncini”

In questo paragrafo esaminiamo i diversi episodi di *approssimare con i palloncini* nell’ambiente computerizzato e cartaceo. In particolare, definiamo degli indicatori a partire dai casi specifici osservati nei singoli protocolli.

Nella descrizione dei singoli episodi e nell’analisi dei comportamenti degli studenti facciamo riferimento alla definizione presentata nella griglia di codifica dei comportamenti (cap. 2, par. 2.2.3) e ai profili definiti nell’analisi a priori dei compiti (cap. 3, par. 3.4.2.1).

Nel trattare i singoli episodi non proponiamo nuovamente la definizione di ognuno ma ci limitiamo nel descrivere e commentare gli indicatori attraverso le analisi dei protocolli degli studenti.

#### 5.4.1.1 Episodio di Lettura

Nel caso di *approssimare con i palloncini*, l’episodio di Lettura può essere caratterizzato dagli stessi indicatori presentati nel paragrafo precedente, che elenchiamo di seguito:

- L1. Leggere il testo ad alta voce singolarmente o insieme;
- L2. Seguire con il dito, il mouse, o altro le righe del testo in silenzio o ripetendole ad alta voce;
- L3. Guardare in silenzio il testo;
- L4. Elencare tutte le informazioni presentate;
- L5. Elencare una parte delle informazioni presentate;
- L6. Porsi delle domande in riferimento alle informazioni e/o agli scopi del compito.

Ovviamente, in questo caso, le informazioni a cui si fa riferimento sono riferite al valore numerico degli estremi e il valore numerico corrispondente all’intervallo in cui posizionare il palloncino o disegnare la crocetta.

Come si può osservare nelle tabelle (Tab. 5.26, 5.27 e 5.28) ogni coppia di studenti si contraddistingue dalle altre attraverso atteggiamenti differenti che confermano le osservazioni che sono state svolte anche nel caso della *calcolatrice rotta*.

Nel protocollo\_cbt\_2 (Tab. 5.26), ad esempio, gli studenti coordinano le informazioni presentate in forma verbale con quelle mostrate nell'immagine; nello specifico, conclusa la lettura, F. avvicina il mouse alle informazioni nell'immagine probabilmente per vedere quali sono i valori numerici relativi al punto di cui individuare la posizione sul segmento e degli estremi dello stesso. In questo caso, quindi, l'episodio di lettura è definito dagli indicatori L1 e L4.

Tabella 5.26: Protocollo\_cbt\_2, episodio di lettura preliminare

Protocollo_cbt_2 (studenti R. e F.)	Commenti
5. F. legge il primo paragrafo 6. F. "m" avvicina il mouse all'immagine 7. F. finisce la lettura 1. R. "vai"	Nel corso dell'episodio di lettura, F. coordina la lettura del testo scritto con le informazioni presentate nell'immagine. Questo aspetto è sottolineato dal fatto che muove il dispositivo proprio in corrispondenza delle informazioni presentate nell'esempio. In pochi istanti avvia l'applet.

Il riferimento alle informazioni, però, possono esserci dei casi in cui gli studenti si focalizzano solo su alcune di quelle presentate nel compito. Ad esempio, nel protocollo\_ppt\_2 (Tab. 5.27), gli studenti si soffermano solo sul valore numerico riferito al punto di cui individuare la posizione sul segmento, in linea con gli indicatori L1 e L5.

Tabella 5.27: Protocollo\_ppt\_4, episodio di lettura preliminare

Protocollo_ppt_4 (studenti M. e G.)	Commenti
1. M. legge il testo ad alta voce velocemente 2. G. "838"	M. legge il testo e nel contempo G. osserva il valore del numero di cui individuare la posizione sul segmento.

Nel protocollo\_cbt\_2, invece, uno dei due studenti attua una lettura continua del testo (Tab. 5.28). Conclusa la lettura, E. chiede conferma al compagno dell'avvenuta comprensione del compito (L1 e L6).

Tabella 5.28: Protocollo\_cbt\_1, episodio di lettura preliminare

Protocollo_cbt_1 (studenti E. e M.)	Commenti
5. M. Legge il testo ad alta voce 6. E. "mm, capito?" 7. M. "sì" 2. E. clicca sul link	Gli studenti leggono il testo presentato nella schermata pdf del pc e cliccano sul link per aprire l'applet.

Infine, altri studenti leggono il testo a voce bassa e successivamente una di loro chiede conferma alla compagna dell'avvenuta comprensione del compito (L3 e L6).

Tabella 5.29: Protocollo\_cbt\_4, episodio di lettura preliminare

Protocollo_cbt_4 (studenti C. e Ch.)	Commenti
52. Guardano il testo del compito in silenzio 53. 13 secondi di silenzio	Come per il compito precedente, le studentesse non leggono ad alta voce e non esplicitano alcuna reazione alla conclusione dell'episodio

54. Ch. “capito?” 3. Clicca sul link	di Lettura.
---	-------------

Gli esempi presentati si riferiscono alle azioni che gli studenti attivano nel momento in cui si trovano davanti alla schermata pdf o al foglio di carta nei quali sono presentati i compiti nei due ambienti (Fig. 5.2 e 5.4).

Al contrario della calcolatrice, nessuno studente ha sentito l'esigenza di evidenziare nuovamente le informazioni presentate nel compito durante il processo risolutivo; tra i protocolli non si sono registrati dei casi di ritorno alla Lettura in nessuno dei due ambienti.

Solo in un caso, abbiamo osservato un comportamento anomalo che potrebbe essere spiegato sulla base dell'attivazione dell'episodio di Lettura molto frettoloso all'inizio del processo risolutivo. In particolare, gli studenti del protocollo\_ppt\_4 (Tab. 5.30), cominciano leggendo il testo molto velocemente e si focalizzano sul valore corrispondente alla posizione da individuare sul segmento. Il fatto che abbiano posto l'attenzione solo su questo valore e non anche su quello degli estremi potrebbe aver confuso uno dei due studenti il quale ha proposto immediatamente una posizione del palloncino che sarebbe plausibile solo nel caso in cui il primo estremo è nullo.

Tabella 5.30: Protocollo\_ppt\_4, episodio di lettura durante il processo risolutivo

<b>Compito1: Posizionare 838 tra 700 e 900</b>	
14. M. legge il testo ad alta voce velocemente 15. G. “838”	M. legge il testo e nel contempo G. osserva il valore del numero di cui individuare la posizione sul segmento.
16. M. “fai 900, l'800 starà tipo qua” indica un punto a 1 cm dal secondo estremo 17. G. “è la metà perché 700 e 800 è la metà” 18. M. “beh, è più verso il 900”	M. a quanto pare non è stato attento durante l'episodio di Lettura perché “posiziona” il numero 800 in prossimità del secondo estremo (16). Questa osservazione potrebbe suggerire che non si accorge che il primo estremo del segmento non è nullo e si riconduce al compito: posizionare 838 nell'intervallo (0, 900). G. Lo corregge istantaneamente facendogli notare che il valore 800 corrisponde al punto medio del segmento.

#### 5.4.1.2 L'episodio di Analisi

L'episodio di Analisi si è rivelato completamente assente nel compito della *calcolatrice rotta*; al contrario, si presenta molto frequente nel compito *approssimare con i palloncini*.

Come più volte ripetuto, l'episodio di Analisi viene implementato dallo studente tenendo conto del legame tra le condizioni del problema e l'obiettivo da raggiungere. In questi termini, spesso il compito viene riformulato o modificato in modo da definire delle prospettive appropriate per comprenderlo a pieno. In questa prospettiva, vengono considerati episodi di Analisi anche i momenti in cui i risolutori propongono esempi di operazioni possibili o esaminano il compito in termini di pratiche ammissibili.

In riferimento alle evidenze osservate nei protocolli, abbiamo individuato gli indicatori riferiti all'episodio di Analisi che si sono rivelati in linea con le ipotesi fatte per il caso della *calcolatrice rotta*:

- A1.** Esaminare caratteristiche delle informazioni presentate nel compito
  - Lunghezza del segmento;
  - Differenza tra gli estremi;
- A2.** Elencare (o applicare) le conoscenze o le procedure legate ai dati presentati o alle condizioni dettate dalla situazione problematica in riferimento a compiti noti:
  - Definizione di una scala sul segmento
- A3.** Descrivere situazioni analoghe incontrate nella pratica scolastica;
- A4.** Descrivere situazioni analoghe in riferimento a compiti precedentemente affrontati nel test.

Il fatto che in questo caso tale episodio si presenti frequentemente potrebbe suggerire che gli studenti abbiano più familiarità con questo genere di compito rispetto al precedente. In questa prospettiva, è possibile che i processi attuati, nei casi di alcuni protocolli, siano guidati dall'aver riconosciuto nel compito alcuni tratti delle consegne tipiche della prassi didattica. In altri termini, è ragionevole supporre che alcuni studenti abbiano identificato il compito come analogo ai classici esercizi di posizionamento dei numeri su una retta graduata. In questa prospettiva, alcuni studenti hanno cercato tale analogia nella definizione di un'unità di misura per costruire una scala sull'intervallo considerato (A2).

Un caso esemplificativo è quello del protocollo\_ppt\_2 presentato nella Tabella 5.31. In particolare, nel corso del processo risolutivo, gli studenti passano velocemente dall'episodio di Analisi a quello di Esplorazione. In particolare i due studenti si distinguono nell'approccio poiché ognuno di loro intraprende un episodio differente. Nello specifico, A. attiva un episodio di Esplorazione (che verrà trattato nel prossimo paragrafo) mentre B. uno di Analisi. Ci concentriamo dunque solo sui tratti distintivi dell'Analisi e quindi sulle procedure attivate da B..

Tabella 5.31: protocollo\_ppt\_2 episodio di Analisi, compito 1

<b>Compito1: posizionare 495 tra 450 e 650 (F. tiene il mouse)</b>	
1. Leggono il testo velocemente 2. B. “eh, questo è il 200, la distanza tra 450 e 650” indica il segmento. 3. A. “la metà è 200” 4. B. “200, no aspetta un attimo; è 200 la distanza che c’è qua” 5. A. “200, la metà è 100” 6. A. “qua in mezzo c’è 100” indica con il dito il punto medio	Dopo un breve episodio di Lettura, l’episodio di Analisi viene attivato con la ricerca del valore corrispondente alla lunghezza dell’intervallo (2., 4.).
7. B. “aspetta un attimo” prende il righello per misurare la lunghezza del segmento 8. B. “15” 9. B. “15 corrisponde a 200” 10. B. scrive sul foglio 15 e 200 11. B. “perciò 100 sta a 7,5” 12. B. “cioè fai la metà precisa” indica la metà avvalendosi dell’ausilio del righello	B. sente l’esigenza di prendere il righello per misurare la lunghezza del segmento e metterla in relazione con il valore numerico appena trovato (9., 11.); allo stesso modo, cerca la corrispondenza tra la lunghezza di mezzo segmento e 100 (11., 12.)
13. B. “un centimetro, aspetta un attimo” 14. B. scrive $200:15=x:1$ 15. B. trova il valore della x 16. A. “si ma se qua, guarda” 17. B. “mm” 18. A. “qua è 550” indica il punto medio 19. A. “qua, giusto?” 20. B. “eh, aspetta stavo calcolando quanto...cioè quasi precisamente” 21. A. “fai, metà, metà, metà, e lo trovi” 22. B. continua nel suo calcolo	B. imposta una proporzione per vedere il valore numerico corrispondente ad 1cm. B. svolge i calcoli e attiva un approccio di tipo E1.2, infatti, cerca di individuare il valore numerico corrispondente alla scala di misura definita dal righello.
23. B. “13, circa, quindi è qui” 24. B. prende il righello per vedere la posizione corrispondente a 13 cm dal primo estremo	B. male interpreta il risultato trovato credendo che quel 13 sia riferito ad una lunghezza. In realtà 13 corrisponde al valore numerico corrispondente a 1cm di lunghezza sul segmento.
25. 4 secondi di silenzio 26. B. “no, 1,3” 27. B. “cioè, scherzo. Va beh, lascia perdere”	Si accorge subito che 13 cm non è coerente con quello che era il suo intento e corregge aggiungendo una virgola tra 1 e 3 (26.). Dopo nemmeno un secondo realizza che nemmeno 1,3 può essere un risultato coerente con i suoi obiettivi e abbandona tutto per seguire l’approccio per approssimazioni successive di B (27.).

Notiamo che B. cerca di individuare una scala sul segmento identificandosi con il profilo E1.2. Per fare ciò B. tenta di identificare il valore della x impostando la proporzione  $200:15 = x:1$  senza successo dato che non riesce ad interpretare correttamente il risultato

che ottiene. La scelta di impostare la proporzione è stata da noi interpretata come la volontà di ricondursi ad un compito familiare: posizionare i numeri su una retta graduata. Come ipotizzato nelle analisi a priori, però, tale pratica richiede una serie di procedure di un certo tipo e un sistema di risorse molto ampio in relazione al passaggio di rappresentazione algebrico-geometrico. Questa difficoltà spinge B. ad abbandonare velocemente tale approccio per dedicarsi ad uno più esplorativo in linea con quello attivato da B. stesso.

Questo fenomeno non è isolato nell'ambiente cartaceo, infatti, anche gli studenti de protocollo\_ppt\_4 (tab. 5.32), cercano di definire una scala sul segmento. Inizialmente gli studenti cercano di identificare una posizione "ad occhio" (33., 34., 35.) e in un secondo momento attivano delle procedure con lo scopo di costruire una metrica (36., 38.).

Tabella 5.32: protocollo\_ppt\_4 episodio di Analisi, compito 1

<b>Compito1: Posizionare 838 tra 700 e 900</b>	
<p>19. G. "allora, aspetta che prendiamo un foglio di brutta"</p> <p>20. G. posiziona un foglio bianco proprio sotto alla linea e disegna il segmento.</p> <p>21. G. "allora, la metà è circa qua"</p> <p>22. G. "si può usare il righello?"</p> <p>23. I. "quello che volete"</p> <p>24. Prendono entrambi il righello</p> <p>25. M. "questo è lungo 15 cm, la metà è 7,5"</p> <p>26. M. "qua" indica il punto medio</p> <p>27. G. "aspetta misura sul foglio che poi" porge a M. il foglio bianco</p> <p>28. M. "aspetta, in mezzo, segnalo"</p> <p>29. G. indica con un segno il punto medio individuato con il righello</p> <p>30. G. "giusto?"</p> <p>31. G. "ok, 7 e mezzo"</p> <p>32. M. "perciò 8 e 38 sarà qualche cm più avanti"</p> <p>33. M. "perciò sarà tipo 8 e mezzo, no, qua è 7,5; più verso 8 e mezzo"</p> <p>34. M. "si, sarà 8, 8 e mezzo"</p> <p>35. G. "si , perché" mette il righello sulla linea e sta in silenzio 4 secondi</p>	<p>Per individuare il punto medio, gli studenti si servono del righello.</p> <p>Inizialmente provano a proporre una stima della posizione: il numero, sarà in un punto distante circa 1cm/1,5cm dal punto medio (33., 34., 35.).</p>
<p>36. G. "conta che per farne 100...per fare 100 tocchettini ..."</p> <p>37. M. "8 e mezzo, giusto, 8 e mezzo"</p> <p>38. G. "fai 10 fratto 7,5"</p> <p>39. M. "risulta?"</p> <p>40. G. "che risulta, eh, il 7 nel 10 ci sta una volta e avanza 3, ci sta 4 volte avanzo due..."</p> <p>41. G. "ah, ma aspetta 1,46"</p> <p>42. G. "cioè 1 cm e mezzo"</p>	<p>A questo punto, G. tenta di affinare la procedura approssimativa e cerca di costruire una scala sul segmento.</p> <p>G. vuole trovare a quale valore numerico corrisponde la lunghezza di 1 cm.</p> <p>Il fatto di svolgere il calcolo <math>10:7,5</math> potrebbe indicare che in realtà vorrebbe dividere il segmento in 10 parti ma in quel caso avrebbe dovuto dividere la misura della lunghezza per 10 e non viceversa.</p> <p>Nel contempo M. insiste con la posizione</p>

<p>43. M. “8 e mezzo più o meno”  44. G. “no, per fare un...”  45. M. “cm”  46. G. “oh, mio dio”  47. M. “che hai fatto?”  48. G. “mmm”</p>	<p>individuata in modo approssimativo addirittura cerca di sfruttare il risultato trovato da G. per confermare erroneamente la sua congettura (43.).  Alla fine, G. non è convinta e segue la procedura approssimativa di M.. Probabilmente G. si è accorta di aver commesso un errore oppure non è in grado di interpretare il risultato ottenuto (46., 47).</p>
---	---

In entrambi gli esempi esposti in precedenza, l’implementazione del processo di Analisi ci permette di approfondire le ipotesi interpretative dei comportamenti di B. e G.. In particolare, l’attenzione della studentesse è rivolta alla ricerca di una scala per individuare in modo preciso la posizione che dovrebbe avere il valore numerico sul segmento. In questa prospettiva, possiamo identificarle entrambe con il profilo E2.1; in aggiunta, possiamo anche inferire che si tratta di studentesse che percepiscono il compito come la richiesta di individuare la posizione esatta relativa al valore numerico presentato su un segmento, configurandosi nei profili P2 e R2. Infatti, B. e G. cercano di costruire una scala sul segmento individuando a quale valore numerico corrisponde ad 1 cm. In questo modo, quindi non percepiscono nella richiesta la possibilità di stimare la posizione (R2) ma percepiscono il compito come un classico esercizio scolastico di posizionamento sulla retta (P2).

Gli altri studenti che hanno affrontato il compito, indipendentemente dall’ambiente, la maggior parte delle volte hanno cominciato analizzando le caratteristiche delle informazioni del compito. In particolare, tutti hanno individuato la differenza tra gli estremi per determinare il valore numerico riferito alla lunghezza del segmento (A1), come si può osservare nel protocollo\_ppt\_1 (Tab. 1.33) e protocollo\_cbt\_1 (Tab. 1.34).

Tabella 5.33: protocollo\_ppt\_1 episodio di Analisi, compito 1

<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850</b>	
<p>3. L. “685”  4. G. calcola la differenza tra il valore dei due estremi in colonna  5. G. “si, comunque anche se non lo scrivevo. 200”</p>	<p>L’episodio di Lettura comincia nel momento in cui L. esplicita il valore numerico corrispondente al punto in cui disegnare una crocetta.  Nel contempo G trova il valore numerico riferito alla lunghezza dell’intervallo (5.).  In questo caso G. ha attivato un episodio di Analisi poiché, attraverso i dati a disposizione, ha individuato una nuova informazione.</p>

Tabella 5.34: protocollo\_cbt\_1 episodio di Analisi, compito 1

<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850 (E. tiene il mouse)</b>	
5. E. "650 e 850, noi dobbiamo fare 685"	Appena si trovano davanti al compito, E. elenca i valori degli estremi e del numero da posizionare (5.). Subito dopo individua il valore numerico riferito alla lunghezza dell'intervallo (6.).
6. E. "Quindi qui ci sarà 200 di spazi, giusto?"	

In conclusione, l'episodio di Analisi si caratterizza anche per la possibilità di riformulare il compito in termini di uno equivalente (A3, A4) di cui il solutore conosce il processo risolutivo. Si tratta nuovamente di un processo molto frequente sia nell'ambiente cartaceo che nell'ambiente digitale.

Ad esempio, nel caso del protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.35), E. sostiene di dover posizionare il numero 35 (8.). Probabilmente, E. si è accorta che la differenza tra il valore del primo estremo e il valore del numero da posizionare è 35 e quindi riformala il compito immaginando di traslare il segmento da (650, 850) a (0, 200). In particolare, nelle procedure precedenti si è accorta che il valore del punto medio corrisponde a 750 e quindi si può prendere in considerazione un caso ancora più particolare: posizionare 35 tra 0 e 100 che corrisponde alla prima metà del segmento.

Tabella 5.35: protocollo\_cbt\_1 episodio di Analisi, compito 1

<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850 (E. tiene il mouse)</b>	
8. E. "Qui è il cento, noi dobbiamo fare 35" (indica il punto medio)	Il riferimento che fa a "35" (8.) ci suggerisce che stia tenendo sotto controllo il fatto che il primo estremo non sia nullo e dunque un problema analogo sarebbe: posizionare 35 nell'intervallo (0, 100).  In conclusione, individuato $\frac{1}{4}$ del segmento, E. suggerisce di aggiungere 10 poiché il valore corrispondente a $\frac{1}{4}$ è 25.  M. non ha seguito il ragionamento di E.
9. E. "Una metà è più o meno qua" (indica con il mouse $\frac{1}{4}$ della linea)	
10. E. "più dieci direi" (si sposta leggermente a destra con il mouse)	
11. M. "boh"	

Per questo compito, dunque, si possono individuare diversi episodi di Analisi caratterizzati da azioni differenti. Nonostante ciò, nessuno studente è stato in grado di passare dall'episodio di Analisi direttamente all'Implementazione di una strategia che permetta effettivamente di raggiungere l'obiettivo. In tutti i casi, gli studenti hanno abbandonato le procedure attivate in questo episodio per adottare degli approcci più esplorativi.

#### 5.4.1.3 L'episodio di Esplorazione

Come per la *calcolatrice rotta* anche per *approssimare con i palloncini*, gli studenti che attivano l'episodio di Esplorazione sono identificati da un profilo di tipo E2. Tale profilo si riferisce a studenti che adottano e attivano procedure e metodi esplorativi, legati alla

determinazione della stima della posizione del numero indicato sul segmento. In linea con questa prospettiva e in base alle osservazioni fatte sugli studenti, abbiamo definito degli indicatori relativi all'episodio di esplorazione:

- Es1.** Individuare dei punti di riferimento sul segmento dimezzandolo di volta in volta;
- Es2.** Individuare dei punti di riferimento stimando la posizione in base alla distanza tra il numero e il valore degli estremi.

Come si può osservare dai protocolli, in genere gli studenti che adottano un approccio esplorativo, cominciano ad individuare dei valori numerici che permettano di individuare dei punti di riferimento sul segmento o viceversa.

Questo fenomeno, si osserva nella maggior parte dei protocolli indipendentemente dal formato di somministrazione del compito. Ciò che distingue principalmente i due formati sta nel fatto che nel caso cartaceo, la maggior parte degli studenti fa uso dell'ausilio del righello.

Il caso del protocollo\_ppt\_2 (tab 5.36) è esemplificativo dell'indicatore Es1, infatti, entrambi gli studenti scelgono di attivare una procedura per approssimazioni successive dimezzando di volta in volta l'intervallo a cui appartiene il valore numerico di cui individuare la posizione (E1.2).

Tabella 5.36 Protocollo\_ppt\_2, episodio di esplorazione compito 1

<b>Compito2: posizionare 434 tra 400 e 600 (A. tiene il mouse)</b>	
47. A. "secondo me è qua vicino" indica un punto di poco a destra del primo estremo. 48. B. "eh, esatto"	La fase di Lettura viene bypassata per passare direttamente all'implementazione. A. propone subito una posizione approssimativa (47.). B esplicita subito il suo consenso.
49. B. "si è sempre 200 la distanza" 50. A. sta per disegnare una traccia sul punto da lui indicato 51. B. "aspetta un attimo, stai fermo" 52. B. "si la distanza è 100" 53. A. "la metà" 54. B prende il righello 55. B. "la metà è qua, la metà della metà è qua" 56. Calcola sul foglio 7.5:2 per trovare la lunghezza di $\frac{1}{4}$ 57. B. "qua così è il 50" 58. B. "e qua è il 34" 59. B. "qua è il 12, qua il 25 e qua il 34" 60. A. marca il segno trovato. 61. B. decide di disegnare delle stelline in corrispondenza dei segni	Prima di procedere con l'esplicitazione della soluzione, B. decide di rendere la procedura più precisa attivando un approccio per approssimazioni successive. Gli studenti individuano il valore numerico corrispondente alla metà, a $\frac{1}{4}$ (57.), a $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{16}$ (59.) del segmento ed infine individuano la posizione approssimativa del valore numerico obiettivo nel punto medio dell'intervallo di estremi $\frac{1}{16}$ e $\frac{1}{8}$ del segmento.

fatti da A. probabilmente per differenziarli dagli altri	
--	--

Tale procedura è resa ancora più chiara dall'osservazione del loro foglio di lavoro, presentato in Figura 5.8.

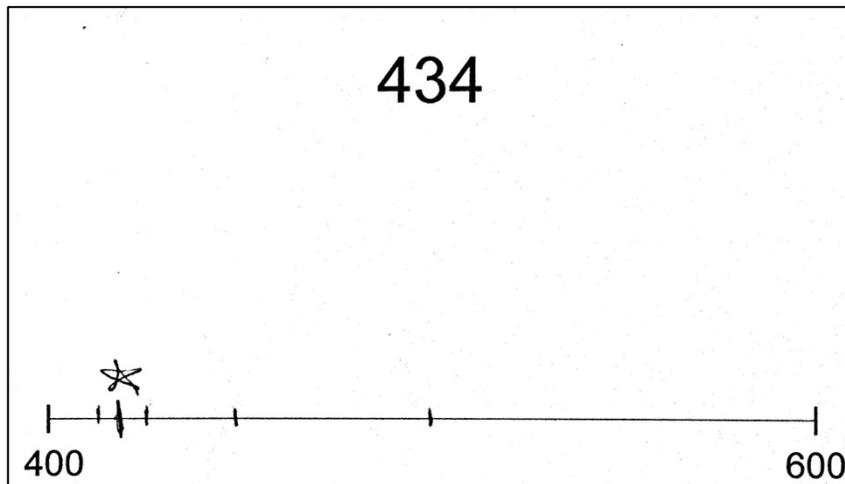


Figura 5.8: foglio del compito 2. di approssimare con i palloncini, protocollo\_ppt\_2

Osservando la successione di procedure svolte da B. si nota subito che la possibilità di tenere traccia dei punti notevoli sulla carta agevola la buona riuscita della procedura. In questo caso, entrambi gli studenti tengono traccia scritta delle metodi attivati e quindi possono essere identificati con il profilo C1.

In questo caso, l'ausilio del righello gioca un ruolo cruciale per l'implementazione di una procedura così fine. In generale, però, nessuna coppia di studenti arriva ad un livello di approssimazione così elevato anche se segue un approccio di questo tipo, come ad esempio il protocollo\_ppt\_1 (tab 5.37).

Tabella 5.37: Protocollo\_ppt\_1, episodio di esplorazione compito 2

<b>Compito2: posizionare 72 tra 50 e 250</b>	
<p>19. L. "il 72, allora"</p> <p>20. G. "sempre 200"</p> <p>21. L. "quindi qua 100" (indica il punto medio con le dita).</p> <p>22. L. "50, 200" (indica il primo estremo e poi <math>\frac{1}{4}</math>)</p> <p>23. L. "no?"</p> <p>24. G. "eh, quant'è, 72?"</p> <p>25. L. "sì"</p> <p>26. G. "di qua è 150" (indica il punto medio"</p> <p>27. L. "150, 72"</p>	<p>G. ed L. cominciano il compito individuando il punto medio e il valore numerico riferito ad esso (21., 26.).</p> <p>In questo caso, cercano di attivare lo stesso approccio per dimezzamenti successivi.</p> <p>Procedono con un successivo dimezzamento individuando il valore numerico corrispondente ad <math>\frac{1}{4}</math> del segmento (22., 31.).</p>

28. G. “è la metà di 150” 29. G. “la metà di 150, quant’è?” 30. L. svolge il calcolo 31. G. “75” 32. L. “eh, e quindi fai la metà” 33. L. “qua?” L fa un segno sulla linea 34. G. “si” 35. Il segno approssimativamente è corretto	
---	--

Come precedentemente anticipato, questa procedura è tipica in entrambi gli ambienti. Anche nel caso del compito digitale, gli studenti procedono per dimezzamenti successivi ma senza l’ausilio del righello, come nel caso del protocollo\_cbt\_3 (tab. 5.38).

Tabella 5.38 Protocollo\_cbt\_3, episodio di esplorazione compito 2

<b>Compito2: Posizionare 575 tra 550 e 750 (J. tiene il mouse)</b>	
16. J. “qua, eh” 17. D. “qua” indica con le dita un punto in corrispondenza di $\frac{1}{4}$ della linea 18. D. “perché 100 è qua” indica il punto medio 19. J. “allora, qua vicino, si” prende il palloncino	L’episodio di Lettura viene completamente bypassato. D indica un punto con il dito che corrisponde secondo lui alla posizione approssimativa in cui posizionare il palloncino (17.) e J. conferma positivamente la posizione proposta dal compagno (18.).
20. J. “allora 75 è qua” posiziona il palloncino leggermente a sinistra di $\frac{1}{4}$ 21. D. “si” 22. J. Clicca su lancia la freccia 23. Il palloncino scoppia e restituisce un punteggio pari a 7	J. controlla la correttezza della proposta attraverso una fase di analisi. Come per il protocollo 1, anche J. passa ad un compito particolare ma equivalente a quello presentato: posizionare 75 tra 0 e 200 (19.). L’applet restituisce un feedback positivo.

#### 5.4.1.4 L’episodio di Implementazione

In tutti gli esempi che abbiamo osservato per il compito *approssimare con i palloncini*, tutti gli studenti propongono una soluzione alla conclusione dell’episodio di Esplorazione poiché procedendo per dimezzamenti, operazione dopo operazione, arrivano alla determinazione della soluzione. C’è quindi spesso un passaggio diretto dall’Esplorazione alla Soluzione.

Alla luce di questo fenomeno, possiamo individuare alcuni indicatori a priori che possono essere utili per definire l’episodio di Implementazione:

- I1.** Esplicitare la strategia o le procedure da adottare:
  - Dichiarare esplicitamente di aver trovato un modo per risolvere il compito e descriverlo;
- I2.** Implementare la strategia o le procedure:
  - Attivare una procedura orientata al raggiungimento dal numero obiettivo;

Gli unici casi, molto rari, in cui gli studenti possono essere categorizzati all'interno di un episodio di Implementazione nel compito di *approssimare con i palloncini*, sono quelli in cui i solutori si affidano completamente alla loro capacità di stima ad occhio senza attivare particolari procedure e posizionano direttamente il palloncino o disegnano un segno sul segmento.

Questo è il caso, ad esempio, del protocollo\_cbt\_2 (tab. 5.38) e del protocollo\_ppt\_4 (tab. 5.39)

Tabella 5.39 Protocollo\_cbt\_2, episodio di esplorazione compito 1

<b>Compito1: posizionare 495 tra 450 e 650 (F. tiene il mouse)</b>	
5. F. "proviamo questo" 6. R. "dobbiamo lanciare la freccetta" 7. F. "495" 8. R. "boh"	F. esplicita subito l'intenzione di attivare un approccio per tentativi (5.)
9. F. comincia a muovere il palloncino 10. F. "qua?" ferma il palloncino in corrispondenza di $\frac{1}{4}$ del segmento 11. R. "sì"	F. comincia a muovere il palloncino e lo posiziona senza esplicitare in alcun modo il tipo di approccio che ha attivato per posizionare il palloncino (10). R. si trova in accordo sulla posizione scelta da F (11.).
12. R. "lancia la freccetta" 13. La freccia scoppia e l'applet restituisce un punteggio pari a 6. 14. Nessuna reazione	L'applet restituisce un feedback positivo che però non provoca un'esplicita reazione da parte degli studenti.

Tali azioni sono riferite all'episodio di implementazione perché lo studente posiziona e intende immediatamente lanciare la freccetta. Ciò significa che con tale azione lo studente non intende esplorare o analizzare le operazioni consentite dal compito ma intende determinare la soluzione.

Tabella 5.40: Protocollo\_ppt\_4, episodio di esplorazione compito 3

<b>Compito3: Posizionare 870 tra 750 e 950</b>	
55. M. "870" 56. M. prende subito il righello 57. M. "eh, 950" 58. G. "eh, la metà" 59. M. "850, 950, otto..." 60. M. "più verso il 9" 61. G. "7 e mezzo" appoggia il righello sul segmento 62. G. "quindi sarà qua" fa un segno in corrispondenza di 9 cm 63. M. "più o meno" 64. M. "no, aspetta, 8 e 7 devi segnare. 8 cm e 7" 65. G. "ok" G. ha disegnato il segno	In questo caso, la posizione del valore assegnato cade in un intorno del punto medio. Gli studenti individuano velocemente un intorno corretto senza esplicitare particolari procedure e disegnano il segno in una posizione per cui l'applet avrebbe restituito un feedback positivo.

66. Posizione corretta	
------------------------	--

Non sempre però questo genere di approccio conduce gli studenti a fornire una soluzione corretta. Nel caso del protocollo\_cbt\_4 (tab 5.40) le studentesse posizionano il palloncino senza esplicitare apparenti procedure e non ricevono mai un feedback positivo dall'applet, come si vede nel caso del compito 1 (tab 5.41).

Tabella 5.41: Protocollo\_cbt\_4, episodio di esplorazione compito 1

<b>Compito1: Posizionare 838 tra 700 e 900 (Ch. tiene il mouse)</b>	
5. Ch in silenzio clicca sullo spazio giallo dell'applet. 6. Ch. Sposta il mouse in corrispondenza di 838	In silenzio Ch. Clicca sullo spazio dell'applet in corrispondenza del punto medio (5.); probabilmente pensa che al click il palloncino si sposti nella posizione indicata. Spostare il mouse in corrispondenza del valore da posizionare (6.) potrebbe indicare che abbia attivato un episodio di Lettura.
67. Prende il palloncino e lo posiziona alla destra della metà 68. Ch. "così" 69. C. "vai" 70. Ch. Lancia la freccetta 71. Il palloncino non scoppia	Posiziona il palloncino in corrispondenza del punto medio. Probabilmente si sarà accorta che questo punto corrisponde al valore 800 e dunque vicino al valore da posizionare. Sfortunatamente, il punto individuato non appartiene all'intervallo di tolleranza dell'applet per una soluzione corretta.

In questo genere di approccio, apparentemente affidato solo alla capacità di stima "ad occhio", è possibile individuare quegli studenti che percepiscono l'aspetto ludico dell'applet e non danno molto peso alle procedure che attivano. In questa prospettiva, è possibile che questi studenti siano identificabili con il profilo P1 e cioè con coloro che non interpretano il compito come un esercizio di matematica ma come un gioco. Per questo motivo lo affrontano in pochi secondi e con un'apparente superficialità. In questo modo, non è possibile fare particolari inferenze sul processo risolutivo poiché non esplicitano in alcun modo le risorse che utilizzano e gli approcci che attivano; per questo motivo, pensiamo che tali procedure possano essere attribuibili ad un episodio di Esplorazione.

#### 5.4.1.5 L'episodio Soluzione

L'episodio di Soluzione fa riferimento al momento in cui viene esplicitata la soluzione da parte del risolutore in termini di sintesi del percorso risolutivo.

Il messaggio restituito dall'applet nel formato digitale, indica la conclusione del compito. Tale conclusione può essere più o meno percepita dallo studente attraverso il feedback della freccetta.

Nella maggior parte dei casi, gli studenti non rispondono con alcuna reazione al messaggio restituito dall'applet. Solo in pochi casi, si registrano commenti, positivi o negativi come:

R. "no, niente"

F. "se, 1!"

J. "giusto, giusto"

D. "punteggio pieno"

Nessuno in ogni caso sfrutta tale messaggio per rielaborare le procedure da attivare nel compito successivo alla luce di quelle implementate nel precedente.

In ogni caso, indipendentemente dal feedback e quindi anche dall'ambiente di somministrazione, l'episodio di Soluzione è esplicitato dal clic sul pulsante "lancia la freccetta" o dalla traccia di un segno sul segmento.

In questo caso, quindi, abbiamo individuato due indicatori principali in riferimento all'episodio di Soluzione:

**S1.** Esplicitare la conclusione del compito

- cliccare su pulsante "lancia la freccetta"
- disegnare un segno sul segmento

**S2.** Dichiarare di aver concluso il task, dicendo:

- "Fatto"
- "Finito"

#### **5.4.1.6 L'episodio di Valutazione Globale**

La *Valutazione globale* si riferisce ad un momento di riflessione sull'intero percorso e non sulla singola procedura effettuata o osservazione emersa.

In linea con le analisi dei protocolli, abbiamo individuato degli indicatori puntuali che possano permettere di identificare con chiarezza tale episodio:

**VG1.** Verificare che la soluzione sia coerente con le condizioni del compito

**VG2.** Esplicitare convinzioni o sensazioni relative al compito

- Lo studente esplicita il grado di difficoltà che attribuisce al compito

Non essendoci in questo caso limiti nelle procedure definiti dal compito, se non quelli imposti dall'ambiente, gli indicatori di Valutazione Globale sono più limitati rispetto al compito della *calcolatrice rotta*.

Nel compito approssimare con i palloncini, l'episodio di Valutazione Globale si attiva nel momento in cui gli studenti discutono sulla posizione in cui mettere il palloncino o disegnare la crocetta, alla conclusione dell'implementazione di una successione di operazioni o procedure.

Questo fatto viene esplicitato molto spesso in entrambi gli ambienti e generalmente è caratterizzato da una serie di domande e risposte del tipo:

## Protocollo\_ppt\_4

52. G. “qua?”  
53. M. “sì”

## Protocollo\_ppt\_2

66. B. “così, circa 760 è qua” indica un punto in corrispondenza di 7/8  
67. A. “qua, qua” indica un punto leggermente alla destra di quello indicato da B.

## Protocollo\_cbt\_1

49. E. “58 è più o meno questo” (prende il palloncino e lo posiziona leggermente alla destra di  $\frac{1}{4}$ )”  
50. M. “sì, forse un po’ meno”  
51. E sposta il palloncino leggermente più vicino a  $\frac{1}{4}$  rispetto a prima.  
52. M. “ok”

**5.4.1.7 La Valutazione Locale**

Di seguito presentiamo gli indicatori riferiti all’episodio di Valutazione Locale:

- VL1.** Verificare che tutte le parti del testo della consegna siano state comprese.  
**VL2.** Controllare se il risultato di un algoritmo o di una procedura è corretto:
- Chiedere al compagno conferma sulla correttezza
  - Correggere un algoritmo o una procedura
- VL3.** Confronto fra i risolutori in merito alla condivisione delle scelte fatte

L’indicatore VL1, si individua prevalentemente nel corso dell’episodio di Lettura, infatti, nell’esempio del protocollo\_cbt\_2 (Tab. 5.4) uno studente chiede all’altro quale sia il numero da ottenere.

In un altro esempio, come nel caso del protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.42), E. chiede a M. se ha chiaro lo scopo del compito (2.).

Tabella 5.42: Protocollo\_cbt\_1, episodio di valutazione locale

<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850 (E. tiene il mouse)</b>	
1. M. Legge il testo ad alta voce 2. E. “mm, capito?” 3. M. “sì” 72. E. clicca sul link	Gli studenti leggono il testo presentato nella schermata pdf del pc. E. si accerta che per M. sia tutto chiaro e clicca sul link per aprire l’applet.

Essendo un compito che prevede principalmente di attivare le proprie capacità di stima, sono numerosi i momenti in cui gli studenti si confrontano sulla correttezza di una singola procedura (VL2, VL3).

Nel caso del protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.43), ad esempio, E. chiede conferma ad M. conferma sulla correttezza di un'informazione che ha appena ricavato.

Tabella 5.43: Protocollo\_cbt\_1, episodio di valutazione locale, compito 1

<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850 (E. tiene il mouse)</b>	
5. E. "650 e 850, noi dobbiamo fare 685"	Appena si trovano davanti al compito, e elenca i valori degli estremi e del numero da posizionare (5.). Subito dopo individua il valore numerico riferito alla lunghezza dell'intervallo (6.) e chiede conferma a M.
6. E. "Quindi qui ci sarà 200 di spazi, giusto?"	

Sempre in riferimento al protocollo\_cbt\_1 (tab. 5.44), durante l'episodio di Analisi, E. cerca la conferma di M. in riferimento all'effettiva equivalenza fra il compito originale e quello riformulato da lei.

Tabella 5.44: Protocollo\_cbt\_1, episodio di valutazione locale, compito 1

<b>Compito1: Trovare 51 con i tasti: 8, 9, 2, :, ×, −. (F tiene il mouse)</b>	
14. E. "sì, noi dobbiamo arrivare a fare +35, giusto?"	E. coglie l'analogia tra questo compito e quello di posizionare il numero 35 nell'intervallo (0, 200) (14.). Prima di procedere, però, chiede conferma a M.
15. M. "sì"	

Allo stesso modo, nel protocollo\_ppt\_2 (tab. 5.45), dopo aver svolto una lunga procedura, B. chiede al compagno conferma sul valore numerico trovato.

Nello stesso compito, in riferimento a questo risultato, A. si accorge della non correttezza del valore numeri trovato (34.) e grazie a questo episodio di Valutazione, gli studenti abbandonano l'approccio.

Tabella 5.45: Protocollo\_ppt\_2, episodio di valutazione locale, compito 1

<b>Compito1: posizionare 495 tra 450 e 650 (F. tiene il mouse)</b>	
33. A. "bisogna trovare a quanto corrisponde 1 cm qui dentro"	B. imposta una procedura per individuare il valore numerico corrispondente ad 1cm di lunghezza sul segmento. Chiede a B. conferma sulla correttezza e validità del risultato.
34. B. "eh, lo stavo facendo ma forse ho sbagliato"	
35. B. "allora, 200 di distanza"	
36. A. "200 diviso 15"	

37. B. “è uguale a 40” 38. A. “quindi ogni centimetro equivale a 40, no?” 39. B. “esatto”	
45. A. “quindi 490, 530, 570” intanto B li scrive sul foglio 46. A. “eh, no, eh, no, è troppo” 47. B. “no”	A. si accorge che tale valore non è coerente con la situazione proposta dal compito

#### 5.4.1.8 La Transizione

Esattamente come per il compito della *calcolatrice rotta*, abbiamo definito le Transizioni attraverso gli stessi indicatori riferiti rispettivamente all’episodio di Esplorazione e all’episodio di Analisi.

- T1.** Cambiare strategia nell’episodio di Esplorazione; ad esempio, passare da una concatenazione di operazioni ad un’altra;
- T2.** Cambiare prospettiva nell’episodio di Analisi; ad esempio, concentrarsi su nuove informazioni fino ad ora non considerate.

Anche in approssimare con il palloncino individuiamo gli stessi due indicatori. Tra l’altro, in questo caso, l’episodio di Analisi è presente e in particolare presenta dei momenti di Transizioni.

Ad esempio nel protocollo\_ppt\_2 (tab. 5.46), gli studenti attivano una procedura riconducibile all’analisi che poi viene abbandonata per adottarne un’altra riferita allo stesso episodio. In particolare, inizialmente B. tenta di impostare la proporzione  $200:15=x:1$  per determinare il valore numerico che corrisponde ad 1 cm (43.) e subito dopo, sotto il consiglio di A., l’abbandona per calcolare  $200:15$  con lo stesso intento (65.)

Tabella 5.46: Protocollo\_ppt\_2, transizioni nell’episodio di analisi, compito 1

<b>Compito1: posizionare 495 tra 450 e 650 (B. tiene il mouse)</b>	
45. B. “un centimetro, aspetta un attimo” 46. B. scrive $200:15=x:1$ 47. B. trova il valore della x 48. A. “si ma se qua, guarda” 49. B. “mm” 50. A. “qua è 550” indica il punto medio 51. A. “qua, giusto?” 52. B. “eh, aspetta stavo calcolando quanto... cioè quasi precisamente” 53. A. “fai, metà, metà, metà, e lo trovi”	B. imposta una proporzione per vedere il valore numerico corrispondente ad 1cm. Mentre B. svolge i calcoli, A. individua una posizione approssimativa del punto. In questa fase di esplorazione i due studenti si dividono: A. attiva un approccio per approssimazioni successive (E2.1) mentre B. cerca di individuare una scala sul segmento (E1.2)

54. B. continua nel suo calcolo	
55. B. "13, circa, quindi è qui" 56. B. prende il righello per vedere la posizione corrispondente a 13 cm dal primo estremo	B. male interpreta il risultato trovato credendo che quel 13 sia riferito ad una lunghezza. In realtà 13 corrisponde al valore numerico corrispondente a 1cm di lunghezza sul segmento.
65. A. "bisogna trovare a quanto corrisponde 1 cm qui dentro" 66. B. "eh, lo stavo facendo ma forse ho sbagliato" 67. B. "allora, 200 di distanza" 68. A. "200 diviso 15" 69. B. "è uguale a 40" 70. A. "quindi ogni centimetro equivale a 40, no?" 71. B. "esatto"	A prende in mano la situazione per aiutare B nell'affrontare l'approccio E1.2. A. indirizza B nell'impostare una procedura per individuare il valore numerico corrispondente ad 1cm di lunghezza sul segmento. Chiede a B. conferma sulla correttezza e validità del risultato.
72. A. "quindi 490, 530, 570" intanto B li scrive sul foglio 73. A. "eh, no, eh, no, è troppo" 74. B. "no"	B. si accorge che tale valore non è coerente con la situazione proposta dal compito

Per quanto concerne l'episodio di Esplorazione, in questo caso, l'implementazione è molto rapida e molto spesso conduce gli studenti verso la soluzione. Non sono stati dunque osservate transizioni all'interno dell'episodio di Esplorazione.

#### 5.4.2 Lo strumento di codifica dei comportamenti per il compito "approssimare con i palloncini"

Alla luce delle osservazioni e delle analisi sviluppate fino ad ora, possiamo riassumere il tutto in una Tabella (5.47) in cui vengono definiti e descritti gli episodi, con i relativi indicatori, che verranno utilizzati nella prossima sperimentazione allo scopo di codificare e quindi descrivere i processi risolutivi attivati dagli studenti nel risolvere il compito *approssimare con i palloncini*.

Tabella 5.47: lo strumento di codifica dei comportamenti per il compito  
 “approssimare con i palloncini”

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>1. LETTURA</b>	<p>Come nella definizione originale, l'episodio di <i>Letture</i> comincia quando il soggetto inizia a leggere il testo del problema ad alta voce o in silenzio. Esso non si esaurisce nel processo di lettura ma include anche i silenzi che lo intercalano e lo seguono; essi infatti rappresentano momenti in cui il solutore rielabora le idee e i contenuti proposti nel testo del compito. L'episodio di Lettura è dunque caratterizzato da azioni che seguono lo scopo comune di comprendere il compito ed ogni sua componente a partire dalla sua comunicazione attraverso diversi sistemi di segni.</p> <p>In questa prospettiva, sono compresi nell'episodio Lettura, le azioni e operazioni legate alla verbalizzazione di alcune parti del testo scritto, di esplicitazione dei dati presentati o di rielaborazioni personali di alcune frasi o del testo completo che vengono espresse attraverso una riformulazione verbale parafrasata.</p> <p>In sintesi, l'episodio di Lettura viene definito come quell'insieme di azioni in cui il lettore interpreta quello che è presentato nel testo del compito.</p>	<p><b>L1.</b> Leggere il testo del compito ad alta voce singolarmente o insieme;</p> <p><b>L2.</b> Seguire con il dito, il mouse, o altro le righe del testo del compito in silenzio o ripetendole ad alta voce;</p> <p><b>L3.</b> Guardare in silenzio il testo;</p> <p><b>L4.</b> Elencare o esplicitare tutte le informazioni presentate nel testo del compito;</p> <p><b>L5.</b> Elencare o esplicitare una parte delle informazioni presentate nel testo del compito;</p> <p><b>L6.</b> Porsi delle domande in riferimento alle informazioni e/o agli scopi del compito.</p>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>2. ANALISI</b>	<p>L'Analisi si riferisce alle azioni compiute secondo lo scopo di riformulare il testo del compito in modo da definire delle prospettive appropriate per comprenderlo pienamente e per raggiungere la soluzione attraverso azioni e operazioni note. Si tratta dell'episodio in cui il solutore cerca di delineare le prospettive e i meccanismi che strutturano le informazioni del compito e che permettono di raggiungere la soluzione. In questo senso, vengono considerate Analisi anche le azioni legate alla presentazione di esempi di altri compiti svolti oppure la proposta di operazioni possibili o procedure ammissibili in riferimento alle varie componenti del compito.</p> <p>In alcuni casi l'Analisi potrebbe essere l'episodio che permette di passare direttamente all'implementazione di un piano strategico; in altri casi, potrebbe essere aggirata per procedere con uno studio esplorativo del compito.</p>	<p><b>A1.</b> Esaminare caratteristiche delle informazioni presentate nel compito</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lunghezza del segmento;</li> <li>- Differenza tra gli estremi;</li> </ul> <p><b>A2.</b> Elencare (o applicare) le conoscenze o le procedure legate ai dati presentati o alle condizioni dettate dalla situazione problematica in riferimento a compiti noti:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definizione di una scala sul segmento</li> </ul> <p><b>A3.</b> Descrivere situazioni analoghe incontrate nella pratica scolastica;</p> <p><b>A4.</b> Descrivere situazioni analoghe in riferimento a compiti precedentemente affrontati nel test.</p>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>3. ESPLORAZIONE</b>	<p>L'episodio di Esplorazione si riferisce all'insieme di azioni in cui il solutore cerca le relazioni che intercorrono tra le informazioni presentate nel compito. Lo scopo principale di tale episodio è quello di scoprire nuove informazioni che possono permettere al solutore di individuare un piano di soluzione del compito. Tali azioni non devono essere confuse con quelle attivate nell'episodio di Analisi poiché mentre l'Analisi è molto più organizzata, l'Esplorazione è più libera e meno legata alla motivazione motore dell'attività.</p> <p>Le operazioni che il solutore utilizza in questo episodio sono collegate a conoscenze e procedure che il solutore potrebbe riconoscere come collegate al dominio in cui è presentato il compito ma non sono guidate da un'esplicita analogia che il solutore identifica fra il compito in cui è coinvolto e altri noti di cui conosce il processo risolutivo.</p> <p>In alcuni casi, l'Esplorazione potrebbe cominciare a presentare azioni sempre più orientate verso la definizione di un piano strategico. In altri casi, invece, l'Esplorazione rimane incerta, indefinita e si costituisce di una successione di euristiche non sempre legate alle motivazioni del compito.</p>	<p><b>ES1.</b> Individuare dei punti di riferimento sul segmento dimezzandolo di volta in volta;</p> <p><b>ES2.</b> Individuare dei punti di riferimento stimando la posizione in base alla distanza tra il numero e il valore degli estremi.</p>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>4. PIANIFICAZIONE E IMPLEMENTAZIONE</b>	<p>Il confine tra la progettazione di un piano per la risoluzione e la sua implementazione è molto labile (molto spesso la progettazione non viene chiaramente esplicitata dal solutore); per questo motivo, esattamente come l'autore, scegliamo di lasciare <i>Pianificazione</i> e <i>Implementazione</i> come un unico episodio.</p> <p>In questo episodio, il solutore elabora e attua una serie di procedure che a suo avviso possono permettergli di giungere alla soluzione e dunque raggiungere la motivazione dell'attività. Tali procedure possono essere attivate in modo più o meno strutturato e più o meno consapevole.</p> <p>In questo episodio può accadere anche che il solutore espliciti o descriva le procedure che sta attivando ad un altro solutore al fine di condividere la pianificazione o strutturare insieme un progetto di risoluzione.</p> <p>Anche in questo caso, è facile confondere questo tipo di episodio con quello di <i>Esplorazione</i> soprattutto quando il solutore non esplicita chiaramente il piano oppure se questo non segue una configurazione precisa e ordinata.</p>	<p><b>I1.</b> Esplicitare la strategia o le procedure da adottare:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dichiarare esplicitamente di aver trovato un modo per risolvere il compito e descriverlo;</li> </ul> <p><b>I2.</b> Implementare la strategia o le procedure:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Attivare una procedure orientata al raggiungimento dal numero obiettivo;</li> </ul>
<b>5. SOLUZIONE</b>	<p>Si tratta dell'episodio che Schoenfeld denomina <i>Verifica</i>. La scelta di cambiare la denominazione è dovuta alla volontà di non confondere questo episodio con quello di <i>Valutazione</i> che è stato suddiviso in due nuovi episodi. In questo caso, l'episodio fa riferimento al momento in cui viene esplicitata la soluzione da parte del solutore.</p>	<p><b>S1.</b> Esplicitare l'espressione risolutiva o il risultato ottenuto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- "La soluzione è"</li> <li>- scrivere l'espressione risolutiva del task</li> </ul> <p><b>S2.</b> Dichiarare di aver concluso il task, dicendo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- "Fatto"</li> <li>- "Finito"</li> </ul>

Episodi/ Azioni	Descrizione	Indicatori/Operazioni
<b>6. VALUTAZIONE GLOBALE</b>	<p>Nell'episodio di <i>Valutazione globale</i> il solutore valuta la coerenza e l'utilità delle conoscenze che possiede nel campo del compito e la legittimità delle procedure che sta mettendo in campo rispetto al raggiungimento dell'obiettivo richiesto. Nella <i>Valutazione globale</i> è compresa l'analisi della coerenza della soluzione trovata rispetto alle condizioni iniziali del compito (informazioni) e alle procedure messe in campo per ottenerla.</p> <p>Si tratta dunque di un momento di riflessione sull'intero percorso e non sulla singola procedura effettuata o osservazione emersa.</p> <p>La <i>Valutazione globale</i> comprende anche momenti in cui il solutore esprime le proprie impressioni riguardo alla facilità o difficoltà nel raggiungere l'obiettivo, il suo senso di autoefficacia e di regolazione.</p>	<p><b>VG1.</b> Verificare che la soluzione sia coerente con le condizioni del problema:</p> <p><b>VG2.</b> Controllare se il risultato dell'espressione risolutiva corrisponde effettivamente al numero obiettivo;</p> <p><b>VG3.</b> Verificare che una successione di procedure sia applicabile in base alle condizioni iniziali:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Controllare se le procedure attivate soddisfano le condizioni e i limiti presentati nello stimolo;</li> </ul> <p><b>VG4.</b> Esplicitare convinzioni o sensazioni relative al compito</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lo studente esplicita il grado di difficoltà che attribuisce al compito</li> </ul>

	Descrizione	Indicatori
<b>TRANSIZIONI</b>	<p>Le Transizioni identificano un cambiamento all'interno di uno stesso episodio, cioè il passaggio ad una nuova operazione non concatenata con la precedente ma adeguata rispetto allo scopo dell'azione. In altre parole, lo scopo non cambia ma cambia la relazione tra le operazioni in riferimento ai loro obiettivo.</p>	<p><b>T1.</b> Cambiare strategia nell'episodio di Esplorazione; ad esempio, passare da una concatenazione di operazioni ad un'altra;</p> <p><b>T2.</b> Cambiare prospettiva nell'episodio di Analisi; ad esempio, concentrarsi su nuove informazioni fino ad ora non considerate.</p>

<b>VALUTAZIONE LOCALE</b>	<p>Nella <i>Valutazione Locale</i> il solutore valuta le operazioni che attiva rispetto agli obiettivi che si sta ponendo. In fase di <i>Lettura</i>, ad esempio, la Valutazione Locale potrebbe essere orientata verso la verifica dell'effettiva comprensione del testo del compito. In fase di <i>Implementazione</i> o <i>Esplorazione</i>, invece, la Valutazione Locale potrebbe essere indirizzato sulla coerenza delle operazioni scelte rispetto allo scopo dell'azione.</p> <p>Consideriamo Valutazione Locale, anche il confronto tra i solutori; ad esempio, quando uno chiede all'altro se comprende o condivide una determinata argomentazione o implementazione di un'operazione.</p>	<p><b>VL1.</b> Verificare che tutte le parti del testo della consegna siano state comprese.</p> <p><b>VL2.</b> Controllare se il risultato di un algoritmo o di una procedura è corretto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chiedere al compagno conferma sulla correttezza</li> <li>- Correggere un algoritmo o una procedura</li> </ul> <p><b>VL3.</b> Confronto fra i risolutori in merito alla condivisione delle scelte fatte</p>
---------------------------	--	---

## 5.5 Lo strumento di codifica dei comportamenti: nuovi episodi

Le prime analisi dei protocolli hanno indicato la necessità di rendere lo strumento di codifica più dettagliato allo scopo di presentare la scansione degli episodi il più possibile univoca.

Nella nostra prospettiva, quello che ci interessa è vedere quanto e in quali episodi si possono riscontrare delle differenze che possono essere causate dall'ambiente di somministrazione o dalle variazioni rilevate dalla griglia di comparazione dei compiti. Potrebbe essere interessante registrare quando e quanto vengono utilizzati i diversi strumenti messi a disposizione nello spazio del compito (ad esempio, il *mouse* nel caso digitale, e la penna nel caso cartaceo). Si tratta, infatti, di un aspetto che non può prescindere dal processo di risoluzione all'interno di un ambiente e quindi non può essere trascurato. In particolare, arricchiremo lo strumento di codifica di ulteriori episodi, che chiameremo *trasversali* in quanto possono essere registrati all'interno di ogni episodio, legati all'utilizzo dei diversi strumenti (mouse, penna, dita) allo scopo di monitorare i loro movimenti e evidenziare i momenti, se ci sono, in cui se ne verifica un maggiore utilizzo.

Tabella 5.48: nuovi episodi trasversali dello strumento di codifica dei comportamenti

<b>Episodi Trasversali</b>	<b>Descrizione</b>	<b>Indicatori</b>
<b>USO DELLE DITA</b>	L'uso delle dita è tipico del processo di comunicazione tra due o più individui. Questo episodio trasversale si riferisce a momenti in cui i risolutori indicano parti del testo, immagini, fanno segni per accentuare parti di un discorso. Il termine generico dita fa dunque riferimento a tutto l'apparato gestuale del processo comunicativo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Leggere il testo seguendo con le dita;</li> <li>- Indicare parti dello stimolo (testo, domanda, immagini);</li> <li>- Indicare grafici, immagini, dati numerici al fine di individuare dati o informazioni utili;</li> <li>- Indicare grafici, immagini, dati numerici al fine di esplicitare una procedura, un calcolo o un piano implementativo</li> <li>- Indicare parti del processo risolutivo sul foglio.</li> </ul>
<b>USO DELLA PENNA</b>	Nel caso della somministrazione su carta, il risolutore ha la possibilità di utilizzare penne, matite, ed altro (con il termine generico penna si fa riferimento a tutto l'apparato di artefatti di scrittura su carta) Tali artefatti vengono utilizzati in tutto il processo risolutivo, dalla lettura all'esplicitazione della soluzione. L'episodio si riferisce dunque al processo trasversale di utilizzo dell'artefatto nei suoi molteplici aspetti, come indicatore, come artefatto di scrittura, etc.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fare segni sul testo, sulle immagini, sui grafici, al fine di evidenziarne delle parti o di rilevarne dati o informazioni;</li> <li>- Indicare parti del processo risolutivo;</li> <li>- Scrivere operazioni, elencare dati, ...</li> </ul>

<b>USO DEL MOUSE E DELLA TASTIERA</b>	<p>Nel caso della somministrazione su computer, il risolutore ha la possibilità di utilizzare il mouse e la tastiera ma non altri artefatti di scrittura (penna, matita). Essi possono essere utilizzati in tutto il processo risolutivo dalla lettura all'esplicitazione della soluzione.</p> <p>L'episodio si riferisce dunque al processo trasversale di utilizzo del mouse o della tastiera nei suoi molteplici aspetti, come indicatore, come artefatto di scrittura o altro.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Legge il testo seguendo con il mouse;</li> <li>- Indicare parti dello stimolo (testo, domanda, immagini);</li> <li>- Indicare grafici, immagini, dati numerici al fine di individuare dati o informazioni utili;</li> <li>- Fare segni sul testo, sulle immagini, sui grafici, al fine di evidenziarne delle parti o di rilevarne dati o informazioni;</li> <li>- Indicare parti del processo risolutivo;</li> <li>- Scrivere operazioni, elencare dati;</li> <li>- Digitare attraverso l'uso della tastiera processi risolutivi, testi, ...</li> <li>- cliccare su pulsanti, trascinare, ...</li> </ul>
---------------------------------------	--	---

## 6 Progettazione, implementazione e descrizione della seconda sperimentazione

In questo capitolo descriviamo nel dettaglio il secondo momento della sperimentazione; in particolare, presentiamo le evidenze raccolte attraverso l'apparato di strumenti che sono stati costruiti nella sperimentazione pilota. Nello specifico, l'obiettivo di questo capitolo è descrivere i risultati raccolti in riferimento alle due tipologie di compito analizzate per ogni applet nel capitolo 3. Tale esposizione viene svolta allo scopo di descrivere nel dettaglio i processi risolutivi messi in campo dagli studenti. Tali risultati saranno discussi **nel prossimo** capitolo per mettere in luce analogie e differenze attraverso le informazioni raccolte tramite lo strumento di codifica dei comportamenti.

### 6.1 Progettazione della sperimentazione

La sperimentazione è stata progettata a partire dai compiti elaborati e descritti nel capitolo 3 di questa sezione. Per quanto riguarda l'ambiente digitale, il compito della *calcolatrice rotta* è stato presentato all'interno dell'applet mentre approssimare con i palloncini è stato somministrato all'interno di una pagina word nella versione II. Anche in questo caso, abbiamo predisposto due fogli pdf visualizzabili nella schermata del pc (fig. 6.1 e 6.2), in cui è presentato il compito generico, le istruzioni per l'utilizzo degli strumenti presentati nei due ambienti e il link da cliccare per attivare l'applet nel primo caso e aprire la pagina word nel secondo.

Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell'immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?

Il tasto **Cancella**, in basso, ti permette di cancellare l'ultimo tasto che hai digitato.

Il tasto = calcola il risultato dell'espressione scritta nella parte gialla



Clicca [qui](#) per cominciare

Figura 6.1: compito la calcolatrice rotta in ambiente digitale

Disegna una crocetta nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi



Clicca [qui](#) per cominciare

Figura 6.2: compito approssimare con i palloncini in ambiente digitale

In questa seconda sperimentazione, abbiamo scelto di presentare i compiti di approssimare con i palloncini nella versione II allo scopo di limitare il più possibile le differenze che sono state osservate attraverso la griglia di comparazione dei compiti (cap. 3, par. 3.4). In questo caso, quindi, gli studenti che affrontano il compito nell'ambiente digitale non sono supportati dal feedback esterno presente nell'ambiente dell'applet.

Per la costruzione dei compiti in ambiente carta e penna (fig. 6.3 e 6.4) abbiamo adottato una metodologia differente rispetto a quella della sperimentazione pilota. Nella prima sperimentazione, non è stato possibile somministrare compiti che presentavano le stesse informazioni, in termini di contenuto, a tutti gli studenti della popolazione. In questo caso, invece, abbiamo predisposto in anticipo i compiti in ambiente digitale; in questo modo, è stato possibile assicurare a più coppie di studenti la somministrazione di compiti equivalenti nel contenuto delle informazioni in entrambi gli ambienti.

Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell'immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?

Obiettivo: **84**



Figura 6.3: compito "la calcolatrice rotta" in ambiente cartaceo

Disegna una crocetta nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi



Figura 6.4: compito "approssimare con i palloncini" in ambiente cartaceo

## 6.2 Implementazione della sperimentazione

La sperimentazione è stata svolta nella scuola secondaria di I grado dell'Istituto comprensivo di Castel Maggiore (BO) e ha coinvolto 4 classi per un totale di 16 studenti.

Esattamente come per la sperimentazione pilota, abbiamo scelto di somministrare i compiti a coppie di studenti chiedendo ai docenti di matematica di selezionare due coppie di studenti per classe considerate da loro equivalenti per livello di apprendimento nella disciplina. Ad una coppia sono stati somministrati i compiti nell'ambiente carta e penna mentre all'altra quelli nell'ambiente computerizzato. In sintesi, per entrambi gli ambienti, è stato consegnato agli studenti un test composto di 5 compiti: 2 della *calcolatrice rotta* e 3 di *approssimare con i palloncini*.

In Tabella 6.1 presentiamo nel dettaglio le 10 coppie coinvolte nella sperimentazione, specificando classe e docente di riferimento. Ogni coppia è stata etichettata in riferimento all'ambiente di somministrazione in cui ha svolto il compito e all'ordine in cui sono presentate negli Allegati, esattamente come per la sperimentazione precedente.

Tabella 6.1 elenco delle coppie coinvolte nella sperimentazione

<b>coppie di studenti</b>	<b>Classe</b>	<b>Sezione</b>	<b>Docente</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_7 (A e F)</li> <li>• Protocollo_ppt_7 (S e G)</li> </ul>	I	A	Montaldi
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_5 (A e B)</li> <li>• Protocollo_ppt_5 (G e R)</li> </ul>	I	B	Casarotto
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_6 (A e F)</li> <li>• Protocollo_ppt_6 (N e L)</li> </ul>	I	E	Montaldi
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_8 (F e S)</li> <li>• Protocollo_ppt_8 (D e V)</li> </ul>	III	D	Colletta
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_9 (C e L)</li> <li>• Protocollo_ppt_9 (I e D)</li> </ul>	III	G	Raschiatore

Il test è stato somministrato nel primo quadrimestre dell'A.S. 2013/2014 (dicembre 2013-gennaio 2014) durante le ore scolastiche. Agli studenti non è stato imposto alcun limite di tempo se non quello dettato dalle esigenze scolastiche.

L'intero svolgimento della sperimentazione è stato videoregistrato. Nella versione computerizzata è stato inoltre possibile registrare il monitor del pc allo scopo di rilevare i movimenti e l'utilizzo di mouse e tastiera.

## 6.3 Lo strumento di codifica dei comportamenti

Lo strumento di codifica dei comportamenti rielaborato nel capitolo precedente, è stato costruito partendo dallo schema di osservazione del processo di risoluzione di problemi proposto da Schoenfeld (1985) e rielaborato alla luce dei risultati ottenuti dalla sperimentazione pilota.

Entrando nel dettaglio, lo strumento di codifica dei comportamenti deve servire allo scopo di descrivere nel suo complesso il processo risolutivo adottato dagli studenti. In riferimento a questo obiettivo, lo abbiamo utilizzato per costruire un grafico temporale che

descrivesse il processo risolutivo. La scelta di presentare i dati rispetto ad un grafico temporale ci permette di rappresentare nel complesso l'evoluzione del processo risolutivo nel tempo in termini degli episodi.

In particolare, presentiamo il *grafico temporale dei comportamenti* seguendo l'esempio proposto in Figura 6.5: la scansione temporale è rappresentata sull'asse delle ascisse mentre gli episodi nell'asse delle ordinate. Abbiamo attribuito ad ogni episodio un valore da 1 a 6 in riferimento all'ordine in cui si presentano nello strumento di codifica. La Valutazione Locale, le Transizioni e i nuovi episodio riferiti all'uso delle dita, del mouse e della penna, invece, sono presentati separatamente dagli altri. In particolare, gli episodi legati all'uso della penna, delle dita o del mouse sono indicati in corrispondenza della linea temporale, la Valutazione Locale è rappresentata al di sopra degli altri episodi in modo da osservare se in alcuni episodi è più o meno frequente e, infine, le Transizioni, sono presentate in corrispondenza dell'episodio a cui si riferiscono con una crocetta in corrispondenza del momento temporale in cui esse si verificano.

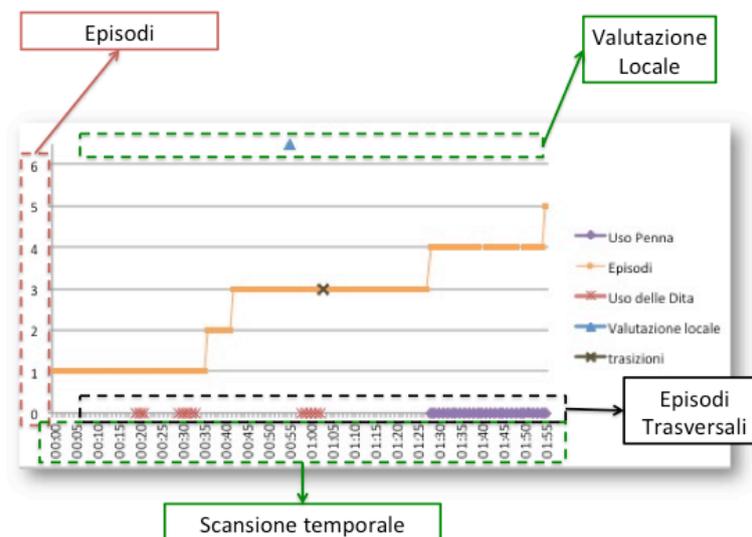


Figura 6.5: esempio di grafico temporale dei comportamenti

## 6.4 Risultati del compito “la calcolatrice rotta”

Prima di cominciare con la trattazione dei risultati, è opportuno soffermarci sulla strutturazione della sperimentazione; in particolare, sui test che sono stati somministrati. Nel capitolo 3, abbiamo descritto 2 particolari tipologie di compito in relazione alla *calcolatrice rotta* e 2 in relazione a approssimare con i palloncini. In questa sperimentazione abbiamo costruito ogni test in modo tale da garantire la presenza di ognuna di questi compiti a diversi studenti. Nello specifico, in Tabella 6.2 presentiamo la suddivisione degli studenti riferita ad ognuno dei compiti presentati nel test.

Tabella 6.2: suddivisione degli studenti in riferimento ai compiti svolti

Tipologia compito 1	Tipologia compito 2
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_5</li> <li>• Protocollo_ppt_5</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_5</li> <li>• Protocollo_ppt_5</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_6</li> <li>• Protocollo_ppt_6</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_8</li> <li>• Protocollo_ppt_8</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_8</li> <li>• Protocollo_ppt_8</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_9</li> <li>• Protocollo_ppt_9</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_9</li> <li>• Protocollo_ppt_9</li> </ul>

Nei paragrafi che seguono, presentiamo le evidenze emerse dall'analisi dei protocolli condotta attraverso lo strumento di codifica dei comportamenti per ognuno dei 2 compiti. In particolare descriviamo i processi risolutivi di ognuna delle coppie, compito per compito, soffermandoci prima sui dati raccolti su un ambiente, computer, e poi sull'altro, carta e penna. Nel capitolo successivo cercheremo infine di delineare alcune differenze e analogie che abbiamo riscontrato attraverso la griglia di comparazione dei compiti.

#### 6.4.1 La calcolatrice rotta: compito 1

In questo paragrafo descriviamo i principali risultati emersi dall'osservazione dei protocolli degli studenti che hanno svolto il compito 1 della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale (par. 6.4.1.1) e cartaceo (par. 6.4.1.2), elencati nella Tabella 6.2.

Ricordiamo che la peculiarità del compito 1 è quella di presentare un numero obiettivo non primo e tra i tasti numerici disponibili il tasto 0. In particolare, a tre delle quattro coppie di studenti abbiamo somministrato un compito con gli stessi tasti disponibili e lo stesso numero obiettivo del compito presentato in Figura 6.6.

**Obiettivo: 58**



Figura 6.6: immagine della calcolatrice rotta, compito 1

Solo nel caso del protocollo\_9, gli studenti hanno affrontato un compito con tasti e numero obiettivo differenti ma con le stesse peculiarità di quello appena presentato: il numero obiettivo non è primo, tra i tasti figura il tasto 0 e tra le operazioni moltiplicazione, addizione e divisione sono consentite.

Come anticipato nel paragrafo precedente, di seguito presentiamo i singoli protocolli servendoci degli strumenti elaborati nei capitoli precedenti. In particolare, oltre allo strumento di codifica dei comportamenti (definito alla conclusione del capitolo precedente), ci serviamo dei profili elaborati nelle analisi a priori dei compiti (cap. 3) che per chiarezza espositiva presentiamo nuovamente nella Tabella 6.3.

Tabella 6.3: profili riferiti a risorse, controllo e sistemi di convinzioni, calcolatrice rotta

<b>Lista degli indicatori dei profili del compito la calcolatrice rotta</b>		
<b>Risorse</b>	<b>R0:</b> Il solutore non richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie per risolvere il compito.	
	<b>R1:</b> Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie a facilitare la risoluzione del compito; Ad esempio, richiama quelli riferiti alla rappresentazione posizionale decimale dei numeri.	
	<b>R2:</b> Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure strettamente necessarie per risolvere il compito. Ad esempio, richiama solo quelli legati ai formalismi e alle proprietà delle operazioni e non quelli riferiti alla rappresentazione posizionale decimale dei numeri.	
<b>Sistema di convinzioni: Familiarità con l'artefatto</b>	<b>F1.1:</b> solutori che hanno familiarità con l'utilizzo della calcolatrice.	
	<b>F1.2:</b> solutori che non hanno familiarità con l'utilizzo della calcolatrice.	
	<b>F2.1:</b> solutori che hanno familiarità con il compito.	
	<b>F2.2:</b> solutori che non hanno familiarità con il compito.	
<b>Controllo: Valutazione</b>	<b>V1:</b> solutore che attiva processi di valutazione locale e globale.	
	<b>V2:</b> solutore che attiva solo valutazione locale delle procedure;	
	<b>V3:</b> solutore che attiva solo valutazione globale del processo;	
	<b>V4:</b> solutore che non attiva alcun episodio di Valutazione né locale né globale.	
<b>Controllo delle procedure</b>	<b>C1:</b> il solutore tiene traccia delle procedure attivate scrivendole passo, passo;	
	<b>C2:</b> il solutore tiene traccia delle procedure attivate in modo mnemonico;	
<b>Euristiche</b>	<b>E1:</b> il solutore analizza il numero obiettivo in termini di risultato di una o più operazioni.	
	<b>E1.1</b>	Individuare la composizione in fattori primi del numero obiettivo
	<b>E1.2</b>	Individuare i divisori del numero obiettivo
	<b>E1.3</b>	Individuare i divisori del numero obiettivo tra quelli che si possono costruire con i tasti disponibili
	<b>E1.4</b>	Individuare le partizioni del numero obiettivo
	<b>E 2:</b> il solutore procede per tentativi in base alle operazioni e ai numeri a disposizione.	
	<b>E2.1</b>	Combinare numeri e operazioni disponibili allo scopo di trovare un'approssimazione del numero obiettivo
	<b>E2.2</b>	Combinare numeri disponibili attraverso un'operazione privilegiata allo scopo di trovare un'approssimazione del numero obiettivo. In particolare ci riferiamo a E2.2.1 se lo studente sceglie la moltiplicazione e a E2.2.2 se lo studente sceglie l'addizione.

### 6.4.1.1 Compito 1, ambiente digitale

Cominciamo la trattazione prendendo in esame il protocollo della prima coppia di studenti: protocollo\_cbt\_5 (tutti i protocolli completi sono presentati negli Allegati).

Osservando l'aerogramma degli episodi (fig. 6.6), ci accorgiamo che l'episodio più frequente in termini di tempo è l'Esplorazione. Questo è confermato anche dal grafico temporale che descrive il processo risolutivo nel suo complesso. In effetti, l'Esplorazione non è solo l'episodio a cui è stato dedicato il maggior numero di tempo ma è anche quello su cui sono tornati più volte gli studenti nel loro percorso verso la soluzione del compito.

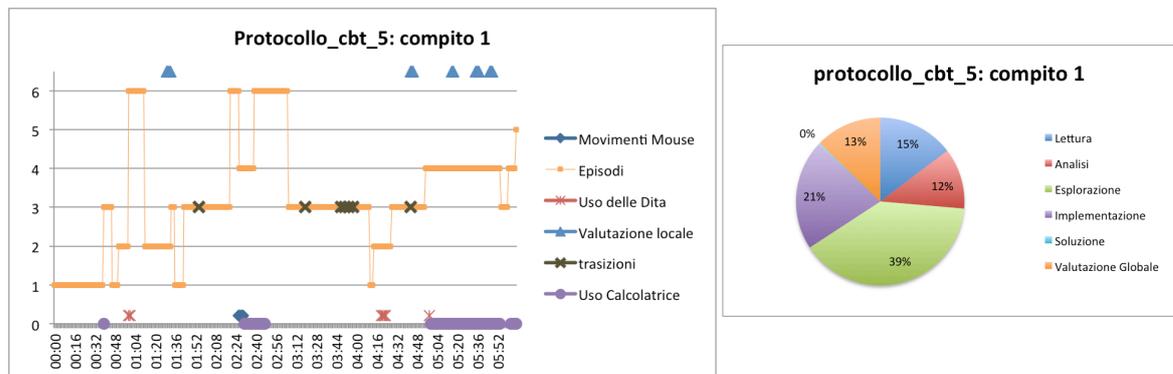


Figura 6.7: grafico temporale dei comportamenti e aerogramma della frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_5, compito 1

Come anticipato nel paragrafo precedente, i grafici temporali dei comportamenti sono stati costruiti allo scopo di avere una visione globale del processo risolutivo nel complesso. Osservando i grafici, possiamo osservare non solo la frequenza temporale degli episodi ma anche il numero di volte in cui un singolo episodio è stato attivato e quali altri episodi lo hanno preceduto o seguito. Dal grafico presentato in figura 6.6, possiamo dunque approfondire la riflessione in merito alla frequenza degli episodi. Gli episodi di Esplorazione e Implementazione sono i più frequenti e in effetti entrambi si presentano rispettivamente 6 e 3 volte nell'intero percorso risolutivo. I rimanenti episodi si presentano comunque intorno alle 3 o 4 volte nel complesso ma con una durata decisamente inferiore dei precedenti. In generale, quindi, l'episodio di Esplorazione costituisce il tipo di azione privilegiata nell'intero processo, anche se questo viene spesso interrotto dal passaggio ad altri tipi di episodio. In particolare, osservando il grafico, possiamo vedere che generalmente esso viene interrotto più frequentemente da episodi di Analisi e Lettura e qualche volta da episodi di Valutazione Globale. Tale interruzione del processo di Esplorazione si nota anche osservando il numero di transizioni che avvengono all'interno di uno stesso episodio, in totale 7 e tutti riferiti allo stesso episodio.

Alla luce di queste prime osservazioni, possiamo concludere che il processo risolutivo attivato nell'ambiente digitale da questa prima coppia di studenti, presenta un'alta frequenza di passaggi da un episodio all'altro. In generale possiamo definire un nuovo indicatore, che chiamiamo *passaggi*, che consiste nel numero di episodi che si susseguono nel processo risolutivo considerando anche le ripetizioni. Ad esempio, in questo caso, gli

studenti attivano nel tempo 20 episodi nell'intero processo risolutivo e dunque sono presenti 20 passaggi.

L'analisi dei grafici, però ci fornisce solo informazioni generali in termini macroscopici. Tali informazioni ci permettono di descrivere le varie fasi del processo ma non il dettaglio dei comportamenti da un punto di vista qualitativo. Di seguito descriviamo il processo risolutivo partendo dalle sbobinature del protocollo, sviluppando un'analisi in relazione ai profili sintetizzati nella tabella 6.3 e descritte nel dettaglio nel capitolo 3. Cerchiamo quindi di entrare nel dettaglio, descrivendo in modo sintetico i punti salienti del processo risolutivo.

La coppia di studenti del protocollo\_cbt\_5, dopo l'episodio di Lettura passa direttamente all'Esplorazione. All'interno dell'Esplorazione, esplicitano subito l'intenzione di adottare una strategia esplorativa E2. In questa prospettiva, cominciano a combinare numeri e operazioni allo scopo di trovare un risultato che sia approssimativamente "vicino" al numero obiettivo. Nel fare questo, non mostrano una particolare predilezione per un'operazione specifica; in particolare, fanno ampio uso sia della moltiplicazione che dell'addizione (E2.1). Come già osservato in precedenza, tale episodio viene spesso interrotto da altri o da transizioni; di seguito descriviamo i principali motivi per cui l'Esplorazione è stata interrotta in favore di altri episodi.

In seguito all'episodio di Lettura, gli studenti passano subito all'Esplorazione proponendo qualche combinazione di numeri e operazioni. Dopo qualche secondo, però, uno dei due studenti propone una possibile procedura da implementare (tab. 6.4). Il fatto di descrivere una sistema di operazioni da implementare indica chiaramente che lo studente sta vagliando, tra le possibili procedure o strategie da adottare, quella che gli sembra più idonea alla situazione del compito. In questo caso, quindi l'episodio di Esplorazione è stato interrotto da uno di Analisi.

Tabella 6.4: protocollo\_cbt\_1, compito 1, proposta di strategia di tipo E1

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:51	A: "ah, cioè quindi basta fare +, +, +, ..."	A2	A. propone una possibile procedura. In questo caso, però tale proposta non si identifica con un episodio di implementazione perché si tratta di un suggerimento ipotetico che potrebbe derivare da un'Analisi dello spazio del compito
00:52		A2	
00:53		A2	
00:54	ridono	A2	
00:58		A2	

Dopo aver vagliato la validità di adottare la strategia proposta da A, gli studenti non implementano tale strategia ma tornano all'episodio di Esplorazione. In questa particolare attività hanno lo scopo di trovare un'approssimazione del numero obiettivo e attivano delle operazioni che li conducono apparentemente verso la soluzione del compito. Tali operazioni

vengono svolte a mente senza l'ausilio della calcolatrice e per questo forse, non si accorgono di aver commesso un errore di calcolo.

Tabella 6.5: protocollo\_cbt\_1, compito 1, episodio di esplorazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
01:43	A: "3 x..."	ES1	Cominciano l'Esplorazione moltiplicando i due numeri non nulli presentati tra i tasti numerici disponibili. È chiaro che lo scopo principale è quello di raggiungere un risultato che approssimativamente sia vicino al numero 58.
01:44	silenzio	ES1	
01:54		ES1	
01:55	A, a bassa voce: "3x4"	ES1	
01:56	silenzio	ES1	
02:00		ES1	
02:01	A: "mmm"	ES1	
02:02	silenzio	ES1	
02:08		ES1	
02:09	A: "allora, 3x4, 12; 12 e 12, 24; 12, 36, più 12"	ES1	
02:10		ES1	
02:11		ES1	
02:12		ES1	
02:13		ES1	
02:14		ES1	
02:15		ES1	
02:16		ES1	
02:17	B: "36..."	ES1	
02:18	A: "più 12, 58; giusto?"	ES1	
02:20		VG2	
02:21	B: "12"	VG2	
02:22	A: "12, 24, 36, ..."	VG2	
02:23		VG2	
02:24		VG2	
02:25	B: "si"	VG2	
02:26	A: "vai"	VG2	

In dettaglio, dalla conversazione tra A e B, si vede che gli studenti cominciano a moltiplicare i numeri disponibili tra i tasti funzionanti. Svolgono le operazioni a mente e per questo motivo non si accorgono subito di aver commesso un errore algoritmico. Gli studenti non si accorgono dell'errore nemmeno in seguito all'attivazione di un episodio di Valutazione Globale dell'espressione implementata, sempre svolta a mente.

Solo nel momento in cui inseriscono l'espressione all'interno della calcolatrice, durante l'episodio di Implementazione, si accorgono di aver commesso un errore. A questo punto decidono di ricominciare da capo attivando nuovamente un episodio di Esplorazione. Tale episodio viene però interrotto poiché B si accorge di non aver considerato un tasto numerico tra quelli non oscurati (Tab 6.6): lo zero.

Tabella 6.6: protocollo\_cbt\_1, compito 1, lo zero

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
-------	------------	------------	-------------

04:11	B: "abbiamo anche lo zero, però."	L5	B. si accorge che c'è lo zero tra i tasti disponibili e A individua delle modalità con cui utilizzarlo. In questo caso, l'Analisi fatta da A permette agli studenti di raggiungere una nuova consapevolezza in relazione alle risorse che hanno a disposizione.
04:12		L5	
04:13	A: "eh, ma"	A1	
04:14		A1	
04:15	B: "è inutile"	A1	
04:16	A: "eh no, va bè; cioè potrebbe essere utile"	A1	
04:17		A1	
04:18		A1	
04:19		A1	
04:20	A: "perché comunque potresti fare 40, 30"	A1	
04:21		A1	
04:22		A1	
04:23		A1	

La discussione sull'utilità o meno del tasto "0" apre un episodio di Analisi; infatti, l'attenzione degli studenti è indirizzata allo studio delle possibilità che la presenza di tale tasto comporta in relazione alle operazioni possibili per raggiungere la soluzione del compito.

Nei primi minuti, gli studenti non hanno mai considerato la possibilità di utilizzare i tasti numerici per costruire numeri di diversi ordini di grandezza. Questo fenomeno potrebbe indurre ad ipotizzare che all'inizio essi non avessero riconosciuto la possibilità di utilizzare la rappresentazione posizionale dei numeri naturali in base dieci. Possiamo pensare che nei primi minuti del processo risolutivo nessuno dei due studenti ha riconosciuto tale possibilità come risorsa a disposizione (R2). Nell'impossibilità di utilizzare lo 0 come fattore o addendo, A potrebbe aver pensato all'opportunità di costruire dei numeri come "40, 30, ...". In questo caso, la presenza del tasto "0" è servita come stimolo per passare dal profilo R2 al profilo R1 e dunque riconoscere nuove risorse a disposizione.

Il passaggio di prospettiva, porta gli studenti a modificare la loro strategia e dunque decidono di partire da numeri composti da più di una cifra e in questo modo, riescono a trovare la soluzione (Tab. 6.7).

Tabella 6.7: protocollo\_cbt\_1, compito 1, implementazione della strategia risolutiva

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
05:58	A: "ma aspetta ma 70-12?"	ES3	A., nel combinare 30 e 40, si accorge di aver trovato un numero, il 70. 70 è maggiore del numero obiettivo di 12 (3x4).
05:59		I2	
06:00		I2	
06:01	B: " 70-12..."	I2	A. implementa subito la strategia proposta, prende il mouse e digita 40+30= e poi -4x3=. Compare il 58; gli studenti hanno trovato la soluzione del primo compito.
06:02		I2	
06:03	A: "scusami, posso?"	I2	
06:04		I2	
06:05	B: "70-12....58!"	I2	
06:06		I2	
06:07	A: "40+30=70; 70-4x3=58!"	S1	

Come si può osservare analizzando l'intero percorso, è possibile ipotizzare che gli studenti non abbiano dimestichezza con un compito come questo e soprattutto con la calcolatrice, per questo sono catalogabili secondo il profilo R2; inoltre e soprattutto dal fatto che non si avvalgono della calcolatrice per fare i calcoli che infatti vengono prevalentemente svolti a mente e non attraverso l'ausilio dello strumento, possiamo identificare gli studenti con un profilo di tipo F2 cioè si tratta di studenti che non hanno familiarità con la calcolatrice. Il fatto che scelgano di attivare le procedure a mente, suggerisce un'ulteriore riflessione in riferimento al sistema di controllo. La coppia di studenti che stiamo prendendo in esame, può essere descritta attraverso il profilo C2, infatti, i solutori tengono traccia delle procedure attivate solo in modo mnemonico. Esclusivamente in fase di Implementazione inseriscono l'espressione risolutiva all'interno della calcolatrice. Sempre in riferimento al sistema di controllo, dal grafico si può osservare un'alta frequenza degli episodi di Valutazione sia Locale che Globale. Il fenomeno può essere spiegato in relazione al fatto che non fanno uso della calcolatrice per svolgere i calcoli. Infatti, avvalendosi del calcolo mentale, gli studenti hanno bisogno di monitorare continuamente da una parte la correttezza del risultato di ogni singolo calcolo, dall'altra l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo. Ciò significa che nel processo risolutivo, gli studenti si identificano nel profilo V1, ovvero con coloro che si avvalgono di entrambi gli episodi di Valutazione.

Consideriamo ora la seconda coppia, appartenente ad un'altra classe prima.

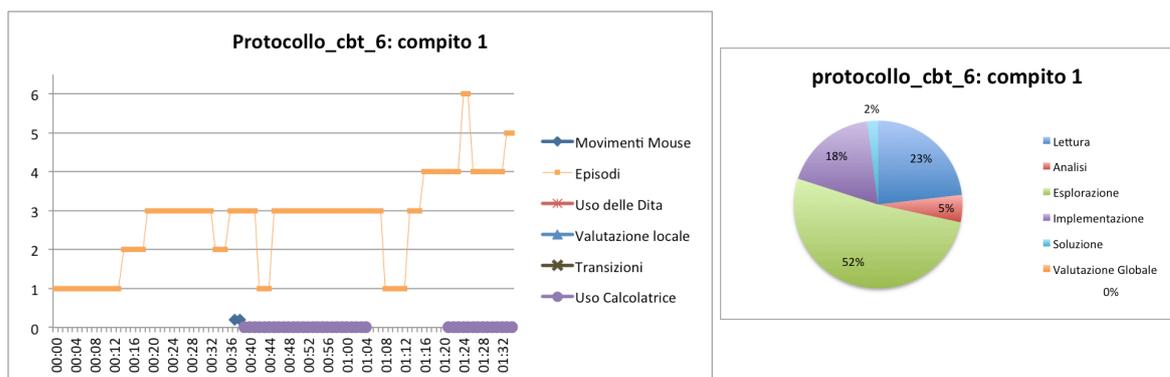


Figura 6.8: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi  
protocollo\_cbt\_6, compito 1

L'aerogramma delle frequenze degli episodi (fig. 6.7) mostra anche per questa coppia un'alta frequenza dell'episodio di Esplorazione. Nel caso del protocollo\_cbt\_6, più della metà del tempo dedicato alla soluzione del compito, viene impiegato all'interno dell'episodio di Esplorazione. Tale episodio viene interrotto due volte da un episodio di Analisi e uno di Lettura. In generale possiamo osservare la presenza di 9 passaggi e l'assenza di episodi di transizione.

Entriamo nel dettaglio del processo risolutivo: a seguito della lettura del testo del compito, gli studenti attivano un episodio di Analisi focalizzando immediatamente l'attenzione sui tasti funzionanti (tab. 6.8). In particolare, A esplicita la presenza del 4, del 3 e del 7. Il numero 7, però, non è presente tra i tasti numerici disponibili; A potrebbe averlo

individuato durante i secondi di silenzio, sommando i due tasti numerici non nulli disponibili. In questa prospettiva, tale episodio non può essere attribuito ad un episodio di Lettura ma di Analisi poiché vengono esplicitate informazioni che A ha individuato elaborando quelle descritte nello stimolo del compito; è chiaro che lo scopo dell'azione di A non è semplicemente comprendere il testo del compito ma individuare nuove informazioni sulla base di quelle presentate.

Tabella 6.8: protocollo\_cbt\_6, compito 1, episodio di Analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:14	A: "mmm, allora"	A1	Gli studenti iniziano subito implementando un episodio di Analisi: il fatto che A individui anche il 7 (fra i numeri disponibili), significa che ha considerato il fatto di poter utilizzare anche numeri che si ottengono dalla somma di quelli presentati nei pulsanti numerici.
00:15		A1	
00:16		A1	
00:17		A1	
00:18	A: "4 e 3, 7"	A1	

Dopo alcuni tentativi, F chiede all'intervistatore se è possibile procedere per tentativi; questo fatto mostra che l'intenzione di F è quello di adottare una strategia di tipo E2. In questo caso quindi F si interroga in riferimento alle procedure e le operazioni consentite in base alle informazioni presentate dal compito; si tratta dunque di un episodio di Analisi (tab. 6.12).

Tabella 6.9: protocollo\_cbt\_6, compito 1, episodio di lettura

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:33	F: "si possono fare dei tentativi?"	A2	F chiede all'intervistatore se è possibile fare dei tentativi, l'intervistatore gli risponde in modo affermativo.
00:34		A2	
00:35	I: "oh, hai voglia!"	A2	
00:36		A2	

Gli studenti cominciano ad attivare una strategia per tentativi inserendo ogni volta le operazioni che propongono all'interno della calcolatrice. Questa scelta spiega il motivo per cui sono scarsi gli episodi di Valutazione sia Locale che Globale. Il supporto algoritmico della calcolatrice permette agli studenti di non soffermarsi sulla correttezza delle singole operazioni e gli permette di procedere senza interruzioni dovute alla Valutazione all'interno dell'Esplorazione.

Dopo qualche tentativo, gli studenti raggiungono il numero  $48=3 \times 4 \times 4$ . A si accorge della presenza del tasto zero (tab. 6.10). Tale consapevolezza gli permette di individuare un'informazione che in precedenza non era stata notata.

Partendo dalla consapevolezza di poter usare numeri a due cifre, gli studenti ricavano l'espressione per calcolare il numero obiettivo:  $3 \times 4 \times 4 + 40 - 30$ .

Tabella 6.10: protocollo\_cbt\_6, compito 1, lo zero

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
01:08	A: "c'è anche lo 0 però!"	L5	A si accorge che tra le cifre a disposizione c'è anche il tasto "0". In questo caso si tratta di un episodio di Lettura poiché non fa altro che esplicitare la presenza di questo tasto.
01:09		L5	
01:10		L5	
01:11	F: "mmm, appunto!"	L5	
01:12		L5	
01:13	A: "perché, allora, 4x3, 12 meno..."	ES3	A probabilmente si è accorta che tra 48 e 58 le basterebbe aggiungere un valore equivalente a 10 e prova a cercarlo tra i prodotti disponibili
01:14		ES3	
01:15		ES3	
01:16	F: "più 40-30!"	I2	F trova la soluzione proponendo: 40-30=10
01:17		I2	
01:18		I2	
01:19		I2	
01:20		I2	
01:21	A: "mm, più 40-30	I2	A prende in mano il mouse e, partendo dal 48 ancora sullo schermo della calcolatrice, digita +40-30=. Sul monitor della calcolatrice compare il numero 58

Osservando l'intero processo risolutivo, è possibile fare delle ipotesi in merito alla strategia utilizzata e ai profili relativi ai due studenti. Innanzi tutto, la strategia utilizzata può essere ricondotta al profilo E2, in particolare, la moltiplicazione sembra essere l'operazione privilegiata e dunque il profilo di riferimento è E2.2.. Gli studenti, infatti, inizialmente moltiplicano i numeri disponibili fino ad ottenere un risultato approssimativamente vicino al numero obiettivo. Solo in un secondo momento cercano tra i tasti, la combinazione che gli permette di ottenere precisamente il risultato richiesto indipendentemente dall'operazione necessaria. Il fatto che durante l'intera procedura risolutiva essi decidano di avvalersi della calcolatrice potrebbe indicare che gli studenti abbiano una certa familiarità con la calcolatrice e per questo possiamo pensare che entrambi possano essere descritti dal profilo F1. Questa ipotesi, potrebbe essere confermata dalla scelta di adottare anche numeri composti da più di una cifra. Possiamo pensare che gli studenti concludano il compito consapevoli dell'insieme di risorse disponibili all'interno dello spazio del compito. Tale consapevolezza però non è immediata ma sorge dopo qualche secondo dall'utilizzo della calcolatrice. In questa prospettiva, possiamo pensare che siano passati da un profilo R2 ad uno R1.

In aggiunta, il fatto di digitare le operazioni che svolgono, permette agli studenti di tenere traccia di ogni procedura che viene attivata. In questo senso, gli studenti appartengono al profilo C1, cioè possiamo pensare che siano caratterizzati dalla scelta di tenere memoria delle operazioni all'interno dell'ambiente. L'ausilio della calcolatrice durante il percorso verso la soluzione, permette inoltre di limitare gli episodi di Valutazione che sono molto sporadici e solo riferiti alla Valutazione Locale. In questo caso, quindi gli studenti possono essere descritti attraverso il profilo V2.

Consideriamo ora il caso del protocollo\_cbt\_8 cioè degli studenti della classe III. In figura 6.8, sono presentate le frequenze relative alla durata temporale dei singoli episodi e il grafico temporale del processo risolutivo.

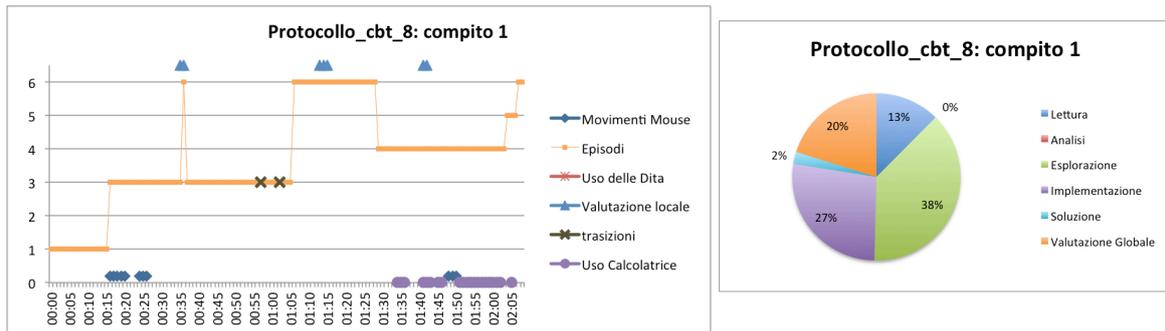


Figura 6.9: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_8, compito 1

L'episodio più frequente si conferma essere l'Esplorazione. In aggiunta, dal grafico si osserva che ogni episodio si presenta in media una volta e si registrano solo 8 passaggi. Nessun episodio viene interrotto dall'avvento di altri; solo l'Esplorazione viene interrotta una volta da un episodio di Valutazione Globale.

Andando nel dettaglio del processo risolutivo nel suo complesso, gli studenti del protocollo\_cbt\_8, seguono subito una strategia che li caratterizza rispetto al profilo E2; in particolare, dopo la prima lettura del testo del compito, iniziano il processo verso la soluzione direttamente dall'episodio di Esplorazione. Seguendo una strategia per tentativi, iniziano a combinare numeri e operazioni allo scopo di trovare un risultato che sia approssimativamente "vicino" al numero obiettivo (tab. 6.11). Nel fare questo, non mostrano una particolare predilezione per un'operazione specifica; in particolare, fanno ampio uso sia della moltiplicazione che dell'addizione (E2.1).

Tabella 6.11: protocollo\_cbt\_8, compito 1, implementazione della strategia E2.1

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:27	S: "quarantaaatre più...43+4+3 fa 50"	ES1	S comincia subito ad utilizzare numeri composti da due cifre e comincia il processo risolutivo dall'episodio di Esplorazione.
00:28		ES1	
00:35		ES1	
00:36	F: "no"	VG1	Il fatto che F espliciti il suo disappunto blocca la proposta di S a cui sarebbe bastato aggiungere "4+4"
00:37	S: "si, si fa...però...eh però"	ES1	
00:38		ES1	
00:39		ES1	
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42	ridono	ES1	
00:43		ES1	
00:44		ES1	
00:45	S: "aspetta, allora"	ES1	
00:46		ES1	

00:47		ES1	Il disappunto di F porta i due solutori a cercare un'altra strada e dunque passare ad un transizione tra una strategia esplorativa e l'altra.
00:48	S: "43"	ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51	S: "eh"	ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56	F: "se no 43"	ES1	
00:57		ES1	
00:58	S: "43"	ES1	
00:59		ES1	
01:00	S: "se no, aspetta"	ES1	
01:01		ES1	
01:02	S: "34, praticamente se partiamo da 34"	ES3	
01:03		ES3	
01:04	F: "34"	ES3	
01:05	F: "+24, fai "	ES3	
01:06	S: "perché 24, dove lo trovi?"	VG3	S chiede al compagno come determinare tale valore e subito F gli descrive la procedura che trova d'accordo entrambi
01:07		VG3	
01:08		VG3	
01:09	F: "puoi fare 3x4 e 4x3"	VG3	
01:10		VG3	
01:11		VG3	
01:12		VG3	

Nell'esplorazione, S comincia subito a proporre un numero composto da due cifre. Questo aspetto è interessante perché mette in luce una completa consapevolezza delle risorse a disposizione (R1); questo fatto potrebbe inoltre suggerire che lo studente ha un certo grado di familiarità con la calcolatrice. In questo caso, quindi, possiamo pensare che gli studenti facciano parte dalla categoria F1 anche se nel processo esplorativo scelgono di non fare uso della calcolatrice per svolgere i calcoli. Solo nel momento in cui individuano l'espressione risolutiva, gli studenti la inseriscono all'interno della calcolatrice. Nello scrivere l'espressione risolutiva finale, S commette diversi errori che la portano a cancellare più volte le operazioni che scrive, come si vede in Tabella 6.12.

Tabella 6.12: protocollo\_cbt\_8, compito 1, episodio di implementazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
01:29		I2	Gli studenti decidono di implementare la procedura e S prende il mouse.
01:30	S: "quindi rifacciamo"	I2	
01:31		I2	
01:32	F: "aspetta, fai eh..."	I2	
01:33		I2	
01:34	F: "fai 34	I2	F dà le istruzioni e S scrive sulla calcolatrice i vari passaggi. Si sbaglia e cancella tutto.
01:35		I2	
01:36	S: "mm"	I2	
01:37	F: "no, scusa"	I2	
01:38		I2	
01:39	S: "questo"	I2	
01:40		I2	
01:41	F: "no, no, cancella"	I2	
01:42		I2	

Questo aspetto potrebbe suggerire che in realtà manca la manualità da parte di S nell'usare la calcolatrice. In questo caso, quindi, non è possibile definire con certezza a quale profilo appartengano gli studenti tra F1 o F2. Probabilmente, l'analisi del compito successivo potrà fornirci maggiori informazioni in riferimento a questo aspetto.

Come emerge dall'osservazione dell'episodio di Esplorazione, S e F svolgono i calcoli solo a mente. Possiamo pensare, quindi, che anche questa coppia può essere descritta attraverso il profilo C2. In effetti, i solutori tengono traccia delle procedure attivate solo in modo mnemonico. Esclusivamente in fase di Implementazione inseriscono l'espressione risolutiva all'interno della calcolatrice. È naturale che questo genere di scelta richiede l'attivazione dell'episodio di Valutazione sia Locale che Globale. Ciò significa che nel processo risolutivo, gli studenti si identificano nel profilo V1; in effetti, dal grafico si può osservare che essi si avvalgono di entrambi gli episodi di Valutazione.

L'ultima coppia a cui è stato somministrato appartiene sempre alla classe III; si tratta del protocollo\_cbt\_9 (fig. 6.10).

Il processo risolutivo di questa coppia di studenti è molto rapido; essi passano subito dall'episodio di Lettura all'Esplorazione. Dopo pochi secondi, in cui adottano una strategia per tentativi, riescono a trovare l'espressione risolutiva. Nel fare questo, non adottano mai episodi di Valutazione né Locale né Globale e di Analisi. In questo caso, si registrano solo 4 passaggi e vengono attivati solo 4 dei 6 episodi previsti nella griglia.

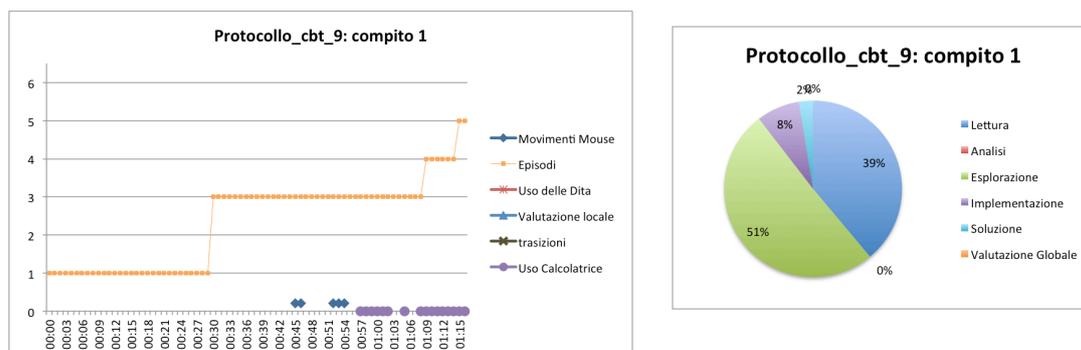


Figura 6.10: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi  
protocollo\_cbt\_9, compito 1

Entriamo nel dettaglio analizzando la sbobinatura della discussione tra i due studenti (tab.6.13). L'episodio di Esplorazione in realtà è molto silenzioso. Solo L esplicita in due occasioni la volontà di moltiplicare due numeri. Dato che trascorrono diversi secondi di silenzio, immaginiamo che stiano provando a svolgere qualche tentativo a mente. In questa prospettiva, possiamo immaginare che la strategia scelta dagli studenti sia collegabile al profilo E2 ma non possiamo dire nulla di più specifico.

Tabella 6.13: protocollo\_cbt\_9, compito 1, episodio di implementazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:30	C: "allora"	ES1	L propone di moltiplicare i due valori numerici diversi da zero mentre C sta in silenzio
00:31		ES1	
00:32	L: "4 2 per"	ES1	
00:33	silenzio	ES1	
00:44		ES1	
00:45	C: "emm"	ES1	
00:46	silenzio	ES1	
00:58		ES1	
00:59	L: "20x2"	ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	C propone di andare oltre la proposta di L e moltiplicare il 20 per 4. Accanto a "20x", digita "4"
01:02		ES1	
01:03	C: "no, 20x2 fa 40"	ES1	
01:04		ES1	
01:05	L: "20x4"	ES1	
01:06		ES1	
01:07		ES1	
01:08	C: "e ci va anche meno, facciamo -2"	ES2	A questo punto C deve aver calcolato la differenza tra il valore appena individuato (80) e il numero obiettivo (78). Si accorge che la sottrazione è disponibile e il 2 è proprio uno dei numeri indicati dai tasti funzionanti.
01:09	C digita l'espressione risolutiva conclusiva e clicca sul tasto "="	I2	C digita "-2=". L'espressione risolutiva finale è "20x4-2".

01:10		I2	Dopo aver cliccato sul tasto "=", compare il numero 78. C alza il pollice mentre L esclama "fatto!"
01:11		I2	
01:15		S2	
01:16	L: "fatto"	S2	

Il fatto che stiano così tanto in silenzio non ci permette di avere particolari informazioni sulla loro percezione del compito in riferimento alla familiarità ma di certo possiamo osservare che scelgono di utilizzare un sistema di controllo completamente mnemonico (C2). Il fatto inoltre che nessuno dei due abbia scelto di utilizzare la calcolatrice potrebbe fare pensare che si tratta di uno strumento non usualmente utilizzato per questo genere di compiti ma allo stesso tempo, l'individuazione della possibilità di utilizzare il numero 20, potrebbe indicare l'esatto opposto. In questa prospettiva, non è possibile fare un'inferenza sicura del grado di familiarità; come per la coppia precedente, speriamo di chiarire questo aspetto studiando il caso del compito successivo.

In riferimento alle risorse riconosciute dagli studenti, possiamo osservare che nel corso dell'esplorazione L sceglie come numero da utilizzare il 20. Tale scelta viene subito accettata anche dalla compagna. Questo fatto mostra chiaramente che i due studenti non hanno alcun problema nell'accettare l'utilizzo di numeri composti da due cifre e quindi possiamo supporre che entrambi si configurino nel profilo R1.

#### 6.4.1.2 Compito 1, ambiente cartaceo

Come abbiamo fatto per l'ambiente computer, in questo paragrafo descriviamo i processi risolutivi messi in campo delle coppie che hanno affrontato il compito nell'ambiente carta e penna.

In Figura 6.9, sono rappresentati il grafico temporale del processo risolutivo e l'aerogramma delle frequenze temporali dei singoli episodi del protocollo\_ppt\_5, cioè della coppia di studenti appartenenti alla stessa classe del protocollo\_cbt\_5.

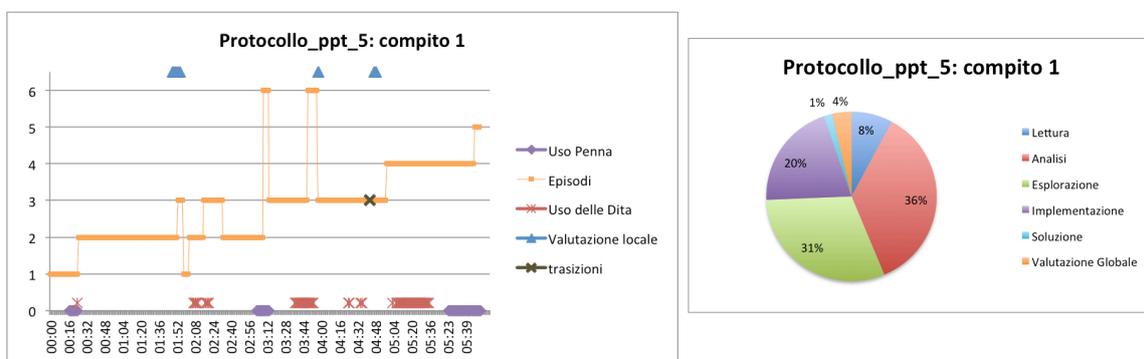


Figura 6.11: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_5, compito 1

Il processo risolutivo adottato dai due studenti si configura attraverso una rappresentazione differente rispetto a quelle osservate fino ad ora nell'ambiente digitale. L'episodio predominante è l'Analisi a cui è dedicato più di un terzo dell'intero processo risolutivo. Di poco inferiore in termini di tempo, troviamo l'episodio di Esplorazione. In

generale, entrambi gli episodi vengono interrotti più volte. Si registrano infatti un numero elevato di passaggi, pari a 13. In particolare, l'episodio di Analisi viene interrotto dall'attivazione di due episodi di Esplorazione e uno di Lettura; Allo stesso modo, in seguito, l'episodio di Esplorazione viene interrotto due volte dalla Valutazione Globale e da una Transizione. Questo fatto può essere spiegato andando nel dettaglio del processo risolutivo e cioè osservando le discussioni degli studenti nel corso del processo risolutivo.

Come si osserva in Tabella 6.14, inizialmente gli studenti decidono di analizzare il numero obiettivo; in questa prospettiva, prediligono una strategia che li caratterizza rispetto al profilo E1. Nello specifico, subito dopo l'episodio di Lettura, gli studenti cercano di individuare la scomposizione in fattori primi del numero obiettivo (E1.1). Tale operazione risulta fallace poiché gli studenti perdono la maggior parte del tempo alla ricerca dei divisori di 29, rendendosi conto solo dopo alcuni minuti che si tratta di un numero primo.

Tabella 6.14: protocollo\_ppt\_1, compito 1, implementazione della strategia relativa al profilo E1.1

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:25	R: "emm... proviamo a dividere 58... quindi..."	A2	R propone di individuare i divisori di "58" probabilmente ritrovando un'analogia tra questo compito e altri che prevedono l'attivazione di questa procedura. G lo segue proponendogli di farlo sul foglio. R prende il foglio e la penna
00:26		A2	
00:27		A2	
00:28		A2	
00:29		A2	
00:30		A2	
00:31	G: "quindi fai la scomposizione in fattori primi"	A2	
00:32		A2	
00:33		A2	
00:34		A2	
00:35		A2	
00:36	G: "la facciamo sul foglio"	A2	
00:37		A2	
00:38	R: "scrivo io o scrivi tu?"	A2	
00:39		A2	
00:40	G: "no, scrivi tu"	A2	R prende in mano la penna. R scrive 58 sul foglio.
00:41		A2	
00:42	R: "58 quindi è: 58"	A2	
00:43		A2	
00:44		A2	
00:45		A2	
00:46		A2	
00:47		A2	
00:48		A2	R comincia a svolgere l'algoritmo per scomporre un numero in fattori primi. Individua il 2 come divisore e poi cerca altri divisori a partire dal quoziente appena ottenuto, il numero 29.
00:49	G: "2"	A2	
00:50	R: "diviso 2, che è...14, che è "	A2	
00:51		A2	
00:52	G: "fa 28"	A2	
00:53		A2	
00:54	G: "fa vent...."	A2	

00:55	silenzio	A2	
00:56		A2	
00:57		A2	
00:58		A2	
00:59	R: "venti...nove"	A2	
01:00		A2	
01:01		A2	
01:02		A2	
01:03	G: "si"	A2	
01:04	silenzio	A2	
01:05		A2	
01:06		A2	
01:07		A2	
01:08	R: "29 è divisibile per..."	A2	
01:09		A2	
01:10		A2	
01:11		A2	
01:12		A2	
01:13	G: "29 allora per..."	A2	
01:14		A2	
01:15	R: "per 2 no, per 3..."	A2	
01:16		A2	
01:17	G: "nemmeno"	A2	
01:18	silenzio	A2	
01:19		A2	
01:20	G: "per..."	A2	
01:21	silenzio	A2	
01:22		A2	
01:23		A2	
01:24		A2	
01:25		A2	
01:26	G: "per 4?"	A2	
01:27		A2	
01:28		A2	
01:29	G: "no"	A2	
01:30		A2	
01:31	G: "no, per 4, no"	A2	
01:32	silenzio	A2	
01:33		A2	
01:34		A2	
01:35		A2	
01:36		A2	
01:37	R: "è un numero..(bisbiglia) primo"	A1	R propone l'ipotesi che 29 sia un numero primo. G gli chiede conferma e R sostiene la sua ipotesi ricordando che il primo
01:38		A1	
01:39	G: "è un numero primo? Sicura?"	A1	
01:40		A1	

01:41	R: "si"	A1	successivo a 23 è proprio 29
01:42		A1	
01:43		A1	
01:44	G: "sicura??"	A1	
01:45		A1	
01:46	R: "si"	A1	
01:47	R: "si è vero perché c'è il 23 poi il 29"	A1	
01:48		A1	
01:49		A1	
01:50		A1	

Dopo aver trascorso i primi 2 minuti circa ad individuare la scomposizione in fattori primi del numero obiettivo, gli studenti cercano un modo per ottenere il numero 29 con i tasti disponibili. Dopo diversi tentativi (circa 1 minuto), decidono di abbandonare la strategia appena implementata per cominciare ad attivarne una più esplorativa caratterizzandosi con il profilo E2. Ad esempio, come si vede in Tabella 6.15, gli studenti cominciano a combinare i numeri con le operazioni disponibili, in particolare la moltiplicazione. In questo caso, quindi, gli studenti attuano un passaggio dal profilo E1 al profilo E2; in particolare, privilegiano la moltiplicazione e quindi le loro scelte procedurali possono essere considerate affini a E2.2.

Tabella 6.15: protocollo\_ppt\_1, compito 1, implementazione della strategia relativa al profilo E2.2

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
03:28	R: "4x3"	ES1	R con la penna indica i tasti a seconda delle cifre che moltiplica a mente quindi rispettivamente 4 e 3 poi 3 poi di nuovo 3
03:29		ES1	
03:30	G: "12"	ES1	
03:31		ES1	
03:32	R: "12"	ES1	
03:33	R: 12x3"	ES1	
03:34		ES1	
03:35		ES1	
03:36	G: "trenta...due"	ES1	
03:37		ES1	
03:38		ES1	
03:39		ES1	
03:40	G: "32"	ES1	
03:41		ES1	
03:42	R: "per...3"	ES1	
03:43		ES1	
03:44		ES1	

Attraverso una strategia esplorativa, gli studenti riescono a raggiungere l'espressione risolutiva dopo diversi minuti (Tab. 6.16).

Tabella 6.16: protocollo\_ppt\_1, compito 1, implementazione della strategia risolutiva

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
-------	-------------	------------	-------------

05:16	R: "facciam così... quindi, abbiam detto $4 \times 3$ e poi lo moltiplichiamo per 4, giusto? Quindi che (G: "fa 48") fa 48 (G: "+4+3) $4+3 \dots +3!$ (G: "si")"	I2	B scrive l'espressione $(3 \times 4) \times 4 + 4 + 3 + 3$ G segue ogni suo passaggio
05:17		I2	
05:38		I2	
05:39		I2	
05:11	R: "e tra parentesi questo perché facciam prima $4+3+3$ "	I2	Alla fine, aggiunge le parentesi in $4+3+3$
05:12		I2	
05:13		I2	
05:14		I2	
05:15		I2	
05:16		I2	

Gli studenti hanno lavorato alla risoluzione del compito considerando i tasti numerici come gli unici numeri a disposizione e non hanno mai fatto riferimento alla possibilità di immaginarsi una calcolatrice vera e propria. I due studenti appartengono al profilo R2, infatti, in nessun momento dell'intero processo risolutivo considerano l'eventualità di utilizzare numeri come 30, 40, 34 o altri e operano con 3 e 4 come se fossero tutti e soli i numeri disponibili per costruire l'espressione risolutiva. Alla luce di queste osservazioni, possiamo identificare gli studenti con un profilo di tipo F2 cioè con coloro che non hanno familiarità con il compito e con l'utilizzo della calcolatrice. Un aspetto interessante legato alla familiarità, è la scelta di individuare la scomposizione in fattori primi del numero. Si tratta di un algoritmo tipico della pratica scolastica del primo anno della scuola secondaria di I grado; è possibile quindi che gli studenti lo abbiano scelto richiamando qualche esercizio noto che hanno riconosciuto come analogo al compito.

Per quanto riguarda il sistema di controllo, dopo aver affrontato l'episodio di analisi avvalendosi della scrittura sul foglio, la coppia di studenti attiva l'episodio di esplorazione svolgendo la maggior parte delle operazioni a mente. Questo fenomeno suggerisce che i solutori appartengano al profilo C2. Si tratta dunque di una scelta ibrida che prevede l'ausilio di carta e penna per tenere traccia delle operazioni solo in alcuni casi; in particolare, solo per attivare la procedura di scomposizione in fattori primi e per l'implementazione dell'espressione risolutiva. Sempre in riferimento al sistema di controllo, dal grafico si può osservare una certa frequenza degli episodi di Valutazione sia Locale che Globale. Il fenomeno può essere spiegato in relazione al fatto che svolgono i calcoli prevalentemente a mente. Per questo motivo, gli studenti hanno bisogno di monitorare continuamente da una parte la correttezza di ogni singolo calcolo, dall'altra l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo. Ciò significa che nel processo risolutivo, gli studenti si identificano nel profilo V1 e dunque con coloro che si avvalgono di entrambi gli episodi di Valutazione.

Per quanto riguarda, invece, la coppia di studenti della seconda classe prima, in Figura 6.10 sono presentati i grafici relativi al loro processo risolutivo.

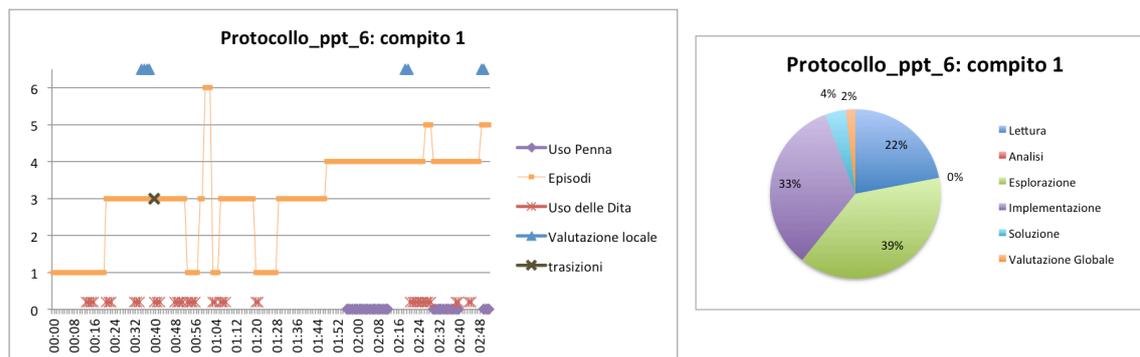


Figura 6.12: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_6, compito 1

L'episodio più frequente è l'Esplorazione; essa che viene spesso interrotta dal passaggio all'episodio di Lettura e una volta dall'episodio di Valutazione Globale e da una transizione. In questo caso, il processo risolutivo presenta 13 passaggi.

Entrando nel dettaglio, in seguito all'episodio di Lettura, gli studenti cominciano ad affrontare il compito combinando tra loro i numeri 3 e 4, prima moltiplicandoli e poi sommandoli. Solo dopo alcuni secondi L si accorge della presenza dello zero (tab. 6.17). Questa riflessione, però è isolata poiché lo studente non va oltre al fatto di osservarne la presenza. Dopo questo episodio sporadico, gli studenti non ne fanno più menzione e non identificano la potenzialità legata al fatto di poter utilizzare numeri composti da due o più cifre.

Tabella 6.17: protocollo\_ppt\_6, compito 1, lo zero

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:53	L: "dopo abbiamo solamente 0..ah però si può ripetere questo"	L5	L indica 0 e poi 3, si accorge della presenza dello zero ma non fa altre osservazioni e quindi l'episodio rimane limitato alla Lettura
00:54		L5	
00:55		L5	
00:56		L5	
00:57		L5	

Dopo qualche tentativo, L propone una strada per raggiungere l'obiettivo. Nel fare questo si avvale di due numeri che non corrispondono ai tasti disponibili presentati nella calcolatrice, in particolare il 6 e il 9. Il compagno ha difficoltà nel riconoscerli subito come numeri che sono consentiti dalle condizioni del compito. Dopo il momento in cui L descrive il modo in cui li ha ottenuti ( $6=3+3$  e  $9=3+3+3$ ), gli studenti raggiungono velocemente un'espressione risolutiva che gli permette di ottenere il numero obiettivo. Tale espressione è poi quella che in seguito scrivono sul foglio del compito per ottenere la soluzione (tab. 6.18).

Tabella 6.18: protocollo\_ppt\_6, compito 1, la soluzione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
-------	-------------	------------	-------------

01:53	L: "6x9 fa 54, no?"	I1	
01:54		I1	
01:55		I1	
01:56	N: "sei per..."	I1	
01:57	L: "6x9 fa 54"	I1	
01:58		I1	
01:59	N: "e cosa c'entra 6x9?"	VG3	N non capisce come abbia fatto a trovare 6 e 9. L indica un modo per individuare tali numeri attraverso una somma con addendi pari a 3, rispettivamente: $6=3+3$ , $9=3+3+3$ .
02:00		VG3	
02:01	L: "aspetta, basta che facciamo 3+3 che fa 6 per..."	VG3	
02:02		VG3	
02:03		VG3	
02:04		VG3	
02:05	L: "tra parentesi, allora, tra parentesi 3+3 chiusa parentesi per..."	VG3	
02:06		VG3	
02:07		VG3	
02:08		VG3	
02:09		VG3	
02:10	N: "proviamo aspetta, aspetta"	I2	N prende il foglio e scrive (3+3) tronando all'episodio di Implementazione.
02:11		I2	
02:12	L: "così"	I2	
02:13	N: "3+3"	I2	
02:14		I2	
02:15	L: "per 3+3+3"	I2	L comincia a scrivere sul foglio dove stava scrivendo N, aggiungendo $x(3+3+3)$ . L'espressione ora è $“(3+3)x(3+3+3)”$
02:16		I2	
02:17		I2	
02:18		I2	
02:19	L: "che fa 6x9"	I2	L indica le 2 parentesi riferendosi al loro risultato
02:20		I2	
02:21		I2	
02:22	L: "fa 54, 54 più 4"	I2	Individuato il 54, aggiunge 4 per ottenere 58 individuando il tasto "4" sul foglio
02:23		I2	
02:24		I2	
02:25		I2	

Osservando il processo risolutivo nel suo complesso, possiamo notare che la strategia scelta configura gli studenti rispetto al profilo E2.1, infatti, gli studenti combinano i numeri senza considerare un'operazione privilegiata.

Per quanto concerne i profili, si può notare che entrambi gli studenti appartengono alla categoria R2, infatti, per quanto uno dei due studenti si accorga della presenza dello zero, nessuno dei due propone delle ipotesi di utilizzo, nel giro di pochi secondi, entrambi si dimenticano della sua presenza. In questa prospettiva è quindi possibile ipotizzare che i solutori non abbiano esperienza dell'artefatto presentato dato che operano come se 4 e 3 fossero gli unici numeri a disposizione per ottenere il 58.

In riferimento al sistema di controllo, gli studenti svolgono i calcoli prevalentemente a mente. Solo nel momento in cui L mostra a N come risolvere l'esercizio e quando scrivono l'espressione risolutiva, i due studenti si avvalgono della penna per scrivere il risultato. Alla luce di ciò, gli studenti adottano un sistema di controllo mnemonico e quindi si identificano con il profilo C2. Sempre in riferimento al sistema di controllo, si può notare che sono presenti entrambi gli episodi di Valutazione. In questo caso, quindi, per quanto poco frequenti, gli studenti si avvalgono della valutazione sia Locale che Globale e per questo motivo possiamo pensare che si identifichino con il profilo V1.

Per quanto riguarda gli studenti del protocollo\_ppt\_8, ancora una volta l'episodio più frequente è l'Esplorazione ma in questo caso nessun episodio viene interrotto da altri e il processo sembra seguire un'andatura lineare nel passaggio da un episodio all'altro in cui vengono compiuti 6 passaggi.

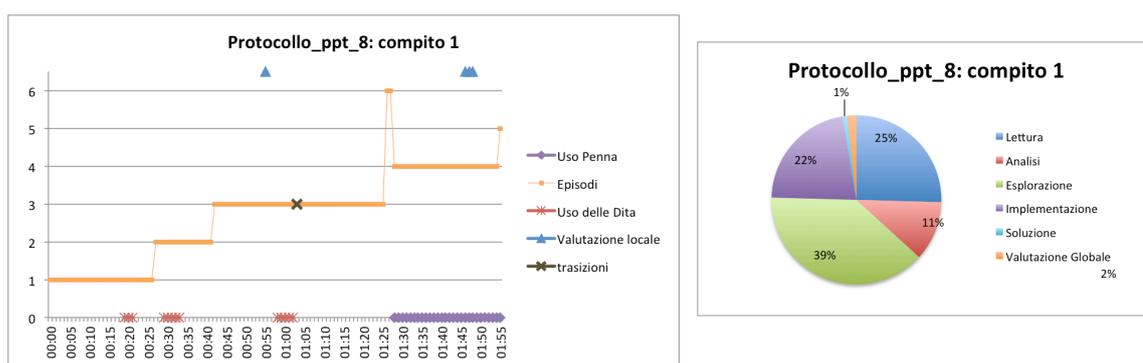


Figura 6.13: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_8, compito 1

Osservando nel dettaglio il processo risolutivo, notiamo che a seguito della lettura del testo del compito, gli studenti si focalizzano su tutte le informazioni presentate nel compito e dunque l'episodio di Lettura va oltre alla comprensione del testo e si sofferma sull'elencazione delle informazioni disponibili (tab. 6.19).

Tabella 6.19: protocollo\_ppt\_8, compito 1, episodio di lettura

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:19	D: "quindi, allora, i tasti funzionanti sono solo questi"	L4	Successivamente alla lettura, l'episodio continua nel momento in cui D esplicita i tasti disponibili indicandoli con il dito e il numero obiettivo
00:20		L4	
00:21		L4	
00:22	D: "e dobbiamo fare 58"	L4	
00:23		L4	
00:24		L4	
00:25		L4	
00:26		L4	

In seguito a tale ricognizione sulle informazioni, uno dei due studenti comincia a valutare le operazioni possibili. Discutendo con il compagno, attiva quindi un episodio di Analisi volto alla definizione della strategia da adottare (tab. 6.20).

Tabella 6.20: protocollo\_ppt\_8, compito 1, episodio di analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:27	V: "quindi con una moltiplicazione..."	A2	
00:28		A2	
00:29	V: "allora, escludiamo... il meno"	A2	V indica i tasti relativi alle operazioni e decide di non considerare la sottrazione tra le operazioni. Probabilmente pensa già di attivare una strategia per tentativi approssimando il numero obiettivo per difetto.
00:30		A2	
00:31		A2	
00:32		A2	
00:33		A2	
00:34	V: "il più"	A2	D, allo stesso modo, prevede di adottare una strategia esplorativa ma prevede anche la possibilità di approssimare l'obiettivo per eccesso e dunque ottenere il numero preciso attraverso successive sottrazioni.
00:35		A2	
00:36	D: "beh, potrebbe servire alla fine perché ci verrà un numero più grande quindi dobbiamo far meno"	A2	
00:37		A2	
00:38		A2	
00:39		A2	
00:40		A2	
00:41		A2	

Vagliando le possibili operazioni da utilizzare, emerge chiaramente il tipo di strategia che gli studenti intendono attivare. In particolare, stiamo parlando del profilo E2.1, infatti secondo D è possibile che, combinando numeri e operazioni, si possa trovare un'approssimazione per eccesso del numero obiettivo e dunque, in un secondo momento, la sottrazione potrebbe essere utile per individuare un valore equivalente al numero obiettivo.

Dopo qualche tentativo, gli studenti individuano l'espressione risolutiva:  $4 \times 3 \times 4 + 3 + 4 + 3$  (tab. 6.21)

Tabella 6.21: protocollo\_ppt\_8, compito 1, episodio di esplorazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:47	D: "4x3 fa 12"	ES1	
00:48		ES1	
00:49	D: "emm"	ES1	
00:50		ES1	
00:51	D: "poi, per 3 fa 36"	ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55	V: "si"	ES1	
00:56		ES1	
00:57		ES1	
00:58	D: "eh, 36 più... eh...si può fare 36"	ES1	

00:59	più	ES1	avvicina il foglio probabilmente per vedere quali numeri sono disponibili da aggiungere al 36
01:00		ES1	
01:01		ES1	
01:02		ES1	
01:03	V: "se no 12x4 che fa 48"	ES1	V propone una nuova strategia sempre partendo dal 12 per ottenere 48 che è una migliore stima rispetto al precedente 36. A questo punto, propone di aggiungere 7 (3+4) e alla fine entrambi realizzando che basta aggiungere ancora 3
01:04	ES1		
01:05	D: "ah, 12x4 che fa 48"	ES1	
01:06	ES1		
01:07	ES1		
01:08	ES1		
01:09	ES1		
01:10	ES1		
01:11	ES1		
01:12	ES1		
01:13	D: "eh, più.."	ES1	
01:14	ES3		
01:15	V: "7"	ES3	
01:16	D: "più 7...cioè, più 3, più 4 sì. Faaaa"	ES3	
01:17		ES3	
01:18		ES3	
01:19		ES3	

In tutto il processo risolutivo, gli studenti non si accorgono della presenza dello zero o, per lo meno, non ne esplicitano la presenza se non indicandolo subito dopo la lettura del testo del compito nel corso dell'episodio Lettura. Questo fatto, come nei casi precedenti, indica che gli studenti non hanno individuato l'insieme completo delle risorse a disposizione e quindi possono essere descritti attraverso il profilo R2. Anche in questo caso, possiamo interpretare questo fenomeno in relazione ad un mancato richiamo dell'insieme delle risorse disponibili nel compito; in particolare, la possibilità di utilizzare numeri composti da più di una cifra.

Il sistema di controllo che scelgono di utilizzare è di tipo C2, infatti, decidono di scrivere l'espressione risolutiva solo nel momento in cui la esplicitano sul foglio del compito come risposta alla domanda; l'intero processo esplorativo è supportato solo dal calcolo mentale e dunque da un sistema di controllo mnemonico.

Gli episodi di Valutazione sono poco frequenti, in particolare la Valutazione Globale viene attivata solo nel momento in cui hanno trovato un'espressione risolutiva e controllano se effettivamente è equivalente al numero obiettivo. Allo stesso modo, la Valutazione Locale viene attivata solo in due occasioni in cui uno dei due studenti chiede conferma all'altro sull'effettiva correttezza del calcolo appena eseguito. Seppur sporadiche, gli studenti si servono di entrambi gli episodi di valutazione e per questo possiamo ipotizzare che siano caratterizzati dal profilo V1.

Consideriamo infine il protocollo\_ppt\_9, cioè la seconda coppia di studenti della classe III.

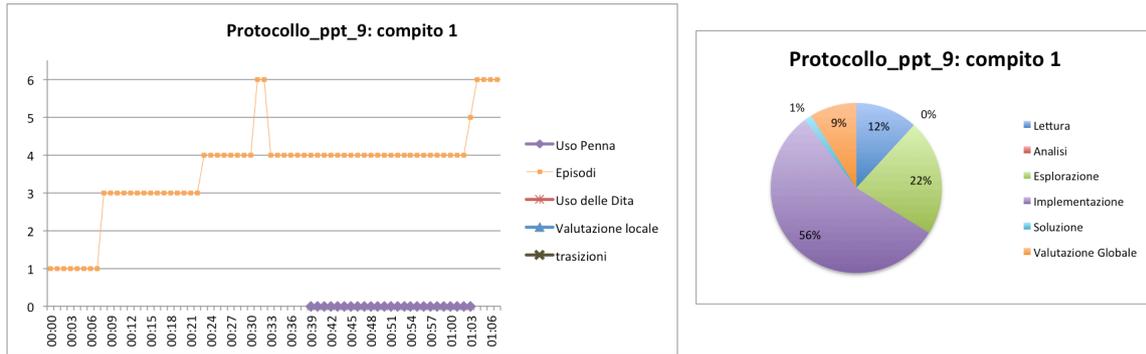


Figura 6.14: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_9, compito 1

Come per la coppia precedente, nessun episodio viene interrotto ad eccezione dell'Implementazione che viene arrestata per pochi secondi da un episodio di Valutazione Globale. Il processo risolutivo appare con un numero di passaggi decisamente inferiori ai precedenti, 7.

Gli studenti leggono il compito in silenzio. Dopo l'episodio di Lettura, cominciano l'episodio di Esplorazione, ma proprio mentre I sta per proporre una procedura, D dichiara di aver trovato la soluzione (tab. 6.22).

Tabella 6.22: protocollo\_ppt\_9, compito 1, episodio di analisi

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:00	I e D leggono il testo in silenzio	L3	
00:07		L3	
00:08	D: "allora"	ES1	
00:09	silenzio	ES1	L'episodio di Esplorazione si svolge in silenzio. Gli studenti non dicono una parola e non muovono né dita né penne o matite
00:10		ES1	
00:11		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	I: "fai"	ES1	I sta per proporre una qualche procedura ma D sostiene di aver trovato la soluzione al compito
00:23	D: "ho capito"	I1	

D esplicita subito al compagno l'espressione risolutiva trovata che viene subito condivisa e scritta sul foglio del compito (tab. 6.23).

Tabella 6.23: protocollo\_ppt\_9, compito 1, episodio di implementazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:24		I1	
00:25	D: "prima fai 20x4, -2"	I1	D descrive ad I la procedura risolutiva da lui individuata. I da la sua approvazione.
00:26		I1	
00:27		I1	

00:28		I1	I scrive l'espressione risolutiva sul foglio del compito e svolge anche i calcoli per confermare l'effettivo raggiungimento dell'obiettivo	
00:29		I1		
00:30		I1		
00:31	I: "viene, vogliam scrivere qualcosa?"	VG2		
00:32		VG2		
00:33	I scrive "20x4-2=80-2=78"	I2		
00:34		I2		
00:35		I2		
01:03		I2		
01:04	I: "capito?"	VG2		I chiede conferma a D dell'implementazione appena svolta.
01:05	D: "m... m"	VG2		
01:06	I: "va bene?"	VG2		
01:07	D: "si"	VG2		

La procedura risolutiva implementata dai due studenti è molto veloce e soprattutto viene sviluppata in silenzio e in maniera autonoma da parte di ognuno dei due studenti. A causa di ciò è difficile descrivere in modo dettagliato gli studenti attraverso i profili. Nel caso dei due studenti è, dunque, impossibile delineare un'ipotesi sulla strategia che potrebbero aver adottato. L'unica cosa certa è che D ha adottato il numero 20 per scrivere l'espressione risolutiva; per questo motivo, possiamo pensare che sia consapevole della possibilità di utilizzare numeri come 20, 40 o 24. In questa prospettiva, gli studenti si configurano in un profilo R2. Un'ulteriore osservazione che è possibile fare, è che i profili relativi al sistema di controllo e alla valutazione siano rispettivamente C2 e V3; infatti, anche nei primi secondi in cui probabilmente attivano un episodio di Esplorazione, nessuno dei due utilizza carta e penna per scrivere qualche procedura e l'unico momento di valutazione è di tipo globale nel corso dell'episodio di Implementazione.

#### 6.4.2 La calcolatrice rotta: compito 2

Il compito 2 è stato somministrato alle stesse coppie dei protocolli 5, 8 e 9 che hanno affrontato il compito 1. Per motivi di tempo, non è stato possibile somministrarlo agli studenti del protocollo 6. Come per il compito 1, gli studenti del protocollo\_9 hanno svolto un compito con informazioni differenti rispetto alle altre coppie ma abbiamo cercato di mantenere le stesse peculiarità del compito 2.

Le principali peculiarità del compito 2 (presentato in Figura 6.15) sono: l'aver a disposizione moltiplicazione e addizione, presentare tasti numerici non oscurati diversi da 0 e richiedere di raggiungere un numero obiettivo primo.

**Obiettivo 41**



Figura 6.15: immagine della calcolatrice rotta, compito 2

**6.4.2.1 Compito 2, ambiente digitale**

Cominciamo considerando il protocollo\_cbt\_5, cioè la coppia di studenti di I che affronta il compito 2 come secondo compito del test.

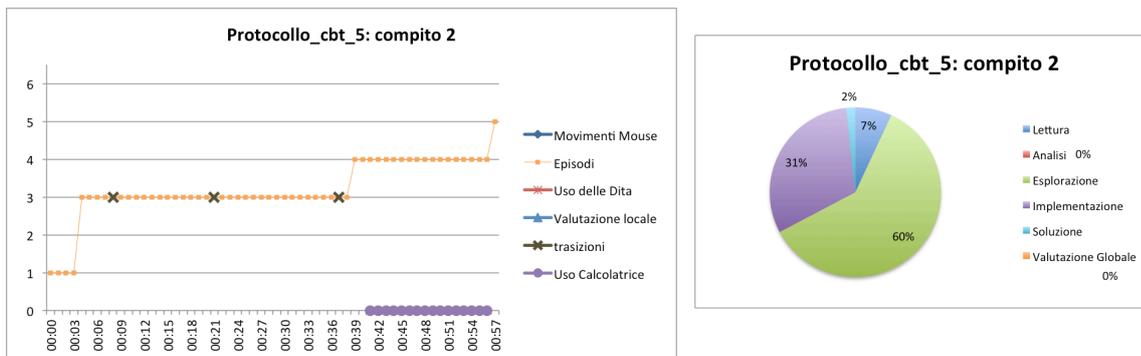


Figura 6.16: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_5, compito 2

Osservando le rappresentazioni temporali del processo risolutivo (fig. 6.16), si nota che l'episodio di Esplorazione è il più frequente anche nel caso del secondo compito. A differenza del primo compito, però, il grafico temporale mostra una sorta di linearità nella prosecuzione del percorso verso la soluzione, infatti, in tutto il processo risolutivo vengono compiuti solo 4 passaggi. In questo caso ogni episodio viene affrontato senza interruzione e si passa da Lettura, Esplorazione, Implementazione e Soluzione senza alcun tipo di Valutazione. Solo l'Episodio di Esplorazione viene interrotto da tre transizioni che per definizione non comportano il passaggio ad un nuovo episodio ma si riferiscono solo ad un passaggio di operazioni in relazione allo stesso obiettivo motore dell'episodio.

Il percorso verso la soluzione è molto rapido; gli studenti raggiungono l'espressione risolutiva in meno di un minuto. Osservando nel dettaglio le discussioni degli studenti,

possiamo analizzare se e in che modo il profili e gli approcci seguiti sono rimasti gli stessi o meno.

Tabella 6.24: protocollo\_cbt\_5, compito 2, la soluzione

Tempo	Sbodinatura	Indicatori	Descrizione
00:04	A: "allora, 9x5, 35 quindi già..."	ES1	Cominciano il processo risolutivo per tentativi e quindi moltiplicano i numeri presentati nei tasti numerici allo scopo di avvicinarsi al numero obiettivo.
00:05	silenzio	ES1	
00:06		ES1	
00:07		ES1	
00:08		B: "9x2, 18"	
00:09	silenzio	ES1	
00:20		ES1	
00:21	B: "50"	ES1	
00:22	silenzio	ES1	
00:36		ES1	
00:37	A: "Allora, 2x9"	ES1	
00:38		ES1	
00:39	B: "ce l'ho!"	I1	
00:40	B: "52-9-2!"	I1	
00:41	B: "allora, 52-9-2"	I2	B prende il mouse e scrive 52-9-2=
00:56		I2	
00:57	in coro "41!"	S1	

Dopo due velocissimi tentativi, caratterizzati da due episodi di transizione, gli studenti trovano l'espressione risolutiva avvalendosi di un numero composto da due cifre: il 52.

Nel compito precedente, gli studenti si sono caratterizzati rispetto al profilo R1. Anche per questo compito, essi hanno mantenuto la consapevolezza rispetto alle risorse disponibili da subito. In questo caso, quindi possiamo identificare gli studenti rispetto al profilo R1. Nonostante gli studenti siano consapevoli delle risorse messe a disposizione dallo spazio del compito, anche per questo compito, essi scelgono di non utilizzare la calcolatrice ma svolgono ogni calcolo a mente. Possiamo quindi confermare una scarsa familiarità con la calcolatrice (F2) e la scelta di attivare un sistema di controllo delle procedure completamente mnemonico (C2). A differenza del compito precedente, però, gli episodi di Valutazione sono completamente assenti sia da un punto di vista globale che locale. In questo caso, quindi, il profilo di riferimento è V4.

Considerando ora il caso del protocollo\_cbt\_8. Si tratta della coppia di studenti di III che ha già affrontato il compito 1 in precedenza ed ora affronta lo stesso compito 2 del protocollo\_cbt\_5.

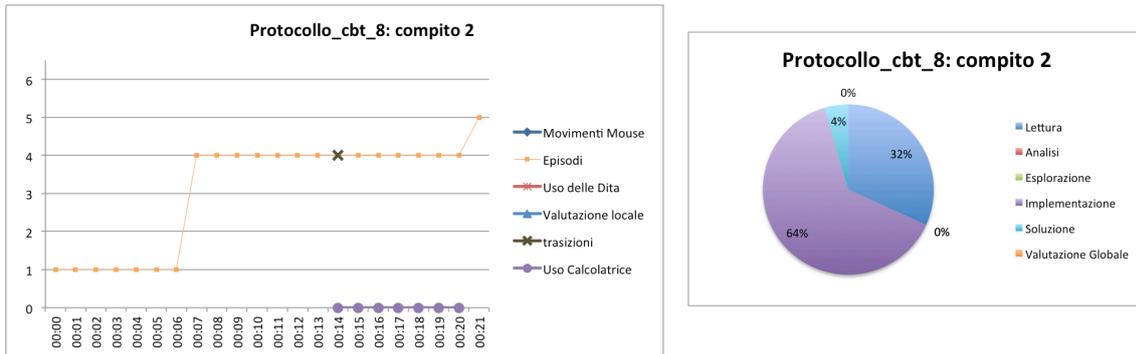


Figura 6.17: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_8, compito 2

Il processo risolutivo implementato per il secondo compito è ancora più rapido del primo. In soli 20 secondi e tre passaggi, gli studenti trovano un'espressione che permette di ottenere il numero obiettivo.

Dopo essersi concentrati sul valore del numero obiettivo e sulla presenza dell'addizione, in coro gli studenti trovano la soluzione al compito attraverso l'espressione "25x2-9".

Tabella 6.25: protocollo\_cbt\_8, compito 2, il processo risolutivo

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:00	F:"41"	L5	Nell'episodio di Lettura gli studenti si focalizzano sul numero obiettivo e su una delle operazioni consentite
00:01	S: "oh, c'è il +"	L5	
00:02		L5	
00:03		L5	
00:04		L5	
00:05		L5	
00:06	S:"41"	L5	
00:07		I1	Senza passare per l'esplorazione In coro individuano subito l'espressione risolutiva del compito
00:08		I1	
00:09		I1	
00:10	in coro "25x2-9"	I1	
00:11		I1	
00:12		I1	
00:13		I1	

Trattandosi di un processo così rapido, sui profili si può aggiungere molto poco. Il fatto che si siano avvalsi di numeri a due cifre e non si siano serviti del supporto della calcolatrice, potrebbe fare pensare che sono confermati gli aspetti che abbiamo ipotizzano nel compito precedente (R1, C2). Il fatto di trovare istantaneamente la soluzione al compito, non ci permette di approfondire la riflessione sul grado di familiarità la calcolatrice; anche in questo caso non ne fanno uso se non per fornire la risposta. Infine, in relazione alla

Valutazione, in questo processo risolutivo si osservano dei cambiamenti rispetto al caso precedente; non viene effettuata alcuna Valutazione né Locale né Globale. Proprio come per la coppia precedente, possiamo pensare che il profilo di riferimento sia V4.

Concludiamo l'analisi dei compiti affrontati in ambiente digitale trattando il caso del protocollo\_cbt\_9 (fig. 6.18). La coppia di studenti affronta il compito 2 in un lasso di tempo molto breve; in poco più di un minuto gli studenti risolvono il compito individuando un'espressione che permetta di raggiungere il numero obiettivo. Osservando la frequenza temporale degli episodi, notiamo che l'episodio prevalente è l'Esplorazione. Tale episodio viene interrotto alcune volte da episodi differenti, in particolare da una Transizione, dall'Implementazione e dall'Analisi.

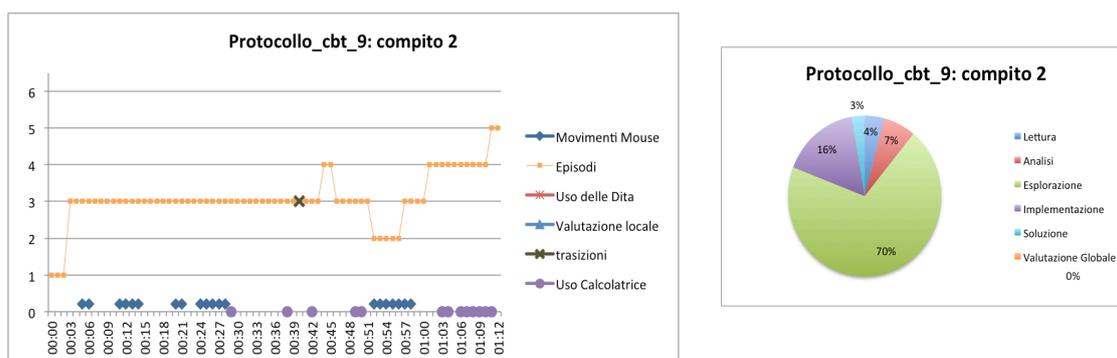


Figura 6.18: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_9, compito 2

Osservando il protocollo dell'Esplorazione completo possiamo comprendere meglio a cosa sono dovute queste interruzioni. L e C nel risolvere questo compito lavorano in modo individuale. Inizialmente, entrambi cominciano ad affrontare il compito attraverso una strategia per tentativi. Questo può essere supposto dai movimenti del mouse che C fa spostandosi sui tasti della calcolatrice. In questo momento però le strade dei due studenti si dividono poiché C si concentra sul numero 38 e quindi sul problema di cosa aggiungere a questo numero per ottenere l'obiettivo; mentre L propone la soluzione anche se inizialmente viene ignorata dalla compagna (tab. 6.26).

Tabella 6.26: protocollo\_cbt\_9, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:03	L: "6x3, 18"	ES1	L propone di cominciare da 6x3. Non è chiaro cosa intenda C con "dovrebbe essere il 5"; probabilmente vorrebbe trovare il modo di ottenere un numero compreso tra 50 e 59. Nel dire quella frase, C sposta il mouse vicino al 6, poi lo muove nuovamente intorno per riportarlo di nuovo sul 6.
00:04		ES1	
00:05	C: "eh?"	ES1	
00:06	L: "6x3"	ES1	
00:07		ES1	
00:08	C: "che fa ventu...uno; no, ci dovrebbe essere il 5, aspetta"	ES1	
00:09		ES1	
00:10		ES1	
00:11		ES1	
00:12		ES1	

00:13		ES1	
00:14	C: "eh, allora"	ES1	
00:15	silenzio	ES1	In questi secondi di silenzio, C muove il mouse dal 6 al 3; poi passa dal 3 all'8 e infine torna sul 3. Dopo essersi fermata sul 3, C muove il mouse dal 8 all'6 e si ferma sul 6. Alla fine sceglie di digitare il tasto "3". Sfortunatamente C sta in silenzio per tutto il tempo ma è possibile che i movimenti che fa con il mouse indichino che la studentessa sta svolgendo qualche calcolo a mente.
00:16		ES1	
00:17		ES1	
00:18		ES1	
00:19		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25		ES1	
00:26		ES1	
00:37	C: "aspetta"	ES1	
00:38		ES1	Alla fine C decide di inserire nella calcolatrice il numero "38"
00:39		ES1	
00:40	C: "beh, 38"	ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43		ES1	
00:44	L: "fai, 8; $8 \times 6 + 3$ "	I1	L parla dopo diversi secondi di silenzio e propone l'espressione risolutiva del compito
00:45		I1	
00:46		ES2	C ignora quello che dice L o per lo meno riceve solo il messaggio di aggiungere "3". Digita "+3=" e compare 41
00:47		ES2	
00:48	C: "infatti esatto, facciamo così che c'abbiamo già 41"	ES2	
00:49		ES2	
00:50		ES2	
00:51		ES2	
00:52	C: "dobbiamo aggiungere 10"	A1	A questo punto C analizza il numero appena trovato per individuarne la differenza con il numero obiettivo. Propone di utilizzare la divisione probabilmente per ottenere il numero 10
00:53		A1	
00:54		A1	
00:55		A1	
00:56	C: "dobbiamo fare diviso"	A1	
00:57		ES2	L'esplorazione ricomincia dalla ricerca di come ottenere il numero 10. C muove il mouse tra il 6 e il 3
00:58		ES2	
00:59		ES2	
01:00		ES2	

Solo dopo altre riflessioni C si accorge che la proposta di L è corretta e quindi decide in silenzio di inserire l'espressione nella calcolatrice e ottiene così il numero obiettivo (tab. 6.27).

Tabella 6.27: protocollo\_cbt\_9, compito 2, l'implementazione e la soluzione

01:01	L: "eh, viene se fai $8x6+3$ "	I1	L insiste con la sua proposta
01:02		I1	
01:03		I2	Questa volta C lo ascolta e decide di cancellare tutto quello che ha inserito nella calcolatrice fino ad ora.
01:04		I2	
01:05		I2	
01:06		I2	
01:07		I2	C scrive " $8x6=$ " e compare 48 poi digita " $+3=$ " e compare 51. Il compito è concluso
01:08		I2	
01:09		I2	
01:12	C: "venuto"	S2	

Anche questa volta il processo risolutivo è molto veloce per cui è difficile riuscire a presentare delle ipotesi interpretative sui profili. In generale, sembra che gli studenti adottino anche questa volta una strategia esplorativa che li caratterizza rispetto al profilo E2.1 e che scelgano un sistema di controllo mnemonico (C2). Gli episodi di Valutazione Locale e Globale sono assenti per cui il profilo che caratterizza gli studenti è V4. Nulla si può aggiungere in questo caso sulla familiarità con la calcolatrice.

#### 6.4.2.2 Compito 2, ambiente cartaceo

Prendiamo ora in esame gli studenti che hanno svolto il compito 2 nell'ambiente cartaceo.

Cominciamo considerando il protocollo\_ppt\_5, cioè la coppia di studenti di I che affronta il compito 2 come secondo compito del test.

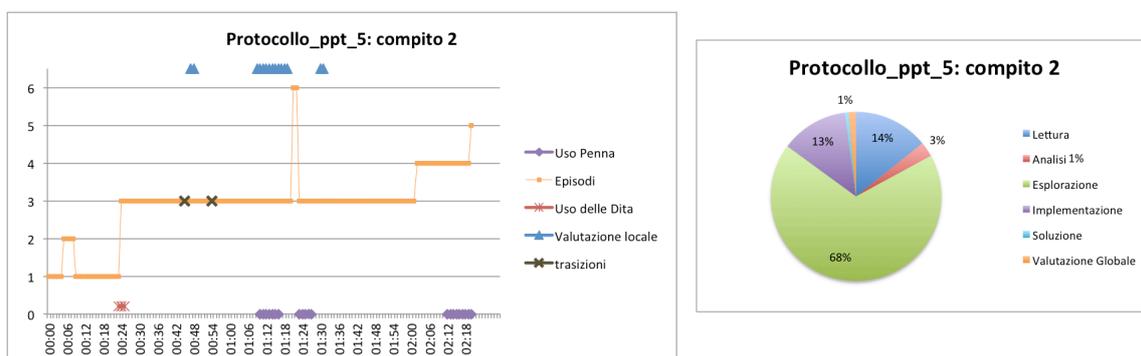


Figura 6.19: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_5, compito 2

L'episodio prevalente è l'Esplorazione; in generale, il processo risolutivo appare abbastanza "lineare" e comprende 8 passaggi; l'episodio di Esplorazione, infatti, viene interrotto solo una volta da un episodio di Valutazione Globale e due volte da transizioni, mentre la Lettura viene interrotta per pochi secondi da un episodio di Analisi.

Entriamo nel dettaglio del processo risolutivo osservandone i punti salienti.

A seguito della Lettura, le studentesse passano velocemente attraverso un episodio di Analisi (tab. 6.28). In particolare, esse si accorgono che il compito approssimativamente è

lo stesso del precedente: ottenere un numero utilizzando i tasti funzionanti. In questa situazione, quindi, esplicitano un'analogia con un compito già affrontato.

Tabella 6.28: protocollo\_ppt\_5, compito 2, primo impatto con il compito

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:05	G: "allora...stessa cosa"	A4	G individua un'analogia tra questo compito e il precedente. In questa prospettiva è possibile che stia valutando di considerare le risorse utilizzate e le procedure attivate in precedenza anche in questa situazione.
00:06		A4	
00:07		A4	
00:08		A4	

C'è un momento in cui B si accorge della presenza dello zero nel compito precedente (tab. 6.29). Sfortunatamente, tale commento rimane isolato e non contestualizzato nell'attuale compito. Questa ipotesi può essere confermata dal fatto che nessuna delle due pone il problema di come avrebbero potuto utilizzarlo in precedenza e nemmeno di che tipo di risorsa questo tasto mette in evidenza per affrontare il nuovo compito.

In questo compito, quindi, le studentesse si configurano nel profilo R2 poiché riconoscono solo un insieme di risorse limitato rispetto a quelle disponibili per risolvere il compito.

Tabella 6.29: protocollo\_ppt\_5, compito 2, lo zero

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:17	R: "potevamo usare anche lo zero...però...va bè"	L5	R si accorge della presenza dello zero. In questo caso non fa altro che esplicitarlo, per questo si limita ad un episodio di Lettura.
00:18		L5	
00:19		L5	
00:20		L5	
00:21		L5	
00:22		L5	
00:23		L5	

Dopo questa breve regressione al compito precedente, G e R cominciano a moltiplicare i numeri disponibili alla ricerca di un'approssimazione per loro soddisfacente del numero obiettivo. In questo caso, quindi, adottano immediatamente una strategia riconducibile al profilo E2.2 poiché privilegiano la moltiplicazione.

Tabella 6.30: protocollo\_ppt\_5, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:38	R: "9x5 che è 45 quindi no"	ES1	In questo caso R comincia moltiplicando tra loro i numeri indicati nei tasti numerici. Esclude il 45 probabilmente perché non accetta un'approssimazione per difetto del numero obiettivo.
00:39		ES1	
00:46	silenzio	ES1	
00:45	R: "9x2 (A: "18") 18"	ES1	
00:46		ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	G propone di svolgere 18x5.
00:49	G: "18x5"	ES1	

00:50		ES1	
00:51	R bisbiglia "18x5"	ES1	

La maggior parte dei calcoli li svolgono a mente; le studentesse usano carta e penna solo per svolgere il prodotto 18x5 e alla fine del percorso per scrivere l'espressione risolutiva finale. In questo compito, quindi, le studentesse si configurano nel profilo C2, poiché tengono traccia delle diverse procedure in modo mnemonico.

Dopo meno di 2 minuti, G e R arrivano alla soluzione: individuato il numero 36, la loro attenzione si sposta sulla differenza tra questo numero e l'obiettivo. Tale consapevolezza, permette loro di raggiungere velocemente la soluzione.

Tabella 6.31: protocollo\_ppt\_5, compito 2, l'episodio di esplorazione 2

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
01:44	R: "36 ci manca	ES2	R questo punto, l'episodio di esplorazione si sposta verso la ricerca del numero che sommato a 36 dia come risultato 41.
01:45	solamente...e...quanto	ES2	
01:46	manca?	ES2	
01:47		ES2	
01:48		ES2	
01:49	G: "7"	ES2	
01:50		ES2	
01:51	R: "no, macché 7"	ES2	
01:52		ES2	
01:53		ES2	
01:54		ES2	
01:55	R: "5"	ES2	
01:56		ES2	
01:57		ES2	
01:58	R: "per arrivare a	ES2	
01:59	10...quindi, abbiamo detto"	ES2	
02:00		ES2	
02:01		ES2	

In generale, la scelta di non adottare alcun un supporto esterno per i calcoli, obbliga molto spesso le studentessa ad attivare episodi di valutazione locale, come riportato nel grafico. Solo una volta, viene implementato un episodio di Valutazione Globale; in questa prospettiva possiamo identificare le due studentesse con il profilo V1.

Consideriamo ora il caso delle coppie delle due classi III e cominciamo dalla coppia di studenti del protocollo\_ppt\_8.

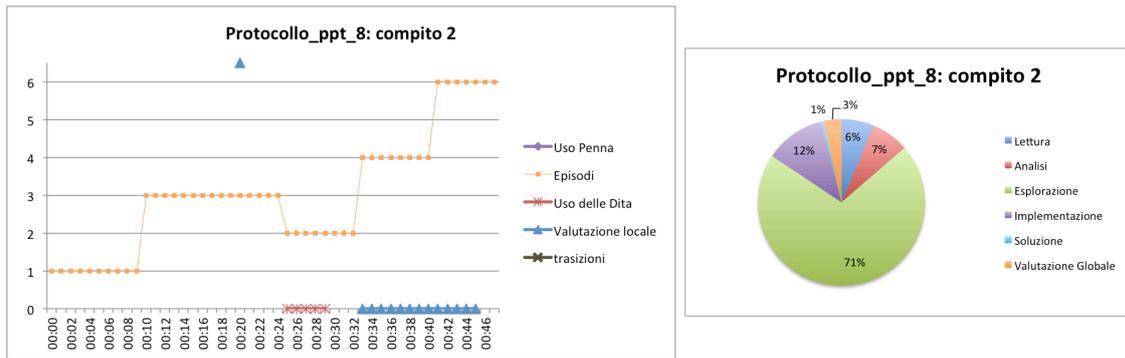


Figura 6.20: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_8, compito 2

Come per il compito precedente, l'episodio più frequente è l'Esplorazione e anche in questo caso, gli episodi si susseguono in modo lineare (5 passaggi) senza alcuna interruzione. Il processo risolutivo è molto rapido; in poco meno di 1 minuto gli studenti raggiungono la soluzione del compito.

Dopo un breve episodio di Lettura in cui si focalizzano sul numero obiettivo, gli studenti individuano subito un'approssimazione del numero obiettivo attraverso il prodotto tra due numeri. Da questa consapevolezza, attraverso un episodio di Analisi, essi si accorgono che basterebbe sottrarre un valore pari a "4" che individuano subito come equivalente a "-2-2" (tab 6.32).

Tabella 6.32: protocollo\_ppt\_8, compito 2, episodi di esplorazione e analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:10	V: "io forse"	ES1	Nell'episodio di esplorazione si accorgono subito che moltiplicando 9 e 5 raggiungono già un prodotto molto vicino al numero obiettivo
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13	D: "però fare 9 x 5 fa 45"	ES1	
00:14		ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	
00:17		ES1	
00:18	V: "meno 5, 40; più"	ES1	
00:19		ES1	
00:20	D: "no, cioè"	ES1	
00:21	V: "più 2, 45...no"	ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25	D: "9x5, 45, no? Per arrivare a 41 manca 4 quindi facciamo meno due volte 2."	A1	D si sofferma sull'analisi del numero 45 in relazione al numero
00:26		A1	
00:27		A1	
00:28		A1	

00:29		A1	obiettivo. Occorre togliere un valore equivalente a 4 che riconoscono subito in "-2-2"
00:30		A1	
00:31	in coro "meno 2 per 2"	A1	
00:32		A1	

Successivamente, gli studenti scrivono sul foglio l'espressione risolutiva e controllano l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo, attivando una Valutazione Globale.

Anche se il processo risolutivo è molto breve, è possibile osservare che la strategia scelta è riconducibile al profilo E2.1. Anche in questo secondo compito, gli studenti non utilizzano carta e penna per tenere traccia delle operazioni e si avvalgono di un sistema di controllo mnemonico di tipo C2. In aggiunta, non si servono di numeri composti da due cifre quindi si confermano nel profilo R2. La Valutazione, invece, per quanto scarsa, si presenta in entrambe le forme; per questo motivo, possiamo ipotizzare che la coppia possa essere caratterizzata da un profilo V1.

Anche il processo risolutivo implementato dalla seconda coppia della classe III, protocollo\_ppt\_9, è molto veloce.

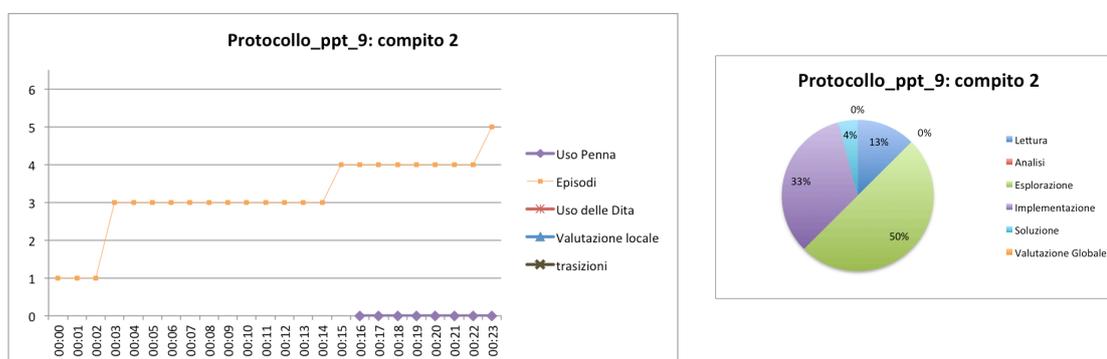


Figura 6.21: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_9, compito 2

In soli 30 secondi, gli studenti risolvono il compito attraverso un processo risolutivo lineare in cui gli episodi non vengono mai interrotti. Come si può notare dal grafico (fig. 6.22) gli studenti passano dalla Lettura, all'Esplorazione, all'Implementazione. L'episodio di Esplorazione si conferma come il più frequente in termini di tempo.

Gli studenti trascorrono i primi 10 secondi in silenzio osservando il foglio che è stato loro consegnato e nel momento in cui I esplicita un tentativo, D completa l'espressione per individuare l'espressione risolutiva (tab. 6.33).

Tabella 6.33: protocollo\_ppt\_8, compito 2, episodi di esplorazione e implementazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:13	I: "6x8, 48"	ES1	Nel momento in cui I fa una proposta a D, D la completa raggiungendo la soluzione.
00:14		ES1	
00:15	D: "più 3, 51"	S1	

Il fatto che gli studenti passino la maggior parte del tempo in silenzio e che il processo risolutivo sia così rapido, non ci dà particolari informazioni per approfondire l'analisi in riferimento ai profili.

In ogni caso, possiamo osservare che non viene implementato alcun episodio di Valutazione (V4) e che non usano carta e penna né per svolgere calcoli né per tenere traccia delle possibili operazioni che potrebbero aver attivato nei secondi di silenzio (C2).

In riferimento alla strategia, non possiamo supporre il tipo di euristica possono aver adottato, ma sicuramente possiamo notare che non hanno utilizzato numeri a due cifre. Anche per il secondo compito possiamo quindi confermare che il sistema di risorse utilizzato sia parziale e per questo possiamo ipotizzare che il profilo di riferimento sia R2.

## 6.5 Risultati del compito “approssimare con i palloncini”

Nel capitolo 3 abbiamo descritto 2 particolari tipologie di compito di approssimare con i palloncini. Esattamente come per il compito della calcolatrice rotta, nel test abbiamo predisposto entrambi i compiti di approssimare con i palloncini.

Nello specifico, in Tabella 6.34 presentiamo la suddivisione degli studenti riferita ad ognuno dei compiti presentati nel test.

Tabella 6.34: suddivisione degli studenti in riferimento ai compiti svolti

<b>compito 1</b>	<b>compito 2</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_5</li> <li>• Protocollo_ppt_5</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_5</li> <li>• Protocollo_ppt_5</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_6</li> <li>• Protocollo_ppt_6</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_6</li> <li>• Protocollo_ppt_6</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_7</li> <li>• Protocollo_ppt_7</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_7</li> <li>• Protocollo_ppt_7</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_9</li> <li>• Protocollo_ppt_9</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Protocollo_cbt_9</li> <li>• Protocollo_ppt_9</li> </ul>

Nei paragrafi che seguono, presentiamo le evidenze emerse dall’analisi dei protocolli condotta attraverso lo strumento di codifica dei comportamenti e i profili identificati nell’analisi a priori, presentati in sintesi in Tabella 6.35, per ognuno dei 2 compiti. In particolare, descriviamo i processi risolutivi di ognuna delle coppie, compito per compito, soffermandoci prima su un ambiente e poi sull’altro.

Il fatto di somministrare la versione II del compito, cioè quella che non prevede la presenza del palloncino e della freccia, elimina o comunque limita notevolmente la possibilità che il compito possa essere percepito come gioco. In questo specifico caso, quindi, i profili riferiti alla percezione del compito non possono essere presi in considerazione. È chiaro che continua ad interessarci il fatto che gli studenti riconoscano il compito come la determinazione di una stima della posizione; in questo caso, il profilo riferito alle risorse può restituirci le informazioni necessarie a tal riguardo.

Tabella 6.35: lista degli indicatori dei profili rispetto alle categorie

<b>Lista degli indicatori dei profili del compito approssimare con i palloncini</b>	
<b>Risorse</b>	<b>R0:</b> Il solutore non richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie per risolvere il compito.
	<b>R1:</b> Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure necessarie per risolvere il compito.
	<b>R2:</b> Il solutore richiama i contenuti matematici e le procedure per risolvere un compito di posizionamento dei numeri sulla retta e non stima della posizione di un numero sulla retta.
<b>Sistema di convinzioni: Familiarità con l'artefatto</b>	<b>P1:</b> i solutori percepiscono il compito come un gioco;
	<b>P2:</b> i solutori percepiscono il compito come un esercizio o problema scolastico di matematica.
<b>Controllo: Valutazione</b>	<b>V1:</b> solutore che attiva processi di valutazione locale e globale.
	<b>V2:</b> solutore che attiva solo valutazione locale delle procedure;
	<b>V3:</b> solutore che attiva solo valutazione globale del processo;
	<b>V4:</b> solutore che non attiva alcun episodio di Valutazione né locale né globale.
<b>Controllo delle procedure</b>	<b>C1:</b> il solutore tiene traccia delle procedure attivate scrivendole passo, passo;
	<b>C2:</b> il solutore tiene traccia delle procedure attivate in modo mnemonico;
	<b>C3:</b> il solutore tiene traccia temporanea delle procedure attivate.
<b>Euristiche</b>	<b>E1:</b> suddividere il segmento ragionando sul rapporto tra il valore da individuare e la lunghezza del segmento.
	<b>E1.1</b> Individuare una partizione del segmento a partire da un'unità di misura numerica
	<b>E1.2</b> Individuare una partizione del segmento a partire da un'unità di misura di lunghezza scelta
	<b>E1.3</b> Lavorare sull'uguaglianza di rapporti tra valore numerico e lunghezza degli intervalli corrispondenti
	<b>E 2:</b> individuare delle partizioni del segmento per approssimazioni successive.
	<b>E2.1</b> Dividere il segmento per dimezzamenti successivi della lunghezza.
	<b>E2.2</b> Individuare la differenza tra il numero e gli estremi e procedere "ad occhio"

Prima di descrivere i risultati raccolti, dobbiamo precisare alcune scelte relative all'ordine con cui abbiamo scelto di somministrare i due compiti di approssimare con i palloncini all'interno del test. Nel capitolo 3 (par 3.4.2.2 e par 3.4.2.3) abbiamo descritto e discusso i compiti partendo da un caso particolare (compito 1) per poi passare ad un caso generale (compito2). Nel formulare le ipotesi a priori, una delle difficoltà che abbiamo ipotizzato è legata proprio al passaggio dal caso particolare a quello più generale. Per evitare che gli studenti interpretino entrambi i compiti come un caso particolare, e quindi considerino il primo estremo sempre nullo, abbiamo scelto di somministrare i compiti in

ordine inverso. In altri termini abbiamo scelto di somministrare prima il compito in cui entrambi gli estremi non sono nulli, compito 2, per poi somministrare quello con primo estremo nullo, compito 1. Tale scelta è stata fatta per evitare che l'aver affrontato per primo il compito 1 possa creare delle difficoltà per lo svolgimento del successivo. Di seguito quindi descriviamo gli approcci adottati dagli studenti nell'ordine in cui i compiti sono stati somministrati loro.

### 6.5.1 Approssimare con i palloncini: compito 2

In questo paragrafo descriviamo i principali risultati emersi dall'osservazione dei protocolli degli studenti che hanno svolto il compito 2 di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale e cartaceo.

Come descritto nel paragrafo precedente, il compito 2 ha la caratteristica di presentare i valori numerici relativi agli estremi del segmento entrambi non nulli. La totalità delle coppie di studenti ha affrontato il compito 2 con le stesse informazioni di quello presentato in Figura 6.22.



Figura 6.22: immagine di approssimare con i palloncini, compito 2

Per la seconda sperimentazione, abbiamo scelto di somministrare i compiti di approssimare con i palloncini nella versione II (discussa e descritta nel cap. 3, par. 3.4.2.5). Si tratta della versione che non prevede la presenza del feedback; essa è stata progettata allo scopo di limitare il più possibile le variazioni riscontrate attraverso la griglia di comparazione dei compiti.

### 6.5.1.1 Compito 2, ambiente digitale

Cominciamo la trattazione prendendo in esame il protocollo della prima coppia di studenti della classe I: protocollo\_cbt\_5 (ricordiamo che i protocolli completi di approssimare i palloncini sono presentati nel capitolo Allegati).

Osservando i grafici temporali (fig. 6.23), possiamo notare che il processo risolutivo è molto rapido e prevede 9 passaggi; in meno di un minuto gli studenti forniscono una soluzione corretta del compito.

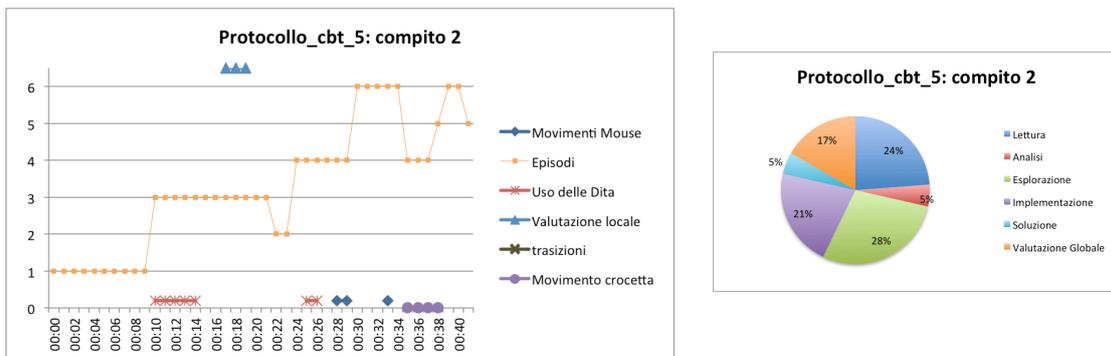


Figura 6.23: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_5, compito 2

Nonostante si tratti di un processo risolutivo molto veloce, possiamo notare che si presentano tutti gli episodi dalla Lettura alla Soluzione. In particolare, alcuni cominciano e finiscono senza essere interrotti, come la Lettura, l'Esplorazione e l'Analisi; mentre altri sono interrotti dall'attivazione della Valutazione Globale, come Implementazione e Soluzione. L'episodio prevalente è l'Esplorazione anche se comunque, il tempo dedicato a questo episodio non è di tanto superiore a quello dedicato all'Implementazione o alla Lettura.

Osserviamo ora il processo risolutivo analizzando la discussione tra i due studenti. Dopo aver letto il testo del compito presentato sulla schermata, A individua velocemente il valore numerico riferito al punto medio (tab. 6.36). In questo modo attiva un episodio di Esplorazione con l'intento di individuare dei punti di riferimento all'interno del segmento.

Tabella 6.36: protocollo\_cbt\_5, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:10	A: "Allora, fai conto che qui c'è 300"	ES1	A indica la metà della linea presentata sullo schermo individuando il valore numerico corrispondente al quel punto. Successivamente, chiede conferma a B che approva.
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14		ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	
00:17	A: "A metà c'è 300, giusto?"	ES1	

00:18		ES1	
00:19	B: "si"	ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	

Subito dopo aver individuato un punto di riferimento, A esplicita la sua percezione del compito come la richiesta di determinare una posizione approssimata (“bisogna andare un pochino a occhio”) (tab. 6.37).

Tabella 6.37: protocollo\_cbt\_5, compito 2, l’episodio di implementazione

00:22	A: "eh, bisogna andare un pochino a occhio"	A1	A esplicita una possibile procedura da seguire
00:23		A1	
00:24		I1	B propone ad A una possibile soluzione e indica con le dita una posizione di poco più avanti della metà e prima dei 3/4
00:25	B: "Io lo metterei qua"	I1	
00:26		I1	
00:27		I1	
00:28	A: "qui dici?"	I2	A indica con il mouse la posizione chiedendo conferma a B
00:29		I2	
00:30	B: "no, più in là"	VG2	A sposta il cursore più a destra secondo le correzioni di B. In questo caso, B sta attuando una valutazione globale sulla correttezza delle posizione indicata da A
00:31	A: "Dove?"	VG2	
00:32	B: "no, più..as"	VG2	
00:33	A: "Destra?"	VG2	
00:34	B: " boh, lì"	VG2	

Osservando l’intera discussione si può notare che gli studenti hanno proceduto rispetto ad una strategia riconducibile al profilo E2.1, infatti, essi hanno individuato il valore numerico riferito al punto medio e successivamente hanno determinato “ad occhio” la possibile posizione relativa a 335 a partire dai tre punti di riferimento presentati sulla linea (punto medio e estremi). Dopo aver posizionato la crocetta, attivano un episodio di Valutazione Globale aggiustando insieme la sua posizione. In conclusione, posizionano la crocetta in un intorno *accettabile* del numero richiesto; in altre parole, se avessero lavorato nella versione I del compito, il palloncino sarebbe scoppiato.

Il fatto di procedere per tentativi obbliga spesso gli studenti ad attivare degli episodi di Valutazione sia Locale che Globale identificandosi nel profilo V1. In aggiunta, dalla discussione possiamo notare che i solutori hanno percepito immediatamente il compito come la richiesta di individuare una posizione approssimativa (“ad occhio”) e riconoscendo le risorse relative alla stima della posizione del numero possono essere classificati nel profilo R1.

In riferimento al sistema di controllo, il fatto di trovarsi in ambiente digitale non dà modo agli studenti di tenere traccia dei punti di interesse se non attraverso il mouse o le dita. Durante il processo risolutivo, infatti, possiamo notare che sono diversi i momenti in cui gli studenti si avvalgono delle dita per indicare il monitor e usano il mouse per spostarsi sul segmento. In questa prospettiva, quindi, gli studenti si identificano nel profilo C3 e cioè con

coloro che tengono una traccia temporanea dei punti di interesse che utilizzano per determinare la posizione della crocetta.

Consideriamo ora il caso del protocollo\_cbt\_6, cioè della seconda classe prima coinvolta nella sperimentazione. I grafici temporali del processo risolutivo (fig. 6.24), mostrano che, anche in questo caso, gli studenti raggiungono la soluzione in poco tempo: circa un minuto.

Il grafico temporale del processo risolutivo mostra diversi passaggi (10), infatti sia

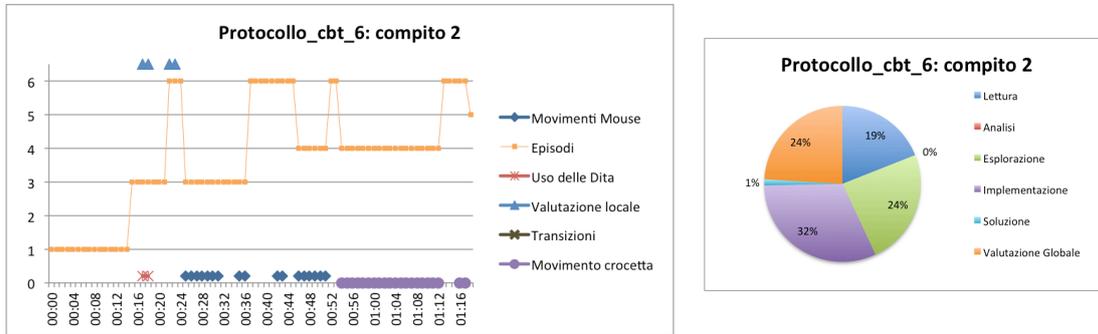


Figura 6.24: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi

protocollo\_cbt\_6, compito 2

l'episodio di Esplorazione che quello di Implementazione presentano delle interruzioni tutte legate all'attivazione dell'episodio di Valutazione Globale.

Dalle discussioni degli studenti (tab. 6.38) si può notare che essi scelgono subito di adottare una strategia per dimezzamenti successivi e dunque si identificano nel profilo E2.1; infatti, dopo aver individuato il valore numerico relativo al punto medio, iterano la procedura per individuare quello corrispondente ai  $\frac{3}{4}$  del segmento.

Tabella 6.38: protocollo\_cbt\_6, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:15	F: "allora, il 300 è più o meno.."	ES2	Mentre F sta parlando, A fa un gesto verso lo schermo come per indicare la metà. In questo caso gli studenti esplorano il compito per individuare un punto di riferimento
00:16		ES2	
00:17	A: "allora, eh, si"	ES2	
00:18		ES2	
00:19		ES2	
00:20	A: "perché la metà"	ES2	
00:21		ES2	
00:22	A: "si, a metà c'è il 300"	VG1	A prende in mano il mouse e lo sposta verso il punto medio per validare il tentativo fatto in precedenza
00:23		VG1	
00:24		VG1	
00:25	A: "quindi..."	ES1	Mentre A riflette F propone di posizionare la crocetta a destra del punto medio senza specificarne chiaramente la posizione. In questo momento procede ancora per tentativi,
00:26	F: "un po' più avanti"	ES1	
00:27		ES1	
00:28		ES1	

00:29		ES1	probabilmente individuando una stima ad occhio.
00:30		ES1	
00:31	A: "allora, qua c'è il 300"	ES2	A continua la ricerca di altri punti di riferimento dimezzando ulteriormente il segmento. Nel fare questo, A sposta il mouse verso i 3/4
00:32		ES2	
00:33		ES2	
00:34		ES2	
00:35	A: "allora, qua c'è il 350"	ES2	
00:36		ES2	

Il fatto che gli studenti procedano per tentativi ci permette di ipotizzare che i solutori abbiano chiaro che si tratta di un compito di stima; anche se non esplicitano chiaramente questa intenzione, possiamo supporre che essi si caratterizzino nel profilo R1. La scelta di adottare una strategia per tentativi comporta, però, l'attivazione di diversi episodi di Valutazione sia Locale che Globale (V1) che causano necessariamente delle interruzioni nel corso dell'intero processo risolutivo

Gli studenti individuano un'approssimazione accettabile in pochi secondi. Il processo risolutivo risulta però più lungo poiché, anche in fase di Implementazione, essi ripetono una seconda volta la stessa procedura. Probabilmente, il fatto di non poter tenere traccia dei punti di riferimento individuati nell'episodio di Esplorazione, se non attraverso le dita e il mouse C3, impone agli studenti di ricominciare dall'inizio e dunque, anche in fase di Implementazione, essi sentono la necessità di individuare i punti di interesse una seconda volta.

il protocollo\_cbt\_7 è relativo all'ultima classe prima che ha affrontato il compito approssimare con i palloncini. Osservando i processi risolutivi rappresentati nei grafici temporali (fig. 6.25), possiamo notare che il processo risolutivo è un po' più lungo rispetto ai precedenti. Gli studenti risolvono il compito in circa 2 minuti.

Dal grafico temporale dei comportamenti, possiamo osservare che l'episodio prevalente è l'Esplorazione il quale viene interrotto più volte da diversi episodi di Valutazione Globale, uno di Implementazione e uno di Analisi. Allo stesso modo, anche l'episodio di Implementazione viene interrotto da due episodi di Valutazione Globale. In questo caso, quindi, possiamo notare un processo risolutivo non lineare, in cui si possono contare 15 passaggi.

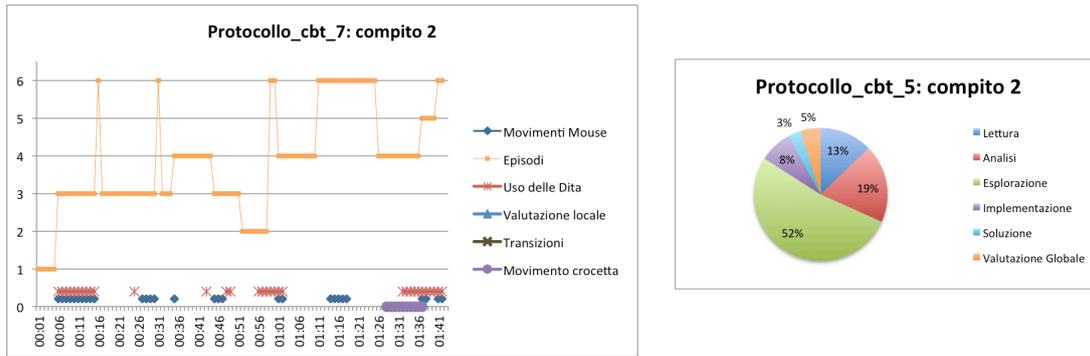


Figura 6.25: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_6, compito 2

Andando nel dettaglio del processo risolutivo, notiamo che gli studenti adottano una strategia per approssimazioni successive. In particolare dimezzano ripetutamente il segmento identificandosi con il profilo E2.1.

Tabella 6.39: protocollo\_cbt\_7, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:06	F: "cioè io farei la metà..."	ES1	F propone di individuare un punto di riferimento sul segmento: la metà. Mentre F parla, A sposta il mouse in corrispondenza del punto medio e F indica con le dita lo stesso punto sullo schermo
00:07		ES1	
00:08		ES1	
00:09	A: "la metà"	ES1	
00:10	F: "la metà della metà che fa 350 e poi...non lo so"	ES1	F. continua a dimezzare, individuando i 3/4 del segmento.
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14		ES1	
00:15		ES1	

In realtà, gli studenti individuano abbastanza velocemente una stima accettabile della posizione del numero sul segmento, ma ciò che li rallenta è la necessità di tenere traccia dei punti di interesse, proprio come per la coppia precedente. In entrambi i casi, infatti, gli studenti caratterizzati dal profilo C3, ripetono la stessa procedura più volte poiché perdono la traccia temporanea tenuta con le dita e il mouse e per questo ricominciano più volte il processo da capo.

In tabella 6.40 presentiamo la discussione in cui per la terza volta gli studenti ripetono le suddivisioni servendosi di dito e mouse per tenere il segno.

Tabella 6.40: protocollo\_cbt\_7, compito 2, l'episodio di implementazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
01:01	A: "quindi...più o meno qua. Quindi fra...oddio, allora...però dobbiam	I1	A muove la crocetta dal "350" verso sinistra ma ha
01:02		I1	

01:03	segnarlo con il dito se no non viene"	I1	difficoltà ad individuare i punti di riferimento e invita il compagno ad indicargliela con il dito
01:04		I1	
01:05		I1	
01:06		I1	
01:07		I1	
01:08		I1	
01:09		I1	
01:10		I1	
01:11		VG2	attraverso un episodio di Valutazione Globale, A. ripercorre tutte le procedure svolte fino a quel momento
01:12	A: "allora vai, così è il 200, così è il 300"	VG2	
01:13		VG2	
01:14		VG2	
01:15		VG2	
01:16	F: "si"	VG2	
01:17	A: "ok, segna col dito il 350; allora io metto il dito qua"	VG2	
01:18		VG2	
01:19		VG2	
01:20		VG2	A mette il dito sul punto medio
01:21	A: "oddio, io metto il dito qua, tu metti il dito lì"	VG2	Mentre A tiene il dito sul punto medio, B lo mette sui 3/4
01:22		VG2	
01:23		VG2	
01:24		VG2	A sposta il mouse sui 3/4
01:25	A: "mettiamo qua il 350"	VG2	
01:26	F: "quindi viene circa..."	I2	A sposta il mouse sull'ipotetico punto corrispondente a 335 che coincide con circa i 5/8 del segmento

Il fatto di essere così puntigliosi nell'individuare ogni singolo punto di riferimento ci suggerisce che gli studenti non hanno percepito la richiesta come quella di individuare una stima della posizione, e quindi la coppia di studenti in questo caso può essere caratterizzata dal profilo R2.

In aggiunta, il ripetere più volte la stessa procedura è segno che il processo di valutazione è costante, come riportato nel grafico temporale. In particolare è molto alta la frequenza dell'episodio di Valutazione Globale ed è assente invece quello di Valutazione Locale. In questo caso, quindi gli studenti possono essere identificati da un profilo V3.

Concludiamo la discussione del compito 2 in ambiente digitale prendendo in esame l'unica coppia di studenti che ha affrontato il compito. Si tratta dell'unica coppia della classe III: il protocollo\_cbt\_9.

Come si osserva dal grafico (fig. 6. 26) l'episodio più frequente è l'Esplorazione; esso copre più del 50% del tempo impiegato dagli studenti per risolvere il compito. In tutto il processo risolutivo, vengono attivati tutti gli episodi ad eccezione dell'Analisi che risulta completamente assente. In generale, il grafico temporale degli episodi mostra un andamento

lineare, infatti, ogni episodio viene attivato e concluso senza alcuna interruzione per un totale di solo 6 passaggi.

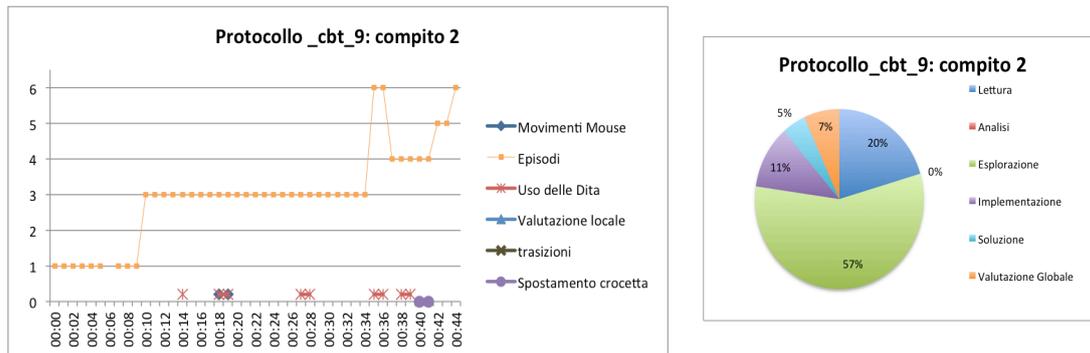


Figura 6.26: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_9, compito 2

Dopo la lettura del testo del compito, gli studenti affrontano il compito partendo da un episodio di Esplorazione. Infatti, dalle discussioni possiamo notare che gli studenti individuano subito un punto di riferimento: il punto medio e il valore numerico ad esso corrispondente. In questo modo, i solutori iterano la procedura e individuano anche il valore numerico riferito ai  $\frac{3}{4}$  del segmento (tab. 6.41).

Tabella 6.41: protocollo\_ppt\_6, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:10		ES1	C. comincia l'episodio di esplorazione individuando il valore numerico relativo al punto medio. Nel farlo, indica il punto medio sulla linea con il dito
00:11	L: "allora"	ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14	C: "qui è 300"	ES1	
00:15		ES1	
00:16	L: "eh, qui è appunto 300"	ES1	L prende il mouse e lo posiziona nel punto medio per tenere traccia della procedura attivata da C
00:17		ES1	
00:18		ES1	C indica sulla linea un punto alla destra del punto medio e rimane in silenzio
00:19		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	L: "aspetta, allora, perché se noi facciamo"	ES1	Prima di cominciare l'implementazione, L invita ad avere pazienza
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25		ES1	
00:26		ES1	
00:27	L: "300, poi dobbiamo fare un quarto, quindi ..."	ES1	L procede con la strategia per dimezzamenti individuando $\frac{3}{4}$ del segmento e indica
00:28		ES1	
00:29		ES1	

00:30		ES1	con la mano il punto della linea
00:31		ES1	

Analizzando la trascrizione (tab. 6.42), notiamo che gli studenti adottano una strategia per dimezzamenti successivi (E2.1). Inizialmente, essi individuano i diversi punti di riferimento facendo affidamento ad un sistema di controllo mnemonico. Nel momento in cui passano dall'Esplorazione all'Implementazione del piano risolutivo, però, decidono di tenere traccia dei punti individuati avvalendosi dell'ausilio delle dita (C3).

Tabella 6.42: protocollo\_cbt\_9, compito 2, l'episodio di implementazione

00:38	L: "aspetta eh, lo mettiamo col dito"	I1	L. tiene il dito sul punto indicato da C.
00:39		I1	
00:40		I2	L. prende la crocetta e la posizione sul dito
00:41		I2	
00:42	C: "si"	S2	Il fatto che L specifichi "a posto" potrebbe indicare un giudizio sulla correttezza della posizione individuata, e quindi una sorta di Valutazione Globale
00:43		S2	
00:44	L: "a posto"	VG1	

In riferimento al sistema di valutazione, possiamo osservare che vengono implementati due diversi episodi di Valutazione Globale e nessun episodio di Valutazione Locale. Tale mancanza ci suggerisce che il profilo di riferimento è V3.

Infine, per quanto riguarda le risorse, è chiaro che scegliere di adottare sin dal primo istante un'euristica basata su dimezzamenti successivi del segmento può darci un suggerimento in riferimento al profilo. È possibile che gli studenti si siano accorti che il compito richiede di individuare una stima della posizione e non una posizione precisa e dunque possiamo pensare che gli studenti si indentifichino con il profilo R1.

### 6.5.1.2 *Compito 2 nell'ambiente cartaceo*

In questo paragrafo consideriamo le coppie di studenti che hanno affrontato il compito 2 nell'ambiente carta e penna. Come per il compito nell'ambiente informatizzato, cominciamo la descrizione dei processi risolutivi prendendo in esame il protocollo\_ppt\_5.

Osservando i grafici temporali del processo risolutivo (fig. 6.27), possiamo notare che il processo risolutivo è rapido; in poco più di un minuto gli studenti forniscono una soluzione corretta del compito.

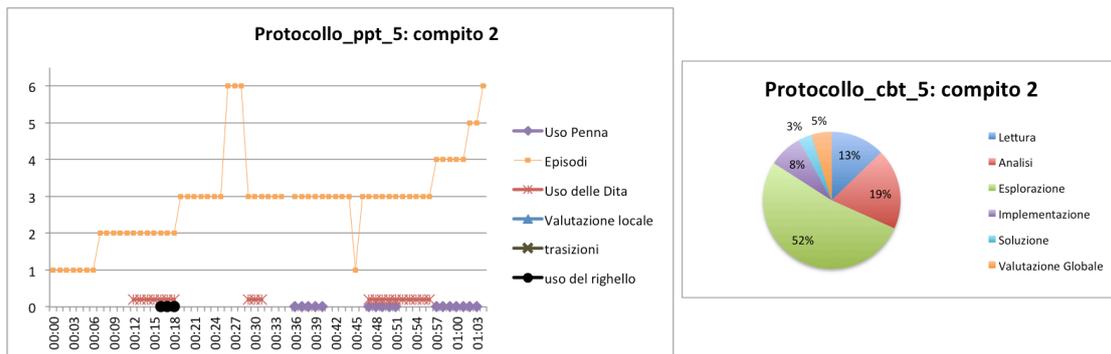


Figura 6.27: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_5, compito 2

L'episodio più frequente è l'Esplorazione, essa viene interrotta solo due volte da un episodio di Valutazione Globale e uno di Lettura. La rappresentazione grafica del processo risolutivo appare con 10 passaggi; a parte l'Esplorazione, nessun altro episodio presenta alcun tipo di interruzione.

Dopo aver letto il testo del compito presentato sul foglio, gli studenti attivano un episodio di Analisi (tab. 6.43). Nel corso di tale episodio, G esplicita l'aver percepito il compito come la richiesta di determinare un'approssimazione della posizione sul segmento riferita al numero indicato in alto e non una posizione precisa ("questo qua è più una roba ad occhio"). Questo aspetto ci permette di ricavare delle informazioni importanti in relazione al profilo delle risorse e per questo immaginiamo che la coppia si identifichi con il profilo R1. Nel resto del tempo dedicato all'episodio di Analisi, gli studenti individuano immediatamente il valore numerico riferito alla lunghezza del segmento attraverso l'utilizzo del righello.

Tabella 6.43: protocollo\_ppt\_5, compito 2, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:07	G: "questo qua è più una roba ad occhio"	A1	G valuta quelle che potrebbero essere le caratteristiche del compito in relazione ad una possibile strategia risolutiva.
00:08		A1	
00:09	R: "si"	A1	
00:10		A1	
00:11		A1	
00:12	G: "allora, se questo è 400 e questo è 200; hanno 200 di differenza"	A1	G indica i due estremi con pollice e indice della stessa mano e determina la differenza tra i valori dei due estremi corrispondente alla lunghezza del segmento.
00:13		A1	
00:14		A1	
00:15		A1	
00:16		A1	
00:17		A1	
00:18		A1	

Dall'Analisi, la coppia passa all'episodio di Esplorazione; dopo qualche tentativo, G procede attraverso una strategia per dimezzamenti successivi identificandosi con il profilo E2.1. Tale procedimento viene iterato diverse volte e alla fine la crocetta viene disegnata in corrispondenza dei 5/8 del segmento (tab. 6.44).

Tabella 6.44: protocollo\_ppt\_5, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:46	G: "sarà...se tipo qua c'è 150..."	ES1	G disegna una stanghetta sui 3/4 della linea e scrive 150 e B la segue con il dito sul foglio. In questo caso, il processo di dimezzamento continua allo scopo di individuare dei punti di riferimento
00:47		ES1	
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50	G: "quindi è circa qua"	ES1	B indica con le dita il punto tra 3/4 e 1/2 e A disegna una stanghetta proprio in quel punto
00:51		ES1	
00:52	G: "si perché qui ci sarà 25 e qui c'è 35"	ES1	Il procedimento per dimezzamento continua; G indica con le dita i 5/8 e poi indica un punto leggermente sulla destra. Ci disegna sopra una stanghetta
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	

L'episodio di Esplorazione è quindi molto articolato poiché in esso viene attivato un processo iterativo per dimezzamenti successivi. Nel fare questo, gli studenti segnano diversi punti di riferimento sulla linea tenendone una traccia attraverso dei segni, che chiamiamo stanghette, sul segmento. In questo caso, quindi, la coppia si identifica con il profilo C1. Il fatto di adottare un'euristica per approssimazioni successive spinge inoltre gli studenti ad attivare più volte la Valutazione Globale, al contrario della Locale che è completamente assente. La coppia si identifica dunque in riferimento al profilo V3.

Consideriamo ora il caso del protocollo\_ppt\_6 cioè la seconda coppia della classe prima che ha affrontato il compito (fig. 6.28). Rispetto a tutte le altre coppie che descriveremo, il processo risolutivo implementato da questi due studenti si rivela essere particolarmente lungo. La coppia, infatti, impiega quasi tre minuti a risolvere il compito.

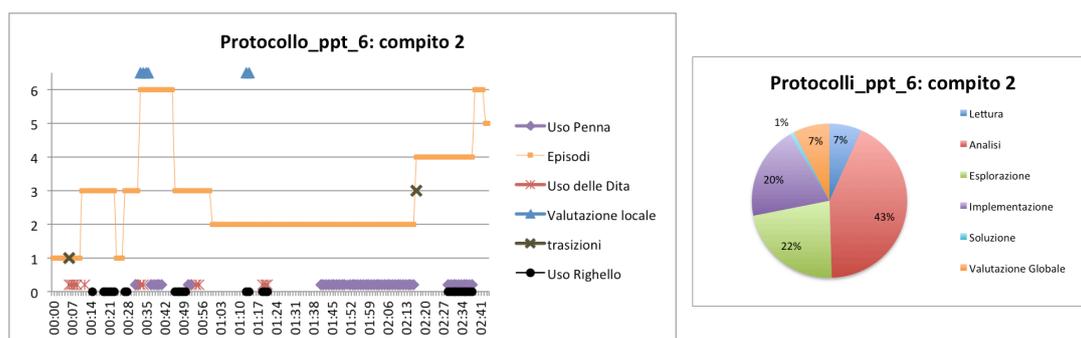


Figura 6.28: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_6, compito 1

Nel grafico temporale si può notare che è stata inserita una variabile aggiuntiva mai presentata fino ad ora relativa all'uso del righello (indicata con una linea nera sull'asse delle ascisse). In generale, l'episodio prevalente è l'Analisi, preceduta temporalmente dall'attivazione di un episodio di Esplorazione. Nessun episodio viene interrotto nel processo risolutivo ad eccezione di quest'ultimo che incontra due interruzioni dovute all'attivazione dell'episodio di Lettura e Valutazione Globale.

Osserviamo ora nel dettaglio il processo risolutivo per chiarire i motivi per cui già osservando il grafico si osserva un andamento apparentemente diverso dal precedente e dai successivi. Il primo impatto con il compito appare molto simile a quello osservato nel protocollo precedente. Sembra che N interpreti il compito come la richiesta di individuare la stima della posizione relativa al valore numerico indicato, infatti lo esplicita esprimendosi con la frase: "dobbiamo vedere dov'è secondo noi il 335." (tab. 6.45). Dopo tale osservazione, N attiva un episodio di Esplorazione ed individua un punto di riferimento: il valore numerico del punto medio. Mentre sta per segnare tale punto sul segmento, si accorge della presenza del righello sul tavolo.

Tabella 6.45: protocollo\_ppt\_6, compito 2, primo impatto con il compito

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:06	N: "quindi dobbiamo vedere dov'è secondo noi il 335"	L5	N esplicita il valore del numero di cui individuare la posizione. Nel farlo indica la linea e il 335
00:07		L5	
00:08		L5	
00:09		L5	
00:10		L5	
00:11	N: "Allora, la metà è sicuramente 300"	ES1	N indica la metà e quindi comincia un episodio di Esplorazione alla ricerca di alcuni punti di riferimento sulla linea.
00:12		ES1	
00:13		ES1	Proprio mentre sta per fare un segno sul punto medio, N si accorge della presenza di un righello sul tavolo e lo prende in mano. In questo caso, il fatto che N voglia fare uso del righello non determina il passaggio ad un episodio di Analisi infatti si rimane nell'esplorazione. L'ausilio del righello infatti le serve solo per individuare il punto medio con precisione e dunque per continuare la procedura che ha appena attivato.
00:14	N: "uh, c'è anche il righello, allora"	ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	

La scelta di ricorrere all'aiuto del righello, però, spinge N. a cambiare strategia e passare dalla ricerca di punti di riferimento (E2) alla costruzione di una scala sul segmento (E1.1).

Come si osserva dalla discussione (tab. 6.46), l'attenzione di N si concentra sulla costruzione di una scala in riferimento rispetto ad una suddivisione definita a priori: in 10 parti.

Tabella 6.46: protocollo\_ppt\_6, compito 2, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
01:00	N: "per fare i trentacinque bisogna trovare..."	A3	Il fatto che N faccia riferimento al valore 30 significa che sta considerando un compito analogo per cui l'intervallo 300-400 su cui posizionare 335 è equivalente a posizionare 35 nell'intervallo 0-100.
01:01		A3	
01:02	L: "dieci, dieci, dieci"	A2	L porge ad N il righello; nella sua esclamazione probabilmente propone ad A di individuare una partizione del segmento che corrisponde ad un'unità numerica di 10 per poi disegnare la crocetta in corrispondenza della terza tacchetta. In questa prospettiva è possibile che L abbia accettato la proposta di N e abbia individuato nel "30" una buona approssimazione di "35". A questo punto, L posiziona il righello sulla linea.
01:03		A2	
01:04	N: "esatto, bisognerebbe trovare quanto vale 10"	A2	
01:05		A2	

La ricerca della misura dell'intervallo corrispondente al valore numerico 10 porta N fuori strada, infatti, l'allievo non individua l'operazione corretta per individuare tale valore. Tale errore porta successivamente gli studenti a fornire una soluzione errata (tab. 6.47).

Tabella 6.47: protocollo\_ppt\_6, compito 2, l'episodio di analisi\_2

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
01:19	N: "300, uno, due, tre, quattro, cinque"	A1	N parte indicando lo zero sul righello, e poi contando di centimetro in centimetro. Attraverso questa procedura individua la lunghezza della metà del segmento che stanno prendendo in esame.
01:20		A1	
01:21		A1	
01:22		A1	
01:23		A1	
01:24	N: "em, cinque, diciamo. Emmm quindi 6"	A1	
01:25		A1	
01:26		A1	
01:27		A1	
01:28		A1	
01:29		A2	
01:30		A2	
01:31		A2	

01:32	N: "quindi, 100 diviso 6 quanto fa?"	A2	N propone dunque di dividere la distanza numerica per la distanza in cm
01:33		A2	
01:34		A2	
01:35		A2	
01:36		A2	
01:37		A2	
01:38		L: "fallo"	
02:23	N: "quindi in teoria 16 millimetri sarebbe 10, no?"	I2	Dopo aver svolto la divisione, N male interpreta il quoziente ricavato in precedenza. Per ottenere la lunghezza in centimetri corrispondente a 10 unità numeriche, avrebbe dovuto dividere 6 cm in 10 parti.
02:24		I2	
02:25		I2	
02:26		I2	
02:27		I2	
02:28		I2	

La coppia del protocollo\_ppt\_6 è la prima che non riesce a raggiungere un risultato corretto. La scelta di adottare una strategia riconducibile al profilo E1, li porta su una strada che li conduce all'errore. Come avevamo ipotizzato nel capitolo 3, infatti, la scelta di individuare una scala richiede una valutazione complessa delle procedure, che comporta il passaggio e il coordinamento di due diverse rappresentazioni: grafica e algebrica.

In conclusione, questi studenti si identificano con il profili R2, infatti interpretano il compito come la richiesta di individuare una posizione precisa relativa al valore numerico presentata. In questo caso, l'ambiente carta e penna ha permesso agli studenti di avvalersi della possibilità di fare dei segni sulla linea. In questo modo, essi si configurano nel profilo C1, infatti, più volte indicano con la matita i diversi punti che individuano per raggiungere la soluzione. Nell'intero processo risolutivo, notiamo inoltre che gli studenti si servono più volte di episodi di Valutazione sia Locale che Globale (V1), ma questi non bastano per assicurare agli studenti un controllo sull'effettiva correttezza del risultato. In effetti, nonostante gli episodi di Valutazione siano abbastanza regolari e ogni passaggio sia indicato sulla linea attraverso dei segni, gli studenti non attivano mai uno specifico episodio di Valutazione in riferimento alla procedura attivata per l'individuazione della scala.

Prendiamo ora in esame il caso del protocollo\_ppt\_7 (fig. 6.29). Il processo risolutivo è rapido e lineare (6 passaggi); in 30 secondi gli studenti risolvono correttamente il compito attivando tutti gli episodi ad eccezione della Valutazione sia Locale che Globale. L'episodio prevalente è l'Analisi, ed è l'unico che viene interrotto per attivare un breve episodio di Esplorazione.

Entriamo nel merito del processo risolutivo; inizialmente S propone di dividere la linea

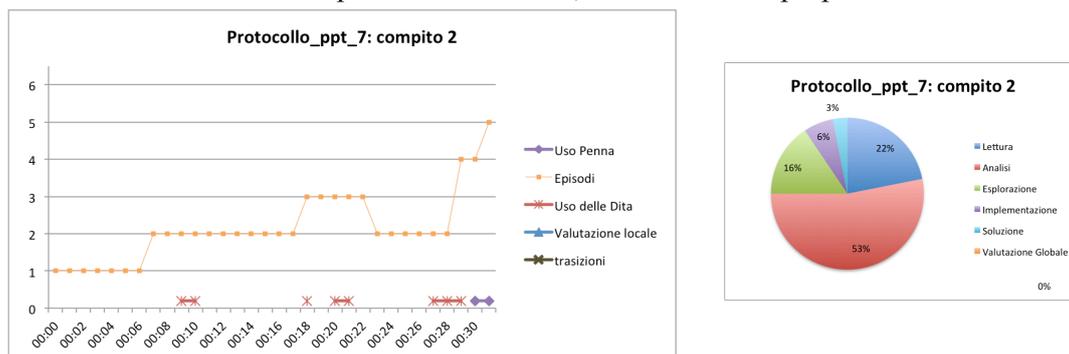


Figura 6.29: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_7, compito 1

con lo scopo probabilmente di determinare una scala (tab. 6.48). Alla luce di ciò, possiamo pensare che inizialmente S si caratterizzi attraverso il profilo E1. Sulla base della proposta di S, G suggerisce di suddividere il segmento in 200 parti (E1.1) esplicitando quindi la volontà di individuare una ripartizione del segmento in riferimento ad un'unità di misura numerica pari a 1.

Tabella 6.48: protocollo\_ppt\_7, compito 2, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:07	S: "allora"	A1	S indica con la penna la linea sul foglio e attiva un episodio di Analisi proponendo di ripartire il segmento in 200 parti. In questo caso quindi vorrebbe individuare una partizione considerando che una parte corrisponda all'unità.
00:08		A1	
00:09	S: "Allora, intanto qua dobbiamo dividerla"	A2	
00:10		A2	
00:11		A2	
00:12	S: "tipo"	A2	
00:13		A2	
00:14		A2	
00:15	G: "va beh, 200 parti però"	A2	

Pochi secondi dopo, lo studente stesso si accorge dell'impossibilità di applicare la strategia appena proposta e quindi sposta la sua attenzione alla ricerca di un punto di riferimento: la metà (tab. 6.49). A partire dall'individuazione dal valore numerico relativo del punto medio, gli studenti trovano una soluzione accettabile: La scelta di cambiare strategia provoca quindi un passaggio da un profilo E1 ad un profilo E2, in particolare E2.1.

Tabella 6.49: protocollo\_ppt\_7, compito 2, l'episodio di analisi\_2

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:18	G: "il 300 è a metà"	ES1	Probabilmente, G si è accorto che la sua proposta è difficilmente implementabile. Per questo motivo abbandona l'episodio di analisi per

00:19		ES1	passare all'Esplorazione. In particolare individua il valore numerico relativa al punto medio e nel farlo lo indica con il dito
00:20	S: "si"	ES1	G indica la linea e poi si ferma ancora sul punto medio
00:21	G: "perché...il 300 è esattamente qua"	ES1	
00:22	S: "allora qua si deve"	ES1	Sulla base della proposta di G, S prova a dire qualcosa ma G lo interrompe analizzando le caratteristiche del valore numerico presentato nella consegna in relazione ai valori dei tre punti di riferimento che hanno a disposizione. Durante questa analisi, G scorre con il dito partendo dalla metà del segmento al secondo estremo e poi torna indietro
00:23	G: "aspetta poi, 65; quindi 65 da qua e 35 da qui e sta qui"	A1	
00:24		A1	
00:25		A1	
00:26		A1	
00:27		A1	
00:28		I2	
00:29		I2	S si avvicina con la penna e disegna una crocetta in prossimità del dito G
00:30		I2	
00:31		S2	

Il processo risolutivo è molto veloce ma può darci qualche informazione in relazione ai profili. Per quanto riguarda le risorse, è chiaro che dopo pochi secondi gli studenti si accorgono che il compito richiede di individuare la stima della posizione e non la posizione precisa del numero indicato sulla linea. In questa prospettiva è possibile ipotizzare che il profilo di riferimento sia passato da R2 a R1.

Nel grafico temporale possiamo osservare che gli studenti non attivano alcun episodio di Valutazione e quindi si caratterizzano rispetto al profilo V4. Sempre in riferimento al sistema di controllo, nonostante l'ambiente cartaceo dia la possibilità di segnare con la penna i punti di riferimento individuati, gli studenti scelgono di non farlo affidandosi completamente ad un sistema di controllo mnemonico (C2).

Concludiamo la trattazione del compito 2 considerando il caso della classe III. Osservando i grafici temporali del protocollo\_ppt\_9 (fig. 6.30), possiamo notare che il processo risolutivo risulta abbastanza lungo dove gli episodi si susseguono senza alcuna interruzione. Come per la coppia del protocollo\_ppt\_6, notiamo che nel corso del processo risolutivo, gli studenti si avvalgono dell'ausilio del righello.

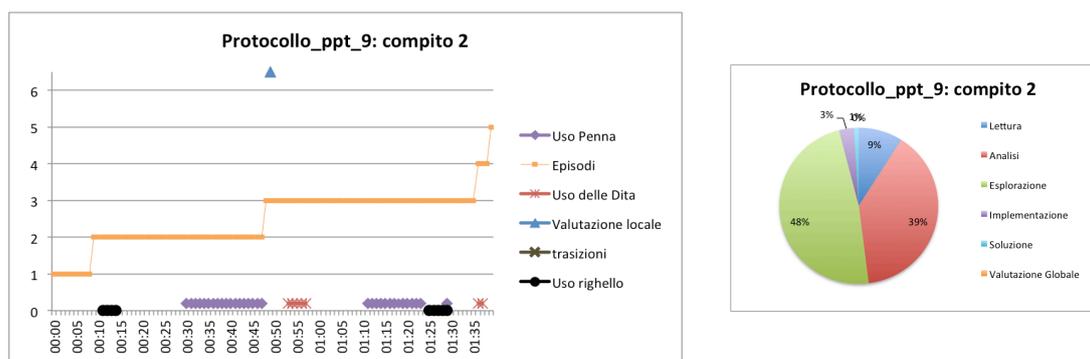


Figura 6.30: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi  
protocollo\_ppt\_7, compito 1

Entriamo nel dettaglio e analizziamo le discussioni degli studenti. In tabella 6.50 sono presentati i primi momenti di discussione che seguono alla Lettura. Si tratta in particolare di un episodio di Analisi.

Tabella 6.50: protocollo\_ppt\_9, compito 2, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:11		A1	D posiziona il righello sul segmento e ne misura la lunghezza. In questo caso, quindi, attiva un episodio di Analisi
00:12		A1	
00:13		A1	
00:14		A1	
00:15	D: "11 e mezzo"	A1	
00:16		A1	
00:17		A1	
00:18		A1	In questo lasso di tempo gli studenti stanno in silenzio. Probabilmente cercano di capire cosa possono farsene della misura appena ricavata
00:19		A1	
00:20	D: "quindi"	A1	
00:21		A1	
00:22		A1	
00:23		A1	
00:24		A1	
00:25		A1	
00:26		A1	
00:27		A1	
00:28	D: "200 diviso 11?"	A1	D propone di dividere 200 per la lunghezza del segmento in modo da individuare il valore numerico corrispondente ad 1 cm. D svolge il calcolo sul foglio
00:29		A1	
00:30		A1	
00:31		A1	
00:32		A1	
00:33		A1	
00:34		A1	
00:35		A1	

Inizialmente, sembra che gli studenti abbiano percepito il compito come la richiesta di individuare una posizione precisa riferita al valore numerico indicato nel testo del compito

(R2). Infatti, essi scelgono di individuare una scala sul segmento partendo dall'unità di misura in cm (E1.2).

Solo dopo qualche secondo, mentre il compagno è ancora alla ricerca del risultato del calcolo eseguito sul foglio, I. propone al compagno di abbandonare tale strategia per adottarne una per dimezzamenti successivi (tab. 6.51).

Tabella 6.51: protocollo\_ppt\_9, compito 2, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:48	I: "no, fai 11,5 diviso 2"	ES1	Mentre D. sta svolgendo la divisione, I propone una strategia differente: individuare il punto medio.
00:49	D: "perché"	ES1	D. non capisce il motivo si questa proposta.
00:50		ES1	I chiarisce la sua volontà di adottare una strategia per dimezzamenti successivi.
00:51		ES1	
00:52	I: "perché così scopri 300"	ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	I indica con le dita il punto medio del segmento.
00:56		ES1	
00:57		ES1	
00:58	D: "è vero"	ES1	
			D. sceglie di seguire la proposta di I.

Dopo questa scelta, gli studenti individuano una soluzione accettabile in pochi secondi. Nell'adottare la nuova strategia per tentativi, possiamo notare che gli studenti tengono traccia con la penna dei diversi punti di riferimento e dunque si identificano rispetto al profilo C1. Per quanto concerne la Valutazione invece il profilo di riferimento è V4 infatti possiamo notare che si tratta di episodi completamente assenti nel corso del processo risolutivo.

### 6.5.2 Approssimare con i palloncini: compito 1

In questo paragrafo descriviamo i principali risultati emersi dall'osservazione dei protocolli degli studenti che hanno svolto il compito 1 di approssimare con i palloncini in ambiente digitale (par. 6.5.2.1) e cartaceo (par. 6.5.2.2), elencati nella Tabella 6.39.

Il compito 1 ha la caratteristica di presentare un intervallo che ha l'estremo di sinistra pari a zero, e dunque come già detto, si tratta di un caso particolare rispetto al compito precedente (fig. 6.31).

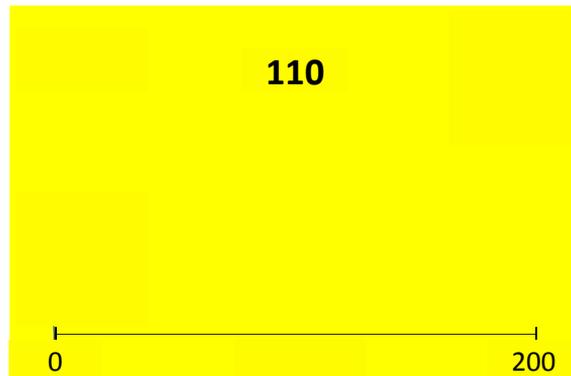


Figura 6.31: immagine di approssimare con i palloncini, compito 1

Tutti gli studenti hanno affrontato lo stesso compito 1 (come riportato in figura 6.31): individuare la posizione approssimata di 110 in un segmento di estremi 0 e 200.

### 6.5.2.1 Compito 1, ambiente digitale

In questo paragrafo consideriamo le coppie di studenti che hanno affrontato il compito 1 nell'ambiente digitale. Come per il compito precedente, cominciamo la trattazione riprendendo il caso del protocollo\_cbt\_5.

Osservando i grafici temporali del processo risolutivo (fig. 6.32), possiamo notare che il processo risolutivo è molto rapido; in meno di 20 secondi gli studenti forniscono una soluzione accettabile del compito e attivano 5 passaggi.

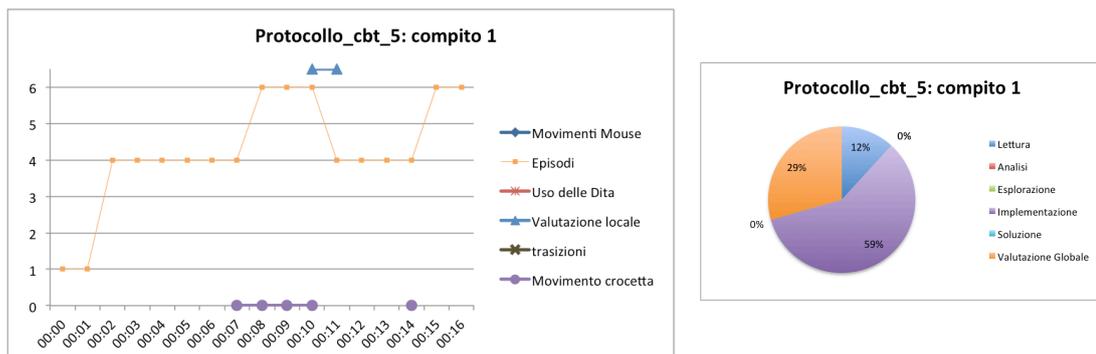


Figura 6.32: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_5, compito 1

In questi pochi secondi, il processo presenta solo 5 passaggi; tale numero risulta essere di molto inferiore rispetto al quello registrato nel compito precedente. In questo caso, infatti, vengono attivati solo 3 episodi e si osserva un'unica interruzione dell'episodio di Implementazione a causa dell'attivazione di un episodio di Valutazione Globale.

In dettaglio, dopo aver osservato velocemente il compito, gli studenti passano immediatamente all'implementazione e dunque al posizionamento della crocetta.

Come si osserva nella trascrizione, gli studenti indentificano immediatamente la posizione approssimativa del valore numerico in un intorno del punto medio (tab. 6.52)

Tabella 6.52: protocollo\_cbt\_5, compito 1, l'episodio di implementazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:02	A: "110 sarà metà più una tacchetta"	I1	A propone una strategia per individuare la posizione in cui posizionare la crocetta.
00:03		I1	
00:04		I1	
00:05		I1	
00:06		I1	
00:07		I1	
00:08	A: "metà...una tacchetta"	I1	
00:09		VG1	B posta la crocetta verso la metà e chiede conferma ad A sulla correttezza del punto individuato
00:10	B: "metà è qui?"	VG1	
00:11		I2	In questo caso si chiarisce cosa A intenda per tacchetta poiché gli studenti dopo aver posizionato la crocetta sul segmento si servono dei cursori di movimento per spostarla. B clicca sul tasto "sposta a destra" del tastierino direzionale.
00:12	A: "si, più una tacchetta verso 200"	I2	
00:13		I2	
00:14	B: "così"	I2	
00:15	A: "si"	VG2	A conferma la posizione della crocetta valutandone la correttezza. In effetti la crocetta è posizionata in un intorno corretto del valore richiesto.
00:16	B: "m"	VG2	

Trattandosi di un processo così rapido non si hanno particolari informazioni che permettano una classificazione chiara del profilo. In ogni caso, abbiamo osservato che gli studenti non si avvalgono delle dita e del mouse per tenere traccia dei punti di interesse, quindi il profilo di riferimento in questo caso è C2. Per quanto riguarda le euristiche, il fatto che facciano riferimento alla "metà" ci indica che il profilo di riferimento si mantiene E2, in particolare E2.1, esattamente come per il compito precedente. Gli episodi di Valutazione Locale e Globale sono entrambi presenti (V1) e immaginiamo che le risorse considerate rimangano le stesse del compito precedente anche se riferite alle informazioni di questo specifico compito (R1).

Andando avanti nella trattazione, passiamo al protocollo\_cbt\_6.

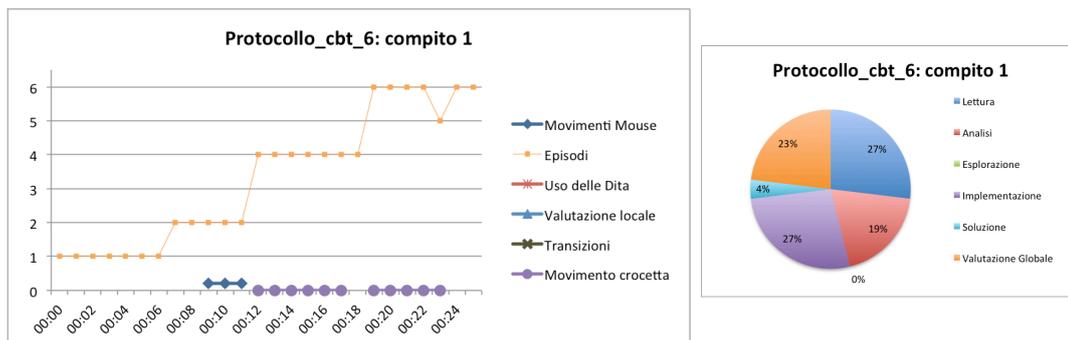


Figura 6.33: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_6, compito 1

Il processo risolutivo, come presentano le immagini (fig. 6.33), è molto breve e l'episodio predominante risulta essere ancora una volta l'Implementazione. In generale, il processo risolutivo è lineare infatti alcun episodio viene interrotto da altri, se non la Valutazione Globale durante la quale gli studenti individuano la soluzione del compito.

Esattamente come nel compito precedente, gli studenti adottano una strategia per dimezzamenti successivi (E2.1); in questo caso, si accorgono subito che la crocetta deve essere posizionata in un intorno del punto medio. Per questo motivo non proseguono con ulteriori dimezzamenti del segmento e passano direttamente all'Implementazione (tab. 6.53).

Tabella 6.53: protocollo\_cbt\_6, compito 1, il processo risolutivo

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:06	F: "110"	L5	
00:07	A: "il cento"	A2	
00:08	F: "il 100 è a metà; il 110 è un po' più avanti"	A2	A, sembra ricercare nuovamente il punto di riferimento corrispondente alla metà; comincia a spostare il mouse verso la metà. In questo caso, riproponendo la stessa strategia implementa un episodio di Analisi.
00:09		A2	
00:10		A2	
00:11		A2	
00:12		I2	A trascina immediatamente la crocetta alla destra del punto medio quindi passa dall'Analisi all'Implementazione.
00:13		I2	
00:14		I2	
00:15		I2	
00:16		I2	
00:17	A: "mmm, qua?"	I2	
00:18		I2	
00:19	F: "un po' più indietro; un pelo più indietro forse"	VG2	F propone di aggiustare la posizione attivando un episodio di
00:20		VG2	

00:21		VG2	Esplorazione. A sposta indietro leggermente la crocetta.
00:22		VG2	
00:23		S1	A posiziona la crocetta.
00:24	F: "si, direi che va bene"	VG2	F dichiara di essere d'accordo sulla
00:25		VG2	posizione individuata.

Per quanto riguarda le risorse, sembra che il profilo di riferimento rimanga R1; allo steso modo, si mantiene anche per questo compito il profilo riferito al sistema di controllo. Anche in questo caso, infatti, gli studenti si avvalgono del mouse per tenere traccia della posizione del punto medio (C3). In aggiunta, per questo compito, possiamo osservare che, al contrario del precedente, gli studenti non attivano mai l'episodio di Valutazione Locale ma solo un episodio di Valutazione Globale; per questo motivo, il profilo degli studenti passa da V1 a V3.

Il protocollo\_cbt\_7 è l'ultima coppia di classe I che ha affrontato il compito 1. Come si osserva dal grafico temporale (fig. 6.34) possiamo osservare che, anche per loro, il processo risolutivo è molto breve, ed ha una durata di meno di un minuto.

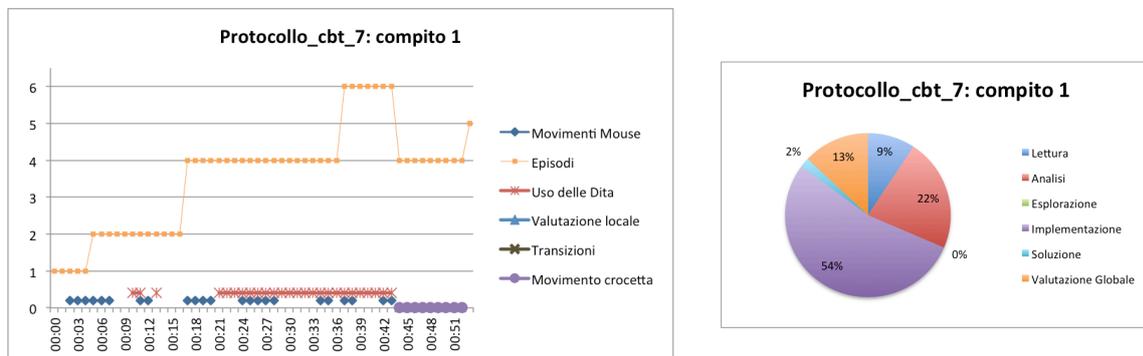


Figura 6.34: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_7, compito 1

Si tratta del secondo compito che la coppia affronta e si può notare che la rappresentazione temporale del processo risolutivo è costituito da un numero basso di passaggi, 6. In particolare, ogni episodio viene attivato senza alcuna interruzione, ad eccezione dell'implementazione che viene interrotta una sola volta dall'attivazione dell'episodio di Valutazione Globale.

Per quanto riguarda le euristiche, gli studenti scelgono di procedere anche questa volta per dimezzamenti successivi (E2.1). Ogni volta che individuano un punto di interesse ne tengono traccia con dita e mouse mantenendo un profilo C3 (tab. 6.54).

Tabella 6.54: protocollo\_cbt\_7, compito 1, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00		L3	Gli studenti osservano il compito in silenzio
00:01		L3	
00:02	A: "110, 0 e 200. Allora ovviamente è più vicino al 200; la metà è 100, quindi più o meno qua"	L5	A indica con il mouse il 110 e i due estremi mentre parla
00:03		L5	
00:04		L5	

00:05		A1	A muove il mouse verso la metà e indica un punto sulla sua destra
00:06		A1	
00:07		A1	
00:08	F: "e la metà della metà è 100"	A2	F individua un nuovo punto di interesse
00:09		A2	
00:10		A2	F indica sul monitor il punto medio del segmento
00:11	A: "150 che è qui"	A2	A indica con il mouse i 3/4
00:12		A2	
00:13	A: "metti il dito"	A2	F sta per mettere il dito sui 3/4

Il processo risolutivo è breve, nonostante ciò e gli studenti abbiano mantenuto gli stessi profili del compito precedente. Infatti, anche in questa occasione, viene attivato un episodio di Valutazione Globale mentre è completamente assente la Valutazione Locale (V3). Allo stesso modo, il fatto di ripetere più iterazioni della procedura, potrebbe indicare che il profilo di riferimento in relazione alle risorse rimane sempre R2; è possibile infatti che gli studenti faticino a riconoscere il fatto di poter presentare come soluzione la stima della posizione e non la posizione esatta del punto riferito al numero indicato sulla linea.

L'ultima coppia che ha affrontato il compito 1 nell'ambiente digitale è il protocollo\_cbt\_9 e quindi la coppia della classe III.

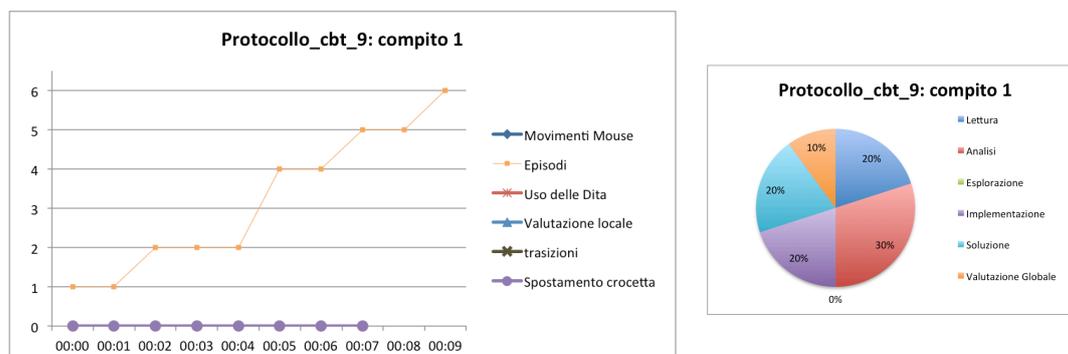


Figura 6.35: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_cbt\_9, compito 1

Esattamente come nel compito 2, il processo risolutivo è molto rapido. In soli 10 secondi gli studenti forniscono una soluzione corretta del compito.

Nel momento in cui gli studenti osservano il compito, si accorgono subito che, individuato il primo punto di riferimento (la metà), essa già si presenta come una stima accettabile della posizione relativa al valore numerico presentato. Per questo motivo, posizionano istantaneamente la crocetta alla destra del punto medio (tab. 6.55).

Tabella 6.55: protocollo\_cbt\_9, compito 1, il processo risolutivo

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00		L3	L prende subito con il mouse la crocetta e la muove passando dalla metà e
00:01		L3	
00:02	L: "eh, qui; quant'è la metà"	A4	

00:03		A4	spostandosi sulla destra
00:04		A4	
00:05	C: "100, ecco lì"	I2	L posiziona la crocetta leggermente sulla destra del punto medio in accordo con C
00:06		I2	
00:07	I2		
00:08		S2	Gli studenti trovano un intorno accettabile del punto relativo al valore numerico
00:09	C: "ok"	VG1	

La soluzione viene raggiunta così velocemente da non permettere particolari inferenze in relazione ai profili. Per questo motivo, ipotizziamo che gli studenti mantengano gli stessi profili del compito precedente (R1, E2, V3). L'unica differenza si può riscontrare in riferimento al sistema di controllo; questa volta, infatti, gli studenti non si avvalgono dell'ausilio delle dita o della penna per tenere traccia dei punti, ma posizionano la crocetta direttamente sul segmento. In questo senso, il profilo di riferimento potrebbe essere C2 e quindi quello di coloro che si avvalgono di un sistema di controllo mnemonico.

**6.5.2.2 Compito 1, ambiente cartaceo**

Dopo aver affrontato il compito 2 nell'ambiente cartaceo, gli studenti si trovano a lavorare con il compito 1. Riprendiamo nell'ordine i diversi protocolli per osservare e analizzare i processi risolutivi attivati.

Osservando i grafici temporali del processo risolutivo del protocollo\_ppt\_5 (fig. 6.36), possiamo notare che il processo risolutivo è molto rapido; in poco più di 20 secondi gli studenti forniscono una soluzione accettabile del compito.

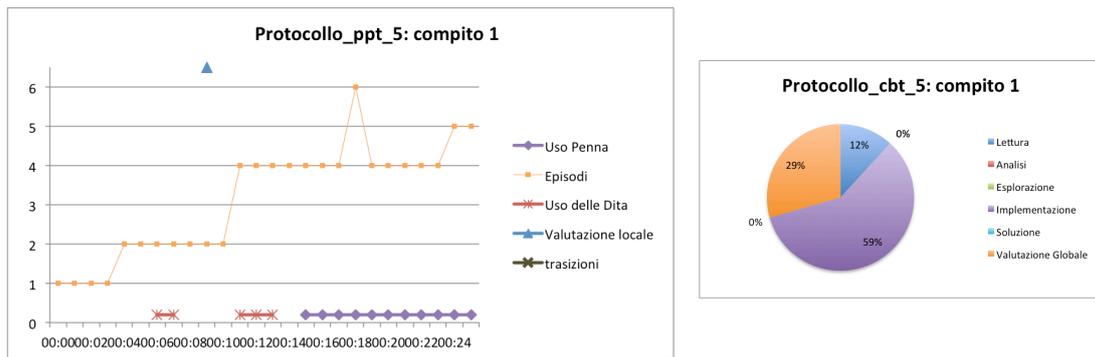


Figura 6.36: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_5, compito 1

L'episodio più frequente in questo caso è l'Implementazione. La rappresentazione grafica del processo risolutivo appare abbastanza lineare dato che l'episodio di Implementazione viene interrotto una sola volta dall'episodio di Valutazione Globale.

A seguito della Lettura, R esplicita immediatamente l'analogia tra questo compito e quello precedentemente risolto. Anche in questo caso, i due studenti implementano la stessa strategia per dimezzamenti successivi senza però iterare la procedura più volte dato che,

individuato il valore numerico corrispondente al punto medio, si accorgono subito che il numero dovrà essere posizionato in un suo intorno, in particolare sulla destra (tab. 6.56).

Tabella 6.56: protocollo\_ppt\_5, compito 1, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:04	R: "anche qua la stessa cosa"	A4	R individua un'analogia tra questo compito e il precedente.
00:05		A4	
00:06	G: "qua ci sarà il 100"	A2	G e R indicano con le dita il punto medio del segmento. In questo caso ripercorrono una strategia per dimezzamenti già utilizzata in precedenza. In questo caso, non si tratta di esplorazione bensì di analisi.
00:07		A2	
00:08		A2	

Dopo questa considerazione, gli studenti disegnano subito una crocetta ed individuano una posizione accettabile relativa alla stima della posizione del numero 110.

In riferimento ai profili, non è possibile sviluppare particolari inferenze dato che il procedimento risolutivo è rapido. Sicuramente, anche per questo compito, gli studenti attivano un'euristica per tentativi e nel farlo sono consapevoli di poter trovare la stima della posizione e non un punto preciso. Per questo motivo, possiamo pensare che i profili di riferimento siano gli stessi che sono stati individuati nel compito precedente (R1, C1, V3).

In figura 6.37 sono presentati i grafici temporali che rappresentano il processo risolutivo implementato dalla coppia di studenti del protocollo\_ppt\_6.

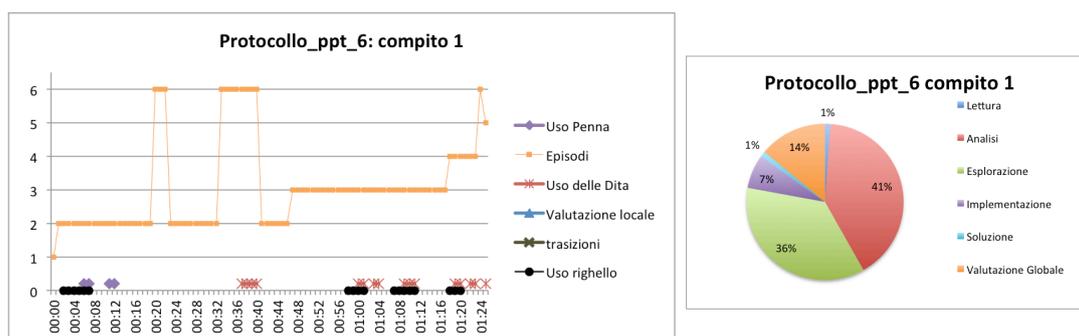


Figura 6.37: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_6, compito 1

Rispetto al primo compito, i tempi di risoluzione si sono accorciati di un minuto ma il processo risolutivo appare ancora a passaggi, infatti, possiamo notare che l'episodio di Analisi viene interrotto da due episodi di Valutazione Globale.

In questo caso gli studenti praticamente bypassano l'episodio di Lettura per affrontare il compito attraverso le stesse procedure che avevano utilizzato per il compito precedente. Per questo motivo, l'episodio di riferimento è l'Analisi e non l'Esplorazione dato che scelgono di riproporre una strategia già adottata in precedenza individuando l'analogia tra il compito che affrontano e quello appena concluso (tab. 6.57).

Tabella 6.57: protocollo\_ppt\_6, compito 1, l'episodio di analisi

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:13	L: "Ah, mm, dividi in 10 parti"	A2	L riposiziona il righello sulla linea e propone di dividere la seconda metà del segmento in 10 parti. Anche questa volta pare che l'intenzione sia quella di costruire una scala con un'unità di misura corrispondente a 10; a differenza del compito precedente, però L propone una procedura algebrica corretta.
00:14		A2	
00:15		A2	
00:16		A2	Prima di cominciare ad implementare la proposta di L, N chiede conferma
00:17		A2	
00:18		A2	
00:19	N: "aspetta, eh"	A2	
00:20		A2	
00:21	N: "dobbiam trovare 110? Em, 10, no?"	VG1	
00:22		VG1	
00:23		VG1	
00:24	N: "quindi se dividiamo il 100 in 10 parti...dovrebbe far 10"	A2	N ripete la procedura mettendo enfasi sul significato geometrico del valore che si ottiene tramite la suddivisone in 10 parti
00:25		A2	
00:26		A2	
00:27		A2	
00:28		A2	
00:29		A2	
00:30		A2	
00:31		A2	
00:32		A2	

Per individuare la lunghezza relativa a 10, decidono di misurare la lunghezza del segmento considerandone però una sua parte: l'intervallo tra il punto medio e il secondo estremo. Il valore che individuano è circa 6 cm; tale valore blocca però la procedura poiché gli studenti non sanno come continuare. Questa difficoltà conduce L a proporre una nuova strategia e, nel farlo, attiva un episodio di Esplorazione (tab. 6.58).

Tabella 6.58: protocollo\_ppt\_6, compito 1, l'episodio di esplorazione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:47	L: "ah, perché ti rimane sempre il 6 lì; cosa te ne fai del 6? Trovi la metà..."	ES1	Individuata la misura, L continua a non saper cosa farci. Probabilmente si aspettava di trovare un valore diverso. A questo punto propone una nuova strategia: dividere nuovamente a metà
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	

Procedendo per dimezzamenti successivi, questa volta, gli studenti individuano una posizione accettabile in cui disegnare la crocetta (tab. 6.59).

Tabella 6.59: protocollo\_ppt\_6, compito 1, l'episodio di esplorazione e soluzione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
01:01	N: "quindi la metà è tre"	ES1	
01:02		ES1	
01:03	N: "e questo è 50, no?"	ES1	A scrive sulla nuova tacca relativa a $\frac{3}{4}$ del segmento il numero 50
01:04		ES1	
01:05		ES1	
01:06		ES1	
01:07	N: "poi, troviamo questo che sarebbe 25"	ES1	N continua i dimezzamenti e segna con una tacca la metà della metà corrispondente ai $\frac{5}{8}$ della linea e scrive sopra 25
01:08		ES1	
01:09		ES1	
01:10		ES1	
01:11		ES1	
01:12	N: "eh, 25; farebbe 12,5. Aaah, va beh"	ES1	ipoteticamente trova il valore numerico riferito ad un'ulteriore metà ma non fa ancora segni
01:13		ES1	
01:14		ES1	
01:15		ES1	
01:16		ES1	
01:17		ES1	
01:18	N: "12,5; quindi la metà sarebbe 12,5"	ES1	N disegna una nuova tacca nella successiva metà che aveva preso in considerazione in precedenza
01:19		ES1	
01:20		ES1	
01:21	N: "un po' prima...mettiamo qua?"	I2	N disegna una tacchetta poco prima della tacchetta appena segnata corrispondente al 12,5
01:22		I2	
01:23		I2	
01:24	L: "ss"	VG2	L è concorde
01:25	N: "110"	S1	A scrive 110 sulla nuova tacca

Per risolvere il secondo compito, gli studenti passano da una strategia ad un'altra. Inizialmente tentano di individuare una ripartizione della linea a partire da un'unità di misura fissata (E1.1) e poi passano all'individuazione di un punto di riferimento a partire da dimezzamenti successivi del segmento (E2.1). Attraverso questa seconda strategia, la coppia riesce a risolvere il compito.

Il fatto che gli studenti abbiano scelto di cambiare prospettiva nella scelta delle euristiche non ci fornisce però delle informazioni in merito alle risorse riconosciute come disponibili. È possibile che gli studenti siano ancora identificabili con il profilo R1. Questa ipotesi potrebbe trovare conferma dal fatto che, nonostante adottino un metodo per approssimazioni successive, essi lo iterano diverse volte, al fine probabilmente di trovare una posizione il più precisa possibile.

Come per il compito precedente, gli studenti annotano di volta in volta sul segmento i punti che individuano attraverso i dimezzamenti; in questo senso, quindi mantengono la scelta di tenere traccia passo dopo passo dei risultati delle singole procedure caratterizzandosi in un profilo C1. Infine, per quanto concerne la valutazione viene attivato solo un episodio di Valutazione Globale, mentre è completamente assente la valutazione Locale (V3).

Consideriamo ora l'ultima coppia della classe prima che ha affrontato il compito 1: il protocollo\_ppt\_7.

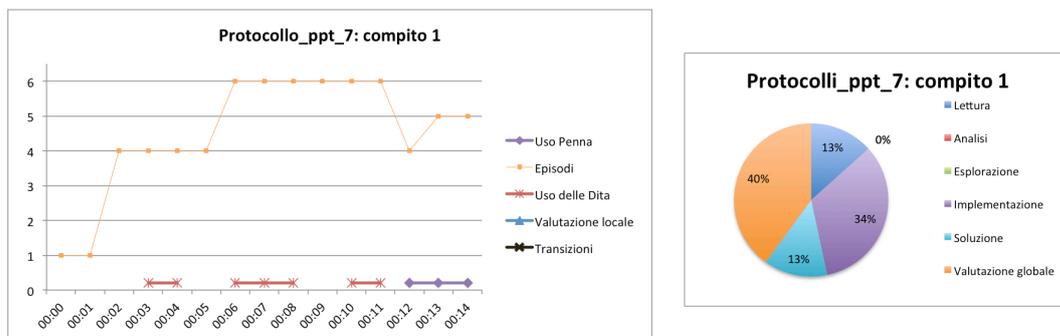


Figura 6.38: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_7, compito 1

Il processo risolutivo dura 15 secondi (fig. 6.38), gli episodi di susseguono in modo lineare senza interruzioni.

Subito dopo la Lettura, S propone immediatamente la soluzione del compito. Solo attraverso un episodio di Valutazione Globale, S ripercorre il procedimento che ha seguito per confrontarsi con G (tab. 6.60).

Tabella 6.60: protocollo\_ppt\_7, compito 1, l'episodio di esplorazione e soluzione

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00		L3	L'episodio di Lettura è molto veloce, l'attenzione degli studenti si sposta subito sul valore numerico indicato nella consegna
00:01	S: "110"	L5	
00:02		I1	
00:03	S: "qua"	I1	
00:04		I1	
00:05		I1	Dopo poco, S indica con la penna un punto successivo alla metà del segmento disegnato. In questa prospettiva, sembra che sia convinto di avere già individuato la soluzione
00:06	S: "cioè qua 100 è la metà"	VG2	
00:07		VG2	
00:08	G: "qua è il 100"	VG2	Prima di procedere con il segno, però attiva un episodio di Valutazione Globale, raccontando a G il tipo di strategia che ha adottato. Mentre parla, S indica la metà del segmento e subito dopo lo fa anche G

00:09		VG2	G scorre la linea partendo dalla metà e si ferma meno di un centimetro sulla destra
00:10	G: "e qui sarà qui più o meno"	VG2	
00:11		VG2	
00:12		I2	S segna con la penna il punto indicato da G
00:13	S: "così"	S2	
00:14		S2	

È chiaro che in così poco tempo è difficile fare delle inferenze relative ad un possibile cambiamento di prospettiva. Alla luce di ciò, immaginiamo che gli studenti abbiano mantenuto gli stessi profili presentati nel compito precedente rispetto alle risorse (R1) ma ci siano dei cambiamenti rispetto al sistema di controllo. Infatti, gli studenti decidono di tenere traccia dei punti di interesse attraverso le dita. È chiaro che si tratta di una traccia temporanea che però ci porta a pensare che il profilo di riferimento passi da C2 a C3. Un'ulteriore differenza si riscontra nella Valutazione Globale che, in questo caso, viene attivata una volta (nel compito precedente era assente) e quindi sposta gli studenti da un profilo V4 ad un profilo V3.

Concludiamo il capitolo esaminando il caso del protocollo\_ppt\_9, degli studenti della classe III. Osservando i grafici temporali (fig. 6.39), possiamo notare che anche per questa coppia il processo risolutivo è molto breve e ogni episodio segue il precedente senza interruzioni.

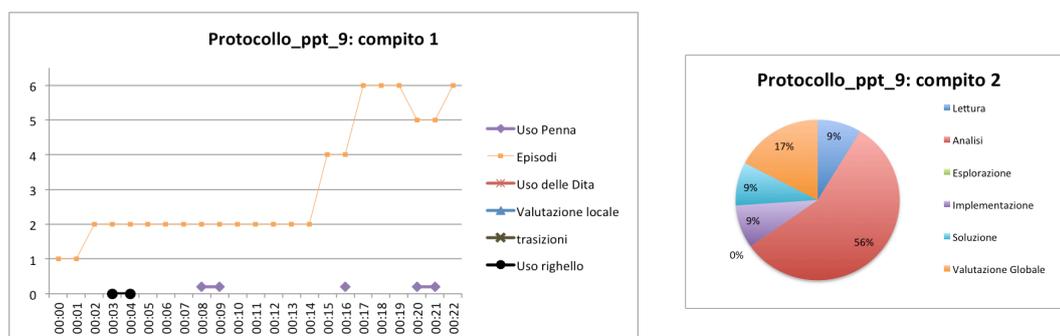


Figura 6.39: grafico temporale dei comportamenti e frequenza degli episodi protocollo\_ppt\_9, compito 1

In questo caso, l'episodio prevalente è l'Analisi, infatti, gli studenti individuano subito un'analogia tra il compito 1 e il precedente e scelgono di adottare una strategia per dimezzamenti successivi (tab. 6.61).

Tabella 6.61: protocollo\_ppt\_9, compito 1, l'episodio di esplorazione e soluzione

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:02	D: "ah, è uguale!"	A3	
00:03		A3	D prende il righello e misura la lunghezza del segmento
00:04		A3	
00:05	D: "eh, quindi 5,75"	A3	Attraverso il righello, D individua il punto medio e lo segna con la penna
00:06		A3	
00:07		A3	

00:08	D: "qui"	A3	
00:09		A3	In questo momento di silenzio probabilmente gli studenti si interrogano su come procedere
00:10		A3	
00:11		A3	
00:12		A3	
00:13		A3	
00:14		A3	
00:15		I1	
00:16	D: "mmm, qui 100...ah, beh"	I1	
00:17	I: "no, di meno"	VG1	I corregge D attraverso una valutazione Globale
00:18	D: "100"	VG1	
00:19	I: "eh, appunto"	VG1	
00:20		S2	D ingrossa la crocetta in modo da farla sembrare più vicina al punto medio
00:21		S2	
00:22	D: "beh, più o meno"	VG2	

Subito dopo aver individuato il valore numerico relativo al punto medio, gli studenti si accorgono di aver già individuato un intorno accettabile per il punto cercato, e infatti, posizionano immediatamente la crocetta.

In riferimento ai profili è probabile che si siano mantenuti anche per questo compito, almeno in riferimento alle risorse (R1). Una sostanziale differenza si può riscontrare invece nei profili legati al sistema di controllo, infatti, in questo caso, gli studenti attivano due volte l'episodio di Valutazione Globale passando da un profilo V4 ad un profilo V3. In aggiunta essi decidono di tenere traccia dei punti di interesse avvalendosi del supporto della penna e del righello e dunque passano da un profilo C2 a un profilo C1.

## **7 Discussione dei risultati**

In questo capitolo, discutiamo i risultati emersi nella seconda sperimentazione. Fino ad ora abbiamo svolto la nostra analisi senza sviluppare commenti o confronti sui risultati, dedicandoci piuttosto a descrivere nel dettaglio i compiti e i diversi processi risolutivi attraverso gli strumenti costruiti. In questo capitolo, invece, lo scopo principale della discussione è quello di elaborare le informazioni che l'utilizzo degli strumenti di analisi ci hanno permesso di raccogliere. Lo scopo principale di questo capitolo è dunque ottenere nuove informazioni per affrontare il confronto dei comportamenti degli studenti davanti a compiti comparabili e presentati in ambienti differenti, e cercare di rispondere in un secondo momento alla nostra domanda di ricerca.

Di seguito discuteremo separatamente ognuno dei due compiti che sono stati oggetti nel nostro studio; in particolare, per ciascuno di essi tratteremo in primo luogo le informazioni raccolte nell'ambiente digitale e nell'ambiente carta e penna e solo in un secondo momento le elaboreremo in una prospettiva della comparazione tra i due ambienti.

### **7.1 Discussione del compito: la calcolatrice rotta**

Cominciamo la discussione analizzando i risultati raccolti dalla somministrazione dei compiti della “calcolatrice rotta”. In particolare, cerchiamo di osservare analogie e differenze che si possono riscontrare tra le coppie di studenti. Tali analogie e differenze varranno prima discusse in riferimento ai profili definiti a priori e con cui abbiamo categorizzato gli studenti, per poi passare alla correlazione tra tali profili e i comportamenti registrati attraverso il nostro strumento di codifica. In un secondo momento, la nostra attenzione si sposterà sulla comparazione dei compiti nei due ambiente e dunque sullo studio dei risultati emersi nella prospettiva della comparazione.

#### **7.1.1 Discussione della Calcolatrice rotta nell'ambiente digitale**

Cominciamo la discussione commentando i risultati raccolti dalla somministrazione dei due compiti della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale. Nello specifico, analizziamo i dati raccolti dalla somministrazione dei due compiti procedendo nell'ordine in cui sono stati presentati agli studenti e solo dopo passeremo all'analisi generale dei risultati emersi.

Ricordiamo che nella costruzione del test somministrato alle coppie di studenti, abbiamo predisposto due compiti della calcolatrice rotta, rispettivamente denominati compito 1 e compito 2. In particolare ciascun compito si distingueva dall'altro per alcune peculiarità relative al contenuto delle informazioni che per chiarezza espositiva richiamiamo di seguito:

- il compito 1 chiedeva agli studenti di ottenere il numero 58 utilizzando i tasti: "4", "3", "0", "x", " - ", " + ", (descritto nel dettaglio nel capitolo 3, sez. 3.3.2.2).
- Il compito 2 chiedeva agli studenti di ottenere il numero 41 utilizzando i tasti: "9", "5", "2", "x", " - ", " + ", (descritto nel dettaglio nel capitolo 3, sez. 3.3.2.3).

Tali compiti sono stati presentati agli studenti proprio secondo l'ordine in cui li abbiamo appena richiamati. Proprio a partire da questo ordine, discutiamo i risultati raccolti, prima separatamente e poi attraverso una prospettiva globale.

#### **7.1.1.1 Discussione del compito 1 nell'ambiente computerizzato**

Nella Tabella 7.1 e 7.2 sono raccolti i profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo.

Tabella 7.1: profili relativi al compito 1 della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale

	<b>P_cbt_5</b>	<b>P_cbt_6</b>	<b>P_cbt_8</b>	<b>P_cbt_9</b>
<b>Risorse</b>	R2 → R1	R2 → R1	R1	R1
<b>Sistema di convinzioni: Familiarità con l'artefatto</b>	F2	F1	-	-
<b>Controllo: Valutazione</b>	V1	V3	V1	V4
<b>Controllo delle procedure</b>	C2	C1	C2	C2
<b>Euristiche</b>	E2	E2	E2	E2
	E2.1	E2.2	E2.1	-
<b>uso della calcolatrice</b>	no	sì	no	no

Come si può osservare dalla Tabella 7.1, tra le 4 coppie di studenti si riscontrano differenze e analogie in riferimento ai profili. I tratti comuni sono stati evidenziati in grigio.

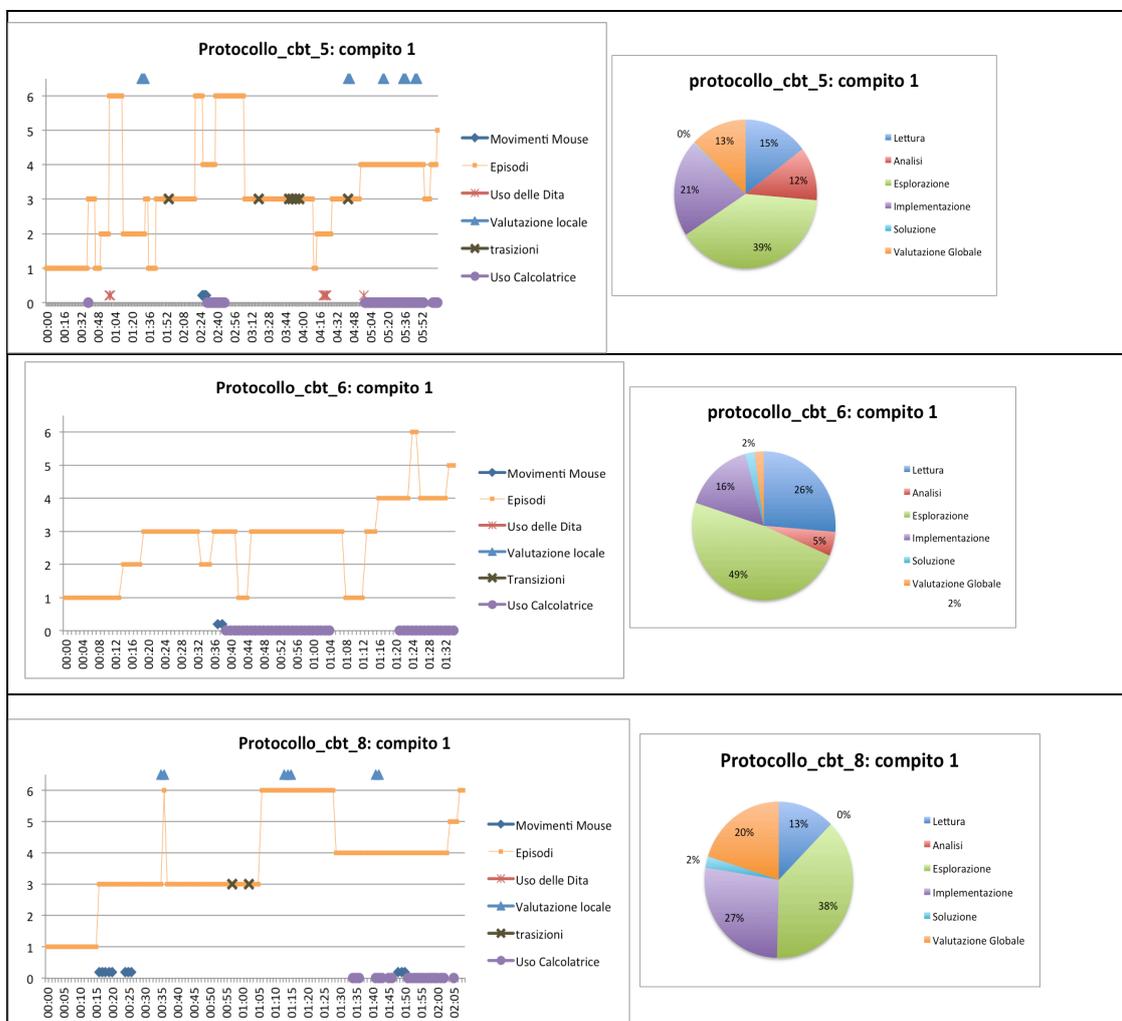
Procediamo con ordine nella discussione, cominciando dalle risorse. Come si può osservare in Tabella (7.1), tutti gli studenti hanno riconosciuto le risorse messe a disposizione dall'ambiente del compito; in particolare, essi hanno riconosciuto anche la possibilità di utilizzare numeri composti da due cifre. Nell'affrontare il compito 1, quindi, tutte le coppie hanno riconosciuto non solo le risorse necessarie per risolverlo ma anche quelle che possono facilitarne la risoluzione e cioè la rappresentazione posizionale dei numeri.

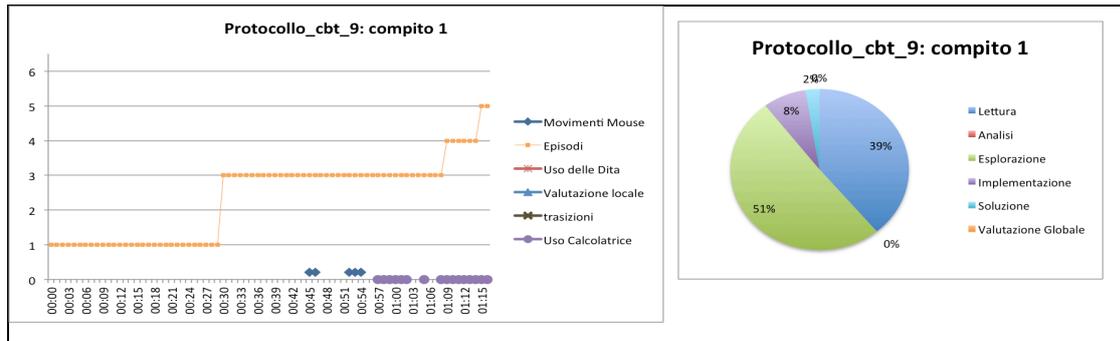
Entrando nel dettaglio, sempre in riferimento alle risorse, gli studenti si distinguono per due atteggiamenti differenti. Le prime due coppie riconoscono l'eventualità di utilizzare numeri a due cifre solo dopo qualche istante mentre le altre due ne riconoscono subito la possibilità. Nello specifico, le coppie protocollo\_cbt\_5 e protocollo\_cbt\_6 se ne accorgono, rispettivamente dopo 4 e dopo 1 minuto, a seguito dell'intenzione di utilizzare il tasto 0 per costruire dei numeri o svolgere operazioni. In entrambi i casi, questo fatto può suggerire che

la consapevolezza sull'uso di numeri a due cifre non è scaturita dall'utilizzo diretto della calcolatrice ma piuttosto dalla ricognizione sui tasti funzionanti. Infatti, le prime due coppie cominciano ad utilizzare numeri come 30 e 40 in seguito ad un episodio di Lettura in cui si sono soffermati sulla presenza del tasto 0; mentre le altre due coppie riconoscono immediatamente tale risorsa e la sfruttano già dai primi secondi dell'episodio di Esplorazione.

Il fatto che gli studenti si caratterizzino subito rispetto al profilo R1 o passino a tal profilo solo dopo qualche tempo, è evidente anche nei grafici che rappresentano il processo risolutivo in funzione dei diversi episodi attivati (tab. 7.2); infatti, solo gli studenti che riconoscono le possibilità offerte dalla calcolatrice in un secondo momento, attivano l'episodio di Lettura più volte interrompendo l'episodio di Esplorazione. Gli altri, invece, dopo la prima lettura del testo, cominciano il processo risolutivo senza sentire più la necessità di ritornare all'osservazione delle informazioni a disposizione o rileggere il testo del compito.

Tabella 7.2: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 1 della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale.





Una seconda caratteristica comune a tutti gli studenti è relativa alla scelta dell'approccio adottato per risolvere il compito. In effetti, tutte le coppie scelgono di adottare una strategia per tentativi (E2); questo aspetto si riflette anche nel processo risolutivo, infatti, si può osservare che in tutti i grafici temporali, l'episodio prevalente è proprio l'Esplorazione (tab. 7.2). In relazione alla strategia implementata, però, gli studenti differiscono tra loro in relazione scelta delle operazioni da utilizzare. Infatti, la prima e la terza coppia (rispettivamente protocollo\_cbt\_5 e 8) scelgono di utilizzare la moltiplicazione come operazione privilegiata mentre la seconda e la quarta (rispettivamente protocollo\_cbt\_6 e 9), si servono di tutte le operazioni senza particolari preferenze.

In riferimento all'episodio di Analisi, possiamo osservare che in tutti i profili è molto veloce e copre una bassa percentuale del tempo dedicato alla risoluzione del compito, alcune volte è addirittura assente. Nello specifico, nei primi due protocolli, tale episodio si presenta con una frequenza che va dal 5 al 10% del tempo impiegato per la risoluzione, mentre è completamente assente negli altri due. L'assenza o comunque la scarsa frequenza di questo episodio può essere un indicatore dei profili riferiti alle euristiche; infatti, nessuno studente fa riferimento a compiti già affrontati in precedenza o a procedure già implementate nella pratica didattica e dunque nessuno di loro si identifica con il profilo E1 che prevede un richiamo a delle pratiche già note, come ad esempio la ricerca di multipli e divisori. Si tratta di un'evidenza che non era stata ipotizzata a priori ma di notevole interesse per quanto riguarda la relazione tra i grafici temporali e i profili delle euristiche: come la frequenza dell'episodio di Esplorazione è indicatore degli studenti con il profilo E2, la frequenza dell'episodio di Analisi può rilevare studenti del profilo E1.

Un aspetto rilevante su cui soffermare l'attenzione è relativo alla Valutazione. Per quanto riguarda i profili, gli studenti si caratterizzano rispetto a caratteristiche differenti, infatti, osserviamo che la prima e la terza coppia (protocollo\_cbt\_5 e 8) attivano entrambi gli episodi di Valutazione, Locale e Globale, mentre le altre due si caratterizzano per l'assenza della Valutazione globale (protocollo\_cbt\_6) oppure per l'assenza di entrambe (protocollo\_cbt\_9).

Nel caso della prima e della terza coppia, il fatto di non utilizzare la calcolatrice ma di avvalersi solo del calcolo mentale provoca diverse interruzioni nel corso dell'episodio di Esplorazione. Questo fatto è coerente rispetto alle nostre ipotesi a priori, infatti, in entrambi i casi, la mancanza di del feedback interno restituito dalla calcolatrice, spinge gli studenti a confrontarsi sulla correttezza dei singoli calcoli (Valutazione Locale) e sull'effettiva validità delle procedure che stanno attivando in riferimento ai limiti del compito e alle

caratteristiche del numero obiettivo (Valutazione Globale). Per quanto riguarda le altre due coppie, nel caso del protocollo\_cbt\_9, notiamo l'assenza degli episodi di Valutazione Locale e Globale. In questo caso, però non ci è possibile fare particolari inferenze dato che il processo risolutivo è veloce e non prevede l'uso della calcolatrice. Dopo l'episodio di Lettura, infatti, in 30 secondi gli studenti individuano l'espressione risolta e la scrivono digitando i tasti della calcolatrice.

Il caso del protocollo\_cbt\_6 potrebbe essere interessante preso nella sua specificità. Si tratta, infatti, dell'unica coppia che si avvale dell'ausilio della calcolatrice per svolgere i calcoli durante l'Esplorazione. Possiamo notare che la Valutazione Locale, relativa alla correttezza delle singole procedure, è completamente assente; mentre l'episodio di Valutazione Globale è singolo e molto rapido e corrisponde solo ad un'esclamazione relativa all'effettivo raggiungimento del numero obiettivo attraverso l'ultima procedura attivata. Questo fenomeno può essere spiegato in riferimento al feedback interno della calcolatrice; infatti, ricevendo immediatamente dallo strumento di calcolo il risultato di ogni singola procedura, gli studenti non hanno dovuto attivare operazioni di verifica sulla correttezza delle singole procedure. Allo stesso modo, il fatto di vedere il risultato corrispondente al valore del numero obiettivo non ha spinto gli studenti a verificarne la validità e dunque implementare un episodio di Valutazione Globale con tale obiettivo. Il comportamento di questa coppia si rivela essere coerente con le ipotesi a priori che abbiamo presentato in relazione all'utilizzo della calcolatrice anche se sfortunatamente si tratta solo di un caso isolato.

In generale, osservando i grafici possiamo notare dei comportamenti *non lineari* cioè processi risolutivi che prevedono diversi passaggi da un episodio all'altro, ad eccezione del protocollo\_cbt\_9. L'episodio che viene più spesso interrotto è l'Esplorazione; tale interruzione si presenta molto spesso con l'attivazione degli episodi di Valutazione Globale e Lettura, e solo nel primo caso anche di Analisi.

Per quanto riguarda la familiarità con l'uso della calcolatrice, in alcuni casi non è stato possibile presentare particolari ipotesi interpretative sul comportamento degli studenti. Solo per due protocolli siamo riusciti ad inferire questa informazione, negli altri non sono emersi comportamenti particolari che permettessero di dire qualcosa di più. Probabilmente, il fatto che negli ultimi due casi i profili di riferimento sono R1 potrebbe suggerire che gli studenti si identificano nei profili F1: nessuna delle due coppie si avvale della calcolatrice per fare i calcoli ma si affida al calcolo mentale. In questi due casi, quindi, i comportamenti degli studenti appaiono contraddittori e per questo non è possibile presentare delle ipotesi in riferimento a questo specifico aspetto. In generale, i grafici temporali mostrano quali coppie hanno in effetti utilizzato la calcolatrice nel corso del processo risolutivo, ad esempio gli studenti del protocollo\_cbt\_6, e quali invece la utilizzano solo per inserire l'espressione risolutiva conclusiva, ad esempio, le coppie dei protocolli\_cbt\_8 e 9.

Per quanto riguarda i tempi, invece, riscontriamo significative differenze tra la coppia del protocollo\_cbt\_5 e le altre. In generale i tempi risolutivi impiegati vanno da 1 a 2 minuti ad eccezione del protocollo\_cbt\_5 che impiega quasi 6 minuti ad individuare l'espressione risolutiva finale.

### 7.1.1.2 *Discussione del compito 2 nell'ambiente digitale*

Nella Tabella 7.3 e 7.4 sono raccolti l'elenco dei profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo per quanto riguarda il compito 2.

Tabella 7.3: profili relativi al compito 2 della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale

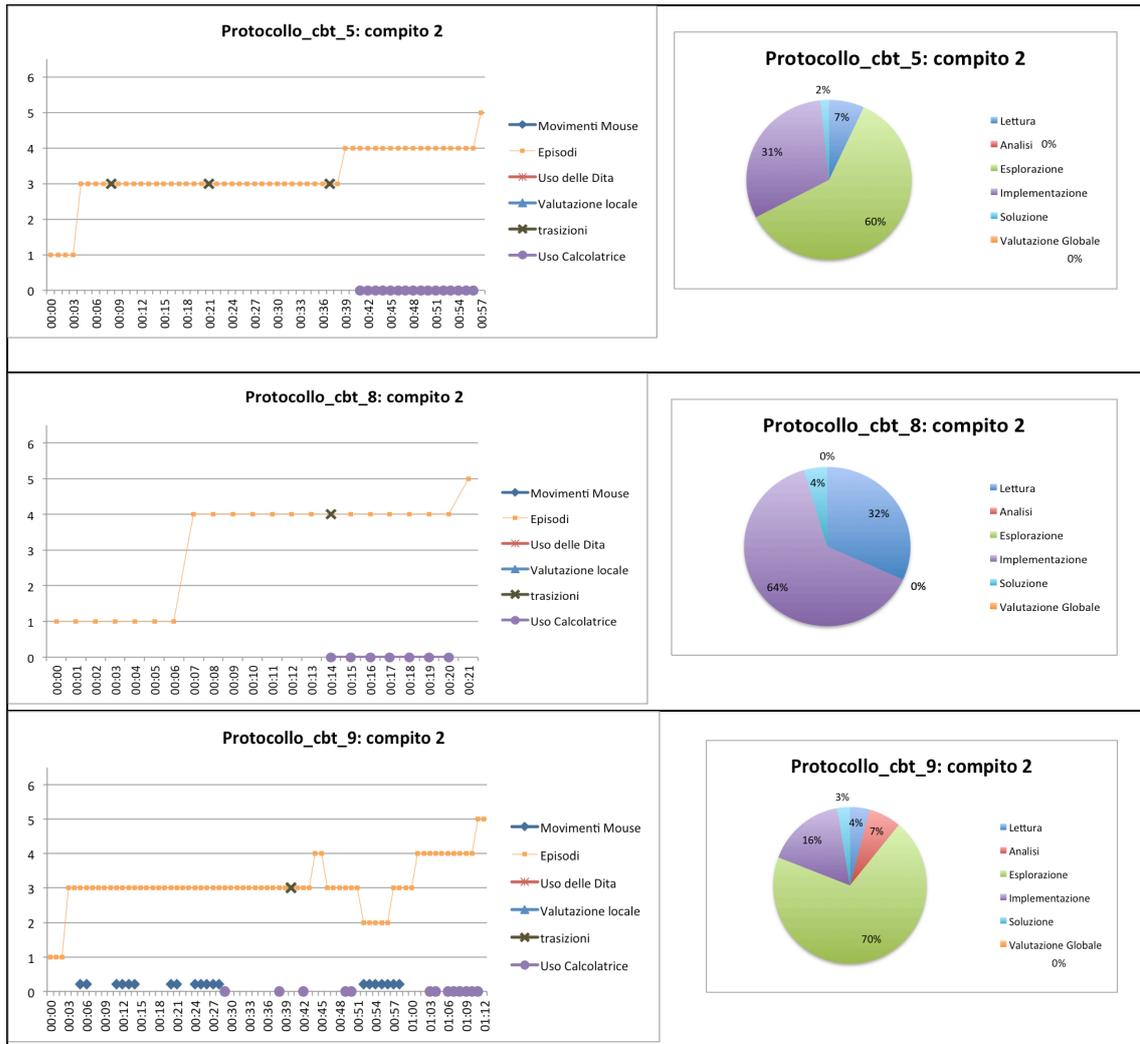
	<b>P_cbt_5</b>	<b>P_cbt_8</b>	<b>P_cbt_9</b>
<b>Risorse</b>	R1	R1	R1
<b>Sistema di convinzioni: Familiarità con l'artefatto</b>	F2	-	-
<b>Controllo: Valutazione</b>	V4	V4	V4
<b>Controllo delle procedure</b>	C2	C2	C2
<b>Euristiche</b>	E2	-	E2
	E2.1	-	E2.1
<b>uso della calcolatrice</b>	no	no	no

Come si può osservare dalla Tabella 7.3, tra le 3 coppie di studenti che hanno affrontato il compito 2, si osserva un numero maggiore di profili comuni. Tutte le coppie, infatti, presentano gli stessi profili ad eccezione di alcuni. Gli unici profili in cui non si osservano analogie sono quelli per cui non è stato possibile fare particolari inferenze a causa del poco tempo impiegato per risolvere il compito; nello specifico, si tratta della familiarità, con il compito e con la calcolatrice, e della strategia scelta. In questo caso, possiamo immaginare che, per la coppia\_cbt\_8 e 9, il grado di familiarità sia rimasto lo stesso del compito precedente così come l'euristica adottata nel caso della coppia del protocollo\_cbt\_8.

Procediamo con ordine nella discussione, cominciando dalle risorse. Come si può osservare in Tabella (7.3), tutte le coppie di studenti hanno riconosciuto le risorse messe a disposizione dall'ambiente del compito, infatti, fanno uso di numeri a due cifre. Questo aspetto, esattamente come per il compito precedente, si riscontra anche nei grafici temporali (tab. 7.4), infatti, nessuna di queste coppie torna all'episodio di Lettura e proseguono il processo risolutivo attraverso l'episodio di Esplorazione fino al raggiungimento dell'espressione risolutiva.

Si potrebbe ipotizzare che l'affrontare un secondo compito nello stesso ambiente abbia portato gli studenti verso l'uniformazione dei profili e dei comportamenti. Tale aspetto si osserva nei grafici che presentano molti meno passaggi. Solo nel caso della coppia del protocollo\_cbt\_9 si osserva un'interruzione dell'Esplorazione che però non invalida l'ipotesi fatta in precedenza. In questa situazione, infatti, uno dei due studenti propone quasi immediatamente l'espressione risolutiva e dunque attiva l'episodio di Implementazione; il fatto che la coppia torni all'episodio di Esplorazione è semplicemente dovuto al fatto che l'altro studente era così immerso nei tentativi che stava implementando da non aver fatto caso a quello che aveva appena proposto il compagno. Solo dopo qualche secondo entrambi gli studenti condividono la proposta e la implementano raggiungendo così la soluzione.

Tabella 7.4: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 2 della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale.



Anche nel risolvere questo secondo compito, le tre coppie non si avvalgono della calcolatrice per svolgere i calcoli e dunque adottano un sistema di controllo mnemonico delle procedure. La calcolatrice viene utilizzata dagli studenti solo allo scopo di inserire la soluzione del compito poiché è l'unica modalità presentata dall'ambiente per fornire la risposta.

Un fatto interessante riguarda la completa assenza di entrambi i tipi di episodi di Valutazione. Probabilmente, il fatto di affrontare un secondo compito nello stesso ambiente ha reso gli studenti più sicuri nell'affrontarlo e per questo non hanno sentito l'esigenza di valutare localmente o globalmente le loro scelte. Per quanto concerne la Valutazione Globale, un'altra possibile interpretazione potrebbe essere legata al feedback della calcolatrice. Gli studenti potrebbero essersi accorti che cliccando il tasto "=", la calcolatrice restituisce immediatamente il risultato dell'espressione o operazione inserita e per questo è la stessa calcolatrice a confermare o meno l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo. In linea con questa seconda ipotesi, i solutori potrebbero aver deciso tacitamente di delegare alla calcolatrice il controllo finale dell'avvenuta o meno soluzione del compito.

In conclusione, possiamo notare che il tempo di risoluzione è nettamente calato, infatti, le tre coppie hanno impiegato al più un minuto per la risoluzione del compito.

### ***7.1.1.3 I due compiti della calcolatrice rotta nell'ambiente digitale***

In precedenza, abbiamo analizzato i due compiti somministrati in ambiente digitale in termini dei comportamenti degli studenti presi singolarmente. Di seguito cerchiamo di delineare dei tratti comuni che possono permetterci di identificare delle caratteristiche distintive del compito della calcolatrice rotta in riferimento all'ambiente indipendentemente dalla specificità delle informazioni che presenta.

In generale abbiamo osservato che nell'affrontare il primo compito gli studenti hanno attivato dei comportamenti che li hanno portati a caratterizzarsi rispetto a profili differenti. Solo per quanto riguarda le risorse e le euristiche essi presentano gli stessi profili. Nell'affrontare il secondo compito, invece, possiamo osservare gli studenti si configurano rispetto allo stesso pattern di profili: R1-V4-C2-E2. Questa evidenza risulta essere di particolare interesse e sembra suggerire che familiarizzando con il compito e con l'ambiente in cui esso è somministrato, porti gli studenti ad attivare comportamenti simili in riferimento alle 4 categorie relative al processo risolutivo. Entriamo nel dettaglio considerandole una per una.

In generale possiamo osservare che in tutti i protocolli, gli studenti sono identificati in riferimento al profilo R1; questo significa, che nell'affrontare il compito nell'ambiente digitale, ogni coppia ha riconosciuto un insieme di risorse più vasto rispetto a quello strettamente necessario per risolvere il compito. In particolare, ci riferiamo alla possibilità di rappresentare sulla calcolatrice i numeri attraverso il sistema di rappresentazione posizionale a base 10 e quindi la possibilità di utilizzare numeri composti da due cifre. Questa peculiarità, l'avevamo ipotizzata a priori partendo dal presupposto che gli studenti, avendo la possibilità concreta di utilizzare la calcolatrice virtuale, potevano digitare, in modo più o meno consapevole, i tasti numerici e inserire all'interno della calcolatrice anche numeri composti da più di una cifra ricevendo un feedback positivo da parte dello strumento. In base alle analisi dei singoli protocolli abbiamo però osservato che tale fenomeno non sempre è legato all'utilizzo diretto della calcolatrice. Nello specifico, in alcuni casi abbiamo visto che gli studenti erano già consapevoli di tali risorse e dunque hanno cominciato a proporre numeri composti da due cifre dai primi istanti (protocollo\_cbt\_8 e 9); in altri casi invece, l'utilizzo della calcolatrice digitale (protocollo\_cbt\_6) e la presenza del tasto 0 (protocollo\_cbt\_5) ha permesso alle coppie di raggiungere tale consapevolezza. In sostanza, in due casi, abbiamo osservato che tale riconoscimento è avvenuto indipendentemente dall'utilizzo della calcolatrice o dalle informazioni presentate mentre in altri è stato proprio l'utilizzo dello strumento o la scelta delle informazioni specifiche del compito a direzionale tale riconoscimento da parte degli studenti. Rispetto a quest'ultimo caso, tale peculiarità si osserva anche nei grafici costruiti attraverso lo strumento di codifica dei comportamenti, infatti, per entrambe le coppie che sono passate dal profilo R2 al profilo R1 notiamo un continuo ritorno all'episodio di Lettura; al contrario, nelle altre due, tale episodio non viene più attivato. Non è possibile proporre un'interpretazione certa di questo fenomeno; potremmo avanzare una seconda

interpretazione per cui una scarsa familiarità da parte degli studenti con la calcolatrice e con il compito in generale li abbia spinti, a causa di una forte insicurezza in riferimento alla comprensione del compito, a sentire l'esigenza di ricontrollare più volte le informazioni e i vincoli presentati.

Un ulteriore aspetto che accomuna gli studenti è la scelta dell'approccio strategico adottato, infatti, tutte le coppie si identificano con il profilo E2 e cioè tutte le coppie che scelgono di combinare numeri e operazioni disponibili per raggiungere un'approssimazione soddisfacente del numero obiettivo e solo successivamente passano all'uso di operazioni specifiche per ottenere, a partire dall'approssimazione trovata, il risultato richiesto. Tali strategie si caratterizzano rispetto a due peculiarità principali: in alcuni casi le coppie hanno scelto di utilizzare prevalentemente la moltiplicazione (protocollo\_cbt\_6); in altri, gli studenti si sono serviti di tutte le operazioni disponibili, in prevalenza moltiplicazione e addizione. Anche questo aspetto si riscontra nei grafici per cui osserviamo una netta prevalenza dell'episodio di Esplorazione che viene attivato un maggior numero di volte e ha una durata maggiore degli altri. Allo stesso modo, l'assenza o il poco tempo dedicato all'episodio di Analisi suggerisce che nessuno studente si sia identificato rispetto al profilo E1.

Non si riscontrano particolari analogie in riferimento alla Valutazione per quanto riguarda il primo compito, infatti, alcune coppie attivano episodi di Valutazione Locale e Globale, mentre altre non ne attivano nessuna. Al contrario, per il secondo compito nessuna coppia attiva episodi di Valutazione né Locale né Globale e si caratterizza rispetto al profilo V4. Anche questo aspetto era stato ipotizzato a priori ma era legato alla presenza del feedback interno previsto dall'ambiente. In realtà, osservando i protocolli, nessuno studente ha in effetti utilizzato la calcolatrice durante il processo risolutivo ma se ne è servito solo per inserire la risposta. Ciò significa che l'assenza di Valutazione Locale non può essere inferita dalla possibilità di utilizzare della calcolatrice. Al contrario, una delle ipotesi che potrebbe spiegare l'assenza di episodi di Valutazione Globale è collegata al fatto che gli studenti potrebbero essersi accorti che la calcolatrice conferma o meno il raggiungimento del numero obiettivo e limita le operazioni da svolgere in funzione delle informazioni del compito. In questa prospettiva, gli studenti potrebbero non aver attivato alcun episodio di Valutazione Globale perché è lo stesso strumento a confermare l'avvenuto raggiungimento dalla soluzione in riferimento ai vincoli presentati dal compito.

Di particolare interesse è la scelta da parte di tutti gli studenti di adottare un sistema di controllo mnemonico (C2). Solo una coppia sceglie di avvalersi dell'ausilio della calcolatrice per svolgere i calcoli e tenere traccia delle operazioni che attiva via via. In tutti gli altri casi, gli studenti svolgono i calcoli a mente e utilizzano la calcolatrice solo per inserire l'espressione risolutiva finale. Il fatto che gli studenti avrebbero potuto scegliere un sistema di controllo mnemonico nell'ambiente digitale era stato ipotizzato a priori e viene confermato dalle analisi dei protocolli. Nelle ipotesi a priori, infatti, avevamo supposto che il limite di dover utilizzare la calcolatrice per svolgere le operazioni all'interno dell'ambiente riducesse notevolmente l'insieme delle operazioni disponibili da parte dello

studente e per questo egli avrebbe potuto scegliere di svolgerle a mente al fine di avere una maggiore libertà espressiva al di fuori dei vincoli presentati dal compito.

### 7.1.2 Discussione del compito della Calcolatrice rotta nell'ambiente cartaceo

Continuiamo la discussione sui risultati emersi dalla somministrazione del compito della calcolatrice rotta prendendo in esame le coppie di studenti che lo hanno affrontato nell'ambiente carta e penna. Come la discussione sviluppata per l'ambiente digitale, cominciamo analizzando i risultati emersi dal compito 1 per poi passare allo studio del compito 2 e infine per considerare i risultati emersi in una prospettiva più generale.

#### 7.1.2.1 Discussione del compito 1 nell'ambiente cartaceo

Nelle Tabelle 7.5 e 7.6 sono raccolti l'elenco dei profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo.

Tabella 7.5: profili relativi al compito 1 della calcolatrice rotta nell'ambiente cartaceo

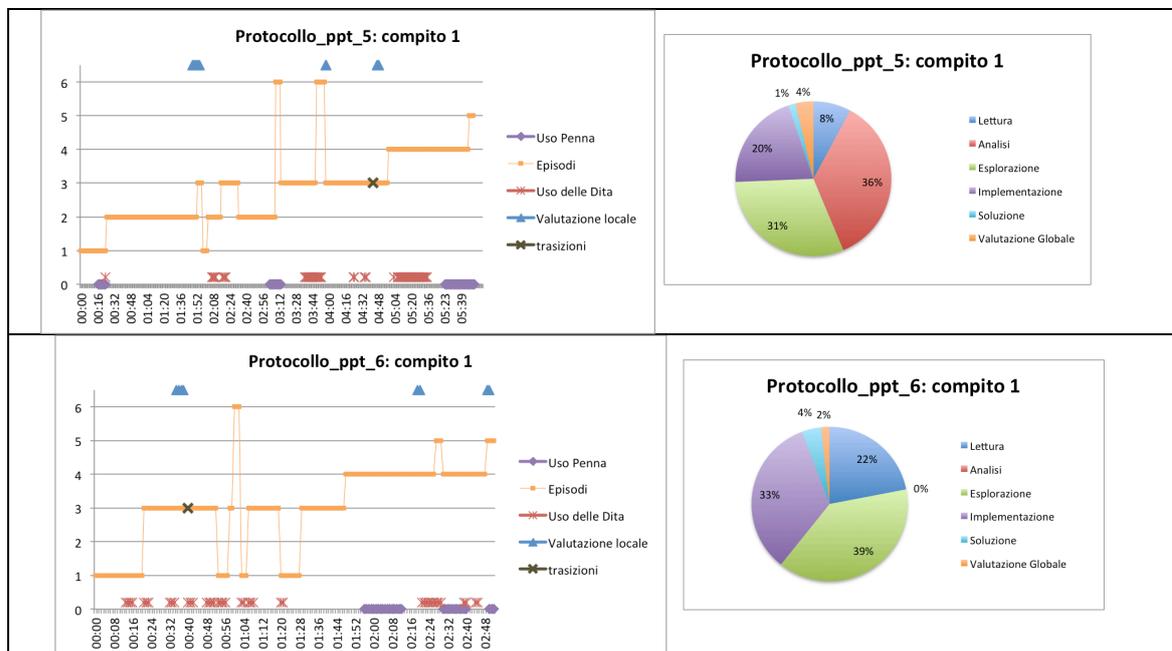
	P_ppt_5	P_ppt_6	P_ppt_8	P_ppt_9
<b>Risorse</b>	R2	R2	R2	R1
<b>Controllo: Valutazione</b>	V1	V1	V1	V3
<b>Controllo delle procedure</b>	C2	C2	C2	C2
<b>Euristiche</b>	E1 → E2	E2	E2	-
	E1.1 → E2.2	R2.1	E2.1	-

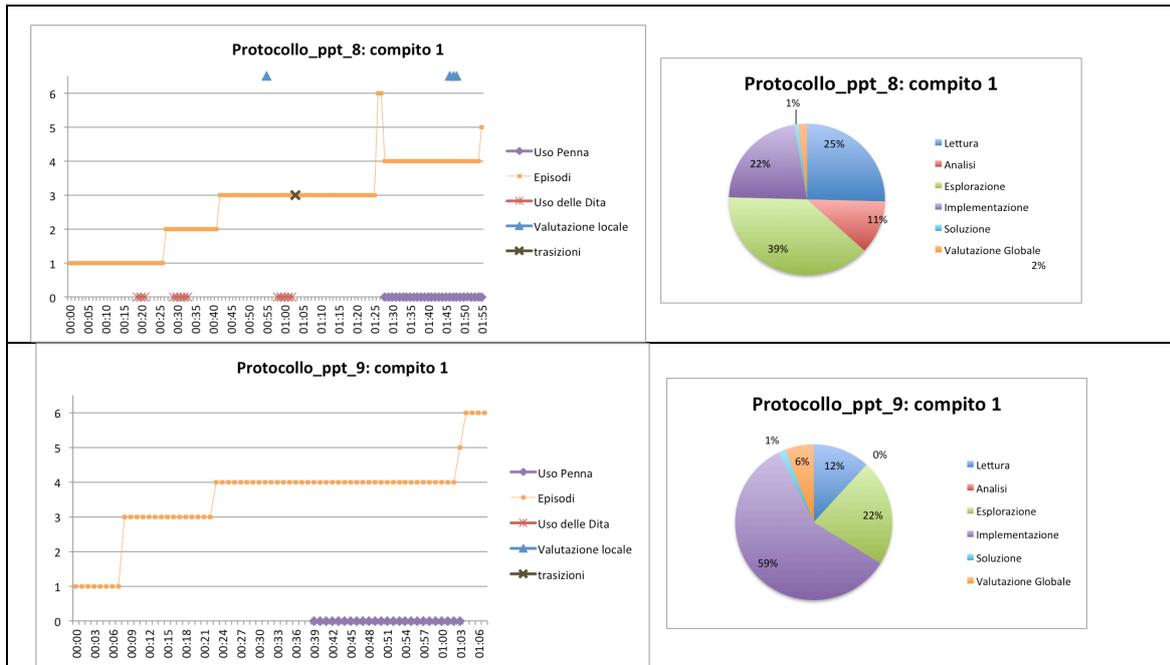
Come si può osservare dalla Tabella 7.5, tra le 4 coppie di studenti si riscontrano differenze e analogie in riferimento ai profili. Come per l'ambiente digitale, i tratti comuni sono stati evidenziati in grigio. In generale, si osserva che le prime tre coppie sono caratterizzate dagli stessi profili; l'unico caso isolato è quello del protocollo\_cbt\_9 che tratteremo separatamente. Questo fatto potrebbe suggerire che l'ambiente carta e penna stimoli gli studenti a caratterizzarsi rispetto allo stesso pattern di profili, R2-V1-C2-E2, già nel momento in cui affrontano il primo compito. Tutti gli studenti delle tre coppie hanno scelto una strategia esplorativa (E2) avvalendosi di un sistema di controllo prevalentemente mnemonico (C2) e attivando entrambi gli episodi di Valutazione. Nessuna delle tre coppie ha riconosciuto tra i tasti numerici la possibilità di utilizzarli come cifre e dunque si identificano con il profilo R2.

Entriamo nel dettaglio della discussione prendendo in esame le singole categorie che costituiscono i profili. Per quanto concerne le risorse, possiamo notare che le prime tre coppie di studenti hanno interpretato i numeri presentati sui tasti come gli unici disponibili per individuare l'espressione risolutiva. Nonostante la presenza del tasto zero, nessuno degli studenti si è posto il problema di come potesse essere utilizzato e solo alcuni ne hanno sottolineato la presenza. Il fatto di riconoscere tutte le risorse del compito e dunque caratterizzarsi rispetto al profilo R1 o R1, non può però essere inferito dal grafico (tab. 7.6) in relazione alla frequenza dell'attivazione dell'episodio di Lettura, come invece avevamo osservato nel caso computerizzato. Infatti, le prime due coppie, soprattutto la seconda, tornano ripetutamente sull'episodio di Lettura mentre la terza, dopo aver letto il testo del

compito, non attiva più tale episodio. Nel caso dei compiti somministrati in ambiente digitale, avevamo interpretato tale fenomeno in relazione ai profili delle risorse, infatti, solo gli studenti che non avevano riconosciuto immediatamente la possibilità di utilizzare numeri composti da due cifre (R2) erano tornati più volte all'episodio di Lettura. Osservando i risultati raccolti nell'ambiente cartaceo, tale interpretazione non può essere confermata dato che il fenomeno accade anche per studenti che rimangono nel profilo R2. Possiamo però pensare che il ricorso all'episodio di Lettura possa essere interpretato anche in questo caso attraverso la seconda ipotesi che avevamo avanzato legata al grado di familiarità che lo studente percepisce rispetto il compito. In altri termini, è possibile che gli studenti, a causa di una forte insicurezza in riferimento alla comprensione del compito, possano aver sentito l'esigenza di ricontrollare più volte le informazioni e i vincoli presentati. In questo caso, infatti, indipendentemente dal profilo, sia esso R1 o R2, ci sono studenti che sono tornati alla Lettura (protocollo\_cbt\_5 e 6) e altri che non lo hanno fatto (protocollo\_cbt\_8 e 9). Un'ulteriore interpretazione potrebbe essere legata alle possibilità offerte dall'ambiente carta e penna; infatti, nell'ambiente cartaceo, gli studenti hanno a disposizione diversi fogli su cui lavorare (il foglio del compito e altri fogli bianchi) e per questo, le coppie hanno messo da parte il foglio del compito per utilizzare un foglio bianco in cui scrivere l'espressione risolutiva o svolgere altri calcoli. È chiaro che in questo caso, il fatto di non lavorare con le informazioni direttamente sotto agli occhi richiede più volte di tornare a controllare quali tasti sono disponibili e quali invece no. Al contrario, nell'ambiente digitale, tale fenomeno non può accadere dato che l'unico ambiente in cui possono lavorare gli studenti è lo stesso in cui sono presentate le informazioni e per questo ogni coppia ha sempre avuto sotto gli occhi le operazioni e i numeri che potevano essere utilizzati.

Tabella 7.6: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 1 della calcolatrice rotta nell'ambiente cartaceo.





Possiamo notare che nessuna coppia si è avvalsa dell'ausilio della carta per fare i calcoli o tenere traccia delle procedure; in particolare, l'utilizzo della penna è limitato solo all'episodio di Implementazione in cui gli studenti hanno scritto l'espressione risolutiva del compito. Solo nel protocollo\_ppt\_5, la penna viene utilizzata per eseguire l'algoritmo di moltiplicazione in colonna allo scopo di determinare un prodotto non facilmente calcolabile a mente.

In compenso, possiamo osservare dai grafici temporali (tab. 7.6) che tutti gli studenti delle prime tre coppie di avvalgono delle dita per indicare i diversi tasti che utilizzano, al contrario dell'ambiente digitale in cui se ne registra una minor frequenza. Nessuno studente, però, sembra indicarli come se fossero in effetti dei tasti di una calcolatrice immaginaria, sembra piuttosto che li indichino solo per riferirsi alle informazioni del compito.

In generale, abbiamo detto che le tre coppie hanno scelto un approccio esplorativo; un caso particolare, si riscontra nella prima coppia la quale presenta una variazione nella scelta dell'euristica (protocollo\_ppt\_5). I due studenti cominciano il processo risolutivo analizzando il numero obiettivo e quindi cercano di individuare la sua scomposizione in fattori primi. Il fatto di determinare una scomposizione non direttamente traducibile attraverso i tasti disponibili, li porta ad abbandonare tale euristica per passare successivamente ad un approccio per tentativi con l'obiettivo di individuare un'approssimazione più o meno precisa del numero obiettivo e poi aggiustarla per il suo effettivo raggiungimento. Questo fenomeno si può notare nel grafico temporale dei comportamenti della coppia. Infatti, possiamo osservare che rispetto alle altre coppie, la frequenza dell'episodio di Analisi è molto più alta. Questo aspetto, conferma le ipotesi avanzate nella discussione dei risultati in ambiente digitale per cui la frequenza dell'episodio di Analisi indica la caratterizzazione rispetto al profilo E1 mentre quella dell'Esplorazione annuncia la presenza di studenti del profilo E2.

Il caso del protocollo\_ppt\_9, si discosta decisamente dagli altri profili e per questo lo discutiamo separatamente. Dopo solo 30 secondi, gli studenti individuano l'espressione risolutiva e dedicano tutto il resto del tempo a scrivere l'espressione sul foglio di carta. In effetti, osservando il loro grafico temporale, si può notare che l'episodio prevalente è l'Implementazione che viene interrotto una sola volta da un episodio di Valutazione Globale incentrato sul controllo della correttezza della procedura appena proposta in relazione al numero obiettivo. Il fatto che in pochi secondi gli studenti trovino la soluzione, non ci permette di ipotizzare il tipo di approccio adottato e per questo, non possiamo fare inferenze in riferimento alla componente delle euristiche. La differenza principale che si riscontra tra questa coppia e le altre non è solo riferita al tempo di svolgimento del compito ma soprattutto al fatto che si tratta dell'unica coppia che utilizza numeri composti da due cifre. Probabilmente, tale aspetto è proprio quello che influenza il processo risolutivo permettendo agli studenti di individuare molto velocemente la soluzione del compito.

### 7.1.2.2 *Discussione del compito 2 nell'ambiente cartaceo*

Nelle Tabelle 7.7 e 7.8 presentano rispettivamente l'elenco dei profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti, e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo.

Nel caso del primo compito avevamo osservato la presenza di un pattern comune di profili tra le prime tre coppie di studenti: R2-V1-C2-E2. Tra queste tre coppie, solo due coppie hanno svolto anche il secondo compito (protocollo\_ppt\_5 e 8) e possiamo notare che esse mantengono gli stessi profili rispetto a tutte le categorie. Solo la coppia del protocollo\_ppt\_9 rimane un caso isolato che si differenzia dalle altre.

Per quanto riguarda le prime due coppie, gli studenti non utilizzano numeri a due cifre e in nessuno dei casi si soffermano sulla possibilità che i numeri elencati sui tasti disponibili siano solo una parte dei numeri che si possono utilizzare a partire dalla calcolatrice rappresentata in figura. Tutte le coppie usano un sistema di controllo mnemonico (C2) e attivano un'euristica esplorativa (E2).

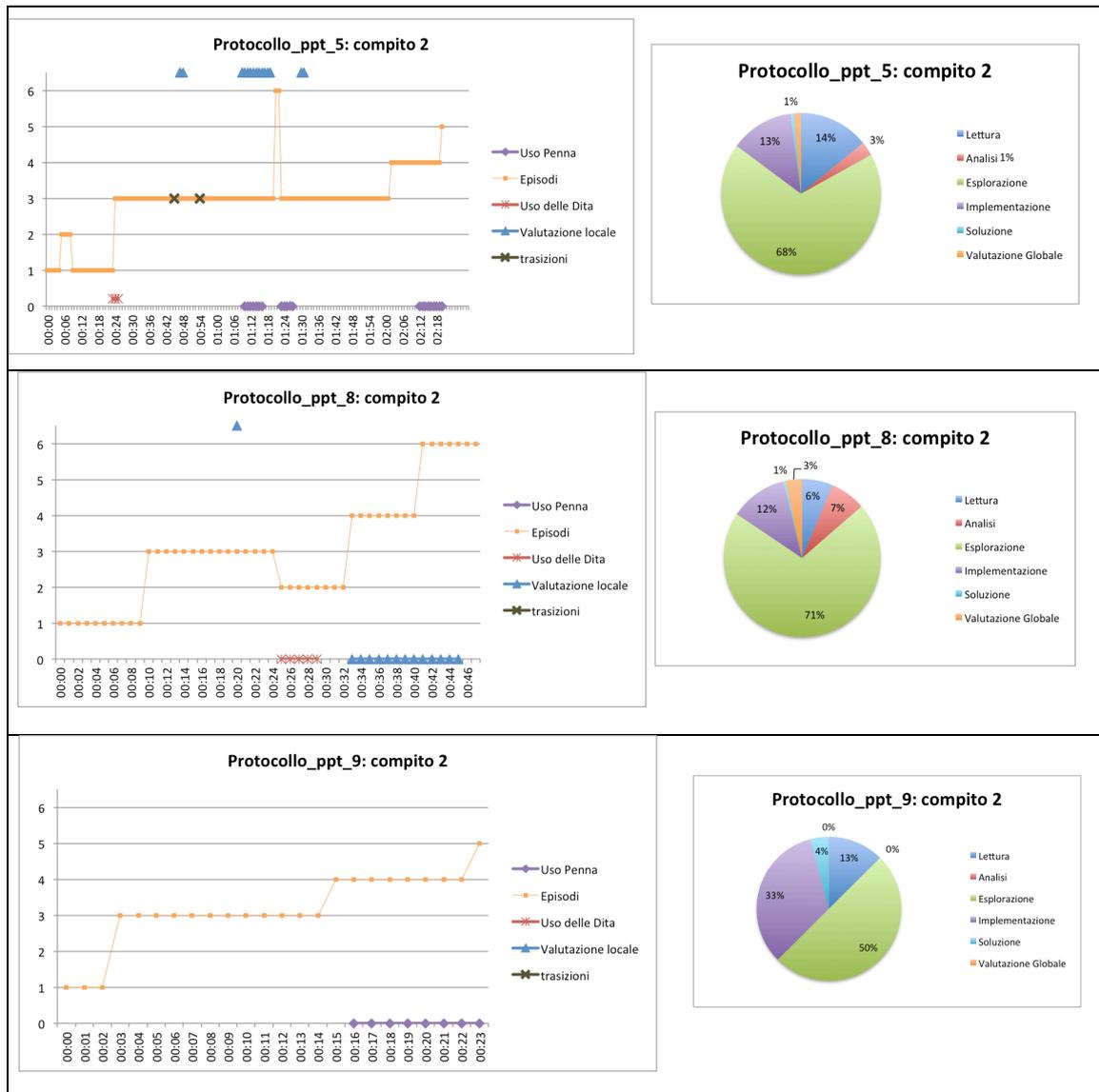
Tabella 7.7: profili relativi al compito 2 della calcolatrice rotta nell'ambiente cartaceo

	<b>P_ppt_5</b>	<b>P_ppt_8</b>	<b>P_ppt_9</b>
<b>Risorse</b>	R2	R2	R2
<b>Controllo: Valutazione</b>	V1	V1	V4
<b>Controllo delle procedure</b>	C2	C2	C2
<b>Euristiche</b>	E2	E2	-
	E2.2	E2.1	-

L'unica differenza si riscontra per quanto concerne la valutazione: nel caso della coppia del protocollo\_cbt\_9, infatti, non viene attivato alcun episodio di valutazione. Nel caso di questa coppia, il processo di soluzione si sviluppa molto rapidamente, e gli studenti non si soffermano a valutare le azioni e le operazioni che hanno adottato per raggiungere la soluzione. Questo può essere dovuto alla fiducia nelle proprie capacità di calcolo e dal fatto che con la loro procedura arrivano effettivamente al numero obiettivo.

L'uniformità dei profili è un aspetto di notevole interesse, già nel primo compito avevamo ipotizzato che l'ambiente carta e penna spingesse gli studenti a seguire comportamenti e scelte determinati e comuni. Questa particolarità è confermata anche per il secondo compito, anche questa volta però, i grafici temporali non permettono di evidenziare particolari pattern di comportamenti. Infatti, possiamo notare delle differenze in relazione ai tempi del processo risolutivo e al numero dei passaggi.

Tabella 7.8: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 2 della calcolatrice rotta nell'ambiente cartaceo.



Per quanto riguarda i grafici, nonostante le differenze che si possono osservare, possiamo notare che il numero di passaggi è notevolmente diminuiti tra il primo e il secondo compito proprio come è accaduta nell'ambiente digitale. Tale aspetto, quindi, è una cosa che accomuna i due ambienti, infatti, sia nell'ambiente carta e penna che nell'ambiente computer, i processi risolutivi attivati per la soluzione del secondo compito presentano meno passaggi. Questo aspetto potrebbe essere spiegato ipotizzando che nell'atto di svolgere il secondo compito, gli studenti siano influenzati dall'averne affrontato uno in

precedenza e dunque procedendo per analogia, nel secondo compito, abbiano seguito un percorso più orientato verso lo scopo dell'attività che stavano svolgendo.

### 7.1.2.3 *I due compiti della calcolatrice rotta nell'ambiente cartaceo*

In precedenza, abbiamo analizzato i due compiti somministrati in ambiente carta e penna in termini dei comportamenti degli studenti presi singolarmente. Di seguito cerchiamo di delineare dei tratti comuni che possono permetterci di identificare delle caratteristiche distintive del compito della calcolatrice rotta in riferimento all'ambiente indipendentemente dalla specificità delle informazioni che presenta.

In generale abbiamo osservato che per entrambi i compiti, gli studenti sono identificati attraverso gli stessi profili, con l'unica eccezione del protocollo\_ppt\_9. Possiamo dunque avanzare l'ipotesi che l'ambiente carta e penna possa essere collegato rispetto al compito calcolatrice rotta ad un pattern di profili comune.

In generale, gli studenti hanno utilizzato i valori numerici scritti sui tasti della calcolatrice come gli unici e soli numeri a disposizione per risolvere il compito. In questa prospettiva, le coppie si identificano con il profilo R2 poiché sembra che non abbiano riconosciuto la possibilità di usare i tasti numerici per scrivere numeri composti da più di una cifra attraverso il sistema di rappresentazione posizionale in base 10. In questo senso, gli studenti che hanno affrontato il compito nell'ambiente cartaceo, potrebbero aver interpretato la consegna come: *Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i numeri e le operazioni presentate nell'immagine?* Questo aspetto non è osservabile (messo in evidenza) nei grafici temporali dato che non sussistono dei caratteri comuni.

Per quanto riguarda il sistema di controllo, nonostante la possibilità di avvalersi di carta e penna, nessuno studente ha scelto di tenere traccia delle operazioni attivate e, nella maggior parte dei casi, le coppie hanno svolto i calcoli a mente. Questo aspetto ha un corrispettivo nei grafici dove si riscontra una alta frequenza dell'episodio di Valutazione Locale, che viene attivato in entrambi i compiti e che può essere correlato con l'incertezza legata alla memorizzazione.

Per quanto riguarda la scelta dell'approccio strategico adottato, tutte le coppie si identificano con il profilo E2 e cioè tutte le coppie scelgono di combinare numeri e operazioni disponibili per raggiungere un'approssimazione soddisfacente del numero obiettivo e passare in un secondo momento all'uso di operazioni specifiche per ottenere, a partire dall'approssimazione trovata, il numero obiettivo. Tali strategie si caratterizzano rispetto a due caratteristiche principali: in alcuni gli studenti scelgono di utilizzare prevalentemente la moltiplicazione (protocollo\_ppt\_5); in altri, gli si servono di tutte le operazioni disponibili. Come più volte ripetuto, la scelta dell'euristica si rispecchia anche nei grafici temporali, in particolare per il primo compito, in cui l'episodio di Esplorazione viene attivato un maggior numero di volte e ha una durata maggiore degli altri in termini di tempo. L'unico caso particolare è quello del protocollo\_ppt\_5, il quale, ad un primo impatto con il compito, sceglie di adottare un approccio legato alle pratiche scolastiche: la scomposizione in fattori primi. Tale scelta provoca un ampio dispendio di tempo prima di

essere abbandonata e, per questo motivo, la frequenza in termini di tempo dell'episodio di Analisi è più alta di quella dell'episodio di Esplorazione.

Di particolare interesse è la scelta da parte di tutti gli studenti di adottare un sistema di controllo mnemonico (C2). Al contrario delle ipotesi fatte a priori, infatti, nessuna coppia sceglie di avvalersi dell'ausilio del foglio per tenere traccia delle operazioni che attiva. Solo una coppia sceglie di svolgere un calcolo attraverso l'algoritmo scritto ma si tratta di un caso limitato ad una sola operazione. In tutti gli altri casi, gli studenti svolgono i calcoli a mente e utilizzano il foglio di carta e la penna solo per scrivere l'espressione risolutiva finale.

## 7.2 Discussione del compito: approssimare con i palloncini

Come per il compito della calcolatrice rotta, la discussione del compito “approssimare con i palloncini” partirà dall’analisi dei risultati raccolti dalla somministrazione dei due compiti. In particolare, cerchiamo di osservare analogie e differenze che si possono riscontrare tra le coppie di studenti, attraverso l’uso del nostro strumento di codifica dei comportamenti. In un secondo momento, la nostra attenzione si sposterà sull’analisi generale dei comportamenti in riferimento al compito e all’ambiente in cui esso è somministrato.

### 7.2.1 Discussione di Approssimare con i palloncini nell’ambiente computerizzato

Cominciamo la discussione commentando i risultati raccolti dalla somministrazione dei due compiti “approssimare con i palloncini” nell’ambiente digitale.

Per chiarezza espositiva, ricordiamo sinteticamente le caratteristiche principali dei due compiti:

- Il compito 2 chiede agli studenti di posizionare il numero  $n = 420$  sul segmento dati gli estremi:  $e_1 = 350$  e  $e_2 = 650$ .
- Il compito 1 chiede agli studenti di posizionare il numero  $n = 165$  sul segmento dati gli estremi:  $e_1 = 0$  e  $e_2 = 200$ .

Ricordiamo inoltre che i compiti sono stati somministrati nell’ordine in cui li abbiamo richiamati in precedenza a quindi il compito 2 e successivamente il compito 1.

#### 7.2.1.1 Discussione del compito 2 nell’ambiente digitale

Nella Tabella 7.9 e 7.10 sono raccolti i profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo.

Tabella 7.9: profili relativi al compito 2 di approssimare con i palloncini nell’ambiente digitale

	<b>P_cbt_5</b>	<b>P_cbt_6</b>	<b>P_cbt_7</b>	<b>P_cbt_9</b>
<b>Risorse</b>	R1	R1	R2	R1
<b>Controllo: Valutazione</b>	V1	V1	V3	V3
<b>Controllo delle procedure</b>	C3	C3	C3	C3
<b>Euristiche</b>	E2	E2	E2	E2
	E2.1	E2.1	E2.1	E2.1
<b>posizione accettabile della crocetta</b>	si	si	si	si

Osservando i profili degli studenti, possiamo notare che per quanto riguarda le euristiche e il sistema di controllo, tutti gli studenti presentano gli stessi profili, rispettivamente E2 e C3.

Andando nel dettaglio, per quanto riguarda le euristiche, tutti gli studenti scelgono di adottare una strategia per dimezzamenti successivi (E2.1); in particolare, ogni coppia

individua immediatamente il valore numerico riferito al punto medio del segmento e, a partire da questo, dimezza ulteriormente l'intervallo tra il punto medio e il secondo estremo per determinare il valore numerico riferito ai  $\frac{3}{4}$  del segmento. In base a questi punti di riferimento, tutte le coppie collocano la crocetta in una posizione accettabile rispetto alla richiesta del compito. Il procedimento richiede più operazioni e a questo corrisponde nei grafici temporali dei comportamenti, il fatto che, nella maggior parte dei casi, l'episodio di Esplorazione risulta essere quello a cui viene dedicato la maggior percentuale di tempo.

Nelle prime tre coppie, però, si può notare che altrettanto tempo viene dedicato anche all'episodio di Implementazione. Questo fenomeno ha un suo riscontro nei profili se si considera la scelta del sistema di controllo, altro profilo comune tra gli studenti. Ogni coppia si caratterizza rispetto al profilo C3, ovvero tutti gli studenti tengono traccia dei punti di riferimento individuati attraverso l'uso delle dita o del mouse. Questa scelta era stata ipotizzata e priori e interpretata in riferimento alle caratteristiche dell'ambiente di somministrazione, infatti, lavorare in ambiente digitale, limita le possibilità dei solutori di tenere una traccia scritta dei punti di riferimento direttamente sul segmento. In ogni caso, la scelta di tale tecnica di controllo è molto limitante, infatti tre delle quattro coppie che abbiamo osservato ripete la procedura di dimezzamenti successivi più di una volta poiché perde traccia dei punti di riferimento trovati; proprio per questo motivo il tempo dedicato all'Implementazione è dilatato.

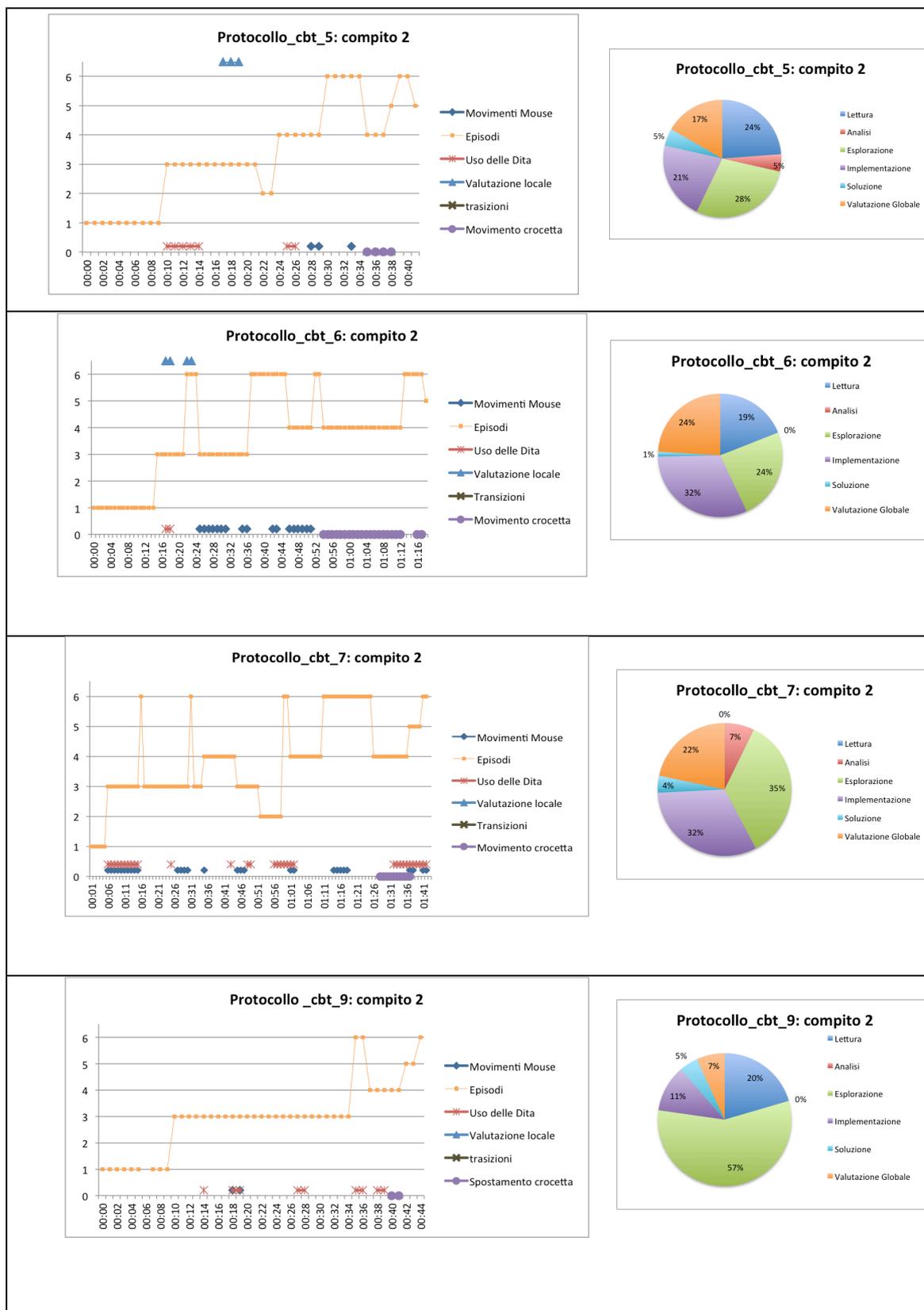
Un esempio di notevole interesse è quello della coppia del protocollo\_cbt\_7 che ripete la procedura tre volte (fig. 7.1).



Figura 7.1: la coppia del protocollo\_cbt\_7 che tiene traccia dei punti di riferimento attraverso le dita

In generale (soprattutto per i protocolli 6 e 7), la scelta di adottare questo sistema di controllo ha un notevole impatto sul processo risolutivo e si ripercuote sulla durata temporale dell'episodio di Implementazione. Nel caso di queste due coppie, infatti, osserviamo dei tempi di risoluzione decisamente alti rispetto alle altre e soprattutto in riferimento al momento in cui gli studenti determinano per la prima volta una stima della posizione della crocetta che sarebbe accettabile rispetto alle richieste del compito (intorno ai primi 30 secondi).

Tabella 7.10: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 2 di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale.



Per quanto concerne la valutazione, possiamo notare che per questo compito tutti gli studenti attivano episodi di Valutazione Globale, mentre solo alcune coppie si avvalgono di

quella Locale. Si tratta di un fenomeno non facilmente interpretabile; possiamo supporre che l'ampia presenza dell'episodio di Valutazione Globale possa essere legata al sistema di controllo scelto. Tenere una traccia temporanea dei punti di interesse, infatti, spinge più volte gli studenti a controllare la coerenza di tali punti in riferimento alle condizioni del compito e questo li porta spesso a ricominciare da capo. In aggiunta, il fatto di poter perdere la traccia dei punti di interesse nel momento in cui si decide di posizionare la crocetta impone necessariamente l'attivazione di un episodio di Valutazione Globale per controllare se la posizione individuata è valida rispetto alle richieste del compito.

Concludiamo la discussione del primo compito considerando le risorse; tutti gli studenti hanno scelto di adottare strategie per approssimazioni successive. Tale scelta può suggerirci che tutte le coppie interpretino il compito non come la richiesta di determinare una posizione esatta, ma una sua stima, e dunque riconoscono anche le risorse legate a tale richiesta identificandosi con il profilo R1. Solo in un caso, protocollo\_cbt\_7, gli studenti ripetono la procedura così tante volte da indurci a pensare che non siano disposti ad accettare un grado di approssimazione troppo ampio. Questo comportamento può indurci a pensare che gli studenti siano caratterizzati dal profilo R2 e dunque siano inconsapevoli del fatto che la strategia da loro scelta non gli permetterebbe di raggiungere un altro grado di precisione. Ad esempio, la dimensione della crocetta rispetto al segmento, può permettere in ogni caso di individuare una approssimazione molto grossolana che comunque verrebbe riconosciuto come accettabile rispetto al compito per cui l'errore tollerato è abbastanza grande.

### 7.2.1.2 *Discussione del compito 1 nell'ambiente computerizzato*

Nella Tabella 7.11 e 7.12 sono raccolti i profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo.

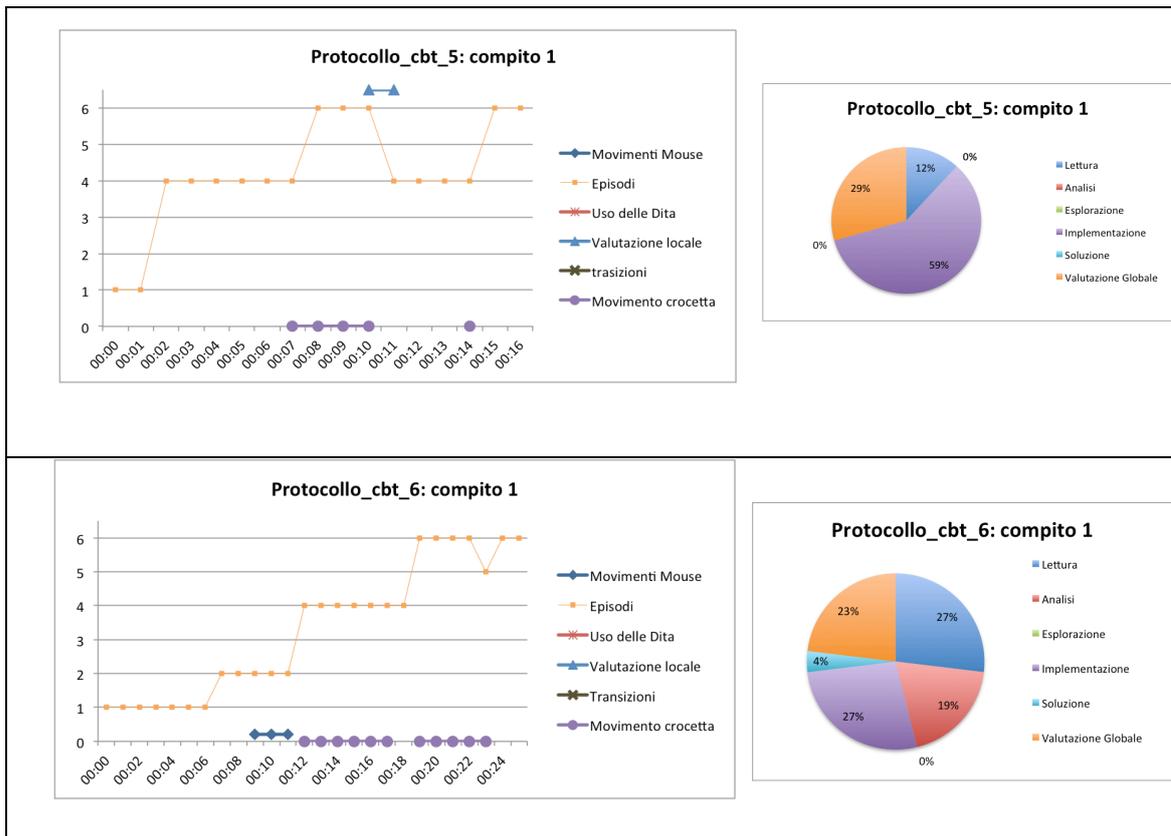
Tabella 7.11: profili relativi al compito 1 di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale

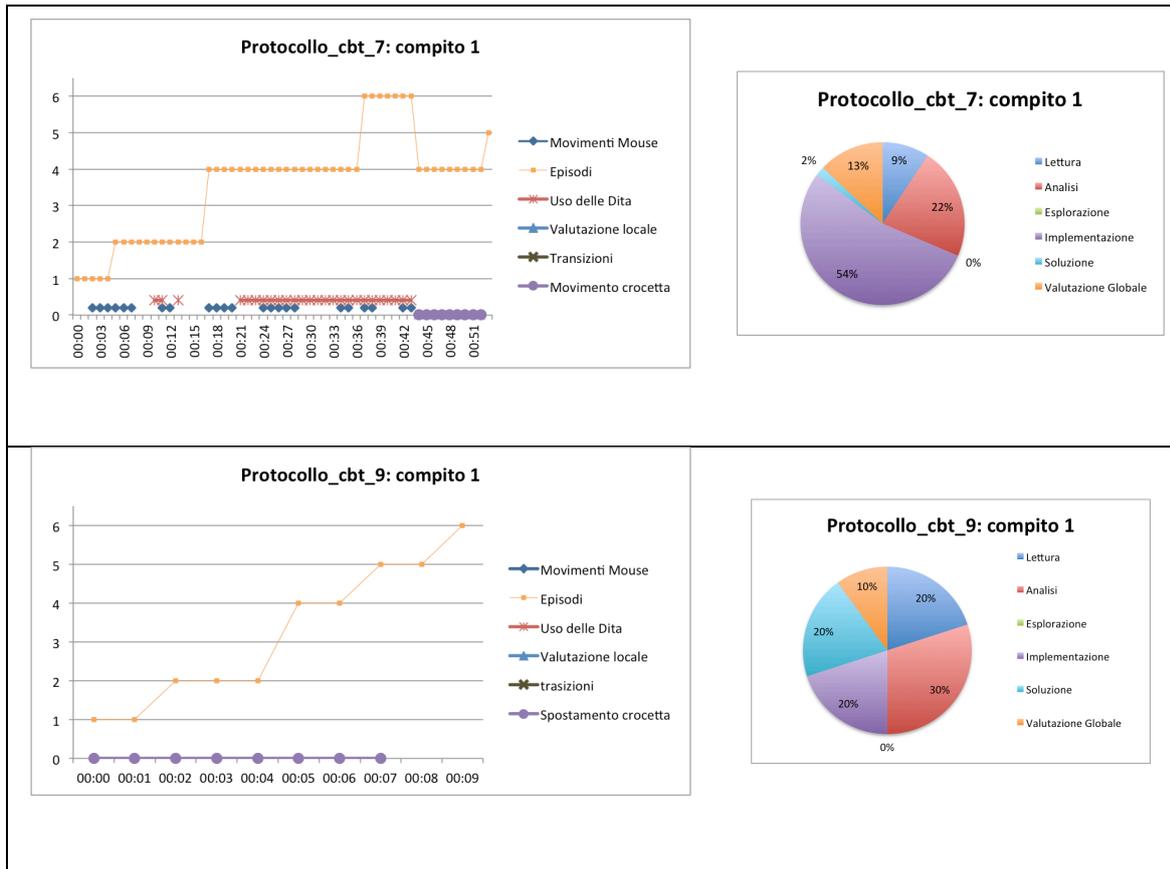
	<b>P_cbt_5</b>	<b>P_cbt_6</b>	<b>P_cbt_7</b>	<b>P_cbt_9</b>
<b>Risorse</b>	R1	R1	R2	R1
<b>Controllo: Valutazione</b>	V1	V3	V3	V3
<b>Controllo delle procedure</b>	C2	C3	C3	C2
<b>Euristiche</b>	E2	E2	E2	E2
	E2.1	E2.1	E2.1	E2.1
<b>posizione accettabile della crocetta</b>	si	si	si	si

Osservando i profili degli studenti, possiamo notare che non tutte le analogie riscontrate per il compito precedente rimangono inalterate, infatti, per quanto riguarda le euristiche, tutti gli studenti si identificano rispetto agli stessi profili E2; al contrario, per quanto riguarda il sistema di controllo, due delle quattro coppie decide di abbandonare l'uso delle dita come ausilio per la traccia dei punti di riferimento ma fa affidamento sul sistema di controllo mnemonico. La scelta di passare da C3 a C2 velocizza notevolmente il processo risolutivo poiché gli studenti non si soffermano più sulla determinazione dei punti di riferimento la li scorrono velocemente direttamente trascinando la crocetta sul segmento.

Anche in questo caso, tutte le coppie propongono una soluzione accettabile del compito utilizzando la stessa strategia per dimezzamenti successivi. In questo caso, però, trattandosi di un valore numerico molto vicino a quello riferito al punto medio, tutte le coppie posizionano la crocetta subito dopo aver individuato tale punto di riferimento. Solo la coppia del protocollo\_cbt\_7 itera ulteriormente il procedimento dimezzando ancora il segmento. Nell'intento di determinare una posizione con un alto grado di approssimazione, gli studenti non si accontentano di posizionare la crocetta alla destra del punto medio ma iterano i dimezzamenti fino ad individuare l'intervallo compreso tra i valori 100 e 125; solo allora, posizionano la crocetta leggermente a sinistra del punto medio di tale intervallo. Questa scelta ci suggerisce ancora una volta che il profilo di riferimento di questa coppia rimane R2.

Tabella 7.12: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 1 di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale.





Per quanto concerne la valutazione, possiamo notare che anche per questo compito tutti gli studenti attivano episodi di Valutazione Globale, mentre solo la prima coppia si avvale anche di quella Locale.

Un aspetto particolare legato al secondo compito è relativo alla presenza dell'episodio di Analisi. Al contrario del compito precedente, in questo caso, tre coppie su quattro attivano tale episodio e nel farlo, si concentrano sul riconoscimento dell'analogia tra questo secondo compito e il precedente che hanno appena risolto. Il fatto di attivare l'episodio di Analisi permette dunque agli studenti di determinare un'analogia tra i compiti e dunque adattare la strategia risolutiva adottata nel compito precedente per risolvere il successivo. In questo modo, gli studenti hanno la possibilità di passare dall'Analisi all'Implementazione senza passare attraverso altri episodi intermedi.

### 7.2.1.3 I due compiti di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale

Fino ad ora, abbiamo analizzato i due compiti somministrati in ambiente digitale presi singolarmente in termini dei comportamenti degli studenti. Di seguito cerchiamo di delineare dei tratti comuni che possono permetterci di identificare delle caratteristiche distintive del comportamento degli allievi coinvolti nella risoluzione del compito approssimare con i palloncini in riferimento all'ambiente indipendentemente dalla specificità delle informazioni che presenta.

In generale, abbiamo notato che tutti gli studenti si avvalgono di una strategia per approssimazioni successive; in particolare, tutte le coppie individuano la soluzione dei compiti dimezzando successivamente il segmento per individuare dei punti di riferimento

(la metà,  $\frac{3}{4}$  del segmento, eccetera). Tale strategia risulta in generale efficace poiché in tutti i casi gli studenti individuano una soluzione dei compiti accettabile. La scelta della strategia si osserva anche nei grafici temporali, infatti, per quanto riguarda il primo compito, possiamo osservare che l'episodio a cui viene dedicato più tempo è l'Esplorazione. Questo fenomeno non si mantiene anche per il compito successivo semplicemente perché in questo secondo caso, gli studenti adottano la strategia per proporre la soluzione e non per esplorare la situazione proposta dal compito per cui si può pensare che abbiano già sviluppato una sorta di familiarità. Questo aspetto può trovare ulteriore conferma se si pensa che il secondo compito presenta un caso particolare del primo. In aggiunta, dai grafici temporali possiamo notare che l'episodio di Analisi viene attivato da tutte le coppie con più o meno frequenza. Nel corso di tale episodio, tutti gli studenti esplicitano l'analogia tra il compito che stanno affrontando e il precedente; in questa prospettiva, si avvalorava l'ipotesi per cui possiamo ipotizzare che i solutori abbiano riconosciuto il compito come familiare e dunque siano passati dall'Analisi direttamente all'Implementazione della strategia risolutiva; l'Esplorazione, infatti, è completamente assente.

Ciò che distingue fortemente i vari processi risolutivi è il sistema di controllo utilizzato, infatti, abbiamo notato che alcuni studenti scelgono di far affidamento ad un sistema di controllo mnemonico (C2) mentre altri scelgono di avvalersi delle dita o del mouse per tenere una traccia temporanea dei punti di riferimento che individuano (C3). La scelta di utilizzare il supporto delle dita o del mouse incide notevolmente sulle tempistiche di risoluzione; infatti, nella maggior parte dei casi, possiamo osservare che tale scelta implica la riproduzione sistematica delle stesse operazioni più di una volta poiché muovendo il mouse per spostare la crocetta, gli studenti perdono traccia di alcuni punti di riferimento utili per determinare la punto in cui posizionare tale crocetta sul segmento. Alla luce di ciò, possiamo ipotizzare che per questo motivo la maggior parte degli studenti scelga di abbandonare questo sistema per adottarne uno completamente mnemonico che permette di risolvere il compito in un tempo inferiore.

Un aspetto che accomuna la maggior parte delle coppie è relativo alle risorse; ad eccezione della coppia del protocollo\_cbt\_7, tutti gli studenti sono consapevoli di dover posizionare la crocetta in un intorno della posizione riferita al numero presentato. Questo aspetto sembra essere legato all'ambiente di somministrazione: infatti, in alcun modo gli studenti hanno la possibilità di misurare la linea e/o definire un sistema di riferimento o una scala che permetta di determinare la posizione riferita al numero indicato con un certo grado di precisione. È possibile quindi che gli studenti, consapevoli di ciò, abbiano interpretato il compito come stima piuttosto che sulla posizione precisa sulla linea che sarebbe in ogni caso impossibile. D'altro canto, un'ulteriore interpretazione di questo fenomeno potrebbe essere legata alla familiarità che gli studenti hanno con il compito e in particolare con l'ambiente in cui esso viene somministrato. Per quanto sia stato limitato il richiamo al gioco e dunque l'aspetto ludico presentato dal palloncino, è possibile che comunque gli studenti non abbiano percepito il compito come un esercizio di matematica tipico della prassi scolastica. Questo fatto potrebbe averli fatti sentire autorizzati a lavorare per approssimazioni successive e non attraverso pratiche standard di definizione di una graduazione "precisa" sulla linea.

## 7.2.2 Discussione di Approssimare con i palloncini nell'ambiente cartaceo

Concludiamo la discussione commentando i risultati raccolti dalla somministrazione dei compiti approssimare con i palloncini nell'ambiente cartaceo. Nello specifico, analizziamo i dati raccolti dalla somministrazione dei due compiti procedendo nell'ordine in cui sono stati presentate agli studenti.

### 7.2.2.1 Discussione del compito 2 nell'ambiente cartaceo

Nella Tabella 7.13 e 7.14 sono raccolti i profili attraverso i quali abbiamo descritto gli studenti e i grafici temporali dei comportamenti attivati nel corso di ogni singolo processo risolutivo.

Tabella 7.13: profili relativi al compito 2 di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale

	<b>P_ppt_5</b>	<b>P_ppt_6</b>	<b>P_ppt_7</b>	<b>P_ppt_9</b>
<b>Risorse</b>	R1	R2	R2 → R1	R2 → R1
<b>Controllo: Valutazione</b>	V3	V1	V4	V4
<b>Controllo delle procedure</b>	C1	C1	C2	C1
<b>Euristiche</b>	E2	E1	E1 → E2	E1 → E2
	E2.1	E1.1	E1.1 → E2.1	E1.2 → E2.1
<b>uso del righello</b>	si	si	no	si
<b>posizione accettabile della crocetta</b>	si	no	si	si

Al contrario di quanto è successo nell'ambiente computerizzato; gli studenti che hanno svolto il compito in ambiente carta e penna non presentano un profilo comune in riferimento a nessuna delle 4 categorie che consideriamo.

Per quanto riguarda le euristiche, ad esempio, solo una coppia sceglie di adottare una strategia per approssimazioni successive sin dal primo istante e dunque riconosce immediatamente la richiesta di individuare la stima della posizione relativa al numero indicato e non la sua posizione "precisa". Tutte le altre, invece, affrontano il compito cercando di individuare una scala che permetta di determinare la posizione precisa relativa al numero presentato. Come anticipato nelle analisi a priori, però, la scelta di una strategia di questo tipo richiede una certa dimestichezza con le operazioni che occorre adottare, le quali devono essere supportate da una continua Valutazione sia Locale che Globale. Di queste tre coppie, due si accorgono della difficoltà dovuta alla scelta della strategia e per questo motivo, dopo qualche tempo decidono di abbandonarla per adottarne una per approssimazioni successive. Solo una coppia sceglie di mantenerla fino alla fine ed è l'unica che fornisce una soluzione non accettabile al compito. Tutte le altre, invece, attraverso una strategia per dimezzamenti successivi riescono a raggiungere una soluzione accettabile e conclude il compito in un tempo decisamente inferiore rispetto alla coppia che si mantiene sul profilo E1. La scelta delle euristiche trova riscontro sui grafici temporali; infatti, possiamo notare che per le tre coppie che cominciano il compito identificandosi con un profilo E1, il tempo dedicato all'episodio di Analisi è di molto superiore alla coppia che si è identificata subito con il profilo E2, in cui l'episodio prevalente è l'Esplorazione.

La scelta di adottare una strategia per dimezzamenti successivi, nell'ambiente carta e penna si dimostra essere molto efficace, infatti, gli studenti che adottano tale strategia riescono in poco tempo a determinare una soluzione accettabile al compito. Un supporto notevole a tale strategia è dato dalla possibilità di tenere traccia dei vari punti di interesse segnandoli direttamente sul segmento, in aggiunta, l'ausilio del righello permette di individuare tali punti con un grado di precisione abbastanza alto. In Figura 7.2 possiamo osservare la risposta fornita dalla coppia del protocollo\_cbt\_5, con i diversi punti di riferimento indicati sulla linea e usati a supporto del processo risolutivo.

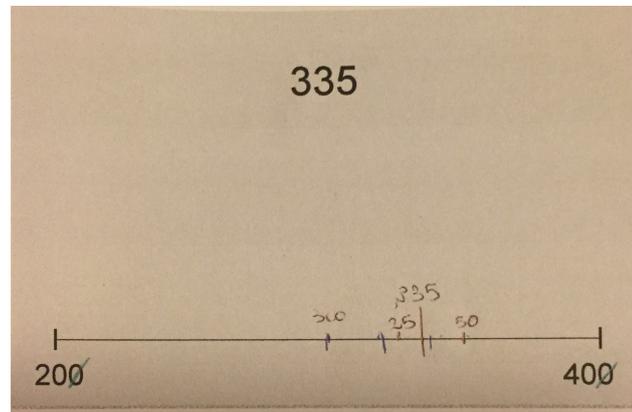
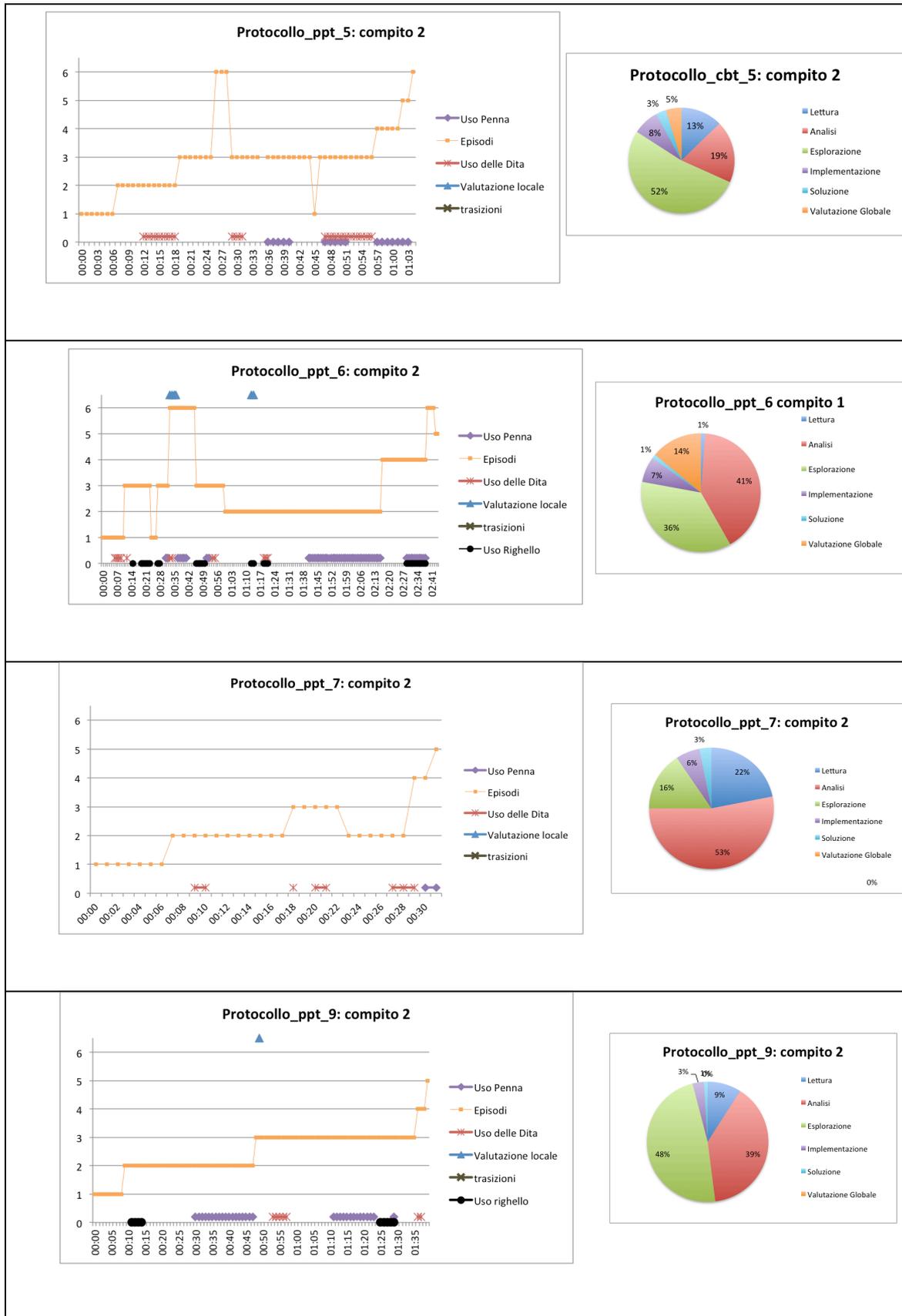


Figura 7.2: immagine della soluzione proposta dagli studenti del protocollo\_ppt\_5 al compito 2

In generale i grafici temporali non mettono in evidenza dei caratteri comuni. In questo caso, al contrario di quanto abbiamo osservato nella calcolatrice rotta, gli studenti non si uniformano né rispetto ai profili né rispetto ai comportamenti. Infatti, le prime due coppie presentano una scansione del processo risolutivo attraverso un numero elevato di passaggi, in quanto possiamo notare che diversi episodio subiscono delle interruzioni; mentre, le altre due presentano un processo che prevede un numero di passaggi decisamente inferiore poiché si passa da un episodio all'altro senza alcuna interruzione.

Allo stesso modo, per quanto riguarda i profili, possiamo notare che non tutti gli studenti attivano episodi di Valutazione Locale o Globale. Nel caso delle prime due coppie, possiamo osservare che l'episodio di Valutazione Globale è sempre attivato ed è proprio quest'ultimo che provoca le interruzioni degli altri episodi; mentre, le restanti due coppie non attivano alcun episodio di Valutazione né Locale né Globale e forse per questo notiamo un andamento lineare del processo risolutivo.

Tabella 7.14: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 2 di approssimare con i palloncini nell'ambiente cartaceo.



### 7.2.2.2 *Discussione del compito 1 nell'ambiente cartaceo*

Nelle tabelle 7.15 e 7.16 sono raccolti i profili e i grafici temporali delle quattro coppie che hanno affrontato il compito 1 nell'ambiente cartaceo.

Tabella 7.15: profili relativi al compito 1 di approssimare con i palloncini nell'ambiente digitale

	<b>P_ppt_5</b>	<b>P_ppt_6</b>	<b>P_ppt_7</b>	<b>P_ppt_9</b>
<b>Risorse</b>	R1	R2	R1	R1
<b>Controllo: Valutazione</b>	V3	V3	V3	V3
<b>Controllo delle procedure</b>	C1	C1	C3	C1
<b>Euristiche</b>	E2	E1 → E2	E2	E2
	E2.1	E1.1 → E2.1	E2.1	E2.1
<b>uso del righello</b>	no	si	no	si
<b>posizione accettabile della crocetta</b>	si	si	si	si

Mentre per il compito 2 non abbiamo riscontrato alcuna analogia sui profili, per quanto riguarda il compito 1 possiamo notare che ci sono alcuni aspetti che accomunano i comportamenti degli studenti (tab. 7.15). In particolare in questo secondo compito possiamo notare un pattern di profili comune tra gli studenti: R1-V3-C1-E2.

Per risolvere questo compito, tutti gli studenti hanno attivato una strategia per dimezzamenti successivi, in particolare, tre coppie su quattro, caratterizzate dal profilo R1, hanno individuato una soluzione accettabile a partire dall'individuazione del valore numerico riferito al punto medio. Solo una coppia ha deciso di iterare la procedura (protocollo\_ppt\_6) attraverso un numero maggiore di dimezzamenti. Questo fatto potrebbe essere spiegato se interpretato rispetto al profilo delle risorse (R1). Infatti, tale coppia sembra non accettare il fatto di posizionare la crocetta in una posizione con un ampio grado di approssimazione ma cerca di individuare un punto con un certo livello di precisione. Questo fenomeno si può notare anche nei grafici temporali (tab. 7.16), infatti, solo nel caso di questa coppia la rappresentazione grafica del processo risolutivo presenta un numero di passaggi più elevato rispetto a quelli presentati nei grafici delle altre coppie. Per questo compito, però, anche la coppia del protocollo\_ppt\_6 propone una soluzione accettabile.

Un ulteriore aspetto comune tra gli studenti si riscontra anche nella scelta di attivare almeno un episodio di Valutazione Globale, infatti, tutte le coppie verificano se la soluzione proposte è coerente rispetto alle informazioni presentate nel compito.

Un fenomeno che era stato ipotizzato a priori riguarda la scelta di tenere traccia delle procedure attivate. L'ambiente carta e penna, infatti, agevola tale scelta poiché è possibile disegnare direttamente sulla linea dei punti di riferimento che possono essere individuati anche attraverso l'ausilio del righello. Per questo compito ben tre coppie su quattro scelgono tale sistema e dunque si caratterizzano attraverso il profilo C1. Questo aspetto corrisponde nei grafici temporali al fatto che nell'episodio di implementazione vengono usati penna e matita e qualche volta il righello. Solo la coppia del protocollo\_ppt\_7 sceglie di tenere traccia dei punti di riferimento attraverso le dita (C3).

Tabella 7.16: grafici temporali dei comportamenti e frequenza degli episodi, relativi al compito 1 di approssimare con i palloncini nell'ambiente cartaceo.



### 7.2.2.3 *I due compiti di approssimare con i palloncini nell'ambiente cartaceo*

Dopo aver analizzato i due compiti, somministrati in ambiente digitale presi singolarmente, in termini dei comportamenti degli studenti, cerchiamo ora di delineare dei tratti comuni che possono permetterci di identificare delle caratteristiche distintive del compito approssimare con i palloncini in riferimento all'ambiente cartaceo, indipendentemente dalla specificità delle informazioni che presenta.

In generale, abbiamo notato che tutti gli studenti si avvalgono di una strategia per approssimazioni successive; in particolare, tutte le coppie individuano la soluzione dei compiti dimezzando successivamente il segmento per individuare dei punti di riferimento. Tale strategia risulta in generale efficace poiché in tutti i casi gli studenti individuano una soluzione dei compiti accettabile. La scelta della strategia non è però immediata; molti studenti infatti affrontano il compito cercando in prima battuta di individuare una scala sul segmento disegnato. Questa scelta, identificata rispetto al profilo E1, però, risulta inefficace, infatti, la maggior parte degli studenti sceglie di abbandonarla dopo poco; solo una coppia decide di mantenerla fino al raggiungimento della soluzione che alla fine risulta essere non accettabile. La preferenza su una strategia rispetto che un'altra ha uno stretto legame rispetto alle risorse riconosciute dagli studenti. Infatti, possiamo osservare che tutti gli studenti che si configurano con il profilo E2, riconosce tra le risorse anche quelle legate alla stima (R1); al contrario, la coppia che si identifica con il profilo E1, fa riferimento solo alle risorse legate alla gestione della rappresentazione dei numeri sulla retta senza curarsi dell'impossibilità di determinare una posizione precisa del numero sulla linea a causa della peculiarità della rappresentazione geometrica presentata. La differenza profonda tra i due profili si basa sulla costruzione o meno di una rappresentazione dei numeri sulla retta. In tutti i casi la posizione da individuare non può essere precisa ma si tratta di una stima; nel caso del profilo E1 la determinazione della posizione della crocetta nasce dal problema di costruire una rappresentazione dei numeri sul segmento; mentre nel caso del profilo E2, l'esigenza è come indicare una posizione senza aver fornito tale rappresentazione.

La scelta della strategia trova riscontro nei grafici temporali, infatti, per quanto riguarda il primo compito, possiamo osservare che l'episodio a cui viene dedicato più tempo è l'Esplorazione. Solo in un caso l'episodio prevalente non è l'Esplorazione ma l'Analisi e si tratta proprio dell'unica coppia che si caratterizza rispetto al profilo E1. L'episodio di Analisi, in questo caso, è volto alla ricerca di un'analogia tra il particolare compito e gli esercizi già affrontati nella pratica didattica. In questa prospettiva, possiamo pensare che ci sia un legame tra l'attivazione di un episodio di analisi e il profilo E1 infatti, quest'ultimo, richiama pratiche e più in generale strategie tipiche dei compiti scolastici; ad esempio, la determinazione di una scala sulla retta rispetto ad un'unità di misura stabilita.

Le osservazioni appena fatte su Esplorazione e Analisi, non sono confermate per il compito che risolvono per secondo. Il fatto che non si riscontrino tali conferme, però, può essere interpretato allo stesso modo del caso digitale, infatti, tutti gli studenti riconoscono l'analogia tra il compito 1 che devono affrontare e il compito 2 che hanno già affrontato. Tale analogia in due casi viene esplicitata chiaramente attraverso l'implementazione di un episodio di Analisi, in altri casi rimane implicita ma si può osservare dal fatto che gli

studenti passano immediatamente all'episodio di Implementazione, utilizzando la stessa strategia attivata per risolvere il compito precedente, adattandola alle informazioni del secondo compito.

Un altro aspetto comune dei comportamenti nel caso dei compiti somministrati in ambiente cartaceo, è legato alla scelta di tenere traccia delle operazioni attivate. Come avevamo già ipotizzato a priori nei capitoli precedenti, l'ambiente carta e penna dà la possibilità allo studente di manipolare direttamente la linea e dunque permette di tracciare dei punti di riferimento che possono essere di supporto al processo risolutivo. In entrambi i compiti, 3 coppie su 4 scelgono di utilizzare l'ausilio della penna per tenere memoria delle procedure sulla linea (C1); solo in un caso (protocollo\_ppt\_7), una coppia decide di affidarsi ad un sistema di controllo mnemonico o temporaneo (C2 o C3). Al contrario di quanto osservato nell'ambiente digitale, però, questa scelta non ha particolari ripercussioni sul processo risolutivo, infatti, possiamo osservare che la coppia in questione sceglie di adottare le stesse strategie delle altre e raggiunge una soluzione accettabile in tempi confrontabili rispetto agli altri.

Per quanto concerne la Valutazione non è possibile fare particolari inferenze in riferimento ad analogie o differenze. In generale però, possiamo osservare che nel caso del secondo compito, tutti gli studenti attivano un episodio di Valutazione Globale per verificare la plausibilità della soluzione trovata cosa che in generale non abbiamo osservato in ambiente digitale.

## 8 Conclusioni e prospettive future

In questo capitolo conclusivo, proponiamo una visione di insieme sul nostro percorso di ricerca, partendo dalla discussione dei risultati presentata nel capitolo precedente. Inoltre, discuteremo in breve sulle possibili implicazioni didattiche e sulle ricerche future che si potranno affrontare per approfondire i risultati raccolti in questa prima fase della ricerca.

Lo scopo della nostra ricerca è stato quello di comparare compiti somministrati in ambienti differenti, in particolare carte e penna e computer. In riferimento alla definizione che abbiamo fornito di compito (presentata nel cap.2, par. 2.1), tale confronto è stato sviluppato rispetto a tre dimensioni differenti:

- il contenuto del compito e cioè il compito come attività in sé;
- la modalità di comunicazione del compito relativa alle scelte legate alla comunicazione tra chi somministra il compito e chi lo risolve;
- la soluzione del compito in termini di azioni e operazioni consentite al solutore per determinare la soluzione del compito e fornire la risposta.

In questa prospettiva, siamo partiti da uno studio approfondito della letteratura per chiarire in quali contesti si inserisce la nostra ricerca (cap.1); in particolare, ci siamo concentrati su alcuni problemi che ad oggi rimangono aperti (cap. 1, par. 1.2). A partire da tali problemi abbiamo formulato delle prime domande che potessero guidarci nella nostra ricerca e, nello specifico, nella costruzione di un quadro teorico utile per i nostri scopi:

- È possibile definire uno strumento che permetta di confrontare due compiti somministrati in diversi ambienti allo scopo di chiarire cosa si intende con il termine utilizzato in letteratura *compiti equivalenti*?
- In che modo le informazioni che un compito somministrato in ambiente digitalizzato fornisce su un allievo sono confrontabili con le informazioni che ci fornisce un compito *equivalente* somministrato su carta e penna?

Guidati da queste prime domande generiche, abbiamo costruito due particolari strumenti di analisi che ci hanno permesso di formulare con precisione la domanda di ricerca che ha guidato l'impianto della nostra sperimentazione e l'analisi dei dati raccolti. Per portare avanti la nostra indagine rispetto alle tre dimensioni di interesse ci siamo resi conto della necessità di costruire due strumenti che ci permettessero uno di confrontare compiti e l'altro

di confrontare i processi risolutivi messi in campo per la soluzione di tali compiti. Abbiamo dunque proceduto alla costruzione dei seguenti due strumenti (descritti in dettaglio nel cap. 2, par. 2.2 e 2.3).

La *griglia di comparazione dei compiti* ci ha fornito uno strumento operativo per il confronto tra compiti. In particolare, tale griglia ci ha permesso di confrontare un compito somministrato su carta e penna con uno somministrato su computer o viceversa.

Lo *strumento di codifica dei comportamenti* ci ha permesso di descrivere i comportamenti degli studenti di fronte a un compito.

In questa prospettiva, la domanda di ricerca alla quale cercheremo di rispondere in questo capitolo conclusivo è la seguente:

*Come sono correlate le variazioni presentate dalla griglia di comparazione dei compiti con i comportamenti dei solutori descritti dallo strumento di codifica dei comportamenti?*

### 8.1 I due strumenti di codifica

Prima di rispondere alla domanda di ricerca, dunque delineare la correlazione tra i risultati emersi attraverso l'uso dei due strumenti da noi elaborati, ci sembra opportuno riassumere sinteticamente alcune delle evidenze emerse dall'utilizzo dei due strumenti presi singolarmente. In particolare, riprenderemo brevemente i principali risultati che la griglia di comparazione dei compiti ci ha permesso di raccogliere per ciascuno dei compiti considerati (i quali sono descritti nel capitolo 3); allo stesso modo faremo per lo strumento di codifica dei comportamenti (i cui risultati completi sono descritti nel capitolo 7).

La griglia di comparazione dei compiti è stata costruita allo scopo individuare dei parametri di confronto fra due compiti e in particolare per descrivere le variazioni che si presentano tra questi, indipendentemente dall'ambiente in cui essi sono somministrati. Nello specifico, partendo dallo scopo della nostra ricerca, tale griglia è stata costruita per l'individuazione e la descrizione delle differenze che si possono riscontrare tra due compiti somministrati in due ambienti differenti (cap. 2, par. 2.2.2). La griglia di comparazione è stata poi utilizzata per realizzare l'impianto sperimentale e in particolare per costruire i compiti che sono stati oggetti di studio nella nostra sperimentazione. In particolare, la griglia di comparazione ha funzionato come strumento di controllo per limitare al minimo le possibili variazioni tra le versioni del compito nei due ambienti (cap 3, par. 3.3.1 e 3.4.1). Tale griglia ha permesso di mettere in luce particolari differenze legate al formato e al contenuto del compito che dipendono strettamente dal passaggio da un ambiente all'altro. Proprio a partire da tali differenze, sarà interessante identificare quali di queste possono aver portato gli studenti ad assumere particolari comportamenti, osservati attraverso lo specifico strumento di codifica, e in che modo questi possano essere fatti dipendere dall'ambiente di somministrazione.

Lo strumento di codifica dei comportamenti è stato costruito partendo dal quadro di riferimento elaborato da Schoenfeld (1985). Tale strumento ha permesso di descrivere gli atteggiamenti, le scelte e quindi in generale i comportamenti dei solutori nel momento in

cui sono stati coinvolti nella soluzione dei compiti nei due ambienti. Nella nostra prospettiva, in accordo con la definizione di compito che abbiamo scelto, lo strumento è stato rielaborato allo scopo di descrivere le azioni e le operazioni che i solutori hanno attivato nello svolgimento di ciascun compito (cap 5, par. 5.3.2 e 5.4.2).

I risultati dell'analisi dei dati, restituiti dallo strumento, consistono in un sistema di codici corrispondente a sei episodi, che classificano i comportamenti del solutore in base a specifiche caratteristiche delle operazioni che ha attivato. Tale sistema di codici è stato utilizzato per costruire dei grafici temporali che hanno permesso di rappresentare graficamente i processi risolutivi osservati (cap. 6 e 7).

I risultati che gli strumenti ci hanno permesso di raccogliere sono strettamente legati ai singoli compiti che abbiamo considerato. Si tratta infatti di strumenti nati allo scopo di elaborare un'analisi qualitativa fine dei dati raccolti nel corso della sperimentazione. In questa prospettiva, non è possibile pensare di rispondere in modo generale alla domanda di ricerca ma è necessario considerarla in relazione ad ognuno dei due compiti.

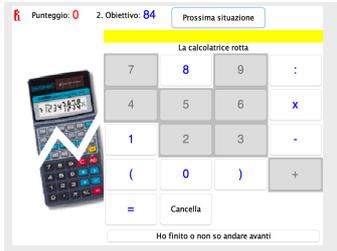
## **8.2 Risposta alla domanda di ricerca per il compito “La calcolatrice rotta”**

Nel capitolo precedente abbiamo discusso i risultati raccolti attraverso lo strumento di codifica dei comportamenti considerando i compiti somministrati nei due ambienti presi separatamente, inoltre, in nessun modo abbiamo preso in esame i risultati emersi dall'uso della griglia di comparazione dei compiti. Al fine di rispondere alla domanda di ricerca è invece necessario sviluppare un'analisi comparativa dei compiti rispetto ai comportamenti e alla loro correlazione con le caratteristiche specifiche del compito messe in evidenza dalla griglia di comparazione dei compiti.

Per chiarezza espositiva, nella Tabella 8.1 presentiamo le due versioni, digitale e cartacea (fig 8.1 e 8.2), del compito *la calcolatrice rotta* e una sintesi delle variazioni che sono state messe in luce attraverso l'utilizzo della griglia di comparazione (descritte nel dettaglio nel cap. 3).

## 8. Conclusioni

Tabella 8.1: Versioni, digitale e cartacea, del compito “La calcolatrice rotta” e la griglia di comparazione dei compiti per le due versioni.

<p>Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell’immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?</p> <p>Il tasto <b>Cancella</b>, in basso, ti permette di cancellare l’ultimo tasto che hai digitato.</p> <p>Il tasto = calcola il risultato dell’espressione scritta nella parte gialla</p>	<p>Hai una calcolatrice rotta, puoi utilizzare solo i tasti che vedi in blu nell’immagine. Sarebbe possibile ottenere il numero scritto a fianco della parola Obiettivo solo utilizzando i tasti funzionanti?</p> <p>Obiettivo: <b>84</b></p>		
			
<p>Figura 8.1: versione digitale del compito “la calcolatrice rotta”</p>		<p>Figura 8.2: versione cartacea del compito “la calcolatrice rotta”</p>	
Contenuto del compito			
Indicatore	Elementi	Variazioni	
Set-up	1. Protagonista e personaggi		NO
	2. Azioni e strumenti		NO
	3. Scopo dei personaggi		NO
	3. Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up		NO
Informazioni	1. numero di informazioni variate	Nella versione digitale del compito è stata aggiunta un’informazione relativa alle funzioni di alcuni tasti. Tale informazione non compare nella versione cartacea.	
	1. Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni	Nella versione digitale del compito è stato aggiunto un paragrafo esplicativo relativo alle informazioni e dunque è stata aumentata la lunghezza del testo.	
Domanda	1. Tipologia di domanda		NO
	2. Tipologia di richiesta		NO
	1. Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda		NO
Formato del compito			
Indicatore	Elementi	Variazioni	
Layout del compito	1. Scelte stilistiche		NO
	2. Struttura del compito		NO
Soluzione del compito			
Indicatore	Elementi	Variazioni	
Soluzione del compito	1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito	Le modalità di comunicazione a supporto delle azioni attivabili dal solutore prevedono possibilità diverse nelle due versioni.	
	2. modalità di comunicazione della	Nelle due versioni, le modalità di comunicazione della risposta prevedono	

	risposta	possibilità diverse in riferimento al linguaggio che il solutore può utilizzare per fornirla.
	3. feedback	Nella versione digitale, la presenza della calcolatrice prevede la presenza di un feedback interno

Come possiamo osservare nella tabella (tab. 8.1), il testo del compito presentato in ambiente digitale differisce da quello cartaceo poiché in esso è stato aggiunto un paragrafo in cui sono descritte le istruzioni per l'utilizzo della calcolatrice virtuale. In particolare, sono presentate le funzioni dei tasti: "cancella" e "=". Per questo motivo, è evidente una differenza che comporta l'aumento della lunghezza del testo scritto e del contenuto della componente informazioni, in particolare nel numero di informazioni presentate. Nell'ambiente carta e penna, oltre al non comparire le informazioni relative all'utilizzo delle funzioni "=" e "cancella", i tasti ad esse relativi sono stati eliminati anche nell'immagine. Tale differenza di contenuto e formato può essere messa in relazione con aspetti specifici dei comportamenti osservati negli studenti. In particolare, nell'episodio di Lettura, l'azione riferita alla lettura del testo scritto ha una durata differente nei due ambienti. Nei grafici temporali dei comportamenti (presentati nel capitolo precedente) possiamo notare che il primo episodio di Lettura che si riferisce al compito 1, cioè quello in cui gli studenti leggono il testo del compito, dura in media 22 secondi nell'ambiente digitale mentre 14 secondi in quello carta e penna. Questo fatto è in linea con le ipotesi a priori sviluppate nel capitolo 3, infatti, la lunghezza del testo incide sul tempo che gli studenti impiegano nella lettura del testo scritto e nel coordinamento tra le informazioni presentate attraverso una modalità di comunicazione verbale e iconografica. Tale evidenza può far pensare che se le variazioni di lunghezza riferite alle informazioni aumentano, anche la lunghezza della lettura del testo aumenta. Si tratta dunque di una differenza sui comportamenti attivati che potrebbe avere conseguenze anche sulla performance, almeno in termini di tempo.

Nella griglia di comparazione dei compiti, si riscontrano, inoltre, notevoli differenze in riferimento alla soluzione del compito: l'applet e la carta prevedono possibilità molto diverse in termini di azioni che il solutore può attivare. Nonostante ciò, nelle nostre sperimentazioni abbiamo osservato che la maggior parte degli studenti, indipendentemente dall'ambiente, sceglie di avvalersi di un sistema di controllo mnemonico e adotta una strategia per tentativi. Questo aspetto potrebbe indurre a pensare che le differenze di ambiente si riscontrano prevalentemente nel momento in cui gli studenti scelgono di fornire la risposta e non durante il processo di risoluzione.

Entrando nel dettaglio, però, possiamo notare delle differenze sostanziali in relazione ai pattern di profili comuni individuati nei due ambienti. In particolare, per quanto riguarda l'ambiente digitale, abbiamo osservato che per il primo compito ogni studente è stato caratterizzato da profili differenti mentre nel secondo tutte le coppie si configurano rispetto allo stesso pattern di profili: R1-V4-C2-E2. Questa evidenza risulta essere di particolare interesse e sembra suggerire che familiarizzando con il compito e con l'ambiente in cui esso è somministrato, porti gli studenti ad attivare comportamenti simili in riferimento alle 4 categorie relative al processo risolutivo. Anche per quanto riguarda i grafici temporali, i

processi risolutivi del secondo compito sono contraddistinti da un numero molto basso di passaggi se confrontati con il compito precedente. Per quanto riguarda l'ambiente carta e penna, invece, gli studenti sono presentati già nell'affrontare il primo compito, uno stesso pattern di profili, R2-V1-C2-E2, che successivamente viene mantenuto. Per quanto riguarda i grafici temporali, invece, possiamo osservare che tra il primo e il secondo compito il numero di passaggi registrati non diminuisce sensibilmente come invece accade nell'ambiente digitale.

Entriamo ora nel dettaglio per mettere in luce come gli aspetti fino ad ora evidenziati possono essere collegati con le variazioni registrate nei due ambienti.

Per quanto riguarda il controllo, il profilo più frequente fra tutti gli studenti è C2 in entrambi gli ambienti. Questo fatto è in contrasto con le ipotesi avanzate a priori: avevamo infatti, immaginato che, nell'ambiente cartaceo, un buon numero di studenti si sarebbe avvalso dell'ausilio della carta per tenere traccia delle operazioni e dunque avevamo ipotizzato che su carta e penna ci potesse essere una maggior frequenza di profili C1. In questo caso quindi le variazioni legate alla soluzione del compito, in particolare all'aspetto legato alla possibilità di tenere nota delle operazioni attivate, non sembra trovare una correlazione rispetto alle scelte degli studenti.

Sempre in riferimento al sistema di controllo, avevamo ipotizzato che la possibilità di usare la calcolatrice e dunque di ricevere un feedback interno all'ambiente limitasse gli episodi di valutazione nell'ambiente digitale. In effetti, tale ipotesi è confermata osservando i comportamenti degli studenti coinvolti nella soluzione del secondo compito: nessuna coppia attiva alcun episodio di Valutazione Locale o Globale e dunque tutti gli studenti si identificano con il profilo V4. Ciò non accade nel primo compito in cui non c'è uniformità nei profili riferiti alla valutazione. Questo fatto potrebbe essere spiegato in riferimento alla familiarità con la calcolatrice; probabilmente nel momento in cui si sono trovati davanti al primo compito, non tutti gli studenti erano consapevoli di poter utilizzare un possibile feedback. Per quanto riguarda il secondo compito, invece, l'averne svolto uno in precedenza, potrebbe aver portato gli studenti a tale consapevolezza e dunque può aver influenzato le scelte che sono state seguite per il compito successivo. Allo stesso modo, la mancanza di un feedback in riferimento alle operazioni attivate, spinge i solutori che lavorano con carta e penna ad attivare più volte episodi di valutazione Locale e Globale e per questo, in entrambi i compiti, osserviamo che la maggior parte degli studenti si identificano con il profilo V1 esattamente come ipotizzato a priori.

L'ambiente in cui il solutore può agire influenza notevolmente i processi risolutivi attivati dagli studenti anche in riferimento alle risorse. Infatti, la possibilità di usare la calcolatrice, o comunque averla a disposizione nell'ambiente, sembra aver avuto un effetto sulle risorse mobilitate: tutti gli studenti che hanno svolto il compito nell'ambiente digitalizzato si sono identificati con il profilo R1; al contrario, in ambiente cartaceo, la disponibilità della sola un'immagine, e il non poter utilizzare concretamente la calcolatrice sembra aver limitato tale consapevolezza da parte degli studenti tutti riconducibili al profilo R2, ovvero non hanno riconosciuto tutte le risorse disponibili, in particolare quelle legate alla rappresentazione posizionale delle cifre.

Un aspetto che non era stato ipotizzato a priori, è quello legato alle euristiche. Infatti, tutti gli studenti che hanno svolto il compito, indipendentemente dall'ambiente, hanno scelto una strategia per tentativi; in particolare, essi hanno cercato tra le combinazioni di numeri e operazioni un risultato approssimativamente vicino al numero obiettivo per poi aggiustarlo allo scopo di ottenere la soluzione precisa. Solo in un caso riscontriamo un tentativo di approccio E1 nell'ambiente cartaceo; tale approccio viene però abbandonato per essere sostituito da uno esplorativo di tipo E2. La scelta dell'approccio è chiaramente riconoscibile anche dai grafici temporali ricavati dallo strumento di codifica dei comportamenti, infatti, in tutti i casi, l'episodio di Esplorazione risulta essere quello attivato il maggior numero di volte e di durata temporale maggiore rispetto a tutti gli altri.

Nella discussione dei risultati raccolti nel capitolo precedente, abbiamo osservato che tali grafici ci permettono in alcuni casi di notare degli aspetti relativi ai profili, ad esempio il tipo di sistema di controllo e le euristiche adottate. D'altro canto, però, non ci permettono di fare inferenze dirette in riferimento, ad esempio, alle risorse riconosciute dai solutori. In una prospettiva generale, però, i grafici dei comportamenti ci permettono di osservare con maggior precisione analogie e differenze di tutti i percorsi risolutivi nei due ambienti. In particolare, per quanto concerne il primo compito, possiamo osservare che in ambiente digitale il numero di passaggi è decisamente superiore all'ambiente carta e penna. In questa prospettiva, possiamo notare che i processi risolutivi attivati in ambiente digitale presentano più volte l'attivazione di episodi diversi, i quali si interrompono e si susseguono, senza un preciso ordine. Al contrario, nel secondo compito, la situazione cambia e il processo risolutivo in ambiente digitale diventa più lineare e ordinato in riferimento alla successione degli episodi, mentre continua a presentare un numero maggiore di passaggi in ambiente cartaceo.

Concludiamo il paragrafo riprendendo la domanda di ricerca in relazione al compito *la calcolatrice rotta*.

*Come sono correlate le variazioni presentate dalla griglia di comparazione dei compiti della calcolatrice rotta con i comportamenti dei solutori descritti dallo strumento di codifica dei comportamenti?*

La griglia di comparazione dei compiti ci ha permesso di osservare delle variazioni in riferimento

- al formato, in particolare al testo relativo alla componente informazioni;
- al contenuto, in particolare alle informazioni;
- alla soluzione del compito, in particolare nelle azioni e operazioni attivabili dal solutore, nella modalità di comunicazione della risposta e nella presenza o meno del feedback.

Tali variazioni possono essere correlate ai comportamenti degli studenti, infatti, per quanto concerne la variazione sul contenuto e il formato delle informazioni, possiamo notare una dilatazione dei tempi dedicati all'episodio di Lettura nell'ambiente digitale; in particolare rispetto alle operazioni dedicate alla comprensione del testo e alla coordinazione tra le informazioni espresse attraverso il registro verbale e iconografico. Per quanto riguarda

gli aspetti legati alla soluzione del compito, la presenza o meno del feedback interno della calcolatrice ha influenzato le scelte degli studenti di attivare o meno episodi di Valutazione sia Locale che Globale soprattutto per il secondo compito. Al contrario, non è stato possibile inferire alcuna correlazione in riferimento alle azioni e operazioni attivabili dal solutore dato che in entrambi gli ambienti gli studenti scelgono di attivare strategia analoghe per tentativi ed errori monitorate attraverso un sistema di controllo mnemonico.

### 8.3 Risposta alla domanda di ricerca per il compito “Approssimare con i palloncini”

Esattamente come per il compito precedente, al fine di rispondere alla domanda di ricerca, di seguito presentiamo una discussione dei risultati emersi dall’utilizzo dello strumento di codifica dei comportamenti correlandoli con quelli raccolti dall’uso della griglia di comparazione dei compiti.

Per chiarezza espositiva, nella Tabella 8.2 presentiamo le due versioni, digitale (versione II) e cartacea (fig 8.3 e 8.4), del compito *approssimare con i palloncini* e una sintesi delle variazioni che sono state messe in luce attraverso l’utilizzo della griglia di comparazione (descritte nel dettaglio nel cap. 3).

Tabella 8.2: Versioni, digitale e cartacea, del compito “Approssimare con i palloncini” e la griglia di comparazione dei compiti per le due versioni.

Sposta la crocetta nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi		Disegna una crocetta nel punto della linea che corrisponde al valore che vedi	
			
Figura 8.3: versione digitale del compito “approssimare con i palloncini”, versione II		Figura 8.4: versione cartacea del compito “approssimare con i palloncini”.	
Contenuto del compito			
Indicatore	Elementi	Variazioni	
Set-up	1. Protagonista e personaggi	NO	
	2. Azioni e strumenti	Le azioni del personaggio nei due compiti sono differenti: “sposta”/ “disegna”	
	3. Scopo dei personaggi	NO	
	Sistemi di segni utilizzati riferiti al set-up	Le variazioni di contenuto sono esplicitate attraverso testi differenti sempre nel registro verbale scritto. I verbi riferiti alle azioni del solutore sono differenti nei due ambienti: trascina/disegna.	

Informazioni	1. numero di informazioni variate	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alle informazioni	NO
Domanda	1. Tipologia di domanda	NO
	2. Tipologia di richiesta	NO
	Sistemi di segni utilizzati riferiti alla domanda	NO
<b>Formato del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Layout del compito	1. Scelte stilistiche	NO
	2. Struttura del compito	NO
<b>Soluzione del compito</b>		
<b>Indicatore</b>	<b>Elementi</b>	<b>Variazioni</b>
Soluzione del compito	1. azioni e operazioni attivabili per la soluzione del compito	Le modalità di comunicazione a supporto delle azioni attivabili dal solutore prevedono possibilità diverse.
	2. modalità di comunicazione della risposta	Le modalità di comunicazione della risposta prevedono possibilità diverse in riferimento al linguaggio che il solutore può utilizzare per fornirla.
	3. feedback	NO

La griglia di comparazione dei compiti ci ha permesso di mettere in evidenza tutte le variazioni che si possono riscontrare tra i compiti somministrati nei due ambienti, e su questa base è stata fatta la scelta di costruire la versione II del compito in ambiente digitale con lo scopo di limitare le variazioni che si erano osservate nella versione I.

Le differenze che si possono osservare tra la versione digitale II e la versione cartacea di approssimare con i palloncini si riferiscono:

- al contenuto, in particolare set-up;
- alla soluzione del compito, in particolare nelle azioni e operazioni attivabili dal solutore, nella modalità di comunicazione della risposta.

A differenza del caso della *calcolatrice rotta*, il contenuto del set-up e il testo che lo comunica non sono gli stessi nelle due versioni; nell'ambiente digitale, si parla di una crocetta da "spostare" mentre in quello cartaceo si parla di una crocetta da "disegnare". In questo senso, immaginando che il protagonista del compito sia il solutore, c'è una variazione nelle azioni che egli può attivare. Tale aspetto non ha evidenziato particolari differenze nell'episodio di Lettura, infatti, in nessuno dei casi gli studenti si sono soffermati sulla scelta di questi termini e hanno continuato il processo risolutivo senza mostrare alcun effetto dovuto al cambiamento nel contenuto e nel formato di questa componente.

È stato chiaro invece che una differenza nelle azioni disponibili per il protagonista e dunque per il solutore ha avuto un impatto sulla relativa soluzione del compito. Nella versione cartacea, lo studente ha a disposizione carta e penna per disegnare sul segmento la crocetta richiesta; nella versione computerizzata, egli deve necessariamente interagire con

la crocetta spostandola nello spazio a disposizione sullo schermo. In particolare, nell'ambiente cartaceo gli studenti avevano varie possibilità di azione, che si sono effettivamente osservate nei processi risolutivi attivati. Ad esempio, la maggior parte delle coppie ha scelto di manipolare la linea allo scopo di individuare attraverso dei segni punti di riferimento utili per fornire la soluzione (C1). In aggiunta, alcuni di loro si sono serviti del righello per aumentare la precisione nella determinazione dei punti di riferimento. Tali operazioni non state possibili nell'ambiente digitale in cui lo studente poteva interagire solo con la crocetta e non poteva manipolare in alcun modo la linea. Per ovviare a questa carenza, la maggior parte degli studenti ha scelto di avvalersi dell'ausilio delle dita e del mouse per tenere una memoria temporanea dei punti di interesse (C3). Tale scelta si è rivelata alcune volte limitante poiché in alcuni casi, gli studenti hanno dovuto ripercorrere le stesse azioni più volte, per sopperire al fatto che, nel momento in cui muovevano il mouse o avevano bisogno di usare le dita per un qualunque motivo, perdevano le tracce temporanee. In aggiunta, il fatto di non disporre del righello ha messo più volte alla prova gli studenti che in diversi momenti si sono interrogati sulla correttezza dei punti di riferimento individuati "ad occhio". Queste differenze trovano riscontro anche nei grafici temporali in cui compaiono nitidamente le frequenze di utilizzo delle dita, del mouse, della penna e del righello (dove questi ultimi erano disponibili). In aggiunta, possiamo notare che l'impossibilità di tenere traccia delle operazioni svolte, molte volte, ha rallentato il processo risolutivo degli studenti che hanno svolto il compito in ambiente digitale, tale rallentamento si può notare non solo nelle tempistiche con cui gli studenti raggiungono la soluzione ma anche nel numero nei passaggi da un episodio all'altro: il numero dei passaggi nel caso dell'ambiente cartaceo risulta essere decisamente superiore rispetto a quelli registrati nei grafici degli studenti che hanno affrontato il compito in ambiente cartaceo.

Un aspetto interessante che non era stato ipotizzato a priori, è quello legato alle euristiche in cui si riscontra una forte analogia tra tutte le coppie. Infatti, tutti gli studenti che hanno svolto il compito, indipendentemente dall'ambiente, hanno scelto una strategia per dimezzamenti successivi; fatta esclusione di una coppia che nel primo compito ha scelto di determinare una graduazione sul segmento, senza poi raggiungere una soluzione accettabile (protocollo\_ppt\_6). A parte questo caso isolato, tutti gli studenti sono classificabili secondo il profilo E2. Questo fatto ha un riscontro nei grafici temporali, in particolare nel primo compito, in cui l'episodio prevalente è l'Esplorazione. La scelta della strategia da adottare ha un forte impatto anche sul sistema di risorse. Al contrario di quanto era stato ipotizzato a priori, anche nell'ambiente carta e penna, la maggior parte degli studenti è classificabile secondo il profilo R1; ciò significa che la maggior parte di loro ha riconosciuto la richiesta di determinare la stima della posizione del numero sulla retta.

Un aspetto di notevole interesse riguarda la presenza di pattern di profili comuni. Nel caso del compito della *calcolatrice rotta* avevamo osservato in entrambi gli ambienti la presenza di pattern di profili comuni secondo cui si caratterizzavano gli studenti. Nel caso del compito *approssimare con i palloncini* ciò accade solo nell'ambiente carta e penna per cui si osserva un'alta frequenza di profili: R1-V3-C1-E2. Questo aspetto può essere collegato alle variazioni riscontrate dalla griglia di comparazione dei compiti, in particolare per quanto riguarda la soluzione del compito. Su carta e penna, le azioni disponibili al

solutore richiamano azioni e operazioni già attivate nella pratica didattica, come ad esempio la misura, l'individuazione di punti di riferimento in base ad una metrica o altro. Probabilmente, proprio per questo motivo dopo aver familiarizzato con il compito, gli studenti si sono uniformati nei comportamenti attivati per risolvere il secondo compito, presentando un ampio numero di profili comuni. Al contrario, l'ambiente digitale prevede azioni, ad esempio spostare una crocetta, che non sono tipiche della pratica didattica e per questo ogni coppia potrebbe aver sentito la libertà di comportarsi in modo differente dalle altre e i comportamenti non appaiono uniformi.

In riferimento ai grafici temporali, abbiamo osservato che è possibile associare elementi riscontrabili su tali grafici con degli aspetti specifici relativi ai profili, ad esempio, riferiti al tipo di sistema di controllo e alle euristiche adottate. D'altro canto però non è possibile individuare delle associazioni tra ciò che osserviamo attraverso i grafici e alcuni profili, come ad esempio le risorse riconosciute dagli studenti.

In una prospettiva generale, però, si conferma la conclusione proposta per la calcolatrice rotta. I grafici dei comportamenti ci permettono di osservare con maggior precisione analogie e differenze di tutti i percorsi risolutivi nei due ambienti. In particolare, per quanto concerne il primo compito, possiamo osservare che in ambiente digitale il numero di passaggi è decisamente superiore all'ambiente carta e penna. Infatti, possiamo notare che i processi risolutivi attivati in ambiente digitale presentano più volte l'attivazione di diversi episodi, i quali si interrompono e si susseguono vicendevolmente senza un preciso ordine. Al contrario, nel secondo compito, la situazione si rovescia, infatti, il processo risolutivo in ambiente digitale prevede un numero di passaggi inferiore al compito precedente mentre quello registrato nell'ambiente cartaceo rimane pressoché lo stesso.

Concludiamo il paragrafo riprendendo la domanda di ricerca in relazione al compito *approssimare con i palloncini*.

*Come sono correlate le variazioni presentate dalla griglia di comparazione dei compiti approssimare con i palloncini con i comportamenti dei solutori descritti dallo strumento di codifica dei comportamenti?*

La griglia di comparazione dei compiti ci ha permesso di osservare delle variazioni in riferimento

- al formato, in particolare alla componente set-up;
- alla soluzione del compito, in particolare nelle azioni e operazioni attivabili dal solutore e nella modalità di comunicazione della risposta.

Alcune di queste variazioni possono essere correlate ai comportamenti degli studenti. Infatti, per quanto concerne gli aspetti legati alla soluzione del compito, le azioni consentite all'interno dell'ambiente del compito possono aver influenzato le scelte degli studenti di attivare o meno certe operazioni; in particolare, nell'ambiente carta e penna sembra che gli studenti si siano uniformati rispetto allo stesso pattern di profili comuni. Questo fenomeno non accade nell'ambiente digitale. Al contrario, non è stato possibile inferire alcuna correlazione in riferimento alle variazioni riscontrate nel contenuto della componente set-

up. Nessuna coppia di studenti si è soffermata sulla scelta dei verbi (sposta/disegna) relativi alle azioni consentite per risolvere il compito nei due ambienti.

### **8.4 Risposta alla domanda di ricerca**

Le associazioni tra le osservazioni sui profili e quelle sui grafici ci hanno permesso di proporre i grafici temporali come uno strumento utile a rilevare possibili caratteristiche dei comportamenti. In altre parole, alcune caratteristiche osservate nei grafici temporali possono indicare la presenza di specifiche caratteristiche dei profili, e indurre il ricercatore ad un'analisi più accurata del processo di risoluzione. In questa prospettiva, lo strumento di codifica dei comportamenti, e dunque i grafici da esso derivanti, si sono mostrati efficaci per lo scopo che ci eravamo prefissi: confrontare i compiti secondo l'ambiente di somministrazione, in particolare in relazione ai comportamenti.

Allo stesso modo, la griglia di comparazione dei compiti ci ha permesso di confrontare i compiti in relazione ad un'altra peculiarità: le variazioni, anche piccole, riscontrabili tra due compiti. Allo stesso tempo, la griglia è stata utile per tenere sotto controllo le componenti che possono essere soggette a variazione nella migrazione di compito pensato in un ambiente (ad esempio il computer) ad un altro (ad esempio carta e penna) e per questo è stata utilizzata per la costruzione dei due compiti somministrati nel corso della sperimentazione in classe nei due ambienti.

Per quanto concerne la nostra domanda di ricerca, possiamo rispondere in modo generale senza riferirci ai compiti in particolare: la combinazione dei due strumenti ha permesso di condurre l'analisi delle possibili correlazioni. Ci piace sottolineare che lo scopo della ricerca non era il mostrare la correlazione tra le variazioni nei compiti e nei comportamenti, ma intraprendere lo studio sistematico di tali correlazioni costruendo degli strumenti adeguati. Nel complesso tale studio ha messo in evidenza alcune correlazioni tra variazioni del compito e variazioni dei comportamenti, insieme ad alcuni casi di invarianza. È chiaro che per entrare nel dettaglio è indispensabile fare riferimento ai compiti e per questo motivo la domanda di ricerca non può essere posta indipendentemente da un compito specifico, almeno per ora.

### **8.5 Implicazioni e riflessioni sullo studio**

Attualmente gli strumenti elaborati hanno un forte limite; in particolare, quello relativo allo studio sistematico qualitativo dell'intero processo risolutivo compiuto dai singoli studenti. In altre parole non è possibile attraverso gli strumenti prescindere dal compito che si sta studiando poiché ogni indicatore è costruito ad hoc. Un possibile sviluppo futuro potrebbe essere di considerare gli strumenti messi a punto per questa sperimentazione, in altre sperimentazioni, con altri compiti ma anche con gli stessi ma su scala più ampia. In questo modo sarebbe possibile validare tali strumenti per un uso ancora più vasto e delineare degli indicatori generici che permettano di studiare le correlazioni anche in una prospettiva più generale a prescindere dal compito che si sta considerando.

Dopo la validazione degli strumenti, si potrebbe, inoltre, considerare il problema di come automatizzare tale studio allo scopo di avere a disposizione uno strumento per l'analisi quantitativa dei risultati su larga scala. In altre parole, si potrebbe avviare un'ulteriore ricerca su come individuare degli indicatori che permettano di passare ad una codifica sistematizzata dei comportamenti. L'automatizzazione di tale processo, ad esempio attraverso strumenti di eye tracking o analisi automatica dei video, potrebbe permettere di aprire la ricerca su larga scala allo scopo di avviare un'analisi quantitativa sui risultati. La scelta di individuare degli indicatori riferiti ad azioni che lo studente può compiere è stata fatta proprio in questa prospettiva.

Nello specifico, si aprono nuove domande di ricerca:

*Come è possibile validare gli strumenti in modo da renderli fruibili anche su ampia scala? In altre parole, è possibile definire degli indicatori generici che permettano di confrontare un più ampio numero di compiti?*

*Questo tipo di strumenti si presta anche ad essere in un qualche modo automatizzato? In altri termini, è possibile definire degli indicatori per cui è possibile, attraverso particolari software, rendere la codifica dei comportamenti automatica su larga scala?*

Esistono diversi studi quantitativi che si sono occupati del problema della comparazione di compiti focalizzandosi sul confronto delle performance (cap. 1 par. 1.1.6). Nella maggior parte dei casi, per sviluppare tali ricerche sono stati utilizzati strumenti statistici che permettessero di confrontare i compiti sulla base delle performance degli studenti su larga scala. È chiaro che questo genere di lavori partono da una prospettiva diversa da quella che è la nostra prospettiva di ricerca, in cui l'obiettivo è quello di proporre un'analisi fine e qualitativa dei comportamenti indipendentemente dai risultati. Si tratta però di prospettive complementari e riteniamo che sarebbe interessante inserire i nostri strumenti di analisi all'interno di queste ricerche per osservare in che misura i risultati raccolti sulle performance possono essere arricchiti da quelli raccolti attraverso i nostri strumenti di analisi qualitativa.

Per quanto riguarda possibili implicazioni didattiche, l'uso dei nostri strumenti può aprire diverse prospettive. In primo luogo, la correlazione tra le variazioni rilevate dalla griglia di comparazione dei compiti e i comportamenti risolutivi degli strumenti, può essere per l'insegnante uno strumento di diagnostica. In effetti, l'uso dei nostri strumenti permette di isolare particolari variabili di un compito per individuare dove gli studenti incontrano delle difficoltà nel processo di soluzione di tale compito. Tali difficoltà potrebbero non essere necessariamente dipendenti da aspetti strettamente matematici ma trasversali, legati, ad esempio, alla comprensione del testo del compito o alla scelta del set-up. Allo stesso modo, l'isolamento delle variabili che possono essere considerate critiche, perché collegate a particolari difficoltà, possono essere la base per la costruzione da parte dell'insegnante di specifiche situazioni didattiche in cui si presentano compiti che permettano agli studenti di lavorare proprio su tali variabili.

In aggiunta, lo strumento di codifica dei comportamenti preso singolarmente, può fornire delle linee guida generali all'insegnante per studiare e valutare i comportamenti degli studenti davanti ai compiti di matematica. Questa prospettiva si inquadra nello studio dei processi messi in campo dagli studenti piuttosto che dei prodotti ottenuti, in una prospettiva di valutazione formativa e sviluppo delle competenze in matematica.

Probabilmente gli strumenti così come sono presentati nel nostro studio, non sono direttamente utilizzabili da un insegnante nella pratica scolastica. In effetti, la raccolta e l'analisi dei dati attraverso tali strumenti ha richiesto un'osservazione sistematica degli studenti in fase di risoluzione dei compiti che prevede dei tempi molto dilatati. Allo scopo di rendere utilizzabili per l'insegnante i nostri strumenti di analisi, si renderebbe necessaria una loro rielaborazione in una lista di criteri generali di osservazione e di analisi del processo di risoluzione in riferimento a particolari parametri che caratterizzano un compito.

---

## Bibliografia

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* , 7 (3), 245-274.
- Balzer, W. K., Doherty, M. E., & O' Connor, R. (1989). Effects of cognitive feedback on performance. *Psychological Bulletin* , 106, 410-433.
- Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bennett, R. E. (1998). *Reinventing assessment: Speculations on the future of large-scale educational testing*. Princeton, NJ: Policy Information Center, Educational Testing Service.
- Bennett, R. E. (2010). Technology for Large-Scale Assessment. In E. B. P Peterson (A cura di), *International Encyclopedia of Education* (Vol. 8, p. 48-55). Oxford: Elsevier.
- Bennett, R. E., Braswell, J., Oranje, A., Sandene, B., Kaplan, B., & Yan, F. (2008). Does it matter if I take my mathematics test on computer? A second empirical study of mode effects in NAEP. *Journal of Technology, Learning and Assessment* , 6 (9).
- Bennett, R. E., Persky, H., Weiss, A., & Jenkins, F. (2010). Measuring problem solving with technology: A demonstration study for NAEP. *The Journal of Technology, Learning and Assessment* , 8 (8).
- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., & Raizen, S. R. (2012). Defining 21st Century Skills. In P. Griffin, P. McGaw, & E. Care (A cura di), *Assessment and Teaching of 21st Century Skills* (p. 16-66). Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer.
- Boninsegna, R., Bolondi, G., Branchetti, L., Giberti, C., & Lemmo, A. (2016). Uno strumento per analizzare l'impatto di una variazione nella formulazione di una domanda di matematica. *Seminario "I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca"* . Roma.
- Bridgeman, B. (2009). Experiences from Large-Scale Computer-Based Testing in the USA. In F. Scheuermann, & J. Björnsson (A cura di), *The Transition to Computer-Based*

- 
- Assessment* (p. 39-44). Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
- Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique del mathématiques* , 7 (2), 33-115.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bruner, J. S. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Bunderson, V. C., Inouye, D. K., & Olsen, J. B. (1989). The four generations of computerized educational measurement. In R. L. Linn (A cura di), *Educational measurement*. New York: Macmillan.
- Burke, K. (1969). *A grammar of motives*. Los Angeles: University of California Press.
- Choi, S. W., & Tinkler, T. (2002). Evaluating comparability of paper-and-pencil and computer-based assessment in a K-12 setting. *annual meeting of the National Council on Measurement in Education*. New Orleans, LA.
- Csapó, B., Ainley, J., Bennett, R., Latour, T., & Law, N. (2012). Technological Issues for Computer-Based Assessment. In A. a. Skills, P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (A cura di). Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer.
- De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *The Journal of Mathematical Behavior* , 4, 3-21.
- D'Amore, B., & Martini, B. (1997). Contratto didattico, modelli mentali e intuitivi nella risoluzione di problemi scolastici standard. *La matematica e la sua didattica* , 2, 150-175.
- Drasgow, F. (2002). The work ahead: A psychometric infrastructure for computerized adaptive tests. In C. N. Mills, M. T. Potenza, J. J. Fremer, & W. C. Ward (A cura di), *Computer-based testing: Building the foundation for future assessments* (p. 67-88). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Duval, R. (1991). Interaction des différents niveaux de représentation dans la compréhension de textes. *Annales de Didactique et de sciences cognitives* (p. 136-193). Strasbourg: Edition de l'IREM.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives* , 5, 37-65.
- Edwards, L. D. (1998). Embodying mathematics and science: Microworlds as representations. *Journal of Mathematical Behavior* , 17 (1), 53-78.
- Eggen, T. H., & Straetmans, G. J. (2009). Computerized Adaptive Testing of Arithmetic at the Entrance of Primary School Teacher Training College. In F. Scheuermann & J. Björnsson (Eds.), *The Transition to Computer-Based Assessment*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

- Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.
- Ferrari, P. (2004). *Matematica e linguaggio: quadro teorico e idee per la didattica*. Bologna: Pitagora.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for research in mathematics education*, 3-17.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For The Learning of Mathematics*, 16 (2), 36-45.
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In *Theories of mathematical learning* (p. 397-430).
- Halliday, M. A., & Hasan, R. (1985). *Language, context and text: Aspects of language in a social-semiotic perspective*. Deakin University.
- Horkay, N., Bennett, R. E., Allen, N., Kaplan, B., & Yan, F. (2006). Does it matter if I take my writing test on computer? An empirical study of mode effects in NAEP. *Journal of Technology, Learning and Assessment*, 5 (2).
- Johnson, M. (1992). *How to solve word problems in algebra*. New York: McGraw-Hill.
- Kaptelinin, V. (2013). Affordances. In Soegaard, Mads and Dam, Rikke Friis. In M. a. Soegaard (A cura di), *The Encyclopedia of Human-Computer Interaction, 2nd Ed.* Aarhus, Denmark: The Interaction Design Foundation.
- Kazemi, E. (2001). Exploring test performance in mathematics: the questions children's answers raise. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 203-224.
- Kilpatrick, J. (1978). Variables and methodologies in research on problem solving. In L. Hatfield, *Mathematical problem solving* (p. 7-20). Columbus, OH: ERIC.
- Kim, D. H., & Huynh, H. (2007). Comparability of computer and paper-and-pencil versions of algebra and biology assessments. *The Journal of Technology, Learning and Assessment*, 6 (4).
- Kulm, G. (1979). The classification of problem-solving research variables. In G. A. Goldin, & C. E. McClintock (A cura di), *Task Variables in Mathematical Problem Solving* (p. 1-22). Columbus, OH: ERIC Clearing house for Science, Mathematics and Environmental Education.
- Kulm, G., Campbell, M. F., & Talsma, G. (1981). Analysis and synthesis of mathematical problem problem-solving processes. *Annual meeting of the National Council of Teachers of Mathematics*.
- Lagrange, J. B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement: une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 1-30.
- Lemmo, A., Maffei, L., & Mariotti, M. A. (2014). *Studio preliminare sull'introduzione delle tecnologie informatiche nelle prove di valutazione*. Studio condotto nell'ambito

- 
- della convenzione fra Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa e INVALSI dal titolo "ricerca didattica relativamente alle prove dell'area matematica del primo ciclo del S.N.V.". Responsabile scientifico: Prof.ssa Rosetta Zan.
- Linden, W. J., & Hambleton, R. K. (1997). *Handbook of modern item response theory*. New York: Springer.
- Lottridge, S., Nicewander, A., Schulz, M., & Mitzel, H. (2008). *Comparability of Paper-based and Computer-based Tests: A Review of the Methodology*. Monterey: Pacific Metrics Corporation.
- Lucas, J. F. (1972). An exploratory study of the diagnostic teaching of heuristics problem solving strategies in calculus. *Dissertation Abstracts International*.
- Macedo-Rouet, M., Ney, M., Charles, S., & Lallich-Boidin, G. (2009). Students' performance and satisfaction with web vs. paper-based practice quizzes and lecture notes. *Computers and Education*, 53, 375–384.
- Margolinas, C. (2013). Task Design in Mathematics Education. *Proceedings of ICMI Study 22*. ICMI Study 22.
- Martin, R. (2008). New possibilities and challenges for assessment through the use of technology. In F. Scheuermann, & A. G. Pereira (A cura di), *Towards a Research Agenda on Computer-Based Assessment*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
- Mayer, R. (1982). The psychology of mathematical problem solving. In F. L. Lester, & J. Garofalo (A cura di), *Mathematical problem solving. Issues in research* (p. 1-13). Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Means, B., & Rochelle, J. (2010). An Overview of Technology and Learning. In P. Peterson, E. Baker, & B. McGaw (A cura di), *International Encyclopedia of Education* (3 ed., Vol. 8, p. 1-10). Oxford: Elsevier.
- Mitchell, A., & Horne, M. (2008). Fraction Number Line Tasks and the Additivity Concept of Length Measurement. *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)* (p. 353-360). St Lucia, Australia: M. Goos, R. Brown, & K. Makar.
- MIUR. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca.
- Mizzaro, S. (1999). *Introduzione alla programmazione con il linguaggio Java* (Vol. 13). Milano: FrancoAngeli.
- Moe, E. (2009). Introducing Large-scale Computerised Assessment Lessons Learned and Future Challenges. In F. Scheuermann, & J. Björnsson (A cura di), *The Transition to Computer-Based Assessment*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

- Morgan, C., Mariotti, M. A., & Maffei, L. (2009). Representation in computational environments: epistemological and social distance. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14 (3), 241-263.
- Nichols, P., & Kirkpatrick, R. (2005). Comparability of the computer-administered tests with existing paper-and-pencil tests in reading and mathematics tests. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. Montreal, Canada.
- Nusche, D., Braun, H., Halász, G., & Santiago, P. (2014). *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Netherlands 2014*. Paris: OECD Publishing.
- Nusche, D., Halász, G., Looney, J., Santiago, P., & Shewbridge, C. (2011). *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Sweden 2011*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2013). *Draft PISA 2015 Mathematics Framework*. OECD publishing.
- OECD. (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework SCIENCE, READING, MATHEMATIC AND FINANCIAL LITERACY*. Paris: OECD Publishing.
- Paek, P. (2005). *Recent Trends in Comparability Studies: Pearson Educational Measurement*. Pearson Educational Measurement.
- Piochi, B., Brunelli, F., & Cotoneschi, S. (2010). La calcolatrice. *Piano Nazionale di Qualità e Merito (PQM)*. Indire.
- Poggio, J., Glasnapp, D. R., Yang, X., & Poggio, A. (2005). A comparative evaluation of score results from computerized and paper & pencil mathematics testing in a large scale state assessment program. *The Journal of Technology, Learning and Assessment*, 3 (6).
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies*.
- Raikes, N., & Harding, R. (2003). The horseless carriage stage: Replacing conventional measures. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 10 (3), 267-277.
- Ripley, M. (2009). Transformational computer-based testing. In F. Scheuermann, & J. Björnsson (A cura di), *The transition to computer-based assessment* (p. 92-98). Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
- Russel, M. (1999). Testing on computers: A follow-up study comparing performance on computer and on paper. *Education Policy Analysis Archives*, 7.
- Russell, M., & Haney, W. (1997). Testing writing on computers: An experiment comparing student performance on tests conducted via computer and via paper-and-pencil. *Education policy analysis archives*, 5 (3), 1-18.
- Russell, M., & Haney, W. (1997). Testing writing on computers: An experiment comparing student performance on tests conducted via computer and via paper-and-pencil. *Education policy analysis archives*, 5 (3), 1-18.
- Russell, M., & Plati, T. (2001). Effects of computer versus paper administration of a state-mandated writing assessment. *The Teachers College Record*.

- 
- Sandene, B., Horkay, N., Bennett, R. E., Allen, N., Braswell, J., Kaplan, B., et al. (2005). *Online Assessment in Mathematics and Writing*. Reports from the NAEP Technology-Based Assessment Project, Research and Development Series. National Center for Education Statistics.
- Sbaragli, S. (2008). La divisione, Aspetti concettuali e didattici. In B. D'Amore, & S. Sbaragli (A cura di), *Didattica della matematica e azioni d'aula. Atti del convegno Incontri con la matematica n. 22* (p. 151-154). Bologna: Pitagora.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic press.
- Shewbridge, C., Ehren, M., Santiago, P., & Tamassia, C. (2012). *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Luxembourg 2012*,. Paris: OECD Publishing.
- Shewbridge, C., Hulshof, M., Nusche, D., & Staehr, L. S. (2014). *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Northern Ireland, United Kingdom 2014, OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education*,. Paris: OECD Publishing.
- Shewbridge, C., Jang, E., Matthews, P., & Santiago, P. (2011). *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Denmark 2011*. Paris: OECD Publishing.
- Skoumpourdi, C. (2010). The number line: an auxiliary means or an obstacle? *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* , 270-282.
- Thompson, N., & Wiess, D. (2009). Computerised and adaptive testing in educational assessment. The transition to computer-based assessment. *New approaches to skills assessment and implications for large-scale testing* , 127-133.
- Thompson, T., & Way, D. (2007). Investigating CAT designs to achieve comparability with a paper test. *GMAC Conference on Computerized Adaptive Testing*. Minneapolis, MN.
- Threlfall, J., & Pool, P. (2004). How might the assessment of mathematics through dynamic interactive computer items be different from that in conventional tests? *10th International Conference on Mathematics Education (ICME 10)*. Copenhagen.
- Threlfall, J., Pool, P., Homer, M., & Swinnerton, B. (2007). Implicit aspects of paper and pencil mathematics assessment that come to light through the use of the computer. *Educational Studies in Mathematics* , 66 (3), 335-348.
- Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding student's command process through instrumental orchestrations . *International Journal of Computers for Mathematical Learning* , 9, 281-307.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Wandall, J. (2009). National Tests in Denmark – CAT as a Pedagogic Tool. In F. Scheuermann, & J. Björnsson (A cura di), *The Transition to Computer-Based Assessment*. Luxembourg: Office for Official.

- 
- Wang, S., Jiao, H., Young, M. J., Brooks, T., & Olson, J. (2007). A meta-analysis of testing mode effects in grade K-12 mathematics tests. *Educational and Psychological Measurement*, 67 (2), 219-238.
- Way, W. D., Davis, L. L., & Fitzpatrick, S. (2006). *Practical questions in introducing computerized adaptive testing for K-12 assessments*.
- Zan, R. (2012). La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri)formulazione del testo. Parte II. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 35 (2), 437-467.
- Zan, R. (2011). The crucial role of narrative thought in understanding story problem. In K. Kislenko (A cura di), *Current state of research on mathematical beliefs. Proceedings of the 16th MAVI (Mathematical Views) Conference* (p. 331-348). Tallinn.
- Zwaan, R. A. (1999). Five dimensions of narrative comprehension: The event-indexing model. In S. R. Goldman, A. C. Graesser, & P. van den Broek (A cura di), *Narrative comprehension, causality, and coherence: Essays in honor of Tom Trabasso* (p. 93-110). London: Lawrence Erlbaum Associates.

---

# Parte III

---

## Allegati

### 1 Compito la calcolatrice rotta, protocolli di Ala

Di seguito presentiamo le sbobinate complete dei protocolli degli studenti dell'Istituto comprensivo di Ala. In particolare, nei paragrafi 1.1 e 1.2 presentiamo i protocolli delle 4 coppie che hanno svolto i compiti rispettivamente in formato digitale e cartaceo.

#### 1.1 Protocolli del compito in formato digitale

In questo paragrafo, mostriamo i protocolli degli studenti che hanno affrontato il compito della calcolatrice rotta in formato digitale; in particolare, nei paragrafi da 1.1.1 a 1.1.4 presentiamo le sbobinate complete dei protocolli affiancati da commenti specifici in relazione ai nostri strumenti di analisi.

##### 1.1.1 Protocollo\_cbt\_1\_cal

Sbobinatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
E. legge ad alta voce. Si ferma alla conclusione del primo paragrafo	In questo momento gli studenti si trovano all'interno dell'episodio di Lettura: E. legge tutto il

<p>E. "Il nove, il 3 e i segni" E. finisce di leggere e clicca sul link</p>	<p>testo ad alta voce. La peculiarità di questo episodio è l'esplicita coordinazione che gli studenti, in particolare E., fanno tra le informazioni presentate in forma scritta e quelle rappresentate nell'immagine. Infatti, dopo aver letto il primo paragrafo, E. si sofferma per individuare quali sono i tasti funzionanti nell'immagine della calcolatrice presentata. In questo esempio, tra i tasti c'è anche lo zero. Nessuno dei due studenti ha esplicitato la sua presenza. In particolare, E. non nomina il tasto "zero" tra le cifre numeriche e si riferisce alle operazioni con il termine "segni". Questo fatto potrebbe suggerire che E. appartiene alla categoria R2; in particolare, E. potrebbe non riconoscere il valore dei tasti come cifre ma solo come i soli numeri che si possono utilizzare. In aggiunta, il fatto che scelga di utilizzare il termine "segni" potrebbe suggerire che riconosce la duplice valenza degli operatori "+" e "-". Queste ipotesi potranno essere confermate osservando gli approcci che E. sceglierà nell'affrontare i compiti.</p>
<b>Compito1: Trovare 82 con tasti: 8, 5, 3, :, ×, -. (E. tiene il mouse)</b>	
<p>M. "82" E. "allora 82 con 8, 5 e 3" E. "e diviso, per, meno e le parentesi.</p>	<p>Gli studenti affrontano il primo compito partendo da un fase di Lettura. Essi esplicitano il valore del numero obiettivo ed elencano tutti i tasti a disposizione.</p>
<p>E. "8x5 fa 40+ quarant... no" Qualche secondo di silenzio E. "ah, non c'è!" (si riferisce all'addizione)</p>	<p>Concluso l'episodio di Lettura, E. propone di moltiplicare 5 e 8. Trovato 40, prova a sommarlo a sé stesso. Si accorge solo dopo di non avere a disposizione l'addizione tra le operazioni consentite. In questo caso, E. avvia una prima Esplorazione dello spazio del compito moltiplicando tra loro due numeri presenti tra i tre tasti disponibili (7.). Siccome il risultato dell'operazione è 40, E. suggerisce di addizionarlo a se stesso. Probabilmente, la proposta nasce dal fatto che <math>40+40=80</math> e quindi si tratta di un risultato che approssima con abbastanza precisione il numero obiettivo. Questa ipotesi potrebbe essere avvalorata dal fatto che E. stia adottando un approccio di tipo E2., infatti, subito dopo la Lettura, propone di svolgere il prodotto tra due numeri senza particolari motivazioni e senza prendersi alcun secondo per riflettere. Nel momento in cui fa la proposta, E. si accorge che l'addizione non è tra le operazioni consentite (9.); in questo senso, ipotizziamo che, nei secondi di silenzio (8.), E. sia tornata all'episodio di lettura controllando quali operazioni avesse a disposizione.</p>

<p>15 secondi di silenzio (E. muove il mouse sulle cifre lentamente)</p>	<p>Nei 15 secondi di silenzio, E. muove il mouse sui tasti, quasi come se stesse tenendo nota delle operazioni che fa a mente in silenzio. In tutto questo tempo, M. tace.</p> <p>Il fatto che E. si muova tra i tasti numerici suggerisce che stia provando a combinare altri numeri con le operazioni disponibili e quindi torni ad una fase di Esplorazione. In questa prospettiva, continua l'ipotesi che E. stia adottando un approccio di tipo E2.</p>
<p>M. "85-3"</p>	<p>Dopo il silenzio, M. esordisce con la soluzione del compito.</p> <p>Per tutto questo tempo, M. era stato in silenzio. È possibile che in questo lasso di tempo, M. avesse lavorato con l'obiettivo di raggiungere il numero richiesto. Non è possibile, però, sapere che tipo di approccio abbia adottato dato che non ha fatto movimenti e non ha detto una parola.</p> <p>Il fatto di aver proposto un numero come "85" suggerisce però che lo studenti possa essere identificabile con il profilo R1; in effetti, egli sceglie di proporre la soluzione utilizzando numeri a due cifre.</p>
<p>Dopo qualche secondo E prende in mano il mouse e scrive digitando i tasti l'espressione "85-3="</p> <p>Dopo qualche secondo clicca sul testo "prossima situazione"</p>	<p>Dopo qualche secondo di silenzio, E. digita l'espressione indicata da M. e conferma il raggiungimento dell'obiettivo cliccando il tasto "=" senza fare alcun commento.</p> <p>Il silenzio di E. potrebbe suggerirci che la studentessa stia avviando un momento di Valutazione Locale del processo, in altri termini stia controllando l'effettivo raggiungimento dell'obiettivo attraverso il calcolo mentale.</p> <p>In un'altra prospettiva, ipotizziamo che M. si stia chiedendo se è possibile o meno inserire all'interno della calcolatrice il numero "85". Una riflessione di questo di questo tipo potrebbe spingere E. a passare dal profilo R1 al profilo R3., cioè potrebbe portarla a riconoscere nuove risorse a disposizione per la soluzione del compito.</p>
<p><b>Compito2: Trovare 69 con tasti: 7, 1, 2, +, :, -. (E. tiene il mouse)</b></p>	
<p>M. istantaneamente "71-2"</p> <p>E clicca i tasti per scrivere "71-2=" e compare il 69.</p> <p>Subito dopo clicca sul tasto "prossima situazione"</p>	<p>Dopo solo 3 secondi dall'apparizione del secondo compito, M. propone la soluzione.</p> <p>E. la scrive all'interno della calcolatrice e conferma l'avvenuto conseguimento del risultato premendo il tasto "=".</p> <p>Quasi istantaneamente, M. propone l'operazione "71-2". Questo fatto avvalorava l'ipotesi che M. sia caratterizzato da un profilo R1 dato che, anche in questo caso, fa uso di numeri a due cifre. Ancora non possiamo ipotizzare nulla, però, in merito all'approccio che stia adottando.</p> <p>E. in questo caso svolge solo le operazioni indicate da M. senza dire una parola.</p>
<p><b>Compito3: Trovare 15 con tasti: 8, 4, 0, :, +, ×. (E. tiene il mouse)</b></p>	

<p>E. "15"  E. "che cos'è che ci abbiamo?"  E. "8 e 4"  M. "e il 0"</p>	<p>Davanti al terzo compito, E. legge il valore del numero obiettivo e si chiede in modo retorico quali sono i tasti a disposizione. M. corregge l'elenco proposto da E. aggiungendo anche lo "0" tra le cifre a disposizione.  Anche davanti a questo compito, E. non esplicita la presenza dello zero che però viene puntualizzata da M. (20.). Quest'ultimo compito può essere una conferma del fatto che i due studenti appartengono rispettivamente ai profili R2 e R1.</p>
<p>E. "8+4,12, più"  11 secondi di silenzio  E. "8x4, 36"  E. "eh, no, 32"</p>	<p>E. comincia il processo risolutivo combinando tra loro i due numeri che ha riconosciuto come disponibili (21., 23.). Svolge i calcoli a mente senza l'ausilio della calcolatrice.  Nei secondi di silenzio (22.), E. continua a muovere il mouse spostandosi dal tasto "8" al tasto "4". Possiamo dunque immaginare che E. stia attivando un episodio di esplorazione, in particolare, è possibile che stia seguendo un approccio E2.1 dato che combina i soli due numeri che riconosce con due delle tre operazioni disponibili.  Nello svolgere i calcoli a mente, E. commette un errore che corregge quasi istantaneamente. In questo caso, E. ha svolto una valutazione locale della singola procedura; in altri termini si è accorta che il risultato proposto è sbagliato e lo ha corretto.</p>
<p>M. "no, non si può fare nemmeno 16"  E. "eh, 8+8"  E. "hai anche le parentesi cioè puoi fare una mini espressione"</p>	<p>M. finalmente interviene apparentemente fuori contesto (25.). E. gli da un suggerimento (26.) e gli fa notare anche la presenza delle parentesi che precedentemente non erano state nominate (27.). M. a quanto pare sta elaborando un approccio che però non palesa. In questo caso, sposta anche l'attenzione di E.; in questo caso, il processo esplorativo cambia prospettiva e quindi possiamo considerarlo come un momento di transizione.</p>
<p>Dopo 24 secondi di silenzio</p>	<p>Gli studenti stanno in silenzio per un lasso di tempo molto lungo. Nel contempo E. continua spostandosi da una cifra all'altra probabilmente perché continua a combinare numeri e operazioni tra di loro. In questo senso, si può ipotizzare che gli studenti stiano continuando l'episodio di esplorazione.</p>
<p>E. "ah, ma non c'è il meno"</p>	<p>Nuovamente E. trona all'episodio di lettura realizzando che tra le operazioni consentite non c'è la sottrazione.</p>
<p>Dopo altri 7 secondi di silenzio  E. digita "84"  E. "no, aspetta, cancella"  Dopo aver cancellato, E. scrive "8+4"  M. "eh, ma fa..."  E. "4+8 fa 12, giusto?"  M. "si"  E. "allora, aspetta"  E cancella tutto per scrivere sulla calcolatrice "(8+4)+"</p>	<p>E. digita 84 (31.) ma cancella subito (32.) per scrivere "8+4" (33.) e si confronta con M. sul risultato.  In questo momento E. fa una proposta di implementazione (35., 39): la studentessa si accorge parte dal fatto che <math>8+4=12</math>. Per raggiungere il numero obiettivo basterebbe aggiungere al 12 un valore pare a 3. A questo punto si interroga su come ottenere tale valore e propone <math>12:4=3</math> (40.). Possiamo interpretare queste procedure come la</p>

<p>E. “dobbiamo fare +3” E. “fai 8+4, 12 diviso 4 che fa 3, giusto?”</p>	<p>volontà di scrivere un’espressione equivalente a <math>12+12:3</math> e quindi <math>8+4+(8+4):3</math>. Nello specifico, E. vuole ottenere un’espressione equivalente a <math>12+3</math>; in questo modo scrive <math>(8+4)+</math> ma non riesce ad inserire nell’espressione l’operazione <math>(8+4):4</math> equivalente a 3. Questa difficoltà potrebbe essere legata all’ipotesi relativa alla difficoltà che gli studenti incontrano nel gestire le parentesi all’interno di un’espressione numerica.</p>
<p>Dopo 8 secondi di silenzio, E tenta di completare l’espressione digitando <math>(8+4):3</math> E. digita “(“ e si ferma M. “qualcosa col diviso ci vorrebbe” E. “eh ma non so più che altro come fare <math>12:3</math>” M. “<math>8+4</math> fa 12, giusto? Sì” Nel frattempo E cancella dall’espressione su monitor che è “<math>(8+4)+</math>”, la parte “+“( e clicca sul pulsante “=” e compare 12 E. “più” (digita +) Dopo 8 secondi di silenzio digita anche “(8” E. “12 più 8” Alla fine E. scrive l’espressione “<math>12+(8+4:4)</math>” cliccando su = compare 21</p>	<p>In questo momento E. si trova nell’episodio di Implementazione ma ha delle difficoltà con la scrittura dell’espressione risolutiva. Da una parte, <math>12=8+4</math> e dall’altra <math>3=12:4</math> (44.). Dopo qualche tentativo, decide di cliccare sul tasto “=” per calcolare <math>8+4</math>. Ripartendo dal 12, prova ancora a scrivere un’espressione equivalente a 3. Conclude con <math>12+(8+4:4)</math> (50.). In questo caso, E. ha lasciato l’episodio di Implementazione per tornare all’Esplorazione dello spazio del compito. Questa volta però si tratta di un’Esplorazione orientata, infatti, E. sta cercando, per tentativi, di scrivere l’espressione che ha individuato attraverso le condizioni e i limiti imposti dall’ambiente.</p>
<p>E. “è solo che...quindi, cioè dovrebbe essere già fra parentesi e non c’è. (cancella tutto ) E. “quindi no”</p>	<p>Probabilmente con questa affermazione (51.) e vorrebbe trovare il modo di scrivere “+<math>[(8+4):4]</math>” non riconoscendo il fatto che, in questo contesto, l’espressione <math>+(8+4):4</math> è equivalente.</p>
<p>M. “allora” 5 secondi di silenzio E digita “<math>8+4=</math>” e compare il 12 E digita “<math>+4:4=</math>” e compare 13 E. aggiunge a 13 di nuovo <math>4:4</math> M. “eh, va beh” E. si sbaglia (scrive 44) e cancella tutta la digitazione E. “proviamo così” cancella tutto e digita “<math>8+4=</math>” e successivamente “<math>12+(4:4)+(4:4)+(4:4)=</math>” M. “ooh, Alleluja”</p>	<p>Per 5 secondi, gli studenti stanno in silenzio. In questo frangente è possibile che E. abbia riflettuto sul risultato restituito dalla calcolatrice (50.). In effetti, <math>12+(8+4:4)=12+8+1=21</math>. Questa ipotesi può essere confermata dal fatto che E. decide di scrivere l’espressione risolutiva sommando di colta in volta a 12, il valore <math>4:4</math> (56., 57.). Alla seconda iterazione della procedura, M. capisce quali sono gli intenti di E (58.). In conclusione E. scrive l’espressione definitiva e conferma l’avvenuto raggiungimento dell’obiettivo cliccando sul tasto “=”</p>

Riassumendo, l’analisi dei protocollo\_cbt\_1\_cal, potrebbe suggerire diverse osservazioni in riferimento ai profili degli studenti e agli approcci che hanno scelto.

In particolare, E. M. si configurano rispetto a due profili differenti in termini di risorse, rispettivamente R2 e R1. In effetti, in ben due dei tre compiti M. propone una soluzione in pochi istanti e facendo uso di numeri a più di una cifra (11., 14. ) mentre E., nonostante scriva sulla calcolatrice le espressioni che gli indica M., non fa mai uso di questo genere di numeri. Addirittura, negli episodi 31. e 59., dopo aver scritto rispettivamente 84 e 44, E.

cancella tutto. In aggiunta, l'ipotesi iniziale su E., in relazione al fatto che utilizza il termine "segni" per riferirsi alle operazioni poteva suggerirci che riconoscesse la duplice valenza degli operatori "+" e "-". Tale ipotesi non è però stata confermata dall'analisi dei successivi processi risolutivi. Per questo motivo possiamo ipotizzare che E. abbia scelto di utilizzare quel particolare termine senza consapevolezza, interpretandolo come sinonimo della parola "operazioni".

In riferimento al sistema di controllo, E. svolge la maggior parte dei calcoli a mente ma si serve dell'ausilio dello strumento per inserire le parti di procedura che a suo avviso sono utili per raggiungere il numero obiettivo (dal punto 33., E. continua ogni volta a riscrivere l'espressione partendo da  $8+4$ ). In questo senso, ipotizziamo che E. si configuri con il profilo di controllo C3. per cui si avvale da una parte del sistema di controllo mnemonico e dall'altra della traccia scritta sulla calcolatrice. Al contrario, M. molto silenzioso, sfrutta solamente un controllo mnemonico delle procedure che attiva (C2).

È interessante notare che gli studenti non usano la calcolatrice allo scopo di calcolare il risultato di un'espressione o una singola operazione. E. la usa semplicemente come lo spazio in cui inserire la soluzione. Questo aspetto è confermato non solo dal fatto che in effetti fanno uso del tasto uguale molto raramente ma soprattutto dal fatto che non fanno alcun commento sul feedback che la calcolatrice restituisce in riferimento all'effettivo raggiungimento del numero obiettivo (13., 16.) solo alla fine M. fa un'esclamazione (61.). Tale esclamazione, però, non è chiaramente relativa alla feedback che ha ricevuto dalla calcolatrice, piuttosto dal fatto che hanno terminato i tre compiti. Entrambi questi aspetti, ci inducono a pensare che entrambi gli studenti siano caratterizzati da un profilo di tipo F2 e dunque non abbiano familiarità con l'artefatto calcolatrice e con le potenzialità esplorative che esso incorpora.

Per quanto concerne gli episodi, è interessante notare che l'episodio di Analisi è completamente assente in questo protocollo. In aggiunta, nei primi due compiti gli studenti passano quasi istantaneamente dall'episodio di Lettura a quello di Implementazione. Nell'ultimo compito, invece, è molto frequente l'episodio di Esplorazione, intervallato da quello di Lettura. Durante il processo risolutivo, infatti, gli studenti tornano molte volte a controllare quali sono i tasti funzionanti e in particolare le operazioni consentite (ad esempio nei punti: 9., 27., 29.). In questo ultimo caso, però, un'attenzione particolare va dedicata prevalentemente all'episodio di Esplorazione. La maggior parte delle volte, gli studenti hanno lavorato in silenzio. Il fatto che E. muovesse il mouse passando da un tasto all'altro ci ha suggerito che qualche genere di procedura la stesse attivando a mente; inoltre, le sporadiche affermazioni che fa avvalorano l'ipotesi che stesse combinando numeri e operazioni allo scopo di avvicinarsi al numero obiettivo. In questo senso, è lecito supporre che E. abbia adottato un approccio E2.1 e dunque che la sua attività fosse prevalentemente esplorativa. In particolare, nel compito 3, tale esplorazione inizialmente non è orientata verso uno specifico obiettivo. Questo fatto si nota nel momento in cui i risolutori passano da un'operazione all'altra senza una particolare motivazione. Infatti, nel punto 21. E. comincia considerando  $8+4$ ; subito dopo (23.) passa a considerare  $8 \times 4$ . Successivamente (26.) M. propone di considerare il numero "16" e solo infine (33.) rimangono stabili nel lavorare su

“8+4” per costruire l’espressione risolutiva. Da quel momento poi c’è un passaggio fondamentale; dal punto 40., infatti, pare che il processo risolutivo si sposti dall’esplorazione all’implementazione di una strategia vera e propria. Il fatto, però, di non riuscire a scrivere l’espressione risolutiva a causa di una difficoltà nella gestione delle parentesi, fa passare E. dall’episodio di Implementazione a quello Esplorazione. In questo caso, però, l’esplorazione attivata si è più orientata verso una direzione precisa: aggiungere a 12 un valore pari a tre che la distingue nettamente da quella implementata in precedenza.

In conclusione, gli episodi di Valutazione sembrano quasi assenti; in particolare, solo poche volte gli studenti si confrontano sulla correttezza di una procedura (24., 35., 45.) attivando un episodio di Valutazione Locale e mai attivano la Valutazione Globale. In quest’ultimo caso, infatti, non si presentano mai dei momenti in cui gli studenti si soffermano sulla coerenza delle procedure che sviluppano in riferimento al numero obiettivo e nemmeno quando ricevono i feedback sul monitor della calcolatrice esplicitano alcuna forma di riflessione.

### 1.1.2 Protocollo\_cbt\_2\_cal

Sbobbatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
F. legge ad alta voce tutto il testo seguendo le parole con il mouse R. “qual è il risultato?” F. “l’obiettivo è il 13” R. “vai clicca” F. “cos’è che devo cliccare?” F. “bon” clicca sul link alla calcolatrice	F. legge ad alta voce il testo. In particolare, legge il testo senza alcuna pausa e seguendo con il mouse tutte le parole. Questa lettura frenetica provoca prime difficoltà tra i solutori, infatti, R. non riesce ad individuare il numero obiettivo, che successivamente gli viene indicato da F. Allo stesso modo F non capisce dove gli è richiesto di cliccare e ha bisogno di qualche secondo.
<b>Compito1: Trovare 51 con i tasti: 8, 9, 2, *, ×, -, (F tiene il mouse)</b>	
R. “51” 3 secondi di silenzio	L’episodio di Lettura comincia nel momento in cui R. esplicita il valore del numero obiettivo e si conclude con i tre secondi di silenzio successivi.
R. “aspetta” R. “8x9, 72” R. “72:2”	R. comincia l’episodio di Esplorazione moltiplicando 8 e 9 (10.) e successivamente provando a dividere il risultato per 2 (11.). Entrambe le operazioni le fa a mente senza utilizzare l’ausilio della calcolatrice. Probabilmente, in questo caso R. sta adottando l’approccio E2; infatti, dopo aver individuato il numero 72, prova a dimezzarlo con l’intento di trovare un valore approssimativamente vicino al numero obiettivo.
F. “facciamo meno?” R. “no, meno no, diviso 2”. F digita “9x8-9-9=” e compare 54	F. propone di adottare un approccio diverso, (12.) ma R. cerca di rimanere sulla sua proposta (13.). Siccome F ha il mouse, decide di seguire un’altra strada (14.). In questo caso, l’episodio di Esplorazione cominciato da F. viene deviato verso una differente prospettiva sa F. In questo caso si ha quindi una Transizione.

<p>F digita “-“  F. “il più non c’è” (muove il mouse vicino a 8 e 9 probabilmente pensava di fare +9-8 per ottenere 1)  F cancella tutto</p>	<p>Arrivato a 54, F. clicca nuovamente sul tasto “-“ probabilmente con l’intento di sottrarre un valore pari a 3.  F. torna all’episodio di Lettura rendendosi conto che non è disponibile l’addizione (16.). Probabilmente, con l’intento di trovare un valore equivalente a 3, stava valutando l’idea di considerare <math>9-8=1</math> a cui poi sommare il 2.</p>
<p>17 secondi di silenzio (F. muove il mouse tra una cifra e l’altra)</p>	<p>Per molto tempo gli studenti stanno in silenzio. F comunque muove il mouse passando sui diversi tasti disponibili. Come per il protocollo precedente, questo tipo di comportamento può suggerire il fatto che lo studente stia adottando un approccio di tipo E2 e dunque sia intento a combinare numeri e operazioni con l’obiettivo di “avvicinarsi” al valore del numero obiettivo.</p>
<p>F. “18”  R. “fai <math>9 \times 9</math>”  F. scrive “<math>9 \times 9 =</math>”  R. “81”  F “meno 8” (digita “-8=” e compare 73)  F “meno 8” (digita “-8=” e compare 65)  F “meno 8” (digita “-8=” e compare 57)  R. “viene 6”  R. “meno 2”  F. digita “-2-2-2=”  R. “sì”  F. “Fatto</p>	<p>F. esclama 18 ma R. cambia istantaneamente direzione proponendo di svolgere <math>9 \times 9</math> (20.) che prontamente R. esegue.  A questo punto F. comincia a sottrarre a mano a mano 8 fino ad arrivare al valore: 57 (25.). In questo caso, l’esplorazione attivata è più orientata verso l’obiettivo. Nel momento in cui R. esplicita che occorre sottrarre 6 (26.) gli studenti passano da un episodio di esplorazione più orientata verso l’Implementazione di una strategia che gli permette di raggiungere la soluzione (28.) che viene accolta con espressioni di conferma (29., 30.)</p>
<p><b>Compito2: Trovare 67 con i tasti: 7, 5, 4, :, ×, +. (R tiene il mouse)</b></p>	
<p>F. “67”  R. “67, boh, vediamo cosa viene”  F. “<math>7 \times 5</math>” (digita <math>7 \times 5</math>)  R. “no, fa 35”  F. “<math>7 \times 7</math>”  F. “si va beh” cancella tutto e digita “<math>7 \times 7 =</math>”  F. “<math>7 \times 7</math> fa 49”</p>	<p>L’episodio di Lettura in questo caso è molto veloce, dopo aver esplicitato il valore del numero obiettivo, R. esplicitamente dichiara (32.) di cominciare un’esplorazione non orientata (“boh, vediamo”). In questo caso, l’approccio adottato viene palesemente indicato attraverso l’uso della calcolatrice e la verbalizzazione delle operazioni. In questo caso, l’approccio scelto è E2.2., infatti, gli studenti, scelgono la moltiplicazione e cominciano a moltiplicare 7 per gli altri numeri a disposizione.</p>
<p>R. “poi direi +”  F. “5” e digita “+5=”  F. “54”  R. “più 7”  F. digita “+7=”  F. “61”</p>	<p>Arrivati al valore 49, decidono di operare con i tasti a disposizione per avvicinarsi al numero obiettivo. In particolare, partendo da 49, sommano rispettivamente il 5 e il 7. L’Esplorazione, in questo caso diventa orientata al raggiungimento di 67.</p>
<p>R. “un più sei servirebbe”  F. “<math>61 + 6</math>”  R. “fai <math>61 + 5</math>”  F digita “+5=”  R. “aspetta, fai ancora +5”  F digita “+5=”  F. “-4”  F. “eh, non c’è il meno però!”  R ride</p>	<p>Arrivati a 61, c’è l’evidente passaggio alla pianificazione (R.): gli studenti vogliono aggiungere un valore pari a 6. R. probabilmente si accorge che <math>6=5+1</math>, infatti, propone a F. di sommare 5 (46.). F. segue il compagno pensando di sommare nuovamente 5 (48.) per poi sottrarre 4 (50.). In questo caso, però, avevano perso di vista le operazioni consentite per cui tornano alla lettura accorgendosi che la sottrazione non è consentita.</p>

<p>F cancella tutto  R. "7x4"  F digita "7x4="</p> <p>R. "+5"  F digita "+5="</p> <p>F digita "+7="</p> <p>R. "40"  F digita "+4="</p> <p>R. "44"  F digita "+5="</p> <p>R. "49"  F digita "+7="</p> <p>R. "+7"  F digita "+"</p> <p>R. "sessant.."  F. "si, si, più 4 più7!"</p> <p>R. "quindi facciamo più 4 più..." (digita "+4+7=")</p> <p>F. "sette!"</p> <p>R. "fatto!"</p>	<p>F. cancella tutto e ricomincia l'esplorazione partendo da 7x4, sotto consiglio di R. Ottenuto il 48, procedono in modo analogo al precedente, fino ad ottenere 56 (64.). A questo punto gli studenti passano all'Implementazione accorgendosi che basta aggiungere "4+7" (68.). In questo modo raggiungono l'obiettivo richiesto.</p>
<p><b>Compito3: Trovare 47 con i tasti: 9, 6, 5, :, +, -. (R tiene il mouse)</b></p>	
<p>F. "47"</p> <p>F. "eh, c'è il + e il -"</p> <p>R. "fai, eh"</p> <p>R. "6x5"</p> <p>F. "eh, non c'è il per!"</p>	<p>In questo caso, l'episodio di lettura sembra più accurato, infatti, non solo F. verbalizza il numero obiettivo ma anche due delle tre operazioni consentite.</p> <p>R. comincia l'esplorazione ma viene subito bloccato da F. che, rimasto probabilmente all'episodio di Lettura, gli ricorda che la moltiplicazione in questo caso non è consentita.</p>
<p>R. digita "9+6="</p> <p>R. "boh, proviamo"</p> <p>R. "boh, facciamo un po' a caso"</p>	<p>In questo passo, è esplicitato l'atteggiamento che gli studenti stanno seguendo nel processo risolutivo. Il fatto di esplicitare la volontà di "provare" rafforza l'ipotesi che gli studenti stiano adottando un approccio per tentativi.</p>
<p>F. "15"</p> <p>F. "15+9"</p> <p>R. digita "+5="</p> <p>F. "più 9"</p> <p>R. digita "+9="</p> <p>F. "più 9"</p> <p>R. digita "+9="</p> <p>F. "38"</p> <p>R. "più" e digita "+"</p> <p>R. "altri 9 fa quarant... proprio così"</p> <p>R digita "+9="</p> <p>R "fatto anche questo"</p>	<p>Come nei casi precedente, battezzano un'operazione di partenza e procedono addizionando di volta in volta i numeri disponibili. Questa volta, quasi per caso, trovano direttamente la soluzione.</p>

Riassumendo, l'analisi dei protocollo\_cbt\_2\_cal, potrebbe suggerire diverse osservazioni in riferimento ai profili degli studenti e agli approcci che hanno scelto.

In particolare, R. e F. scelgono di non utilizzare mai numeri composti da due o più cifre, questo fatto potrebbe suggerire implicitamente che entrambi appartengono alla categoria R2. In compenso fanno larghissimo uso dell'ausilio della calcolatrice durante il processo risolutivo. In questo caso, quindi attivano un sistema di controllo C1, cioè, scrivono passo,

passo ogni operazione sul monitor della calcolatrice e solo in pochi casi svolgono calcoli mentali (10., 33.). In riferimento al sistema di controllo, quindi, la maggior parte delle procedure viene attivata attraverso l'uso dell'artefatto e dunque gli studenti tengono continuamente traccia delle operazioni che svolgono di volta i volta. In questo caso, gli studenti lavorano molto insieme quindi è difficile distinguere due profili separati per ognuno dei due. Il fatto che facciano ampio uso della calcolatrice però, non esplicita la possibile familiarità o meno con l'artefatto. In effetti non fanno mai riferimento a situazioni che hanno vissuto. In questo caso, quindi, è difficile fare delle supposizioni sul loro profilo in riferimento a F1 o F2. È possibile, però che essi possano essere categorizzati più verso il profilo F; in effetti, il fatto di non usare numeri a due cifre può essere dovuto al fatto che entrambi non hanno familiarità con la calcolatrice.

È interessante notare che, scrivendo o verbalizzando ogni calcolo, è possibile seguire mano a mano ogni passaggio intrapreso nel processo risolutivo. In questa prospettiva è possibile delinearne chiaramente un'ipotesi interpretativa sull'approccio scelto dagli studenti. In particolare, sembra che entrambi attivino sempre l'approccio E2.2; infatti, in ognuno dei 3 compiti, essi cominciano sempre moltiplicando i numeri a disposizione. Trovato un numero che sufficientemente approssima l'obiettivo, cominciano ad aggiungere o sottrarre altri numeri in base all'esigenza. Questo aspetto della scelta di un'operazione privilegiata è palesata nel momento in cui gli studenti si accorgono di non aver a disposizione la moltiplicazione (75., 76.). Un altro aspetto interessante è indicato dall'atteggiamento che hanno nei confronti del compito che può rafforzare l'ipotesi della scelta di adottare un approccio esplorativo. Negli ultimi due compiti, infatti, R. palesa la volontà di andare per tentativi con affermazioni del tipo: "boh, proviamo" (32., 78., 79).

Per quanto concerne gli episodi, anche in questo caso, l'episodio di Analisi è completamente assente in questo protocollo. In questo caso, però non c'è mai il passaggio dalla Lettura all'Implementazione ma sempre il passaggio intermedio di Esplorazione che si configura come più o meno orientata. L'Esplorazione meno orientata si verifica ogni volta in cui i solutori cominciano a moltiplicare i numeri; solo dopo aver scelto il prodotto che percepiscono come adatto al loro obiettivo, le loro procedure sembrano essere più orientate verso l'obiettivo (21., 35., 54., 77.). È interessante notare che, anche in questo caso, l'episodio di Esplorazione è intervallato da quello di Lettura. In ogni compito (16., 51., 76.), infatti, gli studenti si accorgono che alcune operazioni non sono consentite e quindi scelgono altre strade. Il passaggio dall'episodio di Esplorazione all'Implementazione è sempre implicito ma si può dedurre nel momento in cui palesano il valore che "manca" o che deve essere aggiunto al loro risultato per raggiungere il numero obiettivo.

In conclusione, anche in questo caso, gli episodi di Valutazione sembrano quasi assenti; in particolare, gli studenti non si confrontano mai sulla correttezza di una procedura probabilmente perché supportati dai risultati restituiti dalla calcolatrice. In questo caso, quindi, non si verificano mai episodi di Valutazione Locale. Allo stesso modo, per quanto concerne la Valutazione Globale, gli studenti non si soffermano mai sulla coerenza delle procedure che sviluppano in riferimento al numero obiettivo e, quando ricevono i feedback sul monitor della calcolatrice, non esplicitano alcuna forma di riflessione.

### 1.1.3 Protocollo\_cbt\_3\_cal

Sbobinatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
J. legge ad alta voce (fino a obiettivo) D. conclude la lettura ad alta voce J. "oook, allora" J clicca sul link R. "vai clicca" F. "cos'è che devo cliccare?" F. clicca sul link alla calcolatrice	J. legge ad alta voce la prima parte del testo con difficoltà. Finito il primo periodo, D. la sostituisce per concludere la lettura ad alta voce. Finita la lettura, J clicca sul link. In questo caso, come per il protocollo_cbt_2_cal, gli studenti leggono ad alta voce senza cercare una coordinazione tra le informazioni presentate in forma verbale e quelle presentate nell'immagine esemplificativa.
<b>Compito1: Trovare 74 con i tasti: 7, 2, 1, :, ×, −. (J. tiene il mouse)</b>	
J. "Eccolo" J. "allora 74"	J. esclama appena compare il compito e si focalizza sulla verbalizzazione del numero obiettivo. D. Rimane in silenzio.
J. "allora" D. "fai, eh" D. "7x7, 49, più..." J. "7x7, 49" D. "49" J digita "7x7"	Nonostante sia J. a tenere il mouse, D. le da istruzioni continue su cosa fare. D. propone di svolgere 7x7; in questo caso, è possibile che la scelta di D. potrebbe essere orientata. Infatti, 7x7 è il prodotto maggiore che si può ottenere moltiplicando i numeri ad una cifra che si possono costruire con i tasti a disposizione.
J. "dov'è il +?" D. "guarda!" (D. fa notare a J. che il tasto "+" non è consentito)	J. a questo punto si chiede dov'è il tasto "+" e D. glielo indica con il dito mostrandole che non è consentito.
D. "7x11" J. cancella tutto D. "7x11 fa setta...; aspetta" D. "si però non c'è il più, cavolo!" J. "70"	Probabilmente, D. si rende conto che devo trovare un prodotto che superi il numero obiettivo poiché l'addizione non è consentita. In questo caso, è probabile che si sia reso conto che è possibile scrivere numeri composti da più di una cifra. In questo caso, propone a J. di svolgere 7x11. Gli studenti svolgono le operazioni a mente non avvalendosi del supporto della calcolatrice; sbagliando nel trovare il risultato, decidono di abbandonare il prodotto per passare ad un altro approccio.
J. "12x7 quanto fa?" D. "aspetta 84" J. "no" J. "74...84!" J "allora 7 per 12, poi..." digita "7x12" J. "meno" e digita "-" J. "84 meno" D. "meno, meno, meno 7" J. "7+2 fa 8" D. "no meno 7" J. "meno 3" D. "aspetta, aspetta"	Trovano un numero che li soddisfa e decidono di procedere per sottrazioni successive. In questo caso, l'Episodio di esplorazione diventa più orientato verso l'obiettivo. Ad 84 devono togliere un valore pari a 10. D. ha capito che basterebbe sottrarre successivamente -7-2-1=-10 (35) ma J. considera -10=-(7+2+1) e quindi decide di cancellare tutto (38.). In questo caso emerge chiaramente che J. appartiene al profilo R2 poiché non riconosce tutte le risorse a disposizione in particolare quelle legate alle

<p>D. “-7-2-1”  J scrive “-7”  D. “in totale questo fa 10”  J. “ma non c’è il più” e cancella tutto</p>	<p>proprietà del calcolo aritmetico.</p>
<p>D. “ma si possono fare le parentesi?”  J. “sì, si possono usare”  D. “usiamole allora”  J. “meno”  J. “è un po’ complicato”  D. “84-7”</p>	<p>D. cerca di insistere nel rimanere su questa procedura. In questo caso, il richiamo alle parentesi è un ritorno alla fase di Lettura.  J. ammette una difficoltà nel dover utilizzare le parentesi (43.) ma D. la invita a scrivere 84-7</p>
<p>J. “aspetta”  J. “allora -7” e digita “-7”  J. “x2” e digita “x2”  J. “14”  D. “no, aspetta, aspetta, aspetta”  J. “14”  J. cancella le ultime digitazioni e rimane 7x12  D. “meno 7 meno, meno 2, meno 1”  J. digita “-7-2-1”  D. “vedi?!”  J. “sì, è così” clicca su “=”  J. “sì!!! Trovato”</p>	<p>Mentre D. sta passando dall’Esplorazione all’Implementazione, J. prova un nuovo approccio (2., 3., 4.). Tale proposta, però è ignorata da D. che la invita a seguire la sua proposta.  Attraverso le indicazioni di D., gli studenti trovano il risultato richiesto.</p>
<p>Compito2: Trovare 55 con i tasti: <b>9, 2, 1, :, ×, +</b>. (D. tiene il mouse)</p>	
<p>J. “mio Dio”  D. “55”  J. “allora”  J. “oh, c’è il più”  D. “vai!”  J. “evviva”  D. “ma non c’è il meno”</p>	<p>J. esordisce con un commento sul compito (57.). L’episodio di Lettura comincia verbalizzando il numero obiettivo ed elencando alcune operazioni disponibili (60.) e non (63.)</p>
<p>J. “allora, facciamo 2+2 che fa...allora, aspetta”  D digita “2+2+1”  D. “2+2+1”  J. “no, aspetta, aspetta”  D. “fa 5”  J. “lo dobbiamo mettere tra parentesi se no...”  D cancella tutto  D digita “(2+2+1)”  D. “per, aspetta, per”  D. “per 9, che fa”  J. “5x, 5x”  D. “che fa..9x5”  J. “45”  D. “più”  J. “aspetta, aspetta”  D. “più 1!”  D digita “+9+1=”  J. “fatto”</p>	<p>Anche in questo caso, le proposte di D. sembrano molto più orientate rispetto a quelle di J.. In effetti l’obiettivo di D. è quello di arrivare al numero 45 attraverso il prodotto 9x5.  Anche in questa occasione gli studenti svolgono i calcoli a mente senza sfruttare il supporto della calcolatrice.  Arrivano velocemente al risultato attivando un’Esplorazione subito orientata al numero obiettivo.  In questo caso particolare, è possibile che D. abbia seguito un approccio differente rispetto al caso precedente. Sembra quasi che si sia accorto subito che <math>55=45+5</math> e che <math>45=9 \times 5</math>.  In questo caso è possibile quindi che D. si sia servito di un approccio E1, quindi, focalizzandosi in principio sul numero obiettivo.</p>

---

Per motivi di tempo non è stato possibile somministrare l'ultimo compito della calcolatrice rotta.

Riassumendo, l'analisi dei protocollo\_cbt\_3\_cal, potrebbe suggerire diverse osservazioni in riferimento ai profili degli studenti e agli approcci che hanno scelto.

In questo caso, come nel protocollo\_cbt\_1\_cal, gli studenti utilizzano anche numeri composti da due cifre (18., 23.). Tale utilizzo, viene introdotto solo dopo un primo tentativo successivamente abbandonato. Questa peculiarità potrebbe farci pensare che D. sia passato da un profilo R2 a un profilo R3 e dunque abbia acquisito la consapevolezza di tale risorsa dopo qualche minuto di utilizzo dell'artefatto. Oppure, è possibile che appartenga al profilo R1 ma abbia preferito cominciare utilizzando numeri più piccoli. Il caso di J. invece appare interessante; non solo è possibile sia riferita al profilo R2, ma pare che non riconosca molte risorse già affrontate su carta relative al calcolo aritmetico (38.). Tale aspetto, però non compromette il processo risolutivo perché in questo caso, tra i due, D. è dominante e lavora quasi come se fosse da solo.

In aggiunta, i due studenti non si avvalgono della calcolatrice per fare i calcoli. In questo caso, l'artefatto, è considerato dagli studenti come uno spazio in cui inserire l'espressione risolutiva. In riferimento al sistema di controllo, quindi, i due studenti possono essere caratterizzati da un profilo ibrido C3, infatti, svolgono alcune operazioni a mente senza scriverle mentre altre le appuntano inserendole nella calcolatrice. Il fatto di non servirsi della calcolatrice, potrebbe suggerire il fatto che entrambi gli studenti non siano familiari con l'utilizzo dell'artefatto almeno per quanto concerne le sue potenzialità di supporto ad approcci esplorativi. In questo senso, possiamo pensare che entrambi gli studenti si configurino nei profili F2.

Per quanto concerne gli episodi, l'episodio di Analisi è completamente assente ma l'episodio di Esplorazione si configura sempre in modo abbastanza orientato e non basato su un approccio per tentativi. Infatti, è possibile che D. sia partito analizzando prima di tutto il numero obiettivo. Solo successivamente potrebbe essere passato all'analisi dei tasti a disposizione. Questo fatto potrebbe essere osservato soprattutto nel caso del secondo compito. In questo caso, quindi è possibile che D. sia passato da un approccio esplorativo di tipo E2 per passare ad uno più orientato sull'obiettivo come E1. In aggiunta, il fatto che l'Esplorazione sia stata attivata in modo così orientato ha limitato notevolmente le Transizioni.

Come in entrambi i casi precedenti, gli episodi di Valutazione sembrano quasi assenti; il fatto che gli studenti scelgano di svolgere i calcoli a mente e non attivino episodi di valutazione locale si è presentato come un ostacolo al processo risolutivo. Nel caso del compito 1, ad esempio, J. svolge trova una soluzione errata a  $7 \times 11$  (22.). A causa di ciò, gli studenti abbandonano quell'operazione che probabilmente li avrebbe condotti più velocemente verso la soluzione. Ad esempio,  $74 = 77 - 1 - 1 - 1$  oppure  $74 = 77 - 2 - 1$ . In aggiunta, gli studenti non si soffermano mai sulla coerenza delle procedure che sviluppano in riferimento al numero obiettivo e, quando ricevono i feedback sul monitor della calcolatrice, non esplicitano alcuna forma di riflessione; anche in questo caso, quindi, l'episodio di Valutazione Globale non è stato attivato.

## 1.1.4 Protocollo\_cbt\_4\_cal

Sbobbatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
(nei primi 40 secondi leggono in silenzio il testo) C. “vai” Ch. clicca sul link	le studentesse osservano il testo senza compiere alcuna azione significativa. Dopo qualche secondo cliccano il link all'applet.
<b>Compito1: Trovare 41 con i tasti: 5, 1, 0, :, ×, −. (Ch. tiene il mouse)</b>	
C. “ma tu hai capito come si fa?” Ch. “sì” Ch. “41 bisogna fare”	Le studentesse avevano letto in silenzio il testo senza scambiarsi una parola. Appena compare il compito C. chiede all'altra qual è l'obiettivo del compito. Ch. Le risponde in modo secco che occorre trovare il numero obiettivo. In realtà, l'esplicito riferimento al “come” potrebbe indicare più che una mancata comprensione degli obiettivi, piuttosto una mancata comprensione o riconoscimento di quali siano le operazioni consentite e i limiti imposti dal compito.
Ch digita “5” C. “aspetta” Ch. cancella 5 secondi di silenzio Ch. “5” Ch. “per” Ch. “facciamo” C. “eh, no” Ch. Digita “51-10=” C. “sì, brava”	La difficoltà di comprensione di C. potrebbe essere avvalorata dal fatto che in questo primo compito non interviene in alcun modo o, quando lo fa, non è chiaro a cosa si riferisca (8., 14.). Ch. Lavora praticamente da sola. Inizialmente prova a moltiplicare uno dei numeri presentati (11., 12., 13.) ma poi trova dopo qualche secondo l'espressione risolutiva (15.). In questo caso, Ch. può essere caratterizzata da un profilo R1, in effetti non si fa alcun problema a pensare e a proporre un'operazione con numeri a due cifre.
<b>Compito2: Trovare 56 con i tasti: 8, 7, 3, :, ×, −. (Ch. tiene il mouse)</b>	
C. “fai tu, dai” Dopo 11 secondi di silenzio Ch. “aspetta” Dopo 44 secondi di silenzio	C. esplicita la sua assoluta assenza invitando Ch. a fare da sola (17.). Per quasi un minuto le studentesse stanno in silenzio. Ogni tanto Ch. muove il mouse nella direzione dei tasti suggerendo la possibilità che stia adottando un approccio per tentativi alla ricerca di un'operazione che possa avvicinarsi al numero obiettivo.
Ch. “83 meno” Ch. digita “83-37=” Ch. cancella tutto C. “sette per ott..” Ch digita “87-38=” Ch cancella tutto Ch. Digita “88-37=” Ch. “ok” Indica con il mouse 56 Ch. Cancella tutto Ch. “87-37=” Ch cancella tutto Ch digita 38	Ch. attiva un approccio molto particolare, compone diversi numeri con alle decine 8 e 3 e tenta di sottrarli. In questo caso, è possibile che abbia analizzato il numero obiettivo, 56, e sia giunta alla conclusione che $50=80-30$ e dunque 56 si potrà ottenere in modo analogo. Questo approccio particolare potrebbe essere ricondotto ad un approccio più orientato verso l'obiettivo e quindi di tipo E1.

Ch. "no, non c'è il più" Ch. Cancella tutto	
Dopo 4 secondi di silenzio Ch. Digita "7x8="	Dopo qualche minuto di silenzio, finalmente si accorge che $56=7 \times 8$ .
C. "non ci avevo pensato"	
<b>Compito3: Trovare 22 con i tasti: 8, 1, 0, :, ×, +. (Ch. tiene il mouse)</b>	
Ch. digita "8" e avvicina il mouse al tasto "x" Ch. Digita "8+11111111" conta in silenzio gli 1 Ch. "16" Ridono Ch. "16" continua a digitare 1 fino ad arrivare a 22 Ch. Clicca su "=" La calcolatrice restituisce come risultato "1.1" Ch. Cancella tutto senza dire una parola.	Anche in questo caso, l'episodio di lettura non è esplicitato da affermazioni o movimenti particolari. Ch. comincia subito con l'intento di aggiungere a 8 tanti uno quanti ne servono per ottenere 22 (40., 43.). Questo caso è particolare perché Ch. potrebbe scrivere $10+10+1+1$ e ottenere velocemente la soluzione. Nel terzo compito Ch. sceglie di non utilizzare numeri a due cifre nonostante lo abbia fatto in entrambi i casi precedenti. Un aspetto decisamente interessante è legato al risultato che restituisce la calcolatrice a seguito dell'inserimento di $8+1111111111111111$ . Né Ch. né C. si soffermano a chiedersi perché o cosa sia successo.
15 secondi di silenzio Ch. "8 per.." C. "se c'era 3" Ch. "no, arrivava a 24"	Dopo alcuni secondi di silenzio, abbandona l'approccio per passare ad un altro: moltiplicare 8 per un qualche valore. Per la prima volta C. interviene in modo più o meno sensato rispetto agli scopi di Ch. (49.) ma viene subito fermata dalla compagna (50.)
Ch. Digita "8+8+" Ch. "quindi 16" Ch "17" digita "+1" Ch. "18, 19, 20" digita successivamente "+1"	Ch. riprende l'approccio precedente per raffinarlo e dunque $8+8+1+1+1+1+1+1$
C. "88:4" Ch. "Eh?" C. "88:4" C. "fai cancella" Ch. "ma il 4 non c'è!" Ch. Stava per cancellare C. "il 4 non c'è"	Mentre sta cominciando a digitare l'espressione risolutiva, C. la interrompe per suggerirle una possibile strategia risolutiva (57.). Anche in questo caso, Ch. la ferma e per continuare sulla sua strada (59). In realtà Ch. stava approcciando attraverso una strategia ragionevole. In questo caso, aveva individuato in 88 un multiplo di 22 e dunque $22=88:4$ .
Ch. "16, 17, 18, 19, 20" conta il valore della somma che è ancora scritta sulla calcolatrice. Ch. "21, 22" e digita ancora "+1+1="	Con calma, Ch. raggiunge il numero obiettivo.
Rimangono in silenzio	

La coppia in questione è molto particolare. Non ci sono particolari relazioni tra C. e Ch.. In questo caso Ch. è assolutamente dominante su C. ma, diversamente dal protocollo

precedente (protocollo\_cbt\_3\_cal), non ci sono alcune intenzioni da parte di Ch. di interazione con C. In questo caso, quindi non si possono fare particolari ipotesi su C. anche perché all'inizio del compito dichiara quasi esplicitamente di non aver capito "come si fa" (4.) oppure invita la compagna a fare da sola (17.). In alternativa, il lavoro svolto da Ch. ci da informazioni per possibili ipotesi.

Il caso di Ch. è probabilmente il più particolare, infatti, utilizza da subito numeri a due cifre ma nell'ultimo compito (in cui palesemente la soluzione era raggiungibile con velocità), non ne fa uso. In aggiunta, la procedura che scrive nei punti 40. e 43. Potrebbe far pensare che non abbia in alcun modo familiarità con la calcolatrice. In questo caso, quindi, l'unica prospettiva ragionevole è che Ch. sia del profilo R1 ma F2; in altre parole, sia consapevole delle risorse a disposizione ma non ha alcuna familiarità con l'artefatto calcolatrice. Questo fatto rompe le ipotesi che erano state fatte a priori per cui ci si aspettava che i profili R1 fossero collegati ai profili F1 e cioè che gli studenti che riconoscono tutte le risorse messe a disposizione nel compito sono anche coloro che hanno familiarità con l'artefatto. Infine, per quanto concerne gli strumenti di controllo, lavorando da sola Ch., tiene sempre traccia delle operazioni che svolge avvalendosi dell'ausilio della calcolatrice. Questa scelta denota una profilo di tipo C1 e cioè di tenere traccia di tutte le operazioni svolte.

In riferimento agli episodi, è confermata l'assenza, anche in questo caso, dell'episodio di Analisi e di Valutazione; ad essi, si aggiunge una quasi totale assenza dell'episodio di Lettura. In compenso, l'episodio di Esplorazione è particolarmente interessante. Come nel protocollo precedente, sembra che l'approccio esplorativo sia più orientato in base ad un'analisi del numero obiettivo. Nel secondo compito, ad esempio la scelta di sottrarre numeri con alle decine rispettivamente 8 e 3 non può essere fatta a caso (23., 26., 28., 31); allo stesso modo, le scelte svolte nel terzo compito, potrebbero essere conseguenti ad una ricerca delle partizioni del numero obiettivo. In questo caso, quindi, si può pensare che Ch. abbia mantenuto dall'inizio alla fine un approccio orientato verso E1 piuttosto che E2.

## 1.2 Protocolli del compito in formato cartaceo

In questo paragrafo, mostriamo i protocolli degli studenti che hanno affrontato il compito della calcolatrice rotta in formato cartaceo; in particolare, nei paragrafi da 1.2.1 a 1.2.4 presentiamo le sbobinature complete dei protocolli affiancati da commenti specifici in relazione ai nostri strumenti di analisi.

### 1.2.1 Protocollo\_ppt\_1\_cal

Sbobinatura	Commenti
<b>Compito1: Trovare 82 con tasti: 8, 5, 3, :, ×, −,</b>	
G. legge il testo ad alta voce Stanno in silenzio circa 10 secondi.	G. legge ad alta voce il testo. Alla lettura seguono alcuni secondi di silenzio in cui le studentesse probabilmente coordinano le informazioni presentate nel testo e quelle presentate nell'immagine della calcolatrice.

<p>(In silenzio L. indica con la penna i tasti 3 e 5)  L. "15x8"  G. prende il foglio e calcola 15x8 in colonna  G. "120"  G. scrive sul foglio 120-82 in colonna.</p>	<p>Il movimento di L sui tasti indica la possibilità che stia provando a combinare i due numeri con alcune operazioni consentite. In questo caso, quindi, possiamo pensare che sia cominciato l'episodio di esplorazione.  Il fatto che successivamente L. propone di svolgere 15x8 (4.) potrebbe significare che abbia moltiplicato 3 e 5 per poi moltiplicare tale prodotto per 8.  G. svolge il calcolo proposto in colonna sul foglio.  A questo punto G. cerca di calcolare il valore che occorrerebbe sottrarre a 120 per ottenere 82, il numero obiettivo.</p>
<p>L. scrive sul foglio 8x3  G. "ok, 38"  9 secondi di silenzio  G. "non c'è il +, tipo?"  L. "no, c'è solo : o x"  28 secondi di silenzio</p>	<p>L. prova a calcolare un altro prodotto mentre G. indica il risultato del calcolo appena svolto.  I secondi di silenzio che seguono potrebbero indicare che le studentesse stanno continuando l'episodio di Esplorazione attivando altre combinazioni (13., 10.). Proprio durante questa fase, tornano all'episodio di Lettura per esplicitare le operazioni consentite e non (11., 12.).</p>
<p>G. "allora, 8x5, 40"  L. "si"  G. "x3" (Scrive 120)  L. "si ma è lo stesso" (ride)  L. "120 diviso...5, quanto fa?"  G. svolge la divisione in colonna  L. "24"  L. "x8. No, sto scherzando!"  G svolge 24x3 mentre L. controlla i suoi calcoli  L. "ah, 72"</p>	<p>L'Esplorazione continua in modo ancora non orientato, infatti le studentesse trovano un risultato già individuato attraverso una combinazione differente dei numeri a disposizione (17.).  Per tentativi, arrivano al valore 72 che è minore di 82 e non avendo a disposizione l'addizione scelgono di abbandonare per passare ad un'altra possibilità.</p>
<p>G. "allora facciamo 5.."  L. "no, 120:3 fa ... quatt ... quaranta"  L. "40x5 fa 300...diviso 5" (tutti questi calcoli li fa sul foglio)  G. "da lo stesso risultato, oddio"  5 secondi di silenzio  L. "8x3?"  G. "15, 30, 45..."  L. "15?"  G. "5x3"  L. "15x8?"  G svolge la moltiplicazione in colonna senza ricordarsi di averla già fatta. Dopo averla scritta in colonna...  G. "120" e poi indica la moltiplicazione fatta in precedenza e cancella quella appena scritta  L. "si, giusto"  G. "120" (ridono)  L. "diviso...120:8?"</p>	<p>Le studentesse sembrano non avere alcun genere di controllo sulle operazioni che svolgono infatti propongono dei prodotti che si rivelano decisamente lontani dal numero obiettivo.  Probabilmente la loro strategia può essere interpretata come E2.2: combinano i numeri moltiplicandoli tra loro e in un secondo momento cercano di dividere tali risultati per in modo da ottenere un quoziente approssimativamente vicino all'obiettivo. In questo senso, pare che le operazioni privilegiate siano la moltiplicazione e la divisione.  In questa fase esplorativa sono diverse le transizioni da un'operazione all'altra apparentemente senza particolari motivazioni (29., 30., 33.).</p>

<p>G. “aspetta, un numero che fa 38?” (non si rendono conto che possono scriverlo con i tasti)  13 secondi di silenzio  G. “<math>72 \times 3</math>” lo svolge in colonna (ottiene 216)  G. “poi fai tipo...”  L. “meno”  G. “meno 82” lo svolge sempre in colonna  G. “34”  L. “34...”  L. “meno...40”  L. lo svolge in colonna (le viene 128)  G. “128 più...” G svolge <math>128+8</math>  G. “136”  L. “meno 120?”  secondi di silenzio  G. “dovremmo scriverlo un attimo meglio”  Qualche secondo di silenzio  G. “potremmo sfruttare anche il meno”  G. “24”  G scrive <math>24+24=48</math>  L. “cos’è, per?”  G. “più”  G. “<math>24 \times 3</math>, no fa 72”  7 secondi di silenzio  G. “72+” (svolge in colonna <math>72+15=87</math>)  G. “<math>87-5</math>”  G. “fa 82”  L. “com’è che sei arrivata?”  G. “non mi ricordo”</p>	<p>G. fa un passo indietro, ricorda che <math>120-82=38</math> (38.). Nei secondi di silenzio probabilmente cerca una combinazione di numeri per ottenere 38. Probabilmente, non riuscendoci, abbandona l’impresa per passare ad un nuovo approccio sempre per tentativi (41.).  È interessante osservare che durante questo episodio esplorativo, ricco di transizioni, le studentesse si avvalgono continuamente del calcolo scritto.  Inoltre, tutte le operazioni che svolgono le propongono partendo da numeri composti da una sola cifra.  Un altro aspetto da notare è che, nonostante stiano tenendo continuamente traccia delle operazioni che svolgono, molte volte si trovano a svolgere gli stessi calcoli accorgendosi di ciò solo al raggiungimento del risultato. Lo si osserva anche dall’osservazione di G. (53.) in cui invita a tenere più ordine.</p>
<p>G. allora, bisogna fare...allora <math>8 \times 5</math> che fa 40 per tre che fa 120 diviso 5 (scrive <math>(8 \times 5) \times 3 : 5</math>)  L. “dopo ti viene 3:5” (aggiusta mettendo la parentesi <math>(8 \times 5) \times (3 : 5)</math>  G. “poi viene 40”  G. “no, aspetta” cancella tutto  L. “togli la parentesi”  G. “allora, in pratica dobbiamo fare <math>8 \times 5 \times 3</math> che fa 120 diviso 5 che fa 24, per 3, 72; ancora per 3 che viene 216...”  “e poi qua, 134, meno”  “che cosa ho fatto?”  L. “<math>72+15</math>, qua” indica due operazioni sul foglio  G. “<math>72+3 \times 5-5</math>”  G. “questo qua è giusto”  G. “allora, 24”  L. “che sarebbe <math>:5 \times 3</math>”  L. “no, per”</p>	<p>In questa fase G. descrive il suo procedimento con difficoltà. Tale difficoltà nel ripercorrere le operazioni svolte con l’obiettivo di costruire l’espressione risolutiva, è probabilmente dovuta al fatto che tali operazioni sono state scritte con disordine sul foglio. La possibilità di tenere traccia di tutte le operazioni sul foglio probabilmente non è di aiuto nella ricostruzione della procedura se tali calcoli non vengono svolti seguendo un preciso ordine.  In compenso, la possibilità di scrivere l’espressione sul foglio da alle studentesse la possibilità di gestire le parentesi con meno difficoltà, aggiungendole di volta in volta in caso di necessità all’interno di un’espressione già scritta (68.)</p>

G. scrive $(8 \times 5 \times 3) : 5 \times 3 + (5 \times 3) - 5$	Le studentesse hanno scritto l'espressione risolutiva (81.). Il fatto di svolgere i calcoli sulla carta non permette loro di avere una visione globale delle procedure messe in atto in riferimento ai vincoli del compito. Infatti, l'espressione risolutiva che scrive G. presenta anche l'addizione che non è permessa dalla calcolatrice rotta del compito 1. In questo caso, manca una valutazione globale delle procedure in termini di ammissibili e non ammissibili ma viene attivata una valutazione globale riferita all'equivalenza tra l'espressione e il numero obiettivo.
G. "proviamo a vedere se viene" G. " $8 \times 5 \times 3$ è 120" e $3 \times 5 = 15$ " G. scrive $120 : 5 \times 3 + 15 - 5 = 24 \times 3 + 15 - 5 = 72 + 10 = 82$ e intanto la descrive a voce. ESPRESSIONE ERRATA: il "+" non è tra i tasti disponibili	Dopo aver scritto l'espressione risolutiva, risolvono tutti i calcoli per controllarne la correttezza e l'effettivo raggiungimento della soluzione. In questo senso, le studentesse si trovano nell'episodio di Valutazione Globale.
<b>Compito 2: Trovare 69 con tasti: 7, 1, 2, +, :, -,</b>	
G. "69" L. "69" L. "7, 1, 2, +, :, x" G. "va beh, abbiamo anche il +" 4 secondi di silenzio	L'episodio di lettura questa volta sembra essere più preciso; in questo caso, infatti l'attenzione delle studentesse va sul numero obiettivo (85., 86.) e anche sui tasti consentiti (87., 88.).
L. "71" G. " $7 \times 2$ , 14" lo scrive sul foglio 7 secondi L. "ma se facciamo $71 - 2$ che fa 69? No, eh, no?"	L. si accorge che tra i numeri ammissibili c'è anche il 71 (90.) G. comincia l'esplorazione attivando l'approccio precedente; nel contempo, però, L. si accorge che basta una sottrazione (93.). L'indecisione di L. potrebbe essere legata al suo sistema di convinzioni: da una parte riferito alla possibilità di utilizzare numeri ad una cifra, dall'altra al fatto che si tratti di un'operazione immediata e non un'espressione complessa.
3 secondi di silenzio G. "esatto" Lo scrive sul foglio del compito	Nei secondi di silenzio (94.) probabilmente G. sta controllando la correttezza del calcolo e lo conferma subito dopo (95.).
<b>Compito 3: Trovare 15 con tasti: 8, 4, 0, :, +, ×</b>	
G. "15" L. "15"	Nell'ultimo compito la lettura è molto sbrigativa e si concentra sul numero obiettivo.
G. " $8 \times 4$ fa 32" L. " $32 : 4$ ; $32 : 8$ , no? Quanto fa $32 : 8$ ?" G. " $32 : 4$ ?" L. "c'è anche 0. Non fa 15? no" G. scrive $80 : 4$ "fa 20" L. "20-4" 8 secondi di silenzio G. scrive $40 : 8 = 5$ "questo fa 5" L. "no, c'è il x. $4 \times$ , $8 \times 4$ che fa..." G. "32" L. " $32 : 2$ , no, aspetta. $32 : 8$ quanto fa?" G. "eh, 4, cioè" L. "eh, giusto" G. " $4 + 8$ "	Comincia una fase di esplorazione; le studentesse adottano lo stesso approccio E2.2 adottato in precedenza. È interessante il fatto che venga mantenuta la consapevolezza della possibilità di utilizzare numeri a due cifre (103.). Ad un certo punto della fase esplorativa, L. tenta di proporre un approccio differente dai precedenti (116.) partendo da un numero approssimativamente vicino al numero obiettivo (ottenuto dall'addizione di due numeri), aggiungere il valore corrispondente alla differenza tra la somma e il numero obiettivo: $4 + 8 = 12$ ; $12 + 3 = 15$ .

<p>L. "4, 8" conta con le dita per trovare la somma  G. "12"  L. "ah, 12"  L. "13,14,15"</p>	
<p>G. "allora"  18 secondi di silenzio  G. "48 diviso" e scrive 48:4  L. "aspetta, 12:4 fa 3...no"  L. "cosa stai facendo?"  G. ha scritto 48:4=12  L. "12+4, 16"  3 secondi di silenzio  L. "8"  G. scrive <math>12 \times 4 = 48</math>, <math>48:8 = 6</math>, <math>6+8 = 14</math>  G. "14"  L. "14"  ridono  L. "6+8, ah, fa 6. E 6+4?"  G. "10"  L. "+4"  G. "14"  L. "40 x8"  G. svolge il calcolo in colonna e trova 320 "320"  L. "320:8? 40"  G. "si, 320:8 fa 40"  L. "e 320:40? 8? No?"  G. "si"  G. "no, aspetta, devi fare <math>4 \times 2</math> fa 8 e quindi se tu vuoi fare 320 diviso 8"  L. "4, 40"  G. "48"  Scrive 48 poi lo cancella  G. scrive 15 e lo cerchia  L. "8:4 fa 2 per 8"  G. "16"  L. "meno"</p>	<p>La proposta di L. viene abbandonata da G. che torna all'approccio adottato fino a quel momento. Anche in questo caso, G. trova come risultato 12 (esattamente come L.) probabilmente senza rendersene conto.  Continua l'esplorazione attraverso diverse transizioni (120., 122., 126., 130., 134., 145.).</p>
<p>G. "forse deve essere qualcosa di facile"  10 secondi di silenzio  L. "88?"  G. "88:8, 11"  L. "+4, 15"  G. "esatto"  L. "evvai"</p>	<p>Dopo una considerazione sul compito, trascorrono altri secondi di esplorazione.  L. trova la proposta che permette alle studentesse di raggiungere la soluzione.</p>
<p>G. "ok, allora, 88, cos'è che avevamo detto, diviso 8 +4" scrive <math>(88:8)+4</math></p>	<p>In conclusione attivano un episodio di valutazione globale per controllare l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo.</p>

In riferimento ai profili, L. e G. si configurano rispetto al profilo R3. AL secondo compito, L. propone di utilizzare numeri a due cifre; da quel momento entrambe le studentesse sono consapevoli di questa possibilità e la sfruttano anche nel compito 3 nel quale utilizzano numeri come: 48, 40, 88. Ad esempio, il numero 40 lo utilizzano a partire dal prodotto tra 8 e 5. In effetti, in ben due dei tre compiti M. propone una soluzione in pochi istanti e facendo uso di numeri a più di una cifra (11., 14.). Ad esclusione di questo ultimo caso, sembra che nei compiti 1 e 2, le studentesse seguano una procedura per tentativi identificandosi nell'approccio esplorativo E2. In particolare, esse battezzando la moltiplicazione come operazione privilegiata (E2.2) e dopo aver trovato un qualunque prodotto ottenuto dalla combinazione dei numeri disponibili, lo dividono alla ricerca di un quoziente che approssimativamente sia vicino al numero obiettivo.

Un punto interessante da sottolineare, riguarda il sistema di controllo. Entrambe le studentesse scrivono le operazioni su un foglio di carta; in Fig. 1.1 è presentato il foglio utilizzato da G..

Nell'immagine sono presentate tutte le procedure svolte da G. sul foglio. Esse sono state

The image shows a piece of paper with handwritten mathematical work. The work includes several calculations and operations, some with annotations like "E2.2" and "E2.1". The calculations involve numbers like 15, 8, 120, 80, 40, 24, 72, 134, 136, 82, and 5. There are also some crossed-out parts and a large expression  $(8.5.3)$  written in a large font. The work is organized into several sections, with some parts being circled or underlined. The overall appearance is that of a student's work on a math problem, showing various strategies and calculations.

Figura 1.1: foglio condiviso da G. e L. calcolatrice, protocollo\_ppt\_1

successivamente numerate da noi per evidenziare l'ordine in cui sono state svolte. Per quanto G. abbia tenuto traccia delle operazioni svolte, ognuna di esse è stata scritta in un punto casuale libero del foglio. In questo caso, quindi, è difficoltoso ripercorrere le operazioni svolte nel momento in cui viene individuato il numero obiettivo (66.). Tale fenomeno è evidente nel compito 1 in cui G. impiega molto tempo per descrivere a L. il ragionamento che ha seguito (67. A 80.). In questo caso, quindi, nonostante entrambe possano essere identificate con il profilo C1, tale aspetto non sembra di supporto al sistema di controllo per costruire l'espressione risolutiva attraverso la traccia segnata di tutte le procedure.

Per quanto concerne gli episodi, è interessante notare che l'episodio di Analisi è completamente assente in questo protocollo. Questo aspetto va contro l'ipotesi a priori che avevamo proposto in relazione al compito in formato cartaceo. In questo caso, infatti, le studentesse non hanno fatto riferimento ad alcuna situazione familiare o hanno richiamo delle pratiche scolastiche note all'interno del contesto aritmetico. Ad esclusione del compito 2, in cui le studentesse sono passate rapidamente dalla Lettura all'Implementazione; nei compiti 1 e 3, l'episodio di esplorazione è molto lungo. In particolare, in questo caso, il ritorno alla Lettura è stato poco frequente; questa mancanza si sente fortemente soprattutto nel compito 1 in cui le studentesse, immerse nell'esplorazione, dimenticano che l'addizione non è tra le cifre consentite. Questo aspetto potrebbe suggerire che, nel caso cartaceo, sia necessario una continua valutazione globale dei limiti e delle restrizioni del compito poiché nello scrivere l'espressione sulla carta non c'è alcun tipo di controllo sui numeri e le operazioni utilizzate. Al contrario, all'interno dell'applet, gli studenti devono inserire nella calcolatrice l'espressione; in questo modo, è impossibile che si accorgano di aver utilizzato un'operazione o un numero non ammissibile poiché non è possibile utilizzarlo e inserirlo all'interno dell'artefatto. Nel caso cartaceo quindi l'episodio di Valutazione gioca un ruolo cruciale. In questo senso, infatti, la mancanza di questo tipo di Valutazione inficia sulla correttezza del compito; nel primo, infatti, la soluzione proposta dalle studentesse non è corretta. In questo caso, quindi, manca completamente una Valutazione Globale delle procedure consentite mentre è presente la Valutazione Globale della correttezza del calcolo conclusivo. In conclusione, la Valutazione Locale è invece abbastanza frequente soprattutto per quanto riguarda L.. Molto spesso infatti la studentessa esplicita una forte insicurezza sulle procedure che propone e sui risultati che ottiene in seguito di determinate procedure attivate (ad esempio, 93., 100., 136., 138.)

### 1.2.2 Protocollo\_ppt\_2\_cal

Sbodinatura	Commenti
<b>Compito1: Trovare 51 con i tasti: 8, 9, 2, :, ×, −.</b>	
Stanno qualche secondo in silenzio B. "allora, bisogna fare" A. "il numero 51" B. "ah, bisogna calcolare un numero" A. "sì"	Gli studenti si trovano davanti al testo del compito. Nessuno dei due lo legge ad alta voce, tacciono per qualche secondo. B. Comincia subito cercando di definire l'obiettivo del compito aiutato da A. L'episodi di lettura in questo caso si caratterizza per essere focalizzato solo in riferimento allo scopo del

	compito e al numero obiettivo.
<p>A. “9”  A. “9x8, no?”  B. “ma cosa? Fa 72”  B. “8x2 fa 16”  B. “2x9 fa 18”  A: “poi tra parentesi 9x2, chiusa, poi altre cose”  B. “Aspetta, 9 per 2” scrive sul foglio (9x2) e sotto 18  A. “sì”  A. “oppure fai 9x8 e meno”  B. “18, ce la fai ad arrivare a 51?”  A. “72”  B. “18 ad arrivare a 51?”  A. “72-9... non lo so”</p>	<p>Gli studenti cominciano a combinare i numeri disponibili moltiplicandoli tra loro. In questo modo, cominciano l’episodio di Esplorazione subito dopo quello di Lettura.  In questa fase di esplorazione, gli studenti si orientano velocemente verso il numero obiettivo, infatti esplicitano subito che potrebbero avvicinarsi al numero obiettivo approssimandolo per eccesso o per difetto per poi sottrarre (14.) o sommare (11.) i valori necessari.</p>
<p>B “proviamo”  B “8x9, che è 72” scrive “(9x8)”  B. “arrivare a 51...”  A. “è 70, 50...21 fa”  A. “meno 9”  B. “21”  A. “17”  5 secondi di silenzio  A. “sì, 21, sì”  B. “cosa?”  A. “allora 9x8, chiusa, più”  B. “non c’è il +”  A. “eh, scusa meno”  A. “meno, aperta, nove più 8 più; quindi 18, 17”  A. “arrivare a 51, 51+21 è?”  B tace  A. “17, 18 ,19, 20, 21” (conta con le dita)  A. “più 2, più 2; uguale 51” (alla fine scrive (9x8)-(9+8+2+2)=51)</p>	<p>Gli studenti scelgono di utilizzare l’approccio proposto da A. in precedenza (14.)  A questo punto, individuato il numero 72, gli studenti si interrogano su come ottenere 21, cioè il valore da sottrarre a 72.  Gli studenti ci riescono e scrivono l’espressione risolutiva finale.</p>
<p>B. “facciamo, 9x8 fa 72 meno 9+8+2, che fa 19. Fa 19?”  A. “più 2, più 2”  B. “più 2, più 2”  A. “51”  B. “che fa 21”  B. “ok”</p>	<p>In conclusione, gli studenti controllano l’effettivo raggiungimento del numero obiettivo in un episodio di Valutazione Locale. Tale processo, conferma l’effettivo raggiungimento della soluzione.</p>
<b>Compito2: Trovare 67 con i tasti: 7, 5, 4, :, ×, +.</b>	
<p>A. “c’è 67”  B. “vai”  A. “67”</p>	<p>Gli studenti si focalizzano sul numero obiettivo senza soffermarsi sugli altri tasti disponibili.</p>

<p>A. “vediamo”  B. “7x5”  A. “fai 7x4”  B. “va beh, prova, fai tu” (B. scrive <math>7x5+5x7</math> mentre A. scrive <math>7x4+7x5</math>)  A. “7, 14, 21, 28”  8 secondi di silenzio in cui ognuno scrive e svolge i suoi calcoli  A. “7”  B. “no, c’ero quasi riuscita” (ha trovato 60)  17 secondi di silenzio in cui A. (<math>7x4</math>)+(<math>7x5</math>) mentre B. scrive <math>28+35</math>  A. “io sono arrivato a questo qua” gli mostra il suo risultato (<math>7x4</math>)+(<math>7x5</math>)  A. “si va beh, più, cos’era? 5” e scrive (<math>7x4</math>)+(<math>7x5</math>)+5  A. “uguale 67”</p>	<p>A. e B. si dividono nella fase di Esplorazione, ognuno di loro procede utilizzando la stessa tipologia di approccio esplorativa combinando le cifre a disposizione (49.) e solo in un secondo momento si confrontano (53., 55.).</p>
<p>B. “scusa <math>63+5</math>, fa 68”  A. “si”  B. “eh”  A. “più 4”  Fa i conti con le dita  A. “più 4”  A. scrive (<math>7x4</math>)+(<math>7x5</math>)+4</p>	<p>B controlla i calcoli fatti da A. e trova un errore che viene corretto (57., 60.) perché 4 è tra i numeri a disposizione.  Attivando una Valutazione Locale sul lavoro di A, B. trova l’espressione risolutiva.</p>
<p><b>Compito3: Trovare 47 con i tasti: 9, 6, 5, :, +, -.</b></p>	
<p>In coro “47”  B. “<math>6x5</math> fa 30”  A. “<math>9x5</math>”  A. “45”  A. “ah, non c’è il 2”</p>	<p>Anche in questo caso la fase di lettura è molto rapida e gli studenti passano velocemente all’episodio di Esplorazione.  Quasi vicini al numero obiettivo si accorgono che non c’è il 2 (69.) ma non si accorgono che la moltiplicazione non è consentita.</p>
<p>A “<math>5x6</math>”  B. “fa 30, <math>9x6</math>?”  A. “30”  A. “54”</p>	<p>Gli studenti continuano a moltiplicare i numeri disponibili e solo alla fine si accorgono di non aver a disposizione la moltiplicazione (78.).  Tale osservazione è stata resa possibile da un ritorno all’episodio di Lettura attivato per individuare altre operazioni disponibili (75., 76., 77.)</p>
<p>B. “allora, 54 e fa 84” (sul foglio ha scritto <math>(6x5)+(9x6)=84</math>)  A. “ah, c’è anche il meno”  B. “meno, eh”  A. “c’è anche il + e c’è anche il :”  B. “non c’è il x” Cancella tutto</p>	
<p>A. “non puoi fare <math>56-?</math>?”  B. “come fai ad arrivare a 56?”  A. “beh, 56”  B. “ah, si può fare!”  A. “56 meno”  B. “56 meno”  A. “3, 6, 7, 8, 9”  A. “<math>56-9</math>”</p>	<p>A. propone a B. un possibile approccio: A. si accorge alla fine che possono utilizzare il numero 56 (79.). Nel trovare l’accordo, anche B. si accorge di questa possibilità (82.) e così riescono a trovare la soluzione del compito.</p>

A. e B. hanno affrontato entrambi i compiti utilizzando solo numeri composti da una cifra. Solo alla conclusione dell'ultimo compito si sono accorti della possibilità di utilizzare anche numeri composti da più di una cifra (79., 82.).

In riferimento a questa evoluzione, possiamo pensare che entrambi siano passati da un profilo R1 a un profilo R3. Un aspetto ricorrente anche in questo caso è la scarsa Valutazione Globale del processo in riferimento ai limiti del compito. Anche nel loro caso, sono rare le occasioni di tornare all'episodio di Lettura e questo provoca in alcuni casi una mancanza di controllo in riferimento alle operazioni a disposizione (da 66. a 76.). Al contrario del caso precedente però, i due studenti affrontano l'approccio esplorativo in modo più ordinato e lineare. In altre parole, anche loro tengono traccia delle operazioni svolte, identificandosi in un profilo C1, seguendo un ordine cronologico preciso (fig. 1.2 e 1.3) In questo caso, quindi, gli studenti non incontrano difficoltà nel momento in cui devono condividere i loro prodotti con il compagno oppure devono scrivere l'espressione risolutiva conclusiva.

<p>Handwritten student work for Figure 1.2. It shows several calculations: <math>(9.2)</math>, <math>(8.9)</math>, <math>(19.8) + (9+8+2+4)</math>, <math>72 - 21 = 51</math>, <math>(7.5) + (7.5)</math>, <math>35 + 35</math>, <math>7.4</math>, <math>28 + 35</math>, <math>3</math>, <math>(6.5) + (9.6)</math>, <math>30 + 54</math>, <math>84</math>, and <math>56 - 1</math>. There are some scribbles and corrections.</p>	<p>Handwritten student work for Figure 1.3. It shows calculations: <math>(9 \times 8) = 72</math>, <math>(9 \times 8) - (9 + 8 + 2 + 2) = 51</math>, <math>63</math>, <math>28</math>, <math>35</math>, <math>(7 \times 4) + (7 \times 5) + 4 = 67</math>, and <math>56 - 9</math>. There are some scribbles and corrections.</p>
<p>Figura 1.2: foglio di B calcolatrice., protocollo_ppt_2</p>	<p>Figura 1.3: foglio di A. calcolatrice, protocollo_ppt_2</p>

Una caratteristica che li differenzia dagli altri protocolli è legata all'approccio scelto. In tutti i compiti, gli studenti affrontano il processo risolutivo attivando un approccio esplorativo della tipologia E2. Nell'affrontarlo, però, scelgono di dividersi i compiti per cui ognuno combina numeri e operazioni a piacere per confrontarsi solo in un secondo momento con il compagno.

In riferimento agli episodi, è confermata l'assenza dell'episodio di Analisi: nessuno dei due studenti si orienta in relazione a situazioni familiari o pratiche scolastiche note. Come per tutti i casi precedenti, l'episodio di Esplorazione è il più ampio e in questo caso particolare abbastanza orientato. Gli studenti cominciano a combinare numeri avvicinandosi al numero obiettivo. In generale riescono a raggiungere la soluzione in un numero abbastanza contenuto di tentativi. Come già anticipato in precedenza, la valutazione è un punto critico del processo risolutivo. In Generale la Valutazione Globale del compito in riferimento all'espressione risolutiva è abbastanza attivato, quella che manca è la valutazione riferita ai limiti imposti dal compito. Nel caso del compito 3, passano la maggior parte del tempo di esplorazione senza accorgersi che la moltiplicazione non è tra le operazioni consentite. Per quanto concerne la valutazione locale delle procedure, si tratta di

un episodio abbastanza raro dato che in generale gli studenti non compiono errori di calcolo e si sentono abbastanza sicuri dei risultati che ottengono. Solo nel compito 2, l'intervento di valutazione di B. (58.) è fondamentale per il raggiungimento della soluzione.

### 1.2.3 Protocollo\_ppt\_3\_cal

Sbobbatura	Commenti
<b>Compito1: Trovare 74 con i tasti: 7, 2, 1, :, ×, −.</b>	
M. legge il testo ad alta voce M. "possiamo fare 7 per aperta tonda 2:1" M. "e c'è anche il meno però" M. "allora, 7x2:2" (scrive 7x(2:1)) M. "meno, facciamo" M. "No" 12 secondi di silenzio M. "possiamo fare così" 28 secondi di silenzio	M. legge il testo ad alta voce e propone subito un possibile approccio. A. non reagisce, probabilmente perché non ha capito quali sono gli intenti di M. I due studenti trascorrono la maggior parte del tempo in silenzio.
I: "avete bisogno?" M. "noi volevamo fare 7x e poi 2:1 ma non so come usare il meno" I. "ma voi non dovete usarli per forza tutti!" M. "ah" I. "potete usare quelli che vi servono quante volte volete" M. "si può fare due volte lo stesso numero?" I. "certo"	Interviene l'intervistatore dopo l'ennesimo silenzio. M. credeva di dover usare tutti i tasti presentati e quindi non sapeva come procedere. L'Intervistatore chiarisce il dubbio di M.
M scrive $7 \times 2 = 14$ A. "forse dobbiamo fare diverso" Cancella tutto A. "no perché è troppo piccolo" A. "7x7, 49" A. "7x7 mmmm" M. "più 2 51 però se facciamo diviso" A. "possiamo fare per anche solo" M scrive $49 \times 2$ A. "poi meno 1" M svolge il calcolo A. "cosa ci è venuto?" M scrive 98	Gli studenti cominciano un episodio di Esplorazione di tipo E2.2, infatti cominciano a moltiplicare tra loro i tasti a disposizione.
Quasi un minuto di silenzio in cui bisbigliano cose incomprensibili I. "vi chiedo per favore di alzare la voce"	Trascorrono la maggior parte del tempo in silenzio o bisbigliano cose incomprensibili. L'episodio di esplorazione rimane molto limitato

<p>A. "7x2 fa 14"  M. "7x7 e poi dobbiamo metterci qualcosa"  A. "per"  A. "proviamo a sommare qualcosa"  A. "ah, no"  15 secondi di silenzio</p>	<p>perché gli studenti non riescono ad andare oltre a 7x7 e 7x2.</p>
<p>M. "se facciamo"  M. 49x2 che fa 98 e dopo ci togliamo qualcosa"  M. "meno"  13 secondi di silenzio  A. "diviso"  M. "no, no"  2 minuti di silenzio  I. "se non ci riuscite potete provare a fare quello dopo"  M. "sì, meglio"</p>	<p>Finalmente sembra che riescano a trovare una strategia (39). Ma dopo un altro minuto di silenzio, l'intervistatore li invita, se vogliono a fare il successivo.</p>
<p><b>Compito2: Trovare 55 con i tasti: 9, 2, 1, :, ×, +.</b></p>	
<p>A. "avanti, 55"  M. "9x9"  A. "no, per 2, 18"  A. "piuuu"  M. "eh, ma, c'abbiamo anche il diviso però"  A. "e più!"  M. "allora possiamo fare 9x2 che fa 18"  A. "per 2"  M. "no, possiamo 9 per anche..."  M. "3" (indica 2 e 1)  A. "per 3?"  A. "ah, sì"</p>	<p>L'episodio di lettura comincia con l'attenzione verso il numero obiettivo. Istantaneamente gli studenti provano a combinare alcuni numeri. Nel fare ciò sembra venir esplicitato l'approccio di entrambi (E2).  Da una parte M. vorrebbe trovare un prodotto che poi, diviso per un altro numero, permette di ottenere il numero obiettivo; dall'altra A. vuole aggiungere i numeri in modo da ottenere direttamente il numero obiettivo come somma.</p>
<p>A. "9x3 fa 27"  A. "più"  M. "2x10 che fa 20"  M scrive 2x10</p>	<p>In questa esplorazione, gli studenti si perdono dimenticando i limiti imposti nello spazio del compito. Infatti propongono combinazioni come 2x10 (61.)</p>
<p>M. "più 9 per"  M. "nove per 2"  M. conclude l'espressione: 2x10+(9x2)  M. "intanto vediamo: 2x10 che fa 20 più 18 fa 38"  A. "38 piuu"  M. "38+21"  M. "più 21 fa 59"  A. "troppo grande"  M. "beh, possiamo fare più 12"  A. "più 12, fa?"  M. "38, 40, 50"  A. "più"  M. "2+2"  A. "più 1"  M. "l'abbiamo trovato!"  <b>ESPRESSIONE NON CORRETTA.</b></p>	<p>In questa Esplorazione, perdono il controllo dei limiti imposti nello spazio del compito infatti usano il 10 come fattore anche se non è tra i numeri disponibili.  In questa fase, però, l'esplorazione diventa più orientata.  Gli studenti riescono a costruire da soli un'espressione che permette di calcolare il numero obiettivo. Nel fare questo, però non attivano l'episodio di Valutazione Globale della legittimità dei tasti utilizzati e non si accorgono di essersi serviti di un numero non consentito.</p>

Viste le difficoltà degli studenti e visto che i compagno cbt ne hanno svolti solo 2, abbiamo deciso di non somministrare anche in questo caso il terzo compito.

Il caso di questo protocollo è molto particolare. Si tratta di studenti della classe I secondaria di I grado nei primi mesi di scuola che mostrano notevoli difficoltà nell'affrontare i problemi.

Sono i primi ad esplicitare una non corretta interpretazione della consegna: M. era convinto di dover utilizzare tutti e soli i tasti disponibili una volta sola (12., 14.). L'intervento dell'intervistatore chiarisce questa interpretazione non corretta ma non limita le difficoltà che gli studenti incontrano. Dopo molti minuti di silenzio, gli studenti abbandonano il primo compito per passare al secondo. Osservando il loro comportamento non è facile fare delle inferenze in riferimento ai loro profili perché le informazioni raccolte sono molto poche a causa del grande frequenza di minuti di silenzio che pervade il processo risolutivo. In linea di massima, è abbastanza chiaro che gli studenti si trovino davanti ad un compito che non sanno come affrontare, la difficoltà che dimostrano nell'intero processo risolutivo potrebbe esserne una prova. In questa prospettiva, possiamo pensare che i due studenti non abbiano familiarità con la calcolatrice e con il genere di compito presentato (F2) e dunque con le risorse rese disponibili per affrontarlo (R2).

Nel secondo compito, invece, emerge un maggior numero di informazioni in riferimento al tipo di approccio che intendono attivare. Entrambi adottano un approccio per tentativi e dunque di tipo E2 ma con leggere sfumature. Da una parte M. vorrebbe trovare un prodotto che poi, diviso per un altro numero, permette di ottenere il numero obiettivo (51.); dall'altra A. vorrebbe aggiungere i numeri in modo da ottenere direttamente il numero obiettivo come somma (49., 52.). Nonostante ad un certo punto riescano ad incanalarsi verso un approccio condiviso, la mancanza di Valutazione Globale delle procedure consentite e dei limiti imposti dal compito li porta ad utilizzare un numero che non è disponibile nello spazio del problema. In questo caso, gli studenti propongono un'espressione finale che permette loro di calcolare il numero obiettivo ma servendosi di un numero non consentito.

Da un punto di vista degli episodi, per quanto questo protocollo sia poco significativo, vengono confermate la maggior parte delle ipotesi presentate nei protocolli che hanno affrontato il compito in formato cartaceo. L'episodio di Lettura è molto sporadico mentre quello di Analisi è completamente assente. L'episodi di Esplorazione è il più frequente e in questo caso è generalmente poco orientato verso l'obiettivo se non alla conclusione del compito 2. In Generale, la Valutazione sia Locale che Globale è assente, infatti, gli studenti non controllano né la correttezza delle procedure attivate e né la loro ammissibilità se non in casi sporadici.

#### 1.2.4 Protocollo\_ppt\_4\_cal

Sbobbatura	Commenti
<b>Compito2: Trovare 56 con i tasti: 8, 7, 3, :, ×, −.</b>	
M. "8x7!" G. "eh, sì"	Senza nemmeno dire una parola, prendersi dei secondi di tempo per riflettere, M. da la soluzione del compito proponendo di moltiplicare 7 e 8.

<b>Compito3: Trovare 22 con i tasti: 8, 1, 0, :, ×, +. (Ch. tiene il mouse)</b>	
M. “allora, 22”	In questo caso, l’attenzione degli studenti si focalizza sul numero obiettivo.
M. “8x8?” G. “8x8”M. “no, no 8+8” G. “eh ma c’è anche il per” M. “8+8 fa 16” G. “16+” M. “16+1+1+1+1+1+” G. ride G. “dai” M. scrive 8+8+1+1+1+1+1+1+1	Cominciano a combinare i numeri a disposizione con le operazioni. M. propone un’idea che gli permetterebbe di raggiungere la soluzione (73.). G. ride ma raggiungono il numero obiettivo
Per un errore di registrazione il filmato relativo al primo compito è illeggibile e non è stato possibile sbobinare la conversazione e quindi il processo risolutivo che ha permesso agli studenti di raggiungere il numero obiettivo del primo compito.	

Gli studenti svolgono entrambi i compiti in tempi brevissimi; questo fatto li distingue da tutti gli altri studenti che hanno affrontato il compito in formato cartaceo ma soprattutto li distingue notevolmente dalle compagne che hanno affrontato il compito in formato digitale. In così pochi secondi non è facile identificare dei profili che identifichino questi due studenti. Per quanto risolvano il compito con velocità, non è detto che essi abbiano familiarità con questo genere di compito. Infatti, non utilizzano mai numeri a più di una cifra (R2) e non fanno riferimenti a situazioni analoghe che hanno vissuto (F2). In riferimento al sistema di controllo, sono pochi i calcoli che svolgono e prevalentemente lo fanno a mente. In questo caso quindi sembra che gli studenti si identifichino con il profilo C2.

Anche in relazione agli episodi, un processo risolutivo così breve crea delle difficoltà nel definire il confine tra l’esplorazione e l’implementazione vera e propria, soprattutto nel caso del primo compito. Per il secondo, invece, possiamo ipotizzare che questo momento di passaggio si configuri nel passaggio dell’esplicitazione orale della procedura alla sua scrittura. In questa prospettiva, sembrano mancare quasi completamente tutti gli altri episodi.

---

## 2 Compito approssimare con i palloncini, protocolli di Ala

Di seguito presentiamo le sbobinate complete dei protocolli degli studenti dell'Istituto comprensivo di Ala. In particolare, nei paragrafi 2.1 e 2.2 presentiamo i protocolli delle 4 coppie che hanno svolto i compiti rispettivamente in formato digitale e cartaceo.

### 2.1 Protocolli del compito in formato digitale

In questo paragrafo, mostriamo i protocolli degli studenti che hanno affrontato il compito approssimare con i palloncini in formato digitale; in particolare, nei paragrafi da 2.1.1 a 2.1.4 presentiamo le sbobinate complete dei protocolli affiancati da commenti specifici in relazione ai nostri strumenti di analisi.

#### 2.1.1 Protocollo\_cbt\_1\_pal

Sbobinatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
M. Legge il testo ad alta voce E. "mm, capito?" M. "si" E. clicca sul link	Gli studenti leggono il testo presentato nella schermata pdf del pc e cliccano sul link per aprire l'applet.
<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850 (E. tiene il mouse)</b>	
E. "650 e 850, noi dobbiamo fare 685" E. "Quindi qui ci sarà 200 di spazi, giusto?"	Appena si trovano davanti al compito, e elenca i valori degli estremi e del numero da posizionare (5.). Subito dopo individua il valore numerico riferito alla lunghezza dell'intervallo (6.). In questo caso quindi E. ha attivato un episodio di Analisi poiché, attraverso i dati a disposizione, ha individuato una nuova informazione in modo critico e orientato probabilmente facendo riferimento a compiti già affrontati in precedenza.
Più o meno tipo qui" (M. indica con le dita la posizione E. "Qui è il cento, noi dobbiamo fare 35" (indica il punto medio) E. "Una metà è più o meno qua" (indica con il mouse 1/4 della linea) E. "più dieci direi" (si sposta	Mentre E passa da un Episodio di lettura ad un episodio di Analisi, M. propone direttamente la soluzione (7.). Tale proposta non viene considerata da E. che continua esplorando lo spazio del compito individuando i valori numerici corrispondenti al punto medio (8.) e a 1/4 (9.) del segmento.

<p>leggermente a destra con il mouse) M. “boh”</p>	<p>Il riferimento che fa a “35” (8.) ci suggerisce che stia tenendo sotto controllo il fatto che il primo estremo non sia nullo e dunque un problema analogo sarebbe: posizionare 35 nell’intervallo (0, 200). In conclusione, individuato <math>\frac{1}{4}</math> del segmento, E. suggerisce di aggiungere 10 poiché il valore corrispondente a <math>\frac{1}{4}</math> è 25. M. non ha seguito il ragionamento di E.</p>
<p>E. “perché se cento è qua”, M. “700 è lì” (indicano <math>\frac{1}{4}</math> della linea) E. “sì, noi dobbiamo arrivare a fare +35, giusto?” M. “sì” E. “qui è più cento” (indicando la metà con il mouse), E. “più cinquanta, sì” M. “Sì, più cinquanta.” E. “e quindi la metà ancora qua (sposta il mouse su <math>\frac{1}{4}</math>), E. “quindi qua più o meno” (indica un punto di poco alla sinistra di un quarto del segmento)</p>	<p>E. Ripete a M. il procedimento che ha seguito durante l’Esplorazione. A differenza di E., inizialmente M. ragiona in relazione a questo compito (13.) e solo dopo, seguendo la descrizione di E., coglie l’analogia al compito di estremo (0, 200) (15., 18.). In questo caso, E. si trova in una fase di Valutazione Globale della procedura perché ripetendola a M., ricontrolla la correttezza della procedura.</p>
<p>M. “Proviamo” E. prende il palloncino con il mouse e lo posiziona nel punto che aveva indicato in precedenza E. “aspetta...così?” M. “misuriamo” E. “così?” M. “poco meno E. sposta il palloncino leggermente sulla sinistra M. “un po’ più in...bo”.</p>	<p>Comincia l’episodio di Implementazione; gli studenti provano a posizionare il palloncino e lanciare la freccetta dopo aver discusso sul punto dove posizionare il palloncino. Interessante l’osservazione di M. che propone di misurare la lunghezza del segmento (24.). Questa osservazione potrebbe suggerire che se avessero svolto il compito nell’ambiente cartaceo, M. si sarebbe servito del righello</p>
<p>M. “Proviamo” E. clicca sul pulsante Lancia la freccetta Il palloncino scoppia e compare il punteggio 4 Nessuna reazione</p>	<p>In conclusione E. fa scoccare il palloncino che restituisce un feedback positivo. Entrambi gli studenti non reagiscono al messaggio dell’applet.</p>
<p><b>Compito2: posizionare 72 tra 50 e 250 (E. tiene il mouse)</b></p>	
<p>E. “Allora 50 e 250, sempre duecento sono gli spazi” M. “72 si sarà tipo ancora qua” (indica sullo schermo una posizione simile alla precedente)</p>	<p>Anche questa volta, mentre E. si trova nell’episodio di Lettura, M. passa direttamente a proporre il punto in cui posizionare il palloncino.</p>
<p>E. “sì, noi dobbiamo fare più venti, questa volta quindi meno della metà” E. “100, 50, 25 (sposta il mouse da <math>\frac{1}{2}</math> a <math>\frac{1}{4}</math> a <math>\frac{1}{8}</math>)” E. “qua più o meno” M. “sì” (mette il palloncino con più sicurezza della prima volta)</p>	<p>In questo caso, E. propone lo stesso approccio utilizzato ne compito precedente. In questo caso, quindi procede per analogia e dunque, quello che nel primo compito era un episodio di esplorazione, nel secondo è di Analisi. Dopo aver condiviso tale approccio con M., posiziona il palloncino.</p>
<p>E. “un po’ di meno” M. “no, forse un po’ di più”</p>	<p>Aggiustano insieme la posizione del palloncino e scoccano la freccia. Anche in questo caso, l’applet</p>

<p>E. “eh, ma devi fare un po’ di meno del 25”  M. “andiamo”  Il palloncino scoppia e restituisce un punteggio pari a 8.</p>	<p>restituisce un feedback positivo e gli studenti non fanno alcun commento.</p>
<p><b>Compito3: posizionare 208 tra 150 e 350 (E. tiene il mouse)</b></p>	
<p>E. “208, 150, sempre 200”  E. “noi dobbiamo fare più...”  M. “più cinq...uantotto”  E. “esatto quindi, qui la metà (mette il mouse nel punto medio), 50 è qua (indica ¼)”  E. “58 è più o meno questo (prende il palloncino e lo posiziona leggermente alla destra di ¼)”  M. “sì, forse un po’ meno”  E sposta il palloncino leggermente più vicino a ¼ rispetto a prima.  M. “ok”  Il palloncino scoppia e restituisce un punteggio pari a 5.</p>	<p>La procedura di approssimazioni successive adottata fino ad adesso è diventata quasi automatica per gli studenti. In pochi istanti posizionano il palloncino in modo corretto. In questo caso, gli studenti passano dalla Lettura all’Implementazione senza necessità di attivare altri episodi di Analisi o Esplorazione.</p>

Riassumendo, l’analisi dei protocollo\_cbt\_1, potrebbe suggerire diverse osservazioni in riferimento ai profili degli studenti e agli approcci che hanno scelto.

Gli episodi si scandiscono in questi tre compiti trasformandosi gradualmente. Ci sembra interessante descrivere singolarmente la situazione di E. che ha prevalentemente dominato la scena. Dopo la lettura, E. passa ad un episodio di Analisi; infatti, individua il valore numerico riferito alla lunghezza del segmento quasi come se fosse una pratica familiare. Tale Analisi, le permette di passare dal compito che sta affrontando ad una situazione semplificata, matematicamente equivalente alla precedente (8.). Tale procedura è tipica degli episodi di Analisi. A partire da questa nuova situazione, E. esplora lo spazio del compito attraverso un approccio per approssimazioni successive (E2) dimezzando di volta in volta il segmento. Tale procedura, viene utilizzata nello stesso modo anche nei compiti successivi. Nel secondo compito, infatti, procede nello stesso modo. In questa prospettiva, il processo di approssimazioni successive si sposta da un episodio di Esplorazione ad uno di Analisi (35., 39.). Infatti, quest’ultimo episodio, si caratterizza per l’attivazione di procedure note e familiari allo scopo di semplificare o risolvere il compito, esattamente come accade in questo caso. Nell’ultimo compito, infine, la procedura per dimezzamenti successivi viene ancora seguita nello stesso modo ma, questa volta, con lo scopo di posizionare direttamente il palloncino. In questo senso, possiamo ipotizzare che la procedura sia diventata quasi automatica per gli studenti che la attivano per raggiungere direttamente la soluzione del compito (48.).

In riferimento alla Valutazione, ogni volta gli studenti controllano e discutono sulla posizione del palloncino; in questo senso, possiamo ipotizzare che si tratti di episodi di Valutazione Globale che dunque si presenta in ognuno dei compiti che vengono affrontati dagli studenti. In linea con questa osservazione, ipotizziamo che gli studenti si configurino in una prospettiva di tipo V3.

Concludiamo prendendo in riferimento i profili che caratterizzano gli studenti. E. e M. non hanno modo di tenere traccia dei vari punti all'interno dell'ambiente dell'applet se non attraverso il mouse e le dita. In generale, servendosi del mouse per spostare il palloncino, i punti di interesse che tengono segnalati attraverso il dispositivo scompaiono nel momento in cui esso viene spostato. In questo caso, quindi gli studenti non hanno modo di tenere una traccia fissa dei compiti se non attraverso un sistema di controllo mnemonico. In questa prospettiva, i due studenti possono essere caratterizzati da un profilo C2 o C3. In riferimento alle risorse, invece, sembra che gli studenti abbiano compreso la richiesta di stimare la posizione. Solo in un intervento, M. esplicita la volontà di misurare (24.). In questo caso, lo studente fa riferimento all'esigenza di individuare un punto preciso e non approssimato ma viene subito lasciato perdere. In linea con questa ipotesi, è quindi possibile che gli studenti siano identificabili con il profilo R1, forse, nel caso di M. con il profilo R3 poiché, dopo l'osservazione che potrebbe ipoteticamente individuarlo nel profilo R2, egli non fa più cenno a questa possibilità e dunque accetta la posizione approssimata del palloncino.

Un aspetto di notevole interesse riguarda la percezione del feedback da parte degli studenti. Apparentemente, pare che nessuno dei due espliciti con dei commenti il messaggio restituito dall'applet.

### 2.1.2 Protocollo\_cbt\_2\_pal

Sbobbatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
F. legge il primo paragrafo F. "m" avvicina il mouse all'immagine F. finisce la lettura R. "vai"	Nel corso dell'episodio di lettura, F. coordina la lettura del testo scritto con le informazioni presentate nell'immagine. Questo aspetto è sottolineato dal fatto che muove il dispositivo proprio in corrispondenza delle informazioni presentate nell'esempio. In pochi istanti avvia l'applet.
<b>Compito1: posizionare 495 tra 450 e 650 (F. tiene il mouse)</b>	
F. "proviamo questo" R. "dobbiamo lanciare la freccetta" F. "495" R. "boh"	Per R. non è chiaro quale sia lo scopo del compito mentre lo è per F. che individua subito il valore da posizionare nell'intervallo.
F. comincia a muovere il palloncino F. "qua?" ferma il palloncino in corrispondenza di $\frac{1}{4}$ del segmento R. "sì"	F. comincia a muovere il palloncino e lo posiziona senza esplicitare in alcun modo il tipo di approccio che ha attivato per posizionare il palloncino. R. conferma la posizione e anche in questo caso non è detto che la sua risposta affermativa sia consapevole o solo di fiducia nei confronti del compagno.
R. "lancia la freccetta" La freccia scoppia e l'applet restituisce un punteggio pari a 6. Nessuna reazione	L'applet restituisce un feedback positivo che però non provoca un'esplicita reazione da parte degli studenti.
<b>Compito2: posizionare 434 tra 400 e 600 (F. tiene il mouse)</b>	

F. Prende subito il palloncino e lo posiziona in corrispondenza di 1/8 F. “qua, così” F. clicca su lancia la freccetta Il palloncino non esplode R. “no, niente”	Nel secondo compito, la fase di lettura viene quasi bypassata. Nessuno dei due studenti esplicita le condizioni imposte dal compito. F posiziona il palloncino e lancia la freccia. Il palloncino non esplode e in questo caso, R. ha una reazione in base al feedback.
<b>Compito3: posizionare 764 tra 600 e 800 (F. tiene il mouse)</b>	
F. prende il palloncino e lo posiziona in corrispondenza dei ¾ della linea F. lancia la freccia F. “se, 1!” corrisponde al punteggio restituito dall’applet	Nell’ultimo compito F. posiziona quasi immediatamente il palloncino e riceve un feedback che gli indica una scarsa approssimazione della posizione indicata. Anche in questo caso, il feedback provoca una reazione sugli studenti.

In questo caso, l’analisi dei protocollo\_cbt\_2 si rivela molto complessa. Nello svolgere questi tre compiti i due studenti non interagiscono molto. In generale sembra quasi che il compito venga affrontato prevalentemente da F. e non è chiaro se R. abbia in effetti compreso lo scopo del compito.

F. lavora in silenzio e velocemente; probabilmente ha percepito l’aspetto ludico dell’applet e non dà molto peso alle procedure che attiva. In questa prospettiva, è possibile che F. sia identificabile con il profilo P1 e cioè che non interpreti questo compito come un esercizio di matematica ma come un gioco. Per questo motivo lo affronta in pochi secondi e con superficialità. In questo modo, non è possibile fare particolari inferenze sul processo risolutivo poiché non esplicita in alcun modo le risorse che utilizza e gli approcci che attiva.

È interessante osservare che anche in questo caso, gli studenti non reagiscono in modo significativo al feedback neppure nel caso in cui il palloncino non scoppia. L’unica reazione che viene suscitata è la consapevolezza dell’errore (19.) che però non porta gli studenti ad alcuna discussione in merito a tale fallimento.

### 2.1.3 Protocollo\_cbt\_3\_pal

Sbobbatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
Cominciano a leggere insieme J. “dai, leggi tu” D. legge ad alta voce. J. “ok” J. Clicca sul link	La fase di Lettura comincia in sincrono. Ad un certo punto, gli studenti decidono che sarà D. a leggere.
<b>Compito1: Posizionare 617 tra 500 e 700 (J. tiene il mouse)</b>	
J. “617” J. “allora se 600 è in mezzo allora dovrebbe essere qua” indica con il mouse il punto medio J. “e 617 qua” indica un punto leggermente a destra del punto medio	J. indica a voce alta il valore del numero corrispondente alla posizione che dovrà avere il palloncino. L’episodio di Lettura passa subito all’Implementazione, infatti, J. indica la posizione in cui secondo lei dovrebbe essere posizionato il palloncino (89.).
D. “m” J. “quindi aspetta” prende il palloncino J. “qua no?” posiziona il palloncino in corrispondenza del punto che aveva indicato	D. non è convinto e questo spinge J. a posizionare il palloncino per indicare a D. la posizione che per lei è corretta.

D. "di più" J. "no" J. "qui" e clicca su lancia la freccetta Il palloncino scoppia e il punteggio è pari a 9	D. non d'accordo con la posizione indicata da J. (12.) ma lei insiste e clicca il pulsante per scoccare la freccia. L'applet restituisce un feedback positivo che però non provoca alcun tipo di reazione.
<b>Compito2: Posizionare 575 tra 550 e 750 (J. tiene il mouse)</b>	
J. "qua, eh" D. "qua" indica con le dita un punto in corrispondenza di $\frac{1}{4}$ della linea D. "perché 100 è qua" indica il punto medio J. "allora, qua vicino, sì" prende il palloncino	L'episodio di Lettura viene completamente bypassato. D indica un punto con il dito (17.) e J. conferma positivamente la posizione proposta dal compagno (18.).
J. "allora 75 è qua" posiziona il palloncino leggermente a sinistra di $\frac{1}{4}$ D. "sì" J. Clicca su lancia la freccia Il palloncino scoppia e restituisce un punteggio pari a 7	J. controlla la correttezza della proposta attraverso una fase di analisi. Come per il protocollo 1, anche J. passa ad un compito particolare ma equivalente a quello presentato: posizionare 75 tra 0 e 200 (19.). L'applet restituisce un feedback positivo.
<b>Compito3: Posizionare 523 tra 350 e 550 (J. tiene il mouse)</b>	
J. "523" J. Prende subito in mano il palloncino J. "dovrebbe essere qua" posiziona il palloncino leggermente alla destra di $\frac{3}{4}$ D. "no, di più"	L'episodio di Lettura viene nuovamente bypassato. J. posiziona il palloncino anche se D. non è d'accordo.
J. "guarda" J. Clicca su lancia la freccetta Punteggio pari a 10! J. "giusto, giusto" D. "punteggio pieno"	J. insiste e scocca la freccia. In questo caso, il feedback ricevuto dall'applicazione ha una reazione positiva da parte degli studenti.

Anche in questo caso gli studenti non interagiscono molto e soprattutto non vengono chiaramente esplicitati gli approcci che vengono attivati e le motivazioni di determinate scelte. In analogie con il protocollo\_cbt\_1, anche in questo caso, gli episodi si scandiscono nei tre compiti trasformandosi gradualmente. Ci sembra interessante prendere in considerazione J. che ha dominato la scena rispetto a D. Dopo la lettura, J. passa direttamente all'Implementazione e posiziona il palloncino in un intervallo corretto in corrispondenza del valore indicato. Nel secondo compito, invece, implicitamente, passa attraverso un episodio di Analisi (19.); propone un'analogia tra il compito che sta affrontando con una situazione semplificata, matematicamente equivalente alla precedente. Nel compito successivo, infine, dalla Lettura passa velocemente all'implementazione e riceve un feedback positivo dall'applet.

In riferimento alla Valutazione, D. prova ad imporsi su J. quando non è d'accordo con la posizione da lei individuata. In questo caso, D. tenta di avviare una procedura di Valutazione Globale sul risultato che però viene sempre ignorata da J.. In questo senso, possiamo ipotizzare che l'episodi di Valutazione è praticamente assente nell'intero processo risolutivo per quanto uno dei due studenti tenti ogni volta di attivarlo. Il caso di questi due studenti è però l'univo in cui ad ogni feedback corrisponde una reazione anche se solo di approvazione e soddisfazione.

Come nel caso precedente, probabilmente gli studenti percepiscono l'aspetto ludico dell'applet e non danno molto peso alle procedure che attivano per raggiungere la soluzione. In questa prospettiva, è possibile che entrambi, in particolare J., siano identificabile con il profilo P1 e cioè interpretano il compito come un gioco e non come un esercizio di matematica. Per questo motivo trovano la soluzione ai tre compiti in pochi secondi e senza esplicitare alcun passaggio intermedio o procedura attivata. In questo modo, non è possibile fare particolari inferenze sul processo risolutivo che è stato messo in atto.

### 2.1.4 Protocollo\_cbt\_4\_pal

Sbobbatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
Guardano il testo del compito in silenzio 13 secondi di silenzio Ch. "capito?" Clicca sul link	Come per il compito precedente, le studentesse non leggono ad alta voce e non esplicitano alcuna reazione alla conclusione dell'episodio di Lettura se non una domanda quasi retorica per confermare l'avvenuta comprensione del compito.
<b>Compito1: Posizionare 838 tra 700 e 900 (Ch. tiene il mouse)</b>	
Ch in silenzio clicca sullo spazio giallo dell'applet. Ch. Sposta il mouse in corrispondenza di 838	In silenzio Ch. Clicca sullo spazio dell'applet in corrispondenza del punto medio (5.); probabilmente pensa che al click il palloncino si sposti nella posizione indicata. Lo spostare il mouse in corrispondenza del valore da posizionare (6.) potrebbe indicare che abbia attivato un episodio di Lettura.
Prende il palloncino e lo posiziona alla destra della metà Ch. "così" C. "vai" Ch. Lancia la freccetta Il palloncino non scoppia	Posiziona il palloncino in corrispondenza del punto medio. Probabilmente si sarà accorta che questo punto corrisponde al valore 800 e dunque ad un intorno del valore da posizionare. Sfortunatamente il punto individuato non appartiene all'intervallo di tolleranza dell'applet per una soluzione corretta.
<b>Compito2: Posizionare 429 tra 250 e 450 (Ch. tiene il mouse)</b>	
Ch. Prende subito il palloncino per posizionarlo in corrispondenza di $\frac{3}{4}$ Clicca sulla freccetta Il palloncino non scoppia	In silenzio, Ch. Passa immediatamente alla fase di implementazione e posiziona il palloncino in corrispondenza del valore numerico 400. Anche in questo caso, è possibile che si sia accorta che questo punto corrisponde al valore 400 e dunque ad un intorno molto ampio del valore da posizionare.
<b>Compito3: Posizionare 870 tra 750 e 950 (Ch. tiene il mouse)</b>	
Ch. Prende il palloncino e lo muove oltre la linea per posizionarlo in corrispondenza di $\frac{3}{4}$ Lancia la freccetta Il palloncino non scoppia	Anche nell'ultimo compito, Ch. passa immediatamente alla fase di implementazione e posiziona il palloncino in corrispondenza del valore numerico 900 ed ottiene un esito negativo.

Come nel caso del protocollo\_cbt\_2, l'analisi si rivela molto complessa. Nello svolgere questi tre compiti le due studentesse non interagiscono per nulla. Allo stesso modo della Calcolatrice rotta, il compito è affrontato prevalentemente da Ch. e non è chiaro se C. abbia in effetti compreso lo scopo del compito.

Ch. lavora in silenzio e velocemente; probabilmente ha percepito l'aspetto ludico dell'applet e non dà molto peso alle procedure che attiva. In questa prospettiva, è possibile che Ch. sia identificabile con il profilo P1 e cioè che non interpreti questo compito come un esercizio di matematica ma come un gioco. Per questo motivo lo affronta in pochi secondi e con superficialità. In questo modo, non è possibile fare particolari inferenze sul processo risolutivo poiché non esplicita in alcun modo le risorse che utilizza e gli approcci che attiva.

È interessante osservare che anche in questo caso, le studentesse non reagiscono in modo significativo al feedback anche se in tutti i casi ha dato un responso negativo. Nessuna delle due si sofferma sul perché il risultato non fosse corretto e su come superare tale difficoltà.

## 2.2 Protocolli del compito in formato cartaceo

In questo paragrafo, mostriamo i protocolli degli studenti che hanno affrontato il compito approssimare con i palloncini in formato digitale; in particolare, nei paragrafi da 2.2.1 a 2.2.4 presentiamo le sbobinate complete dei protocolli affiancati da commenti specifici in relazione ai nostri strumenti di analisi.

### 2.2.1 Protocollo\_ppt\_1\_pal

Sbobinatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
L. Legge il testo ad alta voce G. "oddio"	Le studentesse leggono il testo ad alta voce e G. esprime un timore nell'affrontare il compito.
<b>Compito1: posizionare 685 tra 650 e 850</b>	
L. "685" G. calcola la differenza tra il valore dei due estremi in colonna G. "sì, comunque anche se non lo scrivevo. 200"	L'episodio di Lettura comincia nel momento in cui L. esplicita il valore numerico in cui disegnare una crocetta. Nel contempo G trova il valore numerico riferito alla lunghezza dell'intervallo (5.). In questo caso G. ha attivato un episodio di Analisi poiché, attraverso i dati a disposizione, ha individuato una nuova informazione in modo critico e orientato probabilmente facendo riferimento a compiti già affrontati in precedenza.
G. "Devi fare, allora" G. "se questo è 200 tu devi fare 35." G. "Quindi, qua c'è il 100" (indica il punto medio). G. "50 qua tipo" (indica $\frac{1}{4}$ della linea). G. "E 35 sarà qua tipo" (scrive un segno di poco a sinistra di $\frac{1}{4}$ ). G. "Secondo me" G. "100, 50, 35" (indica da capo i vari punti di interesse)	G. propone a L. un possibile procedimento risolutivo; in particolare, è possibile che stia descrivendo ad alta voce il procedimento esplorativo che sta attivando. G. descrive il compito attraverso l'analogia con un compito più particolare (7.): posizionare 35 nell'intervallo (0, 200). In questo primo momento, G. si trova in fase di Analisi e successivamente passa all'Esplorazione attivando un approccio per approssimazioni successive.

<p>L. “sì ma non è 35”  G. “eh ma parte da 50”  L. “sì, giusto”  G. “qua lo facciamo (ingrossa il segno che aveva fatto prima)”  L. “sì, giusto”  La posizione inserita è inferiore a <math>\frac{1}{4}</math> della linea quindi non è corretta.</p>	<p>L. non coglie istantaneamente l’analogia proposta da G. ma dopo la specifica sul primo estremo (14.), sembra che gli sia più chiaro.  G. disegna la crocetta sul segmento proponendo quindi una soluzione che non sarebbe interpretata come corretta sull’applet.</p>
<p><b>Compito2: posizionare 72 tra 50 e 250</b></p>	
<p>L. “il 72, allora”  G. “sempre 200”  L. “quindi qua 100” (indica il punto medio con le dita).  L. “50, 200” (indica il primo estremo e poi <math>\frac{1}{4}</math>)  L. “no?”  G. “eh, quant’è, 72?”  L. “sì”  G. “di qua è 150” (indica il punto medio)”  L. “150, 72”  G. “è la metà di 150”  G. “la metà di 150, quant’è?”  L. svolge il calcolo  G. “75”  L. “eh, e quindi fai la metà”  L. “qua?” L fa un segno sulla linea  G. “sì”  Il segno approssimativamente è corretto</p>	<p>G. ed L. cominciano il compito riproponendo l’approccio precedente.  In questo caso, cercano di attivare lo stesso approccio utilizzato nel compito precedente. In questa prospettiva, quindi, le studentesse procedono per analogia e dunque, quello che nel primo compito era un episodio di esplorazione, nel terzo è di Analisi.  In questo caso, però, la posizione in cui disegnano la crocetta è corretta rispetto ai criteri dell’applet.</p>
<p><b>Compito3: posizionare 208 tra 150 e 350</b></p>	
<p>G. “c’è sempre 200”  L. “mm”  L. “quindi 200 è” con la penna prende le “misure” per trovare il punto medio  G. “qui è 250”  G. “e 50 è” fa un segno con la penna a destra di <math>\frac{1}{4}</math> del segmento”  G. “ecco”</p>	<p>Anche in questo caso, G. ed L. attivano lo stesso approccio utilizzato nei due compiti precedenti e questa volta con molta sicurezza.  La posizione indicata avrebbe ricevuto un feedback positivo dall’applet.</p>

Come già riscontrato in altri casi, gli episodi si scandiscono trasformandosi gradualmente. G. e L. lavorano e interagiscono molto insieme in questo senso, tutte le considerazioni fatte di seguito sono riferite ad entrambe le studentesse.

Dopo la Lettura, passano velocemente ad un episodio di Analisi; infatti, G. individua il valore numerico riferito alla lunghezza del segmento quasi come se fosse una pratica familiare. Tale Analisi, le permette di passare dal compito che sta affrontando ad una situazione semplificata, matematicamente equivalente alla precedente (7.). A partire da questa nuova situazione, G. esplora lo spazio del compito attraverso un approccio per approssimazioni successive (E2) dimezzando di volta in volta il segmento. Tale procedura, viene utilizzata nello stesso modo anche nei compiti successivi. Nel secondo compito, infatti, procede nello stesso modo assieme a L.. In questa prospettiva, il processo di approssimazioni successive si sposta da un episodio di Esplorazione ad uno di Analisi come già descritto nel protocollo\_cbt\_1.

In riferimento alla Valutazione, non ci sono espliciti riferimenti a tale episodio ma ad ogni procedura le studentesse si confrontano chiedendosi vicendevolmente se sono d'accordo. Queste esplicite domande (ad esempio, 33., 23) possono far pensare che vengano attivate alcune forme implicite di valutazione sia Locale che Globale.

In riferimento i profili che caratterizzano gli studenti. G. ed L., l'ambiente cartaceo permette di tenere traccia delle procedure che vengono attivate attraverso dei segni fatti con la penna sul segmento. Questo aspetto è di particolare rilevanza in questo caso. Nonostante ne avessero la possibilità, le studentesse tengono traccia dei punti di interesse solo attraverso le dita; in questo caso, quindi, nonostante segnalino tali punti con le dita, ne perdono il segno nel momento in cui spostano la mano dal foglio per tracciare la crocetta. In questa prospettiva, le due studentesse possono essere caratterizzate da un profilo C2 o C3. In riferimento alle risorse, invece, sembra che entrambe abbiano compreso la richiesta di stimare la posizione. Nonostante ne avessero la possibilità, nessuna delle due accenna o fa uso del righello.

### 2.2.2 Protocollo\_ppt\_2\_pal

Sbobbatura	Commenti
Gli studenti si trovano davanti alla schermata del compito	
Leggono il testo velocemente	Gli studenti leggono il testo a voce bassa
<b>Compito1: posizionare 495 tra 450 e 650 (B. tiene il mouse)</b>	
B. "eh, questo è il 200, la distanza tra 450 e 650" indica il segmento. A. "la metà è 200" B. "200, no aspetta un attimo; è 200 la distanza che c'è qua" A. "200, la metà è 100" A. "qua in mezzo c'è 100" indica con il dito il punto medio	In questa fase gli studenti ribalzano tra Analisi ed Esplorazione. L'episodio di Analisi viene attivato con la ricerca del valore corrispondente alla lunghezza dell'intervallo. Mentre l'Episodio di esplorazione comincia nel momento in cui gli studenti cercano alcuni punti di interesse. In questo caso il punto medio.
B. "aspetta un attimo" prende il righello per misurare la lunghezza del segmento B. "15" B. "15 corrisponde a 200" B. scrive sul foglio 15 e 200 B. "perciò 100 sta a 7,5" B. "cioè fai la metà precisa" indica la metà avvalendosi dell'ausilio del righello	B. sente l'esigenza di prendere il righello per misurare la lunghezza del segmento e metterla in relazione con il valore numerico appena trovato (9., 11.)
B. "un centimetro, aspetta un attimo" B. scrive $200:15=x:1$ B. trova il valore della x A. "si ma se qua, guarda" B. "mm" A. "qua è 550" indica il punto medio A. "qua, giusto?" B. "eh, aspetta stavo calcolando quanto...cioè quasi precisamente" A. "fai, metà, metà, metà, e lo trovi" B. continua nel suo calcolo	B. imposta una proporzione per vedere il valore numerico corrispondente ad 1cm. Mentre B. svolge i calcoli, A. individua una posizione approssimativa del punto. In questa fase di esplorazione i due studenti si dividono: A. attiva un approccio per approssimazioni successive (E2.1) mentre B. cerca di individuare una scala sul segmento (E1.2)

B. "13, circa, quindi è qui" B. prende il righello per vedere la posizione corrispondente a 13 cm dal primo estremo	B. male interpreta il risultato trovato credendo che quel 13 sia riferito ad una lunghezza. In realtà 13 corrisponde al valore numerico corrispondente a 1cm di lunghezza sul segmento.
4 secondi di silenzio B. "no, 1,3" B. "cioè, scherzo. Va beh, lascia perdere" B. "È qua così" e indica il punto medio A. "mm"	Si accorge subito che 13 cm non è coerente con quello che era il suo intento e corregge aggiungendo una virgola tra 1 e 3. Dopo nemmeno un secondo realizza che nemmeno 1,3 può essere un risultato coerente con i suoi obiettivi e abbandona tutto per indicare il punto medio.
A. "eh, no, se qua e 550" B. "scusa, così" B. "50, 5, 10, 15, 20, 25, ..., 75"	A. esplicita subito il suo disappunto. B. allora comincia a contare di 5 in 5 dal punto medio al primo estremo con passo 0,5cm, con l'ausilio del righello. In questo caso, mostra che approssimativamente 1cm corrisponde a un valore numerico pari a 10. In questo modo, B. segue il suo approccio E1.2 ma lo fa affidandosi a una procedura approssimativa.
A. "bisogna trovare a quanto corrisponde 1 cm qui dentro" B. "eh, lo stavo facendo ma forse ho sbagliato" B. "allora, 200 di distanza" A. "200 diviso 15" B. "è uguale a 40" A. "quindi ogni centimetro equivale a 40, no?" B. "esatto"	A prende in mano la situazione per aiutare B nell'affrontare l'approccio E1.2. A. indirizza B nell'impostare una procedura per individuare il valore numerico corrispondente ad 1cm di lunghezza sul segmento. Chiede a B. conferma sulla correttezza e validità del risultato.
A. "quindi 490, 530, 570" intanto B li scrive sul foglio A. "eh, no, eh, no, è troppo" B. "no"	B. si accorge che tale valore non è coerente con la situazione proposta dal compito
10 secondi di silenzio B. "comunque è qua secondo me" A. "si" e disegna un segno sul segmento INDICANO UN PUNTO ERRATO	Dopo essere stata in silenzio per un po', B. propone di riconsiderare la possibilità che il punto sia leggermente a sinistra del punto medio. A. è d'accordo. A questo punto passano direttamente al compito successivo abbandonando i calcoli svolti in precedenza senza accorgersi di aver fornito una risposta non corretta.
<b>Compito2: posizionare 434 tra 400 e 600 (B. tiene il mouse)</b>	
A. "secondo me è qua vicino" indica un punto di poco a destra del primo estremo. B. "eh, esatto"	La fase di Lettura viene bypassata per passare direttamente all'implementazione. A propone subito una posizione (47.) che trova in accordo anche B.
B. "si è sempre 200 la distanza" A. sta per disegnare una traccia sul punto da lui indicato B. "aspetta un attimo, stai fermo" B. "si la distanza è 100" A. "la metà" B prende il righello	Prima di procedere con l'esplicitazione della soluzione, B. decide di rendere la procedura più precisa attivando un approccio per approssimazioni successive. Gli studenti individuano il valore numerico corrispondente alla metà, a $\frac{1}{4}$ (57.), a $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{16}$ (59.)

<p>B. “la metà è qua, la metà della metà è qua”          Calcola sul foglio 7.5:2 per trovare la lunghezza di <math>\frac{1}{4}</math>          B. “qua così è il 50”          B. “e qua è il 34”          B. “qua è il 12, qua il 25 e qua il 34”          A. marca il segno trovato.          B. decide di disegnare delle stelline in corrispondenza dei segni fatti da A. probabilmente per differenziarli dagli altri</p>	
<b>Compito3: posizionare 764 tra 600 e 800 (B. tiene il mouse)</b>	
<p>A. “eh, facciamolo così”          B. “sì”          B. “700 è qua” indica il punto medio          B. “750 è qua”          B. “così, circa 760 è qua” indica un punto in corrispondenza di <math>\frac{7}{8}</math>          A. “qua, qua” indica un punto leggermente alla destra di quello indicato da B.          A. disegna una stellina in corrispondenza del punto individuato.</p>	<p>Esplicitando questa intenzione, A. e B. attivano lo stesso approccio utilizzato nel compito precedente e questa volta con molta sicurezza. La posizione indicata avrebbe ricevuto un feedback positivo dall'applet.</p>

Il caso di questi studenti è molto particolare; inizialmente procedono su strade separate adottando due approcci differenti. Mentre B. svolge i calcoli, A. individua una posizione approssimativa del punto; in particolare, nell'episodio di esplorazione i due studenti si dividono: A. attiva un approccio per approssimazioni successive (E2.1) mentre B. cerca di individuare una scala sul segmento (E1.2). Infatti B tenta di svolgere l'uguaglianza  $200:15 = x:1$  mentre B trova rispettivamente i valori riferiti al punto medio e a  $\frac{1}{4}$  del segmento. Ad un certo punto convergono entrambi sull'approccio più analitico ma con insuccesso. B non riesce ad interpretare il valore che ha trovato attraverso il suo calcolo. Successivamente, A. la invita a risolvere il calcolo (36.), a causa di un errore di calcolo, non riescono a trovare la soluzione del compito attraverso questo approccio (fig. 2.1).

$$450 - 650 = 200 : 15 = 100 : 7,5$$

$$200 : 15 = x : 1$$

$$450$$

$$490$$

$$530$$

$$570$$

$$\frac{200 \cdot 1}{15} = \frac{40}{3}$$

$$40 : 3 = 13$$

$$\frac{200}{15} = 40$$

$$200 : 7,5 = 37$$

Figura 2.1: foglio di B. palloncino, protocollo\_ppt\_2

Dal secondo compito, entrambi gli studenti scelgono di attivare un approccio per approssimazioni successive del tipo E1.2. Infatti, come si vede in Figura 2.2. Gli studenti individuano il valore numerico corrispondente alla metà, a  $\frac{1}{4}$  (57.), a  $\frac{1}{8}$  e  $\frac{1}{16}$  (59.)

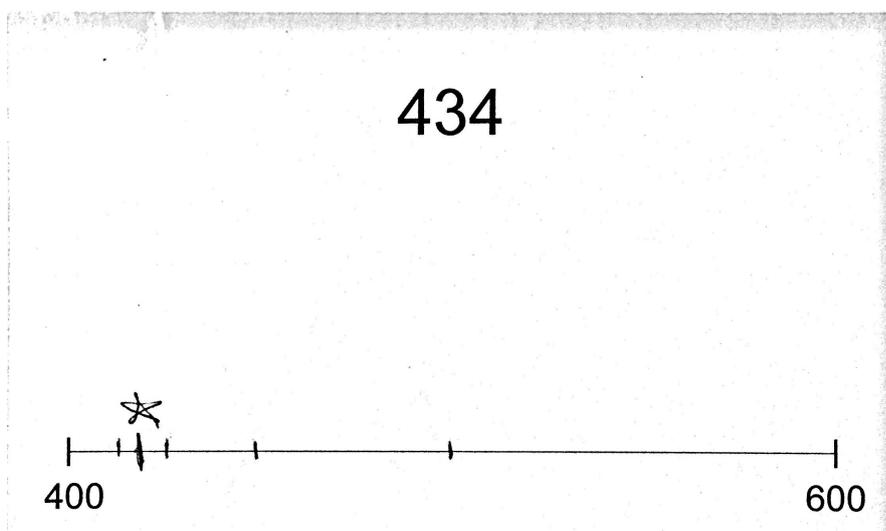


Figura 2.2: foglio del compito 2. palloncino, protocollo\_ppt\_2

In conclusione, il processo risolutivo evolve successivamente di compito in compito. In particolare, nel primo passano da un approccio fallimentare E1.2 per spostarsi a E2.1. Nei compiti successivi, mantengono l'approccio per approssimazioni mostrando sempre più sicurezza. In questo caso, la scelta di utilizzare il righello si è rivelata di ostacolo poiché gli studenti non riuscivano a gestire il processo algebrico di conversione lunghezza-numero.

In riferimento alla Valutazione, non ci sono espliciti riferimenti a tale episodio ma ad ogni procedura. Questo fatto si evidenzia soprattutto nel momento in cui B. commette un errore di calcolo nel risolvere il primo compito (37.) che nessuno dei due studenti nota. In generale, la Valutazione Locale delle procedure è quasi assente. Al contrario, la Valutazione Globale si presenta spesso. Nel caso del compito 1, il fatto che A. si accorga che il risultato di B. è errato (41.) è cruciale per l'abbandono della procedura algebrica errata per passare ad una esplorativa.

In riferimento i profili che caratterizzano gli studenti, l'ambiente cartaceo permette di tenere traccia delle procedure che vengono attivate attraverso dei segni fatti con la penna sul segmento. Questo aspetto è di particolare rilevanza in questo caso poiché aiuta gli studenti a trovare una soluzione corretta al secondo compito. In questo caso, gli studenti possono essere identificati con un profilo C1.

All'inizio del compito, gli studenti si avvalgono del righello e cercano di individuare una posizione precisa del punto corrispondente al valore indicato. In questa prospettiva entrambi gli studenti si configurano in un profilo (R2). Solo in un secondo momento si accorgono che è possibile attribuire un valore approssimativa e dunque nel cambiare approccio, passano da un profilo R2 a un profilo R3.

### 2.2.3 Protocollo\_ppt\_3\_pal

Sbobbatura	Commenti
<b>Compito1: Posizionare 617 tra 500 e 700 (A. tiene il mouse)</b>	
A. legge il testo ad alta voce M. lo rilegge ad alta voce A. fa scorrere il dito sul segmento A. "qui c'è il 500 e 700, dobbiamo trovare un punto"	Entrambi leggono il testo. A lettura ultimata A. si focalizza sulle informazioni fornite dal compito.
M. "la metà" A. "un punto che è 617" M. "col righello, no dai" M. prende il righello M. "guarda che bel righello" A. appoggia il righello sul segmento M. "questo qua è corto" non basta per misurare la lunghezza del segmento A. "aspetta che ce l'ho anche io!" A. prende il suo righello	Prendono in mano il righello ma decidono di cambiarlo perché troppo corto rispetto alle dimensioni del segmento
M. "la metà, troviamo la metà" A. appoggia il righello sul segmento M. "basta che fai così, questo è 9, 7, fa 8" M. "giusto metà è qua" indica con un segno il punto medio del segmento servendosi del righello A. "ok, lì sarebbe 600" M. "dobbiamo, però qua, qua" prende il righello e misura la lunghezza di $\frac{1}{2}$ segmento M. "fai vedere, questo" M. "mmm, non arriva a 10" A. "eh ma è lì, è lì" indica un punto di poco alla destra del punto medio A. "no, mmm, ma è in cm?" M. "no, non è in cm" A. "allora mica bisogna arrivare a 10"	Gli studenti discutono su come utilizzare il righello per risolvere il compito. A. lavora per approssimazioni successive (14.) infatti propone di posizionare il segno a destra del punto medio (22., 27.). Al contrario M. credeva che il segmento fosse lungo 10 cm e ci fosse una corrispondenza tra la lunghezza del segmento e il valore numerico 200. Alla fine decidono di abbandonare il compito per passare al successivo.

<p>M. “eh, quello l’ho capito anche io”  A. “dobbiamo andare avanti di poco”  Lasciano da parte il compito e passano al successivo</p>	
<b>Compito2: Posizionare 575 tra 550 e 750 (A. tiene il mouse)</b>	
<p>A. “mi sembra un po’ più semplice”  M. “dobbiamo dividere per quattro”  M. “allora, metà” prende il righello  M. “è 7 in teoria”  M. “più o meno 7”  M. indica il punto medio con un segno di biro  A. “metà”  M. “metà, poi dopo dobbiamo dividerlo in 4”  A. “perché in 4?”  M. “75”  A. “ah, sì”  M. “eh, no, in 2”  M. “aspetta”  4 secondi di silenzio  A. “in 4” prende in mano il righello e il foglio e cerca di dividere in 4 parti  M. “non si riesce a dividere”  M. “è un 7”  A. “7”  M. “no, aspetta, quant’è che è che misura sto qua?”  M. “7 e mezzo”  M. “quindi prendiamo un foglio” prende un foglio  M. “7,5 diviso 4, proviamo” scrive la divisione 7,5:4  M. “ce la metto dopo la virgola” svolge il calcolo in colonna  M. “mmm” non riesce a svolgere la divisione scrive solo 75:4=1  M. “difficile”</p>	<p>Siccome devono posizionare il numero 575, gli studenti individuano un’analogia tra il compito che stanno svolgendo e un compito particolare: posizionare 75 tra 0 e 100.  In questo seconda caso, infatti, 75 si trova in corrispondenza dei <math>\frac{3}{4}</math> del segmento.  Per questo motivo, decidono di dividere la prima metà del segmento (che corrisponde ad un valore di 100) in 4 parti (36.)  La lunghezza di tale segmento è 7,5; per questo motivo trovano notevoli difficoltà nell’affrontare il calcolo come si evince dal commento di M. (53.)</p>
<p>A. “io fare più 1”  Circa 1 minuto di silenzio  I. “avete bisogno di aiuto?”  M. “sì”  I. “cosa c’è che non va?”  M. “è difficile”  I. “allora, raccontatemi cosa avete fatto”  M. “abbiamo cercato la metà” indica con le dita il punto medio dei due segmenti”  I. “e secondo voi questa metà cosa significa?”  M. “è 600” riferendosi al primo compito  I. “600, perché 600?”  A. “perché tra 500 e 700 c’è 600”  I. “ok, quindi la metà è 600”  I. “617, da che parte starà secondo voi?”  In coro “dopo”</p>	<p>Dopo 1 minuto di silenzio interviene l’intervistatore che li guida a seguire un approccio per approssimazioni successive.  Il fatto che si faccia riferimento ad una procedura approssimativa (72., 73.) lascia liberi gli studenti di attivare un approccio esplorativo</p>

<p>I. "ok, ma dopo quanto?"  A. "dopo poco"  I. "quindi provate a indicarmi secondo voi dov'è"  M. "ma ad occhio?"  I. "ad occhio cercando di rispettare il fatto che qua c'è 700"</p>	
<p>M. "questo è 17"  M. "quindi facciamo, 10, 20, 30, 40" fa dei salti approssimativamente distanziati sulla linea dal punto medio al 700"  M. "no, questo è troppo"  M. "10, 20, 30, 40, ..." stringe il passo dei salti  I. "50 dove starà?"  M. "qua, ancora metà"  M. "quindi 25 è ancora a metà"  M. "no, ma 15 non è la metà"  A. "eh, 12,5" intanto segna i <math>\frac{3}{4}</math> e i <math>\frac{5}{8}</math>  I. "e quindi 617, dove sta?"  M. "circa qua, si può?"  A. "sì"  M. "questo è 650" si riferisce al punto medio  M. "tra 550 e 750 c'è metà, è 650"  M. "575 sta prima"  A. "eh, un po' dopo di questo" indica il primo estremo  M. "Se qua sarà la metà 600, dopo" indica con la penna <math>\frac{1}{4}</math> senza usare il righello  M. "è più preciso se troviamo la metà"  M. "1, 2, 3" cerca di dividere <math>\frac{1}{4}</math> in 4 parti  M. "no"  A. "falle un po' più grosse però"  M. "è qua" indica un punto in una posizione errata</p>	<p>A questo punto, trovata l'equivalenza tra mezzo segmento e il valore 100, gli studenti tentano di dividerlo ad occhio in 10 parti senza riuscirci. L'intervistatore li guida nuovamente facendoli riflettere sul valore corrispondente a <math>\frac{3}{4}</math> del segmento.  Gli studenti non forniscono una soluzione corretta.</p>

Sfortunatamente in questo caso l'intromissione dell'intervistatore influisce in modo molto forte sugli approcci dei ragazzi. Per questo motivo non è possibile fare delle inferenze in relazione alle loro scelte strategiche.

In ogni caso, i primi minuti del processo risolutivo, possono suggerire alcune ipotesi. Nel affrontare il primo compito, i due studenti hanno cercato di costruire un analogia con un compito semplificato. In particolare, siccome devono posizionare il numero 575, essi cercano di spostare l'attenzione sul compito: posizionare 75 tra 0 e 100. In questo caso, quindi commettono un errore nell'episodio di Analisi che compromette la risoluzione del compito che li porta addirittura ad abbandonarne la risoluzione.

In questo caso, 75 si trova in corrispondenza dei  $\frac{3}{4}$  del segmento. Per questo motivo, decidono di dividere la prima metà del segmento (che corrisponde ad un valore di 100) in 4 parti (36.). La lunghezza di tale frazione del segmento, però, è 7,5 e dunque incontrano notevoli difficoltà nell'affrontare il calcolo  $7,5:4$ , come si evince dal commento di M. (53.).

Davanti a questa difficoltà gli studenti non sanno procedere e dunque abbandonano il compito.

In queste poche procedure si può capire però che l'intento degli studenti è quello di costruire una metrica sul segmento o meglio, ricondursi ad una metrica che già conoscono. In questo caso, essi si collocano nell'approccio E1 che viene confermato anche dalla scelta di utilizzare il righello e cercare una corrispondenza tra il valore numerico e la lunghezza in centimetri. In questa prospettiva, M. e A. si configurano nel profilo R2 e P2; in altri termini, percepiscono il compito come un esercizio scolastico sulla linea dei numeri e non considerano la possibilità di approssimare la posizione del numero in un intorno più o meno ampio della posizione reale che avrebbe sul segmento.

### 2.2.4 Protocollo\_ppt\_4\_pal

Sbodinatura	Commenti
<b>Compito1: Posizionare 838 tra 700 e 900</b>	
M. legge il testo ad alta voce velocemente G. "838"	M. legge il testo e nel contempo G. osserva il valore del numero di cui individuare la posizione sul segmento.
M. "fai 900, l'800 starà tipo qua" indica un punto a 1 cm dal secondo estremo G. "è la metà perché 700 e 800 è la metà" M. "beh, è più verso il 900"	M. a quanto pare non è stato attento durante l'episodio di Lettura perché "posiziona" il numero 800 in prossimità del secondo estremo (16). Questa osservazione potrebbe suggerire che non si accorge che il primo estremo del segmento non è nullo e si riconduce al compito: posizionare 838 nell'intervallo (0, 900). G. Lo corregge istantaneamente facendogli notare che il valore 800 corrisponde al punto medio del segmento.
G. "allora, aspetta che prendiamo un foglio di brutta" G. "posiziona un foglio bianco proprio sotto alla linea e disegna il segmento." G. "allora, la metà è circa qua" G. "si può usare il righello?" I. "quello che volete" Prendono entrambi il righello M. "questo è lungo 15 cm, la metà è 7,5" M. "qua" indica il punto medio G. "aspetta misura sul foglio che poi" porge a M. il foglio bianco M. "aspetta, in mezzo, segnalo" G. indica con un segno il punto medio individuato con il righello G. "giusto?" G. "ok, 7 e mezzo" M. "perciò 8 e 38 sarà qualche cm più avanti" M. "perciò sarà tipo 8 e mezzo, no, qua è 7,5; più verso 8 e mezzo" M. "si, sarà 8, 8 e mezzo" G. "si , perché" mette il righello sulla linea e sta in silenzio 4 secondi	Per individuare il punto medio, gli studenti si servono del righello. Inizialmente provano a proporre una stima della posizione: il numero, sarà in un punto distante circa 1cm/1,5cm dal punto medio (33., 34., 35.).

<p>G. “conta che per farne 100...per fare 100 tocchettini ne usa come centimetri...”  M. “8 e mezzo, giusto, 8 e mezzo”  G. “fai 10 fratto 7,5”  M. “risulta?”  G. “che risulta, eh, il 7 nel 10 ci sta una volta e avanza 3, ci sta 4 volte avanzo due...”  G. “ah, ma aspetta 1,46”  G. “cioè 1 cm e mezzo”  M. “8 e mezzo più o meno”  G. “no, per fare un...”  M. “cm”  G. “oh, mio dio”  M. “che hai fatto?”  G. “mmm”</p>	<p>A questo punto, G. tenta di affinare la procedura approssimativa e cerca di costruire una scala sul segmento. G. vuole trovare quale valore numerico corrisponde ad 1 cm. Invece di svolgere <math>100:7,5</math>, G. svolge <math>10:7,5</math>.  Questo potrebbe suggerire che in realtà vorrebbe dividere il segmento in 10 parti ma in quel caso avrebbe dovuto dividere la misura della lunghezza per 10 e non viceversa.  Nel contempo M. insiste con la posizione individuata in modo approssimativo addirittura cerca di sfruttare il risultato trovato da G. per confermare erroneamente la sua congettura (43.). Alla fine, nel momento dell'Implementazione, G. si accorge di aver fatto un qualche genere di errore (46., 47).</p>
<p>M. “8 e mezzo è la posizione, 8 e mezzo”  M. “8 e 3, metti 8 e 3”  G. disegna una tacca in corrispondenza di 8,3 cm dal primo estremo  G. “qua?”  M. “sì”  G. “8 e 3, qui”  Posizione non corretta, il palloncino non sarebbe scoppiato</p>	<p>Alla fine G. si arrende e segue la proposta di M.. I due studenti disegnano il palloncino in una posizione che avrebbe ricevuto un feedback negativo da parte dell'applet.</p>
<b>Compito2: Posizionare 429 tra 250 e 450</b>	
<p>G. “eccoci sotto”  M. “429, 100 è la metà.”  M. “3 e 2”  G. “no, è di più, perché questo è quattrocento...” indica il secondo estremo  M. “4 e 3 devi fare, 4 e 3 più o meno. 429, su?”  G. “eh, 429”  M. “ah, qua, più o meno”  M. “questo è sempre 15, l'altro è 7,5. Un po' più avanti perciò...”</p>	<p>Come per il primo compito, M. comincia cercando di trovare ad occhio la posizione relativa al numero indicato (58., 60.). G. frena il suo entusiasmo facendolo ragionare sul valore degli estremi (59.).</p>
<p>G. “aspetta quanto c'è di differenza tra 50 e ...”  M. “12”  G. “no”  G. “allora, quanto c'è di differenza...”  M. “30”  G. “trent”  M. “31”  M. “quindi 5, 10, 15, 20, 25, 30. Qua più o meno” con le dita salta dal secondo estremo verso il punto medio con passo di lunghezza approssimativa di un valore numerico di 5 in 5.</p>	<p>G. cerca di attivare un episodio di Analisi per ricondursi al compito posizionare un numero nell'intervallo (0, 100).  Precisamente, individua il numero 31 che corrisponde alla distanza che il punto che devono individuare deve avere rispetto al secondo estremo.  M. comincia a “contare” in modo regressivo sulla linea per stimare a che lunghezza corrisponde il valore 31 rispetto al secondo segmento (71).</p>

M. “qui” G. “qui?” M. “uno prima del 12, 11 e 9” G. “fa un segno sul segmento” Questa volta la posizione è corretta	M. convince G. che scrive il segno sul segmento. Approssimativamente la posizione indicata è corretta.
<b>Compito3: Posizionare 870 tra 750 e 950</b>	
M. “870” M. prende subito il righello M. “eh, 950” G. “eh, la metà” M. “850, 950, otto...” M. “più verso il 9” G. “7 e mezzo” appoggia il righello sul segmento G. “quindi sarà qua” fa un segno in corrispondenza di 9 cm M. “più o meno” M. “no, aspetta, 8 e 7 devi segnare. 8 cm e 7” G. “ok” G. ha disegnato il segno Posizione corretta	In questo caso, il valore da posizionare è corrispondente ad un intorno del punto medio. In questo caso, quindi, gli studenti individuano velocemente un intorno corretto e disegnano il segno. L'applet avrebbe restituito un feedback positivo.

In questo caso, i due studenti possono essere identificati attraverso due profili differenti. In generale, l'attenzione di G. è rivolta, in particolare nel primo compito, alla ricerca di una scala per individuare in modo preciso la posizione che dovrebbe avere il valore numerico sul segmento. In particolare, si identifica con il profilo E2.1 e in particolare percepisce il compito come la richiesta di individuare la posizione esatta relativa al valore numerico presentato (P2, R2). Infatti, G. cerca di costruire una scala sul segmento individuando a quale valore numerico corrisponde ad 1 cm (38.). Nello svolgere questa procedura, si sbaglia; è possibile che in modo inconsapevole stia erroneamente cercando di dividere il segmento in 10 parti. In questo caso, però, avrebbe dovuto dividere la misura della lunghezza per 10 e non viceversa. Si accorge quasi istantaneamente dell'errore e per questo motivo decide di abbandonare tale approccio per affidarsi a quello di M.

Nel contempo M. insiste con un approccio per tentativi, cercando di individuare in modo approssimativo la posizione del valore numerico. In questa prospettiva, M. adotta un approccio per tentativi (E2.2) comprendendo la richiesta di stimare la posizione e non determinare la posizione esatta (P1, R1).

Nei successivi due compiti, gli studenti seguono l'approccio di M. ma si avvalgono sempre dell'uso del righello. In questi casi, quindi, lavorano sulla corrispondenza tra valore numerico e misura in centimetri del segmento (43., 50., 54., 58., 60.).

In riferimento alla Valutazione, non ci sono espliciti riferimenti a tale episodio ma, nei compiti 2 e 3, prima di disegnare il segno sul foglio, i due studenti si confrontano chiedendosi vicendevolmente se sono d'accordo (72., 73., 87.). Queste esplicite domande (ad esempio, 33., 23) possono far pensare che vengano attivate alcune forme implicite di valutazione sia Locale che Globale. In riferimento al primo compito, invece, sembra mancare il processo Valutativo infatti G. commette un errore di calcolo di cui nessuno si accorge ma viene comunque attivata una Valutazione Globale soprattutto da parte di G. Ad

---

esempio, quando nel primo compito, M. si riconduce al compito: posizionare 838 nell'intervallo (0, 900), G. lo corregge istantaneamente facendogli notare che il valore 800 corrisponde al punto medio del segmento.

Come più volte ripetuto, l'ambiente cartaceo permette di tenere traccia delle procedure che vengono attivate attraverso dei segni fatti con la penna sul segmento. Nonostante ne avessero la possibilità, gli studenti tengono traccia dei punti di interesse solo attraverso le dita; in questo caso, quindi, nonostante segnalino tali punti con le dita, ne perdono il segno nel momento in cui spostano la mano dal foglio per tracciare la crocetta. In questa prospettiva, entrambi possono essere caratterizzate da un profilo C2 o C3. Solo nel caso del primo compito G. propone di avvalersi di un foglio bianco di ausilio ma la proposta viene subito abbandonata nel momento in cui gli studenti si avvalgono dell'uso del righello.

## 3 Compito la calcolatrice rotta, protocolli di Castel Maggiore

Di seguito presentiamo le sbobinate complete dei protocolli degli studenti dell'Istituto comprensivo di Castel Maggiore (BO).

### 3.1 Protocolli del compito in formato digitale

In questo paragrafo, mostriamo i protocolli degli studenti che hanno affrontato il compito della calcolatrice rotta in formato digitale; in particolare, nei paragrafi da 3.1.1 a 3.1.4 presentiamo le sbobinate complete dei protocolli affiancati da commenti specifici in relazione ai nostri strumenti di analisi.

#### 3.1.1 Protocollo\_cbt\_5\_CAL

<b>Compito 1: ottenere 58 con le cifre 4, 3, 0 e le operazioni: x, -, +</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	A. e B. leggono il testo in silenzio	L3	In questo caso si attiva un episodio di Lettura caratterizzato dal primo impatto con il compito. Gli studenti osservano il testo del compito nella schermata pdf.
00:16		L3	
00:17	A: "58 bisogna raggiungere?"	L6	In questo momento, gli studenti si interrogano su quale sia lo scopo del compito. Entrambi convengono che l'obiettivo da raggiungere sia 58
00:18		L6	
00:19	S: "si, esatto, dovete raggiungere 58"	L6	
00:20		L6	
00:21	silenzio	L3	In seguito a questa considerazione, trascorrono diversi secondi di silenzio.
00:38		L3	
00:39	A: "4+..."	ES1	A. propone di cominciare da 4 e aggiungere qualcosa
00:40	silenzio	ES1	
00:45		ES1	
00:46	B: "ma possiamo usarli più di una volta?"	L6	Mentre A. tace, B. chiede se è possibile usare tutti i tasti più di una volta. A questo punto interviene l'intervistatore che gli risponde in modo affermativo. In questo caso, A. fa un passo indietro per approfondire le condizioni
00:47		L6	
00:48	S: "certo, quante volte vi pare"	L6	
00:49		L6	

00:50		L6	imposte dal compito e quindi il processo di configura si configura in un episodio di Lettura.
00:51	A: "ah, cioè quindi basta fare +, +, +, ..."	A2	A. propone una possibile procedura implementativa. In questo caso, però tale proposta non si identifica con un episodio di implementazione perché si tratta di un suggerimento ipotetico che potrebbe derivare da un' Analisi dello spazio del compito
00:52		A2	
00:53		A2	
00:54	ridono	A2	
00:58		A2	
00:59	A: "si ma non arriva"	VG3	Dopo la sua proposta, A attiva un episodio di valutazione globale osservando che questo genere di procedura non permette di raggiungere il numero obiettivo perché 58 non è multiplo di 4
01:00		VG3	
01:01	A: "ma tanto non arriva perché 4x10 fa 40 e poi arrivare 58, 18 e 18 non è un multiplo di 4 quindi a 58 non ci arriva"	VG3	
01:02		VG3	
01:03		VG3	
01:04		VG3	
01:05		VG3	
01:06		VG3	
01:07		VG3	
01:08		VG3	
01:09		VG3	
01:10	B: "ah, forse in qualche modo si farà, oppure no"	VG4	In conclusione, B. esplicita una sua convinzione legata al fatto che una soluzione necessariamente deve esistere.
01:11		VG4	
01:12	B: "non ho capito il tuo ragionamento"	A1	B. chiede ad A. di rendere esplicito il procedimento che le ha permesso di trarre la sua conclusione.
01:13		A1	
01:14	A: "allora, 4x10, no?"	A1	
01:15		A1	
01:16	B: "si"	A1	
01:17	A: "fa 40 ok? Più 18 fa 58 però 18 non è un multiplo di 4 quindi in tutti i modi non puoi fare 4+4+4..."	A1	
01:18		A1	
01:19		A1	
01:20		A1	
01:21		A1	
01:22		A1	
01:23		A1	
01:24		A1	
01:25		A1	
01:26	A1		
01:27	A1		
01:28	A: "cioè 58 non è un multiplo di 4! Hai capito?"	A1	A. conclude l'argomentazione sostenendo
01:29		A1	

01:30		A1	che 4 non divide 58 e dunque 58 non può essere equivalente ad una qualunque somma con addendi uguali a 4.	
01:31		A1		
01:32	B: "si"	A1		
01:33	B: "beh ma io dicevo con altri numeri, cioè"	ES1		
01:34		ES1		
01:35		ES1		
01:36	A: "stai pensando a 4 e 3 e 0"	L5		Prima di intraprendere il processo esplorativo, A. elenca i tasti numerici disponibili e quindi ripercorre una parte dell'episodio di Lettura.
01:37		L5		
01:38	A bassa voce B: "4, 3 e 0"	L5		
01:39		L5		
01:40		L5		
01:41		L5		
01:42		L5		
01:43	A: "3 x..."	ES1	Cominciano l'Esplorazione moltiplicando i due numeri non nulli presentati tra i tasti numerici disponibili finì a raggiungere un risultato per loro equivalente a 58.	
01:44	silenzio	ES1		
01:54		ES1		
01:55	A a bassa voce: "3x4"	ES1		
01:56	silenzio	ES1		
02:00		ES1		
02:01	A: "mmm"	ES1		
02:02	silenzio	ES1		
02:08		ES1		
02:09	A: "allora, 3x4, 12; 12 e 12, 24; 12, 36, più 12"	ES1		
02:10		ES1		
02:11		ES1		
02:12		ES1		
02:13		ES1		
02:14		ES1		
02:15		ES1		
02:16		ES1		
02:17	B: "36..."	ES1		
02:18	A: "più 12, 58; giusto?"	ES1		
02:19		ES1		
02:20		VG2	A. e B. controllano l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo. Ripetono il calcolo da capo ma commettono lo stesso errore	
02:21	B: "12"	VG2		
02:22	A: "12, 24, 36, ..."	VG2		
02:23		VG2		
02:24		VG2		
02:25	B: "si"	VG2		
02:26	A: "vai"	VG2		
02:27		I1	A. digita sulla calcolatrice $4 \times 3 =$ e compare il 12 prima ancora che vada avanti con l'Implementazione di quella	
02:28		I1		
02:29		I1		
02:30		I1		

02:31	A: "allora, fai $4 \times 3 = 12$	I2	che crede essere la procedura risolutiva B. si accorge dell'errore.
02:32		I2	
02:33		I2	
02:34		I2	
02:35		I2	
02:36		I2	
02:37		I2	
02:38		I2	
02:39	B: "no ma viene 48!"	VG2	Questo episodio di Valutazione Globale blocca il processo implementativo e le studentesse cancellano tutto
02:40	A: "ah, giusto, giusto"	VG2	
02:41	A prende il mouse e cancella	VG2	
02:42		VG2	
02:43		VG2	
02:44		VG2	
02:45		VG2	
02:46		VG2	
02:47		VG2	
02:48	A: "Dio santo!"	VG4	Prima di riprendere con l'esplorazione, esplicitano la loro percezione relativa alla fattibilità del compito.
02:49		VG4	
02:50		VG4	
02:51	B: "è parecchio difficile"	VG4	
02:52		VG4	A questo punto A. sottolinea che basterebbe aggiungere 10 al valore trovato ma non identifica tra i tasti alcuna possibilità di scrivere una procedura equivalente a 10. In questo caso, quindi, A si trova in un episodio di Valutazione Globale riferito alla possibilità o meno di attivare una certa procedura.
02:53	A: "cioè 48 arrivare a coso... a 58 ci sta 10 però comunque sia non 10 puoi ottenere"	VG1	
02:54		VG1	
02:55		VG1	
02:56		VG1	
02:57		VG1	
02:58		VG1	
02:59		VG1	
03:00		VG1	
03:01		VG1	
03:02		VG1	
03:03		VG1	
03:04	unisci	VG1	
03:05		VG1	
03:06	B: "possiamo fare anche tipo prima il per e poi visto che, e dopo..."	ES1	B propone di attivare un approccio esplorativo fruttando la moltiplicazione e non l'addizione
03:07		ES1	
03:08		ES1	
03:09		ES1	
03:10		ES1	
03:11		ES1	
03:12		ES1	
03:13	silenzio	ES1	
03:18		ES1	
03:19	B: "36, 36, 36" continua a voce	ES1	prima di implementare la sua

03:20	più bassa ripetendo 36	ES1	proposta, torna al punto in cui erano arrivate in precedenza attivando una transizione dell'episodio di Esplorazione e A. la segue.
03:21		ES1	
03:22		ES1	
03:23		ES1	
03:24		ES1	
03:25		ES1	
03:26		ES1	
03:27		A: "36 poi 48 poi 60"	
03:28		ES1	
03:29	silenzio	ES1	L'episodio di Esplorazione in modo non orientato infatti le studentesse combinano diversi numeri moltiplicandoli tra loro senza un apparente scopo. In questi casi, ogni variazione di approccio comporta una Transizione nell'Esplorazione
03:45		ES1	
03:46	A: "Oddio"	ES1	
03:47		ES1	
03:48	B: "24"	ES1	
03:49		ES1	
03:50		ES1	
03:51	A: "3x3?"	ES1	
03:52	in coro "9"	ES1	
03:53	A: "4 per... sedici; no, dopo è troppo grande"	ES1	
03:54		ES1	
03:55		ES1	
03:56		ES1	
03:57	A: "9x4?"	ES1	
03:58		ES1	
03:59	A: "36"	ES1	
04:00		ES1	
04:01		ES1	
04:02		ES1	
04:03		ES1	
04:04	A: "eh, macché...si viene 36"	ES1	
04:05		ES1	
04:06		ES1	
04:07		ES1	
04:08		ES1	
04:09	A: "36?"	ES1	
04:10		ES1	
04:11	B: "abbiamo anche lo zero, però."	L5	B. si accorge che c'è lo zero tra i tasti disponibili e A individua delle modalità con cui utilizzarlo. In questo caso, l'Analisi fatta da A permette agli studenti di raggiungere una nuova consapevolezza in relazione alle risorse.
04:12		L5	
04:13	A: "eh, ma"	A1	
04:14		A1	
04:15	B: "è inutile"	A1	
04:16	A: "eh no, va bè; cioè potrebbe essere utile"	A1	
04:17		A1	
04:18		A1	
04:19		A1	

04:20	A: "perché comunque potresti fare 40, 30"	A1		
04:21		A1		
04:22		A1		
04:23		A1		
04:24	silenzio	A1	Le studentesse cominciano un episodio di Esplorazione considerando il numero 30.	
04:25		A1		
04:26		A1		
04:27		A1		
04:28	A: "se facciamo tipo 30?"	ES1		
04:29		ES1		
04:30	B: "ah"	ES1		
04:31	silenzio	ES1		
04:32		ES1		
04:33		ES1		
04:34	B: "30, si, aspetta"	ES1		
04:35	silenzio	ES1		
04:42		ES1		
04:43	A: "ma 16 e 16 è 38, giusto?"	ES1	Dopo qualche secondo di silenzio A. propone un nuovo approccio che pare conduca A a determinare un approccio per raggiungere il numero obiettivo.	
04:44		ES1		
04:45		ES1		
04:46	B: "si è 38. 38, 38 emm, 42, 45....si ce l'ho!"	ES1		
04:47		ES1		
04:48		ES1		
04:49		ES1		
04:50		ES1		
04:51		ES1		
04:52		ES1		
04:53		ES1		
04:54		ES1		
04:55	A: "vai"	I1		A spinge B ad implementare il suo approccio. Mentre B descrive la procedura, prende in mano il mouse e digita lentamente: 30+4+4+4+3. Nel ripercorrere la procedura, B. non riesce a ricordare tutti i passaggi. Alla fine decide di cancellare tutto.
04:56	B: "è, allora è..."	I1		
04:57		I1		
04:58	A: "fallo!"	I1		
04:59	A: "3 x, no, 30(con B in coro sul 30)"	I2		
05:00		I2		
05:01		I2		
05:02		I2		
05:03		I2		
05:04	B: "30 e poi era...com'è che c'ero arrivata? Più 4"	I2		
05:05		I2		
05:06		I2		
05:07		I2		
05:08		I2		
05:09	A: "più 4 fa 34"	I2		
05:10		I2		

05:11		I2	
05:12	B: "34+4"	I2	
05:13		I2	
05:14	A: "36"	I2	
05:15		I2	
05:16	B: "36? 38!"	I2	
05:17		I2	
05:18	A: "38!"	I2	
05:19		I2	
05:20	B: "38+4"	I2	
05:21		I2	
05:22	A: "mm, 42"	I2	
05:23		I2	
05:24		I2	
05:25	B"42"	I2	
05:26	B: "eh"	I2	
05:27		I2	
05:28	A: "più"	I2	
05:29	B: "più 3"	I2	
05:30		I2	
05:31	A: "45"	I2	
05:32		I2	
05:33	B: "45"	I2	
05:34		I2	
05:35	B: "ah, no, ho fatto con 40 non con 50!"	I2	
05:36		I2	
05:37		I2	
05:38		I2	
05:39	B ride	I2	
05:40		I2	
05:41	B: "fammi andare avanti"	I2	
05:42		I2	
05:43	B: "45"	I2	
05:44		I2	
05:45		I2	
05:46	B: "no, è sbagliato, serve un numero dispari"	I2	
05:47		I2	
05:48		I2	
05:49	A: "ah, si"	I2	
05:50		I2	B cancella tutto
05:51		I2	
05:52		I2	
05:53		I2	
05:54		I2	
05:55	A: "allora, quarantaaa"	ES3	A prova nuovamente ad

05:56		ES3	esplorare partendo questa volta dal numero 40  A. nel combinare 30 e 40 si accorge di aver trovato un numero, il 70, che è maggiore del numero obiettivo di 12 (3x4). In questo caso implementa subito la strategia, prende il mouse e digita $40+30=$ e poi $-4x3=$ e compare il 58.
05:57		ES3	
05:58	A: "ma aspetta ma 70-12?"	ES3	
05:59		I2	
06:00		I2	
06:01	B: "70-12..."	I2	
06:02		I2	
06:03	A: "scusami, posso?"	I2	
06:04		I2	
06:05	B: "70-12....58!"	I2	
06:06		I2	
06:07	A: "40+30=70; 70-4x3=58!"	S1	
Compito 2: ottenere 41 con le cifre 9, 5, 2 e le operazioni: x, -, +			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	A: "di nuovo 41!"	L5	Gli studenti si concentrano sul numero obiettivo.
00:01	B: "ah, no 41"	L5	
00:02		L5	
00:03		L5	
00:04	A: "allora, 9x5, 35 quindi già..."	ES1	Cominciano il processo risolutivo per tentativi e quindi moltiplicano i numeri presentati nei tasti numerici allo scopo di avvicinarsi al numero obiettivo.
00:05	silenzio	ES1	
00:06		ES1	
00:07		ES1	
00:08	B: "9x2, 18"	ES1	
00:09	silenzio	ES1	
00:20		ES1	
00:21	B: "50"	ES1	
00:22	silenzio	ES1	
00:36		ES1	
00:37	A: "Allora, 2x9"	ES1	B esplicita l'espressione che ha individuato. In questo caso, nei secondi di silenzio probabilmente ha cominciato a considerare anche numeri composti da più di una cifra, come, ad esempio il 52.
00:38		ES1	
00:39	B: "ce l'ho!"	I1	
00:40	B: "52-9-2!"	I1	
00:41	B: "allora, 52-9-2"	I2	B prende il mouse e scrive $52-9-2=$
00:56		I2	
00:57	in coro "41!"	S1	

### 3.1.2 Protocollo\_cbt\_6\_CAL

**Compito 1: ottenere 58 con le cifre 4, 3, 0 e le operazioni: x, -, +**

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	A legge il testo ad alta voce	L1	L'episodio di Lettura si caratterizza per la lettura ad alta voce del testo del compito da parte di A.
00:12		L1	
00:13		L1	
00:14	A: "mmm, allora"	A1	Gli studenti iniziano subito implementando un episodio di Analisi: il fatto che A individui anche il 7 (fra i numeri disponibili), significa che ha considerato il fatto di poter utilizzare anche numeri che si ottengono dalla somma di quelli presentati nei pulsanti numerici
00:15		A1	
00:16		A1	
00:17		A1	
00:18	A: "4 e 3, 7"	A1	
00:19		ES1	
00:20	A: "7x3, 21"	ES1	
00:21		ES1	
00:22		ES1	
00:23	A: "ventuuunooo per... 3x1, 3"	ES1	
00:24		ES1	
00:25		ES1	
00:26		ES1	
00:27		ES1	
00:28	A: "7x3..."	ES1	
00:29	silenzio	ES1	
00:30		ES1	
00:31		ES1	
00:32		ES1	
00:33	F: "si possono fare dei tentativi?"	L6	F chiede all'intervistatore se è possibile fare dei tentativi (probabilmente aveva il dubbio di dover scrivere direttamente la procedura risolutiva conclusiva). In questo caso quindi gli studenti si interrogano in riferimento alle procedure e operazioni consentite all'interno dello spazio del compito
00:34		L6	
00:35	I: "oh, hai voglia!"	L6	
00:36		L6	
00:37	F: "allora sett...4+3, 7"	ES1	A prende il mouse in mano per cominciare a digitare le operazioni che intende calcolare.
00:38		ES1	
00:39	A: "Allora, 3x4....no"	ES1	A digita 3x4 ma nella calcolatrice compare solo il 4.
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42	F: "il 3 non te l'ha dato!"	ES1	
00:43		ES1	
00:44		ES1	
00:45	A: "cancella"	ES1	A comincia a moltiplicare i numeri

00:46		ES1	presentati, in questo senso adotta un approccio esplorativo rispetto ad un'unica operazione
00:47		ES1	
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50	A cancella la digitazione e scrive $3 \times 4 =$ e compare 12	ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56	A: "uguale a 12, proviamo per 4"	ES1	
00:57		ES1	
00:58	A digita $x4 =$ e compare 48	ES1	
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	
01:02		ES1	
01:03		ES1	
01:04		ES1	
01:05	A: "48"	ES1	
01:06		ES1	
01:07		ES1	
01:08	A: "c'è anche lo 0 però!"	L5	A si accorge che tra le cifre a disposizione c'è anche il tasto "0". In questo caso si tratta di un episodio di Lettura poiché non fanno altro che esplicitare la presenza di questo tasto.
01:09		L5	
01:10		L5	
01:11	F: "mmm, appunto!"	L5	
01:12		L5	
01:13	A: "perché, allora, $4 \times 3$ , 12 meno..."	ES3	A probabilmente si è accorta che tra 48 e 58 le basterebbe aggiungere un valore equivalente a 10 e prova a cercarlo tra i prodotti disponibili
01:14		ES3	
01:15		ES3	
01:16	F: "più 40-30!"	I2	F trova la soluzione proponendo di aggiungere $40-30=10$
01:17		I2	
01:18		I2	
01:19		I2	
01:20		I2	
01:21	A: "mm, più 40-30"	I2	A prende in mano il mouse e, partendo dal 48 ancora sullo schermo della calcolatrice, digita $+40-30=$ . Sul monitor della calcolatrice compare il numero 58
01:22		I2	
01:23		I2	
01:24	A: "si, grande M..."	I2	
01:25		I2	
01:26		I2	
01:27		I2	
01:28		I2	
01:29		I2	
01:30		I2	

01:31		I2	
01:32		I2	
01:33		S2	
01:34	F: "ottimo"	S2	
<b>Compito 3: ottenere 71 con le cifre 6,3, 2 e le operazioni: :, x, -</b>			
Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:00	guardano il compito in silenzio	L3	A e F osservano in silenzio il foglio del compito
00:01		L3	
00:02		L3	
00:03	F: "71"	L5	Mentre F si concentra sul numero obiettivo, A mette subito le mani sul mouse digita 6x3 e compare 18. A attiva l'episodio di esplorazione avvalendosi del supporto della calcolatrice.
00:04		L5	
00:05		L5	
00:06	A: "allora 6x3, 21"	ES1	
00:07		ES1	
00:08	F: "non è 18?"	ES1	
00:09		ES1	
00:10		ES1	
00:11		ES1	
00:12	A: "no 7 per (B: "è 7x3") 3 21"	ES1	
00:13		ES1	A si era sbagliata, sperava di ottenere 21 quindi cancella la digitazione inserita nella calcolatrice.
00:14		ES1	
00:15	A: "6x3, 18, ok, quindi cancella"	ES1	
00:16		ES1	
00:17		ES1	
00:18		ES1	
00:19		ES1	Dopo qualche secondo di silenzio, torna su 6x3 e procede per tentativi svolgendo i calcoli a mente.
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	A: "6x3, 18"	ES1	
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25	A: "18x2"	ES1	
00:26		ES1	
00:27		ES1	
00:28	A: "18x2?"	ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31	F: "fa 36"	ES1	
00:32		ES1	
00:33		ES1	
00:34		ES1	
00:35	A: "allora"	ES1	
00:36		ES1	
00:37		ES1	
00:38		ES1	

00:39		ES1	L'episodio di esplorazione procede con una transizione. Gli studenti passano dal considerare 6x3 a 6x2.
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43	A: "6x2, 14"	ES1	
00:44		ES1	
00:45	F: "12"	ES1	
00:46		ES1	
00:47	A: "no, 6x2, 12"	ES1	
00:48		ES1	
00:49	A ride	ES1	
00:50	A: "oh, io con le tabelline sono un mito!"	ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53	A: "6x2, 12"	ES1	
00:54	A: "6x2, 12"	ES1	A attiva un nuovo approccio utilizzando l'ausilio della calcolatrice. A scrive sulla calcolatrice "6x2 =" e compare 12. A successivamente digita "x3=" e compare 36. A digita "x2=" e compare 72.
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57		ES1	
00:58		ES1	
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01	A: "per 3"	ES1	
01:02		ES1	
01:03		ES1	
01:04		ES1	
01:05		ES1	
01:06		ES1	
01:07		ES1	
01:08	A: "per 2 uguale "	ES1	
01:09		ES1	
01:10	A: "72..non c'è"	L5	Nel momento in cui decide di sottrarre 1 al 72, si accorge che il tasto 1 non è tra quelli disponibili. In questo caso, quindi, è tornata ad un episodio di lettura poiché si è focalizzata sui tasti disponibili.
01:11		L5	
01:12		L5	
01:13		L5	
01:14	A: "meno"	ES2	L'attenzione degli studenti si sposta su come ottenere il numero 1. A clicca "-" e F propone ad A una possibile strada: "-3+2". A non capisce subito che F glielo ripete, digita "-3".
01:15		ES2	
01:16	F: "-3+2"	ES2	
01:17		ES2	
01:18	A: "eh, 3 e 2, 5 meno"	ES2	
01:19		ES2	
01:20	F: "meno 3 più 2"	ES2	
01:21		ES2	

01:22		ES2		
01:23	A: "no, dobbiam fare la parentesi"	A2	A si blocca perché crede di dover usare le parentesi mentre F si accorge che manca tra le operazioni la moltiplicazione. In realtà la proposta di A potrebbe essere stata fatta proprio perché l'uso delle parentesi permetterebbe di superare il problema dovuto dall'assenza della moltiplicazione e quindi digitando: " $-(3-2)$ ". Per questo motivo, ipotizziamo che l'intervento di A possa essere contestualizzato all'interno di un episodio di Analisi mentre quello di F in uno di Lettura.	
01:24		A2		
01:25	F: "eh"	A2		
01:26	F: "ah, non c'è il +"	L5		
01:27		L5		
01:28		L5		
01:29		L5		
01:30	A: "no, meno 6"	ES2		
01:31		ES2		
01:32		ES2		
01:33	A: "no"	ES2	A cancella tutte le digitazioni ma continua a cercare di trovare una strada per ottenere un valore equivalente ad 1.	
01:34		ES2		
01:35	A: "più, no sarebbe più sei meno...mmm"	ES2		
01:36		ES2		
01:37		ES2		
01:38	F: "non c'è il più"	ES2		
01:39		ES2		
01:40		ES2		
01:41		ES2		
01:42		ES2		
01:43		ES2		
01:44		ES2		
01:45	A digita " $6 \times 3 =$ " e compare 18	ES2		A inserisce nella calcolatrice l'espressione appena cancellata
01:46	poi digita " $\times 2 =$ " e compare 36	ES2		
02:01	poi di nuovo digita " $\times 2 =$ " e torna a 72	ES2		
02:02	A: "Ok e siamo arrivati a 1....quindi..."	ES2	L'episodio di esplorazione si sposta verso la ricerca di un'espressione che permetta di ottenere un valore pari a 1	
02:03		ES2		
02:04		ES2		
02:05		ES2		
02:06		ES2		
02:07		ES2		
02:08		ES2		
02:09	A: "per...mmm..."	ES2		
02:10		ES2		
02:11	A: "ah, -2!, no, -1, no"	ES2		
02:12		ES2		
02:13		ES2		
02:14		ES2		
02:15	F: "-1 cioè $-3+2$ "	ES2		

02:16		ES2	
02:17		ES2	
02:18	A: "eh, appunto"	ES2	
02:19	F: "però non c'è il +"	ES2	
02:20		ES2	
02:21	A: "eh, non c'è il +"	ES2	
02:22		ES2	
02:23	A: "quindi"	ES2	
02:24	A canticchia "mmm"	ES2	
02:25	silenzio	ES2	
02:28		ES2	
02:29	A: "6x3, 18"	ES1	
02:30		ES1	
02:31		ES1	
02:32		ES1	
02:33	A: "9"	ES1	
02:34		ES1	
02:35		ES1	
02:36		ES1	
02:37	bisbigliando A: "9, 10"	ES1	
02:38	silenzio	ES1	
02:44		ES1	
02:45	A: "cioè, se facciamo tipo"	ES1	
02:46	silenzio	ES1	
02:55		ES1	
02:56	A: "allora 72"	ES1	
02:57		ES1	
02:58		ES1	
02:59	A: "dobbiamo arrivare a 71 e abbiamo 6, 3, 2...quindi.."	L4	
03:00		L4	
03:01		L4	
03:02		L4	
03:03		L4	
03:04		ES1	
03:05	A: "se facciamo 6x3, 18, "	ES1	
03:06		ES1	
03:07		ES1	
03:08		ES1	
03:09		ES1	
03:10		ES1	
03:11	A: "18, divis 2 fa 9"	ES1	
03:12		ES1	
03:13		ES1	
03:14		ES1	
03:15		ES1	

L'episodio di esplorazione torna ad non essere più orientato verso il raggiungimento di un valore particolare. Probabilmente in silenzio gli studenti cercano altre possibili approcci.

A ripete l'obiettivo del compito quindi torna ad un episodio di Lettura

L'episodio di Esplorazione ricomincia da capo.

03:16	A: "9x2, 18"	ES1	
03:17		ES1	
03:18		ES1	
03:19	A: "Ok.....diviso...proviamo?"	A2	A propone di adottare una strada diversa dalla precedente servendosi della divisione. Questa proposta non convince F ma la risposta di A fa capire che decide di continuare a servirsi di un approccio per tentativi.
03:20		A2	
03:21		A2	
03:22		A2	
03:23		A2	
03:24		A2	
03:25	F: "eh, cosa dovrebbe venire fuori?"	A2	
03:26		A2	
03:27	A ride A: "ci provi!"	A2	
03:28	A: "diviso...aperta...6x3...18"	ES1	A scrive a fianco al 72 ancora in schermata “:(6x3” e lascia in sospenso l’espressione.
03:29		ES1	
03:30		ES1	
03:31		ES1	
03:32		ES1	
03:33		ES1	
03:34		ES1	
03:35		ES1	
03:36		ES1	
03:37		ES1	
03:38		ES1	
03:39		ES1	
03:40		ES1	
03:41	F: "diviso 18"	ES1	
03:42		ES1	
03:43	A: "eh, grazie"	ES1	
03:44		ES1	
03:45		ES1	
03:46	A: "no, aspe"	ES1	
03:47		ES1	
03:48		ES1	
03:49	A: "18 meno...allora, noi dobbiamo fare -1... Quindi... 18-1 15....eh, mamma mia (F:"17") ! 18-1, 17...ehehe, sono proprio un mito a far le tabell...eh, ah le operazioni"	ES1	A propone di togliere qualcosa al 18 e digita “-“.
03:50		ES1	
03:51		ES1	
03:52		ES1	
03:53		ES1	
03:54	silenzio	ES1	A non sa come comportarsi davanti all’espressione appena scritta. In questo momento l’episodio di Esplorazione è completamente disorientato; non è chiaro cosa si aspetti di trovare A dividendo il 72.
04:09		ES1	
04:10	A: "6"	ES1	
04:11	silenzio	ES1	
04:16		ES1	
04:17	A: "17 è un numero primo?"	ES1	
04:18		ES1	

04:19		ES1	
04:20		ES1	
04:21	F: "si"	ES1	
04:22	A: "boh"	ES1	
04:23	silenzio	ES1	
04:27		ES1	
04:28	A: "c'abbiamo meno quindi 18....e non abbiamo l'1"	ES1	
04:29		ES1	
04:30	silenzio	ES1	
04:34		ES1	
04:35	A "18"	ES1	
04:36		ES1	
04:37	A: "mmm"	ES1	
04:38		ES1	
04:39	A: "aspetta"	ES1	
04:40		ES1	
04:41	A: "17"	ES1	
04:42	silenzio	ES1	
04:54		ES1	
04:55	A: "allora"	ES1	
04:56	silenzio	ES1	
05:00		ES1	
05:01	A: "6x3, 18"	ES1	
05:02	silenzio	ES1	
05:05		ES1	
05:06	A: "18 e va beh"	ES1	
05:07	silenzio	ES1	
05:12		ES1	
05:13	A: "non lo so"	ES1	
05:14		ES1	
05:15		ES1	
05:16		ES1	
05:17	F: "non avendo il più però si potrebbe usare il x"	A1	F propone di abbandonare la proposta di A per passare all'adozione di un nuovo approccio
05:18		A1	
05:19		A1	
05:20		A1	
05:21		ES1	F comincia un nuovo episodio di Esplorazione sulla base della proposta appena fatta. F prende il mouse e cancella tutto quello scritto da A
05:22		ES1	
05:23		ES1	
05:24		ES1	
05:25	F: "quindi"	ES1	
05:26		ES1	
05:27		ES1	
05:28	A ride "ecco, quindi?"	ES1	
05:29		ES1	

05:30		ES1	
05:31		ES1	
05:32		ES1	
05:33	F: "partendo da 72 protemmoooo"	ES1	
05:34		ES1	
05:35		ES1	
05:36	F: "non lo so"	ES1	
05:37		ES1	
05:38	A: "6x2, 12; 12:6, 2, no"	ES1	
05:39		ES1	
05:40		ES1	L'episodio di Esplorazione iniziato da F non sembra condurre gli studenti molto lontano dalla prima proposta.
05:41		ES1	
05:42		ES1	
05:43		ES1	
05:44		ES1	
05:45		ES1	
05:46	A: "due, aspet...pff"	ES1	
05:47		ES1	
05:48		ES1	
05:49		ES1	
05:50		ES1	
05:51	A ride "semplicino sto coso!"	VG4	
05:52		VG4	A esplicita la sua percezione del compito
05:53		VG4	
05:54		A1	
05:55		A1	
05:56		A1	
05:57	I: "vi devo dare un'aiutino perché tra poco suona"	A1	
05:58		A1	
05:59		A1	
06:00		A1	
06:01	I: "72 cosa gli manca per arrivare a 71?"	A1	A causa della restrizione dovuta dall'imminente suono della campanella, l'Intervistatore interviene cercando di far riflettere gli studenti in merito al 72 trovato in precedenza. In questo modo, gli studenti vengono guidati verso una procedura che gli permetta di sottrarre 1 al valore 72.
06:02		A1	
06:03	F: "uno"	A1	
06:04		A1	
06:05	I: "ma è impossibile; in nessun modo si può trovare 1 lì?"	A1	
06:06		A1	
06:07		A1	
06:08		A1	
06:09		A1	
06:10		A1	
06:11	A: "allora 3x2, 6"	A1	
06:12		A1	
06:13	F: "6..-2+3"	A1	

06:14		A1	
06:15	I: "non c'è il +"	A1	
06:16		A1	
06:17	F: "lo so!"	A1	
06:18	A ride "eh, lo so, lo so"	A1	
06:19		A1	
06:20		A1	
06:21		A1	
06:22	F: "come si ladra qui?"	A1	
06:23		A1	
06:24		A1	
06:25	A: "allora"	A1	
06:26	I: "come troviamo un 1 da	A1	
06:27	togliergli?"	A1	
06:28		A1	
06:29	A: "allora, 3x2, 6"	A1	
06:30		A1	
06:31		A1	
06:32	F: "6-3-2"	A1	
06:33		A1	
06:34	A: "eh"	A1	
06:35		A1	
06:36	A: "appunto"	A1	
06:37		A1	
06:38		A1	
06:39	A: "meno"	A1	
06:40	F: "6-3-2"	A1	
06:41		A1	
06:42		I2	
06:43	A: "no, però apro la parentesi"	I2	
06:44		I2	
06:45	A: "meno...aperta 6- (F:"2") a	I2	
06:46	beh, va beh, si è uguale! "	I2	
06:47		I2	
06:48		I2	
06:49		I2	
06:50		I2	
06:51		I2	
06:52	A scrive a fianco del 72	I2	
06:53	"- (6-3-2)="	I2	
06:54		I2	
06:55		I2	
06:56		I2	
06:57		I2	
06:58		I2	

Con l'aiuto dell'intervistatore, gli studenti individuano un'espressione che gli permette di sottrarre 1 a 72.

06:59		I2	
07:00		I2	
07:01		I2	
07:02		I2	
07:03		I2	
07:04		I2	
07:05		I2	
07:06		I2	
07:07	compare il 72 e gli studenti	S2	
07:08	rimangono in silenzio.	S2	

### 3.1.3 Protocollo\_cbt\_7\_CAL

Compito 2: ottenere 74 con le cifre 6, 2, 4 e le operazioni: :, x, +			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	Lettura del testo ad alta voce	L1	Gli studenti leggono il testo ad alta voce e aprono l'applet
00:30		L1	
00:31	F: "Allora dobbiamo trovare 74"	L5	F si focalizza sul numero obiettivo
00:32		L5	
00:33		L5	
00:34		L5	
00:35	F: "divisibile per 2 si"	A1	Controllano subito se il numero obiettivo è divisibile per i numeri indicati tra i tasti disponibili
00:36		A1	
00:37		A1	
00:38		A1	
00:39	F: "per 4 no"	A1	
00:40		A1	
00:41	silenzio	A1	
00:50		A1	
00:51	A: "Allora il 74 è divisibile per 2 e per quattrooo, no (in coro con A)"	A1	
00:52		A1	
00:53		A1	
00:54		A1	
00:55	A: "no perché se tu fai 40, 40 e 48 e 52 e 56, 56 e 60, no; no, no"	A1	
00:56		A1	
00:57		A1	
00:58		A1	
00:59		A1	
01:00		A1	
01:01		A1	
01:02	A1		
01:03	A1		
01:04	A1		
01:05	A1		

01:06		A1	
01:07	F: "il sei?"	A1	
01:08	A: "neanche il 6"	A1	
01:09	F: "Allora"	ES1	F comincia a moltiplicare 6 e 2
01:10	F: "Quindi se fai 6 per 2, 12"	ES1	
01:11		ES1	
01:12		ES1	
01:13		ES1	
01:14		ES1	
01:15		ES1	
01:16		ES1	
01:17	F: " Un numero si può, cioè tipo il per	L6	F chiede all'intervistatore se è possibile usare i tasti quante volte si vuole
01:18	"	L6	
01:19	I: "potete usarlo quanto volete!"	L6	
01:20		L6	
01:21	F: "ok"	L6	
01:22		ES1	F comincia a moltiplicare i numeri presentati nei tasti funzionanti
01:23	F: "ehm"	ES1	
01:24	F: "6 per 4; 6 per 4, 24"	ES1	
01:25		ES1	
01:26		ES1	
01:27		ES1	
01:28		ES1	
01:29	silenzio	ES1	
01:40		ES1	
01:41	F: "allora, 6 per 4, 24 per 48"	ES1	
01:42		ES1	
01:43		ES1	
01:44		ES1	
01:45		ES1	
01:46	A: "ehm.."	ES1	
01:47		ES1	
01:48	F: "48 più"	ES1	
01:49		ES1	
01:50	A: "ehm"	ES1	
01:51		ES1	
01:52	F: "48 lo scriviamo se no poi ce lo scordiamo"	ES1	Durante l'esplorazione decide di tenere traccia delle procedure che attiva scrivendole sulla calcolatrice
01:53		ES1	
01:54		ES1	
01:55		ES1	
01:56		ES1	
01:57		ES1	
01:58		ES1	
01:59		ES1	
02:00		ES1	

02:01		ES1		
02:02	A digita 6X4x2 sulla calcolatrice	ES1		
02:03		ES1		
02:04		ES1		
02:05		ES1		
02:06		ES1		
02:07		ES1		
02:08		ES1		
02:09		ES1		
02:10		ES1		
02:11		ES1		
02:12		ES1		
02:13		ES1		
02:14		ES1		
02:15		ES1		
02:16	A: "che fa 48"	ES1		
02:17	F: "48, ehm...48"	ES2	individuato il 48, F cerca di capire quale valore occorre addizionargli per ottenere il numero obiettivo	
02:18		ES2		
02:19		ES2		
02:20		ES2		
02:21	A: "48 meno..."	ES2		
02:22	F: "48 meno 74 fa..."	ES2		
02:23		ES2		
02:24		ES2		
02:25		ES2		
02:26		ES2		
02:27		F: "dueee"		ES2
02:28	ES2			
02:29	ES2			
02:30	F: "fa 16"	ES2		
02:31		ES2		
02:32	F: "il 16...giusto?!"	ES2		
02:33		ES2		
02:34	A: "sì, 48+16 si arriva a cinquant...a no è sbagliato"	ES2		
02:35		ES2		
02:36		ES2		
02:37		ES2		
02:38		ES2		
02:39		F: "venti, allora, cinquanta..."	ES2	
02:40	ES2			
02:41	ES2			
02:42	A: "26!"	ES2		
02:43	F: "26"	ES2		
02:44	A: "sì"	ES2		
02:45	F: "ok, allora"	ES2	L'attenzione dei solutori si	

02:46	F: "26, il 26 si fa"	ES2	sposta verso la ricerca di un'espressione che permetta di ottenere il numero 26
02:47		ES2	
02:48		ES2	
02:49		ES2	
02:50		ES2	
02:51		ES2	
02:52	F: "26 si fa facendo"	ES2	
02:53		ES2	
02:54	F: "Ecco! 6 per 4 fa 24"	ES2	
02:55		ES2	
02:56	F: "ah, ecco! Più 24"	ES2	
02:57		ES2	
02:58	F: "più 6 per 4"	ES2	
02:59		ES2	
03:00		ES2	
03:01		ES2	
03:02		ES2	
03:03		ES2	
03:04		ES2	
03:05	A: "sì"	ES2	cancella il 4 e digita x4. Per ora ha $6 \times 4 \times 2 + 6 \times 4$ . A questo punto, l'esplorazione è diventata implementazione perché F sa chiaramente dove vuole andare a parare
03:06	F: "oddio, no!"	ES2	
03:07	F: "non c'è...eccolo"	ES2	
03:08		I2	
03:09		I2	
03:10	F: $6 \times 4$ , 24	I2	
03:11		I2	
03:12		I2	
03:13	A: "più..."	I2	
03:14	silenzio	I2	
03:17		I2	
03:18	F: " $6 \times 4$ , 24, più 2 fa 26"	I2	digita +2
03:19		I2	
03:20		I2	
03:21		I2	
03:22		I2	
03:23		I2	
03:24		I2	
03:25	F: "Allora, proviamo"	VG1	F propone di controllare l'effettivo raggiungimento del numero obiettivo e svolge i calcoli a mente. Il fatto di non avvalersi del supporto della calcolatrice le provoca alcune difficoltà.
03:26		VG1	
03:27	F: " $48 + 26$ "	VG1	
03:28		VG1	
03:29	A: "più 2"	VG1	
03:30		VG1	
03:31	F: "no, aspetta"	VG1	
03:32		VG1	

03:33		VG1
03:34	F: "ho capito!"	VG1
03:35		VG1
03:36		VG1
03:37		VG1
03:38		VG1
03:39		VG1
03:40	F: "questo qua è 48"	VG1
03:41		VG1
03:42	A: "più 26"	VG1
03:43		VG1
03:44	F: "più 24 più 2, però"	VG1
03:45		VG1
03:46		VG1
03:47	A: " quindi 26 più 48"	VG1
03:48		VG1
03:49	A: "48, 68.. 68"	VG1
03:50		VG1
03:51		VG1
03:52	A: "eh, no, 68 viene..."	VG1
03:53		VG1
03:54	F: "si viene!"	VG1
03:55		VG1
03:56		VG1
03:57		VG1
03:58		VG1
03:59		VG1
04:00	A: "eh, 26 + 48 fa più 20 68"	VG1
04:01		VG1
04:02		VG1
04:03		VG1
04:04		VG1
04:05		VG1
04:06		VG1
04:07		VG1
04:08		VG1
04:09		VG1
04:10		VG1
04:11		VG1
04:12		VG1
04:13	A: "68, oddio"	VG1
04:14	ridono	VG1
04:15		VG1
04:16		VG1
04:17	F: "più due"	VG1

04:18	A: "più 4, ah, no, viene, viene!"	VG1	
04:19		VG1	
04:20	F: "perché se tu fai 48 + questo che fa 26; aggiungi il 20 al 48 che fa 68; più il 6 del 26 e fa 74"	VG1	
04:21		VG1	
04:22		VG1	
04:23		VG1	
04:24		VG1	
04:25		VG1	
04:26		VG1	
04:27		VG1	
04:28		VG1	
04:29		VG1	
04:30		VG1	
04:31		VG1	
04:32		VG1	
04:33		VG1	
04:34		VG1	
04:35	VG1		
04:36	F: "ok!"	VG1	
04:37		S2	
04:38	cliccano su uguale sotto il consiglio dello sperimentatore	S2	
04:39		S2	
04:40		S2	
<b>Compito 3: ottenere 31 con le cifre 5, 6, 3 e le operazioni: :, x, -</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	Guardano il foglio	L3	Guardano la schermata dell'applet in silenzio. All'apertura si focalizzano subito sul numero obiettivo.
00:01	A: "allora, allora"	L3	
00:02		L3	
00:03		L3	
00:04		L3	
00:05		L3	
00:06	F: "allora, 31, allora, em, mmm"	L4	
00:07		L4	
00:08		L4	
00:09	F: "31 è divisibile per 3, no; per 5 no e per 6 no"	A1	F cerca di individuare tra i tasti numerici disponibili i divisori del numero obiettivo.
00:10		A1	
00:11		A1	
00:12		A1	
00:13		A1	
00:14		A1	
00:15		A1	
00:16	F: "allora"	ES1	F comincia a moltiplicare a

00:17		ES1	mente i numeri indicati sui tasti funzionanti
00:18		ES1	
00:19	F: "allora 5x6, 6x5 fa 30; però abbiamo il 3 che non funziona"	ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25		F: "6x3, 18"	
00:26		ES1	
00:27	A: "m"	ES1	
00:28	F: "arrivare a 31, è 13"	A1	F cerca di capire la differenza tra il prodotto appena trovato e il numero obiettivo
00:29		A1	
00:30		A1	
00:31		A1	
00:32		A1	
00:33		A1	
00:34		ES2	dopo aver individuato la differenza sta in silenzio, probabilmente cerca di individuare un modo per ottenere il numero 13
00:35		ES2	
00:36	F: "allora, 6"	ES2	
00:37		ES2	
00:38		ES2	
00:39		ES2	
00:40	F: "6, 6, no, allora, 6; 31 è un numero primo innanzi tutto"	A1	F si accorge che 21 è un numero primo
00:41		A1	
00:42		A1	
00:43		A1	
00:44		A1	
00:45		A1	
00:46		A1	
00:47		A1	
00:48	F: "il 31 è un numero primo? Eh, il 31 è un numero primo perché: 6, 30 e 32; il 30 che è in una tabellina e 32 che è in un'altra tabellina e il 31 non è in nessuna"	A1	
00:49		A1	
00:50		A1	
00:51		A1	
00:52		A1	
00:53		A1	
00:54		A1	
00:55		A1	
00:56		A1	
00:57		A1	
00:58		A1	
00:59		A1	

01:00	A: "aspetta un attimo, e se facciamo 35, non so se viene eh"	ES1	A propone di partire con il numero 35. A decide di servirsi di numeri composti da più di una cifra. In particolare, dato che $35 > 31$ vuole individuare un modo per sottrarre a 35 un valore equivalente a 4
01:01		ES1	
01:02		ES1	
01:03		ES1	
01:04		ES1	
01:05	A: "em"	ES1	
01:06	F: "ok, facciamo con questa qui"	ES1	
01:07		ES1	
01:08	A: "35, meno"	ES1	
01:09		ES1	
01:10		ES1	
01:11	F: "ma non viene"	VG1	F sostiene che tale procedura non è applicabile ma non motiva la sua affermazione
01:12		VG1	
01:13		I1	A descrive a F il tipo di apporccio che intende adottare ma si accorge che manca l'addizione tra le operazioni consentite.
01:14		I1	
01:15	A: "perché avevo pensato 35-6, eh"	I1	
01:16		I1	
01:17		I1	
01:18		I1	
01:19		I1	
01:20	F: "ah, ba, oddio"	I1	
01:21		I1	
01:22		I1	
01:23		I1	
01:24	A: "no, il più non c'è"	L4	
01:25	F: "36, si fa 36-5"	I2	F trova una soluzione e A digita immediatamente "36-5=" e compare il 31
01:26		I2	
01:27		I2	
01:28		I2	
01:29		I2	
01:30	A: "perfetto"	S2	

### 3.1.4 Protocollo\_cbt\_8\_CAL

<b>Compito 1: ottenere 58 con le cifre 4, 3, 0 e le operazioni: x, -, +</b>			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	F legge il testo ad alta voce	L1	F legge il testo ad alta voce
00:11		L1	

00:12	F: "noi dobbiamo ottenere 58"	L5	Dopo la lettura, F si concentra sul numero obiettivo
00:13		L5	
00:14	S: "si"	L5	
00:15		L5	
00:16	S: "allora"	ES1	In questo momento di silenzio è possibile che gli studenti stiano provando a combinare numeri e cifre disponibili. Il fatto che S sposti il mouse su uno dei tasti numerici potrebbe confermare questa ipotesi
00:17	S: prende in mano il mouse e posiziona il puntatore sul 4	ES1	
00:18	Silenzio	ES1	
00:23		ES1	
00:24	S: "facciamo...allora, aspetta, cosa facciamo? "	ES1	
00:25		ES1	
00:26		ES1	
00:27	S: "quarantaaatre più....43+4+3 fa 50"	ES1	S comincia subito ad utilizzare numeri composti da due cifre e comincia il processo risolutivo dall'episodio di Esplorazione.
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31		ES1	
00:32		ES1	
00:33		ES1	
00:34		ES1	
00:35		ES1	
00:36	F: "no"	VG1	
00:37	S: "si si fa...però...eh però"	ES1	
00:38		ES1	
00:39		ES1	
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42	ridono	ES1	
00:43		ES1	
00:44		ES1	
00:45	S: "aspetta, allora"	ES1	
00:46		ES1	
00:47		ES1	Il disappunto di F porta i due solutori a cercare un'altra strada e dunque passare ad un transizione tra un approccio esplorativo e l'altro
00:48	S: "43"	ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51	S: "eh"	ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56	F: "se no 43"	ES1	
00:57		ES1	
00:58	S: "43"	ES1	
00:59		ES1	

01:00	S: "se no, aspetta"	ES1	Gli studenti passano a considerare il 34 a cui basterebbe aggiungere un valore pari a 24
01:01		ES1	
01:02	S:"34, praticamente se partiamo da 34"	ES1	
01:03		ES1	
01:04	F:"34"	ES1	
01:05	F:"+24, fai "	ES1	S chiede al compagno come determinare tale valore e subito F gli descrive la procedura che trova d'accordo entrambi
01:06	S: "perché 24, dove lo trovi?"	VG3	
01:07		VG3	
01:08		VG3	
01:09	F: "puoi fare 3x4 e 4x3"	VG3	
01:10		VG3	
01:11		VG3	
01:12		VG3	
01:13	S: "si"	VG3	
01:14	F: "viene 24"	VG3	
01:15		VG3	
01:16	S: "aspetta, 3x4"	VG3	
01:17		VG3	
01:18	F: "e poi 4x3, son due 12"	VG1	Gli studenti controllano l'equivalenza tra l'espressione e il numero obiettivo. In questo caso c'è una transizione nella procedura di valutazione Globale, dalla coerenza di una procedura all'effettiva coerenza della stessa.
01:19		VG1	
01:20		VG1	
01:21		VG1	
01:22		VG1	
01:23		VG1	
01:24		VG1	
01:25		VG1	
01:26		VG1	
01:27		VG1	
01:28		VG1	
01:29		I2	Gli studenti decidono di implementare la procedura e S prende il mouse.
01:30	S: "quindi rifacciamo"	I2	
01:31		I2	
01:32	F: "aspetta, fai eh..."	I2	
01:33		I2	
01:34	F: "fai 34"	I2	F dà le istruzioni e S scrive sulla calcolatrice i vari passaggi. Si sbaglia e cancella tutto.
01:35		I2	
01:36	S: "mm"	I2	
01:37	F: "no, scusa"	I2	
01:38		I2	
01:39	S: "questo"	I2	
01:40		I2	
01:41	F: "no, no, cancella"	I2	
01:42		I2	
01:43		I2	
01:44		I2	

01:45		I2	mouse al tasto "x", F la blocca suggerendole di cliccare su "+"	
01:46	S: "ok"	I2		
01:47	F: "3, 4 poi fai"	I2		
01:48		I2		
01:49	S: "per"	I2		
01:50	F: "più"	I2		
01:51	S: "ah, no"	I2	In conclusione S digita l'espressione "34+3x4+4x3"	
01:52	F: "più 3x4"	I2		
01:53		I2		
01:54	S: "più 12, 12 più.. "	I2		
01:55		I2		
01:56	F: "si, più 4x3"	I2		
01:57		I2		
01:58		I2		
01:59		I2		
02:00		I2		
02:01		I2		
02:02		I2		
02:03	F: "uguale"	I2		S digita =
02:04		S2		
02:05	F: "vai"	S2		
02:06		S2		
02:07		VG1	S conferma l'effettivo raggiungimento del risultato	
02:08	S: "va bene"	VG1		
<b>Compito 2: ottenere 41 con le cifre 9, 5, 2 e le operazioni: x, -, +</b>				
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>	
00:00	F:"41"	L5	Nell'episodio di Lettura gli studenti si focalizzano sul numero obiettivo e su una delle operazioni consentite	
00:01	S: "oh, c'è il +"	L5		
00:02		L5		
00:03		L5		
00:04		L5		
00:05		L5		
00:06	S:"41"	L5		
00:07		I1	Senza passare per l'esplorazione In coro individuano subito l'espressione risolutiva del compito	
00:08		I1		
00:09		I1		
00:10	in coro "25x2-9"	I1		
00:11		I1		
00:12		I1		
00:13		I1	F prende il mouse per scrivere l'espressione sulla calcolatrice	
00:14		I2		
00:15		I2		
00:16		I2		

00:17		I2	
00:18		I2	
00:19		I2	
00:20		I2	
00:21	S: "ottimo"	S2	
<b>Compito 3: ottenere 71 con le cifre 6,3, 2 e le operazioni: :, x, -</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	A ride	L5	Gli studenti guardano il compito concentrandosi prima sul numero obiettivo e poi sulle operazioni consentite. Quasi increduli si accorgono che l'addizione non è consentita
00:01		L5	
00:02		L5	
00:03		L5	
00:04		L5	
00:05		L5	
00:06	S: "ma...71"	L5	
00:07		L5	
00:08	S: "c'abbiamo un diviso, un per un meno"	L5	
00:09		L5	
00:10		L5	
00:11		L5	
00:12		L5	
00:13		L5	
00:14		L5	
00:15		L5	
00:16		L5	
00:17	F: "ma non c'è un più a sto giro"	L5	
00:18		L5	
00:19		L5	
00:20		L5	
00:21		L5	
00:22	S: "aspetta eh"	L5	
00:23		L5	
00:24		L5	
00:25		L5	
00:26	S: "no, non c'è"	L5	
00:27		ES1	In questi secondi di silenzio è possibile che gli studenti stiano valutando il tipo di approccio da scegliere. Questo può essere confermato dal commento successivo di F in cui esplicita la sua difficoltà nell'affrontare il compito
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31		ES1	
00:32		ES1	
00:33		ES1	
00:34		ES1	
00:35		ES1	

00:36		ES1		
00:37		ES1		
00:38		ES1		
00:39		ES1		
00:40		ES1		
00:41		ES1		
00:42		ES1		
00:43		ES1		
00:44	F: "mmm, questa volta è difficile"	VG4		
00:45		VG4		
00:46		ES1		In questo caso gli studenti stanno molto in silenzio. Mentre F cerca di esplicitare qualche tentativo, S sostiene di essere vicino alla soluzione anche se non esplicita alcun tipo di procedura o approccio che sta adottando
00:47		ES1		
00:48		ES1		
00:49		ES1		
00:50		ES1		
00:51	S: "aspetta"	ES1		
00:52		ES1		
00:53		ES1		
00:54		ES1		
00:55		ES1		
00:56	S:"aspettam eh, forse ci sono arrivato"	ES1		
00:57		ES1		
00:58		ES1		
00:59		ES1		
01:00		ES1		
01:01		ES1		
01:02		ES1		
01:03		ES1		
01:04		ES1		
01:05		ES1		
01:06		ES1		
01:07	S: "forse ci sono arrivato"	ES1		
01:08		ES1		
01:09	F: "allora, 3"	ES1		
01:10	S: "aspetta un attimo"	ES1		
01:11		ES1		
01:12	F: "aspetta, aspetta"	ES1		
01:13		ES1		
01:14	S: "ok, ho capito"	I1	S propone l'approccio che a suo avviso, può permettere agli studenti di raggiungere il numero obiettivo. Ciò significa che in questo momento S sta descrivendo alla compagna il piano d'azione da adottare	
01:15		I1		
01:16		I1		
01:17	S: "fai, emmm, io ho fatto, ho detto così: $6 \times 3 = 18$ , più $3 \times 3$ che veniva 27 e poi lo moltiplicavo per 3"	I1		
01:18		I1		
01:19		I1		
01:20		I1		

01:21		I1	
01:22		I1	
01:23		I1	
01:24		I1	
01:25		I1	
01:26		I1	
01:27		I1	
01:28		I1	
01:29		I1	
01:30		I1	
01:31		I1	
01:32		I1	
01:33		I1	
01:34		I1	
01:35		I1	
01:36	F: "bastardo"	I1	
01:37		I1	
01:38	F: "eh, io sono... avevo fatto 36,	I1	Allo stesso modo, anche F aveva trovato una possibile strada risolutiva. Anche lei la descrive al compagno indicando con il mouse i tasti che usa
01:39	6x6, 36, 36x2=72-3, 69+2, 71"	I1	
01:40		I1	
01:41		I1	
01:42		I1	
01:43		I1	
01:44		I1	
01:45		I1	
01:46		I1	
01:47		I1	
01:48		I1	
01:49		I1	
01:50	S: "bene così"	VG1	Gli studenti condividono le procedure risolutive
01:51	F: "ok"	VG1	
01:52	F: "6, 6, cos'era? Per 2?"	I2	Gli studenti scelgono di adottare la procedura proposta da F. S comincia a scrivere mentre F ripete ad alta voce quello che digita S
01:53		I2	
01:54		I2	
01:55		I2	
01:56		I2	
01:57		I2	
01:58		I2	
01:59		I2	
02:00	S: "si per 2, 36 x2 eh... 72"	I2	
02:01		I2	
02:02		I2	
02:03		I2	
02:04	F: "meno"	I2	
02:05	S: "meno 3...eh, non c'è il 2!"	L5	Gli studenti si accorgono che l'addizione non è consentita
02:06		L5	

02:07	F: "si che c'è il due!"	L5	S cancella tutto. Gli studenti decidono di implementare la proposta di S	
02:08	S: "c'è il più due!"	L5		
02:09	F: "eh, si infatti, fai come ti avevo detto io!"	I2		
02:10		I2		
02:11		I2		
02:12		I2		
02:13	F: "eh, com'è che ti avevo detto io?"	I2		
02:14		I2		
02:15		I2		
02:16		I2		
02:17	S:"6x3, 18"	I2		
02:18		I2		
02:19	A:" ah, si, 6x3, 18"	I2		
02:20		I2		
02:21	S: "poi dopo dovevamo arrivare a 23"	I2		
02:22		I2		
02:23		I2		
02:24		I2		
02:25	F: "ah, cacchio non c'è il più!"	L5		si accorgono di nuovo che l'addizione non è consentita
02:26		L5		
02:27	S: "no mi sa che non può neanche la mia "	VG1	In una Valutazione Globale delle procedure, S conclude che nemmeno la sua strada può essere svolta	
02:28		VG1		
02:29		VG1		
02:30		VG1		
02:31		VG1		
02:32		VG1		
02:33		ES1	Gli studenti tornano all'episodio di esplorazione. S propone di moltiplicare 36 per 3	
02:34		ES1		
02:35		ES1		
02:36		ES1		
02:37		ES1		
02:38		ES1		
02:39		ES1		
02:40		ES1		
02:41		ES1		
02:42		ES1		
02:43		ES1		
02:44		ES1		
02:45		ES1		
02:46		ES1		
02:47		ES1		
02:48	S: "se no, eh, 36.....36x3?"	ES1		
02:49		ES1		
02:50		ES1		
02:51		ES1		

02:52		ES1	
02:53	F: "mi sa 90 e passa"	ES1	
02:54		ES1	
02:55		ES1	
02:56		ES1	
02:57	S: "mi sa 108"	ES1	
02:58	F: "si, 108"	ES1	
02:59	S:"108, per arrivare a 71?"	A1	S propone di controllare il valore da sottrarre a 108 per ottenere 72.
03:00		A1	
03:01		A1	
03:02		A1	
03:03	F: "emmm"	A1	
03:04		A1	
03:05		A1	
03:06	F: "37?"	A1	
03:07	S: "si"	A1	
03:08		ES1	
03:09		ES1	
03:10		ES1	
03:11		ES1	
03:12		ES1	
03:13		ES1	
03:14		ES1	
03:15	F: "però c'abbiamo anche il diviso"	L5	F sottolinea la presenza anche della divisione tra le operazioni consentite
03:16		L5	
03:17	S: "si"	L5	
03:18		L5	
03:19	S: "tipo che cosa potremmo arrivare? 142, fai diviso 2""	A1	Utilizzando la divisione, S propone di individuare il doppio di 72 per poi dividerlo a metà
03:20		A1	
03:21		A1	
03:22		A1	
03:23	F: "eh, appunto"	A1	
03:24		ES1	Ricominciano ad esplorare lo spazio del compito partendo da 108. arrivati a 144, l'esplorazione si fa più orientata verso il 142 e in questo modo trovano la soluzione al compito
03:25		ES1	
03:26		ES1	
03:27		ES1	
03:28	F: "allora, 36x3 abbiamo detto che fa 108... più 36... centooooquarantotto, no 144"	ES1	
03:29		ES1	
03:30		ES1	
03:31		ES1	
03:32		ES1	
03:33		ES1	
03:34		ES1	
03:35		ES1	
03:36		ES1	

03:37		ES1	
03:38		ES1	
03:39	S: "144-2"	ES2	
03:40		ES2	
03:41		ES2	
03:42	F: "142"	ES2	
03:43	S: "si e dopo diviso 2"	ES2	
03:44		ES2	
03:45	F: "fai cancella"	I2	B prende in mano il mouse e cancella tutto quello che era rimasto scritto in precedenza
03:46		I2	
03:47		I2	
03:48		I2	
03:49	F: "36x3"	I2	F comincia a digitare "36x"
03:50		I2	
03:51	S: "per 3, si, fa 144"	I2	
03:52		I2	
03:53		I2	
03:54		I2	
03:55		I2	
03:56	F: "no, qui devi far per, no aspetta"	I2	
03:57		I2	
03:58		I2	
03:59	F: "per 4"	I2	
04:00		I2	
04:01		I2	
04:02	S: "36x2 fa 72 più...108"	I2	
04:03		I2	
04:04		I2	
04:05		I2	
04:06	F: "si, per quattro"	I2	
04:07		I2	
04:08		I2	
04:09		I2	
04:10		I2	
04:11		I2	
04:12	S: "non c'è il 4"	I2	F cerca con il mouse il 4 ma risolvono subito individuando l'equivalenza tra "x4" e "x2x2"
04:13	F: "ah, cacchio!"	I2	
04:14		I2	
04:15	F: "fai 2x2! Quattro"	I2	
04:16		I2	
04:17		I2	
04:18		I2	
04:19		I2	
04:20		I2	
04:21		I2	

04:22	S: "facciam per due e poi per due di nuovo"	I2	F continua a scrivere l'espressione digitando i tasti "36x2x2=" e compare 144	
04:23		I2		
04:24		I2		
04:25		I2		
04:26		I2		
04:27		I2		
04:28	F: "si"	I2		
04:29		I2		
04:30		I2		
04:31		I2		
04:32	S: "fa 144 meno 2"	I2		
04:33		I2		
04:34	F: "no, però, mi sa che..."	I2		
04:35		I2		
04:36	S: "meno 2, diviso 2"	I2		
04:37		I2		
04:38	F: "meno due, si!"	I2		
04:39		I2		
04:40	S: "36x2, 82, per 2, 144, meno 2, 142"	I2		F finisce di scrivere l'espressione che risulta "144-2=" e compare 142 poi digita ":2=" e compare 71
04:41		I2		
04:42		I2		
04:43		I2		
04:44		I2		
04:45		I2		
04:46		I2		
04:47		I2		
04:48		I2		
04:49	F: "poi diviso 2"	I2		
04:50		I2		
04:51		I2		
04:52		I2		
04:53		I2		
04:54	F: "fai uguale"	I2		
04:55	S: "ok, fatto!"	S2		

### 3.1.5 Protocollo\_cbt\_9\_CAL

Compito 1: ottenere 78 con le cifre 4, 2, 0 e le operazioni: x, :, -			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	C legge il testo del compito ad alta voce	L1	
00:09		L1	
00:10	C: "4, 2, 0"	L5	C si concentra sui tasti funzionanti

00:11	silenzio	L3	dopo aver letto il testo e aver messo in evidenza i valori numerici dei tasti funzionanti, le studentesse rimangono in silenzio davanti al testo
00:29		L3	
00:30	C: "allora"	ES1	L propone di moltiplicare i due valori numerici diversi da zero mentre C sta in silenzio
00:31		ES1	
00:32	L: "4 2 per"	ES1	
00:33		ES1	
00:34		ES1	
00:35		ES1	
00:36		ES1	
00:37		ES1	
00:38		ES1	
00:39		ES1	
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43		ES1	
00:44		ES1	
00:45	C: "emm"	ES1	
00:46		ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57		ES1	dopo qualche secondo L propone di utilizzare il numero 20. Senza fare particolari commenti, L decide di avvalersi di un numero a due cifre. C, che tiene il mouse, digita "20 x"
00:58		ES1	
00:59	L: "20x2"	ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	C propone di andare oltre la proposta di L e moltiplicare il 20 per 4. Accanto a "20x", digita "4"
01:02		ES1	
01:03	C: "no, 20x2 fa 40"	ES1	
01:04		ES1	
01:05	L: "20x4"	ES1	
01:06		ES1	
01:07		ES1	

01:08	C: "e ci va anche meno, facciamo -2"	ES2	A questo punto C deve aver calcolato la differenza tra il valore appena individuato (80) e il numero obiettivo (78). Si accorge che la sottrazione è disponibile e il 2 è proprio uno dei numeri indicati dai tasti funzionanti.
01:09		I2	C digita "-2=". L'espressione risolutiva finale è "20x4-2". Dopo aver cliccato sul tasto "=", compare il numero 78. C alza il pollice mentre L esclama "fatto!"
01:10		I2	
01:11		I2	
01:12		I2	
01:13		I2	
01:14		I2	
01:15		S2	
01:16	L: "fatto"	S2	

**Compito 2: ottenere 51 con le cifre 8, 6, 3 e le operazioni: x, :, +**

Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00		L3	Dopo aver osservato velocemente il foglio del compito, C si sofferma sul numero obiettivo
00:01		L3	
00:02	C: "51"	L5	
00:03	L: "6x3, 18"	ES1	L propone di cominciare da 6x3. Non è chiaro cosa intenda C con "dovrebbe essere il 5"; probabilmente vorrebbe trovare il modo di ottenere un numero compreso tra 50 e 59. Nel dire quella frase, C sposta il mouse vicino al 6, poi lo muove nuovamente intorno per riportarlo di nuovo sul 6.
00:04		ES1	
00:05	C: "eh?"	ES1	
00:06	L: "6x3"	ES1	
00:07		ES1	
00:08	C: "che fa ventu...uno; no, ci dovrebbe essere il 5, aspetta"	ES1	
00:09		ES1	
00:10		ES1	
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14	C: "eh, allora"	ES1	In questi secondi di silenzio, C muove il mouse dal 6 al 3; poi passa dal 3 all'8 e infine torna sul 3. Dopo essersi fermata sul 3, C muove il mouse dal 8 all'6 e si ferma sul 6. Alla fine sceglie di digitare il tasto "3". Sfortunatamente C sta in silenzio per tutto il tempo ma è possibile che i movimenti che fa con il mouse indichino che la studentessa sta svolgendo qualche calcolo a mente.
00:15	silenzio	ES1	
00:16		ES1	
00:17		ES1	
00:18		ES1	
00:19		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25		ES1	

00:26		ES1	Alla fine C decide di inserire nella calcolatrice il numero "38"
00:37	C: "aspetta"	ES1	
00:38		ES1	
00:39		ES1	
00:40	C: "beh, 38"	ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43		ES1	
00:44	L: "fai, 8; 8x6+3"	I1	L parla dopo diversi secondi di silenzio e propone l'espressione risolutiva del compito
00:45		I1	
00:46		ES2	C ignora quello che dice L o per lo meno riceve solo il messaggio di aggiungere "3". Digita "+3=" e compare 41
00:47		ES2	
00:48	C: "infatti esatto, facciam così che c'abbiamo già 41"	ES2	
00:49		ES2	
00:50		ES2	
00:51		ES2	
00:52	C: "dobbiamo aggiunger 10"	A1	A questo punto C analizza il numero appena trovato per individuarne la differenza con il numero obiettivo. Propone di utilizzare la divisione probabilmente per ottenere il numero 10
00:53		A1	
00:54		A1	
00:55		A1	
00:56	C: "dobbiamo fare diviso"	A1	
00:57		ES2	L'esplorazione ricomincia dalla ricerca di come ottenere il numero 10. C muove il mouse tra il 6 e il 3
00:58		ES2	
00:59		ES2	
01:00		ES2	
01:01	L: "eh, viene se fai 8x6+3"	I1	L insiste con la sua proposta
01:02		I1	
01:03		I2	Questa volta C lo ascolta e decide di cancellare tutto quello che ha inserito nella calcolatrice fino ad ora.
01:04		I2	
01:05		I2	
01:06		I2	C scrive "8x6=" e compare 48 poi digita "+3=" e compare 51. Il compito è concluso
01:07		I2	
01:08		I2	
01:09		I2	
01:10		I2	
01:11		I2	
01:12	C: "venuto"	S2	

### 3.2 Protocolli del compito in formato cartaceo

In questo paragrafo, mostriamo i protocolli degli studenti che hanno affrontato il compito della calcolatrice rotta in formato cartaceo; in particolare, nei paragrafi da 3.2.1 a

3.2.4 presentiamo le sbobinate complete dei protocolli affiancati da commenti specifici in relazione ai nostri strumenti di analisi.

### 3.2.1 Protocollo\_ppt\_5\_CAL

<b>Compito 1: ottenere 58 con le cifre 4, 3, 0 e le operazioni: x, -, +</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	Leggono il testo in silenzio	L3	
00:14		L3	
00:15	G: "l'obiettivo è 58"	L5	G focalizza l'attenzione sul numero obiettivo
00:16		L5	
00:17	R: "allora, abbiamo solo questi due numeri"	L5	R indica con la penna il tasto relativo al 4 e al 3. Inizialmente, né G né R danno peso al tasto 0.
00:18		L5	
00:19		L5	
00:20		L5	
00:21	G: "si"	L5	
00:22	R: "no, questi 3, le parentesi, per, meno, più"	L4	Dopo una frazione di secondo, però, R si accorge di avere 3 tasti numerici a disposizione e li elenca indicandoli 4,3,0 aggiungendo anche le parentesi e le operazioni
00:23		L4	
00:24		L4	
00:25	R: "emm... proviamo a dividere 58; quindi..."	A2	R propone di individuare i divisori di "58" probabilmente ritrovando un'analogia tra questo compito e altri che prevedono l'attivazione di questa procedura. G lo segue proponendogli di farlo sul foglio. R prende il foglio e la penna
00:26		A2	
00:27		A2	
00:28		A2	
00:29		A2	
00:30		A2	
00:31	G: "quindi fai la scomposizione in fattori primi"	A2	
00:32		A2	
00:33		A2	
00:34		A2	
00:35		A2	
00:36	G: "la facciamo sul foglio"	A2	
00:37		A2	
00:38	R: "scrivo io o scrivi tu?"	A2	
00:39		A2	
00:40	G: "no, scrivi tu"	A2	R prende in mano la penna. R scrive 58 sul foglio e disegna la classica barra della scomposizione a fianco.
00:41		A2	
00:42	R: "58 quindi è: 58"	A2	
00:43		A2	
00:44		A2	
00:45		A2	
00:46		A2	
00:47		A2	
00:48		A2	R comincia a svolgere l'algoritmo per scomporre un numero in fattori primi.
00:49	G: "2"	A2	

00:50	R: "diviso 2, che è...14, che è "	A2	Individua il 2 come divisore e poi cerca altri divisori analizzando il numero 29
00:51		A2	
00:52	G: "fa 28"	A2	
00:53		A2	
00:54	G: "fa vent...."	A2	
00:55	silenzio	A2	
00:56		A2	
00:57		A2	
00:58		A2	
00:59	R: "venti...nove"	A2	
01:00		A2	
01:01		A2	
01:02		A2	
01:03	G: "si"	A2	
01:04	silenzio	A2	
01:05		A2	
01:06		A2	
01:07		A2	
01:08	R: "29 è divisibile per..."	A2	
01:09		A2	
01:10		A2	
01:11		A2	
01:12		A2	
01:13	G: "29 allora per..."	A2	
01:14		A2	
01:15	R: "per 2 no, per 3..."	A2	
01:16		A2	
01:17	G: "nemmeno"	A2	
01:18	silenzio	A2	
01:19		A2	
01:20	G: "per..."	A2	
01:21	silenzio	A2	
01:22		A2	
01:23		A2	
01:24		A2	
01:25		A2	
01:26	G: "per 4?"	A2	
01:27		A2	
01:28		A2	
01:29	G: "no"	A2	
01:30		A2	
01:31	G: "no, per 4, no"	A2	
01:32	silenzio	A2	
01:33		A2	
01:34		A2	
01:35		A2	
01:36		A2	

01:37	R: "è un numero..(bisbiglia)	A1	R propone l'ipotesi che 29 sia un numero primo. G gli chiede conferma e R sostiene la sua ipotesi ricordando che il primo successivo a 23 è proprio 29
01:38	primo"	A1	
01:39	G: "è un numero primo?"	A1	
01:40	Sicura?"	A1	
01:41	R: "si"	A1	
01:42		A1	
01:43		A1	
01:44	G: "sicura??"	A1	
01:45		A1	
01:46	R: "si"	A1	
01:47	R: "si è vero perché c'è il 23	A1	
01:48	poi il 29"	A1	
01:49		A1	
01:50		A1	
01:51		A1	R mette il foglio da parte per mettersi davanti il foglio della consegna
01:52		A1	
01:53	R: "adesso il 29 come lo facciamo?"	A1	
01:54	silenzio	ES3	Probabilmente R guarda il foglio per valutare come ottenere il numero 29 con i tasti a disposizione
01:55		ES3	
01:56		ES3	
01:57		ES3	
01:58	R: "con questi due?"	L5	R torna all'episodio di lettura elencando i tasti numerici disponibili. Ancora una volta, si focalizza su 4 e 3 e solo dopo indica con la penna il 4, il 3 e lo 0
01:59		L5	
02:00	R: "con questi 3"	L5	
02:01		L5	
02:02		L5	
02:03	R: "intanto proviamo a fare un'espressione perché abbiamo anche le parentesi	A3	R propone di svolgere un'espressione indicando con la penna le due parentesi sul foglio. Il fatto di osservare delle parentesi potrebbe far pensare ad R che debbano essere necessariamente usate.
02:04		A3	
02:05		A3	
02:06		A3	
02:07		A3	
02:08	G: "un espressione"	A3	
02:09	R: "cioè abbiamo le parentesi possiamo utilizzare le parentesi	A3	
02:10		A3	
02:11		A3	
02:12	silenzio	A3	
02:13		A3	
02:14		A3	
02:15		A3	
02:16	R: "mm, tipo... prova a darmi un'idea"	ES1	R avvicina il foglio della consegna ad G
02:17		ES1	
02:18		ES1	
02:19	silenzio	ES1	R e G probabilmente stanno pensando in silenzio a possibili combinazioni di numeri
02:25		ES1	
02:26	R: "allora"	ES1	

02:27		ES1	
02:28	G: "aspetta"	ES1	
02:29		ES1	
02:30		ES1	
02:31	G: "e..."	ES1	
02:32		ES1	
02:33	R: "allora, la metà di 29...abbiam detto...è tred...no, non 13"	A1	R torna al problema di ottenere 29 con i tasti a disposizione quindi in questo caso torna alla procedura legata alla ricerca dei divisori che forse riconosce come familiare.
02:34		A1	
02:35		A1	
02:36		A1	
02:37		A1	
02:38		A1	
02:39		A1	
02:40	R: "è..."	A1	
02:41		A1	
02:42		A1	
02:43	R: "ci sta una volta...il 2 nel 9 ci sta 4 volte con il resto di 1...aggiungo uno 0...ci st...e..."	A1	
02:44		A1	
02:45		A1	
02:46		A1	
02:47		A1	
02:48		A1	
02:49		A1	
02:50		A1	
02:51		A1	
02:52		A1	
02:53		A1	
02:54		A1	B prende in mano la penna per fare 29:2
02:55		A1	
02:56	R: "la diviso due, diciamo"	A1	
02:57		A1	
02:58	G: "diviso 2 così è ... 14,5"	A1	B finisce la divisione sul foglio
02:59		A1	
03:00		A1	
03:01		A1	
03:02		A1	
03:03		A1	
03:04		A1	
03:05		A1	
03:06	silenzio	A1	
03:07		A1	
03:08		A1	
03:09	R: "ci compliciamo la vita"	VG4	R si rende conto che l'approccio basato sulla ricerca dei divisori non li porta nella direzione del numero obiettivo. In questo caso, attua una Valutazione
03:10		VG4	
03:11	sorridono entrambe	VG4	
03:12		VG4	

03:13		VG4	Globale per cui elabora un giudizio in riferimento all'approccio	
03:14	G: "eeee, quindi"	ES1		
03:15		ES1		
03:16	silenzio	ES1	Probabilmente R sta cercando di attivare altri approcci	
03:23		ES1		
03:24	R: "quindi"	ES1		
03:25		ES1		
03:26		ES1		
03:27		ES1		
03:28	R: "4x3"	ES1		R con la penna indica i tasti a seconda delle cifre che moltiplica a mente quindi rispettivamente 4 e 3 poi 3 poi di nuovo 3
03:29		ES1		
03:30	G: "12"	ES1		
03:31		ES1		
03:32	R: "12"	ES1		
03:33	R: 12x3"	ES1		
03:34		ES1		
03:35		ES1		
03:36	G: "trenta...due"	ES1		
03:37		ES1		
03:38		ES1		
03:39		ES1		
03:40	G: "32"	ES1		
03:41		ES1		
03:42	R: "per...3"	ES1		
03:43		ES1		
03:44		ES1		
03:45	silenzio	ES1	In una valutazione locale della procedura, si accorge che la strada di moltiplicare 32x3 lo porterebbe troppo lontano dal numero obiettivo e quindi sceglie di abbandonare.	
03:46		ES1		
03:47		ES1		
03:48	R: "no, 32x3 non fa di sicuro	VG2		
03:49	58"	VG2		
03:50	R: "è che è il doppio"	VG2		
03:51		VG2		
03:52	R: "il doppio di 32 è	VG2		
03:53	sessanta...quattro"	VG2		
03:54		VG2		
03:55		VG2		
03:56		VG2		
03:57	silenzio	ES1		R cerca un altro approccio
03:58		ES1		
03:59		ES1		
04:00	R: "quindi.....allora"	ES1		
04:01		ES1		
04:02		ES1		
04:03		ES1		
04:04	silenzio	ES1		

04:05		ES1	
04:06		ES1	
04:07		ES1	
04:15	silenzio	ES1	Il fatto che nei secondi di silenzio B tocchi con la penna le cifre 3 e 4, ci suggerisce che stia in effetti svolgendo qualche calcolo e quindi esplorando lo spazio del compito
04:16		ES1	
04:17		ES1	
04:18		ES1	
04:19		ES1	
04:20		ES1	
04:21		ES1	
04:22		ES1	
04:23		ES1	
04:24		ES1	
04:25		ES1	
04:26	R: "4x3...hai detto che fa..."	ES1	B mette la penna sulla cifra 4 e prova ad esplicitare un approccio
04:27		ES1	
04:28		ES1	
04:29		ES1	
04:30		ES1	
04:31	G: "12"	ES1	R chiede a G il risultato di una moltiplicazione. Grazie all'attivazione della Valutazione Locale, gli studenti si accorgono che il prodotto proposto da G è errato
04:32		ES1	
04:33	R: "12"	ES1	
04:34	R: "12x4?"	ES1	
04:35		ES1	
04:36	G: "24"	ES1	
04:37		ES1	
04:38	R: "no"	ES1	
04:39	G: "no"	ES1	
04:40		ES1	
04:41	R: "12x4..allora 12x2, 24; 24 e 24...48....ci mancano 10 (quest'ultima la dice bisbigliando)"	ES1	Combinando i numeri, arrivano al numero 48. R sostiene di aver trovato una soluzione indicando con la penna il simbolo il tasto +
04:42		ES1	
04:43		ES1	
04:44		ES1	
04:45		ES1	
04:46		ES1	
04:47		ES1	
04:48		ES1	
04:49		ES1	
04:50		G: "48+10"	
04:51		ES1	
04:52	sorriscono	ES1	
04:53		ES1	
04:54	R: "più.... Ce l'ho!"	ES1	
04:55		ES1	
04:56		ES1	
04:57		ES1	
04:58	R: "allora... facciamo... allora... 4x3, 12 per 4... (G:	I1	Mentre spiega, R indica con la penna indica ogni bottone a seconda della cifra
04:59		I1	

05:00	"48") si, che fa 48...più	I1	o dell'operazione a cui si riferisce proprio come se stesse usando una calcolatrice
05:01	aperta parentesi 4+3+3 che fa 10"	I1	
05:02		I1	
05:03		I1	
05:04		I1	
05:23		I1	
05:24		I1	
05:25	G: "che fa 58"	I1	
05:26		I1	
05:27	R: "quindi.."	I2	R crede di aver trovato la soluzione e G lo invita a scriverlo in modo da non dimenticarlo. R prende un foglio bianco
05:28	G: "scrivilo che se no ci scordiamo"	I2	
05:29		I2	
05:37		I2	
05:38		I2	
05:10		I2	
05:11		I2	
05:12	I2		
05:13	I2		
05:14	G: "allora qua"	I2	G indica il foglio del compito
05:15		I2	R prende in mano la penna e scrive sul foglio del compito
05:16	R: "facciam così... quindi, abbiam detto 4x3 e poi lo moltiplichiamo per 4, giusto?"	I2	B scrive l'espressione (3x4)x4+4+3+3 G segue ogni suo passaggio
05:17		I2	
05:38		I2	
05:39	Quindi che (G: "fa 48") fa 48 (G: "+4+3) 4+3....+3! (G: "si") "	I2	
05:11	R: "e tra parentesi questo perché facciam prima 4+3+3"	I2	Alla fine, aggiunge le parentesi in 4+3+3
05:12		I2	
05:13		I2	
05:14		I2	
05:15		I2	
05:16		I2	
05:17	G: "no"	I2	G non è d'accordo sulle parentesi ma R è convinto della correttezza
05:18	R: "no perché (indica le parentesi che aveva messo nel 4x3)...va bene così	I2	
05:19		I2	
05:20		I2	
05:21	G: "m"	I2	Alla fine si convince anche G
05:22	R: "andiamo!"	S2	R fa un'esclamazione di gioia
05:23		S2	
<b>Compito 2: ottenere 41 con le cifre 9, 5, 2 e le operazioni: x, -, +</b>			
<b>tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	Silenzio	L5	B sposta il foglio verso A
00:04		L5	
00:05	A: "allora...stessa cosa"	A4	A individua un'analogia tra questo

00:06		A4	compito e il precedente. In questa prospettiva è possibile che stia valutando di considerare le risorse utilizzate e le procedure attivate in precedenza anche in questa situazione.
00:07		A4	
00:08		A4	
00:09	B: "Allora, 41"	L5	
00:10		L5	
00:11		L5	
00:12	B: "ci ragioni soprattutto tu perché ho ragionato soprattutto io qua quindi adesso ragioni anche tu"	L6	B, indicando il primo task, invita la compagna a fare da leader nel risolvere questo compito attribuendosi tutti i meriti della risoluzione del precedente
00:13		L6	
00:14		L6	
00:15		L6	
00:16		L6	
00:17	B: "potevamo usare anche lo zero...però...va bè"	L5	B si accorge della presenza dello zero. In questo caso non fa altro che esplicitarlo, per questo si limita ad un episodio di Lettura.
00:18		L5	
00:19		L5	
00:20		L5	
00:21		L5	
00:22		L5	
00:23		L5	
00:24	A: "allora"	ES1	A comincia l'esplorazione in silenzio, probabilmente cerca di individuare delle operazioni attraverso i tasti disponibili per determinare un'approssimazione del numero obiettivo.
00:25	silenzio	ES1	
00:26		ES1	
00:37		ES1	
00:38	B: "9x5 che è 45"	ES1	In questo caso B comincia moltiplicando tra loro i numeri indicati nei tasti numerici. Esclude il 45 probabilmente perché non accetta un'approssimazione per difetto del numero obiettivo.
00:39		ES1	
00:46	silenzio	ES1	
00:45	B: "9x2 (A: "18") 18"	ES1	
00:46		ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	A propone di svolgere 18x5; si tratta di un prodotto difficilmente individuabile a mente. Per questo motivo, le studentesse decidono di svolgere il calcolo su carta attraverso l'usale algoritmo moltiplicativo in colonna. B prende la penna e scrive in colonna 18x5 e ottiene 90.
00:49	A: "18x5"	ES1	
00:50		ES1	
00:51	B bisbiglia "18x5"	ES1	
00:52		ES1	
00:53	A: "aspetta"	ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57	B: "la faccio in colonna anche se la farei a...una cosa inutile"	ES1	
00:58		ES1	
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	
01:02	B: "ehm"	ES1	

01:03		ES1	
01:04	A: "40"	ES1	
01:05	B: "40, scrivo 0 e riporto di 4;	ES1	
01:06	41"	ES1	
01:07	A: "9, 90"	ES1	
01:08		ES1	
01:09	B: "mm"	ES1	A non è d'accordo con questo risultato; il disaccordo di A spinge le studentesse ad attivare una valutazione locale della procedura
01:10	A: "no"	ES1	
01:11		ES1	
01:12	A: "5x41"	ES1	Dopo una breve discussione, A è concorde con il risultato. Nonostante ciò, B decide comunque di scartarlo probabilmente perché troppo lontano dal numero obiettivo.
01:13		ES1	
01:14	B: "no: 5x1+4"	ES1	
01:15		ES1	
01:16	A: "hai ragione"	ES1	
01:17		ES1	
01:18	B: "9"	ES1	
01:19		ES1	
01:20		ES1	
01:21	B: "e quindi è 90... e quindi	VG1	
01:22	non va bene"	VG1	
01:23		ES1	Abbandonato il 90, B propone di moltiplicare il 18 per 2. Svolgono il calcolo attraverso l'algoritmo scritto e individuano il numero 36
01:24		ES1	
01:25	B: "eh"	ES1	
01:26		ES1	
01:27		ES1	
01:28	B: "18 per diec,	ES1	
01:29	6x18....18x2"	ES1	
01:30		ES1	
01:31		ES1	
01:32		ES1	
01:33		ES1	
01:34		ES1	
01:35		ES1	
01:36		ES1	
01:37		ES1	
01:38	A: " 16 porto uno e fa	ES1	
01:39	trentaasei"	ES1	
01:40		ES1	
01:41		ES1	
01:42		ES1	
01:43		ES1	
01:44	B: "36 ci manca	ES2	A questo punto, l'episodio di esplorazione si sposta verso la ricerca del numero che sommato a 36 dia come risultato 41.
01:45	solamente...e...quanto	ES2	
01:46	manca?	ES2	
01:47		ES2	

01:48		ES2	
01:49	A: "7"	ES2	
01:50		ES2	
01:51	B: "no, macchè 7"	ES2	
01:52		ES2	
01:53		ES2	
01:54		ES2	
01:55	B: "5"	ES2	
01:56		ES2	
01:57		ES2	
01:58	B: "per arrivare a 10...quindi, abbiamo detto"	ES2	
01:59		ES2	
02:00		ES2	
02:01		ES2	
02:02		I2	B prende davanti il foglio del compito e comincia a scrivere l'espressione risolutiva individuata: $9 \times 2 \times 2 + 5$ . In questo modo individuano al soluzione del compito.
02:03	B: "9x2 quindi è 9x2 che è 18...poi..18x2 (A: "che fa 36") 36 emm +5"	I2	
02:04		I2	
02:05		I2	
02:17		I2	
02:19		I2	
02:20	A: "eg"	I2	

### 3.2.2 Protocollo\_ppt\_6\_CAL

Compito 1: ottenere 58 con le cifre 4, 3, 0 e le operazioni: x, -, +			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	A e B leggono ad alta voce il testo intervallandosi	L1	L'episodio di Lettura si caratterizza per una lettura ad alta voce in cui gli studenti si intervallano da un periodo all'altro
00:01			
00:03			
00:12			
00:13	N: "dobbiamo trovare quel numero"	L4	Successivamente alla lettura, gli studenti si concentrano sulle informazioni disponibili:
00:14			
00:15	L: "si, usando questi qua"	L4	N: indica il numero a fianco di obiettivo e L: i tasti della calcolatrice disponibili
00:16			
00:17	silenzio che succede alla lettura	L3	
00:20			
00:21		ES1	Nel silenzio, N tocca i tasti 4 e 3 e x come se dovesse usare la calcolatrice e L propone di cominciare a svolgere $4 \times 3$ . Con questa proposta, gli studenti attivano un episodio di esplorazione
00:22	L: "proviamo a fare $4 \times 3$ "	ES1	
00:23			
00:24			
00:25			

00:26	L:"faaa....12"	ES1	adottando un approccio per tentativi.
00:27		ES1	
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30	L:"emmm...58"	ES1	
00:31		ES1	N rimette le mani sui "tasti" della calcolatrice (sempre 4 e 3 e x). Svolge il calcolo 3x4 a mente e L lo corregge attivando una valutazione locale sul risultato dell'algoritmo
00:32		ES1	
00:33	N:"4x3 fa 8"	ES1	
00:34		ES1	
00:35	A bisbiglia "4x3 fa 12"	ES1	
00:36		ES1	
00:37	N: "ah, è vero!"	ES1	
00:38		ES1	N si corregge proponendo un'altra operazione e indica i numeri che nomina; in questo caso c'è una transizione da 3x4 a 3+4
00:39		ES1	
00:40	N: "no, 4+3 fa 7"	ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43		ES1	
00:44	L:"4+"	ES1	
00:45	N: "eh"	ES1	
00:46	L: "ah, avevo capito per, allora si"	ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	N continua in silenzio a toccare i tasti 4, 3, x, +
00:49		ES1	
00:50	L: "per"	ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53	L: "dopo abbiamo solamente 0.ah però si può ripetere questo"	L5	L indica 0 e poi 3, si accorge della presenza dello zero ma non fa altre osservazioni e quindi l'episodio rimane limitato alla Lettura
00:54		L5	
00:55		L5	
00:56		L5	
00:57		L5	
00:58	L: "quindi 7 peeerrr"	ES1	
00:59		ES1	
01:00	N: "difficile"	VG4	N esplicita una sua percezione in riferimento al compito
01:01		VG4	
01:02		VG4	
01:03	N: "però ci sono anche le parentesi"	L5	N indica le parentesi sul foglio e quindi aggiunge nuove informazioni rispetto a quelle osservate nel precedente episodio di Lettura
01:04		L5	
01:05		L5	
01:06	In silenzio N tocca i tasti disegnati nella calcolatrice	ES1	N tocca i tasti come per fare 4x3 e 4-3 e quindi torna all'episodio di
01:07		ES1	

01:08	rappresentata sul foglio quasi come se fosse una vera calcolatrice	ES1	Esplorazione.
01:09		ES1	
01:10		ES1	
01:11		ES1	
01:12		ES1	
01:13		ES1	
01:14		ES1	
01:15		ES1	
01:16		ES1	
01:17		ES1	
01:18		ES1	
01:19		ES1	
01:20	L: "intanto bisogna scrivere quindi possiamo usare la matita"	L6	L propone di scrivere, probabilmente riferendosi all'implicita richiesta dei compiti in formato cartaceo. N non ci aveva pensato
01:21		L6	
01:22		L6	
01:23	N: "ma, se si può"	L6	L'intervistatore interviene per dirgli che possono scrivere quello che vogliono e dove vogliono
01:24	I: "potete scrivere e fare quello che volete ho anche dei colori"	L6	
01:28		L6	
01:29	N comincia a scrivere sul foglio 4 ma la penna non funziona e la cambia e finisce scrivendo 4x3.	ES1	Nel silenzio L deve aver continuato ad esplorare le diverse combinazioni e sostiene di aver trovato una possibile strategia da implementare
01:30		ES1	
01:31		ES1	
01:32		ES1	
01:33		ES1	
01:34		ES1	
01:35	L: "allora"	ES1	N invita L a provare a scrivere la sua proposta. L prende la penna e cancella quello che N aveva appena scritto
01:36	silenzio	ES1	
01:45		ES1	
01:46	N: "4x3"	ES1	N non capisce come abbia fatto a trovare 6 e 9. L indica un modo per individuare tali numeri attraverso una somma
01:47	L: "idea, idea, idea"	ES1	
01:48	N: "prova"	I1	
01:49		I1	
01:50	L: "allora, aspetta, aspetta, aspetta"	I1	
01:51		I1	
01:52		I1	
01:53	L: "6x9 fa 54, no?"	I1	
01:54		I1	
01:55		I1	
01:56	N: "sei per..."	I1	
01:57	L: "6x9 fa 54"	I1	
01:58		I1	
01:59	N: "e cosa c'entra 6x9?"	VG3	
02:00		VG3	
02:01	L: "aspetta, basta che facciamo 3+3 che fa 6 per..."	VG3	
02:02		VG3	

02:03		VG3	con addendi pari a 3.
02:04		VG3	
02:05	L: "tra parentesi, allora, tra parentesi 3+3 chiusa parentesi per..."	VG3	
02:06		VG3	
02:07		VG3	
02:08		VG3	
02:09		VG3	
02:10	N: "proviamo aspetta, aspetta"	I2	N prende il foglio e scrive (3+3) tronando all'episodio di Implementazione.
02:11		I2	
02:12	L: "così"	I2	
02:13	N: "3+3"	I2	
02:14		I2	
02:15	L: "per 3+3+3"	I2	L comincia a scrivere sul foglio dove stava scrivendo N, aggiungendo x(3+3+3). L'espressione ora è "(3+3)x(3+3+3)"
02:16		I2	
02:17		I2	
02:18		I2	
02:19	L: "che fa 6x9"	I2	L indica le 2 parentesi riferendosi al loro risultato
02:20		I2	
02:21		I2	
02:22	L: "fa 54, 54 più 4"	I2	Individuato il 54, aggiunge 4 per ottenere 58 individuando il tasto "4" sul foglio
02:23		I2	
02:24		I2	
02:25		I2	
02:26		I2	Aggiungono all'espressione "+4" per concludere con: "(3+3)x(3+3+3)+4"
02:27	L: "fa 58!"	S1	Gioiscono per aver trovato il numero obiettivo
02:28		S2	
02:29	N: "grande!"	S2	
<b>Compito 3: ottenere 71 con le cifre 6, 3, 3 e le operazioni: x, :, -</b>			
<b>tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	N: "settantaaaa"	L4	L'episodio di Lettura comincia osservando il numero obiettivo e i tasti a disposizione.
00:01	L: "71"	L4	
00:02		L4	
00:03	L: "qua abbiamo a disposizione il 6, il 2, il 3 e non il più!"	L4	
00:04		L4	
00:05		L4	
00:06		L4	
00:07		L4	
00:08		L4	
00:09		L4	
00:10		L4	
00:11		L4	

00:12		L4	È possibile che gli studenti abbiano attivato un primo episodio di esplorazione e stiano cominciando in silenzio a combinare numeri e operazioni.
00:13	N: "ah, beh, c'è il diviso"	L4	
00:14	L: "mm"	ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	
00:17		ES1	
00:18	L: "71, allora"	ES1	
00:19		ES1	
00:20		ES1	
00:21	L: "eeeeh"	ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24	N: "6 per"	ES1	
00:25		ES1	
00:26	N: "proviamo intanto"	ES1	
00:27		ES1	
00:28	L: "8x9 fa 72"	ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31		ES1	
00:32	N: "e dov'è l'8?"	VG3	Si apre un episodio di valutazione globale relativa alla possibilità di attivare la procedura proposta da L. N indica con le dita il foglio indicando i tasti 8 e 9 oscurati per sottolineare che i numeri 8 e 9 non sono disponibili.
00:33		VG3	
00:34	N: "non ce li hai, devi sommare"	VG3	
00:35	L: "eh, lo so però non viene"	VG3	N propone una soluzione per ottenere i due numeri dalla combinazione dei tasti numerici disponibili. Li propone come $8=2+2+2+2$ e $9=3+3+3$ . I due studenti decidono di abbandonare la proposta in assenza dell'addizione tra le operazioni consentite. Nessuno dei due valuta la possibilità di scrivere $8=2 \times 2 \times 2$ e $9=3 \times 3$
00:36		VG3	
00:37	N: "no, fai 8 (indica il 2) x 9	VG3	
00:38	(indica il 3)	VG3	
00:39		VG3	
00:40	L: "si però non si può fare +"	VG3	
00:41		VG3	
00:42	L: "quindi no"	VG3	
00:43		VG3	
00:44		ES1	
00:45	L: "allora, 71"	ES1	Ricomincia l'episodio di esplorazione in cui gli studenti esplicitano di non avere idea di come sviluppare un approccio risolutivo
00:46		ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51		ES1	
00:52	N: "come fai a farlo?"	ES1	
00:53		ES1	

00:54	L: "Boh"	ES1		
00:55		ES1		
00:56		ES1		
00:57		ES1		
00:58		ES1		
00:59		ES1		
01:00	L: "servirà il diviso perché in questo (riferendosi all'altro compito) non c'è il diviso"	A4		L propone di sfruttare un'operazione dato che si tratta del primo compito in cui essa compare.
01:01		A4		
01:02		A4		
01:03		A4		
01:04	L: "vedi qui non c'è (fa vedere a B il task precedente)"	A4		
01:05		A4		
01:06	L: "quindi per forza"	A4		
01:07		A4		
01:08	N: "prova a fare"	ES1	N propone un possibile approccio, indica il tasto 2 e 3 ripetutamente senza dire una parola	
01:09		ES1		
01:10		ES1		
01:11		ES1		
01:12		ES1		
01:13		ES1		
01:14		ES1		
01:15		ES1		
01:16		ES1		
01:17		ES1		
01:18		ES1		
01:19		ES1		
01:20		ES1	Mentre L continua a chiedersi come utilizzare la divisione, N comincia ad esplorare le diverse possibilità. Gli studenti riescono ad ottenere il numero 72 senza avvalersi del prodotto 8x9. In questo caso, individuano implicitamente l'espressione "6x6x2".	
01:21		ES1		
01:22		ES1		
01:23		ES1		
01:24		ES1		
01:25	B, bisbigliando: "2x2, 4 x2"	ES1		
01:26		ES1		
01:27		ES1		
01:28	L: "non ho idea di come usare il diviso"	ES1		
01:29		ES1		
01:30		ES1		
01:31		ES1		
01:32		ES1		
01:33		ES1		
01:34		ES1		
01:35		ES1		
01:36		ES1		
01:37	N: "allora, fare 6x6, 36"	ES1		

01:38	L: "m m, 36"	ES1		
01:39		ES1		
01:40		ES1		
01:41		ES1		
01:42		ES1		
01:43		ES1		
01:44	N: "+36, sesantaaa...no"	ES1		
01:45		ES1		
01:46		ES1		
01:47		ES1		
01:48		ES1		
01:49		ES1		
01:50	L: "no perché 36+36 fa"	ES1		
01:51	N: "no settanta..."	ES1		
01:52	L: "settantaaaduue"	ES1		
01:53		ES1		
01:54	N: "eh"	ES1		
01:55		ES1		
01:56	L: "non c'è, non c'è -1"	L5		L si accorge che non c'è il tasto numerico 1
01:57		L5		
01:58		ES2	Trovato il 72, l'esplorazione diventa più orientata alla ricerca di un'espressione che permetta di sottrarre un valore equivalente a 1 al numero 72.	
01:59		ES2		
02:00	L:"72, 72"	ES2		
02:01		ES2		
02:02		ES2		
02:03		ES2		
02:04		ES2		
02:05		ES2		
02:06		ES2		
02:07		ES2		
02:08		ES2		
02:09		ES2		
02:10		ES2		
02:11		ES2		
02:12		ES2		
02:13		ES2		
02:14		ES2		
02:15		ES2		
02:16		ES2		
02:17		ES2		
02:18		ES2		
02:19		ES2		
02:20	N:"72 -6...no, 72-6 fa 66"	ES2		
02:21		ES2		
02:22		ES2		

02:23	L: "si"	ES2	Gli studenti nuovamente si accorgono che l'addizione non è tra le operazioni consentite.	
02:24	N: "si"	ES2		
02:25		ES2		
02:26		ES2		
02:27	N: "66+3, 67"	ES2		
02:28	L: "non c'è il +"	L5		
02:29		L5		
02:30	N: "ah, è vero, cavolo"	L5		
02:31		L5		
02:32		L5		
02:33		L5		
02:34	N: "non c'è il +, non c'è il +, non c'è il +"	L5		
02:35		L5		
02:36	silenzio	ES1		L ricomincia l'episodio di Esplorazione insistendo con l'intenzione di voler utilizzare la divisione
02:41		ES1		
02:42		ES1		
02:43		L: "diviso, diviso"	ES1	
02:44			ES1	
02:45			ES1	
02:46		B ride	ES1	
02:47			ES1	
02:48	N: "proviamo"	ES1	N ricomincia nuovamente una nuova esplorazione da capo Prende in mano la penna e scrive $6 \times 2 = 12$	
02:49	L: "con la divisione non ci so fare io"	ES1		
02:50		ES1		
02:51		ES1		
02:52		ES1		
02:53		ES1		
02:54	N: " $6 \times 2 = 12$ "	ES1		
02:55		ES1		
02:56		ES1		
02:57	N: " $6 \times 2 = 12$ "	ES1		
02:58		ES1		
02:59		ES1		
03:00		ES1		
03:01		ES1		
03:02	N: "per 3 fa trentaa"	ES1	B scrive a fianco di " $6 \times 2 = 12$ " l'operazione " $12 \times 3 = 36$ "	
03:03		ES1		
03:04		ES1		
03:05		ES1		
03:06	L: " $3 \times 2, 6$ "	ES1		
03:07		ES1		
03:08	N: "36"	ES1		
03:09		ES1	N non è soddisfatto e cancella 36	
03:10	L: " $3 \times 1, 3 \times 2 \dots$ che dici?"	ES1		
03:11		ES1		

03:12	N: "aspetta"	ES1	L comincia a scrivere partendo dal risultato ottenuto da N.	
03:13		ES1		
03:14		ES1		
03:15		ES1		
03:16		ES1		
03:17		ES1		
03:18	L: "3x2 fa 6; 3x1 3"	ES1		
03:19	N: "gongo"	ES1		
03:20		ES1		
03:21	L: "faceva 36" ride	ES1		
03:22		ES1		
03:23	L: "che scema che sono"	ES1		
03:24		ES1		
03:25	L: "36"	ES1		
03:26		ES1		
03:34	silenzio	ES1		
03:35	L: "se no"	ES1		N compie un'ulteriore transizione e propone di partire dal prodotto tra 6 e 3. N riscrive $6 \times 3 = 18$ e L lo segue
03:36		ES1		
03:37		ES1		
03:38	N: "6x3"	ES1		
03:39		ES1		
03:40	L: "allora, aspetta"	ES1		
03:41	silenzio	ES1		
03:42		ES1		
03:43		ES1		
03:44		ES1		
03:45		ES1		
03:46	L: "allora, 6x3 fa 18"	ES1		
03:47		ES1		
04:05	silenzio	ES1		
04:06	N: "possiamo avere 9"	ES1	N si accorge che è possibile ottenere 9 a partire dal numero 18 che indica con le dita. N scrive a fianco del 18 "2". Probabilmente N ricorda che $72 = 9 \times 8$ oppure è possibile che stia ipotizzando una nuova strada e consideri il 9 come un'ulteriore possibile numero su cui lavorare.	
04:07	L: "eh?"	ES1		
04:08		ES1		
04:09		ES1		
04:10	L: "cosa? Si può togliere?"	ES1		
04:11		ES1		
04:12	N: "si può ottenere 9"	ES1		
04:13		ES1		
04:14		ES1		
04:15		ES1		
04:16	L: "diviso 2"	ES1		
04:17		ES1		
04:18		ES1		
04:19	L: "ah, beh, quando hai	ES1		
04:20	ottenuto 9?	ES1		

04:21		ES1	N indica con la penna il numero 36 se ritto sul foglio. L non riesce a capire quali siano gli scopi di N. In questo momento N è combattuto e propone di abbandonare il compito per passare a successivo.
04:22	A ride	ES1	
04:23		ES1	
04:24		ES1	
04:25	N:"36"	ES1	
04:26		ES1	
04:27	L: "non ho capito"	ES1	
04:28		ES1	
04:29		ES1	
04:30	N: "eh, no perché ci vuole sempre il +"	ES1	
04:31		ES1	
04:32		ES1	
04:33		ES1	
04:34		ES1	
04:35		ES1	
04:36		ES1	
04:37	N: "no, non mi...."	ES1	
04:38		ES1	
04:39	N: "proviamo a fare l'altro"	ES1	
04:40		ES1	
04:41		ES1	
04:42		ES1	
04:43		VG4	Dall'Esplorazione passa alla Valutazione indicando la sua incapacità di risolvere il compito
04:44		VG4	
04:45	N: "eh, non riusciamo"	VG4	
04:46		VG4	
04:47	L: "ma siamo arrivati a 72!"	A1	L lo incita ricordandogli che dal 72 basterebbe sottrarre un valore pari ad uno. Analizzando le possibilità, gli studenti riescono ad individuare tale possibilità.
04:48		A1	
04:49	N: "si"	A1	
04:50	L: "basta togliergli 1"	A1	
04:51		A1	
04:52	N:"eh ma non c'è l'1"	A1	
04:53		A1	
04:54	L: "c'è il meno, e l'1 come si può trovare?"	A1	
04:55		A1	
04:56		A1	
04:57		A1	
04:58		A1	
04:59	N:"3-2, 1"	A1	
05:00	A ride	A1	
05:01		A1	
05:02		A1	
05:03		A1	
05:04	N: "era lì, oh!"	A1	

05:05		I1	A cerca di ripercorrere il processo esplorativo e scrive sul foglio l'espressione risolutiva: "6x2x3x2-(3-2)"		
05:06	L: "allora, a 72 come ci eravamo arrivati?"	I1			
05:07		I1			
05:08	N:"36+36"	I1			
05:09		I1			
05:10		I1			
05:11	L: "quindi allora, ricapitolando"	I1			
05:12		I1			
05:13	L:"6x2"	I1			
05:14		I1			
05:15	S: "però il + non c'è, quindi?"	I1			
05:16	L:"36 x 2"	I1			
05:17		I2			
05:18		I2			
05:19		I2			
05:20		I2			
05:21		I2			
05:22		I2			
05:23		I2			
05:24		N: "si"		S2	N esulta per il raggiungimento dell'obiettivo.

### 3.2.3 Protocollo\_ppt\_7\_CAL

Compito 2: ottenere 74 con le cifre 6, 2, 4 e le operazioni: :, x, +			
Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:00		L1	L'episodio di lettura comincia con una lettura ad alta voce del testo
00:01	S: "hai una calcolatrice rotta..." finisce di leggere in silenzio mentre B si avvicina e guarda il foglio	L1	
00:02		L1	
00:03		L1	
00:04		L1	
00:05		L1	
00:06		L1	
00:07		L1	
00:08		L1	
00:09		L1	
00:10		L1	
00:11		L1	
00:12		S: "cioè quelli più scuri qua?" indica sul foglio i tasti scuri	L5
00:13	L5		
00:14	G: "quelli più scuri non si possono usare perché sono rotti, puoi usare	L5	

	solo quelli chiari"		
00:15	S: "ah, ok"	L5	
00:16	Entrambi guardano il foglio in silenzio	L3	Dopo la lettura trascorrono qualche secondo ad osservare in silenzio il foglio.
00:17		L3	
00:18		L3	
00:19		L3	
00:20		L3	
00:21		L3	
00:22		L3	
00:23		L3	
00:24		L3	
00:25		L3	
00:26	L3		
00:27	S: "Allora	L1	S rilegge il testo del compito
00:28	S rilegge il testo bisbigliando	L1	
00:29		L1	
00:30		L1	
00:31		L1	
00:32		L1	
00:33		L1	
00:34	S: "Dobbiamo fare un'operazione che qui se faccio $38+72$ " indica con le dita il foglio della consegna	L6	S chiede conferma al compagno per vedere se gli sono chiari gli obiettivi del compito e i limiti imposti dalla consegna
00:35		L6	
00:36		L6	
00:37		L6	
00:38		L6	
00:39	guardano in silenzio il testo	L3	Continuano a guardare il testo in silenzio e si accorgono della presenza delle parentesi.
00:48		L3	
00:49	S: "Allora ci sono le parentesi"	L4	
00:50		L4	
00:51		L4	
00:52		L4	
00:53	Guardano il testo in silenzio	ES1	In questo caso possiamo pensare che i secondi di silenzio possano essere riferiti all'episodio di Esplorazione dato che subito dopo S propone di svolgere la moltiplicazione $6 \times 4$
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57		ES1	
00:58		ES1	
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	
01:02	S: "dai, fai 24" s prende la penna e scrive " $6 \times 4$ "	ES1	
01:03		ES1	
01:04		ES1	
01:05		ES1	
01:06		ES1	

01:07		ES1	
01:08	S: "ma un tasto si può usare 2 volte?"	L6	S si chiede se è possibile utilizzare un tasto più di una volta. L'intervistatore gli conferma che può usarlo quante volte crede
01:09		L6	
01:10	I:"2, 3, 5, 10, quanto volete"	L6	
01:11		L6	
01:12		L6	
01:13	S: "ok"	L6	
01:14	S: "24..per..."	ES1	S continua l'episodio di esplorazione dato che si chiede per cosa moltiplicare il numero 24 appena trovato
01:15		ES1	
01:16	G: "boh"	ES1	
01:17	G guarda il foglio della consegna"	ES1	
01:18		ES1	
01:19		ES1	
01:20		ES1	
01:21		ES1	
01:22	S: "no forse 26x4"	ES1	
01:23		ES1	
01:24	G: " no ma non puoi farlo"	VG3	L'episodio di Esplorazione ha una transizione, S propone di moltiplicare il numero 26 per 4. Tale numero è stato ottenuto utilizzando i tasti 2 e 6. G prova a fermarlo credendo che non sia consentito utilizzare il numero 26. S lo esorta a provare e svolge il calcolo in forma scritta attraverso l'algoritmo in colonna
01:25		VG3	
01:26	S: "va bè, riproviamo poi dopo vediamo chi si avvicina"	ES1	
01:27		ES1	
01:28	S cancella il 24 scritto sul foglio	ES1	
01:29	S e G si guardano.	ES1	
01:30	S: "prova!"	ES1	
01:31	S:"26x4" e G scrive	ES1	
01:32	G svolge la moltiplicazione in colonna 26x4	ES1	
01:33		ES1	
01:34		ES1	
01:35		ES1	
01:36		ES1	
01:37		ES1	
01:38		ES1	
01:39		ES1	
01:40		ES1	
01:41		ES1	
01:42	S: "fa 104"	ES1	
01:43	G si mette a guardare il foglio mentre S cancella il conto appena fatto	ES1	L'episodio di esplorazione cambia dato che S decide di cancellare il numero appena trovato. Gli studenti provano a intraprendere una nuova strada
01:44		ES1	
01:45		ES1	
01:46		ES1	
01:47		ES1	
01:48		ES1	
01:49		ES1	
01:50	G e S guardano il foglio	ES1	
01:51		ES1	
01:52		ES1	

01:53		ES1	
01:54	S: "aspetta"	ES1	S propone di utilizzare il 7
01:55	S: "se facciamo...eh..." indica con la penna il tasto 7	ES1	
01:56		ES1	
01:57	G toglie la penna dal foglio, G e S osservano il foglio del compito	ES1	Gli studenti lavorano in silenzio, possiamo pensare che si tratti ancora di un episodio di Esplorazione dato che il silenzio succede ad una proposta di S su un possibile approccio da adottare
01:58		ES1	
01:59		ES1	
02:00		ES1	
02:01		ES1	
02:02		ES1	
02:03		ES1	
02:04		ES1	
02:05		ES1	
02:06		ES1	
02:07		ES1	
02:08		ES1	
02:09		ES1	
02:10		ES1	
02:11	ES1		
02:12	ES1		
02:13	G:" dobbiamo levare 30 in qualche modo" indicando con la penna il foglio del compito	A1	In questo caso, l'attenzione si sposta su un valore da individuare, in questo caso quindi l'attenzione degli studenti si sposta sull'Analisi del numero individuato in relazione al numero obiettivo.
02:14		A1	
02:15		A1	
02:16		ES1	L'episodio di Esplorazione continua attraverso altri tentativi.
02:17		ES1	
02:18		ES1	
02:19	G: "allora"	ES1	
02:20		ES1	
02:21	S:"se 24"	ES1	
02:22		ES1	
02:23		ES1	
02:24		ES1	
02:25		ES1	
02:26		ES1	
02:27	S: "26+4"	ES1	
02:28	G: "Aspetta"	ES1	
02:29	G prende in mano la penna e comincia a scrivere 62x2; S guarda cosa sta scrivendo cercando di seguirlo	ES1	
02:30		ES1	
02:31		ES1	
02:32		ES1	
02:33		ES1	
02:34		ES1	

02:35		ES1	
02:36		ES1	
02:37		ES1	
02:38		ES1	
02:39		ES1	
02:40		ES1	
02:41		ES1	
02:42		ES1	
02:43		ES1	
02:44		ES1	
02:45	S:"62x2 è 124" B scrive il risultato sul foglio	ES1	
02:46		ES1	
02:47	S: "diviso 2 non fa 4"	ES1	
02:48	G scrive 124:4 in colonna e trova 31"	ES1	
02:49		ES1	
02:50		ES1	
02:51		ES1	
02:52		ES1	
02:53		ES1	
02:54		ES1	
02:55	S:"31"	ES1	
02:56	G: "no" e lascia la penna	ES1	
02:57		ES1	
02:58		ES1	
02:59		ES1	
03:00		ES1	
03:01		ES1	
03:02		ES1	
03:03		ES1	
03:04	S: "no, aspetta" in coro "31x2"	ES1	
03:05		ES1	
03:06		ES1	
03:07		ES1	
03:08		ES1	
03:09	G:"62"	ES1	
03:10	S: "poi più sss..., no"	ES1	
03:11		ES1	
03:12		ES1	
03:13		ES1	
03:14	G:"62"	ES1	
03:15	S: "per arrivare a 74"	A1	S controlla che la distanza tra il numero appena individuato e il numero obiettivo.
03:16		A1	
03:17		A1	
03:18	silenzio	A1	
03:19		A1	

03:20	G: "più 12"; S: "più 6x2"	ES2	Gli studenti spostano l'attenzione su come ottenere il numero 12.
03:21		ES2	
03:22		ES2	
03:23	S: "bravo, vai fallo"	ES2	
03:24		ES2	
03:25	G si mette a scrivere S:"64+6x2"	I2	Individuato il valore mancante, gli studenti implementano la loro procedura con lo scopo di scrivere l'espressione che permette di ottenere il numero obiettivo
03:26	S: "la scrivo qua sul foglio?" indicando il foglio del compito	I2	
03:27		I2	
03:28	G. "si"	I2	
03:29		I2	
03:30	entrambi scrivono S sul foglio del task e G sul foglio bianco dove stava lavorando	I2	
03:31		I2	
03:32		I2	
03:33		I2	
03:34		I2	
03:35		I2	
03:36		I2	
03:37		I2	
03:38	G scrive 32+6x2 e così anche S	I2	
03:39		I2	
03:40		I2	
03:41		I2	
03:42		I2	
03:43		I2	
03:44		I2	
03:45		I2	
03:46		I2	
03:47		I2	
03:48	S: "no aspetta, 31 vero?"	I2	
03:49		I2	
03:50		I2	
03:51		I2	
03:52	G: "no, è 31x2+6x2"	I2	
03:53		I2	
03:54		I2	
03:55		I2	
03:56		I2	
03:57		I2	
03:58		I2	
03:59		I2	
04:00		I2	
04:01		I2	
04:02		I2	
04:03		I2	
04:04		I2	

04:05		I2	
04:06	S: "quindi è $31 \times 2 + 6 \times 2$ ?"	VG1	S chiede conferma della correttezza dell'espressione
04:07		VG1	
04:08		VG1	
04:09	G: "si"	VG1	
04:10	Scrive nuovamente sul foglio del compito l'espressione numerica	I2	Mentre S scrive l'espressione si accorge che 31 non può essere scritto con i tasti numerici disponibili
04:11		I2	
04:12		I2	
04:13		I2	
04:14		I2	
04:15		I2	
04:16	S: "scus ma il 31 da dove viene?"	VG1	Ricordano come avevano ricavato il 31 ma fanno un po di confusione dato che $31 \times 2 = 62$ e dunque basterebbe partire da 62
04:17	G: "l'ho fatta da 62"	VG1	
04:18		VG1	
04:19		VG1	
04:20		VG1	
04:21		VG1	
04:22		VG1	
04:23	S: "ah, quindi $62 : 2 \times 2$ ?"	VG1	
04:24		VG1	
04:25		VG1	
04:26		VG1	
04:27		VG1	
04:28		VG1	
04:29		VG1	
04:30	G "si"	VG1	
04:31		VG1	
<b>Compito 3: ottenere 31 con le cifre 5, 6, 3 e le operazioni: :, x, -</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	S: "allora"	ES1	Gli studenti bypassano l'episodio di Lettura dato che si tratta del secondo compito che affrontano e passano subito all'Esplorazione. Dopo il primo tentativo di S, G individua la soluzione all'istante
00:01		ES1	
00:02		ES1	
00:03	S: " $6 \times 5$ , 30"	ES1	
00:04		ES1	
00:05	G: " $6 \times 6 - 5$ "	ES1	
00:06		ES1	
00:07		ES1	
00:08		ES1	
00:09		I2	
00:10		I2	
00:11		I2	
00:12		I2	
00:13		I2	

### 3.2.4 Protocollo\_ppt\_8\_CAL

Compito 1: ottenere 58 con le cifre 4, 3, 0 e le operazioni: x, -, +			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	D: "allora, leggiamo"	L1	D legge il testo ad alta voce e comincia un episodio di Lettura
00:01		L1	
00:02		L1	
00:18		L1	
00:19	D: "quindi, allora, i tasti funzionanti sono solo questi"	L4	Successivamente alla lettura, l'episodio continua nel momento in cui D esplicita i tasti disponibili indicandoli con il dito e il numero obiettivo
00:20		L4	
00:21		L4	
00:22		L4	
00:23	D: "e dobbiamo fare 58"	L4	
00:24		L4	
00:25		L4	
00:26		L4	
00:27	V: "quindi con una moltiplicazione..."	A2	V indica i tasti relativi alle operazioni e decide di non considerare la sottrazione tra le operazioni. Probabilmente pensa già di attivare un approccio per tentativi approssimando il numero obiettivo per difetto.
00:28		A2	
00:29	V: "allora, escludiamo... il meno"	A2	
00:30		A2	
00:31		A2	
00:32		A2	
00:33		A2	
00:34	V: "il più"	A2	D, allo stesso modo, prevede di adottare un approccio esplorativo ma prevede anche la possibilità di approssimare l'obiettivo per eccesso e dunque ottenere il numero preciso attraverso successive sottrazioni.
00:35		A2	
00:36	D: "beh, potrebbe servire alla fine perché ci verrà un numero più grande quindi dobbiamo far meno"	A2	
00:37		A2	
00:38		A2	
00:39		A2	
00:40		A2	
00:41		A2	
00:42		ES1	D implementa l'episodio di esplorazione cominciando a moltiplicare i numeri a disposizione
00:43	D: "potremmo fare tipo..."	ES1	
00:44		ES1	
00:45	V: "4x3 fa 12"	ES1	
00:46		ES1	
00:47	D: "4x3 fa 12"	ES1	
00:48		ES1	
00:49	D: "emm"	ES1	

00:50		ES1	
00:51	D: "poi, per 3 fa 36"	ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55	V: "si"	ES1	
00:56		ES1	
00:57		ES1	
00:58	D: "eh, 36 più... eh...si può fare 36 più"	ES1	D, a questo punto, avvicina il foglio probabilmente per vedere quali numeri sono disponibili da aggiungere al 36
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	
01:02		ES1	
01:03	V: "se no 12x4 che fa 48"	ES1	V propone un nuovo approccio sempre partendo dal 12 per ottenere 48 che è una migliore stima rispetto al precedente 36. A questo punto, propone di aggiungere 7 (3+4) e alla fine entrambi realizzando che basta aggiungere ancora 3
01:04		ES1	
01:05	D: "ah, 12x4 che fa 48"	ES1	
01:06		ES1	
01:07		ES1	
01:08		ES1	
01:09		ES1	
01:10		ES1	
01:11		ES1	
01:12		ES1	
01:13	D: "eh, più.."	ES1	
01:14		ES3	
01:15	V: "7"	ES3	
01:16	D: "più 7...cioè, più 3, più 4 sì. Faaaa"	ES3	
01:17		ES3	
01:18		ES3	
01:19		ES3	
01:20		ES3	
01:21		ES3	
01:22	D: "eh"	ES3	
01:23		ES3	
01:24	D:"55"	ES3	
01:25	in coro: "più 3"	ES3	
01:26	D:"58"	VG1	D conviene sull'effettivo raggiungimento dell'obiettivo
01:27	D: "ok"	VG1	
01:28		I2	V e D prendono le penne per scriverlo sul foglio
01:29		I2	
01:30		I2	
01:31		I2	

01:32		I2	D scrive l'espressione risolutiva $3 \times 4 \times 4 + 4 + 3 \times 2$ . V si accorge che $4 + 3 \times 2$ è diverso da $3 + 4 + 3$ ma D gli fa notare che sono equivalenti.
01:33		I2	
01:34	D: "allora, ho fatto: $3 \times 4 \times 4$ ? Sì"	I2	
01:35		I2	
01:36		I2	
01:37		I2	
01:38		I2	
01:39		I2	
01:40	V: "3x4, 12"	I2	
01:41		I2	
01:42	D: "per 4, 48; più 4, 52 più 3"	I2	
01:43		I2	
01:44		I2	
01:45		I2	
01:46	V: "no, era più 7!"	I2	
01:47		I2	
01:48	D: "sì, va beh, è lo stesso"	I2	
01:49		I2	
01:50	D: "facciamo più $3 \times 2$ !"	I2	
01:51		I2	
01:52		I2	
01:53		I2	
01:54		I2	
01:55	D: "fatto"	S2	D esplicita il raggiungimento dell'obiettivo
<b>Compito 2: ottenere 41 con le cifre 9, 5, 2 e le operazioni: x, -, +</b>			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	D: "ok, questo"	L5	Nell'episodio di Lettura gli studenti si concentrano sul numero obiettivo
00:01		L5	
00:02		L5	
00:03		L5	
00:04		L5	
00:05	D: "dobbiamo fare 41"	L5	
00:06		L5	
00:07		L5	
00:08	D: "mmm"	L5	
00:09		L5	
00:10	V: "io forse"	ES1	Nell'episodio di esplorazione si accorgono subito che moltiplicando 9 e 5 raggiungono già un prodotto molto vicino al numero obiettivo
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13	D: "però fare $9 \times 5$ fa 45"	ES1	
00:14		ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	

00:17		ES1	
00:18	V: "meno 5, 40; più"	ES1	
00:19		ES1	
00:20	D: "no, cioè"	ES1	
00:21	V: "più 2, 45...no"	ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25	D:"9x5, 45, no? Per arrivare a 41 manca 4 quindi facciamo meno due volte 2."	A1	D si sofferma sull'analisi del numero 45 in relazione al numero obiettivo. Occorre togliere un valore equivalente a 4 che riconoscono subito in "-2-2"
00:26		A1	
00:27		A1	
00:28		A1	
00:29		A1	
00:30		A1	
00:31	in coro "meno 2 per 2"	A1	
00:32		A1	
00:33	D: "aspetta scriviamo anche il risultato: $9 \times 5 - 2 \times 2 = \text{ok}$ "	I2	Gli studenti scrivono sul foglio l'espressione risolutiva finale.
00:34		I2	
00:35		I2	
00:36		I2	
00:37		I2	
00:38		I2	
00:39		I2	
00:40		I2	
00:41	V: "ok"	VG2	Gli studenti controllano l'effettiva equivalenza tra l'espressione appena scritta e il numero obiettivo.
00:42	D: "che è uguale a 41"	VG2	
00:43		VG2	
00:44		VG2	
00:45		VG2	
00:46		VG2	
00:47	V: "bene"	VG2	
<b>Compito 3: ottenere 71 con le cifre 6,3, 2 e le operazioni: :, x, -</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	D:"71"	L4	D si sofferma sul numero obiettivo
00:01		L4	
00:02		L4	
00:03	D: "mmm, allora"	ES1	Gli studenti cominciano a moltiplicare successivamente alcuni numeri presentati tra i tasti disponibili
00:04		ES1	
00:05		ES1	
00:06	D:"6x3, fa 18"	ES1	
00:07		ES1	
00:08		ES1	
00:09		ES1	
00:10		ES1	
00:11	D:"18x3 fa"	ES1	
00:12		ES1	

00:13		ES1	
00:14		ES1	
00:15	D: "o se no anche 18x6, forse?"	ES1	
00:16		ES1	
00:17		ES1	
00:18		ES1	
00:19		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24	D: "allora"	ES1	
00:25		ES1	
00:26		ES1	
00:27	V: "se no, 6x3, 18 poi ...+ 2"	ES1	
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31		ES1	
00:32		ES1	
00:33		ES1	
00:34		ES1	
00:35		ES1	
00:36		ES1	
00:37		ES1	
00:38		ES1	
00:39	D: "eh, allora"	ES1	
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43	D: "6x3 fa 18"	ES1	
00:44		ES1	
00:45	D: "18x3, fa?"	ES1	
00:46		ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	V scrive in colonna 18x3 e ottiene 54
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57	D: "mmm, 54"	ES1	partendo sempre da questo

			risultato, D propone di continuare a moltiplicare
00:58		ES1	Per tentativi raggiungono il numero 36
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01	D: "provo a fare, eh"	ES1	
01:02		ES1	
01:03		ES1	
01:04		ES1	
01:05	V: "per 2"	ES1	
01:06		ES1	
01:07		ES1	
01:08	D: "per 2 fa eh...108"	ES1	
01:09		ES1	
01:10		ES1	
01:11		ES1	
01:12		ES1	
01:13	D: "meno"	ES1	
01:14		ES1	
01:15		ES1	
01:16		ES1	
01:17		ES1	
01:18		ES1	
01:19		ES1	
01:20		ES1	
01:21	V: "6x3, 18 e poi 18x2"	ES1	
01:22	D: "che fa? 36"	ES1	
01:23		ES1	
01:24		ES1	
01:25		ES1	
01:26		ES1	
01:27		ES1	
01:28	D: "aspetta, arrivare a 71. manca, manca, 30"	A1	D torna al 108 ricavato in precedenza e si accorge che basterebbe sottrargli un valore equivalente a 30
01:29		A1	
01:30		A1	
01:31		A1	
01:32		A1	
01:33		A1	
01:34		A1	
01:35	V: "36 e poi fai eee, aspetta"	ES2	L'attenzione degli studenti si sposta nell'individuare quale valore sottrarre a 108
01:36		ES2	
01:37		ES2	
01:38		ES2	
01:39		ES2	
01:40	D: "facciamo -36. emm, che fa "	ES2	A scrive a fianco del 108 per

01:41		ES2	fare il calcolo in colonna e si accorge che fa proprio 72
01:42		ES2	
01:43	V: "108-36"	ES2	
01:44		ES2	
01:45	D: "fa em... 72"	ES2	
01:46		ES2	
01:47		ES2	
01:48		ES2	
01:49		ES2	
01:50		ES2	
01:51		ES2	
01:52	D: "no, aspetta"	ES2	
01:53		ES2	
01:54	V: "no, 72, 72"	ES2	
01:55		ES2	
01:56		ES2	
01:57	D: "29+8"	ES2	
01:58		ES2	
01:59		ES2	
02:00		ES2	
02:01		ES2	
02:02		ES2	
02:03	D: "e se invece noi facciamo meno 32, fa 76, no si"	ES1	D propone una nuova strada che conduce gli studenti al raggiungimento del numero obiettivo
02:04		ES1	
02:05		ES1	
02:06		ES1	
02:07		ES1	
02:08		ES1	
02:09		ES1	
02:10		ES1	
02:11		ES1	
02:12		ES1	
02:13	ES1		
02:14	V: "meno 5"	ES2	
02:15	D: "76, esatto, meno 3, meno 2"	ES2	
02:16		ES2	
02:17		ES2	
02:18	D: "ok, allora scriviamolo"	ES2	
02:19		ES2	
02:20	D: "18x3 che fa 54, per 2, abbiamo detto, -32-3-2. ok, uguale 71"	I2	D prende la penna e scrive l'espressione risolutiva sul foglio del compito
02:21		I2	
02:22		I2	
02:23		I2	
02:24		I2	
02:25		I2	

02:26		I2	
02:27		I2	
02:28		I2	
02:29		I2	
02:30		I2	
02:31		I2	
02:32		I2	
02:33		I2	
02:34		I2	
02:35		I2	
02:36	D: fatto"	S2	

### 3.2.5 Protocollo\_ppt\_9\_CAL

Protocollo_ppt_9			
Compito 1: ottenere 78 con le cifre 4, 2, 0 e le operazioni: x, :, -			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	I e D leggono il testo in silenzio	L3	
00:07		L3	
00:08	D: "allora"	ES1	
00:09	silenzio	ES1	L'episodio di Esplorazione si svolge in silenzio. Gli studenti non dicono una parola e non muovono né dita né penne o matite
00:10		ES1	
00:11		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	I: "fai"	ES1	I sta per proporre una qualche procedura ma D sostiene di aver trovato la soluzione al compito
00:23	D: "ho capito"	I1	
00:24		I1	
00:25	D: "prima fai $20 \times 4 - 2$ "	I1	D descrive ad I la procedura risolutiva da lui individuata. I da la sua approvazione.
00:26		I1	
00:27		I1	
00:28		I1	
00:29		I1	
00:30		I1	
00:31	I: "viene, vogliam scrivere qualcosa?"	VG2	
00:32		VG2	
00:33	I scrive " $20 \times 4 - 2 = 80 - 2 = 78$ "	I2	I scrive l'espressione risolutiva sul foglio del compito e svolge anche i calcoli per confermare l'effettivo raggiungimento dell'obiettivo
00:34		I2	
00:35		I2	
01:03		I2	
01:04	I: "capito?"	VG2	I chiede conferma a D dell'implementazione appena svolta.
01:05	D: "m... m"	VG2	
01:06	I: "va bene?"	VG2	
01:07	D: "si"	VG2	

<b>Compito 2: ottenere 51 con le cifre 8, 6, 3 e le operazioni: x, :, +</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	Il fatto che gli studenti stiano in silenzio per tanto tempo fa pensare che non si tratta di un episodio di lettura bensì di esplorazione. Si tratta del secondo compito che gli studenti affrontano e per questo è possibile che si siano messi velocemente all'opera
00:01		L3	
00:02		L3	
00:03		ES1	
00:04		ES1	
00:05		ES1	
00:06		ES1	
00:07		ES1	
00:08		ES1	
00:09		ES1	
00:10		ES1	
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13	I: "6x8, 48"	S1	Nel momento in cui I fa una proposta a D, D la completa raggiungendo la soluzione.
00:14		S1	
00:15	D: "più 3, 51"	S1	
00:16		S2	I scrive sul foglio del compito l'espressione risolutiva: $6 \times 8 + 3 = 51$
00:17		S2	
00:18		S2	
00:19		S2	
00:20		S2	
00:21		S2	
00:22		S2	
00:23		S2	

## 4 Compito approssimare con i palloncini, protocolli di Castel Maggiore

### 4.1 Protocolli del compito in formato digitale

#### 4.1.1 Protocollo\_cbt\_5\_PAL

<b>Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	A legge il testo ad alta voce	L1	Nell'episodio di Lettura gli studenti leggono ad alta voce il testo e concentrano l'attenzione sul valore numerico da posizionare
00:01		L1	
00:02		L1	
00:03		L1	
00:04		L1	
00:05		L1	
00:06		L1	
00:07	A: "3 e 35?"	L5	A indica la metà della linea presentata sullo schermo individuando il valore numerico corrispondente al quel punto. Successivamente, chiede conferma a B che approva.
00:08		L5	
00:09		L5	
00:10	A: "Allora, fai conto che qui c'è 300"	ES1	
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14		ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	
00:17	A: "A metà c'è 300, giusto?"	ES1	
00:18		ES1	
00:19	B: "sì"	ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	A: "eh, bisogna andare un pochino a occhio"	A2	A esplicita una possibile procedura da seguire
00:23		A2	
00:24		I1	B propone ad A una possibile

00:25	B: "Io lo metterei qua"	I1	soluzione e indica con le dita una posizione di poco più avanti della metà e prima dei 3/4
00:26		I1	
00:27		I1	
00:28	A: "qui dici?"	I2	A indica con il mouse la posizione chiedendo conferma a B
00:29		I2	
00:30	B: "no, più in là"	VG2	A sposta il cursore più a destra secondo le correzioni di B. In questo caso, B sta attuando una valutazione globale sulla correttezza delle posizione indicata da A
00:31	A: "Dove?"	VG2	
00:32	B: "no, più..as"	VG2	
00:33	A: "Destra?"	VG2	
00:34	B: "io no, boh, li"	VG2	
00:35		I2	A muove la croce fino al punto concordato quindi attiva un episodio di Implementazione
00:36		I2	
00:37		I2	
00:38		I2	
00:39	A: "secondo te sta lì?"	VG2	A e B controllano nuovamente la posizione della crocetta sul segmento
00:40	B: "Sì, secondo me sì"	VG2	
00:41	A: "ah, perfetto"	S2	A conferma la conclusione del compito; la crocetta viene posizionata in corrispondenza di un'approssimazione accettabile del valore richiesto.

**Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200**

Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:00	Gli studenti osservano la schermata del compito	L3	
00:01		L3	
00:02	A: "110 sarà metà piùùù una tacchetta"	I1	A propone una strategia per individuare la posizione in cui posizionare la crocetta.
00:03		I1	
00:04		I1	
00:05		I1	
00:06		I1	
00:07		I1	
00:08		A: "metà...una tacchetta"	
00:09		VG1	B posta la crocetta verso la metà e chiede conferma ad A sulla correttezza del punto individuato
00:10	B: "metà è qui?"	VG1	
00:11		I2	In questo caso si chiarisce cosa A intenda per tacchetta poiché gli studenti dopo aver posizionato la crocetta sul segmento si servono dei cursori di movimento per spostarla. B clicca sul tasto ->
00:12	A: "sì, più una tacchetta verso 200"	I2	
00:13		I2	
00:14	B: "così"	I2	
00:15	A: "sì"	VG2	A conferma la posizione della crocetta valutandone la correttezza. In effetti la crocetta è posizionata in un intorno corretto del valore richiesto.
00:16	B: "m"	VG2	

## 4.1.2 Protocollo\_cbt\_6\_PAL

Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400			
Tempo	Sbobinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	leggono il testo in silenzio	L3	Mentre F sta parlando, A fa un gesto verso lo schermo come per indicare la metà. In questo caso gli studenti esplorano il compito per individuare un punto di riferimento
00:14		L3	
00:15	F: "allora, il 300 è più o meno.."	ES2	
00:16		ES2	
00:17	A: "allora, eh, si"	ES2	
00:18		ES2	
00:19		ES2	
00:20	A: "perché la metà"	ES2	
00:21		ES2	
00:22	A: "si, a metà c'è il 300"	VG1	
00:23		VG1	
00:24		VG1	
00:25	A: "quindi..."	ES1	Mentre A riflette F propone di posizionare la crocetta a destra del punto medio senza specificarne chiaramente la posizione. In questo momento procede ancora per tentativi, probabilmente individuando una stima ad occhio.
00:26	F: "un po' più avanti"	ES1	
00:27		ES1	
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31	A: "allora, qua c'è il 300"	ES2	A continua la ricerca di altri punti di riferimento dimezzando ulteriormente il segmento. Nel fare questo, A sposta il mouse verso i 3/4
00:32		ES2	
00:33		ES2	
00:34		ES2	
00:35	A: "allora, qua c'è il 350"	ES2	
00:36		ES2	
00:37		ES2	A posiziona il mouse nella metà e ripercorre il processo appena attivato come per valutarne la correttezza
00:38		ES2	
00:39	F: "aspetta, quindi, più o meno a metà (riferendosi alla metà tra 1/2 e 3/4)"	ES2	
00:40		ES2	
00:41	A: "eh"	ES2	
00:42		ES2	
00:43	A: "qua c'è il 300"	ES2	
00:44		ES2	
00:45	F: "la metà di quello"	ES2	
00:46	A: "eh, qua c'è il 350 e qui ci dovrebbe essere il 335"	I1	A questo punto A sembra passare alla proposta di una strategia risolutiva spastando con il mouse sui vari punti di interesse. In particolare, A passa dalla metà ai 3/4 per poi tornare indietro verso i 5/8
00:47		I1	
00:48		I1	
00:49		I1	
00:50		I1	
00:51		I1	

00:52		VG2	F è d'accordo
00:53	F: "335, si"	VG2	
00:54		I2	A passa all'implementazione vera e propria; prende la crocetta e la trascina verso i 5/8
00:55		I2	
00:56		I2	
00:57		I2	
00:58		I2	
00:59		I2	
01:00		I2	
01:01		I2	
01:02		I2	
01:03		I2	
01:04	A: "mm, aspetta. 300"	I2	A fa gli ultimi piccoli spostamenti verso i 5/8 come se volesse raffinare l'approssimazione appena trovata
01:05		I2	
01:06		I2	
01:07		I2	
01:08		I2	
01:09		I2	
01:10		I2	
01:11		I2	
01:12		I2	
01:13	A: "va bene qua?"	VG2	
01:14	F: "si, si, va bene"	VG2	
01:15		VG2	
01:16	A: "forse un po' più indietro"	VG2	Nonostante l'approvazione, A sposta leggermente la crocetta per aggiustare ancora la posizione individuata fino a che risulta soddisfatta
01:17		VG2	
01:18	A: "ok"	S2	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbodinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	Gli studenti guardano in silenzio il foglio del compito e successivamente F si focalizza sul valore numerico di cui individuare la posizione
00:01		L3	
00:02		L3	
00:03		L3	
00:04		L3	
00:05	A: "eh, allora"	L5	
00:06	F: "110"	L5	
00:07	A: "il centooo"	A2	A, sembra ricercare nuovamente il punto di riferimento corrispondente alla metà; comincia a spostare il mouse verso la metà. In questo caso, riproponendo lo stesso approccio precedente implementa un episodio di Analisi
00:08	F: "il 100 è a metà; il 110 è un po' più avanti"	A2	
00:09		A2	
00:10		A2	
00:11		A2	
00:12		I2	A trascina immediatamente la

00:13		I2	crocetta alla destra del punto medio quindi passa dall'Analisi all'Implementazione
00:14		I2	
00:15		I2	
00:16		I2	
00:17	A: "mmm, qua?"	I2	
00:18		I2	
00:19	F: "un po' più indietro; un pelo più indietro forse"	VG2	F propone di aggiustare la posizione attivando un episodio di Esplorazione. A sposta indietro leggermente la crocetta
00:20		VG2	
00:21		VG2	
00:22		VG2	
00:23		S1	A posiziona la crocetta
00:24	F: "sì, direi che va bene"	VG2	F dichiara di essere d'accordo sulla posizione individuata
00:25		VG2	

### 4.1.3 Protocollo\_cbt\_7\_PAL

<b>Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:01	Gli studenti guardano in silenzio il compito	L3	
00:02		L3	
00:03		L3	
00:04		L3	
00:05		L3	
00:06	F: "cioè io farei la metà..."	ES1	F propone di individuare un punto di riferimento sul segmento: la metà. Mentre F parla, A sposta il mouse in corrispondenza del punto medio e F indica lo schermo con le dita lo stesso punto
00:07		ES1	
00:08		ES1	
00:09	A: "la metà"	ES1	
00:10	F: "la metà della metà che fa 350 e poi...non lo so"	ES1	Continua a dimezzare individuando i 3/4 del segmento.
00:11		ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14		ES1	
00:15		ES1	
00:16		ES1	A ripete la procedura indicata da F e propone di tenere il segno dei punti con il dito
00:17		ES1	
00:18	A: "se questo è 300"	ES1	
00:19	A: "se noi mettiamo qua 300, la metà di 300 più o meno segnalo con il dito così metto"	ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22		ES1	
00:23		ES1	
00:24	F: "cioè"	ES1	

00:25	A: "più o meno qua"	ES1	A mette il dito sui 3/4
00:26		ES1	
00:27	F: "si, lo metto io?"	ES1	B prende il mouse e si muove in prossimità dei 3/4 per tenere traccia del punto individuato
00:28	A: "si"	ES1	
00:29	F: "aspetta"	ES1	
00:30	F: "circa qua?"	ES1	
00:31	A: "si circa qui"	VG1	e A conferma
00:32	F: "eh"	ES1	
00:33	A: "m"	ES1	
00:34		ES1	
00:35	A: "qua, più o meno"	ES1	A sposta il mouse in corrispondenza dei 3/4
00:36		ES1	Non potendo tenere traccia in altro modo, gli studenti proseguono individuando i punti prima con il mouse e poi con le dita
00:37		ES1	
00:38		ES1	
00:39		ES1	
00:40	A: "metti col dito qua"	ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43	F: "qua circa, un po' più in là"	ES1	B posiziona il dito sullo schermo in corrispondenza dei 3/4
00:44		ES1	
00:45		ES1	
00:46		ES1	
00:47		ES1	
00:48		ES1	A mette il mouse in corrispondenza del dito
00:49	A: "quindi qui"	ES1	
00:50	F: "e poi"	ES1	
00:51	A: "questo è 350"	ES1	
00:52		A1	L'attenzione degli studenti ora si sposta nell'individuare la posizione in cui mettere la crocetta in riferimento ai due punti individuati (1/2 e 3/4). Nel fare questo, calcolano a mente la differenza tra il numero da posizionare e il valore corrispondente a 3/4
00:53	A: "meno qualcosa, quindi deve essere più vicino, deve essere più vicino a di qua (indica con le mani la sinistra)"	A1	
00:54		A1	
00:55		A1	
00:56		A1	
00:57		A1	
00:58		A1	
00:59	F: "si"	VG1	F è d'accordo con la proposta di A
01:00		VG1	
01:01	A: "quindi...più o meno qua. Quindi fra...oddio, allora...però dobbiamo segnarlo con il dito se no non viene"	I1	A muove la crocetta dal "350" verso sinistra ma ha difficoltà ad individuare i punti di riferimento e invita il compagno ad indicargliela con il dito
01:02		I1	
01:03		I1	
01:04		I1	
01:05		I1	
01:06		I1	

01:07		I1	
01:08		I1	
01:09		I1	
01:10		I1	
01:11		VG2	attraverso un episodio di Valutazione Globale, A ripercorre tutte le procedure svolte fino a quel momento
01:12	A: "allora vai, così è il 200, così è il 300"	VG2	
01:13		VG2	
01:14		VG2	
01:15		VG2	
01:16	F: "si"	VG2	
01:17	A: "ok, segna col dito il 350; allora io metto il dito qua"	VG2	
01:18		VG2	
01:19		VG2	A mette il dito sul punto medio
01:20		VG2	
01:21	A: "oddio, io metto il dito qua, tu metti il dito lì"	VG2	Mentre A tiene il dito sul punto medio, B lo mette sui 3/4
01:22		VG2	
01:23		VG2	
01:24		VG2	a sposta il mouse sui 3/4
01:25	A: "mettiamo qua il 350"	VG2	
01:26	F: "quindi viene circa..."	I2	A sposta il mouse sull'ipotetico punto corrispondente a 335 che coincide con circa i 5/8 del segmento
01:27		I2	
01:28	A: "e questo è metà, tipo qua"	I2	
01:29		I2	
01:30	A: "la metà"	I2	
01:31	F: "e li sopra mettiamo la fr...la cosa. La tengo io"	I2	B mette il dito in corrispondenza del mouse per tenerne traccia
01:32		I2	
01:33	A: "si"	I2	A prende la crocetta e la posiziona dove B ha il dito. La crocetta è posizionata in un interno corretto del punto corrispondente al numero 335
01:34	F: "che è..."	I2	
01:35		I2	
01:36		I2	
01:37		I2	
01:38	A: "oddio; ok"	S1	
01:39		S1	
01:40	F: "circa qua"	S1	
01:41		S1	
01:42	A: "qui"	S1	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	Gli studenti osservano il compito in silenzio
00:01		L3	
00:02	A: "110, 0 e 200. Allora ovviamente è più vicino al 200; la metà è 100, quindi più o meno qua"	L5	A indica con il mouse il 110 e i due estremi mentre parla
00:03		L5	
00:04		L5	
00:05		A1	A muove il mouse verso la metà e indica un punto sulla sua destra
00:06		A1	
00:07		A1	

00:08	F: "e la metà della metà è 150"	A2	F individua un nuovo punto di interesse
00:09		A2	
00:10		A2	F indica sul monitor il punto medio del segmento
00:11	A: "150 che è qui"	A2	A indica con il mouse i 3/4
00:12		A2	
00:13	A: "metti il dito"	A2	F sta per mettere il dito sui 3/4
00:14	A: "oddio"	A2	A dei problemi con il mouse che è difettoso
00:15			
00:16			
00:17	A: "allora, facciamo così"	I1	A continua a non riuscire a spostare il mouse allora decide di usare il touch pad
00:18	F: "e la metà"	I1	Gli studenti decidono di ripercorrere il processo risolutivo per tenere traccia dei punti individuati nell'episodio di Analisi. F indica con il dito il punto medio
00:19		I1	
00:20		I1	
00:21	A: "metà è così, 100"	I1	A indica la metà con il cursore del mouse
00:22		I1	
00:23	F: "la metà è circa qua"	I1	F mette il dito sullo schermo in corrispondenza dei 3/4
00:24	A: "si qua"	I1	
00:25		I1	
00:26	F: "qua"	I1	
00:27	A: "qua è 150"	I1	
00:28	F: "qui è ..."	I1	
00:29	A: "no, aspetta, rifacciamo. Togli un attimo"	I1	A chiede di ricominciare di nuovo. A sposta il mouse di nuovo nel punto medio e poi sui 3/4
00:30		I1	
00:31	A: "allora, qua è lo zero, vai. La metà della metà"	I1	
00:32		I1	
00:33		I1	
00:34	F: "circa"	I1	F mette il dito sullo schermo in corrispondenza dei 3/4
00:35	A: "è circa qui"	I1	A indica un punto precedente ai 5/8 del segmento
00:36		I1	
00:37	A: "si quindi poco più in qua. Ok"	VG2	A sposta il mouse leggermente verso destra rispetto a dove lo aveva posizionato
00:38		VG2	
00:39		VG2	
00:40		VG2	
00:41		VG2	
00:42	A: "quindi più o meno qua, tieni col dito"	VG2	F sposta il dito in corrispondenza del mouse
00:43		VG2	
00:44		I2	
00:45		I2	

00:46		I2	A prende la crocetta e la sposta nel punto indicato da F con il mouse
00:47		I2	
00:48		I2	
00:49		I2	
00:50		I2	
00:51		I2	
00:52		I2	
00:53	A: "qui"	S1	

#### 4.1.4 Protocollo\_cbt\_9\_PAL

Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400			
Tempo	Sbodinatura	Indicatori	Descrizione
00:00	Leggono il testo	L1	Gli studenti leggono il testo, C legge il testo ad alta voce
00:01		L1	
00:02		L1	
00:03		L1	
00:04		L1	
00:05		L1	
00:06		L1	
00:07		L1	
00:08		L1	
00:09		L1	
00:10		ES1	C comincia l'episodio di esplorazione individuando il valore numerico relativo al punto medio. Nel farlo, indica il punto medio sulla linea con il dito
00:11	L: "allora"	ES1	
00:12		ES1	
00:13		ES1	
00:14	C: "qui è 300"	ES1	
00:15		ES1	
00:16	L: "eh, qui è appunto 300"	ES1	L prende il mouse e lo posiziona nel punto medio per tenere traccia della procedura attivata da C
00:17		ES1	
00:18		ES1	C indica sulla linea un punto alla destra del punto medio e rimane in silenzio
00:19		ES1	
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	L: "aspetta, allora, perché se noi facciamo"	ES1	Prima di cominciare l'implementazione, L invita ad avere pazienza
00:23		ES1	
00:24		ES1	
00:25		ES1	
00:26		ES1	
00:27	L: "300, poi dobbiamo fare un quarto, quindi ..."	ES1	L procede con l'approccio per dimezzamenti individuando 3/4 del segmento e indica con la mano il punto della
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	

00:31		ES1	linea
00:32		ES1	
00:33		ES1	
00:34		ES1	
00:35	C: "è circa un po' dopo"	VG2	C indica ancora un punto sulla linea alla destra del punto medio probabilmente anche in relazione a quello che ha appena individuato L
00:36		VG2	
00:37		I1	
00:38	L: "aspetta eh, lo mettiamo col dito"	I1	L tiene il dito sul punto indicato da C
00:39		I1	
00:40		I2	L prende la crocetta e la posizione sul dito
00:41		I2	
00:42	C: "si"	S2	Il fatto che L specifichi "a posto" potrebbe indicare la correttezza della posizione individuata e quindi una sorta di Valutazione Globale
00:43		S2	
00:44	L: "a posto"	VG1	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 100</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	L prende subito con il mouse la crocetta e la muove passando dalla metà e spostandosi sulla destra
00:01		L3	
00:02	L: "eh, qui; quant'è la metà"	A4	
00:03		A4	
00:04		A4	
00:05	C: "100, ecco lì"	I2	L posiziona la crocetta leggermente sulla destra del punto medio in accordo con C
00:06		I2	
00:07		I2	
00:08		S2	Gli studenti trovano un intorno corretto del punto relativo al valore numerico
00:09	C: "ok"	VG1	

## 4.2 Protocolli del compito in formato cartaceo

### 4.2.1 Protocollo\_ppt\_5\_PAL

<b>Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	A legge ad alta voce il testo del compito	L1	Gli studenti leggono il testo
00:01		L1	
00:02		L1	
00:03		L1	
00:04		L1	
00:05		L1	
00:06		L1	

00:07	G: "questo qua è più una roba ad occhio"	A1	G valuta quelle che potrebbero essere le caratteristiche del compito in relazione ad un possibile approccio risolutivo
00:08		A1	
00:09	R: "si"	A1	
00:10		A1	
00:11		A1	
00:12	G: "allora, se questo è 400 e questo è 200; hanno 200 di differenza"	A1	G indica i due estremi con pollice e indice della stessa mano e determina la differenza tra i valori dei due estremi corrispondente alla lunghezza del segmento
00:13		A1	
00:14		A1	
00:15		A1	
00:16		A1	
00:17		A1	
00:18		A1	
00:19		ES2	nei momenti di silenzio probabilmente gli studenti riflettono sulle possibili procedure da adottare. R sembra fare una proposta senza un apparente giustificazione. In questo senso potrebbe essere entrato in un episodio di Esplorazione dato che sembra porre una proposta senza una particolare giustificazione.
00:20		ES2	
00:21		ES2	
00:22		ES2	
00:23		ES2	
00:24		ES2	
00:25	R: "si bisogna fare 200:3"	ES2	
00:26	G: "no"	VG1	G non è d'accordo con la proposta di R. Anche senza motivare probabilmente sta valutando tale proposta come non adatta agli scopi del compito
00:27		VG1	
00:28		VG1	
00:29	G: "cioè questa linea la dividiamo 3?"	ES2	G indica la linea e chiede conferma al compagno sulla sua proposta quasi come se avesse un ripensamento
00:30		ES2	
00:31		ES2	
00:32		ES2	
00:33		ES2	
00:34		ES2	
00:35	R: "in due"	ES1	R si corregge proponendo di individuare il punto medio. G disegna una stanghetta in corrispondenza del punto medio e scrive sotto 100"
00:36	G: "In due! Se tipo all'incirca qua c'è 100"	ES1	
00:37		ES1	
00:38		ES1	
00:39		ES1	
00:40		ES1	
00:41		ES1	
00:42		ES1	
00:43		ES1	
00:44	ES1		

00:45	R: "335"	L5	R ripete il valore numerico di cui individuare la posizione
00:46	G: "sarà...se tipo qua c'è 150..."	ES1	G disegna una stanghetta sui 3/4 della linea e scrive 150 e B la segue con il dito sul foglio. In questo caso, il processo di dimezzamento continua allo scopo di individuare dei punti di riferimento
00:47		ES1	
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50	G: "quindi è circa qua"	ES1	B indica con le dita il punto tra 3/4 e 1/2 e A disegna una stanghetta proprio in quel punto
00:51		ES1	
00:52	G: "si perché qui ci sarà 25 e qui c'è 35"	ES1	Il procedimento per dimezzamento continua; G indica con le dita i 5/8 e poi indica un punto leggermente sulla destra. Ci disegna sopra una stanghetta
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57		I2	G inspessisce con la penna la stanghetta e scrive sotto 335. R approva il procedimento di G.
00:58		I2	
00:59		I2	
01:00		I2	
01:01		I2	
01:02	G: "335"	S1	
01:03		S1	
01:04	R: "si"	VG1	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	Nell'episodio di Lettura, i due studenti guardano in silenzio il foglio del compito. Successivamente R si sofferma sul valore numerico di cui individuare la posizione
00:01		L3	
00:02	R: "110"	L5	
00:03		L5	
00:04	R: "anche qua la stessa cosa"	A4	R individua un'analogia tra questo compito e il precedente
00:05		A4	
00:06	G: "qua ci sarà il 100"	A2	G e R indicano con le dita il punto medio del segmento. In questo caso ripercorrono un approccio per dimezzamenti già utilizzata in precedenza. In questo caso, non si tratta di esplorazione bensì di analisi
00:07		A2	
00:08		A2	
00:09	G: "ok, il 100"	A2	G disegna con la penna una stanghetta in corrispondenza del punto e ci scrive sotto 100
00:10		A2	
00:11	R: "110 sarà...qua"	I1	R con sicurezza indica con le dita un punto alla destra del 100 appena indicato
00:12		I1	
00:13		I1	

00:14		I2	G prende la penna e segna il punto indicato da R e ci scrive sopra 110
00:15		I2	
00:16		I2	
00:17		I2	
00:18	R: "si, si"	I2	
00:19		I2	
00:20		I2	
00:21		I2	
00:22		I2	
00:23		I2	
00:24		S1	
00:25		S1	

#### 4.2.2 Protocollo\_ppt\_6\_PAL

<b>Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	N: "dice"	L1	L'episodio di Lettura inizia con la lettura ad alta voce del testo e qualche secondo di silenzio
00:01	N legge il testo ad alta voce	L1	
00:02		L3	
00:03		L3	
00:04		L3	
00:05		L3	
00:06	N: "quindi dobbiamo vedere dov'è secondo noi il 335"	L5	N esplicita i valore del numero di cui individuare la posizione. Nel farlo indica la linea e il 335
00:07		L5	
00:08		L5	
00:09		L5	
00:10		L5	
00:11	N: "Allora, la metà è sicuramente 300"	ES1	N indica la metà e quindi comincia un episodio di Esplorazione alla ricerca di alcuni punti di riferimento sulla linea
00:12		ES1	
00:13		ES1	Proprio mentre sta per fare un segno sul punto medio, N si accorge della presenza di un righello sul tavolo e lo prende in mano. In questo caso, il fatto che N voglia fare uso del righello non indica il passaggio ad un episodio di Analisi ma rimane dall'esplorazione. L'ausilio del righello infatti le serve
00:14	N: "uh, c'è anche il righello, allora"	ES1	
00:15		ES1	

00:16		ES1	solo per individuare il punto medio con precisione e dunque per continuare la procedura che ha appena attivato
00:17	L: "fai una cosa, c'è anche la matita"	ES1	L porge ad N la matita
00:18		ES1	
00:19	L: " Fai una cosa, misura"	ES1	L posiziona il righello sulla linea e invita N ad utilizzarlo
00:20		ES1	
00:21		ES1	
00:22	N: "allora è la metà esatta; sono 12"	ES1	N utilizza il righello proprio per individuare il punto medio
00:23		ES1	
00:24	L: "ma, possiamo usare tutto?"	L6	Prima di procedere però N si chiede se è possibile usare tutto. Con questa domanda forse si sta chiedendo se il righello è un artefatto consentito nello spazio del compito
00:25	S: "tutto quello che volete"	L6	
00:26		L6	
00:27	N: "allora la metà esatta è il 6 perché sono 12 più o meno"	ES1	N indica sulla linea una tacca in corrispondenza della metà individuata con il righello
00:28		ES1	
00:29		ES1	
00:30		ES1	
00:31		ES1	
00:32		ES1	
00:33	L: "we, 12 più o meno non mi piace! 4, fai"	VG1	L si lamenta con N per la scarsa precisione della misurazione. Indica il limite destro della linea riferendosi alla lunghezza di 12,4, poi mette una tacca in corrispondenza 6,2 cm dal primo estremo
00:34		VG1	
00:35		VG1	
00:36		VG1	
00:37		VG1	
00:38		VG1	
00:39		VG1	
00:40		VG1	
00:41		VG1	
00:42		N: "ok, va beh, lasciamo stare, vuoi fare il perfettino"	
00:43	VG1		
00:44	VG1		
00:45	VG1		
00:46		ES1	N ripete in silenzio la procedura da capo, misura il segmento e segna una tacchetta più spessa sul punto medio
00:47		ES1	
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53	N: "ok"	ES1	
00:54	N: "allora, questa è la metà"	ES1	N indica la tacca appena

00:55		ES1	segnata
00:56		ES1	
00:57		ES1	
00:58		ES1	
00:59		ES1	
01:00	N: "per fare i trentacinque bisogna trovare..."	A3	Il fatto che N faccia riferimento al valore 30 significa che sta considerando un compito analogo per cui l'intervallo 300-400 su cui posizionare 335 è equivalente a posizionare 35 nell'intervallo 0-100
01:01		A3	
01:02	L: "dieci, dieci, dieci"	A2	L porge ad N il righello; nella sua esclamazione probabilmente propone ad A di individuare una partizione del segmento che corrisponde ad un'unità numerica di 10 per poi disegnare la crocetta in corrispondenza della 3 tacchetta. L posiziona il righello sulla linea L'attenzione degli studenti si sposta dunque sull'individuare una scala sul segmento.
01:03		A2	
01:04	N: "esatto, bisognerebbe trovare quanto vale 10"	A2	
01:05		A2	
01:06		A2	
01:07		A2	
01:08		A2	
01:09	N: "allora, per arrivare a 400 vediamo qual è il 10"	A2	
01:10		A2	
01:11		A2	
01:12		A2	
01:13	N: "em...si, hai capito, no? Emmm""	A2	
01:14	A2		
01:15	A2		
01:16	A2		
01:17	A2		
01:18		A2	
01:19	N: "300, uno, due, tre, quattro, cinque"	A1	N parte indicando lo zero e poi contando di centimetro in centimetro. Attraverso questa procedura individua la lunghezza del mezzo segmento che stanno prendendo in esame.
01:20		A1	
01:21		A1	
01:22		A1	
01:23	A1		
01:24	N: "em, cinque, diciamo. Emmm quindi 6"	A1	
01:25		A1	
01:26		A1	
01:27		A1	
01:28		A1	
01:29		A2	

01:30		A2	
01:31		A2	
01:32	N: "quindi, 100 diviso 6 quanto fa?"	A2	N propone dunque di dividere la distanza numerica per la distanza in cm
01:33		A2	
01:34		A2	
01:35		A2	
01:36		A2	
01:37		A2	
01:38	L: "fallo"	A2	
01:39		A2	
01:40		A2	
01:41		A2	N prende in mano il foglio e svolge in colonna la divisione $100:6=16,666..$
01:42		A2	
01:43		A2	
01:44		A2	
01:45		A2	
01:46		A2	
01:47		A2	
01:48	L: "10"	A2	
01:49	N: "nel dieciii, ci staaa"	A2	
01:50		A2	
01:51	L: "una volta"	A2	
01:52	N: "una volata col resto 4. Il 6 nel 40 ci staa...m..6x7, 42; 6x6, 36. Quindi 6 volte "	A2	
01:53		A2	
01:54		A2	
01:55		A2	
01:56		A2	
01:57		A2	
01:58		A2	
01:59	A2		
02:00	L: "eh, rimane il resto"	A2	
02:01		A2	
02:02		A2	
02:03		A2	
02:04	N: "beh, va beh, tanto c'è il righello"	A2	
02:05		A2	
02:06		A2	
02:07		A2	
02:08		A2	
02:09		A2	
02:10		A2	
02:11		A2	
02:12	N: "rimane sempre 4; è 16,6	A2	

02:13	periodico"	A2	
02:14		A2	
02:15		A2	
02:16		A2	
02:17		I1	Probabilmente L non è soddisfatto del risultato individuato da N. A questo punto, prende la penna e disegna un punto leggere più o meno in corrispondenza di un punto precedente 3/4 della linea. In questo caso propone di individuare la soluzione attraverso una procedura di stima ad occhio
02:18		I1	
02:19	L: "per me è lì"	I1	
02:20		I1	
02:21	N: "m, per te"	I1	
02:22	L: "a occhio"	I1	
02:23		I2	
02:24		I2	
02:25	N: "quindi in teoria 16 millimetri sarebbe 10, no?"	I2	
02:26		I2	
02:27		I2	
02:28		I2	
02:29		I2	N prende in mano il righello e segna tre tacchette distanziate di 16 mm.
02:30		I2	
02:31	N: "quindi giusti son 10...oh ma sei un genio?"	I2	
02:32		I2	
02:33		I2	
02:34		I2	
02:35		I2	
02:36		I2	
02:37		I2	
02:38		I2	
02:39	L: "perché?"	VG2	Nell'attivare questa procedura, N trova una corrispondenza tra il suo risultato e quello indicato dal compagno in precedenza.
02:40	N: "perché il tuo è più o meno 30!"	VG2	
02:41		VG2	
02:42		VG2	
02:43	N: "quindi 30"	S1	N disegna la crocetta sul segmento ma in un punto corrispondente ai 3/4 del segmento. In questo caso, la crocetta non è stata inserita in un intorno accettabile.
02:44	L: "te l'ho detto"	S1	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbodinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	L'episodio di Lettura viene praticamente bypassato; gli studenti passano subito ad un episodio di Analisi

00:01	N: "la metà è 100"	A4	N e L esattamente come nel compito precedente posizionano il righello sulla linea e guardano il segmento
00:02		A4	
00:03	L: "la metà qui è?"	A4	
00:04	N: "qui siamo 12 più o meno e quindi la metà qui è più o meno 6"	A4	
00:05		A4	
00:06		A4	
00:07		A4	
00:08		A4	
00:09		A4	
00:10	L: "fa 100"	A4	
00:11	N: "e qui 100"	A4	N scrive 100 sulla tacchetta appena segnata
00:12		A4	
00:13	L: "Ah, mm, dividi in 10 parti"	A2	L riposiziona il righello sulla linea e propone di dividere la seconda metà del segmento in 10 parti. Anche questa volta pare che l'intenzione sia costruire una scala con unità di misura numerica pari a 10; a differenza del compito precedente, però L propone una procedura algebrica corretta.
00:14		A2	
00:15		A2	
00:16		A2	
00:17		A2	
00:18		A2	
00:19	N: "aspetta, eh"	A2	
00:20		A2	
00:21	N: "dobbiam trovare 110? Em, 10, no?"	VG1	
00:22		VG1	
00:23		VG1	
00:24	N: "quindi se dividiamo il 100 in 10 parti...dovrebbe far 10"	A2	N ripete la procedura mettendo enfasi sul significato geometrico del valore che si ottiene tramite la suddivisone in 10 parti
00:25		A2	
00:26		A2	
00:27		A2	
00:28		A2	
00:29		A2	
00:30		A2	
00:31		A2	
00:32		A2	
00:33		VG1	L conferma
00:34	L: "eh, si"	VG1	
00:35		VG1	N indica la linea e sostiene di non poter determinare tale valore
00:36		VG1	
00:37	N: "eh, beh, si però non sappiamo a quanto equivale"	VG1	
00:38		VG1	
00:39		VG1	

00:40		VG1	
00:41	L posizione il righello sulla linea	A1	probabilmente il suo obiettivo è quello di misurare la lunghezza del mezzo segmento e dividere tale misura in 10 parti
00:42		A1	
00:43		A1	
00:44		A1	
00:45		A1	
00:46		A1	
00:47	L: "ah, perché ti rimane sempre il 6 lì; cosa te ne fai del 6? Trovi la metà..."	ES1	Individuata la misura, L continua a non saper cosa farci. Probabilmente si aspettava di trovare un valore diverso. A questo punto propone un nuovo approccio, dividere nuovamente a metà
00:48		ES1	
00:49		ES1	
00:50		ES1	
00:51		ES1	
00:52		ES1	
00:53		ES1	
00:54	N: "beh, al massimo facciamo sempre come prima"	ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57	L: "eh"	ES1	N mette il righello sulla linea e segna con una tacchetta 3/4
00:58	L: "trovi la metà"	ES1	
00:59	N: "Qua siam sempre 6"	ES1	
01:00	L: "tre"	ES1	
01:01	N: "quindi la metà è tre"	ES1	
01:02		ES1	
01:03	N: "e questo è 50, no?"	ES1	A scrive sulla nuova tacca relativa a 3/4 del segmento il numero 50
01:04		ES1	
01:05		ES1	
01:06		ES1	
01:07	N: "poi, troviamo questo che sarebbe 25"	ES1	N continua i dimezzamenti e segna con una tacca la metà della metà corrispondente ai 5/8 della linea e scrive sopra 25
01:08		ES1	
01:09		ES1	
01:10		ES1	
01:11		ES1	ipoteticamente trova il valore numerico riferito ad un'ulteriore metà ma non fa ancora segni
01:12	N: "eh, 25; farebbe 12,5. Aaah, va beh"	ES1	
01:13		ES1	
01:14		ES1	
01:15		ES1	
01:16		ES1	
01:17		ES1	
01:18	N: "12,5; quindi la metà sarebbe 12,5"	ES1	N disegna una nuova tacca nella successiva metà che aveva preso in considerazione in precedenza
01:19		ES1	
01:20		ES1	
01:21	N: "un po' prima... mettiamo qua?"	IS2	N disegna una tacchetta poco prima della tacchetta appena segnata corrispondente al 12,5
01:22		IS2	
01:23		IS2	

01:24	L: "ss"	VG2	L è concorde
01:25	N: "110"	S1	A scrive 110 sulla nuova tacca

### 4.2.3 Protocollo\_ppt\_7\_PAL

Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400			
Tempo	Sbobbatura	Indicatori	Descrizione
00:00	S legge il testo ad alta voce	L1	Dopo aver letto ad alta voce, S si concentra sul valore numerico di cui individuare la posizione sul segmento
00:01		L1	
00:02		L1	
00:03		L1	
00:04		L1	
00:05	S: "335"	L5	S indica con la penna la linea sul foglio e attiva un episodio di Analisi proponendo di ripartire il segmento in 200 parti. In questo caso quindi vorrebbe individuare una partizione considerando l'unità numerica pari a 1.
00:06		L5	
00:07	S: "allora"	A1	
00:08		A1	
00:09	S: "Allora, intanto qua dobbiamo dividerla"	A2	
00:10		A2	
00:11		A2	
00:12	S: "tipo"	A2	
00:13		A2	
00:14		A2	
00:15	G: "va beh, 200 parti però"	A2	
00:16		A2	
00:17		A2	
00:18	G: "il 300 è a metà"	ES1	Probabilmente, G si è accorto che la sua proposta è difficilmente implementabile. Per questo motivo abbandona l'episodio di analisi per passare all'Esplorazione. In particolare individua il valore numerico relativa al punto medio e nel farlo lo indica con il dito
00:19		ES1	
00:20	S: "si"	ES1	G indica la linea e poi si riferma sul punto medio
00:21	G: "perché...il 300 è esattamente qua"	ES1	
00:22	S: "allora qua si deve"	ES1	Sulla base della proposta di G, S prova a dire qualcosa ma G lo interrompe analizzando le caratteristiche del valore numerico presentato nella consegna in relazione ai valori dei tre punti di riferimento che hanno a disposizione. Durante questa analisi, G scorre con il dito partendo dalla metà del segmento al secondo estremo e poi trona indietro
00:23	G: "aspetta poi, 65; quindi 65 da qua e 35 da qui e sta qui"	A1	
00:24		A1	
00:25		A1	
00:26		A1	
00:27		A1	
00:28		I2	

00:29		I2	S si avvicina con la penna e disegna una crocetta in prossimità del dito G
00:30		I2	
00:31		S2	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00		L3	L'episodio di Lettura è molto veloce, l'attenzione degli studenti si sposta subito sul valore numerico indicato nella consegna
00:01	S: "110"	L5	
00:02		I1	Dopo una manciata di secondi, S indica con la penna un punto successivo a 1/2 della linea. In questa prospettiva, sembra che sia convinto di avere già individuato la soluzione
00:03	S: "qua"	I1	
00:04		I1	
00:05		I1	
00:06	S: "cioè qua 100 è la metà"	VG2	Prima di procedere con il segno, però attiva un episodio di Valutazione Globale, raccontando a G il tipo di approccio che ha adottato. Mentre parla, S indica la metà del segmento e subito dopo lo fa anche G
00:07		VG2	
00:08	G: "qua è il 100"	VG2	
00:09		VG2	G scorre la linea partendo dalla metà e si ferma meno di un centimetro sulla destra
00:10	G: "e qui sarà qui più o meno"	VG2	
00:11		VG2	
00:12		I2	S segna con la penna il punto indicato da G
00:13	S: "così"	S2	
00:14		S2	

#### 4.2.4 Protocollo\_ppt\_9\_PAL

<b>Compito 2: posizionare 335 tra 200 e 400</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>
00:00	Leggono il testo in silenzio	L1	D legge il testo ad alta voce
00:01		L1	
00:02		L1	
00:03		L1	
00:04		L6	D si confronta I sulla comprensione del testo
00:05		L6	
00:06		L6	
00:07	D: "capito?"	L6	
00:08	I: "mmm"	A1	
00:09		A1	
00:10		A1	D prende subito il righello
00:11		A1	D posiziona il righello sulla linea e ne misura la lunghezza. In questo caso, quindi, attiva un episodio di Analisi
00:12		A1	
00:13		A1	
00:14		A1	
00:15	D: "11 e mezzo"	A1	

00:16		A1	In questo lasso di tempo gli studenti stanno in silenzio. Probabilmente cercano di capire cosa possono farsene della misura appena ricavata
00:17		A1	
00:18		A1	
00:19		A1	
00:20	D: "quindiiii"	A1	
00:21		A1	
00:22		A1	
00:23		A1	
00:24		A1	
00:25		A1	
00:26		A1	
00:27		A1	
00:28	D: "200 diviso 11?"	A1	D propone di dividere 200 per la lunghezza del segmento in modo da individuare il valore numerico corrispondente ad 1 cm. D svolge il calcolo sul foglio
00:29		A1	
00:30		A1	
00:31		A1	
00:32		A1	
00:33		A1	
00:34		A1	
00:35		A1	
00:36		A1	
00:37		A1	
00:38		A1	
00:39		A1	
00:40		A1	
00:41		A1	
00:42		A1	
00:43		A1	
00:44		A1	
00:45		A1	
00:46		A1	
00:47		A1	
00:48	I: "no, fai 11,5 diviso 2"	ES1	Mentre D sta svolgendo la divisione, I propone un approccio differente: individuare il punto medio
00:49	D: "perché"	ES1	D non capisce il motivo di questa proposta
00:50		ES1	I chiarisce la sua volontà di adottare un approccio per dimezzamenti successivi
00:51		ES1	
00:52	I: "perché così scopri 300"	ES1	I indica con le dita il punto medio del segmento
00:53		ES1	
00:54		ES1	
00:55		ES1	
00:56		ES1	
00:57		ES1	

00:58	D: "è vero"	ES1	D sta per mettersi a fare il calcolo ma si blocca come se si trattasse di un risultato che possono individuare a mente
00:59		ES1	
01:00		ES1	
01:01		ES1	
01:02		ES1	
01:03		ES1	
01:04		ES1	
01:05	D: "beh si sa, 11,5 diviso 2"	ES1	I lo sfida chiedendogli di dire il risultato. A quel punto D si mette a svolgere il calcolo in colonna
01:06		ES1	
01:07	I: "dillo"	ES1	
01:08		ES1	
01:09	D: "5,7; virgola 75"	ES1	
01:10		ES1	
01:11	D: "no?"	ES1	
01:12		ES1	
01:13		ES1	
01:14		ES1	
01:15		ES1	
01:16		ES1	
01:17		ES1	
01:18		ES1	
01:19		ES1	
01:20		ES1	
01:21		ES1	
01:22		ES1	
01:23		ES1	
01:24	D: "oppala"	ES1	I prende il righello e segna con la penna la metà
01:25		ES1	
01:26		ES1	
01:27		ES1	
01:28		ES1	
01:29		ES1	Gli studenti individuano un punto di riferimento
01:30	D: "quello è 300"	ES1	
01:31		ES1	
01:32		ES1	
01:33	I: "eh, questo è 400"	ES1	
01:34		ES1	
01:35		ES1	D indica un punto poco a destra della metà
01:36	D: "335 sta qua"	I1	
01:37		I2	D disegna una crocetta in quel punto chiedendo conferma ad I che annuisce
01:38	D: "vado?"	I2	
01:39		S2	
<b>Compito 1: posizionare 110 tra 0 e 200</b>			
<b>Tempo</b>	<b>Sbobinatura</b>	<b>Indicatori</b>	<b>Descrizione</b>

00:00	guardano il compito	L3	L'episodio di Lettura è molto rapido, gli studenti passano immediatamente all'analisi individuando l'analogia tra questo compito e il precedente
00:01		L3	
00:02	D: "ah, è uguale!"	A3	D prende il righello e misura la lunghezza del segmento
00:03		A3	
00:04		A3	Attraverso il righello, D individua il punto medio e lo segna con la penna
00:05	D: "eh, quindi 5,75"	A3	
00:06		A3	
00:07		A3	
00:08	D: "qui"	A3	
00:09		A3	In questo momento di silenzio probabilmente gli studenti si interrogano su come procedere
00:10		A3	
00:11		A3	
00:12		A3	
00:13		A3	
00:14		A3	
00:15		I1	
00:16	D: "mmm, qui 100...ah, beh"	I1	D indica un punto di poco superiore alla metà
00:17	I: "no, di meno"	VG1	I corregge D attraverso una valutazione Globale
00:18	D: "100"	VG1	
00:19	I: "eh, appunto"	VG1	
00:20		S2	D ingrossa la crocetta in modo da farla sembrare più vicina al punto medio
00:21		S2	
00:22	D: "beh, più o meno"	VG2	