

УДК 621.513

Л.М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук, *М.Н. МАЛЬКО*, *О.В. КОСТЮК***СИНТЕЗ СЕЛЕКТИВНО-ИНВАРИАНТНЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНЫМИ МОДЕЛЯМИ**

Запропоновано узагальнення методу синтезу селективно-інваріантних систем управління на випадок двоканальних немінимально-фазових об'єктів. Для вирішення задачі синтезу компенсуючих регуляторів застосовані стійкі оберненні моделі.

Проблема синтеза систем управления, компенсирующих возмущения, остается в центре внимания современной теории управления. Поскольку условия достижения абсолютной или полной инвариантности оказываются, как правило физически нереализуемы, на практике стремятся к обеспечению частичной инвариантности к определенному классу возмущений. Развитие этой идеи привело к возникновению понятия селективно-инвариантных систем, теория синтеза которых для объектов со скалярным входом и выходом развита в работах Я.З. Ципкина [1;2]. При этом априорная информация о возмущениях вводится в виде их описания с помощью, так называемой модели предсказания - дифференциального или разностного уравнения с известными или настраиваемыми параметрами, описывающими динамику изменения возмущений. Таким образом, может задаваться широкий класс так называемых волновых возмущений [3], имеющих место в разнообразных задачах управления техническими объектами.

В настоящей работе рассматриваются особенности реализации схемы селективно-инвариантного управления для двухканальных объектов, у которых регулируемые и измеряемые переменные различаются между собой. Возникающая при этом проблема связана с тем, что для модели объекта общего вида применение метода динамического восстановления возмущений наталкивается на существенные трудности в случае неминимально-фазового объекта. Использование устойчивых обратных моделей позволяет получить соответствующее обобщение метода селективной инвариантности.

Рассмотрим дискретный динамический объект вида

$$Q(q^{-1})y(k) = q^{-1}P_u(q^{-1})u(k) + P_w(q^{-1})w(k), \quad (1)$$

где $y(k)$, $u(k)$, $w(k)$ – соответственно регулируемые, управляющие и возмущающие переменные. Полиномы от оператора сдвига q^{-1} удовлетворяют обычным $Q(0) = 1$, $P_u(0) \neq 0$, $P_w(0) \neq 0$. Отличие модели (1) от модели, рассматриваемой в [1], заключается в наличии динамики начала возмущения, что отражается введением полинома возмущения $P_w(q^{-1}) \neq 1$.

Зададим цель управления с помощью эталонной модели

$$\begin{aligned} Q^*(q^{-1})y^*(k) &= q^{-1}P^*(q^{-1})r(k), \\ T^*(q^{-1})[y^*(k) - y(k)] &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $r(k)$ – задающее воздействие, $y^*(k)$ – желаемое изменение регулируемой переменной, определяемое структурой и параметрами эталонной модели (2).

Решение этой задачи для устойчивого и минимально-фазового объекта при отсутствии возмущений $w(k) = 0$ хорошо известно и имеет вид:

$$R(q^{-1})u(k) = P_r(q^{-1})r(k) - P_y(q^{-1})y(k), \quad (3)$$

где $R(q^{-1})$, $P_r(q^{-1})$, $P_y(q^{-1})$ – полиномы регулятора с двумя степенями свободы, определяемые по формулам:

$$\begin{aligned} R(q^{-1}) &= P_u(q^{-1}), & P_r(q^{-1}) &= T^*(q^{-1})P^*(q^{-1}), \\ P_y(q^{-1}) &= q[T^*(q^{-1})Q^*(q^{-1}) - Q(q^{-1})] \end{aligned} \quad (4)$$

Заметим, что в этом случае регулятор имеет структуру обратной модели объекта управления.

При наличии возмущений возникает необходимость в их компенсации на основе схемы косвенного измерения. Введем согласованную модель вида

$$\hat{y}(k) = [1 - Q(q^{-1})]y(k) + q^{-1}P_u(q^{-1})u(k), \quad (5)$$

При этом очевидно, что

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) = P_w(q^{-1})w(k) = Q(q^{-1})y(k) - q^{-1}P_u(q^{-1})u(k), \quad (6)$$

т.е. с его помощью можно косвенно оценить возмущающее воздействие, подвергнутое преобразованию скользящего среднего, задаваемого полиномом возмущения $P_w(q^{-1})$.

Пусть возмущение $w(k)$ принадлежит классу регулярных возмущений, задаваемых моделью вида

$$w(k) = D(q^{-1})w(k-1), \quad (7)$$

где $D(q^{-1})$ – полином предсказания.

Принимая во внимание, следующее из (7) уравнение компенсации $[1 - q^{-1}D(q^{-1})]w(k) = 0$, зададим уравнение комбинированного регулятора:

$$P_u(q^{-1})u(k) = T^*(q^{-1})P^*(q^{-1})r(k) - P_y(q^{-1})y(k) - D(q^{-1})\varepsilon(k), \quad (8)$$

которое с учетом (6) может быть преобразовано к виду

$$\begin{aligned} [1 - q^{-1}P_w(q^{-1})D(q^{-1})]P_u(q^{-1})u(k) &= \\ &= T^*(q^{-1})P^*(q^{-1})r(k) - [P_y(q^{-1}) + P_w(q^{-1})D(q^{-1})Q(q^{-1})]y(k). \end{aligned} \quad (9)$$

Из (1), (8) следует уравнение замкнутой системы

$$[Q(q^{-1}) + q^{-1}P_y(q^{-1})]y(k) = q^{-1}T^*(q^{-1})P^*(q^{-1})P^*(q^{-1})r(k), \quad (10)$$

из которого видно, что закон управления (9) обеспечивает полную компенсацию возмущений и выполнение целевого условия (2).

Учитывая (4) легко убедиться, что характеристический полином замкнутой системы имеет вид $\Delta(q^{-1}) = T^*(q^{-1})Q^*(q^{-1})P_u(q^{-1})$, т.е. гарантирующее ее устойчивость гарантирована для объекта, минимально-фазового по управлению.

Рассмотрим особенности решения задачи синтеза селективно-инвариантной системы для неминимально-фазового объекта. Один из возможных подходов, предложенный в [1], основан на идее построения аппроксимации модели объекта приближенной минимально-фазовой моделью. На основе стандартной факторизации полинома управления $P_u(q^{-1}) = P_u^+(q^{-1})P_u^-(q^{-1})$ вводится так называемая "рвано-модульная" аппроксимация полинома управления

$$\tilde{P}_u(q^{-1}) = P_u^+(q^{-1})\tilde{P}_u^-(q^{-1}), \quad (11)$$

где $\tilde{P}_u^-(q^{-1}) = q^{-m} P_u^-(q)$ – обратный полином, $m = \deg P_u^-(q^{-1})$.

Тогда "равно-модульная" модель объекта

$$\begin{aligned} Q(q^{-1})y(k) &= q^{-1}\tilde{P}_u^-(q^{-1})\mu(k) + w_e(k); \\ w_e(k) &= P_w(q^{-1})\nu(k) + q^{-1}[P_u(q^{-1}) - \tilde{P}_u^-(q^{-1})]\mu(k), \end{aligned} \quad (12)$$

будет обладать свойством минимальной фазовости, а погрешность аппроксимации может быть учтена путем введения дополнительного эквивалентного возмущения $w_e(k)$.

Следуя изложения выше схеме и используя косвенное измерение эквивалентного возмущения

$$\varepsilon(k) = Q(q^{-1})y(k) - q^{-1}\tilde{P}(q^{-1})\mu(k) = w_e(k), \quad (13)$$

получим уравнение устойчивого компенсирующего регулятора в виде

$$\tilde{P}_u(q^{-1})\mu(k) = T^*(q^{-1})Q^*(q^{-1})r(k) - P_y(q^{-1})y(k) - D_e(q^{-1})\varepsilon(k), \quad (14)$$

где $D_e(q^{-1})$ – полином предсказания эквивалентного возмущения. Практическая реализация указанного подхода наталкивается на значительные трудности связанное с построением полинома предсказания $D_e(q^{-1})$, т.к. эквивалентное возмущение зависит от управляющих воздействий.

Аналогичные проблемы возникают при рассмотрении двухканальных неминимально-фазовых объектов.

$$\begin{aligned} Q^1(q^{-1})y_1(k) &= q^{-1}P_u^1(q^{-1})\mu(k) + P_w^1(q^{-1})\nu(k), \\ Q^2(q^{-1})y_2(k) &= q^{-1}P_u^2(q^{-1})\mu(k) + P_w^2(q^{-1})\nu(k), \end{aligned} \quad (15)$$

где $y_1(k)$, $y_2(k)$ – соответственно регулируемые и измеряемые переменные. Использование двухвходовой согласованной модели

$$\varepsilon(k) = Q^2(q^{-1})y_2(k) - q^{-1}P_u^2(q^{-1})\mu(k) = P_w^2(q^{-1})\nu(k) \quad (16)$$

позволяет измерить лишь скользящее среднее возмущения, определяемое полиномом канала измерения $P_w^2(q^{-1})$, в то время, как для построения алгоритма управления необходима оценка преобразованного возмущения $\tilde{w}(k) = P_w^1(q^{-1})\nu(k)$, что требует динамического преобразования сигнала $\varepsilon(k)$ с помощью инверсного фильтра, который для не минимально-фазовых по возмущению объектов оказывается неустойчивым.

В этом случае для синтеза компенсирующих регулятора необходимо найти полиномы минимальных степеней $S_1(q^{-1})$ и $S_2(q^{-1})$, являющихся решением полиномиального уравнения

$$P_w^1(q^{-1}) - q^{-1}S_1(q^{-1})P_w^2(q^{-1}) = S_2(q^{-1})[1 - q^{-1}D(q^{-1})], \quad (17)$$

и принять $P_e(q^{-1}) = S_1(q^{-1})$.

Иной подход возможен на основе использования оценки возмущения $\hat{w}(k)$.

Необходимость восстановления $\nu(k)$ в явном виде (задача декоррекции преобразованного возмущения) возникает при решении задачи идентификации полинома предсказания $D(q^{-1})$ или настройки параметров алгоритма приближенного прогнозирования возмущения, что является основой построения адаптивных селективно-инвариантных систем.

Использование идеи равно-модульной аппроксимации приводит к построению динамического наблюдения возмущения вида

$$\tilde{P}_w^2(q^{-1})\tilde{w}(k) = \varepsilon(k), \quad (18)$$

при этом ошибка оценивания $e_w(k) = w(k) - \tilde{w}(k)$ описывается уравнением

$$\tilde{P}_w^2(q^{-1})e_w(k) = [\tilde{P}_w^2(q^{-1}) - P_w^2(q^{-1})]w(k), \quad (19)$$

В этом случае, как следует из (19), присутствует неубывающая динамическая составляющая ошибки оценивания, зависящая от возмущения $w(k)$, что может привести к недопустимо большим погрешностям компенсации.

Повысить точность оценивания и компенсации можно путем использования устойчивой обратной модели объекта по каналу возмущения, синтезированной, например, по методике [4].

Представим передаточную функцию канала косвенного измерения преобразованного возмущения $w_p^1(k)$ в виде

$$G_w^2(z) = \frac{P_w^{2+}(z)}{P_w^1(z)} \prod_{i=1}^{\mu} (z - z_i^0), \quad (20)$$

где $z_i^0, i = \overline{1, \mu}$ – неустойчивые нули полинома $P_w^2(z)$. Используя разложение инверсной функции $(z - z_i)^{-1}$ в ряд по положительным степеням оператора z , получим

$$(z - z_i)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{ik} z^k, \quad \alpha_{ik} = -z_i^{-(k-1)}, \quad (21)$$

Ограничиваясь конечным числом шагов разложения N , получим приближенное выражение для инверсной передаточной функции

$$\tilde{G}_w^2(z) = \frac{z^{-m} P_w^1(z)}{P_w^{2+}(z)} \sum_{k=0}^{\mu N} \alpha_k z^k, \quad (22)$$

где коэффициенты α_k определяются из уравнения.

$$\prod_{i=1}^{\mu} \sum_{k=0}^N \alpha_{ik} z^k = \sum_{k=0}^{\mu N} \alpha_k z^k, \quad (23)$$

а минимальное число m , обеспечивающее физическую реализуемость обратной модели, определяется как

$$m = \deg P_w^1 - \deg P_w^{2+} + \mu N. \quad (24)$$

Из (22) нетрудно получить разностное уравнение, описывающее алгоритм восстановления $w_p^1(k)$ на основе устойчивой обратной модели.

Описанный подход может быть распространен на объекты, многомерные по входу и выходу, воспользовавшись методикой синтеза многомерных обратных моделей в пространстве состояний, изложенной в [5].

Список литературы: 1. Цыпкин Я.З. Адаптивно инвариантные системы управления // Автоматика и телемеханика, 1991, № 5, с. 96-124. 2. Цыпкин Я.З. Неминимально-фазовость в дискретных системах управления // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика.

М.: ВИНТИ. 1989. Том 26. С.3-40. 3. *Джонсон С.* Теория регуляторов, приспособляющихся к возмущениям // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. М.: Мир, 1980. С.253-320. 4. *Житецкий Л.С.* Инвариантность комбинированных дискретных систем программного управления // Теория инвариантности автоматических систем. М.: Наука, 1970. С.297-302. 5. *Костенко Ю.Т., Любчик Л.М.* Системы управления с динамическими моделями. Харьков: Основа, 1996. 212с.

Поступила в редколлегию 31.12.98