

METODOLOGIA DI ANALISI TERMOMECCANICA DI ALBERI PER TURBINA A VAPORE

Candidato
Dario
Frassi

Relatori
Prof. Beghini Marco
Prof. Bertini Leonardo



1	INTRODUZIONE	2
1.1	STATO DELL'ARTE	3
1.1.1	Impianti Solari.....	3
1.1.2	Turbina.....	5
2	DEFINIZIONE DEL PROBLEMA DA STUDIARE	8
2.1	Introduzione Matlab	9
2.2	Equazione di Fourier	9
2.3	Svolgimento e Risultati	16
3	MODELLO AGLI ELEMENTI FINITI E SIMULAZIONE	20
3.1	Pre-Processing	20
3.1.1	Materiale	21
3.1.2	Fase di modellazione.....	21
3.1.3	Carichi Termici ed Impostazione Sistema	26
3.1.4	Definizione <i>Mesh</i>	29
3.2	Studio Termico	37
3.3	Studio Strutturale.....	41
4	Risultati.....	49
4.1	Tabelle e Grafici	49
4.2	Rapporti.....	67
4.2.1	Valori per geometria	67
4.2.2	Grafico K_t	73
5	Conclusione	78
6	Bibliografia.....	79
	APPENDICE.....	80
	Matlab.....	80

1 INTRODUZIONE

Il progetto ATENE (Advanced Technologies for ENergy Efficiency) è un progetto finanziato dalla Regione Toscana per migliorare l'efficienza nella produzione di energia.

Nello specifico in questa tesi verranno affrontate tematiche legate a turbine a vapore soffermandoci in particolare allo studio termo-meccanico della stessa. Il principio di funzionamento di questo tipo di impianto consiste nel far ruotare la turbina sfruttando un flusso di vapore ad alta temperatura ottenuto tramite il surriscaldamento attraverso pannelli solari.

I carichi meccanici agenti sulla turbina sono legati alla forza centrifuga agente sulle palette durante il funzionamento a regime, i carichi termomeccanici invece si manifesteranno specialmente durante i transitori di avviamento e spegnimento, per questo motivo i danni che si verificano sono in maggior parte dovuti a fatica. Oltre al danneggiamento a fatica causato dalla rotazione e dalla presenza di masse concentrate, come ad esempio le pale della turbina, è presente un ciclo affaticante generato dalla storia termica che agisce sui componenti della turbina generatore. Durante il giornaliero ciclo di lavoro, il sistema in uso passa da un ambiente che si trova a temperatura ambiente ad un altro stato in cui la turbina viene investita da un flusso di vapore a temperature elevate, dell'ordine di 500°C.

Lo scopo originale di questa tesi è l'ottimizzazione del sistema meccanico e del suo utilizzo per ridurre i danni dovuti al ciclo termico.

Un accorgimento per ridurre le rotture del sistema meccanico può essere pre-riscaldare l'albero della turbina per diminuire lo shock termico che subisce passando dallo stato di quiete allo stadio operativo. Per studiare questo progetto è obbligatorio conoscere l'andamento termico del sistema e la sua risposta nel tempo, la geometria meccanica e i carichi agenti sulla struttura. L'albero della turbina è caratterizzato da variazioni di diametro e di alloggiamenti dove sono posizionate le pale della turbina stessa. Inoltre l'andamento termico è variabile nel tempo. Queste caratteristiche portano complicazioni, in quanto non sono disponibili nelle varie bibliografie. A causa di questa complicazione si è dovuto modificare l'obiettivo di questo studio decidendo di esaminare la possibile esistenza di un collegamento tra il sistema ideale ed il sistema reale ed in caso affermativo descrivere questo collegamento. Con sistema ideale si intende un sistema caratterizzato da un cilindro con lunghezza infinita, temperatura ambiente costante o al più che varia a step considerando per ogni gradino temperatura costante e variazione istantanea ed equilibrio raggiunto istantaneamente. Per questo si è svolto degli studi tramite modelli semplificati al fine di stimare le tensioni agenti sul corpo allo scopo di predire il ciclo di lavoro della macchina, in termini di stress, in maniera tale da poter avere informazioni utili per il calcolo della vita a fatica della macchina.

1.1 STATO DELL'ARTE

Il sistema di generazione dell'energia è formato principalmente da due parti:

- Impianto solare;
- Turbina

1.1.1 Impianti Solari [1]

L'impianto solare è utilizzato per scaldare il fluido termovettore e trasformarlo in vapore in modo da azionare la turbina. Esistono diversi tipi di impianti solari, a seconda della forma degli specchi riceventi o a seconda della funzione degli stessi, se riceventi o riflettenti. Una visione schematica dell'utilizzo di un impianto solare privato è riportato in figura 1.1:

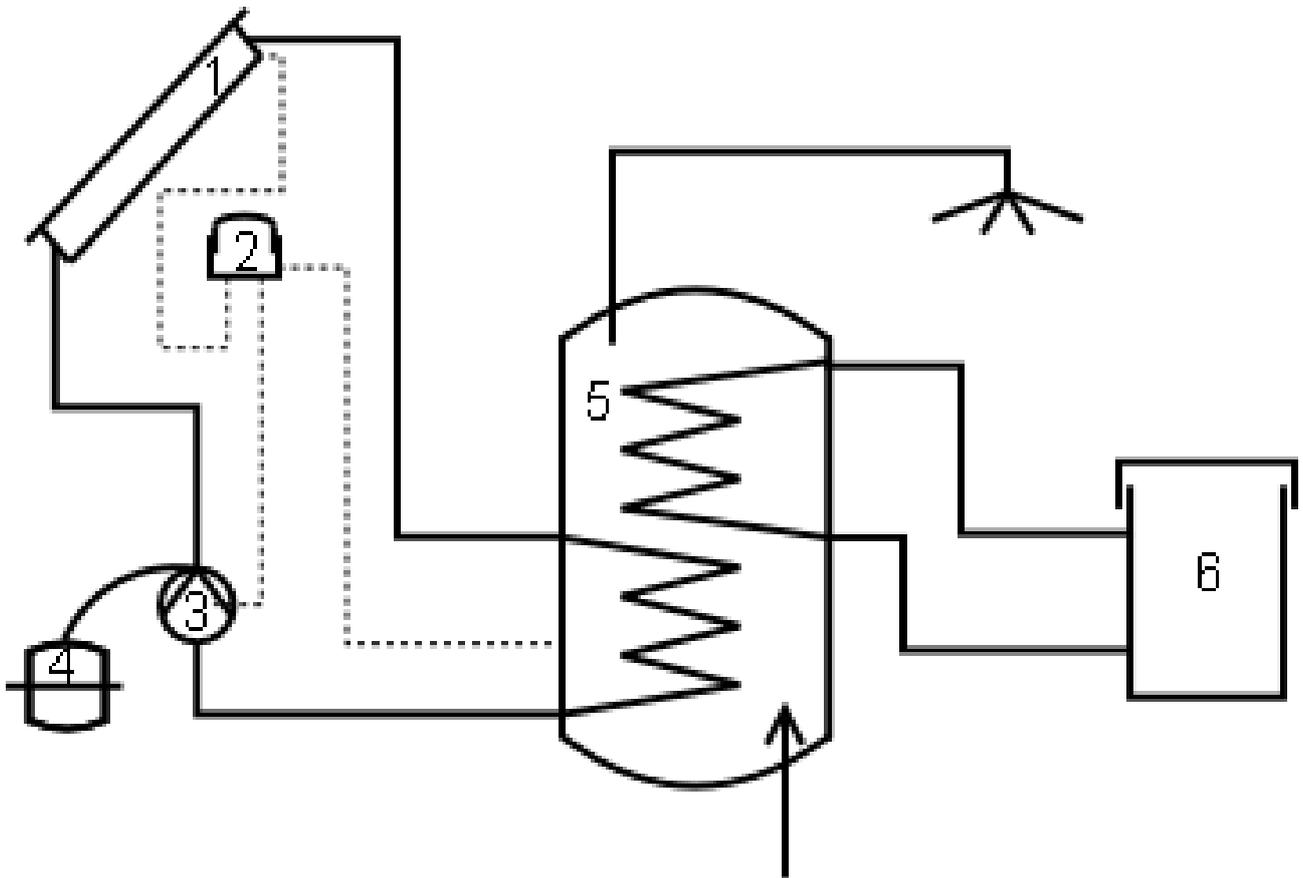


Figura 1.1 Esempio di impianto solare per uso privato [1]

Nello schema precedente possiamo notare che il fluido termovettore viene fatto circolare all'interno del sistema grazie ad una pompa (3) attraverso il pannello solare (1) nel quale viene raccolta l'energia termica assorbita dai raggi solari. Il fluido così surriscaldato raggiunge così lo scambiatore di calore (5) il quale poi trasmette il calore all'utilizzatore finale (6).

Questo impianto è gestito da un sistema di controllo (2) centralizzato che aziona la pompa (3) di ricircolo del fluido e le relative valvole di intercettazione fluido.

I pannelli sono solitamente di forma parabolica, in modo da massimizzare il calore assorbito, figura 1.2:

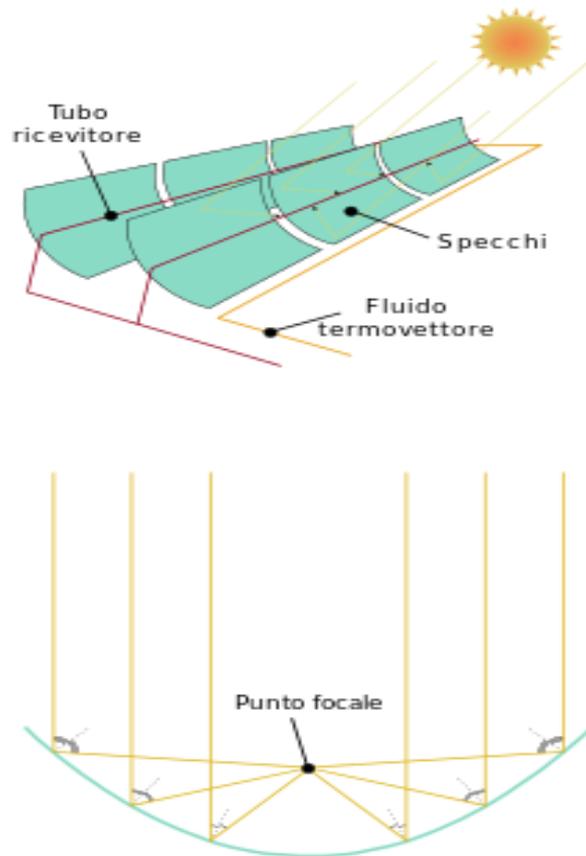


Figura 1.2 Pannelli solari parabolici (Wikipedia)

Un altro metodo utilizzato per massimizzare il calore assorbito dal sistema utilizzatore è quello di utilizzare specchi riflettenti piani mobili che convogliano il calore su un unico pannello scambiatore montato in una torre centrale:



Figura 1.3 Campo di pannelli solari con torre centrale (Wikipedia)

La figura 1.3 è una centrale termosolare costruita vicino a Siviglia in Spagna e questa centrale elettrica è formata da una torre situata al centro di una pianura coperta da 624 eliostati, essenzialmente specchi, ciascuno con una superficie di ben 120 m^2 , che riflettono la luce solare verso un punto di fuoco posto in prossimità della sommità della torre. Il calore prodotto dalla concentrazione dei raggi solari riscalda le condutture dell'acqua presenti nella parte superiore della torre trasformando il fluido vettore in vapore. Il vapore prodotto fornisce fino a 11 MW di elettricità.

Nel sistema studiato in queste pagine invece dell'utilizzatore finale privato, in figura 2.1 l'elemento (6), è presente la turbina collegata con l'alternatore.

1.1.2 Turbina

La turbina è il componente che trasforma l'energia termica del vapore in energia cinetica e, tramite la rotazione trasmessa ad un alternatore, in energia elettrica. Le turbine sono utilizzate solitamente in centrali termoelettriche. Queste centrali sfruttano i principi termodinamici che stanno alla base del ciclo Rankine mostrato schematicamente in figura 1.4:

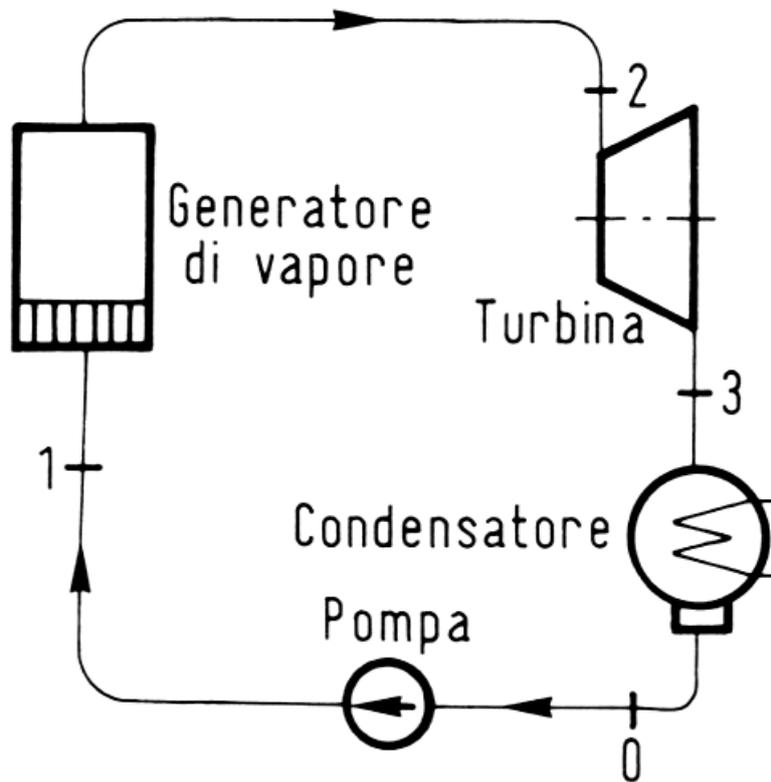


Figura 1.4 Elementi costituenti il ciclo Rankine [2]

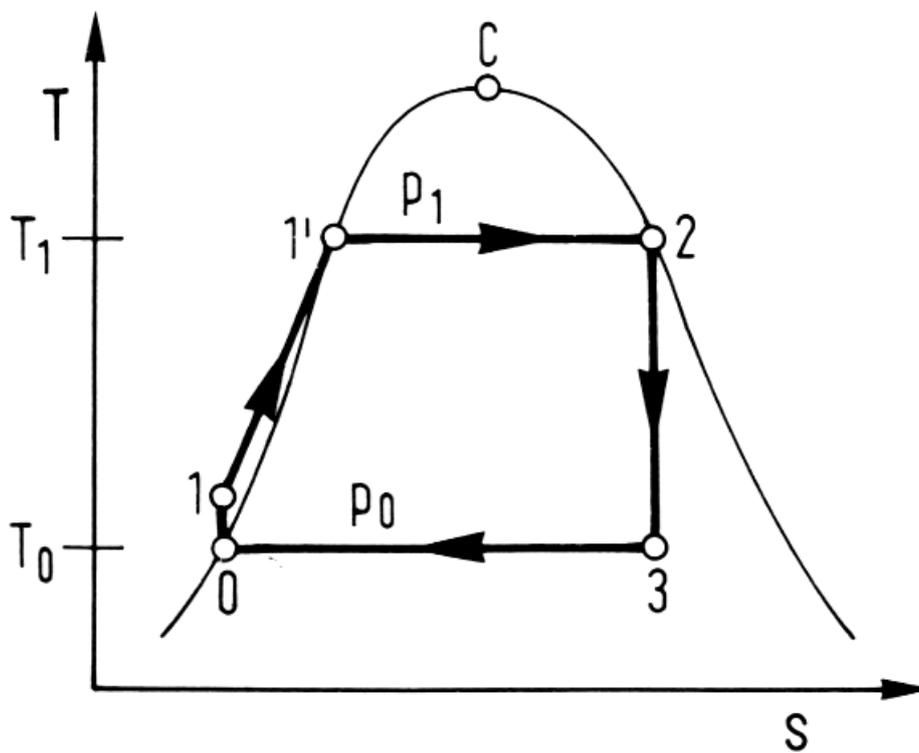


Figura 1.5 Grafico T-S del ciclo di Rankine [2]

Il grafico T-S del ciclo Rankine, figura 1.5, mostra le fasi:

- 0-1': compressione del fluido tramite pompa
- 1'-2: generazione di vapore
- 2-3: espansione in turbina,
- 3-0: condensazione.

La turbina di una centrale termoelettrica è il componente più importante e complesso di tutto il sistema, sia per le dimensioni, sia per la fase costruttiva, in quanto sono presenti variazioni di diametro lungo l'asse, ma anche alloggiamenti per le pale, il tutto caratterizzato da tolleranze strette. È in concepibile avere un accoppiamento con le pale che hanno gioco meccanico al suo interno o ancora peggio un asse rotante con un'eccentricità troppo elevata che durante la rotazione può creare danni molto gravi nel sistema rotativo, cuscinetti o camera passaggio fluido. Nel peggiore dei casi i danni sono catastrofici.

È facilmente comprensibile a questo punto come i due sistemi possano essere collegati tra di loro. La parte di compressione e quella di riscaldamento verranno svolte dai pannelli solari, il vapore così ottenuto verrà convogliato nella camera di espansione dove sarà presente la turbina che azionerà l'alternatore.

2 DEFINIZIONE DEL PROBLEMA DA STUDIARE

Come precedentemente accennato il sistema reale è formato da un albero con variazioni di geometria. L'albero può essere schematizzato come in figura 2.1:

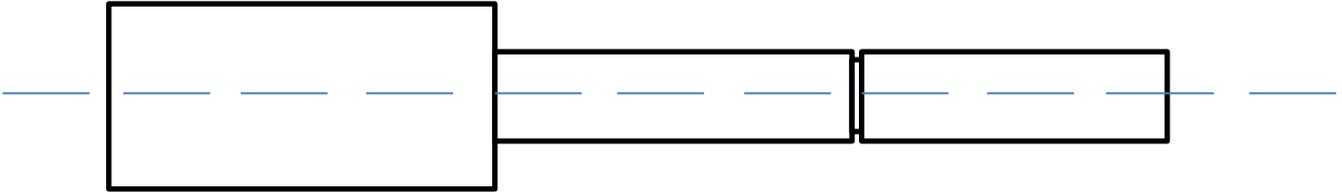


Figura 2.1 Schema della geometria da studiare

È possibile osservare la variazione di diametro ma anche l'alloggiamento per le pale. Si può intuire che un sistema come quello schematizzato non è paragonabile agli studi termici presenti in bibliografia, dove lo studio viene effettuato su variazioni termiche all'interno di cilindri sia di lunghezza infinita che finita, ma sempre con sezione costante e senza imperfezioni. È da notare la mancanza di raccordo tra la superficie laterale a diametro inferiore e il piano ortogonale all'asse di rotazione così come per la cava dell'alloggiamento con i lati rettilinei in questo schema; nella realtà la forma è più complessa come si può osservare nella Figura 2.2:

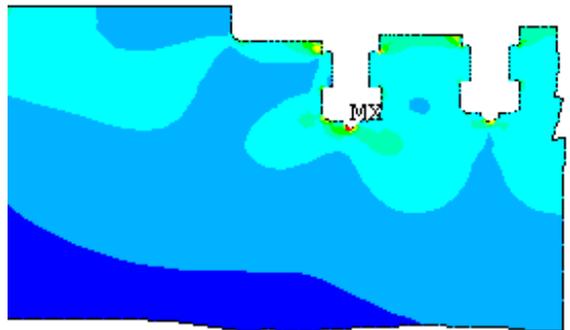


Figura 2.2 Esempio di cava per pale di turbina

Si può ora comprendere come il sistema reale diventi una combinazione di scambio di calore per convezione e per conduzione, la convezione tra vapore e albero, conduzione tra le pale e l'alloggiamento. Anche nella zona di variazione di diametro si ha una combinazione di trasferimento di calore con le note conseguenze di deformazione le quali però diventano complicate da definire matematicamente a causa degli effetti di interferenza tra le superfici ortogonali.

È questo quindi il fine ultimo di questo studio, la ricerca di una legge che permetta di comparare una situazione reale ad una situazione idealizzata.

Il primo passo nello studio è quello di definire l'effettiva esistenza di un termine di paragone, successivamente sarà necessario definire tale valore. L'idea sarebbe quella di riprendere la legge di similitudine tra i valori di un sistema ideale e quello reale per gli studi strutturali, il fattore di

intensificazione degli sforzi utilizzato in sistemi con variazioni di sezione o intagli. In questo caso non ci sono danni strutturali all'interno dello studio, ma variazioni geometriche. La formula sarà quindi:

$$\sigma_{st}^{reale} = k_{st}\sigma_{mec}^{id} + k_{ter}\sigma_{ter}^{id} \quad (2.1)$$

Dove si indicheranno:

σ_{st}^{reale} : tensioni statiche del sistema reale;

σ_{mec}^{id} : tensioni generate dai carichi meccanici agenti sul sistema ideale;

σ_{ter}^{id} : tensioni generate dalla variazione termica agente sul sistema ideale;

k_{st} : fattore di intensificazione degli sforzi meccanici;

k_{ter} : fattore di intensificazione degli sforzi termici.

Si può definire lo scopo di questo lavoro come la ricerca dell'esistenza e la determinazione del termine k_{ter} che risulta essere l'unica incognita dell'equazione 2.1.

2.1 Introduzione Matlab

Prima di effettuare uno studio con un modello ad elementi finiti è stato svolto uno studio preliminare considerando un cilindro ideale. I risultati dello studio preliminare non saranno presi in considerazione per quanto riguarda deformazioni o tensioni dovute alla variazione termica. Lo studio effettuato sarà tramite un programma in Matlab scritto appositamente per la situazione descritta.

2.2 Equazione di Fourier

Il sistema, per quanto ideale si voglia studiare, è dipendente dalla geometria e dal fattore tempo. Inoltre questo fattore non è solo importante per la trasmissione di calore tra ambiente ed albero, ma anche perché al variare del tempo, varia anche la temperatura del vapore che investe l'albero.

La distribuzione di temperatura lungo il raggio può essere descritta tramite lo studio dell'equazione di Fourier a parametri concentrati [3]:

$$\theta(r, t)_{cil} = \frac{(T(r, t) - T_{\infty})}{(T_i - T_{\infty})} = A_1 e^{(-\lambda_1^2 \tau)} J_0 \frac{\lambda_1 r}{\lambda_0} \quad (2.2)$$

Dove:

$\theta(r, t)_{cil}$: temperatura adimensionalizzata del cilindro in funzione di raggio e tempo;

$T(r,t)$: temperatura del corpo in un dato punto ed in un dato istante;

T_{∞} : temperatura ambiente;

T_i : temperatura interna al corpo;

A_1 : costante dipendente da Biot, tabella 2.1;

λ_1 : costante dipendente da Biot, tabella 2.1;

τ : numero di Fourier;

J_0 : costante di Bessel, tabella 2.2;

r : raggio in cui si vuol calcolare la temperatura;

λ_0 : coefficiente termico di conduzione.

Questa equazione utilizza delle variabili adimensionalizzate, ad esempio Θ è la temperatura adimensionalizzata che si ottiene dal rapporto tra la differenza tra la temperatura in un dato punto e in un dato istante temporale e la temperatura ambiente diviso la differenza della temperatura iniziale del corpo e la temperatura ambiente, come si nota nella prima parte della formula di Fourier.

Nella seconda parte della formula invece si possono trovare A_1 e λ_1 che sono dei valori numerici dipendenti dal numero di Biot. Questi dati sono tabellati. Il numero di Biot è un coefficiente di scambio termico adimensionalizzato:

$$Bi = \frac{hL}{\lambda} \quad (2.3)$$

Dove:

h =coefficiente di scambio termico per convezione

L =lunghezza caratteristica, nel caso di cilindro r_0

λ =coefficiente di scambio termico per conduzione.

Conoscendo il valore di Bi si possono quindi definire A_1 e λ_1 tramite delle tabelle come in 2-1:

Tabella 2-1: andamento delle costanti in funzione di Bi

Bi	Strato piano		Cilindro		Sfera	
	λ_1	A_1	λ_1	A_1	λ_1	A_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.1	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.2	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.3	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0931	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0184	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0918	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1785	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5.0	1.3138	1.2403	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8673
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8920
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2880	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5708	1.2732	2.4048	1.6021	3.1416	2.0000

Il termine J_0 è anch'esso tabellato in quanto è il valore della funzione di Bessel del primo tipo di ordine zero ed è riportato in tabella 2-2:

Tabella 2-2

Le funzioni di Bessel del primo tipo di ordine zero e del primo ordine

λ	$J_0(\lambda)$	$J_1(\lambda)$
0.0	1.0000	0.0000
0.1	0.9975	0.0499
0.2	0.9900	0.0995
0.3	0.9776	0.1483
0.4	0.9604	0.1960
0.5	0.9385	0.2423
0.6	0.9120	0.2867
0.7	0.8812	0.3290
0.8	0.8463	0.3688
0.9	0.8075	0.4059
1.0	0.7652	0.4400
1.1	0.7196	0.4709
1.2	0.6711	0.4983
1.3	0.6201	0.5220
1.4	0.5669	0.5419
1.5	0.5118	0.5579
1.6	0.4554	0.5699
1.7	0.3980	0.5778
1.8	0.3400	0.5815
1.9	0.2818	0.5812
2.0	0.2239	0.5767
2.1	0.1666	0.5683
2.2	0.1104	0.5560
2.3	0.0555	0.5399
2.4	0.0025	0.5202

È da notare che per $J_0(0)=1$, questa particolarità elimina il possibile errore che si può commettere calcolando la temperatura lungo l'asse del cilindro, dove $r=0$. Se si utilizzasse l'equazione di Fourier senza questi accorgimenti lungo l'apertura radiale del cilindro si otterrebbe un errore nel momento in cui si avesse $r=0$ risultando un valore nullo della temperatura adimensionalizzata, questo si ottiene solo nel caso in cui la temperatura del cuore sia equivalente alla temperatura ambientale. Ovviamente ciò risulta errato perché nel caso appena citato non si avrebbero più trasmissioni di calore, in quanto la parte interna del corpo raggiunge l'equilibrio termico successivamente alla superficie esterna. Questo errore viene risolto proprio con la funzione di Bessel che modifica l'equazione di Fourier per raggio nullo nella seguente relazione:

$$\frac{(T_0 - T_\infty)}{(T_i - T_\infty)} = A_1 e^{(-\lambda_1^2 \tau)} \quad (2.4)$$

Il termine λ_0 è il termine di conduzione termica del materiale, mentre τ è il termine temporale adimensionale chiamato anche numero di Fourier:

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} \quad (2.5)$$

Dove t è il tempo ed L è ancora la lunghezza caratteristica del corpo. α invece è una proprietà del materiale ed è la *diffusività termica*, un rapporto tra il calore trasmesso per conduzione ed il calore

immagazzinato: $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$, con ρ densità del materiale e c_p calore specifico del materiale. Più questo valore è alto e più velocemente il calore verrà trasmesso.

Alla fine dello studio si potrà quindi ottenere il valore della temperatura del corpo ad ogni istante ed in ogni regione. Il problema come precedentemente detto è che il corpo studiato è un cilindro ideale ed è incompatibile con il sistema reale, quindi questi valori non sono utilizzabili per lo studio finale, ma possono essere sfruttati per estrapolare un dato necessario allo studio con gli elementi finiti.

2.2.1 Numero di Nusselt

Il dato necessario allo studio con gli elementi finiti è il valore del *coefficiente di convezione termica forzata* il quale non può essere tabulato come per il coefficiente di conduzione termica in quanto dipendente da molti parametri. Per ridurre il numero di parametri e la complessità dei calcoli sono stati introdotti diversi numeri adimensionali per lo studio del coefficiente. Il più importante è il numero di Nusselt.

Tale numero è:

$$Nu = \frac{h\delta}{\lambda} \quad (2.6)$$

Dove:

h = coefficiente di convezione termica;

λ = coefficiente di conduzione termico del materiale;

δ = lunghezza caratteristica

La lunghezza caratteristica δ è lo spessore di uno strato di fluido sottoposto a differenza di temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$. In termini fisici il numero di Nusselt misura la capacità di un corpo di assorbire dall'ambiente con un flusso in movimento il calore in rapporto alla sua capacità di condurre il calore. È molto simile al numero di *Biot*, il quale però ha come lunghezza caratteristica una dimensione del corpo da studiare e non lo *strato limite termico* del flusso. Il coefficiente termico h può essere anche trovato tramite la definizione di trasmissione di calore:

$$Q_c = hA_s \Delta T \quad (2.7)$$

Da questo si ottiene:

$$h = \frac{Q_c}{A_s \Delta T} \quad (2.8)$$

Che sostituito all'interno del numero di Nusselt darà come risultato:

$$Nu = \frac{Q_c \delta}{A_s \lambda \Delta T} \quad (2.9)$$

Per conoscere il valore dello strato limite termico è necessario svolgere calcoli approfonditi che non verranno svolti in questo studio preliminare. Per sopperire a questo problema si decide di svolgere lo studio portando il numero di Nusselt a non dipendere più da δ ma da L , sempre lunghezza caratteristica ma in questo caso lunghezza longitudinale del cilindro. In seguito si mostrerà il perché di questa scelta.

Grazie alla sostituzione appena fatta è possibile conoscere tutte le variabili geometriche, termiche e caratteristiche del materiale, per definire h devo trovare almeno una variabile tra Nu o Q_c altrimenti l'equazione risulterebbe con 2 incognite. Ovviamente se fosse noto Q_c non ci sarebbe bisogno di fare alcun calcolo se non quello derivante dalla sua definizione e non ci sarebbe stato bisogno di un calcolo preliminare, quindi l'unica variabile da definire è Nu .

Il numero di Nusselt è una funzione di alcune variabili che studiate tramite le dimensioni si scoprono essere:[4]

$$Nu = f(Ra, Pr, geometria, condizioni al contorno)$$

Per adesso sono definite geometria (forma e di conseguenza dimensione caratteristica) e condizioni al contorno (differenza di temperatura). I restanti numeri sono parametri adimensionali a loro volta e possono essere calcolati tramite le loro definizioni:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (2.10)$$

$$Ra = \frac{(g\beta(T_s - T_\infty)L^3)}{\nu^2 Pr} \quad (2.11)$$

Avendo in ordine di apparizione:

μ = viscosità dinamica del fluido;

c_p = calore specifico;

λ = coefficiente di conduzione termica;

g = gravità;

β = coefficiente di dilatazione cubica;

L = lunghezza caratteristica;

ν = viscosità cinematica del fluido.

Pr rappresenta il rapporto tra la diffusività cinematica e la diffusività termica di un sistema, il numero di Rayleigh invece è un numero utilizzato per quantificare i moti dovuti alla differenza di temperatura di un fluido. Ra infatti viene usato in geofisica per indicare l'innescò di flussi verticali dovuti alla temperatura a causa di variazioni termiche in fluidi viscosi incompressibili. È fisicamente il rapporto tra le forze di galleggiamento e le forze di attrito viscoso.

Questi numeri sono tutti dipendenti da proprietà del materiale o del fluido, quindi sono tutti tabellati e conosciuti, si deve definire quindi solamente il rapporto che esiste tra Pr e Ra con Nu .

La relazione tra questi parametri non è immediata [5]:

$$Nu = ((Nu_l)^m + (Nu_t)^m)^{1/m} \quad (2.12)$$

Con Nu_l numero di Nusselt per convezione totalmente laminare e Nu_t per convezione totalmente turbolenta. Quindi adesso si comprende per quale motivo precedentemente è stato sostituito δ con L , il motivo è che la parte di studio che avrebbe portato a δ viene sostituita dai parametri appena introdotti che verranno tra poco esplicitati.

Il valore m invece dipende dalla forma del corpo e dalla sua direzione. Per il cilindro orizzontale si può trovare in bibliografia il valore di $m=15$ [6.] Inoltre si esplicitano i valori di Nu per moto laminare e turbolento con:

$$Nu^T = 0.772\bar{C}_l Ra^{1/4} \quad (2.13)$$

$$Nu_l = \frac{2f}{(1+2f/Nu^T)} \quad (2.14)$$

$$Nu_t = \bar{C}_t Ra^{1/3} \quad (2.15)$$

Nu^T è il valore del numero di Nusselt per convezione laminare se questa avesse uno strato limite termico sottile, f è in altre parole il fattore di correzione e dipende da Ra , se $Ra > 10^2$, si può considerare $f=0.8$ e nel caso che $10^{-10} < Ra < 10^2$ f si può ricavare da:

$$f = 1 - \frac{0.13}{(Nu^t)^{0.16}} \quad (2.16)$$

Per i restanti termini vale la dipendenza da Pr , esattamente per il termine laminare si sfrutta la relazione: [3]

$$\bar{C}_l = \frac{0.671}{(1+(0.492/Pr)^{9/16})^{4/9}} \quad (2.17)$$

Per il termine turbolento invece il suo valore è tabellato:

Tabella 2-2-3

\bar{C}_l for Various Shapes and Prandtl Numbers									
Pr→	0.02								
	0.01	2	0.10	0.71	2.0	6.0	50	100	2000
Horizontal cylinder	0.077	0.81	0.90	0.103	0.108	0.109	0.100	0.097	0.088
Spheres	0.074	0.078	0.088	0.104	0.110	0.111	0.101	0.97	0.086

Ora tutti i termini del problema sono noti, in questo modo possiamo risolvere il problema di un cilindro ideale immerso in un flusso di vapore.

2.3 Svolgimento e Risultati

Come già accennato in precedenza il problema è caratterizzato da una dipendenza sia geometrica che temporale dell'equazione di Fourier. Questo porta a dover creare un ciclo che studia la variazione termica di ogni punto sia in base alla sua distanza geometrica dall'asse sia all'istante temporale che viene considerato. Per far ciò è stato programmato un ciclo temporale che definisce ad ogni valore di t un sotto-ciclo geometrico tramite il quale varia la distanza del punto rispetto all'asse fino a raggiungimento della superficie del cilindro.

Da notare che nel caso in cui $r=0$ viene utilizzata l'equazione di Fourier per la distanza nulla introdotta precedentemente. Arrivati alla conclusione dello step geometrico, il valore della temperatura superficiale viene aggiornato con quello dello step precedente modificando le condizioni al contorno.

Inoltre è presente anche una variazione termica ambientale dipendente dal tempo. La temperatura del vapore in entrata non varia linearmente fino a 120 s, all'inizio è costante e pari a 215°C, per poi salire linearmente raggiungendo all'istante $t=400$ s il valore termico di 500°C. Per descrivere questa variazione è necessario all'interno del ciclo temporale introdurre una funzione che definisca ad ogni istante t il valore della temperatura del vapore con un semplice ciclo *if-then-else* con discriminante il valore di $t=120$ s e successivamente l'equazione di una retta a descrivere l'aumento di temperatura costante. Avviando il programma con queste premesse si ottengono i seguenti grafici mostrati in figura da 2.3 a 2.6:

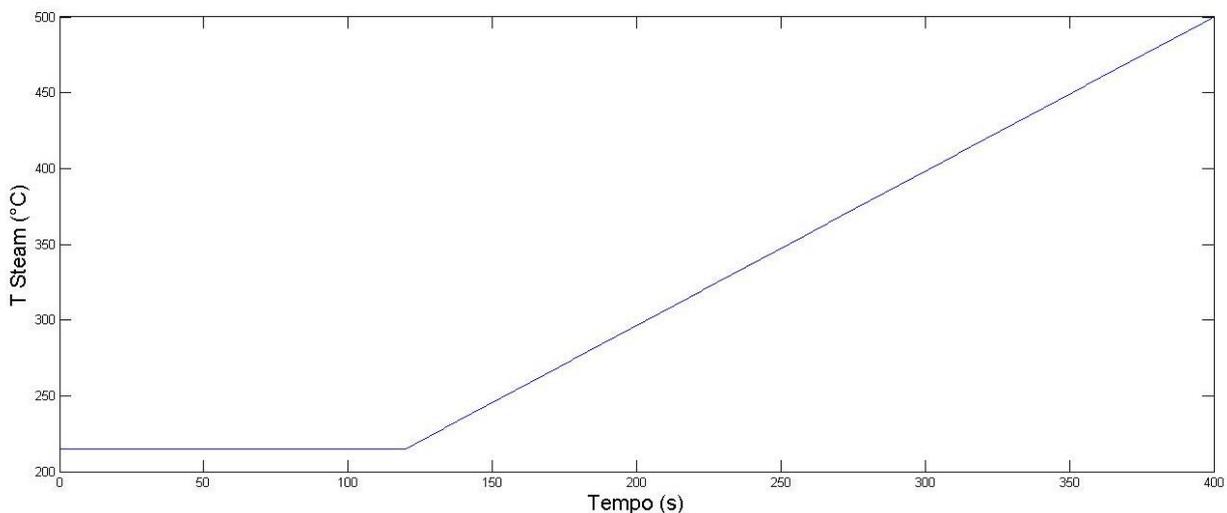


Figura 2.3 Andamento temperatura del vapore in funzione del tempo

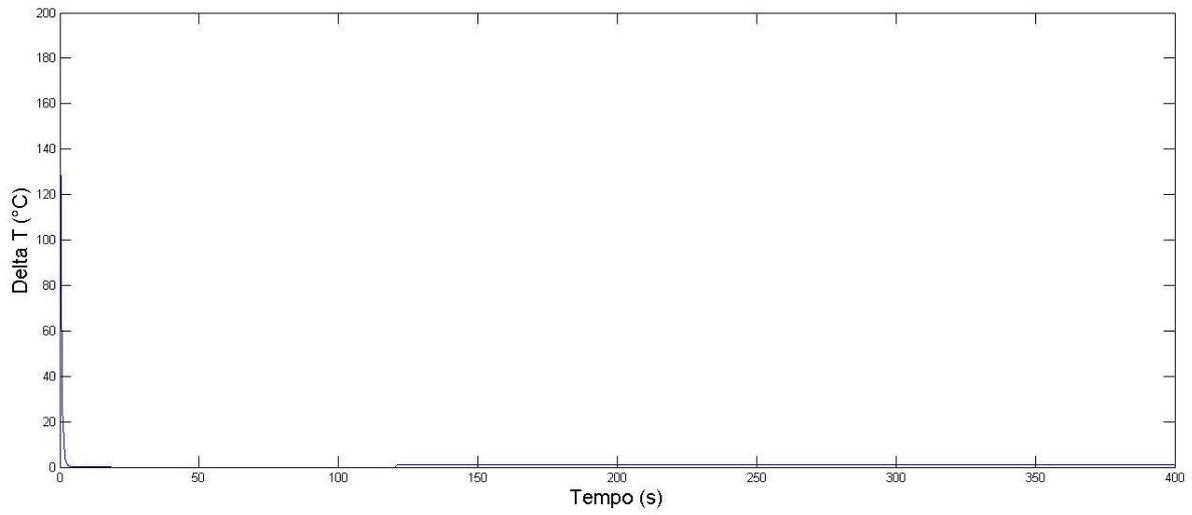


Figura 2.4 Grafico Delta T-tempo

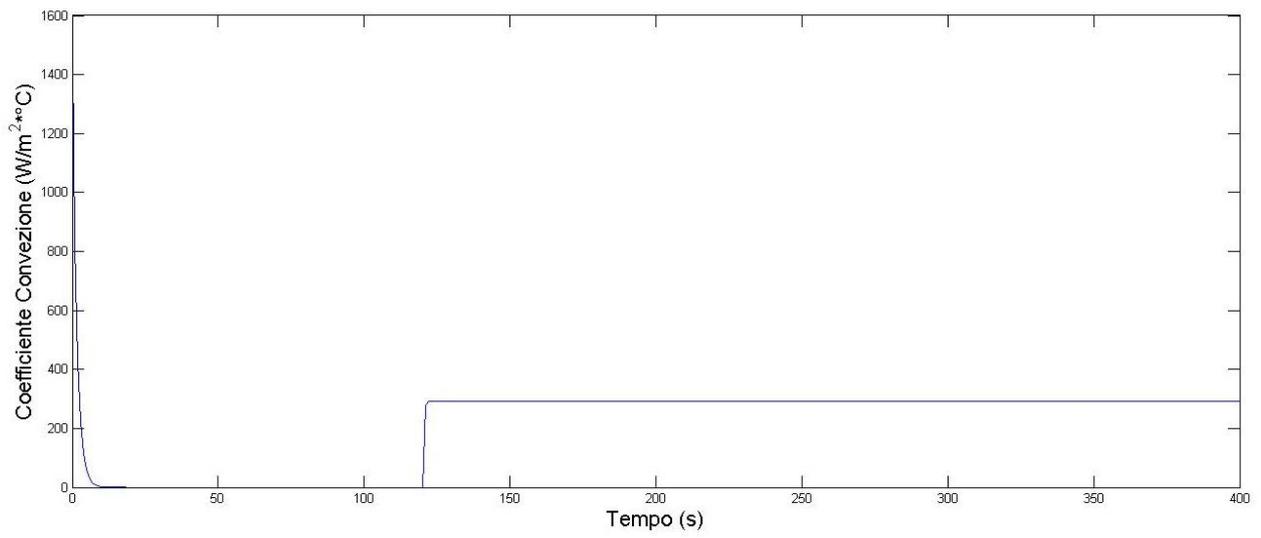


Figura 2.5 Grafico Coefficiente di convezione-tempo

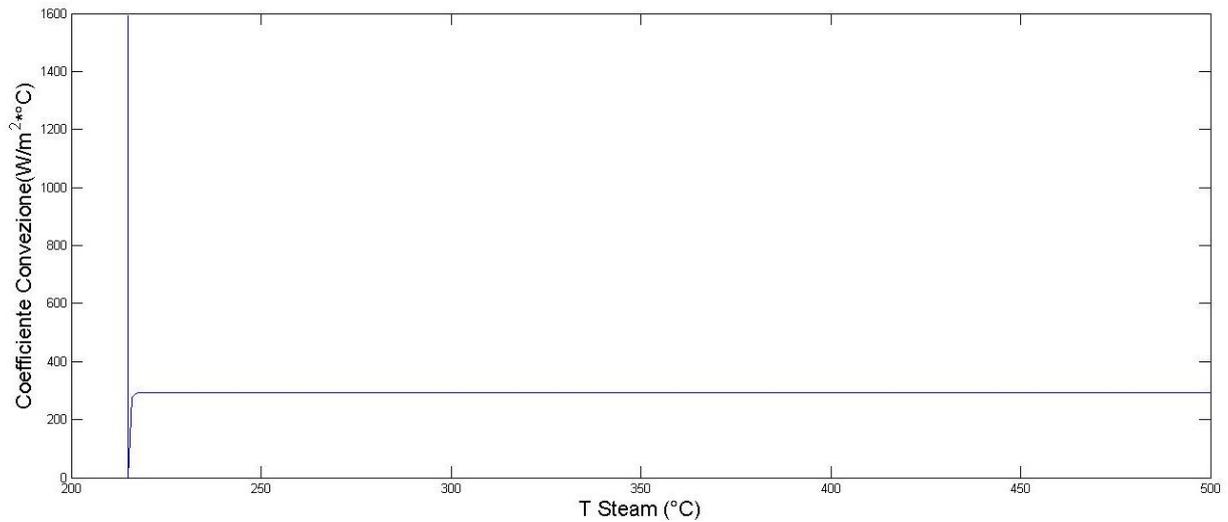


Figura 2.6 Grafico Cconvezione Termica- T Vapore

Si può vedere da questi grafici che il valore del coefficiente di scambio termico ha un valore massimo di $1600 \text{ W/m}^2\text{K}$ circa. Non è importante se la temperatura è definita in Kelvin o Celsius, ciò che conta ai fini del coefficiente di convezione è la differenza di temperatura, la quale non varia al variare dell'unità di misura scelta. È da notare poi che dopo pochi secondi dall'inizio della simulazione il cilindro è a regime termico sulla sua superficie. A quel punto il valore di h diventa nullo, questo fino a che non si ha una variazione di temperatura. Nei grafici sembra un aumento elevato per raggiungere successivamente un equilibrio tra aumento di temperatura vapore e coefficiente, invece è presente una discontinuità. Si deve ricordare che h è funzione di ΔT e non di T . La variazione termica è costante. In figura 2.7 è mostrato in grafico la dipendenza del coefficiente di convezione termica in funzione della differenza di temperatura

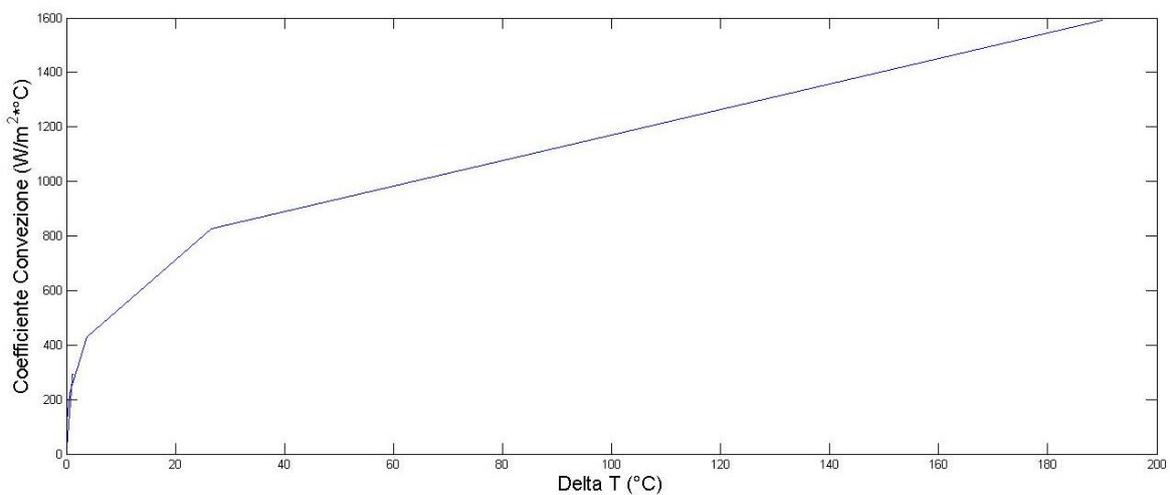


Figura 2.7 Grafico Convezione Termico-DeltaT

La doppia linea che si ottiene in prossimità dello 0 è dovuta al fatto che nella simulazione il valore ΔT è ottenuto in ogni istante facendo la differenza di temperatura tra l'ambiente e la superficie del corpo, fino a che la temperatura ambientale rimane costante nella prima parte della simulazione allora il valore ΔT varia da un valore pari a quasi 200°C fino a 0, i gomiti della curva indicano gli istanti di misurazione, successivamente quando si entra nella fase di salita lineare si ottiene un valore ΔT costante nel tempo e diverso da quelli ottenuti precedentemente.

Lo studio preliminare è stato svolto con lo scopo principale di comprendere l'andamento del coefficiente di convezione termico in funzione della temperatura del vapore. Il motivo è da ricercare all'interno della simulazione FEM, dove un input molto importante ed incognito fino ad ora era il valore del coefficiente appena trovato. Il valore che si decide di adottare a questo punto è il valore massimo, ovvero 1600W/m²K, ed è stato mantenuto costante durante tutto il tempo della simulazione. Mantenere il coefficiente costante è un sovradimensionamento dei carichi, in quanto come osservabile dal grafico di figura 2.6, il coefficiente è proporzionale alla variazione di temperatura sulla superficie, ammettere che la superficie possieda sempre lo stesso coefficiente è come ammettere che sia presente sempre la stessa variazione termica, variazione che genera il campo di tensione soggetto di questo studio.

3 MODELLO AGLI ELEMENTI FINITI E SIMULAZIONE

3.1 Pre-Processing

Lo studio agli elementi finiti tramite programma Ansys permette, di considerare geometrie più complesse rispetto allo studio tramite Matlab dove le condizioni geometriche devono essere esplicitate tramite relazioni matematiche note. Inoltre le zone di interferenza termica rendono il problema non studiabile in forma analitica proprio perché l'equazione di Fourier non può essere risolta in forma chiusa per una geometria generica.

Si decide di studiare l'intensificazione degli sforzi presenti all'interno della superficie di raccordo. L'elemento da studiare sarà quindi caratterizzato da un albero con variazione di diametro.

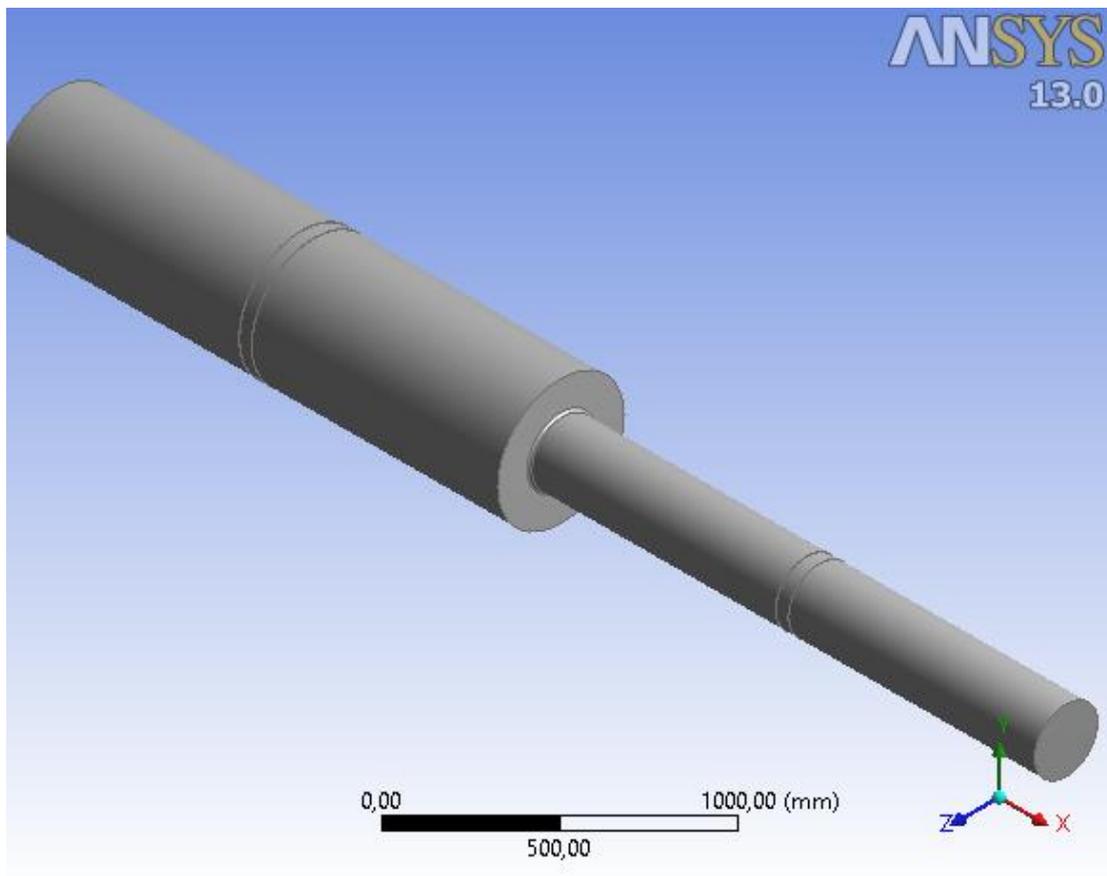


Figura 3.1 Modello 3D

3.1.1 Materiale

Il materiale che si considera per l'elemento è un acciaio strutturale con le seguenti proprietà:

Tabella 3-1

Proprietà	Valore	Unità di misura
Densità	7850	kg m ⁻³
Coefficiente di espansione termica	1.2E-05	C ⁻¹
Temperatura di riferimento	22	C
Modulo di Young	200000000000	Pa
Rapporto di Poisson	0.3	
Snervamento a trazione	250000000	Pa
Snervamento a compressione	250000000	Pa
Carico rottura a trazione	460000000	Pa
Carico rottura a compressione	0	Pa
Conduttività isotropica termica	60.5	W m ⁻¹ C ⁻¹
Calore specifico	434	J kg ⁻¹ C ⁻¹

3.1.2 Fase di modellazione

Il primo passo dell'analisi è ovviamente la modellazione del sistema da studiare. La geometria studiata però non può essere unica, è necessario trovare una relazione che varia a seconda dei parametri. Si considera di far variare due parametri per un totale di 4 geometrie.

I parametri variabili decisi sono due:

1. Rapporto tra i diametri;
2. Raggio di raccordo

in modo da ottenere le seguenti geometrie definite nelle tabelle 3-2, 3-3 e 3-4:

Tabella 3-2

Rapporto Diametri	Raggio di raccordo [mm]
1 a 2	10
1 a 2	20
3 a 4	10
3 a 4	20

Tenendo costante il valore del diametro inferiore e le dimensioni longitudinali possiamo ottenere le seguenti dimensioni:

Tabella 3-3

Raggio minore [mm]	Raggio maggiore [mm]	Raggio di raccordo [mm]	Dimensione longitudinale albero [mm]
125	250	10	2000
125	250	20	2000
125	166,66	10	2000
125	166.66	20	2000

D'ora in poi ci si riferirà alle varie geometrie come riferito nella tabella successiva:

Tabella 3-4

Numero Geometria	Rapporto diametri	Raggio Raccordo [mm]
G1	1 a 2	10
G2	1 a 2	20
G3	3 a 4	10
G4	3 a 4	20

Le geometrie sopra descritte modellate sono riportate nelle seguenti figure, in 3.2 è mostrata la geometria G1:

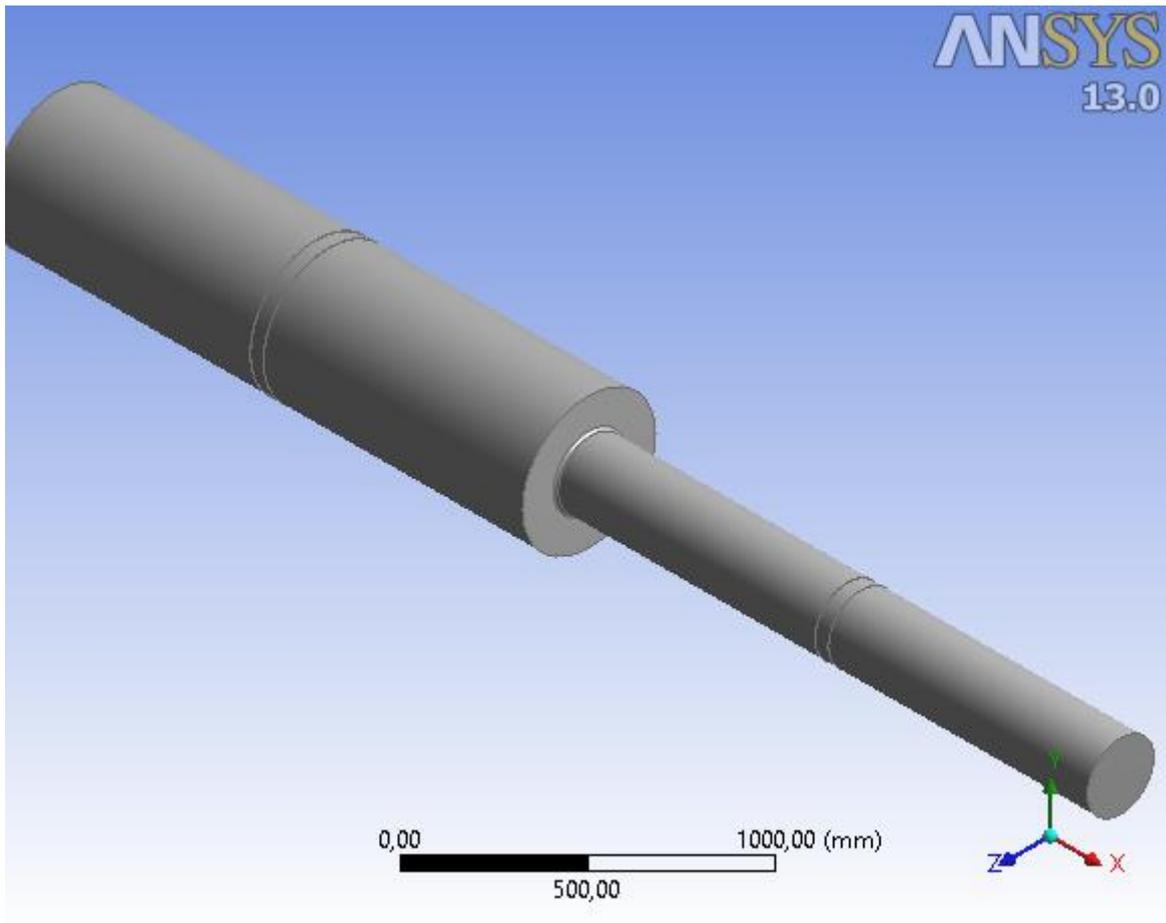


Figura 3.2 Geometria G1

Nelle seguenti immagini si può vedere le differenze tra le geometrie descritte nella tabella 3-3, la figura 3.3 è riferita alla G2, la variazione geometrica è il raggio di raccordo il quale raddoppia rispetto alla G1:

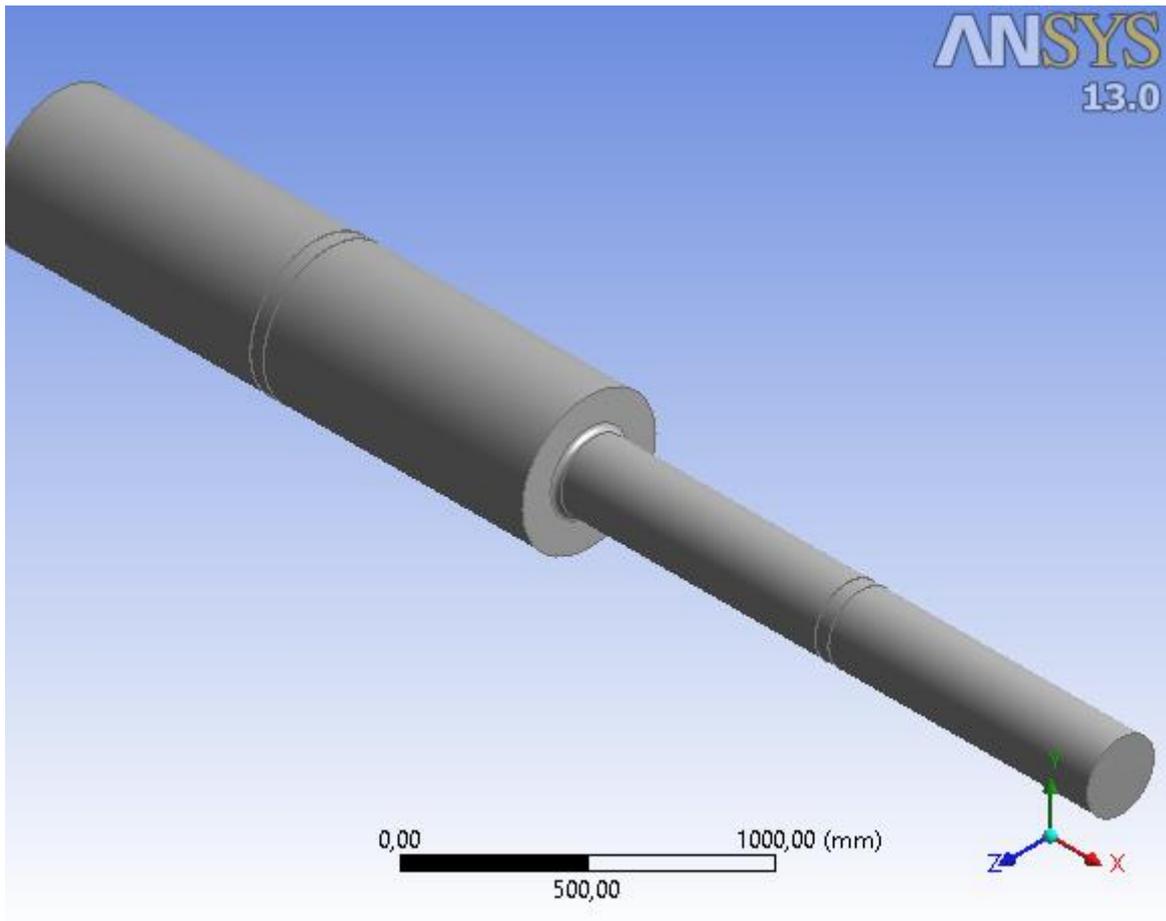


Figura 3.3 Geometria G2

In figura 3.4 si mostra la G3, dove si può notare facilmente la variazione di rapporto tra i diametri, da 1:2 a 3:4:

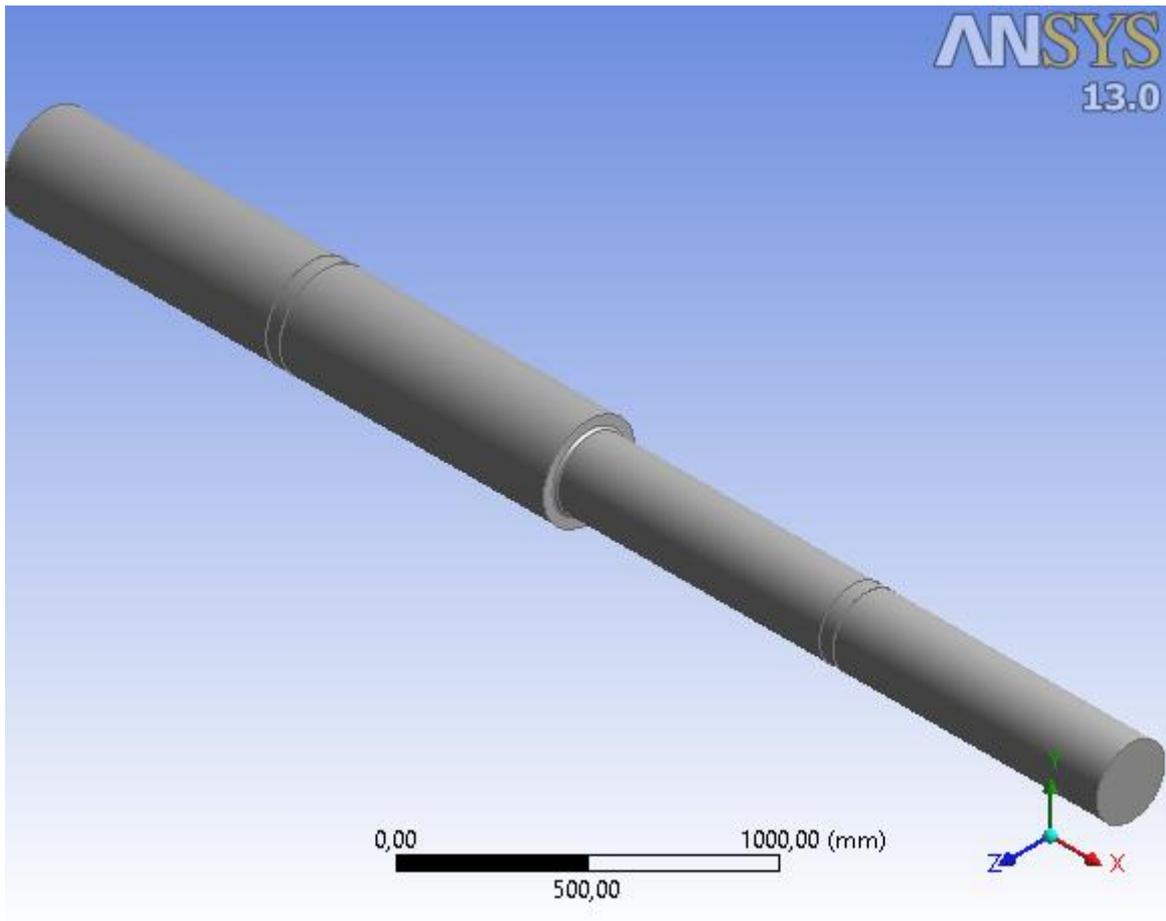


Figura 3.4 Geometria G3

Infine in figura 3.5 si nota anche la variazione del raggio di raccordo che caratterizza la geometria G4:

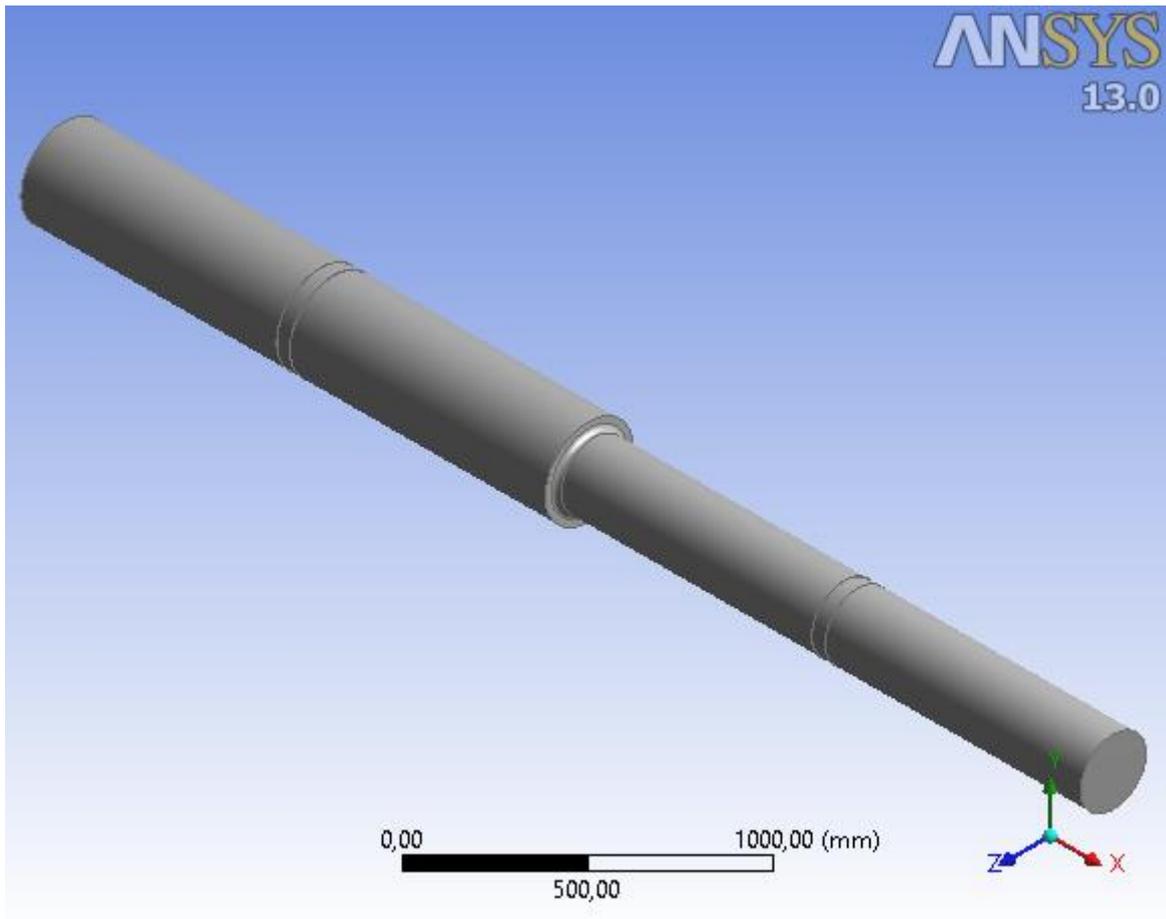


Figura 3.5 Geometria G4

3.1.3 Carichi Termici ed Impostazione Sistema

Lo studio è finalizzato ad indicare il campo di tensione all'interno del modello variando la temperatura ambiente e osservando il suo andamento nel tempo. Per poter studiare la variazione termica è necessario creare uno studio termico transitorio all'interno di Ansys. Utilizzare uno studio termico stazionario darebbe come risultato un valore unico di temperatura. Il corpo nella realtà viene investito da un getto di vapore con temperatura di 215°C per 120 secondi, successivamente la temperatura aumenta. Per adesso osserviamo la distribuzione di temperatura all'interno del corpo con un getto di 215°C . Successivamente i risultati verranno immessi in uno studio strutturale. Possiamo utilizzare il sistema strutturale stazionario, in quanto come vedremo successivamente il problema verrà studiato *step by step*. In particolare i risultati relativi all'analisi termica di ogni step saranno trasferiti allo studio strutturale stazionario. Lo schema concettuale del sistema è mostrato in figura 3.6, dove si può distinguere il blocco A termico transitorio, il blocco B, strutturale stazionario e i collegamenti, le linee blu tra i blocchi. I collegamenti orizzontali sono i dati di progetto immessi ad inizio studio, geometria e proprietà; l'ultima linea è il collegamento che trasferisce i risultati della soluzione termica sotto forma di dati di ingresso per lo studio strutturale che infine porta alla soluzione desiderata in termini di campo di tensione per ogni step considerato.

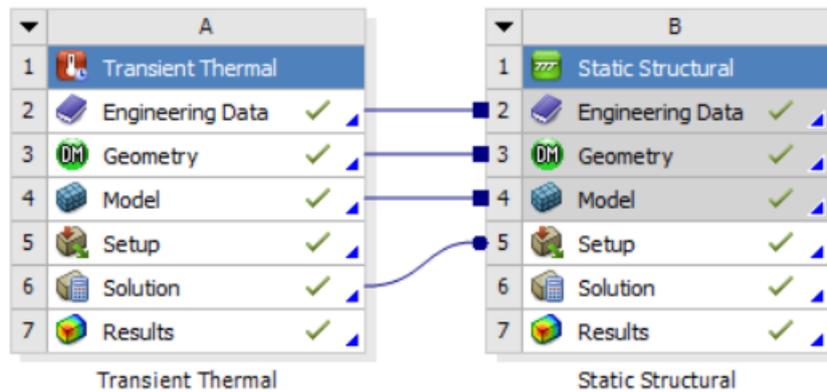


Figura 3.6 Definizione grafica del Project in Ansys

Il carico da immettere sarà dunque termico. La scelta ricade ovviamente sull'impostazione di trasmissione del calore per convezione su tutte le facce presenti nel sistema eccetto le superfici finali come si vede in figura 3.7:

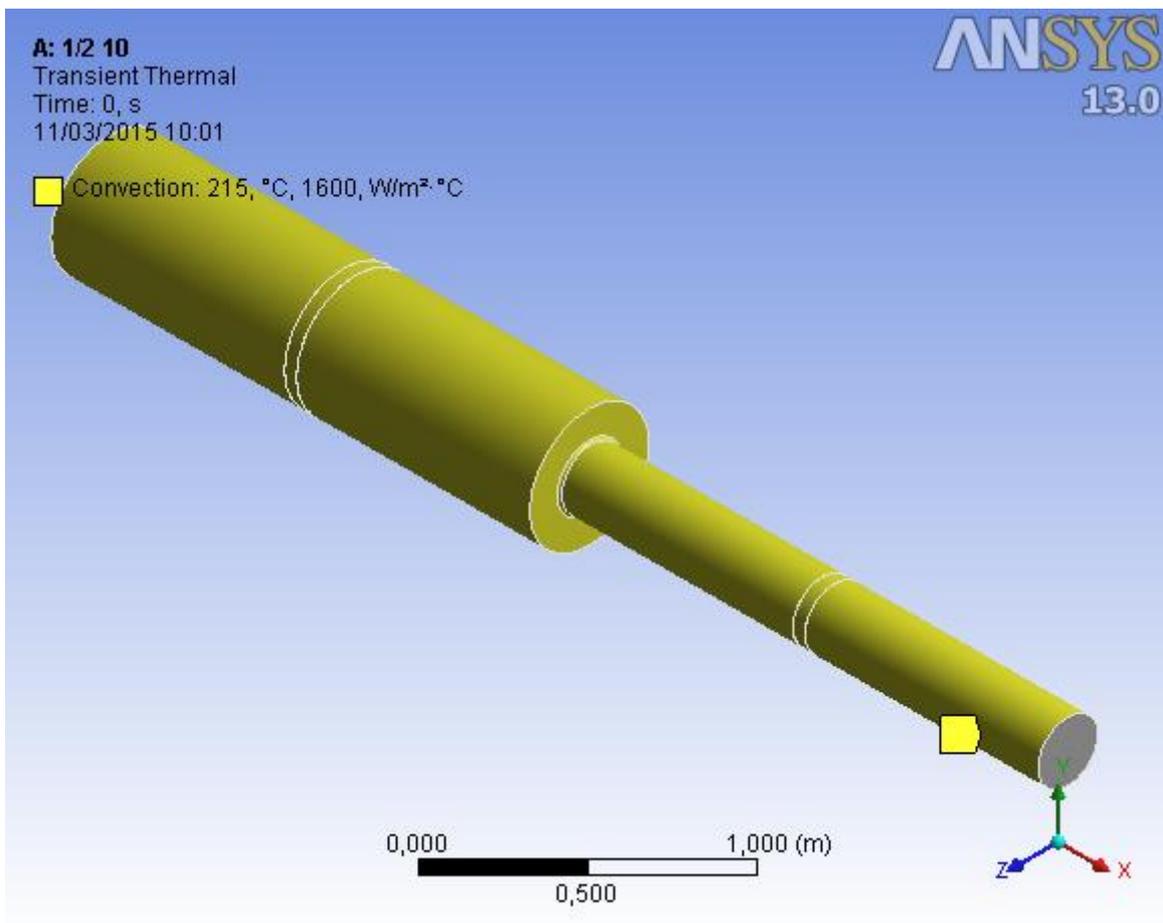


Figura 3.7 Superfici considerate nello studio termico

Il carico convettivo necessita di tre dati, il primo è la temperatura iniziale del corpo, settata a 22°C, il secondo è la temperatura di lavoro, come già definita prima pari a 215°C ed il terzo dato è il

coefficiente di scambio termico per convezione. Questo è stato ricavato nel capitolo precedente sfruttando lo studio preliminare in Matlab. Si è deciso però di mantenere costante il valore ricavato ed approssimato in eccesso di $1600 \text{ W/m}^2\text{°C}$ questo per due motivi, il primo per semplicità di calcolo e riduzione dei tempi computazionali necessari, il secondo, come succede in molti casi ingegneristici, per aumentare i carichi reali e studiare in questo modo il sistema in condizioni critiche.

Lo studio strutturale come già accennato non è altro che il calcolo delle tensioni create dal campo di deformazione dovuto alla variazione di temperatura tra la parte interna del corpo e la sua superficie. La *pelle* del cilindro raggiunge la temperatura massima molto più velocemente del *cuore* dell'albero stesso, quindi la dilatazione termica nei pressi della superficie sarà maggiore che nei pressi del nucleo, questa variazione di dilatazione è anche una variazione di deformazione ed è in questo modo che ottengo un campo di tensione. Lo studio è fatto *step by step* in quanto si divide il problema in più stadi, così da poter esportare i dati e poi studiarne i valori che se ne ricavano. Ovviamente si ritiene più importante studiare gli istanti iniziali, quelli che vedono la variazione termica maggiore, piuttosto che gli istanti a regime dove la temperatura è quasi costante lungo il raggio e quindi non si hanno diversificazioni nella dilatazione termica e quindi nelle tensioni.

L'ultima cosa da notare è la presenza di tre superfici di controllo. Da qui in poi verranno nominate per brevità S1, S2, ed S3 e verranno mostrate in figura 3.8.

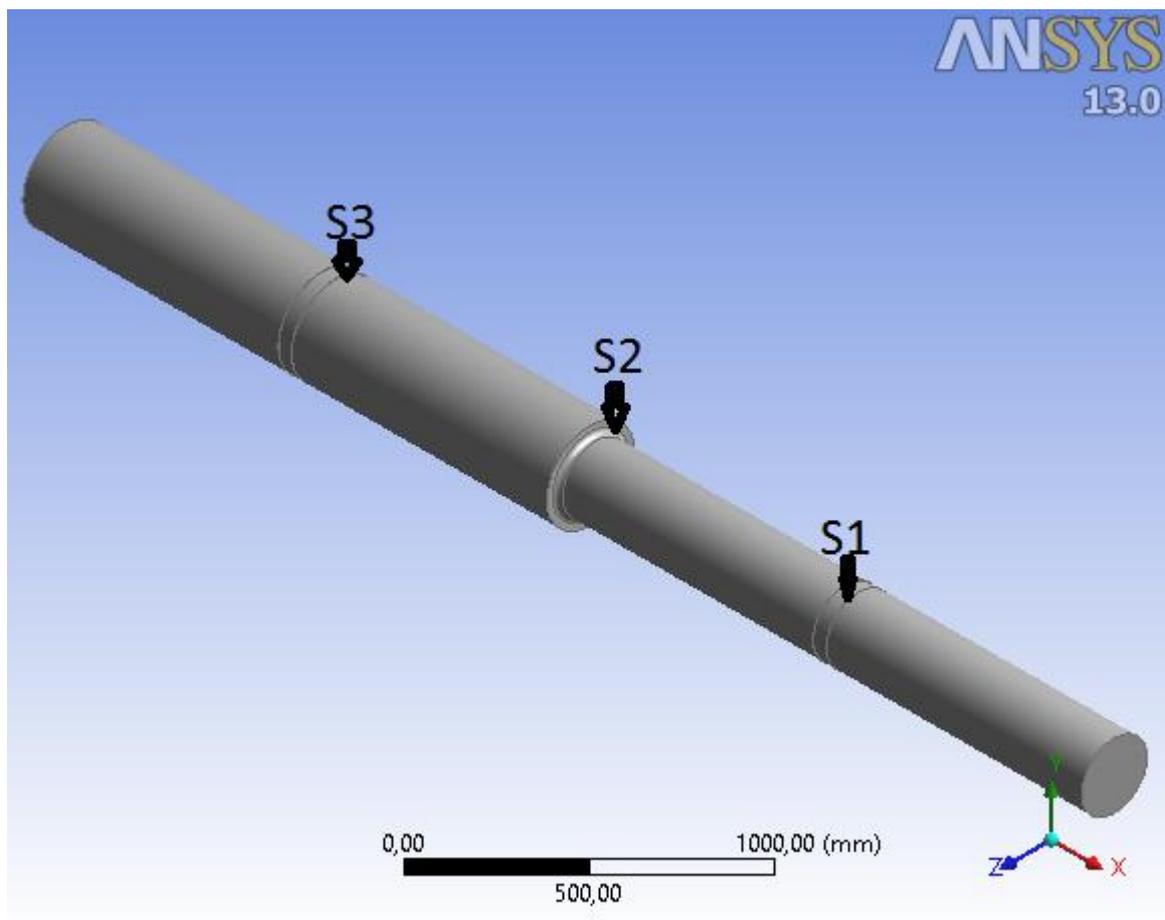


Figura 3.8 Definizione delle superfici di controllo

Le tre superfici di controllo sono posizionate in modo da poter leggere i valori delle tensioni agenti sul corpo in punti particolari. La superficie S2 è importante perché coincide con il raccordo nel punto di variazione di diametro, i valori che si ottengono saranno influenzati da entrambe le facce ed è il motivo principale dello studio che viene svolto in questo lavoro. Le superfici S1 ed S3 sono invece posizionate abbastanza distanti da potersi considerare non influenzate dagli effetti di bordo e quindi i valori ottenuti si possono ritenere approssimativamente uguali a quelli ottenuti con un cilindro ideale infinito. Inoltre le superfici S1 ed S3 sono visibili nelle immagini precedenti in quanto per definirle è stata creata una superficie di 50mm di larghezza lungo tutta la circonferenza, in modo da poter avere più celle a descrivere l'andamento termico e tensionale dello stesso.

3.1.4 Definizione Mesh

È stato effettuato su una geometria semplificata formata da un cilindro caricato termicamente come descritto all'interno del paragrafo 3.1.3 e con un'unica superficie di controllo uno studio preliminare per osservare a seconda della *Mesh* selezionata l'errore ottenuto all'interno della FEM. Si ipotizza che aumentando la densità degli elementi (diminuendo la dimensione degli stessi aumento la quantità di elementi e nodi a parità di superficie) si abbia una diminuzione dell'errore percentuale che si commette con la FEM. Questo errore verrà calcolato facendo il rapporto della deviazione standard sul valor medio delle tensioni equivalenti di von Misesche si ottengono per tutti gli elementi presenti sulla superficie di controllo nella simulazione.

Il sistema di controllo utilizzato sarà come da figura 3.9:

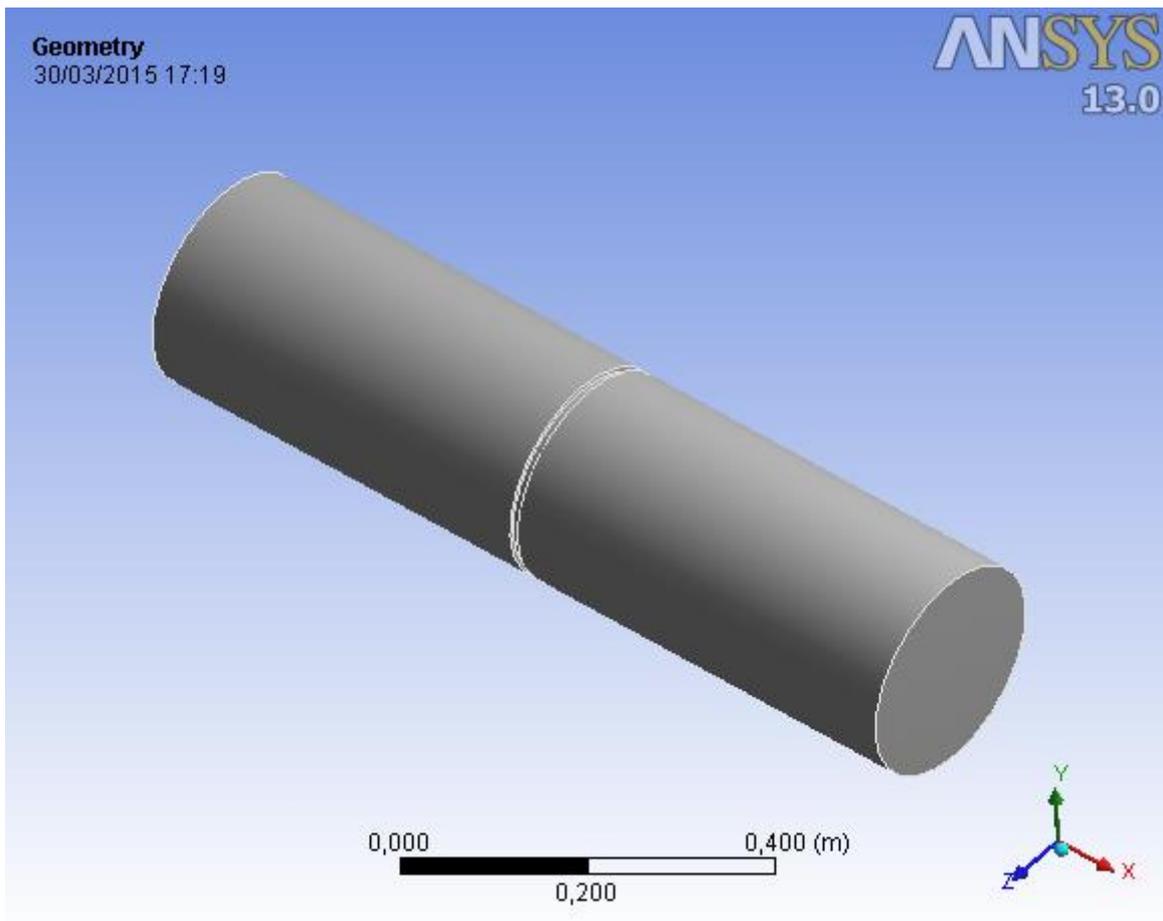


Figura 3.9 Geometria di Controllo Mesh

I valori studiati sono le tensioni medie di Von Mises sulla superficie di controllo al variare delle dimensioni della *mesh* considerate. I risultati sono riportati nei seguenti grafici dalla figura 3.10 alla 3.12:

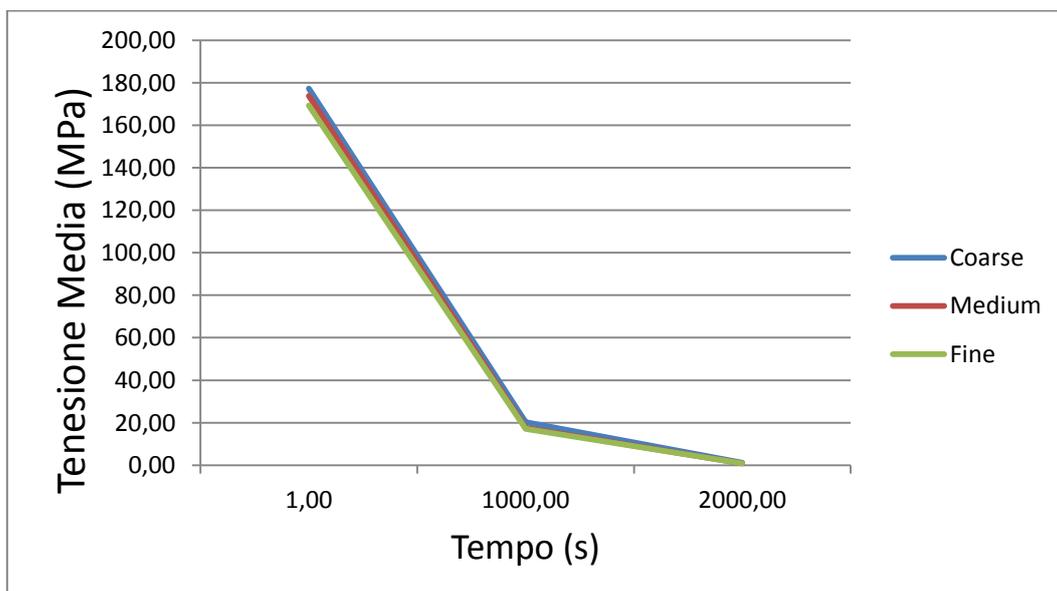


Figura 3.10 Grafico delle tensioni medie

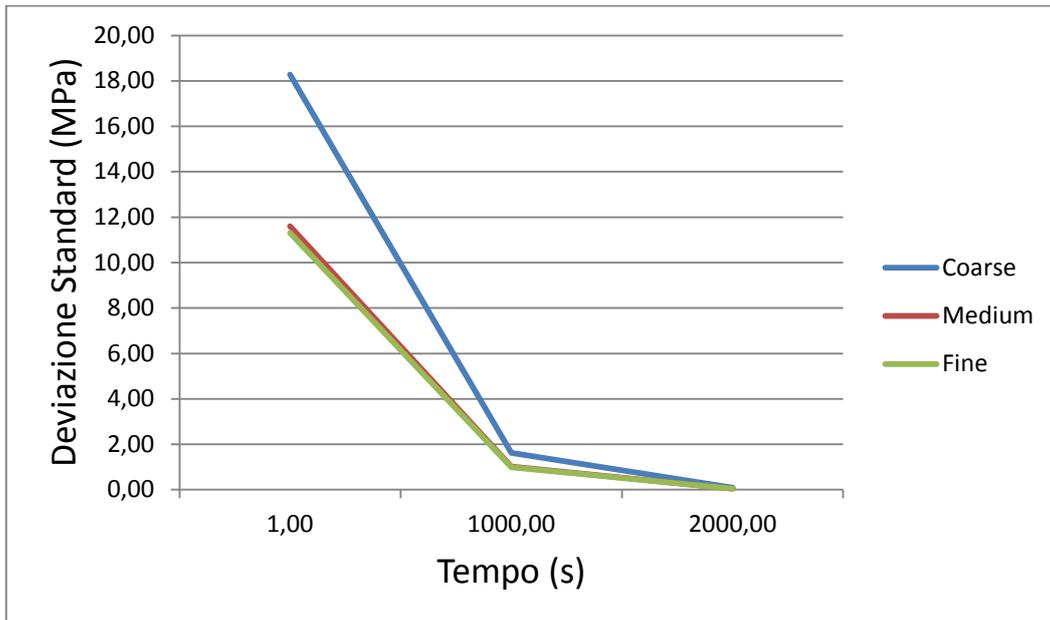


Figura 3.11 Grafico delle deviazioni standard

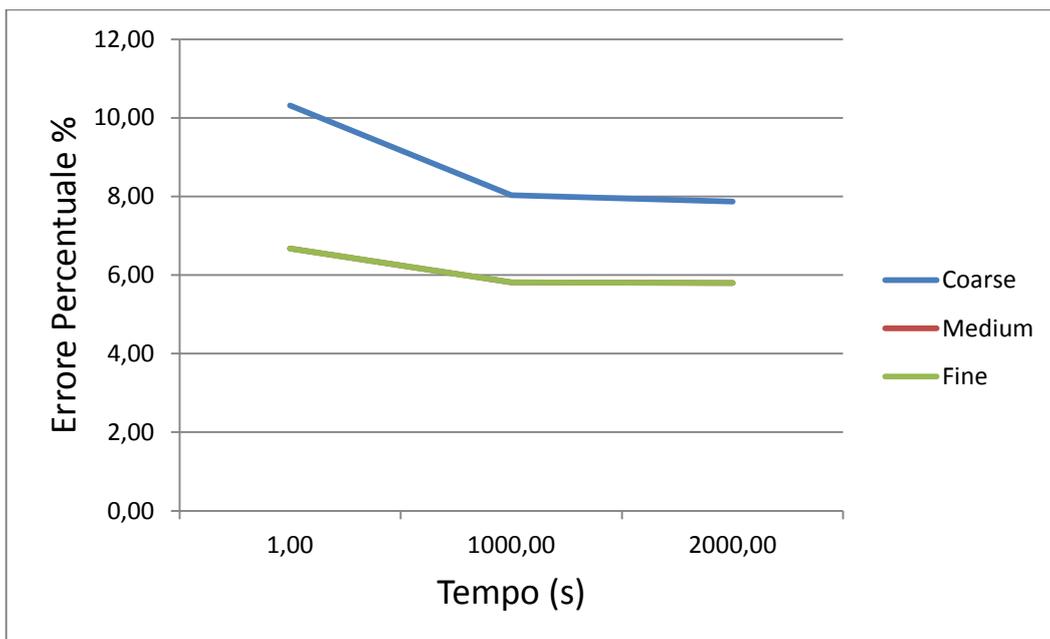


Figura 3.12 Grafico del rapporto percentuale

Questo studio preliminare prende in considerazione tre istanti, il primo all'inizio della fase di riscaldamento, il secondo a metà tempo di studio ed il terzo a regime quando le tensioni dovute alla deformazione del materiale iniziano ad annullarsi. Si può osservare che l'errore derivante è dovuto soprattutto al valore della Deviazione Standard, la quale indica la differenza tra la media ed i valori singoli. In tabella 3-5 verranno riportati i valori ottenuti:

Tabella 3-5

Coarse			Medium			Fine		
Media	Dev.	%	Media	Dev.	%	Media	Dev.	%
177.24	18.28	10.31	173.74	11.60	6.68	169.27	11.30	6.68
20.30	1.63	8.03	17.54	1.02	5.81	17.14	1.00	5.82
1.17	0.09	7.87	0.92	0.05	5.80	0.90	0.05	5.80

I valori mediati sono molto simili, le variazioni sono inferiori alla una decina di MPa nel caso dell'istante iniziale, ma successivamente diminuisce bruscamente diventando di decimi se non centesimi di MPa a regime. Si nota che la soluzione tende ad andare a regime come era preventivato aumentando la densità degli elementi. Il sistema studiato era elementare, questo ci porta ad avere un risultato con un errore già a convergenza fin dal valore medium della *mesh*. Per il sistema completo si decide di utilizzare il grado di risolutezza maggiore, ovvero il FINE.

Osservando la superficie di raccordo si può osservare come varia la *mesh* a seconda della dimensione geometrica ed il motivo grafico per cui si è sopra deciso di sfruttare la *mesh* fine piuttosto che medium. Nelle pagine seguenti dalla figure 3.13 fino alla figura 3.15 sarà mostrata la differenza delle *mesh* nella zona del raccordo variando la dimensione degli elementi partendo dalla dimensione coarse fino alla fine.

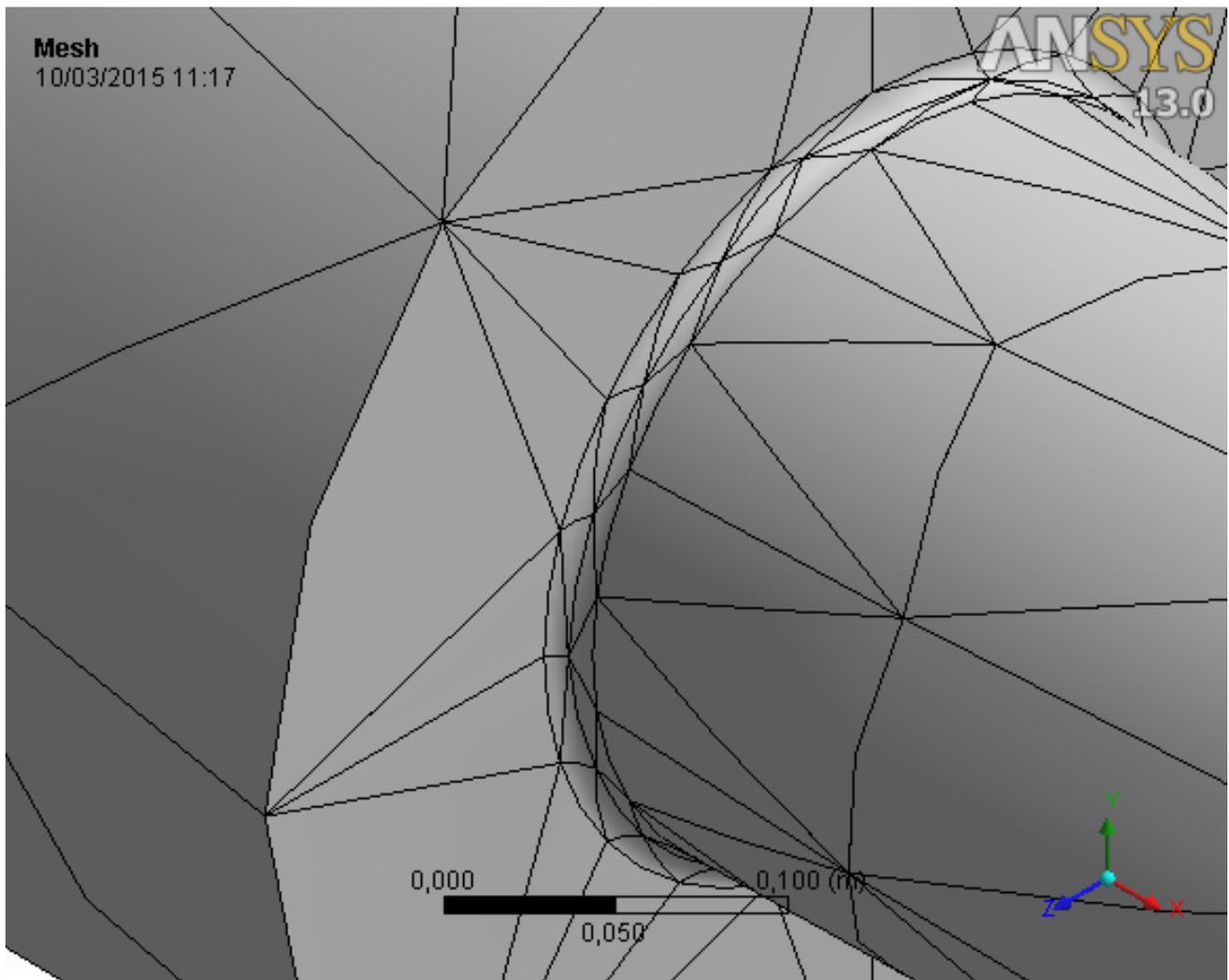


Figura 3.13 Particolare della geometria. *Mesh Coarse*

In questo particolare dell'elemento si può osservare che nella *mesh coarse* sono presenti al massimo 2 elementi tra l'inizio e la fine del raccordo.

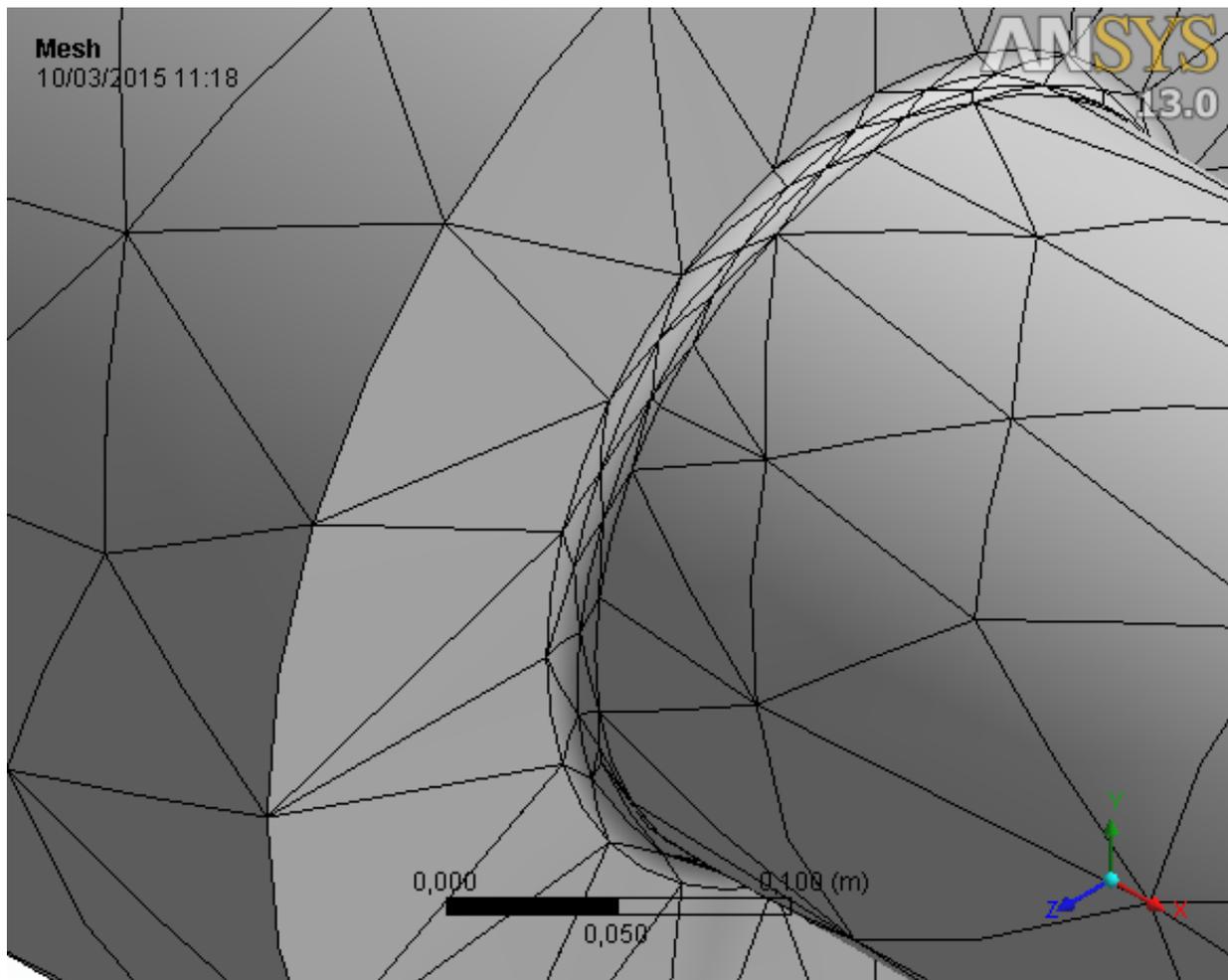


Figura 3.14 Particolare della geometria. *Mesh medium*

Aumentando la risoluzione da *coarse* a *medium* la situazione cambia leggermente. Ora gli elementi oltre ad essere irregolari sono al massimo 4 tra inizio e fine raccordo.

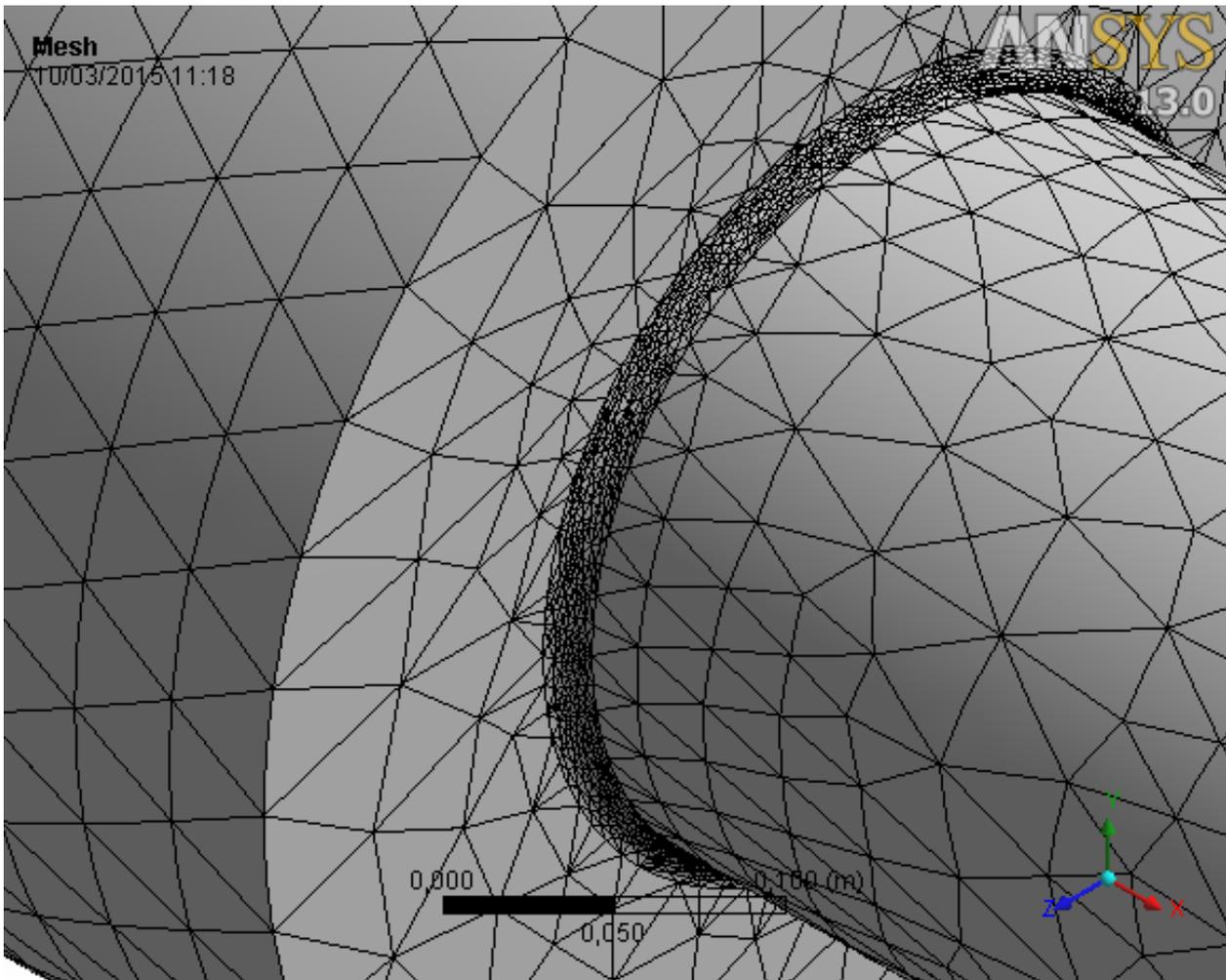


Figura 3.15 Particolare della geometria. Mesh fine

Nella *mesh* più fitta, con dimensione *fine*, è presente una buona regolarità degli elementi, ma più importante il numero di elementi è molto elevato. Avere tanti nodi vicini permette di avere tanti valori simili tra di loro. Nella Teoria degli Errori si afferma che il valore medio delle misurazioni effettuate è tanto più vicino al valore reale quante più misurazioni considero.

Per avvalorare la scelta di una *mesh* fine si è fatto una prova con *mesh* coarse. Già graficamente si potevano osservare sull'elemento geometrico modellato errori tra i quali la mancanza di simmetria assiale e picchi di tensione superficiale con attorno zone caratterizzate da bassi valori di tensione, volgarmente detto *a macchia di leopardo*. Con la *mesh* di dimensione *fine* invece graficamente si può osservare una maggior simmetria assiale, ma soprattutto una variazione più graduale dei valori di tensione. Di seguito verranno riportati i grafici dello studio della superficie S3 della geometria G3, la figura 3.16 è riferita a *mesh* coarse, mentre invece la figura 3.17 è riferita alla *mesh* fine:

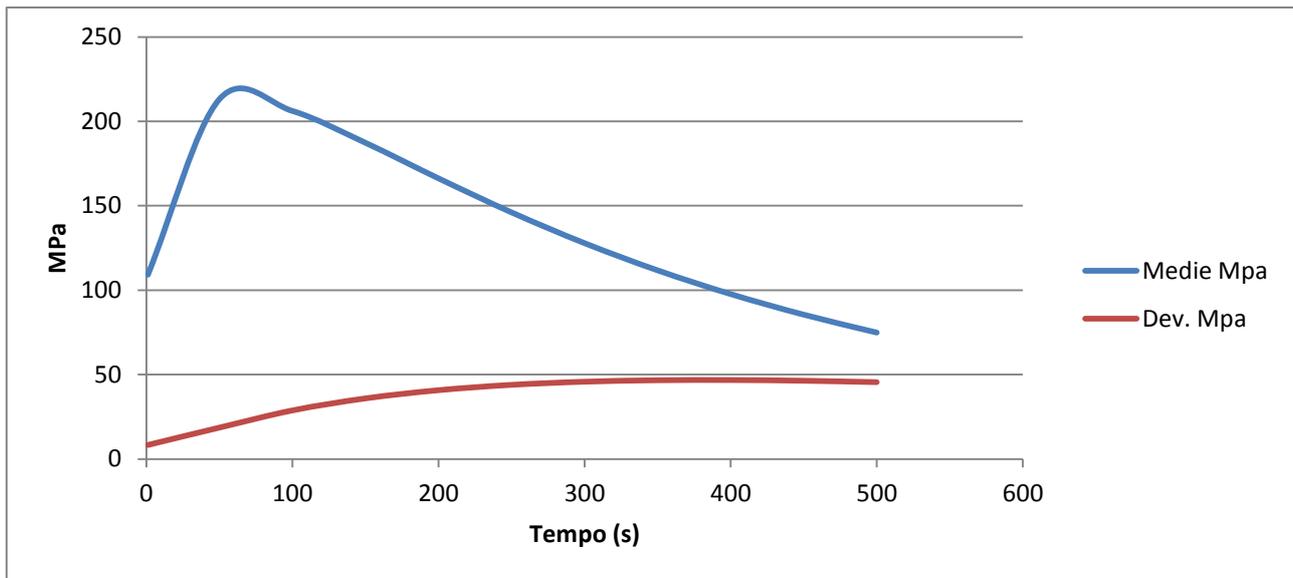


Figura 3.16 Grafico relativo alla *meshcoarse*

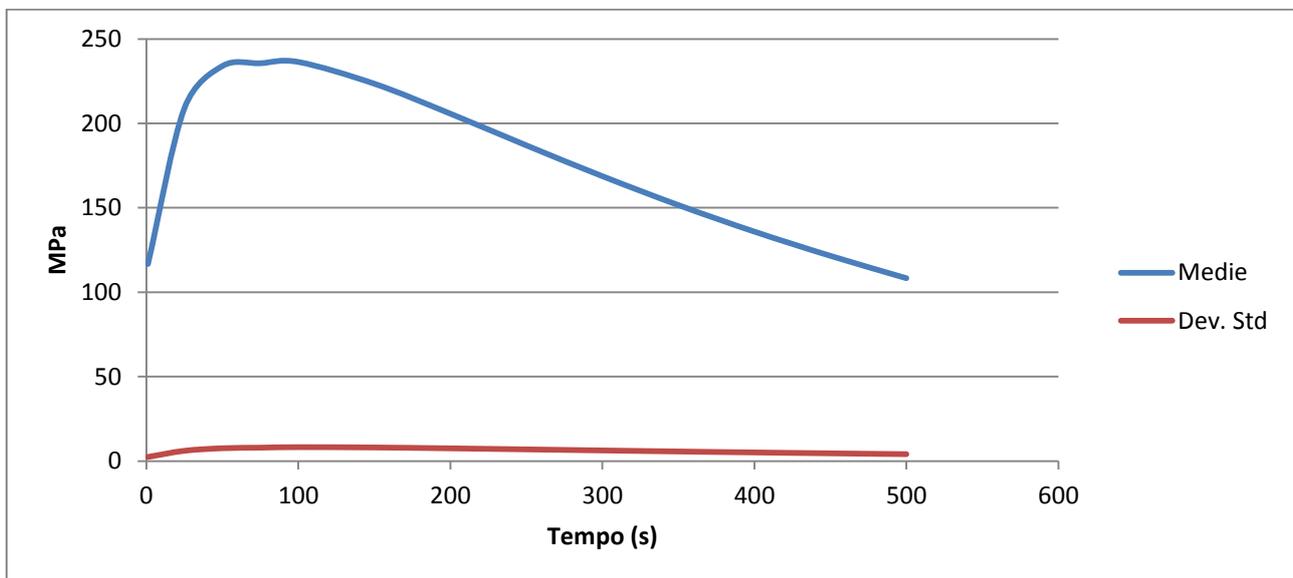


Figura 3.17 Grafico relativo alla *meshfine*

È immediato notare che il valore medio delle tensioni è simile, ma il risultato di deviazione nella struttura *coarse* aumenta con il passare del tempo, arrivando a toccare il 50% di errore attorno a 400 secondi di simulazione. Inutile sottolineare che questo dato dimostra che la simulazione ha un errore grave che rende inefficace i risultati ottenuti. Questo è l'esempio più eclatante della simulazione completa, anche le altre superfici creano grafici simili con errore percentuale crescente con il tempo. Si può anche osservare la variazione della curva a seconda degli intervalli temporali presi in considerazione, in figura 4.8 lo step ha un salto di 50s, in 4.9 lo step è di 25s di differenza fino a 100s, poi di 50s,

3.2 Studio Termico

Come accennato precedentemente si imposta la trasmissione del calore attraverso convezione definendo la temperatura del vapore pari a 215°C e un coefficiente di convezione di 1600W/m²°C. Il tempo finale dell'analisi sarà 500 secondi. Si potrà osservare quindi il picco di tensione dovuto alla variazione termica in prossimità dei primi istanti, quando la differenza di temperatura tra la *pelle* ed il *cuore* dell'albero è maggiore.

Di seguito da figura 3.18 a figura 3.25 verranno riportati i grafici delle temperature massime e minime in funzione del tempo che si riscontrano sul corpo studiato:

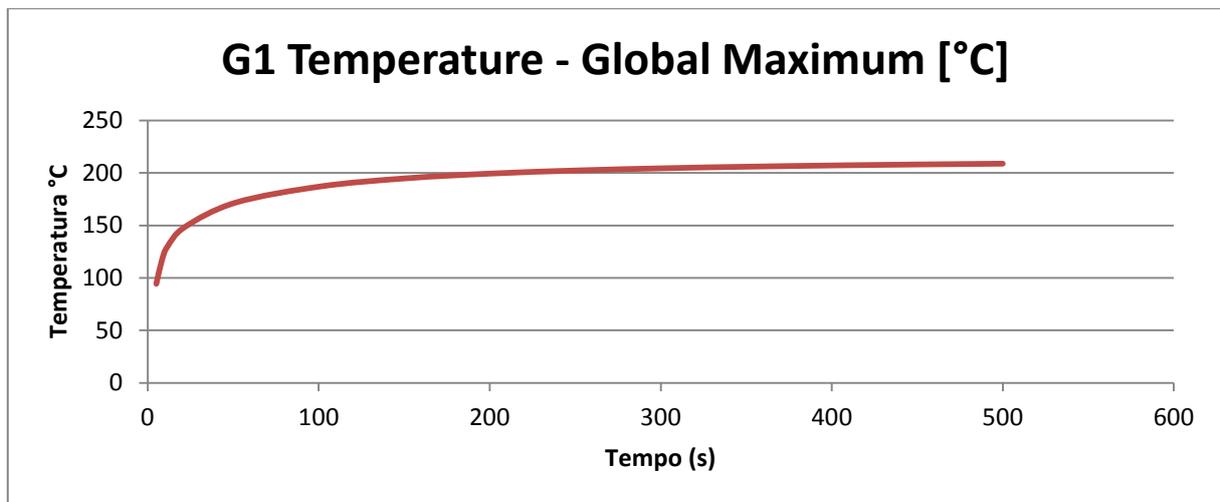


Figura 3.18 Andamento temperatura massima G1

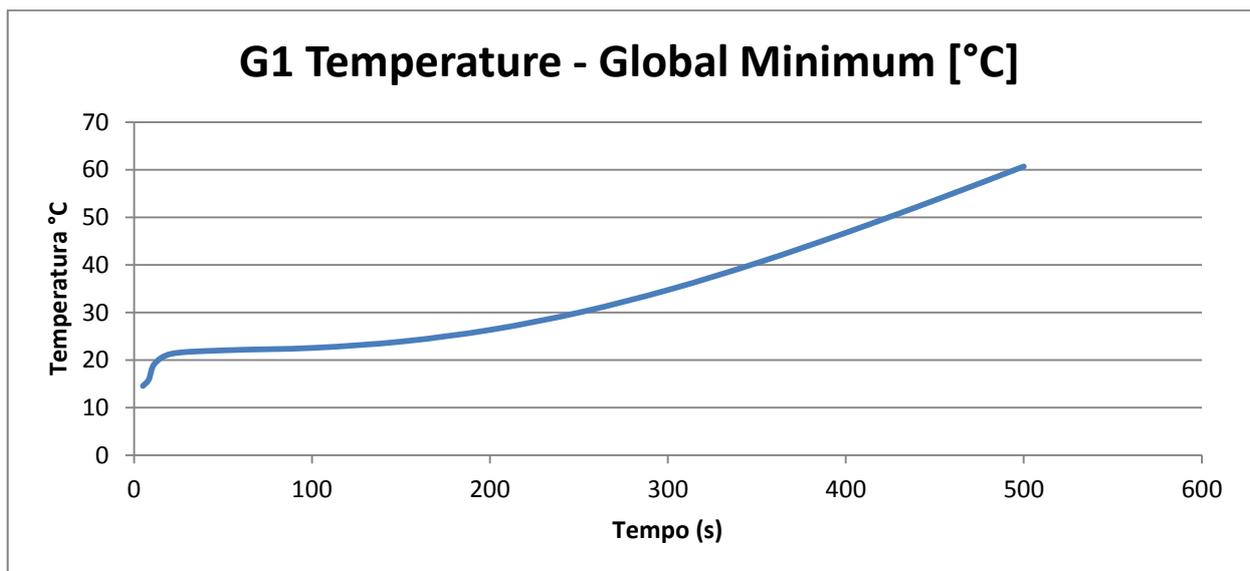


Figura 3.19 Andamento temperatura minima G1

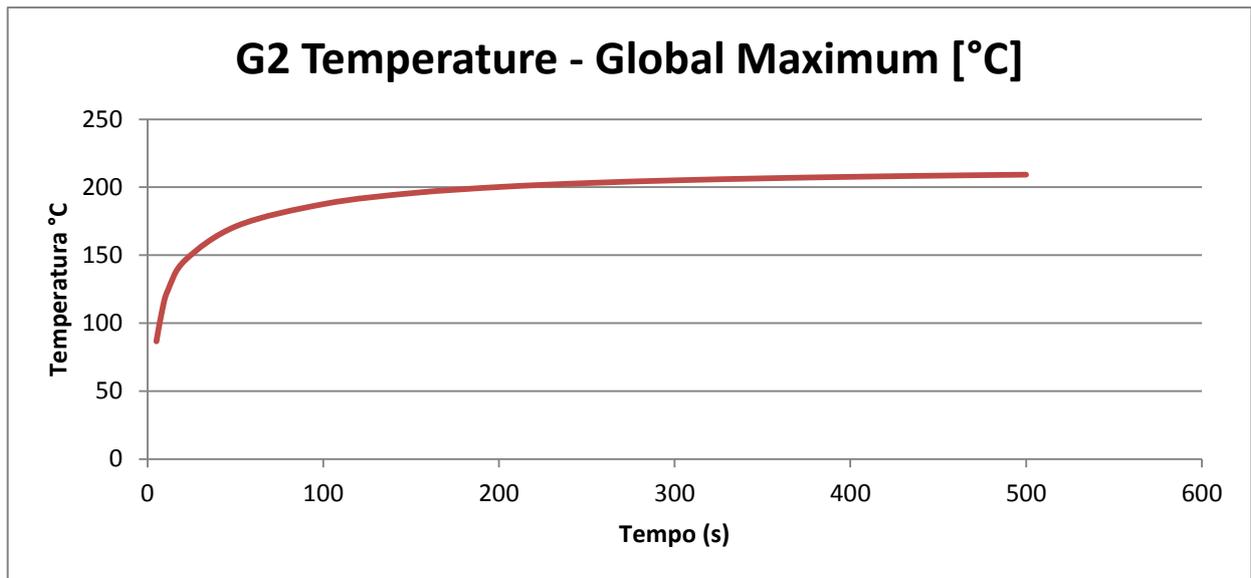


Figura 3.20 Andamento temperatura massima G2

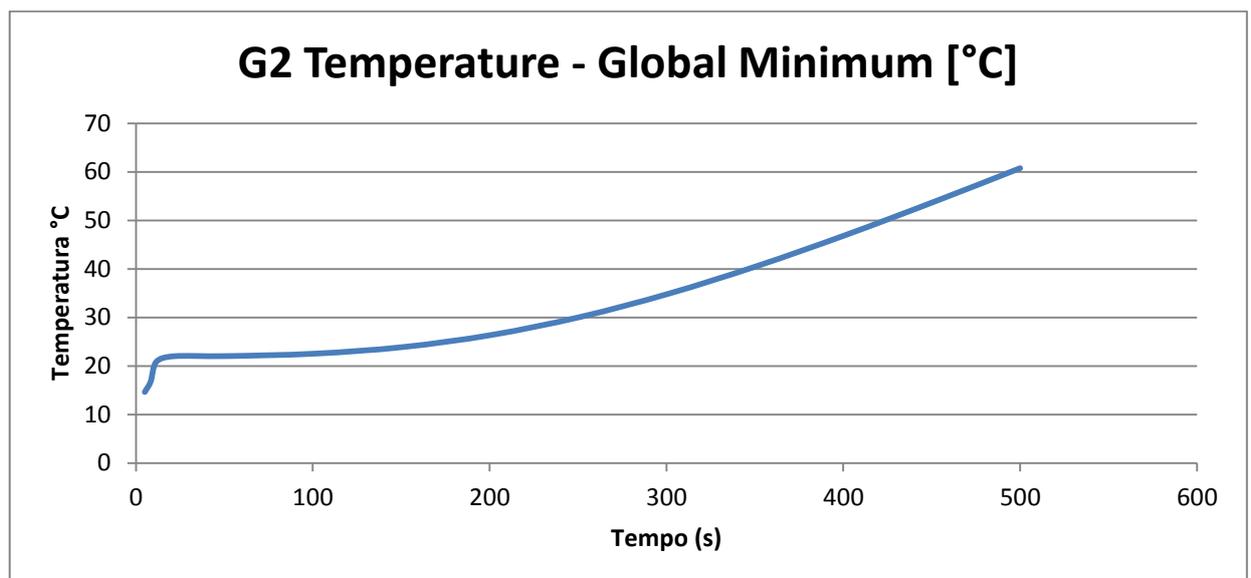


Figura 3.21 Andamento temperatura minima G2

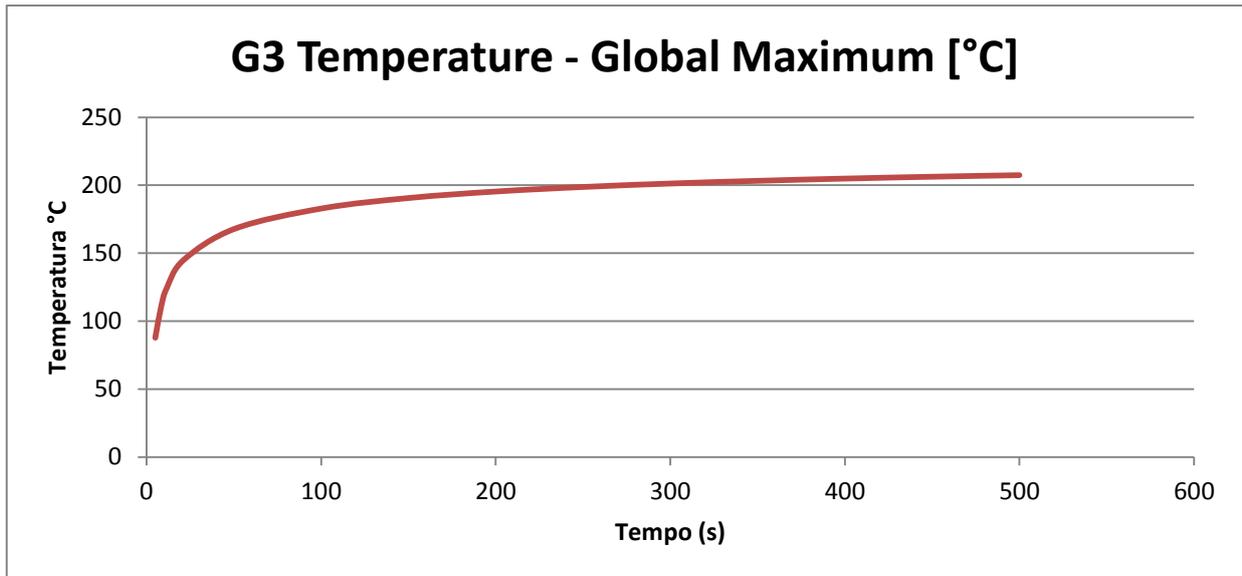


Figura 3.22 Andamento temperatura massima G3

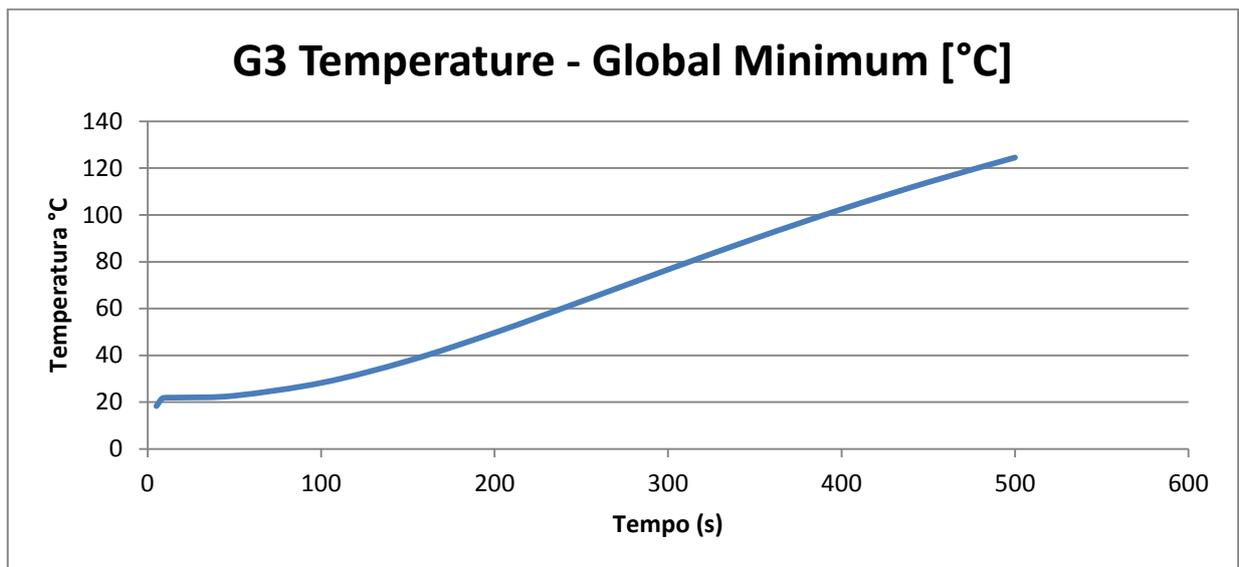


Figura 3.23 Andamento temperatura minima G3

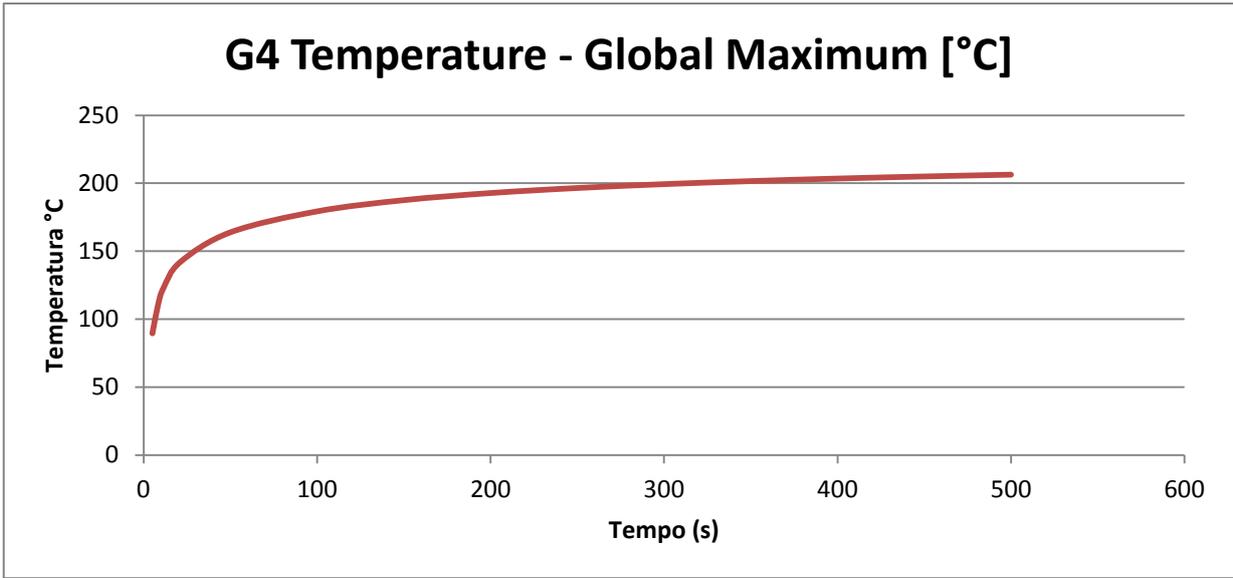


Figura 3.24 Andamento temperatura massima G4

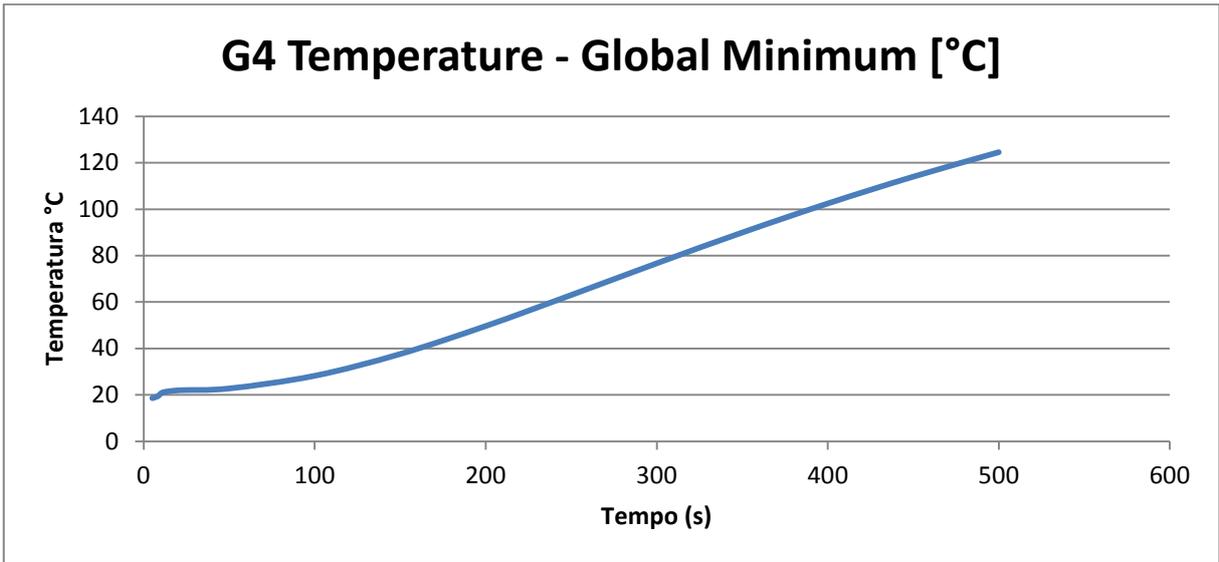


Figura 3.25 Andamento temperatura minima G4

3.3 Studio Strutturale

Ottenuti i risultati termici del corpo si importano gli stessi all'interno dello studio strutturale definendo i vari istanti di controllo per osservare le tensioni agenti sulla superficie. Le tensioni che si decide di studiare sono le equivalenti di Von Mises. Per lo studio si effettuano 13 step di controllo negli istanti definiti in tabella 3-6:

Tabella 3-6

Numero Step	Istante temporale (s)
1	1
2	25
3	50
4	75
5	100
6	150
7	200
8	250
9	300
10	350
11	400
12	450
13	500

Il programma Ansys considera come valore temporale minimo 1 secondo, il primo step quindi può essere considerato come istante iniziale dello studio statico. Successivamente si ritiene opportuno un intervallo di 25 secondi nella parte iniziale per mettere in risalto il picco delle tensioni presente nella superficie di controllo S1. In un primo tentativo l'intervallo è stato mantenuto costante a 50s per l'intero intervallo temporale, ma la soluzione era accettabile solamente per le superfici S2 ed S3 e non per la S1 dove il grafico si mostrava palesemente incompleto. Utilizzando l'intervallo temporale variabile si possono trovare i grafici che vanno da figura 3.26 a 3.37. [Si deve ricordare che i valori in ordinata delle tensioni sono in Pascal, non in Mega Pascal, quindi i valori scritti sull'asse delle ordinate sono da dividere per 10^6].

G1

S1

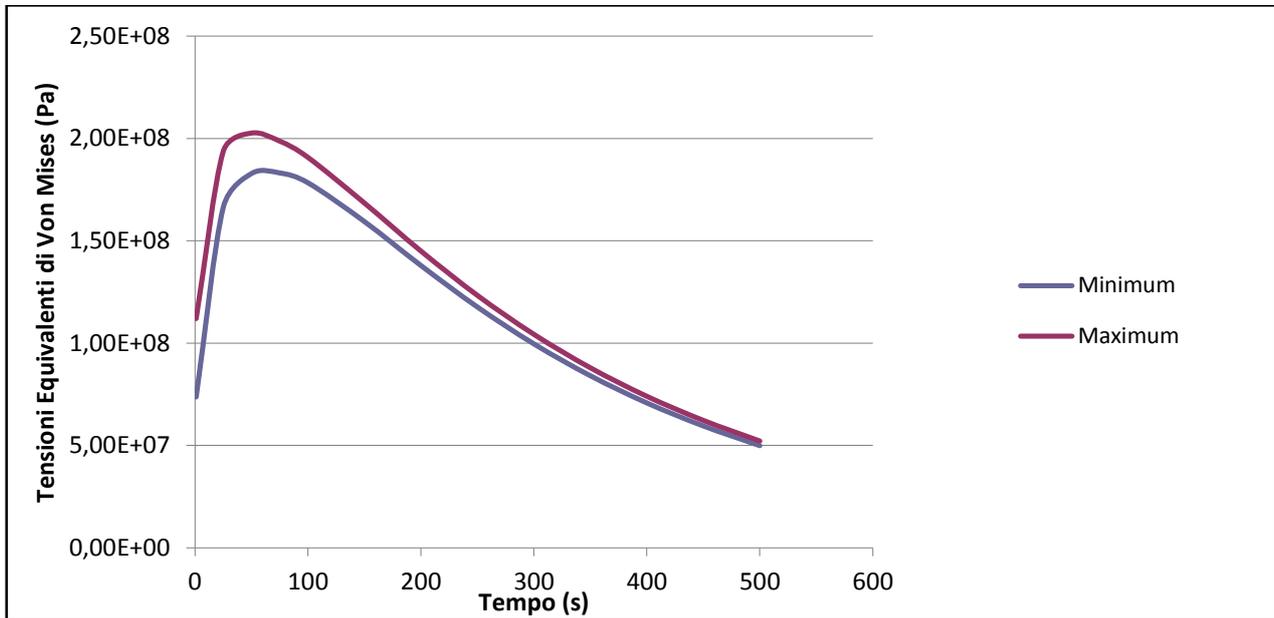


Figura 3.26 Tensioni agenti su S1 in G1

S2

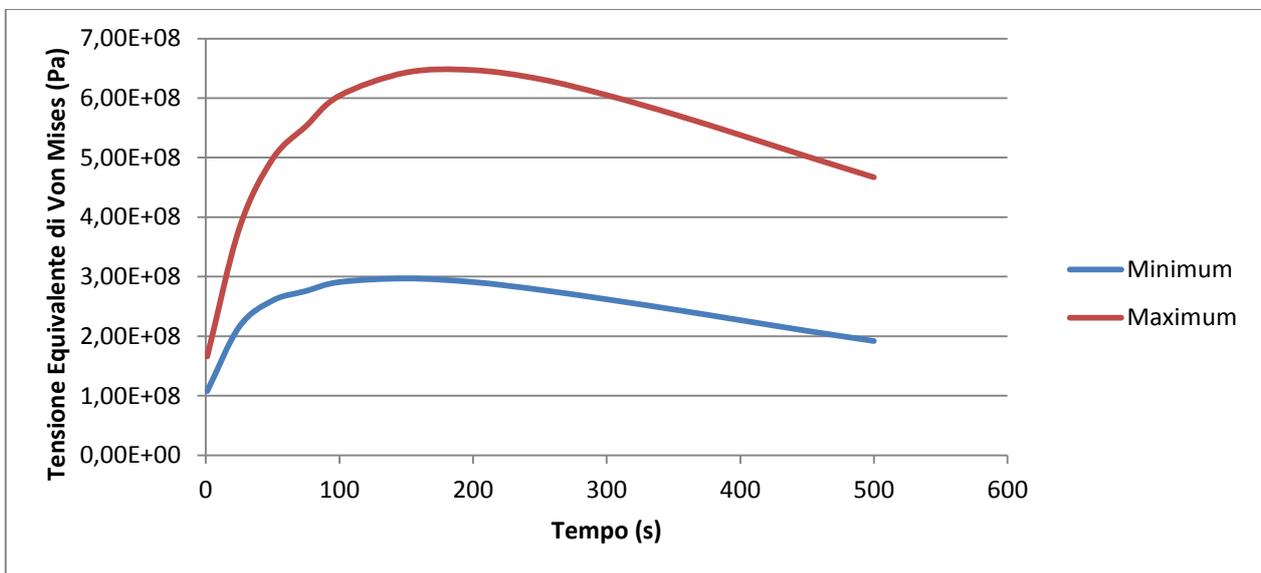


Figura 3.27 Tensioni agenti su S2 in G1

S3

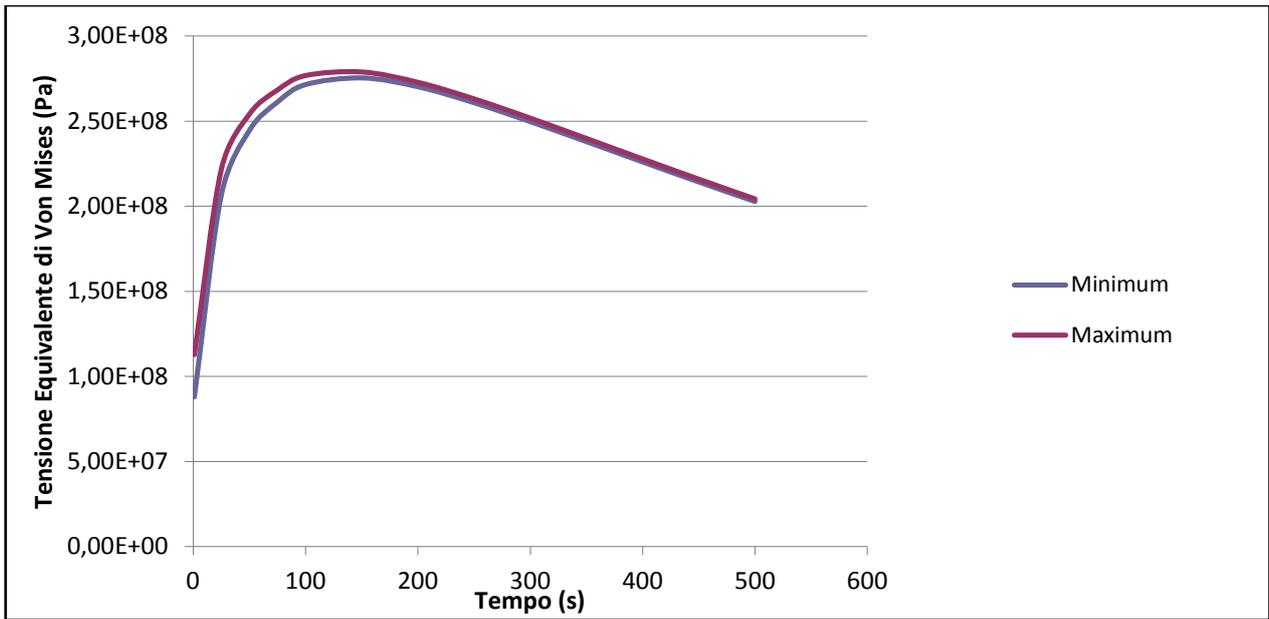


Figura 3.28 Tensioni agenti su S3 in G1

G2

S1

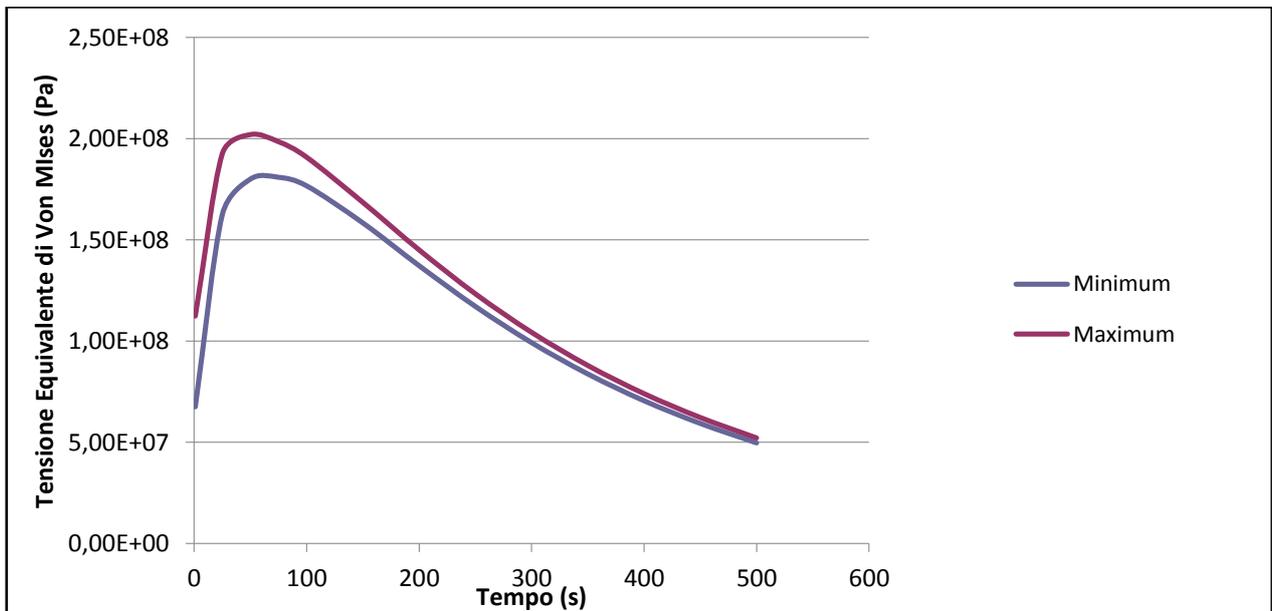


Figura 3.29 Tensioni agenti su S1 in G2

S2

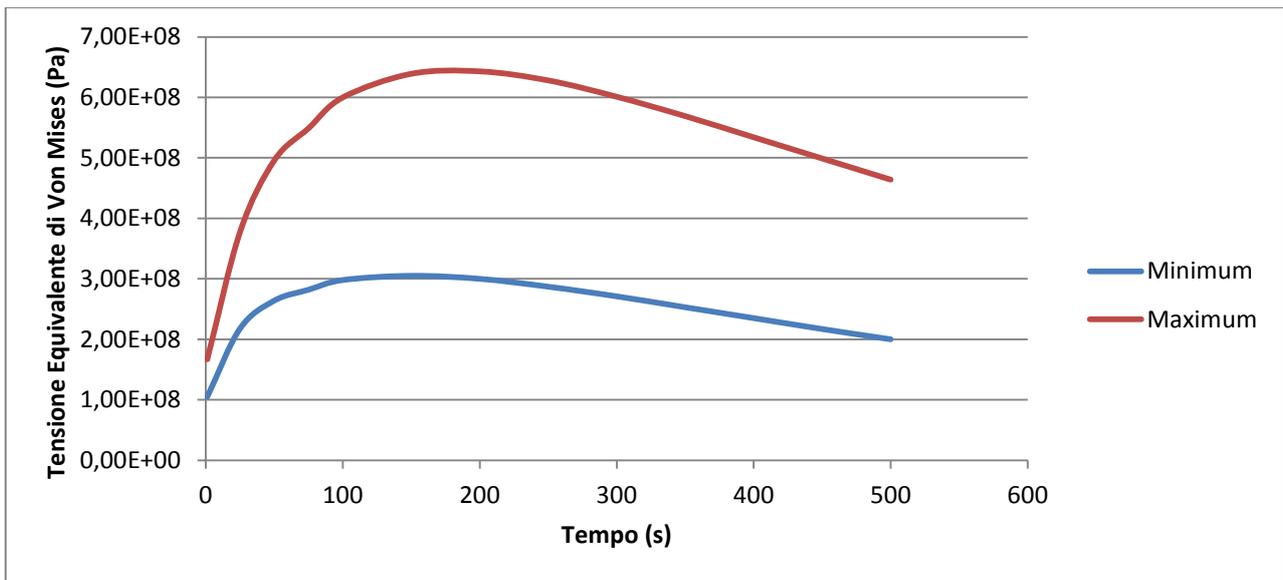


Figura 3.30 Tensioni agenti su S2 in G2

S3

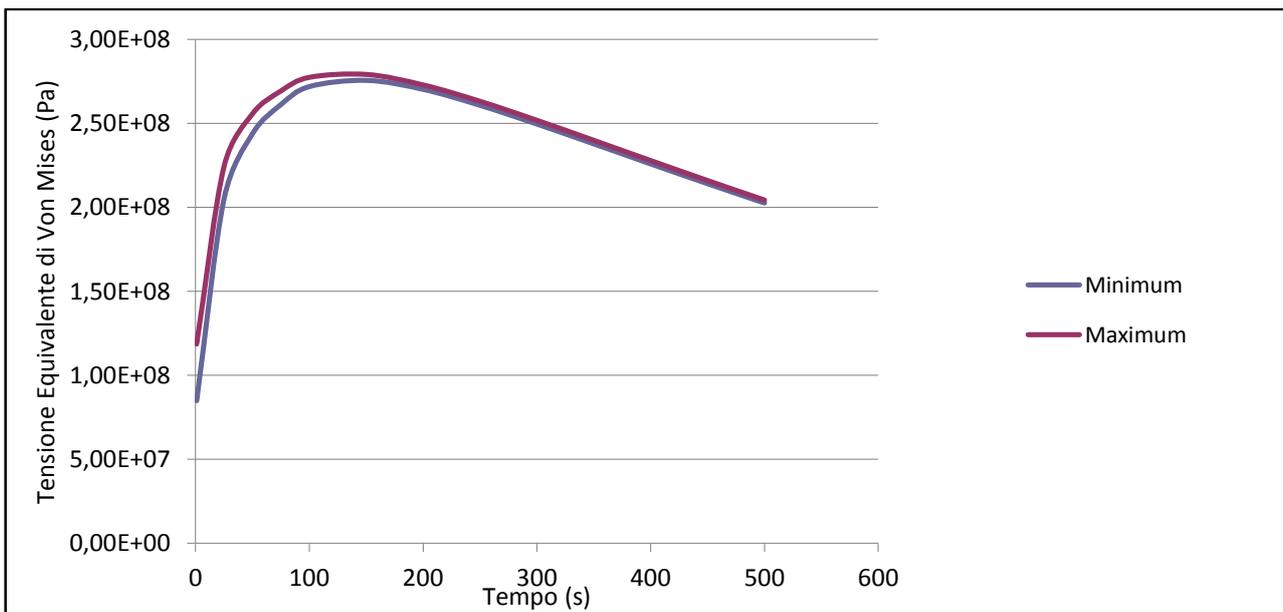


Figura 3.31 Tensioni agenti su S3 in G2

G3

S1

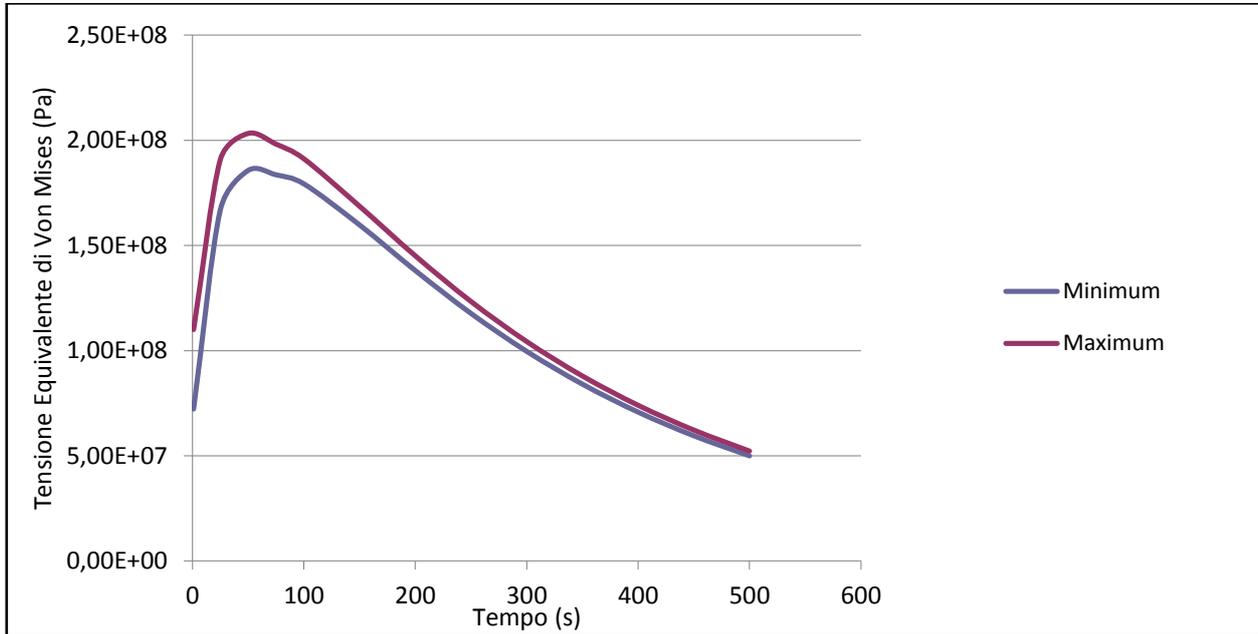


Figura 3.32 Tensioni agenti su S1 in G3

S2

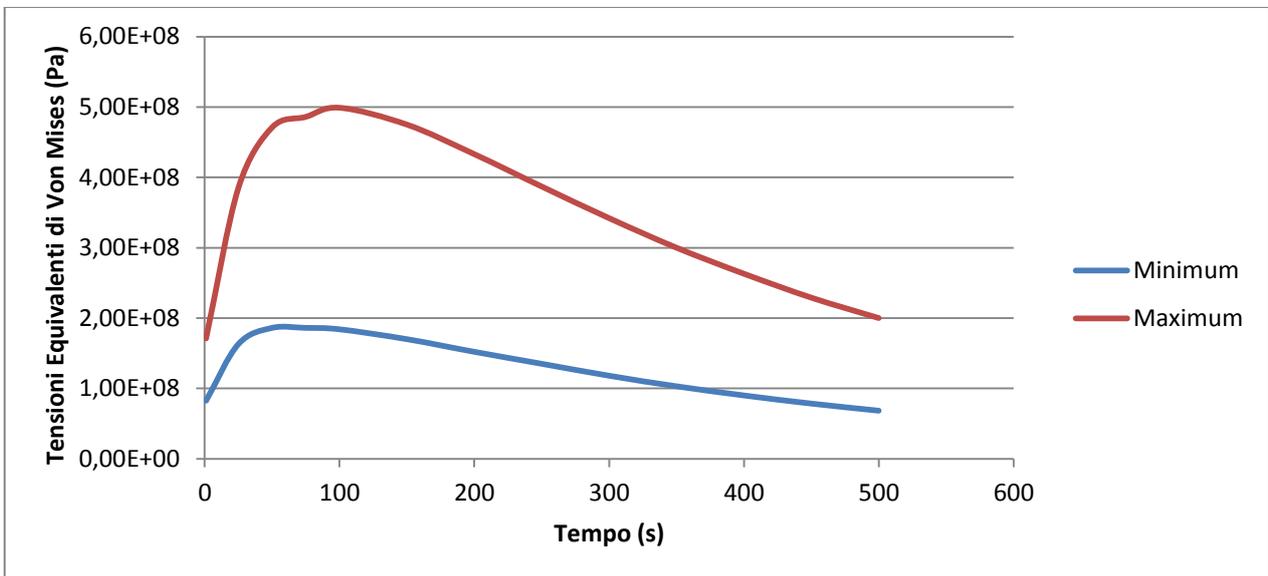


Figura 3.33 Tensioni agenti su S2 in G3

S3

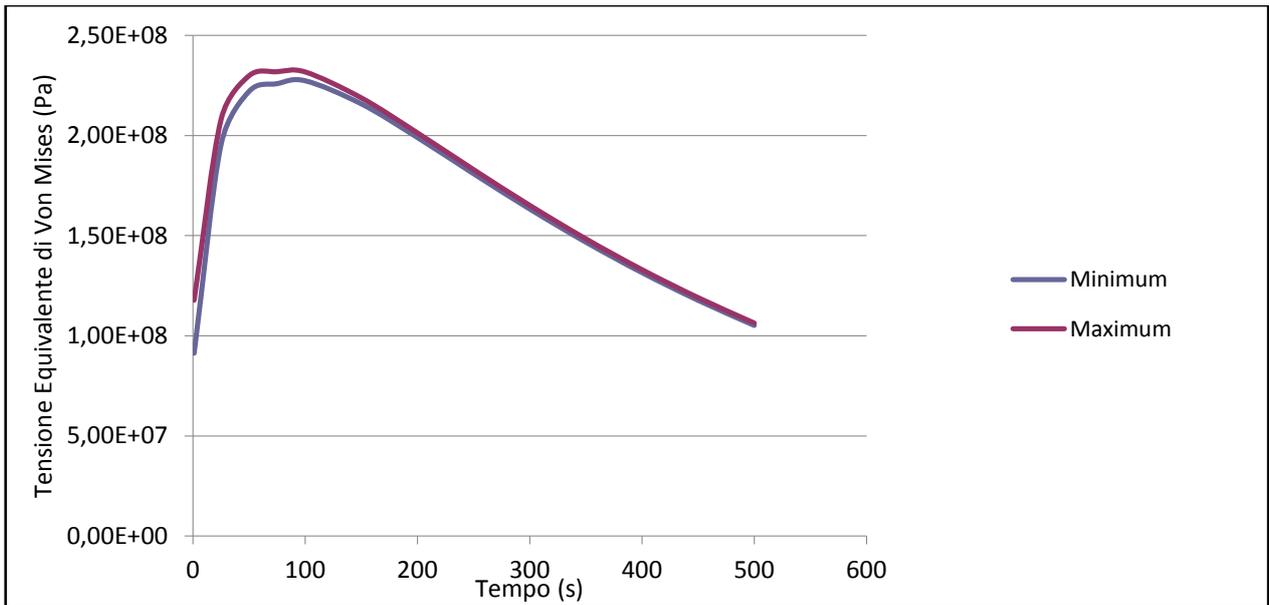


Figura 3.34 Tensioni agenti su S3 in G3

G4

S1

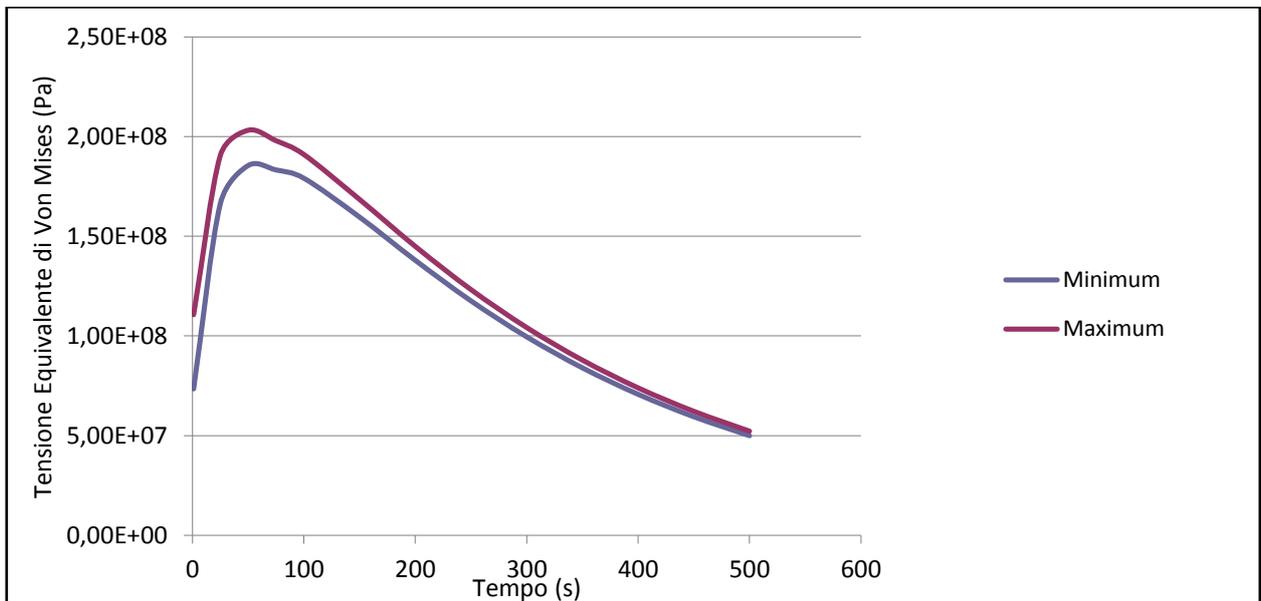


Figura 3.35 Tensioni agenti su S1 in G4

S2

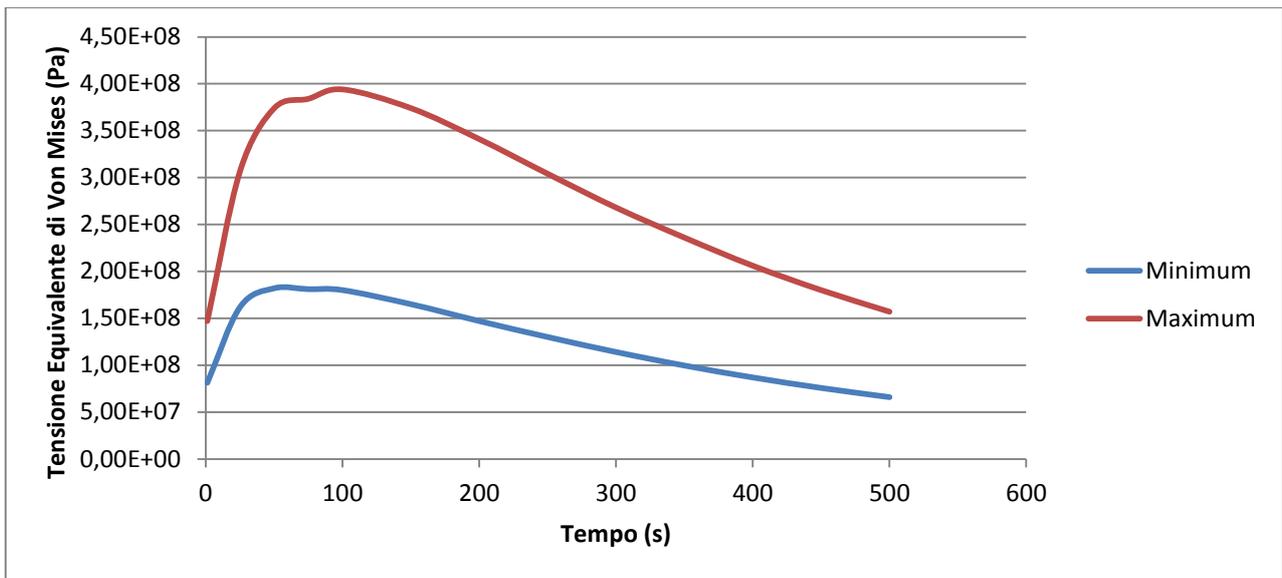


Figura 3.36 Tensioni agenti su S2 in G4

S3

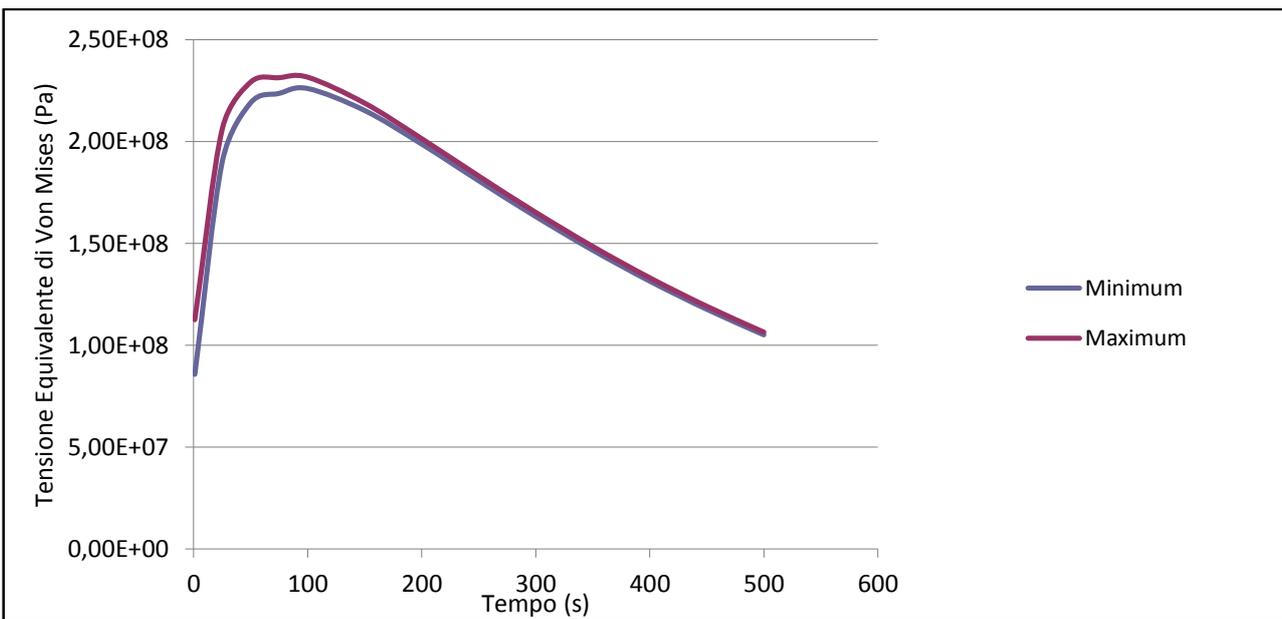


Figura 3.37 Tensioni agenti su S3 in G4

La prima osservazione da fare per i grafici precedenti è che le figure 3.26, 3.29, 3.32 e 3.35, ovvero i grafici relativi ai campi di tensione agenti sulle superfici di controllo S2, mostrano una variazione non indifferente tra i valori di massimo e di minimo riscontrati durante la simulazione. Questo è dovuto soprattutto alla geometria e all'intensificazione di tensioni geometrica.

I grafici mostrano che il picco di tensione è nei primi istanti e poi con il raggiungimento dell'equilibrio termico questo tende a ridursi fino ad annullarsi. Questa transizione è tanto più

veloce quanto è più piccolo il diametro del cilindro sottoposto a riscaldamento. Basta osservare per il G1 le superfici S1 ed S3 dove a 500s si può vedere che la tensione massima riscontrata è circa 60MPa per la S1 contro un 225MPa per la S3. Se facessimo continuare la simulazione avremmo grafici come in figura 3.38 che mostrano la tendenza al valore nullo come ad esempio il grafico per la S1 del G1:

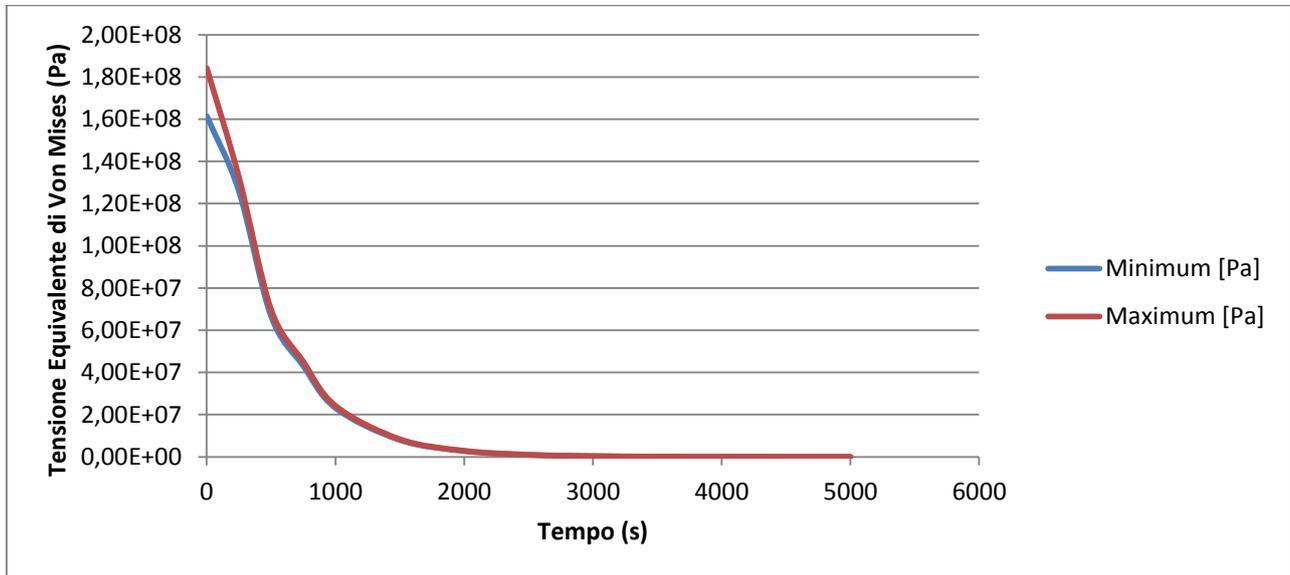


Figura 3.38 Grafico tensioni su tempo a regime su S1

O di figura 3.39 che è sempre per la stessa geometria ma riferito alla superficie S3:

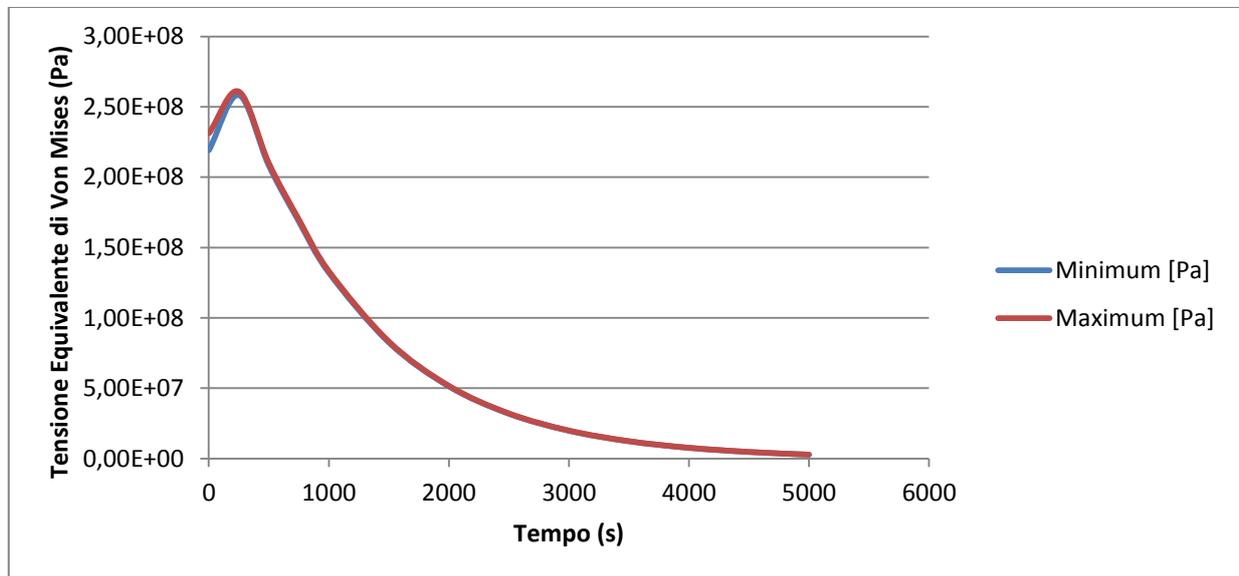


Figura 3.39 Grafico tensioni su tempo a regime su S3

Si può osservare nei due grafici gli istanti del raggiunto equilibrio statico, nella superficie S3 si ottiene l'equilibrio dopo quasi il doppio del tempo che necessita alla superficie S1 per raggiungere tale stato. Successivamente studiando i risultati cercheremo di capire se tale risultato possa essere solo un caso o se variando il diametro partendo da un cilindro ideale si possa scoprire l'istante di equilibrio termico in ogni sistema.

4 Risultati

4.1 Tabelle e Grafici

I risultati ottenuti precedentemente possono già dare delle indicazioni, ma conviene utilizzare un solo dato piuttosto che la coppia di valori massimo e minimo. Verrà quindi studiato il valor medio, accompagnato dalla deviazione standard e dal valore di massimo, per studiare il loro variare in funzione del tempo. Avremo così due grafici per ogni superficie di controllo di ogni geometria.

Si può osservare questa cosa dalle definizioni, infatti avremo che la media è descritta con l'equazione 4.1 :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad (4.1)$$

La deviazione standard, chiamata anche scarto quadratico medio, è definita dall'equazione 4.2:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad (4.2)$$

Successivamente verranno riportati all'interno delle tabelle da 4-1 fino a 4-12 i valori medi, le deviazioni standard, il rapporto percentuale, il valore massimo e il rapporto tra medio e massimo delle superfici studiate, mentre nelle figure da 4.2 fino a 4.25 saranno graficati tali valori:

G1

S1

Tabella 4-1

Tempo	Medie	Dev. Std.	Rapp.	Max	Rapp.
1	105,1999	2,964783	2,818238	113,62	92,58924
25	189,9466	1,318746	0,694272	193,34	98,24485
50	199,7974	0,929919	0,465431	201,99	98,9145
75	196,2453	0,774853	0,394839	197,87	99,1789
100	188,6138	0,681917	0,361541	189,86	99,34363
150	166,4764	0,570132	0,34247	167,33	99,4899
200	143,245	0,483384	0,337453	143,9	99,54483
250	121,8349	0,409035	0,335729	122,35	99,57903
300	103,0262	0,345187	0,335048	103,45	99,59037
350	86,85732	0,29071	0,334699	87,209	99,59674
400	73,10655	0,244592	0,33457	73,4	99,6002
450	61,47818	0,205644	0,334499	61,724	99,60174
500	51,51477	0,172275	0,334419	51,721	99,60127

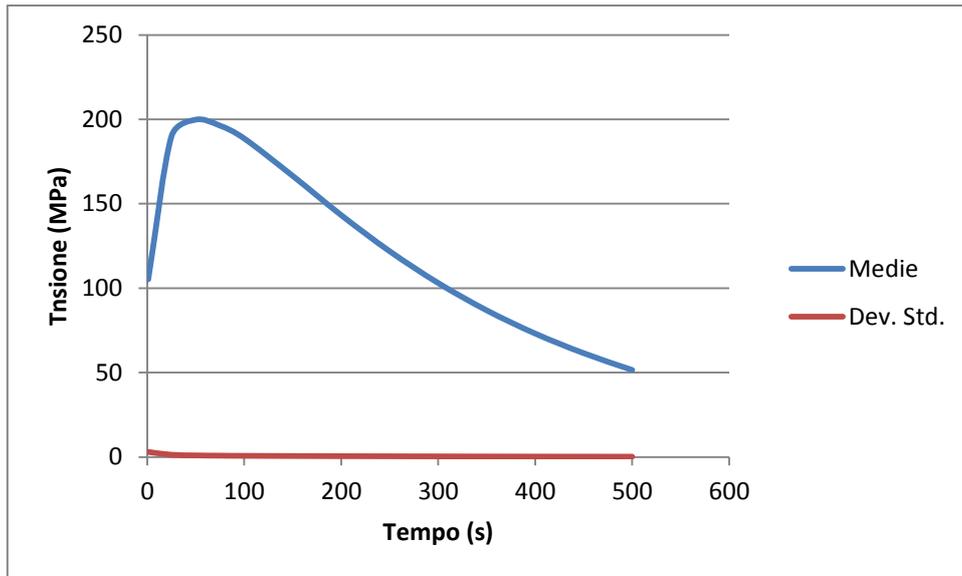


Figura 4.1 Grafico delle tensioni medie S1G1

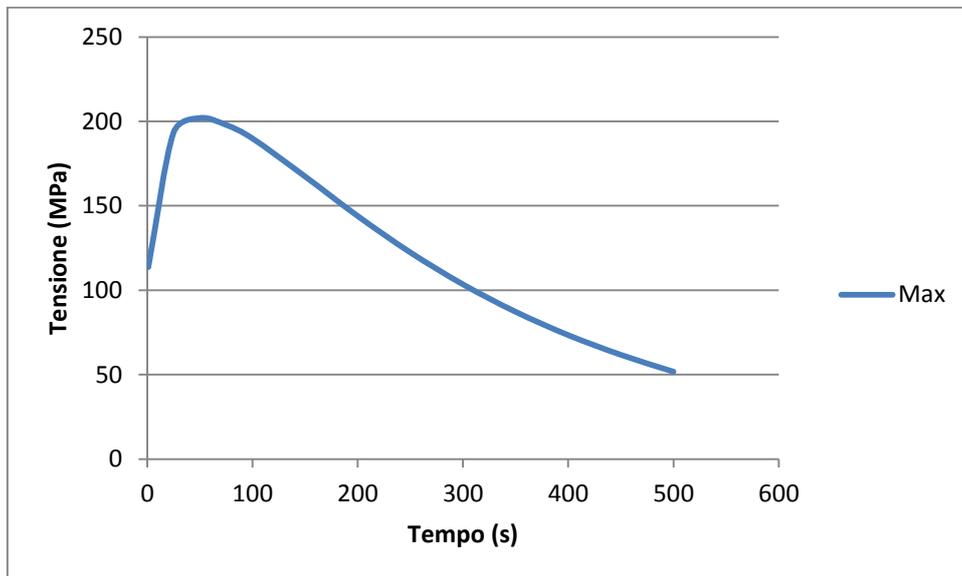


Figura 4.2 Grafico delle tensioni max S1G1

S2

Tabella 4-2

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	148.4285595	11.27322639	7.595052076	166.69	89.04466946
25	331.5137205	33.19624042	10.01353439	379.59	87.3346823
50	426.5179845	48.19059847	11.29860879	493.74	86.38513883
75	470.4654658	56.26146903	11.95868201	547.22	85.97373374
100	510.2429931	63.76267097	12.49653044	595.71	85.65291721
150	539.8509143	71.02823692	13.15700966	634.15	85.12984535

200	540.8730679	73.49307527	13.58786001	638.33	84.73251576
250	526.0840167	73.10321565	13.89573021	622.96	84.44908448
300	502.625483	71.02024818	14.12985425	596.66	84.239849
350	474.7114664	67.9628705	14.31666924	564.61	84.07776454
400	444.8953076	64.3837925	14.47167264	529.95	83.95043073
450	414.7390742	60.57097009	14.60459693	494.64	83.84665093
500	385.1488758	56.70489441	14.72285082	459.93	83.74075964

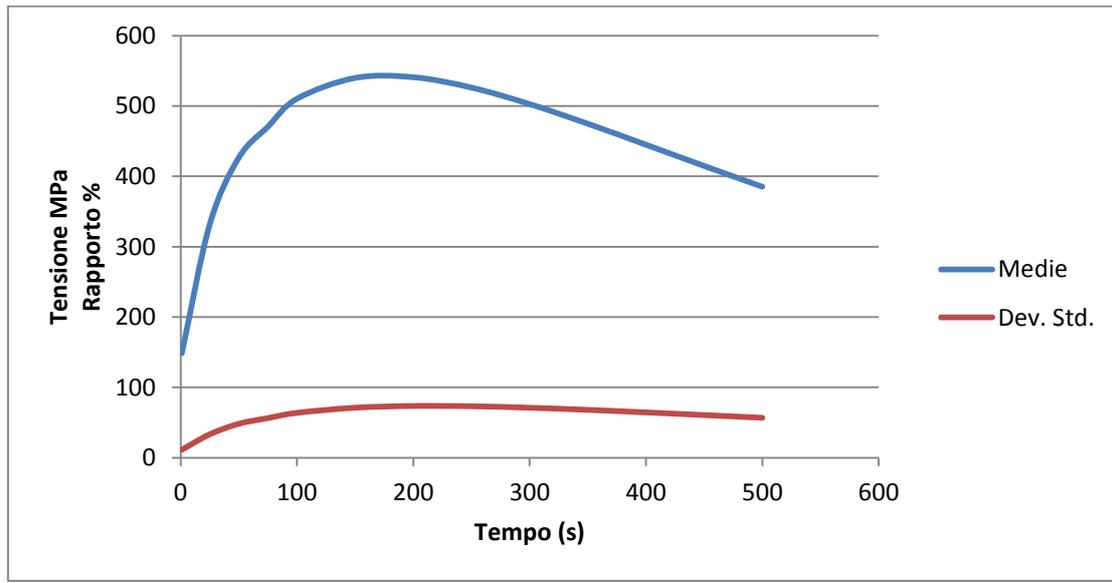


Figura 4.3 Grafico delle tensioni medie S2G1

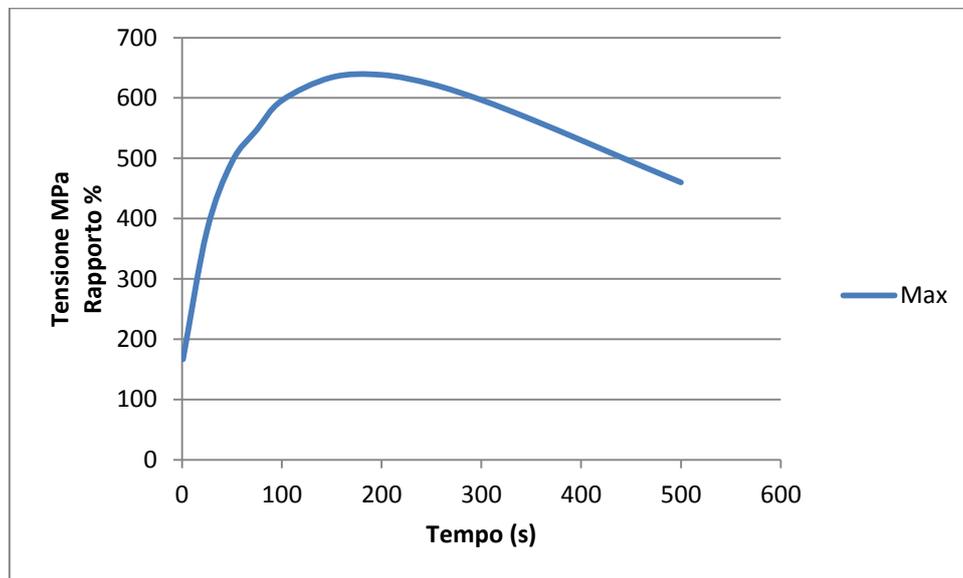


Figura 4.4 Grafico delle tensioni max S2G1

S3

Tabella 4-3

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	117.7407996	7.588531169	6.445116045	130.36	90.3197297
25	225.627745	6.968119375	3.088325585	242.45	93.06155702
50	261.6394741	8.409879847	3.214300853	281.25	93.02736857
75	274.0197871	8.258191674	3.013720929	294.08	93.17865447
100	283.7782683	8.79596733	3.099591586	304.74	93.1214374
150	285.7951616	8.924328766	3.122631158	306.94	93.11108413
200	279.6014341	8.817922567	3.15374726	300.37	93.08567236
250	269.7279297	8.576465339	3.179672698	289.83	93.0641858
300	258.1918548	8.261562252	3.199776484	277.49	93.04546283
350	245.9910595	7.909256877	3.215261926	264.42	93.03042868
400	233.6562006	7.540364031	3.227119165	251.19	93.01970644
450	221.481647	7.167622527	3.23621511	238.12	93.01261843
500	209.615531	6.80225389	3.245109681	225.39	93.00125606

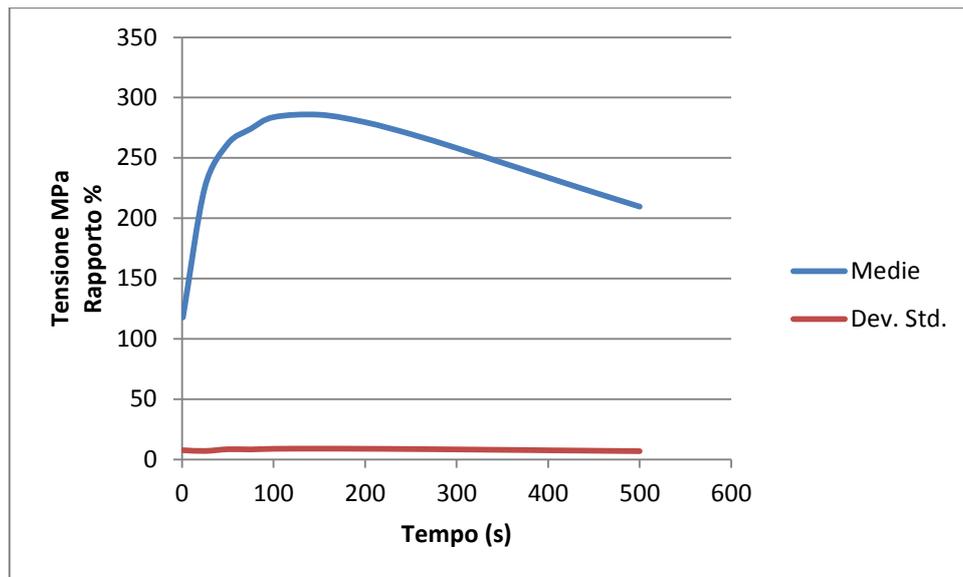


Figura 4.5 Grafico delle tensioni medie S3G1

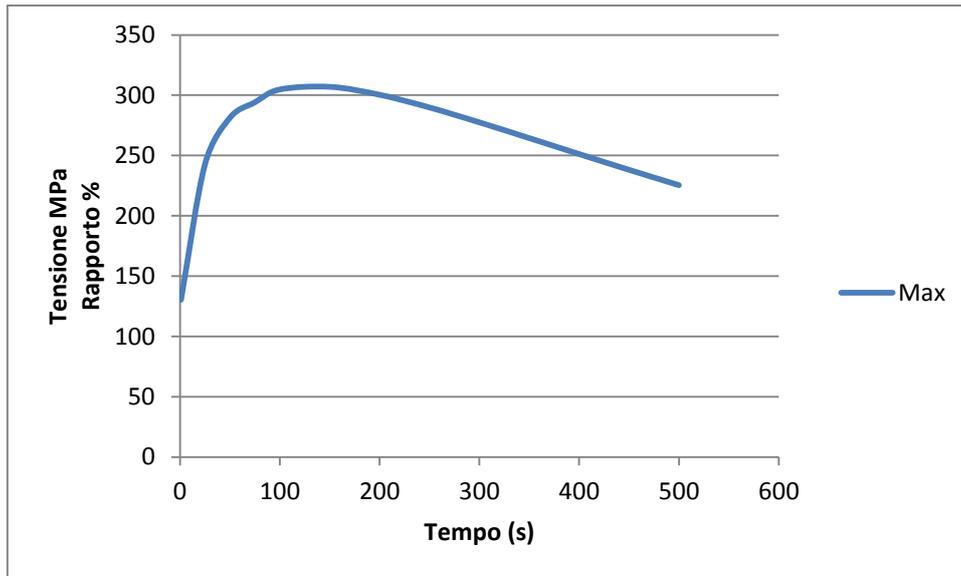


Figura 4.6 Grafico delle tensioni max S3G1

G2

S1

Tabella 4-4

Tempo	Medie	Dev. Std.	Rapp.	Max	Rapp.
1	103,9571	3,421158	3,290934	114,88	90,49187
25	189,4449	1,49604	0,789697	193,21	98,05127
50	199,5	1,004508	0,503513	201,9	98,81129
75	196,0746	0,808348	0,412266	197,83	99,11266
100	188,5052	0,696023	0,369233	189,83	99,30212
150	166,431	0,573749	0,344737	167,33	99,46274
200	143,2245	0,484901	0,33856	143,9	99,5306
250	121,8251	0,410395	0,336872	122,35	99,57098
300	103,0213	0,346064	0,335915	103,45	99,58556
350	86,85466	0,291576	0,335706	87,219	99,58227
400	73,10505	0,245299	0,335544	73,412	99,58188
450	61,47726	0,206239	0,335473	61,736	99,58089
500	51,51309	0,172809	0,335467	51,73	99,58068

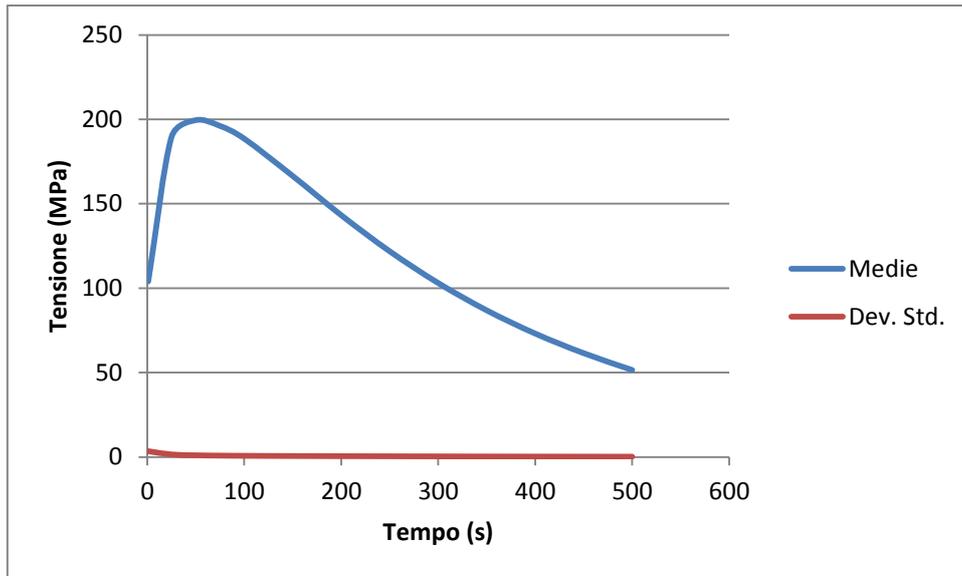


Figura 4.7 Grafico delle tensioni medie S1G2

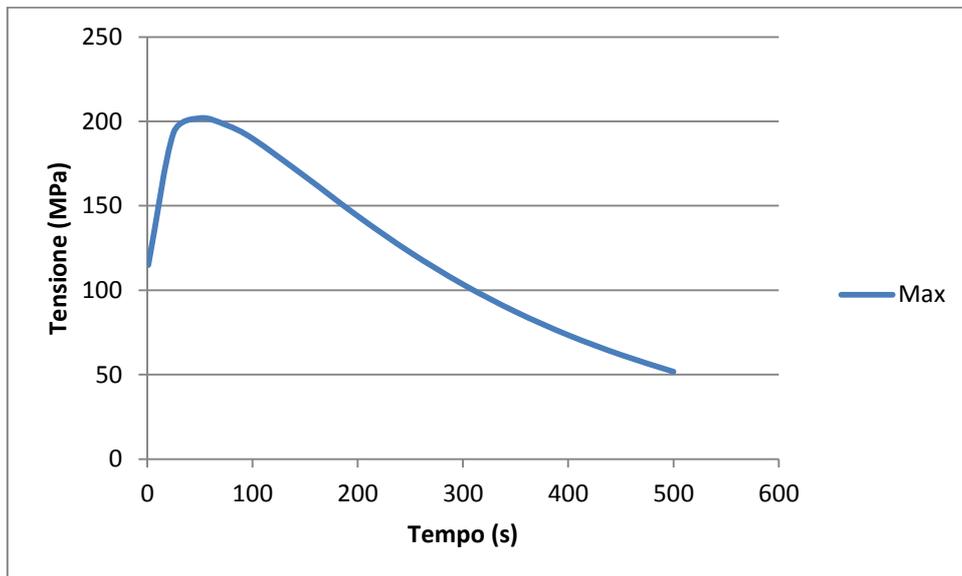


Figura 4.8 Grafico delle tensioni max S1G2

S2

Tabella 4-5

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	148.4933	11.67626	7.863155	165.5	89.72405
25	331.6246	33.90345	10.22344	379.25	87.44222
50	427.1495	49.12218	11.5	495.42	86.21968
75	470.8201	57.23179	12.15577	549.85	85.62701
100	510.8234	64.83472	12.6922	599.88	85.15426
150	540.4164	72.15237	13.35126	639.18	84.54839
200	541.4215	74.61622	13.78154	643.5	84.13698
250	526.6105	74.19279	14.08874	628.08	83.8445
300	503.1269	72.05717	14.32187	601.67	83.62173
350	475.1858	68.93657	14.50729	569.49	83.44058
400	445.3421	65.29012	14.66067	534.68	83.29134
450	415.1584	61.40921	14.79175	499.22	83.16142
500	385.5467	57.47672	14.90785	464.26	83.04543

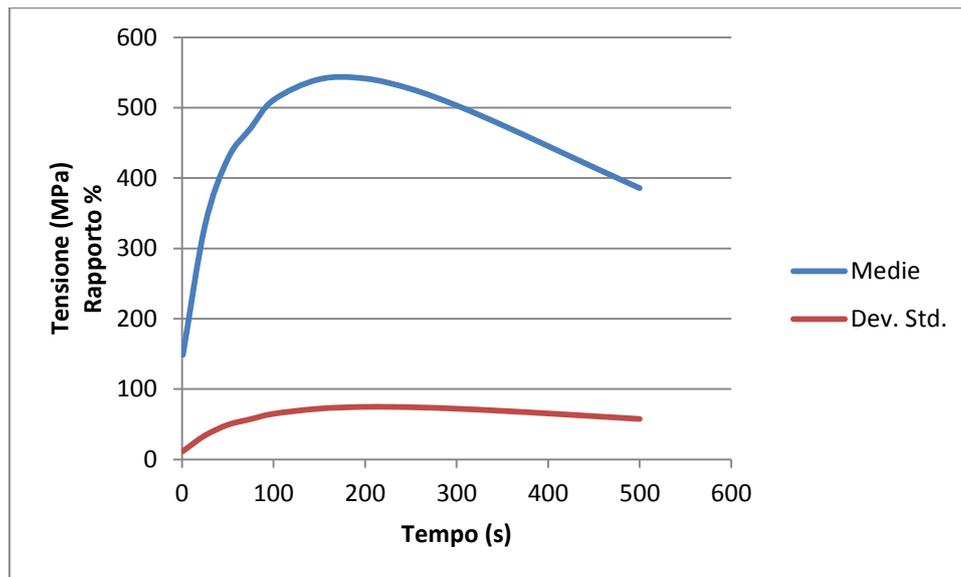


Figura 4.9 Grafico delle tensioni medie S2G2

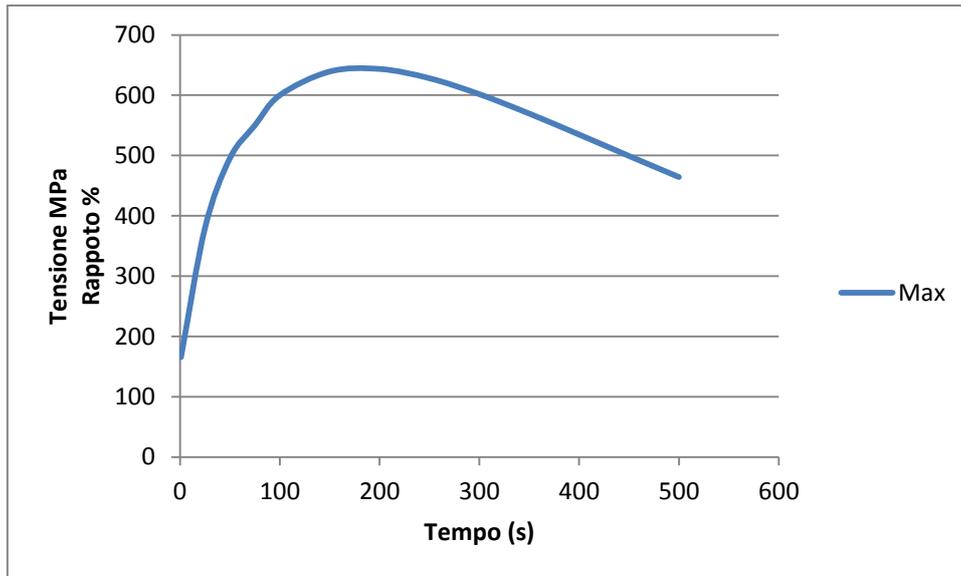


Figura 4.10 Grafico delle tensioni max S2G2

S3

Tabella 4-6

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	100,7806	4,136989	4,104944	118,61	84,96808
25	215,0273	2,377283	1,105572	224,28	95,8745
50	249,7948	1,55324	0,621806	255,66	97,70587
75	265,0834	1,168957	0,440977	269,26	98,44888
100	274,3822	0,932633	0,339903	277,39	98,91566
150	277,2758	0,745628	0,268912	279,13	99,33571
200	271,5782	0,67342	0,247966	272,87	99,52657
250	262,0999	0,631188	0,24082	263,14	99,60473
300	250,9312	0,597532	0,238126	251,82	99,64703
350	239,088	0,566508	0,236945	239,89	99,66568
400	227,1039	0,537311	0,236593	227,84	99,67694
450	215,2725	0,50876	0,236333	215,95	99,68629
500	203,7159	0,481278	0,23625	204,35	99,68971

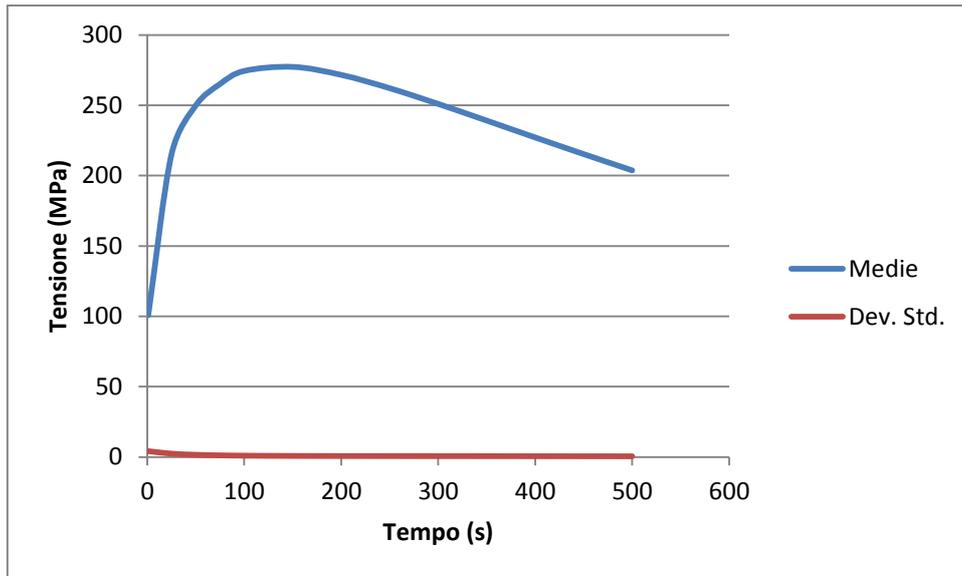


Figura 4.11 Grafico delle tensioni medie S3G2

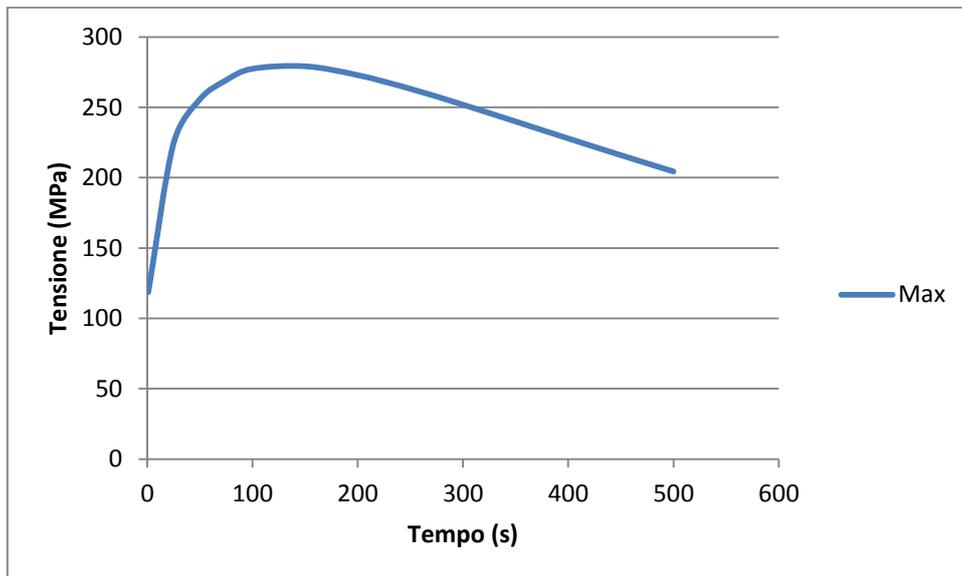


Figura 4.12 Grafico delle tensioni max S3G2

G3

S1

Tabella 4-7

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	88,93469	6,732805	7,570504	110	80,84972
25	178,8827	4,907397	2,74336	190,78	93,76388
50	195,0998	3,7383	1,916097	203,26	95,98532
75	191,5887	3,254023	1,698442	198,17	96,67895
100	185,98	2,883215	1,550282	191,19	97,27496
150	164,8529	2,411875	1,463047	168,62	97,76594
200	142,1414	2,041014	1,435904	145,05	97,99477
250	121,0239	1,724872	1,425233	123,36	98,10629
300	102,3978	1,455	1,420929	104,31	98,16683
350	86,35317	1,225107	1,418717	87,937	98,1989
400	72,69397	1,030568	1,417681	74,014	98,21652
450	61,13656	0,866312	1,417011	62,24	98,22712
500	51,3191	0,727044	1,416713	52,243	98,23154

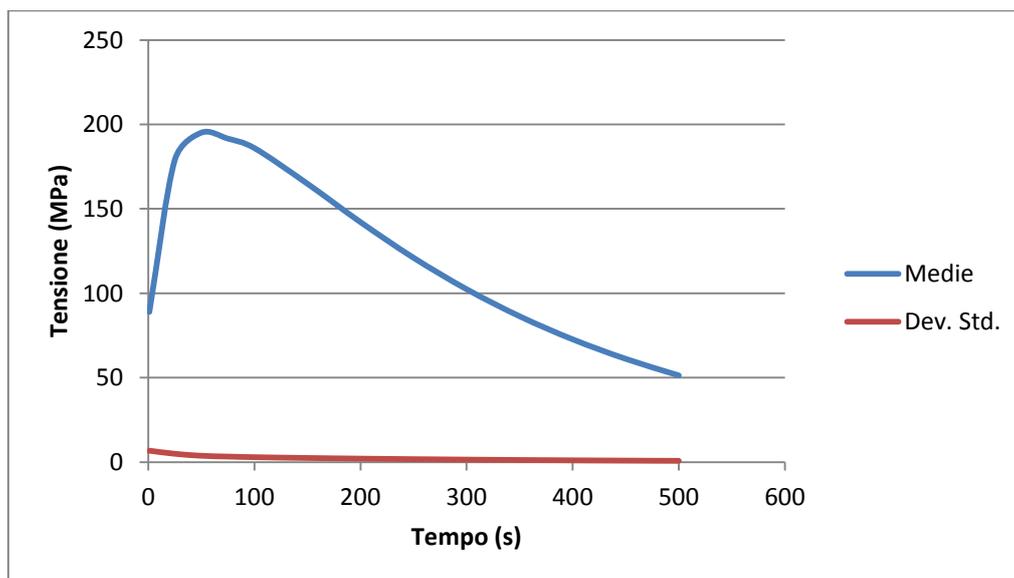


Figura 4.13 Grafico delle tensioni medie S1G3

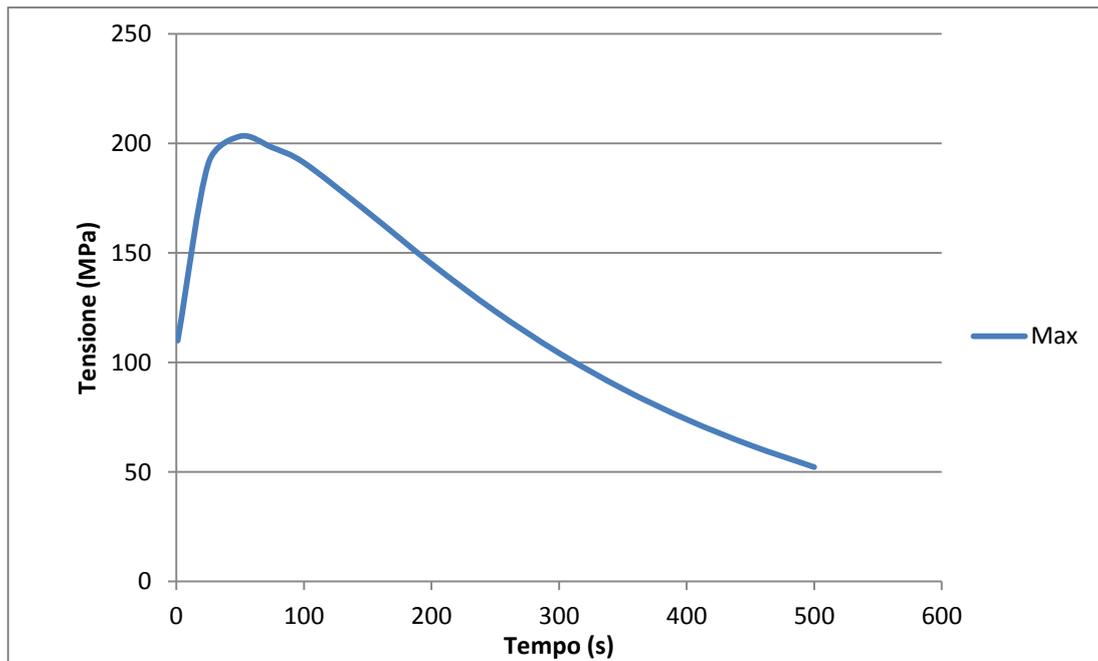


Figura 4.14 Grafico delle tensioni max S1G3

S2

Tabella 4-8

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	147.452	14.47069	9.81383	169.36	87.06426
25	313.8502	45.4072	14.4678	378.76	82.86255
50	373.3777	63.0758	16.8933	465.01	80.29456
75	380.2608	68.17963	17.9297	480.13	79.19956
100	385.3914	72.79984	18.88984	493.03	78.16795
150	362.0766	71.85293	19.84468	469.22	77.16563
200	327.975	66.73679	20.34813	427.8	76.66551
250	292.0124	60.21488	20.62066	382.14	76.41502
300	257.6512	53.50201	20.76529	337.67	76.30266
350	226.1905	47.12883	20.8359	296.56	76.27143
400	198.002	41.30829	20.86257	259.56	76.2837
450	172.9773	36.08843	20.86311	226.63	76.32585
500	150.3597	31.34718	20.84813	196.85	76.38286

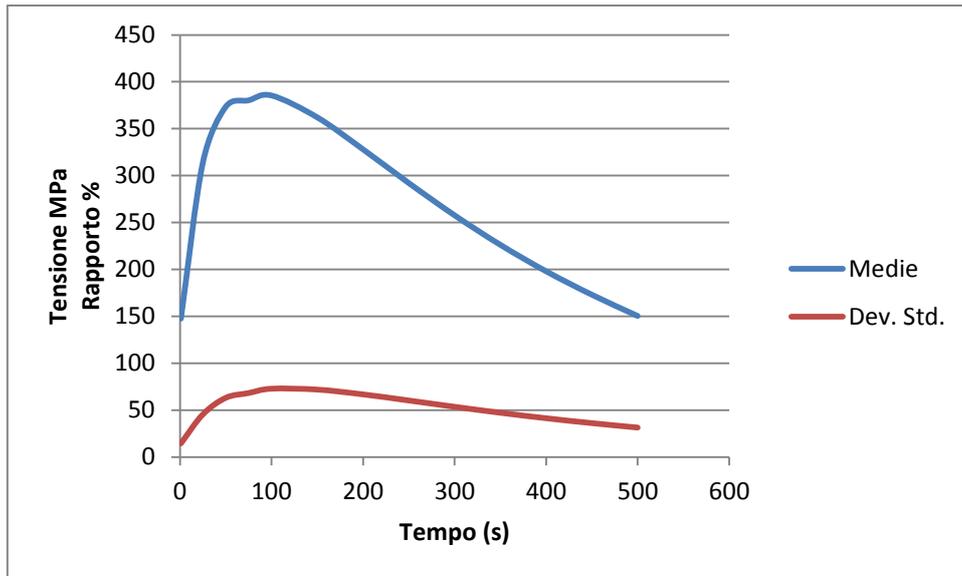


Figura 4.15 Grafico delle tensioni medie S2G3

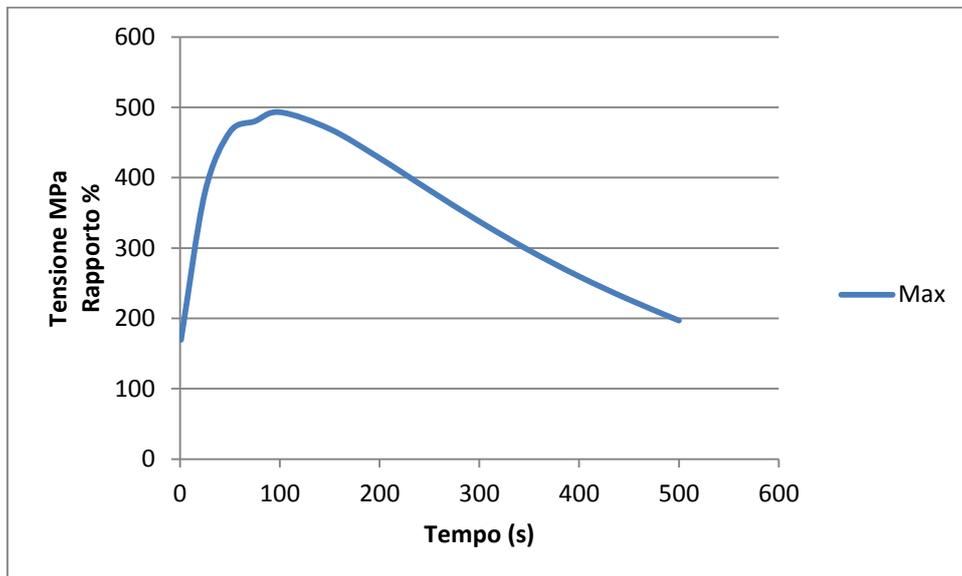


Figura 4.16 Grafico delle tensioni max S2G3

S3

Tabella 4-9

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	105,4023	3,47324	3,295222	114,73	91,86988
25	188,9153	1,458522	0,772051	192,32	98,22969
50	201,2869	0,951546	0,472731	203,31	99,00493
75	196,0001	0,793907	0,405054	197,56	99,2104
100	188,9675	0,685011	0,362502	190,17	99,36766
150	166,5246	0,569982	0,342281	167,37	99,49489
200	143,2	0,482743	0,337111	143,85	99,54814
250	121,7634	0,408433	0,335432	122,28	99,57749
300	102,9519	0,344703	0,33482	103,38	99,58592
350	86,78844	0,290324	0,334519	87,143	99,59313
400	73,04588	0,244264	0,334397	73,343	99,59489
450	61,42593	0,205373	0,334342	61,675	99,59616
500	51,56328	0,17236	0,334269	51,772	99,59684

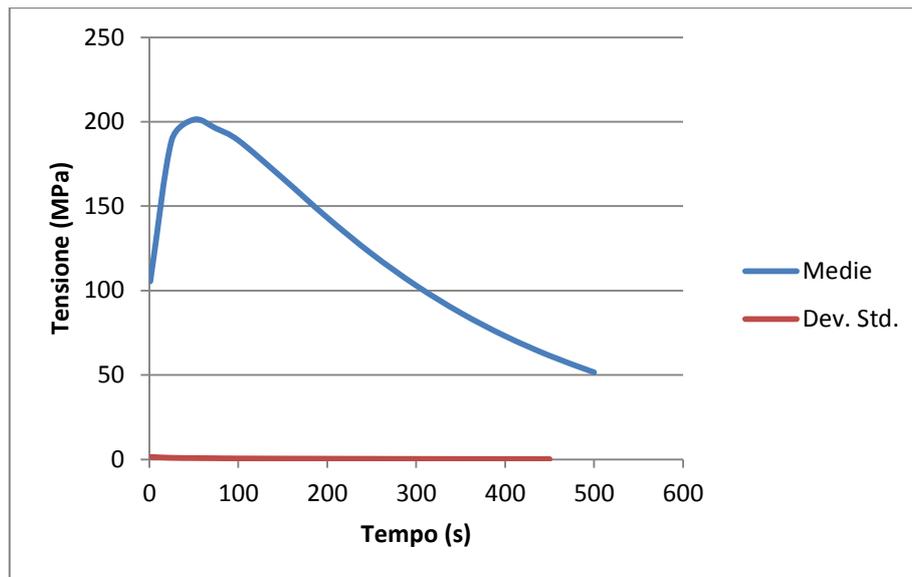


Figura 4.17 Grafico delle tensioni medie S3G3

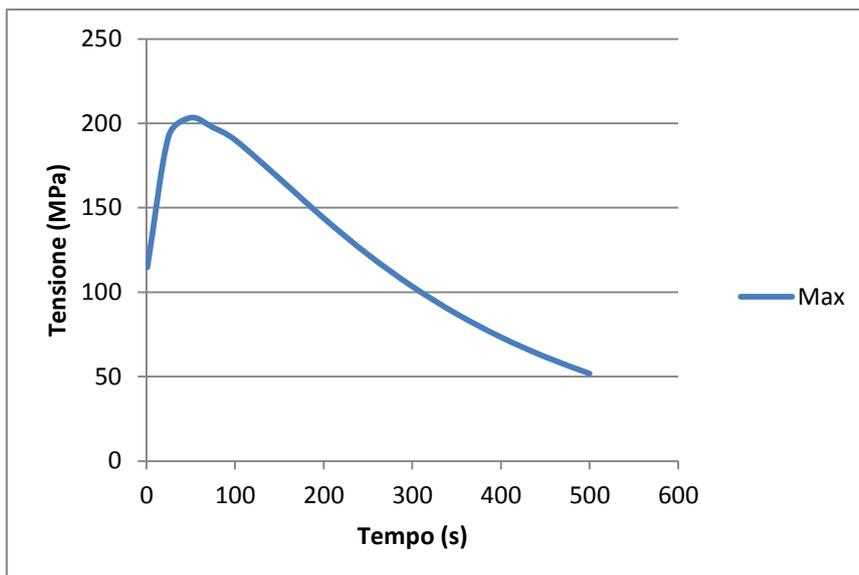


Figura 4.18 Grafico delle tensioni max S3G3

G4

S1

Tabella 4-10

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	90,32803	7,372914	8,162377	110,64	81,64138
25	179,5771	5,37584	2,99361	190,53	94,25136
50	195,7029	3,974527	2,030898	203,19	96,31521
75	191,8698	3,403147	1,773675	197,94	96,93332
100	186,2118	2,960041	1,58961	191,02	97,4829
150	164,9599	2,442302	1,480543	168,46	97,92227
200	142,1984	2,055906	1,445801	144,92	98,122
250	121,0589	1,734093	1,432438	123,25	98,22221
300	102,421	1,461232	1,426692	104,22	98,27387
350	86,36992	1,229661	1,423714	87,859	98,30515
400	72,70683	1,034037	1,422201	73,948	98,32156
450	61,14671	0,869187	1,421478	62,186	98,32874
500	51,33602	0,729533	1,421095	52,206	98,33357

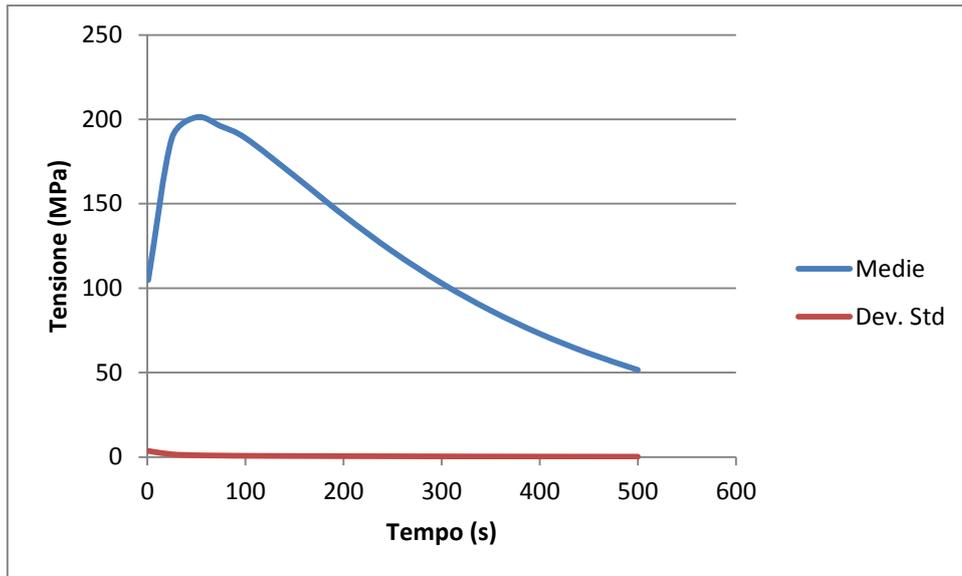


Figura 4.19 Grafico delle tensioni medie S1G4

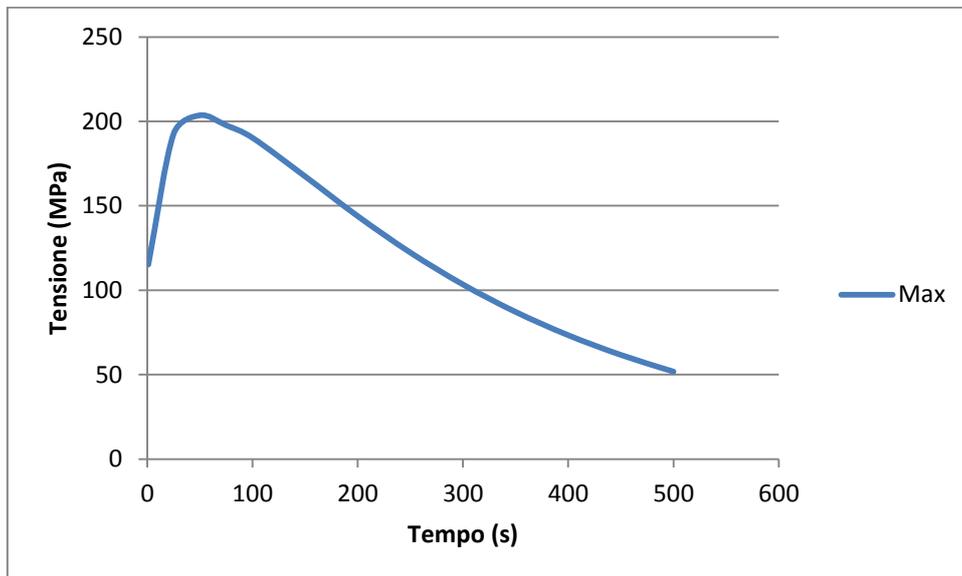


Figura 4.20 Grafico delle tensioni max S1G4

S2

Tabella 4-11

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	122.6739	12.26048	9.994364	144.9	84.66107
25	244.1833	36.58471	14.98248	303.85	80.36311
50	283.4374	50.90793	17.96091	368.15	76.98965
75	286.5682	55.17445	19.25351	379.06	75.59969
100	288.3971	58.9304	20.43377	387.7	74.38665
150	269.3766	58.26595	21.62992	368.01	73.19817
200	243.265	54.19581	22.27851	335.33	72.54494
250	216.1877	48.96142	22.64764	299.37	72.21422
300	190.5045	43.5519	22.86135	264.36	72.06252
350	167.0819	38.40315	22.98462	232.03	72.00876
400	146.1464	33.69196	23.05357	203.07	71.9685
450	127.5847	29.45895	23.08973	177.3	71.95978
500	110.8331	25.61151	23.10817	154	71.96955

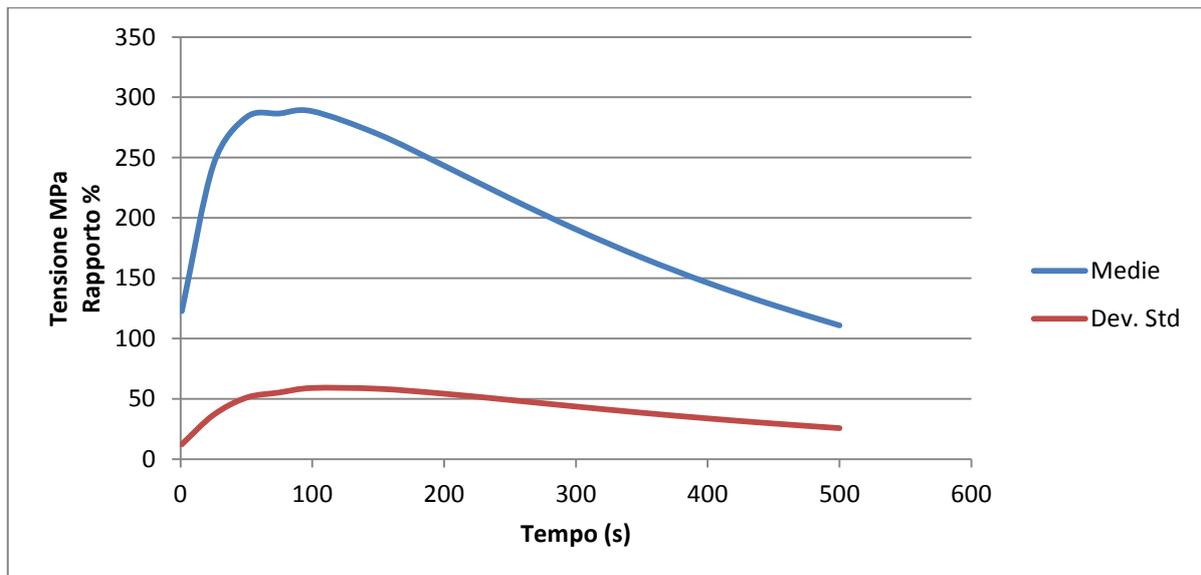


Figura 4.21 Grafico delle tensioni medie S2G4

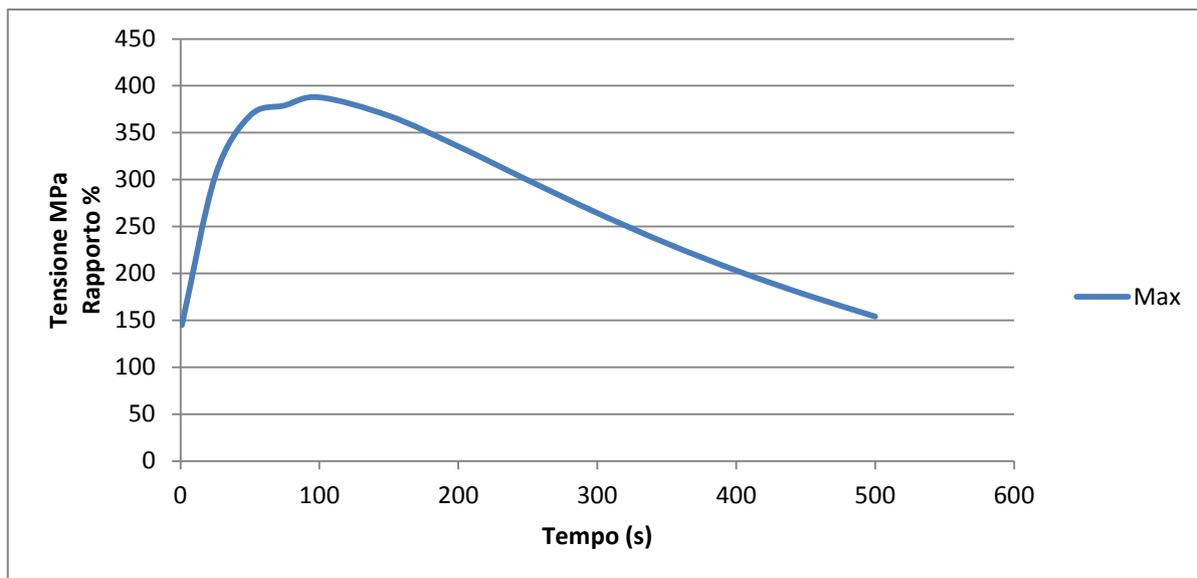


Figura 4.22 Grafico delle tensioni max S2G4

S3

Tabella 4-12

Tempo	Medie Mpa	Dev. Mpa	Rapp. %	Max Mpa	Rapp. %
1	98,3646	4,581775	4,657951	112,58	87,37307
25	198,513	2,741932	1,381235	206,1	96,3188
50	224,4946	1,79272	0,798558	229,2	97,94702
75	227,7976	1,448744	0,635979	231,36	98,46023
100	229,0277	1,199364	0,523677	231,6	98,88932
150	217,1645	0,996519	0,458878	218,85	99,22986
200	200,1718	0,882088	0,440666	201,41	99,38521
250	182,0256	0,791408	0,434779	183,08	99,42407
300	164,3113	0,710606	0,432475	165,24	99,43797
350	147,6831	0,637572	0,431716	148,52	99,43653
400	132,3863	0,571148	0,431425	133,13	99,44137
450	118,4754	0,511302	0,431568	119,14	99,44218
500	105,8611	0,456623	0,431341	106,46	99,43745

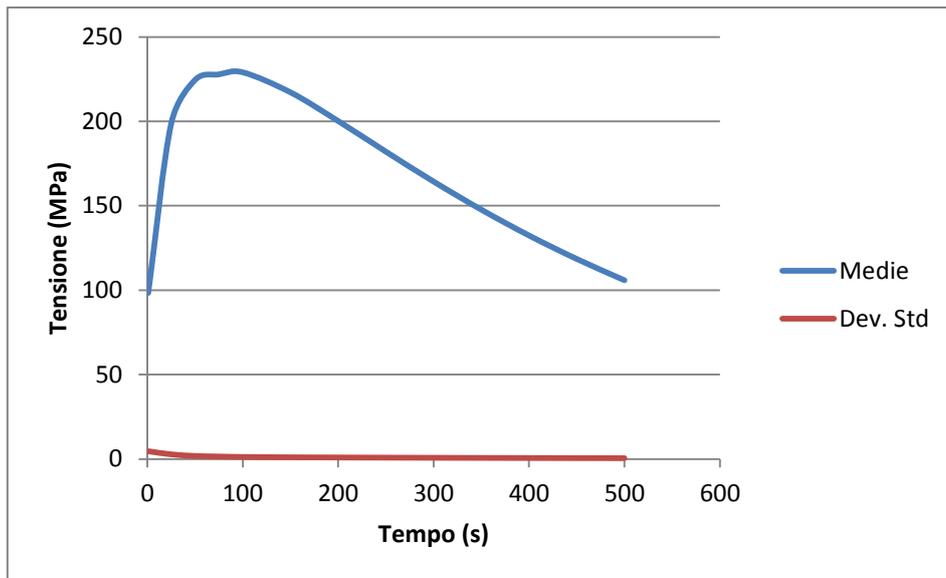


Figura 4.23 Grafico delle tensioni medie S3G4

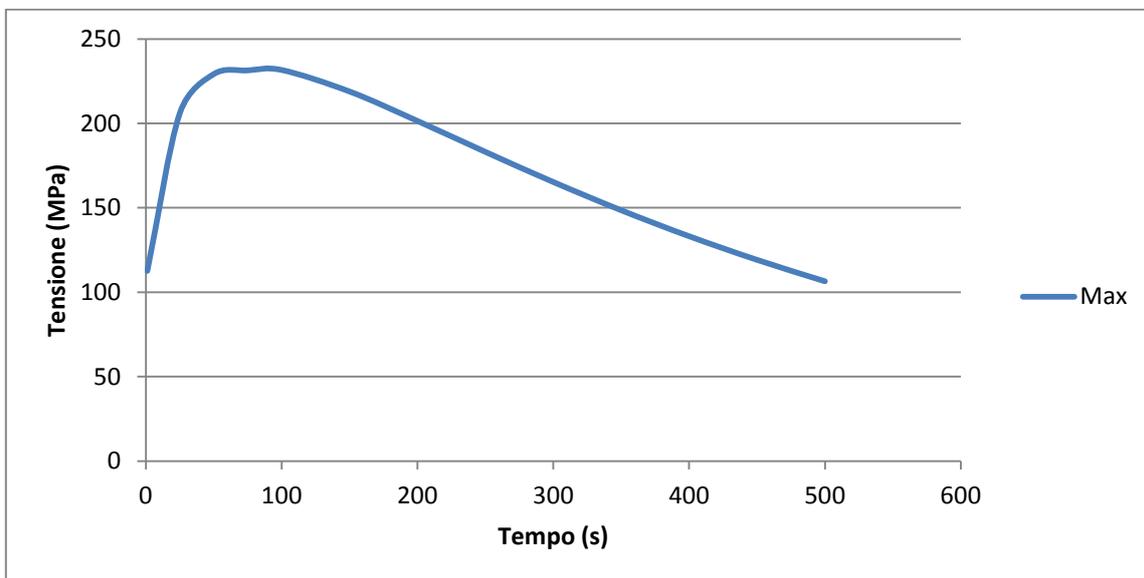


Figura 4.24 Grafico delle tensioni max S3G4

I valori sopra riportati andranno studiati e rapportati tra di loro per osservare se e in che misura se ci esistono delle relazioni tra le tensioni equivalenti ottenute per le differenti geometrie.

4.2 Rapporti

Di seguito verranno riportati i rapporti tra i valori medi ottenuti step by step delle tensioni equivalenti di Von Mises misurate tramite FEM per ogni superficie di controllo di ogni geometria studiata. Il primo paragrafo, il 4.2.1 che contiene da tabella 4-13 fino a 4-24 e figura 4.27 fino a figura 4.34, sarà riferito a rapporti dei valori tra le superfici di controllo all'interno di una geometria studiata (ad esempio all'interno della G1 verrà studiato il rapporto delle tensioni medie misurate sulla superficie S2 ed S1 parallelamente al rapporto tra superfici S3 ed S1); successivamente verranno invece definiti, introdotti e calcolati i rapporti per individuare il coefficiente di intensificazione degli sforzi

4.2.1 Valori per geometria

4.2.1.1 G1

Rapporti

Tabella 4-13

S2/S1		S3/S1	
Tempo	Medie	Tempo	Medie
1	1.29045	1	1.04817
25	1.697041	25	1.161463
50	2.057923	50	1.268361
75	2.336377	75	1.363959
100	2.630383	100	1.466132
150	3.161395	150	1.675995
200	3.68558	200	1.907329
250	4.218041	250	2.164667
300	4.768501	300	2.451622
350	5.344776	350	2.771859
400	5.953966	400	3.129418
450	6.603035	450	3.528859
500	7.306445	500	3.97951

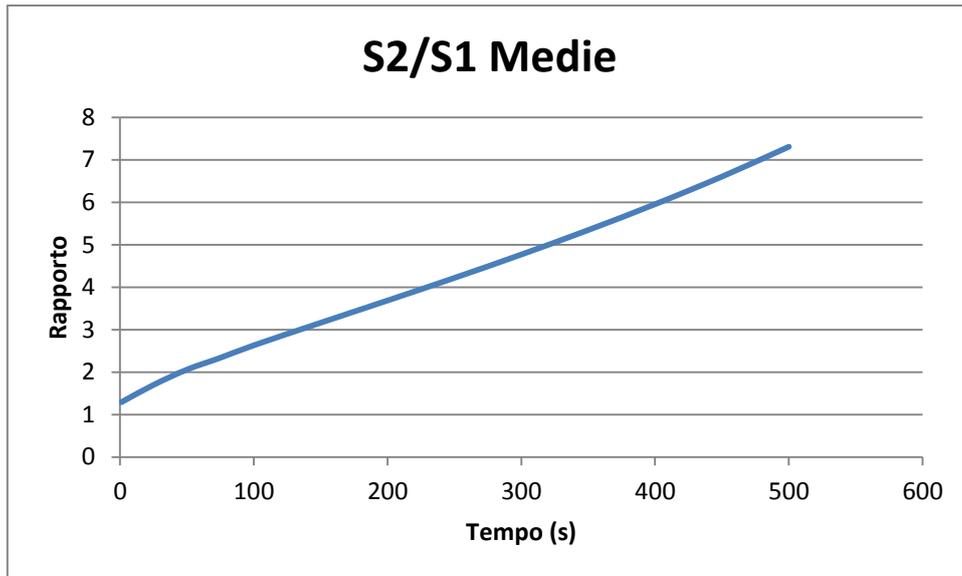


Figura 4.25 Grafico S2/S1 di G1

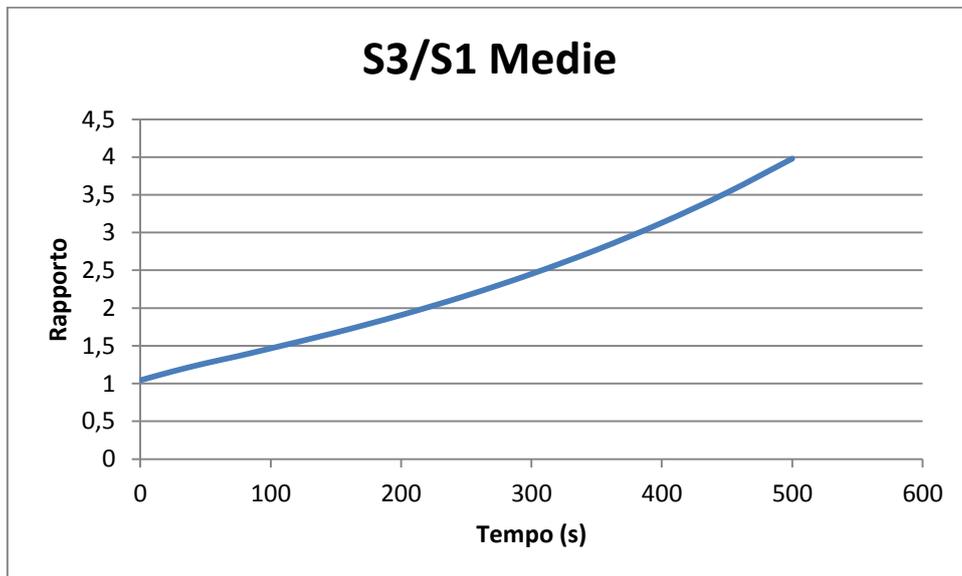


Figura 4.26 Grafico S3/S1 di G1

4.2.1.2 G2

Rapporti

Tabella 4-14

S2/S1		S3/S1	
Tempo	Medie	Tempo	Medie
1	1.290682	1	1.047696
25	1.698082	25	1.161305
50	2.059772	50	1.268241
75	2.338247	75	1.36384
100	2.632931	100	1.46606
150	3.164549	150	1.67595
200	3.68931	200	1.907301
250	4.222342	250	2.164648
300	4.773405	300	2.451611
350	5.350308	350	2.77185
400	5.960183	400	3.129412
450	6.60999	450	3.528856
500	7.313351	500	3.97902

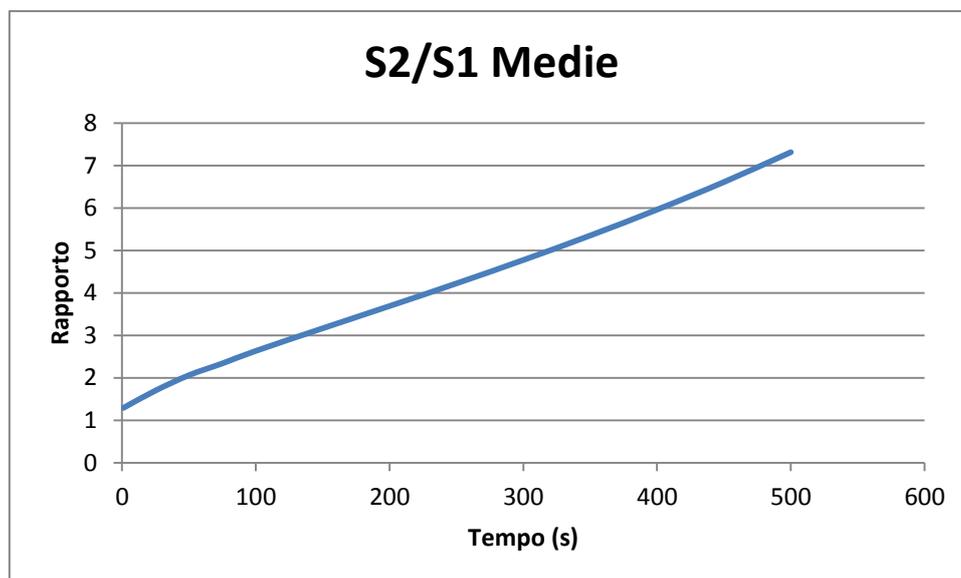


Figura 4.27 Grafico S2/S1 di G2

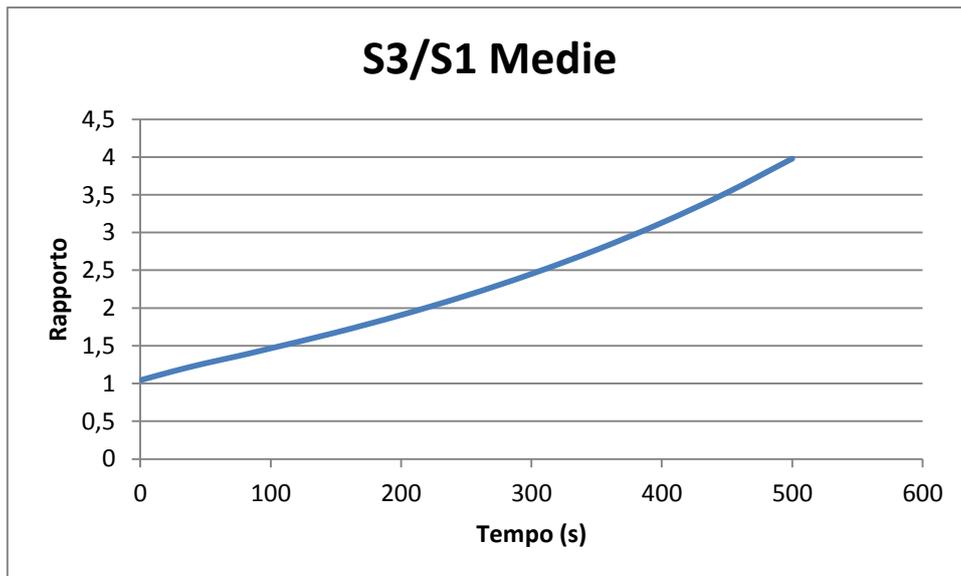


Figura 4.28 Grafico S3/S1 di G2

4.2.1.3 G3

Rapporti

Tabella 4-15

S2/S1		S3/S1	
Tempo	Medie	Tempo	Medie
1	1.278724	1	1.011505
25	1.613517	25	1.07437
50	1.795904	50	1.125773
75	1.888235	75	1.169878
100	1.982875	100	1.21609
150	2.116666	150	1.306165
200	2.231115	200	1.399281
250	2.337411	250	1.496288
300	2.440347	300	1.597605
350	2.542483	350	1.703639
400	2.645476	400	1.814869
450	2.751223	450	1.932579
500	2.867851	500	2.065181

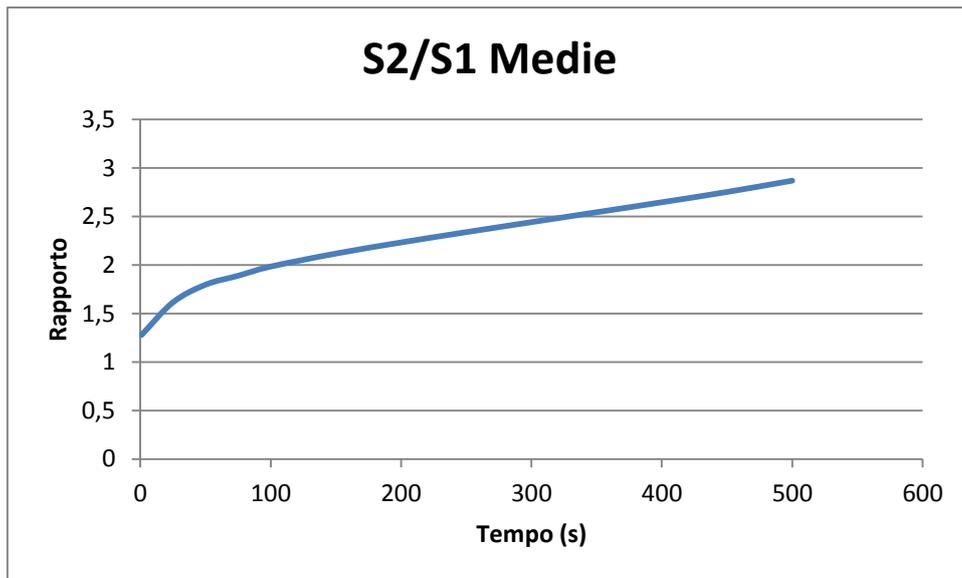


Figura 4.29 Grafico S2/S1 di G3

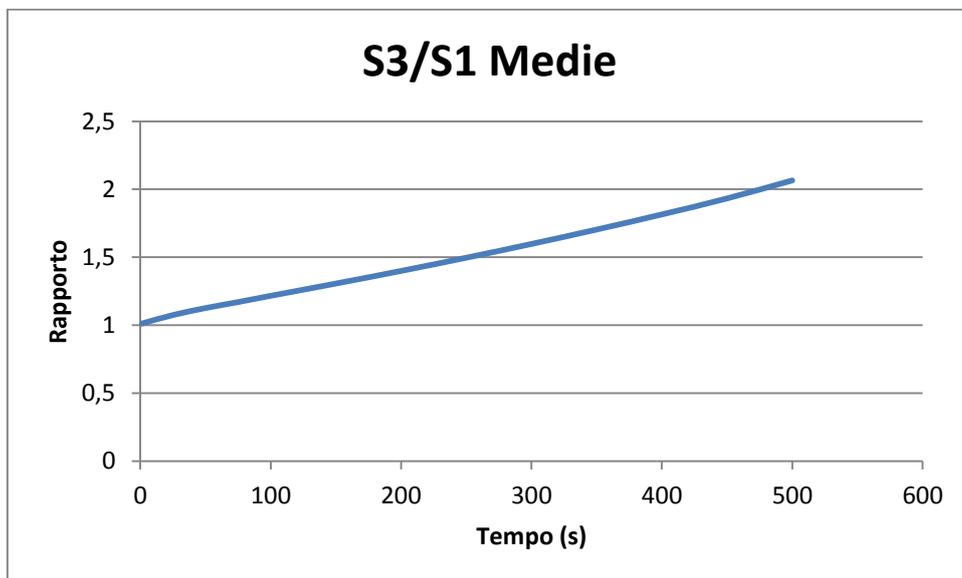


Figura 4.30 Grafico S3/S1 di G3

4.2.1.4 G4

Rapporti

S2/S1		S3/S1	
Tempo	Medie	Tempo	Medie
1	1.065522	1	1.013363
25	1.257262	25	1.075734
50	1.365369	50	1.127064
75	1.42463	75	1.171275
100	1.485542	100	1.217453
150	1.576376	150	1.307608
200	1.656483	200	1.400819
250	1.732129	250	1.497927
300	1.806067	300	1.59935
350	1.879832	350	1.705499
400	1.954458	400	1.81685
450	2.031301	450	1.934784
500	2.116073	500	2.067529

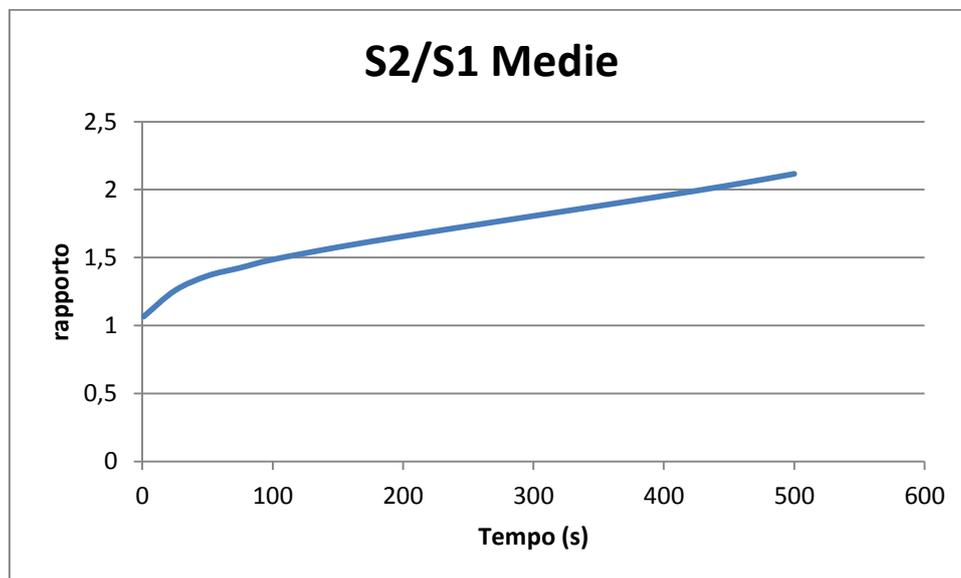


Figura 4.31 Grafico S2/S1 di G4

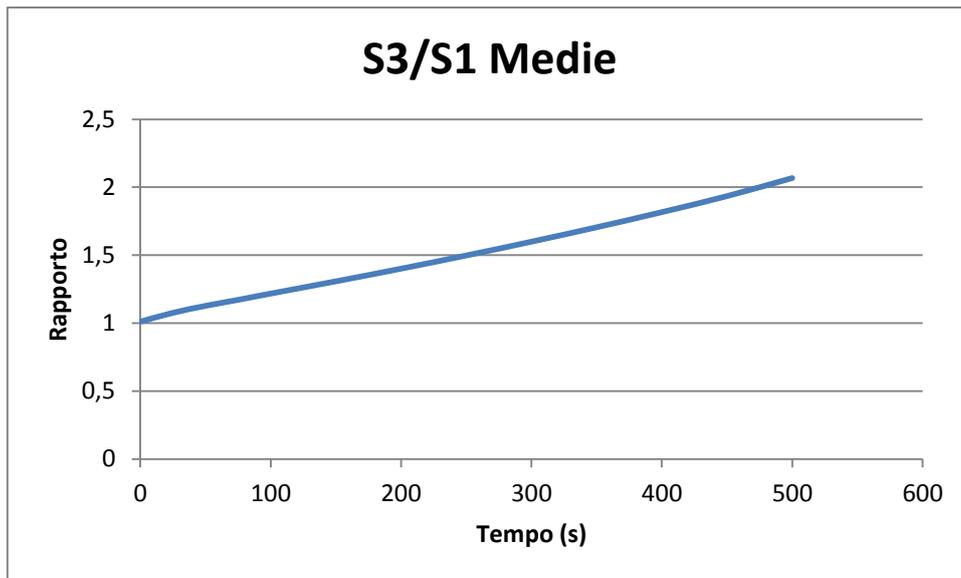


Figura 4.32 Grafico S3/S1 di G4

4.2.2 Grafico K_{ter}

L'obiettivo dello studio effettuato finora è quello di arrivare a definire una legge, nel caso esista, simile alla curva che descrive la variazione del fattore di intensificazione degli sforzi che si può trovare nei vari libri di costruzioni meccaniche. Ad esempio in figura 4.37 si riprende un grafico che si può trovare all'interno del libro di Juvinall:

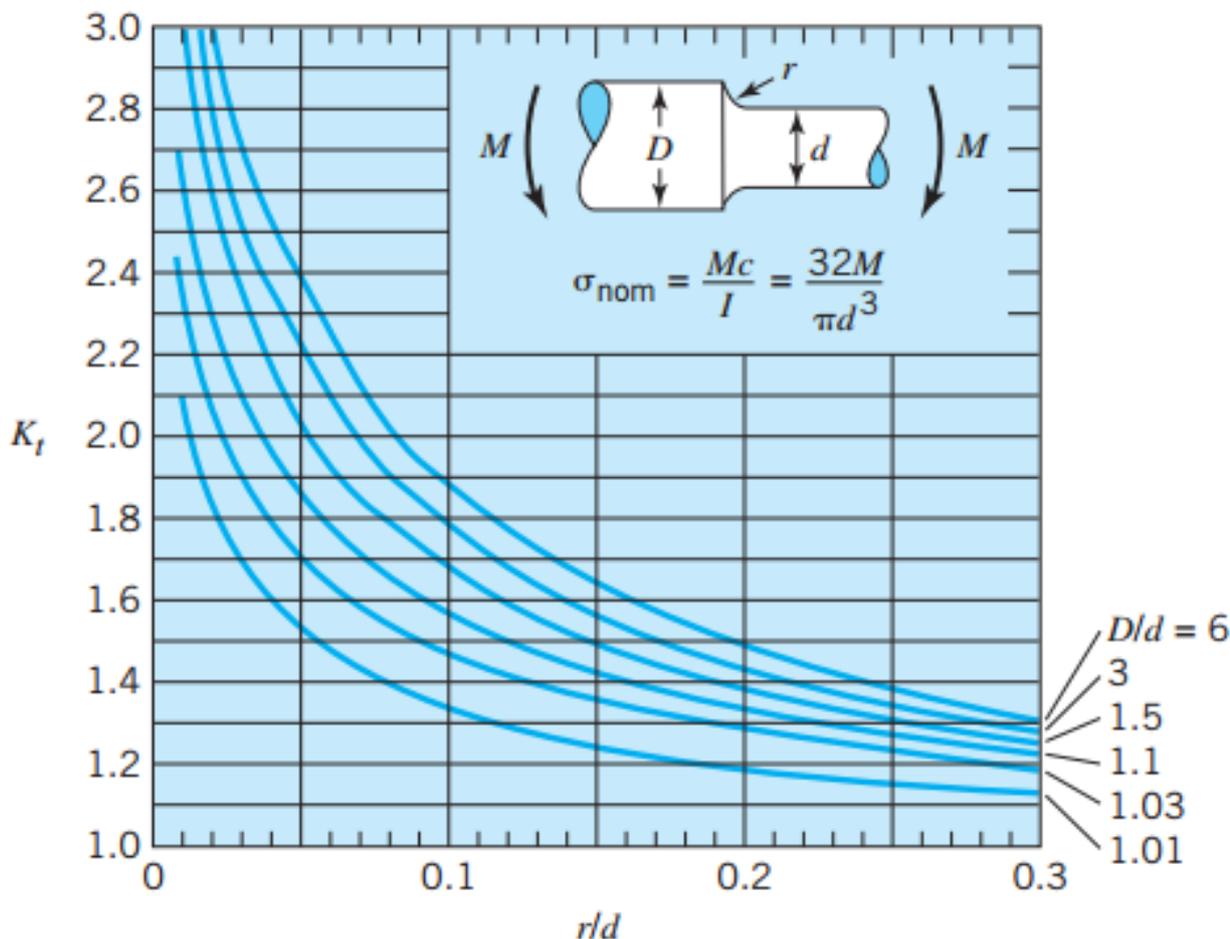


Figura 4.33 Grafico del Fattore di Intensificazione degli Sforzi [7]

Come si vede dal grafico in esempio ogni curva è definita da due rapporti, dal rapporto tra il raggio di raccordo con il diametro minore e dal rapporto tra i diametri dei due alberi, i quali portano come risultato il valore di K_t del caso in questione. Lo stesso verrà fatto con i risultati dello studio finora svolto. Avendo studiato quattro geometrie anche i valori di K_t ottenuti saranno quattro, divisi in coppie per creare due rette. Fino ad adesso la simulazione e i risultati sono tutti dipendenti dalla variabile tempo, questi rapporti sono invece come si vede dalla figura 4.37 indipendenti dal tempo. È necessario quindi definire i valori scelti in modo da ottenere un risultato fisicamente significativo.

Il rapporto K_{ter} sarà quindi tra un valore scelto della tensione agente sulla superficie S2 e un valore scelto della tensione agente sulla superficie S1.

La scelta migliore per definire una curva di K_{ter} utile ai fini ingegneristici è una curva che possa definire il valore massimo di tensioni agenti sulla superficie. Avendo come richiesta una legge che possa aiutare a definire i valori di tensione su di una superficie dove si è impossibilitati ad utilizzare le equazioni tradizionali della termodinamica e della meccanica per definire un campo di tensione partendo da una superficie ideale, la scelta della superficie S2 è ovvia. La superficie di paragone sarà quindi da scegliere tra quelle dove è possibile risolvere il problema della definizione dei campi termici e di tensione tramite le equazioni presenti in bibliografia, per il modo in cui sono state

costruite sia la superficie S1 che la superficie S3 soddisfano il requisito appena esposto e perciò la scelta tra le due è puramente una scelta arbitraria, scelta che ricade sulla superficie S1, anche per il fatto che il picco massimo della tensione è più marcato rispetto alla superficie S3.

Scelte le superfici di controllo si deve scegliere il valore della tensione da immettere nel rapporto. La superficie S1 ha valori di tensioni minime e massime molto vicine, con un valor medio molto vicino al valore reale. Nel caso della superficie S2 invece il divario tra i valori di tensioni massime e i valori di tensioni minimi è troppo ampio per poter ipotizzare che il valore medio ottenuto sia vicino al valore reale, si può considerare un valore che sia anche inferiore a quello realmente presente. Si decide quindi di sfruttare il valore di tensione massimo ottenuto durante lo studio della superficie, in modo da ottenere non un risultato realistico, ma uno sovradimensionato e quindi conservativo.

In figura 4.38 e 4.39 si indicano in maniera esemplificativa i punti scelti nei grafici ripresi dal capitolo 3 con i valori medi delle tensioni agenti su S1 e i valori massimi agenti su S2 della geometria G1:

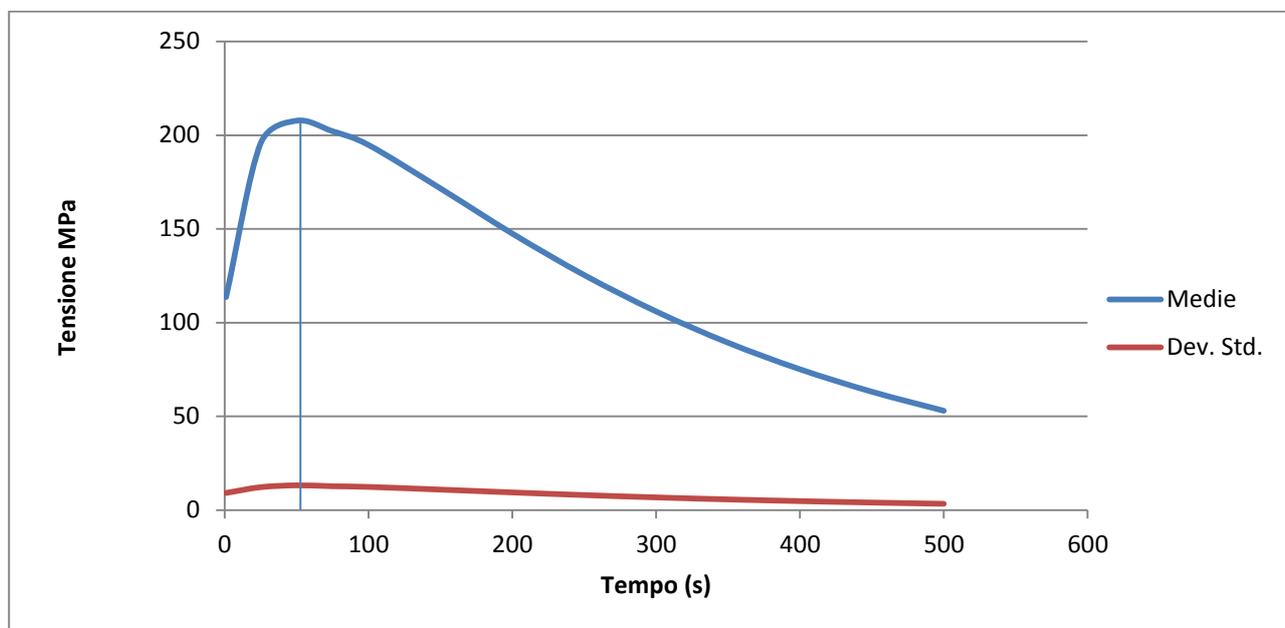


Figura 4.34 Grafico tensioni medie S1G1 con indicato il valore scelto

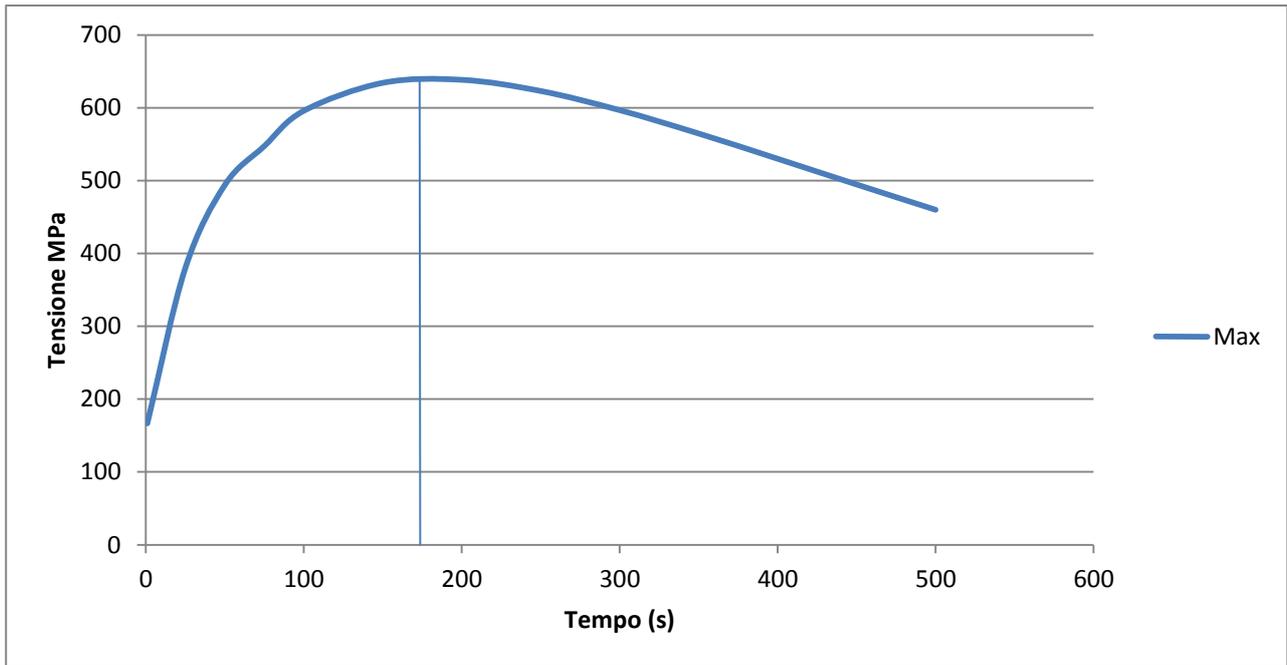


Figura 4.35 Grafico tensioni max S2G1 con indicato il valore scelto

Questa scelta è stata effettuata per ogni geometria studiata. Definendo il rapporto:

$$K_{ter} = \frac{\sigma_{S2}^{MAX}(\tilde{t}_2)}{\sigma_{S1}^{media}(\tilde{t}_1)} \quad (4.1)$$

con:

σ_{S2}^{MAX} : valore della tensione massima della superficie S2;

σ_{S1}^{media} :valore della tensione media della superficie S1;

\tilde{t}_2 : istante del picco di tensione riferito alla superficie S2;

\tilde{t}_1 : istante del picco di tensione riferito alla superficie S1.

Il rapporto è stato ideato in modo da ottenere un valore di fattore di intensificazione degli sforzi maggiore di 1.

In tabella 4-22 si riportano i valori ottenuti per i vari K_{ter} :

Tabella 4-16

Geometria	r/d	d/D	D/d	K_t
G1	0.04	0.50	2	3.19
G2	0.04	0.75	1.33	2.53
G3	0.08	0.50	2	3.23
G3	0.08	0.75	1.33	1.98

I valori in tabella sono riportabili in figura 4.40:

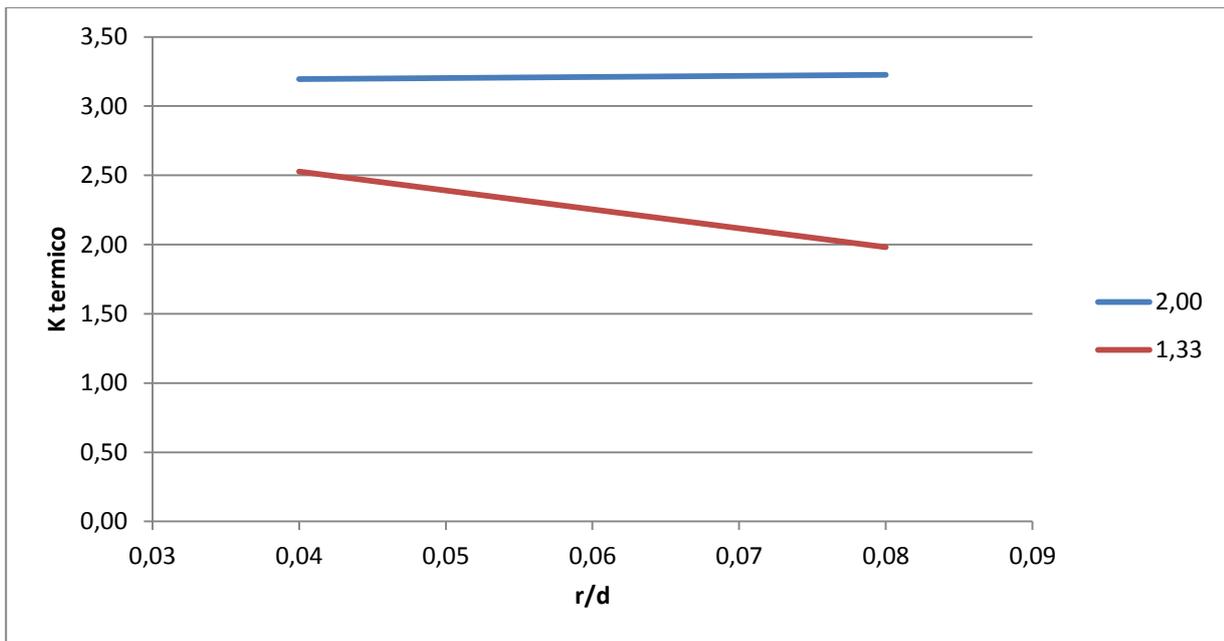


Figura 4.36 Grafico K_{ter} con rapporto raggio di raccordo in ascissa

O anche in grafico 4.41:

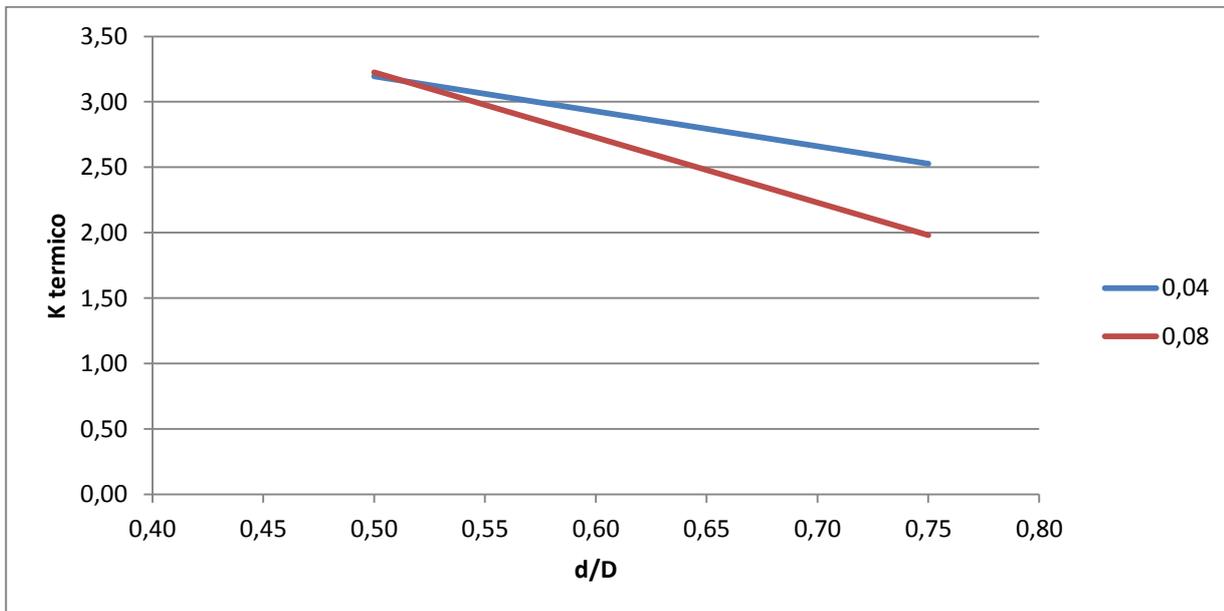


Figura 4.37 Grafico K_{ter} con rapporto diametro in ascissa

Entrambi i grafici sono riconducibili ai valori in tabella 4-22. Osservando il grafico in figura 4.40 si può vedere che per un valore di D/d pari a 2 pur variando il rapporto tra il raggio di raccordo e il diametro minore non varia il valore di K_{ter} ottenuto. Già nel grafico di figura 4.35 si possono osservare dei valori costanti nei rapporti tra le geometrie con il medesimo valore di scala tra i diametri.

5 Conclusione

Ricapitolando si ha che lo studio di partenza era la ricerca di *un fattore di intensificazione degli sforzi termici*. Per questo è stato studiato un sistema di 4 geometrie con 2 parametri variabili e 3 superfici di controllo.

Alla fine della simulazione studiando i dati si è potuto osservare che, considerando i dati in possesso, è possibile osservare la possibile esistenza di una legge che possa collegare matematicamente i valori di un sistema reale con un sistema ideale facilmente studiabile e risolvibile. I grafici in figura 4.40 e 4.41 sono solo il primo passo in quanto è necessario studiare ulteriori sistemi con ulteriori geometrie fino ad ottenere un numero abbastanza elevato di dati per poter infine studiare una casistica che permetta di definire le curve che descrivono l'andamento del *fattore di intensificazione degli sforzi termici*.

6 Bibliografia

[1] - *Wikipedia*. (s.d.).

[2] - http://digilander.libero.it/bonettig/TESI/HTM/ciclo_rankine.htm. (s.d.).

[3] - Cengel, Y. A. (2005). *Termodinamica e trasmissione del calore*. McGraw-Hill.

[4] - Kreith, F. (2000). *The CRC Handbook of Thermal Engineering*. CRC Press LLC.

[5] - Churchill e Usagi, 1972

[6] - Clemes et al., 1994

[7] - Juvinall, R. C. (1994). *Fondamenti della progettazione dei componenti delle macchine*. ETS

APPENDICE

Matlab

Di seguito è riportato lo script utilizzato all'interno di Matlab per risolvere il problema descritto nel capitolo 3

```
clear all
clc

x=1; %m
D=0.5514;
R=D/2; %m
s=R/100; %passo radiale
yr=(0:s:R);
ni=5.5*10^-6; %m*m/s
Pr=1; %0.69;
g=9.81; %m/s*s
lambda=22.6; %W/M*K
rho=7900; %kg/m^3
cp=582; %J/kg*K
alfa=lambda/(rho*cp);
beta=0.0165^3;
Ct=0.104;
Cl=0.672/(1+(0.492/Pr)^(9/16))^4/9;

salto=(500-215)/(400-120);
%T2=215;
%°C%443
T0=25; %°C%15

tr=(0:1:400); %s
for it=1:length(tr)
    t=tr(it);
    if t<120
        Ts=215;
    else
        Ts=215+(salto*(t-120));
    end

    for iy=1:length(yr)
        y=yr(iy);

        %Fourier
        DT=T0-Ts;
        a=(g*beta*(-DT*(D^3)));
        b=(ni*alfa);
        Ra=a/b;
        if Ra not 0;
            NuT=0.772*Cl*(Ra^(1/4));
            if Ra>0.01
                f=0.8;
            else f=1-(0.13/(NuT^0.16));
            end
        else
            NuT=0;
        end
        if f not 0;
```

```

    Nul=(2*f)/(1+2*f/NuT);
    Nut=Ct*(Ra^(1/3));
    Nu=(Nul)^15+(Nut)^15^(1/15);
    hc=Nu*lambda/D;
    cost=2*pi*x*hc;
    A1=1.0148;
    lambda1=0.3438;
    lambda0=0.673;
    tau=3.95*10^-6*t;
    J0=0.9776;
    if y==0
        Tf=Ts+DT*A1*exp(-lambda1^2*tau);
    else
        Tf=Ts+DT*A1*exp(-lambda1^2*tau)*J0*(lambda1*y/lambda0);
    end
    Tfn=Tf/Ts;
    K1(it)=t;
    K2(it)=hc;
    K3(it)=Ts;
    K4(it)=-DT;
else
end
Solution(it).Radius(iy,:)= [Ts hc t y Tfn Tf];

    end
    T0=Tf;
end
figure(1)
plot(K1,K2)
xlabel ('Tempo')
ylabel ('Coefficiente Convezione')
figure(2)
plot(K3,K2)
xlabel ('T Steam')
ylabel ('Coefficiente Convezione')
figure(3)
plot(K4,K2)
xlabel ('Delta T')
ylabel ('Coefficiente Convezione')
figure(4)
plot(K1,K4)
xlabel ('Tempo')
ylabel ('Delta T')

```