

UNIVERSITÀ DI PISA

TESI MAGISTRALE

---

**Studi sperimentali di eccitazioni di stati  
di Rydberg fortemente correlate in gas  
ultrafreddi**

---

*Autore:*

Cristiano SIMONELLI

*Relatore:*

Prof. Ennio ARIMONDO

*Tesi sottomessa per il conseguimento  
della Laurea Magistrale in Fisica*

*nel*

Gruppo BEC

Dipartimento di Fisica Enrico Fermi

Luglio 2014



## *Ringraziamenti*

Ringrazio il Prof. Ennio Arimondo, il Dott. Oliver Morsch, la Dott.ssa Donatella Ciampini e María Martínez Valado per le lunghe discussioni e per l'aiuto dato durante lo sviluppo di questa Tesi sia nella scrittura che nell'attività sperimentale in laboratorio. Ringrazio inoltre tutta la mia famiglia per avermi sempre sostenuto in ogni mia scelta e Gessica per aver condiviso con me anche questo importante passo nel lungo viaggio insieme.

# Indice

<b>Ringraziamenti</b>	<b>ii</b>
<b>Contenuti</b>	<b>iii</b>
<b>Lista delle Figure</b>	<b>v</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Proprietà generali degli atomi di Rydberg</b>	<b>3</b>
1.1 Gli atomi di Rydberg . . . . .	3
1.2 Interazione dipolo-dipolo . . . . .	5
1.3 Dipole Blockade e Super-Atomo . . . . .	8
1.4 Cenni sul modello di Dicke . . . . .	11
1.5 Oscillazioni di Rabi in un sistema a due livelli . . . . .	15
<b>2 Descrizione apparato sperimentale</b>	<b>19</b>
2.1 Introduzione apparato sperimentale . . . . .	19
2.2 La trappola magneto ottica . . . . .	20
2.3 La Trappola Magneto Ottica a Pisa . . . . .	23
2.4 Eccitazione allo stato Rydberg e configurazioni sperimentali 3D e 1D . . .	25
2.5 Il Fascio di depompaggio: Procedura Sperimentale per la variazione della densità . . . . .	28
2.6 Procedura sperimentale per la creazione del seed . . . . .	30
2.7 Rivelazione degli atomi di Rydberg . . . . .	33
<b>3 Crossover tra regime coerente e incoerente</b>	<b>35</b>
3.1 Introduzione . . . . .	35
3.2 Modello a singolo atomo . . . . .	36
3.3 Crossover Regime Coerente/Incoerente . . . . .	38
3.4 Conclusioni . . . . .	41
<b>4 Dinamica su risonanza</b>	<b>43</b>
4.1 Introduzione . . . . .	43
4.2 Teoria . . . . .	44
4.3 Dati sperimentali . . . . .	48
4.4 Conclusioni . . . . .	49
<b>5 Dinamica fuori risonanza</b>	<b>50</b>

---

5.1	Introduzione . . . . .	50
5.2	Teoria della dinamica fuori risonanza . . . . .	51
5.3	Dati sperimentali . . . . .	56
5.3.1	Dinamica fuori risonanza . . . . .	56
5.3.2	Dinamica fuori risonanza con Seed . . . . .	59
5.4	Distribuzioni conteggi fuori risonanza . . . . .	63
5.4.1	Distribuzioni sperimentali dei conteggi . . . . .	67
5.5	Modello unidimensionale per le distribuzioni . . . . .	72
5.6	Conclusioni . . . . .	75
 <b>A Appendice A</b>		<b>76</b>
 <b>Bibliografia</b>		<b>79</b>

# Lista delle Figure

1.1	Rappresentazione grafica del bloccaggio dipolare, sull'asse orizzontale la distanza tra gli atomi, sull'asse verticale l'energia dei livelli. L'eccitazione laser viene rappresentata dalla freccia rossa. . . . .	8
1.2	Stati di Dicke nel caso di particelle interagenti [1]. Il campo elettromagnetico consente transizioni verticali tra stati con lo stesso numero di coordinazione $c$ mentre le interazioni tra Rydberg accoppiano stati con lo stesso numero di eccitazioni $J$ (orizzontali). . . . .	11
2.1	Schema di una trappola magneto ottica unidimensionale tratto da [2]. Il campo magnetico $B(z)$ varia lungo $z$ in modo lineare, le due sorgenti sono poste sullo stesso asse e hanno polarizzazione opposta $\sigma^-$ e $\sigma^+$ . I sottolivelli subiscono lo spostamento in energia dato dall'effetto Zeeman. Le frecce in nero rappresentano la frequenza dei fotoni emessi dalle sorgenti mentre le frecce vuote la correzione dovuta all'effetto Doppler. . . . .	21
2.2	Schema dei livelli interessati nel processo di cattura degli atomi nella MOT. Le transizioni risonanti con i laser di trappola e di ripompa sono segnate in rosso. I decadimenti spontanei in verde. Notare che le distanze tra i livelli non sono in scala. . . . .	23
2.3	Immagine della MOT data dalla camera CCD. Da questa immagine si ricavano tramite un Fit gaussiano i valori $\sigma_x$ e $\sigma_y$ mentre $\sigma_z = \sqrt{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ . I colori mostrano l'andamento della densità di atomi, il fondo è indicato con il blu mentre la densità massima con il rosso. . . . .	25
2.4	Schema di eccitazione a due fotoni allo stato Rydberg. La prima transizione in blu è data da una sorgente laser $421nm$ . Il disaccordo $\delta$ riduce la popolazione dello stato intermedio. La seconda transizione in rosso popola lo stato di Rydberg. . . . .	26
2.5	Schema semplificato delle configurazioni 3D e 1D, molti elementi ottici sono omessi, grandezze non in scala, la sovrapposizione dei due fasci individua il volume di interazione. Sopra: configurazione 3 dimensionale. Il cammino ottico dei due fasci $421nm$ e $1012nm$ sono copropaganti e si sovrappongono già prima della camera a vuoto. Sotto: Il fascio laser a $421nm$ viene iniettato in fibra e portato di fronte alla cella a vuoto. Il fascio laser a $1012nm$ incrocia l'asse ottico del focalizzato in corrispondenza della MOT con un angolo di $45^\circ$ . . . . .	28
2.6	Schema dei livelli interessati nella procedura di depompaggio. Attraverso il decadimento spontaneo, gli atomi vengono pompati nel livello $ 5S_{1/2}; F = 1\rangle$ . Questo porta a una riduzione della densità effettiva degli atomi coinvolti nel processo di eccitazione allo stato 70S. . . . .	29

2.7	Misura efficienza del fascio di depompaggio; viene riportato, in scala logaritmica, il numero di ioni $N_{Ioni}$ dovuti all'assorbimento di due fotoni a $421nm$ , che si suppone proporzionale alla densità, in funzione del tempo di interazione $\tau_{Clean}$ . La curva rossa serve per guidare l'occhio e facilitare la lettura del grafico. . . . .	30
2.8	Schema del salto in frequenza nel generatore d'onda e dell'impulso quadro. L' impulso ha durata $\Delta\tau$ ha inizio a $\tau_0$ . Il salto in frequenza $\nu \rightarrow \nu + \delta\nu$ avviene al tempo $\tau_\nu$ mentre il tempo di eccitazione su risonanza è definito dalla differenza $\tau_{seed} = \tau_\nu - \tau_0$ . . . . .	32
2.9	Schema della configurazione con due ordini della radiazione infrarossa $1012nm$ . L'eccitazione allo stato Rydberg ha inizio con l' impulso laser a $412$ , $\tau_0$ di durata $\Delta\tau$ . L'AOM viene acceso al tempo $t_{ins}$ per un tempo $\tau_{seed}$ e definisce il tempo di eccitazione su risonanza alla frequenza $\nu - \nu_{RF}$ . La frequenza dei laser viene regolata in modo da avere l'ordine $m = -1$ risonante con la transizione allo stato Rydberg. Una volta spento l'ordine $m = 0$ illumina fuori risonanza il campione di atomi con una frequenza $\nu$ . . . . .	32
2.10	Segnale degli ioni osservato sull'oscilloscopio elettronico ed inviato al computer. Il segnale viene poi analizzato ed estratta l'informazione sui conteggi tramite un apposito programma. L'asse verticale è proporzionale al segnale elettrico dovuto agli ioni mentre l'asse orizzontale indica i tempi di arrivo ( in $s$ ) al rivelatore rispetto al tempo di trigger dato dall'accensione del campo di ionizzazione. . . . .	34
3.1	Simulazione numerica della dinamica delle eccitazioni nello stato Rydberg, nel caso super smorzato , $[\gamma_\perp/2\pi = 2MHz, \Omega/2\pi = 0.7MHz]$ . Nella simulazione viene tenuto conto solo dell'accoppiamento con lo stato completamente simmetrico. La curva in nero rappresenta la popolazione dello stato fondamentale $5S_{1/2}$ mentre la curva in rosso rappresenta la popolazione dello stato Rydberg eccitato $70S_{1/2}$ . La popolazione dello stato intermedio $6P_{3/2}$ viene indicata dalla curva tratteggiata blu. . . . .	37
3.2	Dinamica su risonanza con diverse potenze del fascio a $421nm$ al fine di variare la frequenza di Rabi; [Punti Rossi] $\Omega/2\pi = 386kHz$ , [Punti Blu] $=\Omega/2\pi = 207kHz$ , [Punti Verdi] $=\Omega/2\pi = 98kHz$ . I punti rappresentati dai quadri vuoti sono riportati usando tempi riscalati con il fattore di scaling previsto nel regime incoerente $\frac{\Omega^2}{\gamma_\perp}$ . Numero di atomi $N_{at} = 70000$ ; MOT $V = 92\mu m \times 43\mu m \times 62\mu m$ . . . . .	39
3.3	Dinamica su risonanza con diverse potenze del fascio a $421nm$ al fine di variare la frequenza di Rabi; [Punti Rossi] $\Omega/2\pi = 386kHz$ , [Punti Blu] $\Omega/2\pi = 207kHz$ , [Punti Verdi] $\Omega/2\pi = 98kHz$ . I punti rappresentati dai quadri vuoti sono riportati usando tempi riscalati linearmente con $\Omega$ . Numero di atomi $N_{at} = 70000$ ; MOT $V = 92\mu m \times 43\mu m \times 62\mu m$ . . . . .	39
3.4	Dinamica su risonanza con diverse potenze del fascio a $421nm$ al fine di variare la frequenza di Rabi; [Diamanti Rossi] $\Omega/2\pi = 982kHz$ , [Triangoli Arancioni] $\Omega/2\pi = 749kHz$ , [Punti Verdi] $\Omega/2\pi = 353kHz$ , [Punti Magenta] $\Omega/2\pi = 184kHz$ , [Triangoli Blu] $\Omega/2\pi = 122kHz$ . I tempi sono stati riscalati linearmente con la frequenza di Rabi $\Omega$ . Numero di atomi $N_{at} = 162000$ ; MOT $V = 109\mu m \times 55\mu m \times 77\mu m$ . . . . .	40

3.5	Sistema 3D; Dinamica su risonanza per diversi valori di densità, dati fittati con la curva 3.8: Punti [Rossi] $n_0 = 4.1 \cdot 10^{10} cm^{-3}$ , $\tilde{N} = 800$ ; Punti [Blu] $n_0 = 1.3 \cdot 10^{10} cm^{-3}$ , $\tilde{N} = 130$ ; Punti [Celesti] $n_0 = 3.7 \cdot 10^{11} cm^{-3}$ , $\tilde{N} = 50$ ; Punti [Verdi] $n_0 = 1.6 \cdot 10^9 cm^{-3}$ , $\tilde{N} = 25$ ; Punti [Gialli] $n_0 = 1.2 \cdot 10^9 cm^{-3}$ , $\tilde{N} = 20$ ; Numero di atomi $N_{at}=119000$ ; $V = 74\mu m \times 48\mu m \times 60\mu m$ , $n_0 = 1 \cdot 10^{11} cm^{-3}$ , frequenza di Rabi $\Omega/2\pi = 740kHz$ ; tempo di vita decoerenza medio $\bar{\tau}_{dec} = 2.1 \pm 0.8\mu s$ . . . . .	41
3.6	Dati dal Fit precedente in funzione del numero di atomi per superatomo $\tilde{N}$ . Sopra: Regime Coerente; a destra i [Punti Blu] corrispondono ai tempi di decoerenza $t_{dec}$ ; a sinistra i [Punti Rossi] rappresentano la pendenza iniziale $a_0$ ; [Curva rossa] Fit $y = A \cdot x^{pow}$ della pendenza iniziale, $A = 1.1 \pm 0.7$ e $pow = 0.3 \pm 0.1$ . Sotto: Regime Incoerente; a destra il parametro $\Delta t$ [blu], a sinistra pendenza finale $a_1$ [rossi]; in funzione di $\tilde{N}$ . . . . .	42
4.1	Figura tratta dall'articolo [3], Simulazione numerica della frazione di atomi nello stato di Rydberg $p(\tau)$ in un reticolo 2D in funzione del tempo riscaldato $\tau$ per diversi valori del parametro R. La figura mostra anche l'evoluzione del volume escluso in tre diversi punti della dinamica. . . . .	47
4.2	Sopra: Dinamica su risonanza per un campione di $N_{at} = 1.2 \times 10^6$ atomi di rubidio in scala logaritmica. Configurazione 1D $N_{int} \simeq 500$ ; Asse verticale mostra i dati riscaldati $p(\tau) = \langle N \rangle / N_{int}$ ; Viene variata la densità attraverso il tempo d'interazione con il fascio di depompaggio $\tau_{Clean}$ . [Punti Rossi] $R = 4.2$ ; $\tau_{Clean} = 0$ , $n_0 = 6.56 \times 10^{10} cm^{-3}$ ; [Punti Verdi] $R = 2.6$ ; $\tau_{Clean} = 0.3\mu s$ , $n_0 = 1.61 \times 10^{10} cm^{-3}$ ; [Punti Blu] $R = 2$ ; $\tau_{Clean} = 0.6\mu s$ , $n_0 = 6.9 \times 10^9 cm^{-3}$ ; MOT $V = 172\mu m \times 122\mu m \times 145\mu m$ Sotto: simulazione per un reticolo 1D tratta dall'articolo [3] della probabilità $p(\tau)$ in funzione del tempo riscaldato $\tau$ . . . . .	49
5.1	Andamento qualitativo della superficie di facilitazione ( evidenziata in rosso ) nel caso 1D e 2D. In entrambi i casi la superficie di facilitazione aumenta con il numero di eccitazioni. . . . .	55
5.2	[a] Sistema 3D, Dinamica su risonanza [Punti Rossi], fuori risonanza con $\delta = -25 \pm 1MHz$ [Punti Verdi] e $\delta = +25 \pm 1MHz$ [Punti Blu] , MOT con $N_{at} = 78000$ atomi e volume $V \sim 50\mu m \times 40\mu m \times 44\mu m$ , frequenza di Rabi $\frac{\Omega}{2\pi} = 1.6MHz$ , [b] Ingrandimento sulla prima parte della dinamica. 58	58
5.3	Rapporti incrementali $\zeta_{\pm}(\tau) = [N(\tau_1) - N(\tau_2)] / [\tau_1 - \tau_2]$ a destra: [Punti Rossi] $\delta = 0$ , a sinistra: fuori risonanza con $\delta = -25 \pm 1MHz$ [Punti Verdi] e $\delta = +25 \pm 1MHz$ [Punti Blu] . . . . .	59
5.4	Dinamica fuori risonanza con $\delta = 80MHz \pm 1MHz$ in cui il seed $\langle N_{seed} \rangle \approx 2$ viene inserito a tempi differenti; [Punti Rossi]: $t_{ins} = 10\mu s$ ; [Punti Verdi]: $t_{ins} = 45\mu s$ ; [Punti Blu]: $t_{ins} = 25\mu s$ Il campione consiste in $N_{at} = 1700000$ in una MOT di volume $V = 160\mu m * 100\mu m * 130\mu m$ , densità $n_0 = 1.55 * 10^{11} cm^{-3}$ . La frequenza di Rabi di singolo atomo del processo è $\Omega/2\pi = 270 \pm 54kHz$ il raggio di facilitazione è $r_{fac} = 5.21 \pm 0.01\mu m$ . Vengono riportati anche degli Spline Fits (le curve verdi, rosse e blu) per guidare l'occhio e facilitare la comprensione del grafico. . . . .	60



- 5.5 Sistema 3D; Dati sperimentali in funzione del numero medio di seed  $\langle N_{seed} \rangle$  Quadri Rossi Pieni: numero di Rydberg fuori risonanza,  $\Delta = 30MHz$ , dopo un tempo di eccitazione  $\Delta\tau = 100\mu s$  in funzione del numero di seed. Il numero di seed viene variato cambiando il tempo di eccitazione  $\tau_{seed}$ . Cerchi Rossi Vuoti: valore del parametro  $Q$  di Mandel. [Punti Blu]: Valori previsto dal modello Bimodale del numero medio  $\langle N \rangle^{th} = P(N_{seed} > 1) \times 20 = (1 - e^{-\langle N_{seed} \rangle}) \times 20$  [Cerchi Blu]: Valori previsto dal modello Bimodale del parametro  $Q$  di Mandel. La frequenza di Rabi del processo è  $\Omega/2\pi = 280 \pm 56kHz$ ,  $N_{at} = 90000$ ; MOT di dimensione  $V = 60\mu m * 50\mu m * 55\mu m$ ;  $n_0 = 1 * 10^{11} \frac{atomi}{cm^3}$ . Il raggio di facilitazione per questo processo  $r_{fac} = 6.13 \pm 0.03\mu m$ . . . . . 62
- 5.6 Figura presa da [4]; *Full counting statistics* per eccitazioni fuori risonanza nel regime dissipativi. [a] e [b] mostrano le distribuzioni dei conteggi su e fuori risonanza  $\delta/2\pi = 11.5MHz$ , per numeri medi uguali  $\langle N \rangle = 6$  (linea tratteggiata) e 23 (linea continua), rispettivamente (indicate dalle frecce nel riquadro in [a] che mostra il numero medio degli atomi di Rydberg in funzione della frequenza di Rabi). Le linee tratteggiate rappresentano le distribuzioni attese per una distribuzione di poisson con lo stesso numero medio. [c-d] mostrano il secondo, il terzo e il quarto momento centrale della distribuzione nel caso fuori risonanza(Blu) e risonante (grigio). [f-h] mostrano le quantità associate: parametro  $Q$  di Mandel, asimmetria, cumulante di Binder e coefficiente di bimodalità. Le curve nei grafici [c-h] sono il risultato di un modello bimodale (tratteggiata), con  $N_1 = 1$  e  $N_2 = 65$  eccitazioni Rydberg, il modello Poissoniano monolocale (puntini) e perfettamente mono modale (tratto-punto), in questo articolo si considera la  $\eta = 0.4$ . per il modello bimodale, i valori teorici sono stati scalati da un fattore  $\approx 0.5$  per facilitare la comparazione qualitativa con i dati sperimentali. Il volume di Interazione è  $3.6 \times 10^{-6}cm^3$ , la densità  $n_0 = 1 \times 10^{11}$  e la durata dell'impulso di eccitazione di  $950\mu s$ . . . . . 64
- 5.7 Distribuzione reale dei conteggi dopo 500 cicli sperimentali, per vari tempi di eccitazione  $\tau$  fuori risonanza,  $\delta = +14MHz$ . [A]:  $\tau = 5\mu s$ ,  $\langle N \rangle = 0.46$ ; [B]  $\tau = 10\mu s$ ,  $\langle N \rangle = 1.2$ ; [C]  $\tau = 20\mu s$ ,  $\langle N \rangle = 3.69$ ; [D]  $\tau = 50\mu s$ ,  $\langle N \rangle = 16.85$ ; [E]  $\tau = 150\mu s$ ,  $\langle N \rangle = 23.37$ ; disaccordo  $\delta = +14 \pm 1MHz$ ,  $\Omega/2\pi = 380 \pm 75kHz$ , Dati MOT:  $V = 60\mu m * 47\mu m * 53\mu m$ ;  $N_{at} = 116000$  atomi;  $n_0 = 1.4 * 10^{11}cm^{-3}$  . . . . . 67
- 5.8 Configurazione 1D, distribuzioni prese dopo 500 cicli sperimentali, normalizzate, in funzione di vari tempi di depompaggio  $\tau_{clean}$ ,  $\Omega/2\pi = 520 \pm 100kHz$ , tempo di eccitazione  $\tau = 100\mu s$ ,  $\delta = 12 \pm 1MHz$ , [A]:  $\tau_{clean} = 0\mu s$ ,  $n_0 = 9.1 \cdot 10^{10}cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 12.75$ ,  $\check{N} = 2.5$ ; [B]:  $\tau_{clean} = 0.1\mu s$ ,  $n_0 = 4.7 \cdot 10^{10}cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 11.89$ ,  $\check{N} = 1.3$ ; [C]:  $\tau_{clean} = 0.2\mu s$ ,  $n_0 = 4.0 \cdot 10^{10}cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 7.15$ ,  $\check{N} = 1.1$ ; [D]:  $\tau_{clean} = 0.25\mu s$ ,  $n_0 = 3.3 \cdot 10^{10}cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 6.95$ ,  $\check{N} = 0.9$ ; [E]:  $\tau_{clean} = 0.3\mu s$ ,  $n_0 = 3.0 \cdot 10^{10}cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 6.48$ ,  $\check{N} = 0.8$ ; [F]:  $\tau_{clean} = 0.5\mu s$ ,  $n_0 = 2.6 \cdot 10^{10}cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 3.38$ ,  $\check{N} = 0.7$  . . . 68

- 5.9 Distribuzione reale dei conteggi dopo 500 cicli sperimentali, per vari tempi di interazione con il fascio di depompaggio  $\tau_{Clean}$ , i.e. di densità, su risonanza  $\delta = 0$ . Il tempo di eccitazione  $\tau = 15\mu s$  in modo da ottenere valori medi comparabili con l'esperimento fuori risonanza in figura 5.8. [a]:  $\tau_{Clean} = 1\mu s$ ,  $n_0 = 0.33 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 1.01$ ; [b]  $\tau_{Clean} = 0.5\mu s$ ,  $n_0 = 1.22 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 4.05$ ; [c]  $\tau_{Clean} = 0.3\mu s$ ,  $n_0 = 2.0 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 6.24$ ; [d]  $\tau_{Clean} = 0.2\mu s$ ,  $n_0 = 2.8 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 8.27$ ; [e]  $\tau_{Clean} = 0\mu s$ ,  $n_0 = 7.6 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 13.66$ . Dati MOT:  $V = 255\mu m * 145\mu m * 190\mu m$ ;  $N_{at} = 2.6 * 10^6 atomi$ ;  $n_0 = 7.6 * 10^{10} cm^{-3}$  . . . . . 69
- 5.10 Configurazione 1D, distribuzioni prese dopo 500 cicli sperimentali, normalizzate, in funzione di vari valori di  $\delta$ ,  $\Omega/2\pi = 520 \pm 100 kHz$  tempo di eccitazione  $\tau = 100\mu s$ ; [A]:  $\delta = 12 \pm 1 MHz$ ,  $\langle N \rangle = 12.2$ ,  $\check{N} = 2.7$ ; [B]:  $\delta = 13.5 \pm 1 MHz$ ,  $\langle N \rangle = 6.8$ ,  $\check{N} = 2.3$ ; [C]:  $\delta = 15 \pm 1 MHz$ ,  $\langle N \rangle = 5.96$ ,  $\check{N} = 1.9$ ; [D]:  $\delta = 22 \pm 1 MHz$ ,  $\langle N \rangle = 1.3$ ,  $\check{N} = 1.1$ ;  $n_0 = 1 * 10^{11} cm^{-3}$  . . . . . 70
- 5.11 [a] Rappresentazione qualitativa del modello *quasi* 1D con fascio blu lungo l'asse  $\hat{x}$ . Le grandezze vengono riportate non in scala. Il volume di facilitazione viene indicato in rosso, le eccitazioni Rydberg sono indicate in arancione mentre il seed, posto nell'origine, viene indicato con il contorno verde. [b] andamento della densità di tipo gaussiano, viene indicato il valore della densità percentuale ai limiti del volume di interazione, nella direzione trasversale e longitudinale alla direzione del fascio. . . . . 74
- 5.12 Risultati simulazione,  $n_0 = 1.8 * 10^{11} \frac{atomi}{cm^3}$ ,  $\Omega/2\pi = 1 MHz$ ,  $\sigma = 110\mu m$ ,  $N_{Seed} = 1$ ,  $M = 100$ ; [Blu]  $\delta = 22 MHz$ ; [Verde]  $\delta = 15 MHz$ ; [Giallo]  $\delta = 13.5 MHz$  [Viola]  $\delta = 12 MHz$ . Nel grafico si rappresentano i conteggi successivi al seed iniziale. . . . . 75

*A mio zio Carlo...*

# Introduzione

Gli atomi eccitati verso uno stato ad alto numero quantico principale, anche noti come atomi di Rydberg, hanno dalle proprietà straordinarie: dalle enormi dimensioni ( fino a mille volte più grandi di un atomo normale ), al lungo tempo di vita medio ( dell'ordine del centinaio di  $\mu s$  ), fino all'estrema sensibilità ai campi elettrici. Proprio quest'ultima caratteristica ha riportato gli atomi di Rydberg al centro di un rinnovato interesse da parte della comunità scientifica: la possibilità di avere un sistema quantistico fortemente interagente in cui è anche possibile controllare l'interazione pone gli atomi di Rydberg come i candidati ideali nel campo della computazione quantistica [5, 6] e nello studio di sistemi quantistici multi corpo [7].

Il lavoro di Tesi qui presentato riassume l'attività da me svolta in laboratorio presso il gruppo di ricerca *BEC* del Prof. Ennio Arimondo nel dipartimento di Fisica dell'Università di Pisa e si propone di caratterizzare le correlazioni dovute alle interazioni tra gli atomi di Rydberg nella dinamica sia su risonanza che fuori risonanza mostrando nei due casi comportamenti completamente differenti ed, in parte, inaspettati.

Viene studiato un gas di atomi di rubidio raffreddato in una trappola magneto ottica, i quali vengono poi eccitati allo stato di Rydberg (  $70S$  ) tramite eccitazione laser a due fotoni. Variando la durata del tempo di interazione con la radiazione laser, il disaccordo in energia con la transizione allo stato di Rydberg , la potenza dei fasci e la densità del campione viene studiata la dinamica degli atomi di Rydberg in diverse condizioni sperimentali.

L'apparato sperimentale utilizzato è quello preparato in precedenza dal gruppo di ricerca *BEC* ( ben descritto in [1, 8] ) ed utilizzato in numerose pubblicazioni ( [4, 9, 10] ) con lievi modifiche apportate per ottimizzare i singoli esperimenti. Dal punto di vista sperimentale, i contributi originali di questa Tesi sono la caratterizzazione di una tecnica di variazione della densità del campione ed una di controllo di alcune caratteristiche della dinamica fuori risonanza attraverso l'inserimento di un *seed*. Entrambe queste tecniche vengono spiegate nel corso del testo. Inoltre a differenza di altri studi ( [4, 9, 11–13] ) questa Tesi si concentra sulla dinamica nel regime incoerente e per tempi di eccitazione

inferiori al tempo di vita media dello stato di Rydberg, riconducibile ad un regime non dissipativo.

Dopo una breve introduzione alle caratteristiche generali degli atomi di Rydberg, viene descritto l'effetto del bloccaggio dipolare ed il modello del super atomo. Questo viene trattato come un sistema a due livelli di cui si ricordano le nozioni principali. Successivamente, analizzando le leggi di scala temporale previste nel regime coerente ed incoerente, viene data una stima del tempo di decoerenza  $\tau_{dec}$  in accordo con quello misurato in precedenza dal gruppo BEC e pubblicato su PRL [9].

Un Capitolo della Tesi è dedicato all'apparato sperimentale dove viene data una breve descrizione della trappola magneto ottica, dello schema di eccitazione e delle configurazioni utilizzate nel corso degli esperimenti.

In modo particolare viene riportata una descrizione della tecnica che permette di variare la densità del campione di diversi ordini di grandezza in pochi microsecondi, cambiando di conseguenza la distanza media tra gli atomi ed analizzando la dinamica a differenti valori delle interazioni.

Grazie a questa tecnica è possibile verificare sperimentalmente gli effetti delle interazioni sulla dinamica previsti dalla teoria di Lesanovsky e Garrahan nel regime incoerente. Viene osservato che mentre su risonanza le interazioni rallentano il processo di eccitazione allo stato di Rydberg, fuori risonanza l'effetto è opposto: la dinamica fuori risonanza dà luogo a veri e propri processi di eccitazioni a catena che portano alla crescita di aggregati di atomi di Rydberg.

Il processo di eccitazione a catena può essere indotto introducendo una eccitazione Rydberg iniziale (un *seed*) che modifica radicalmente l'evoluzione fuori risonanza successiva. Gli esperimenti con l'inserimento del seed mostrano come sia possibile controllare l'inizio della fase di crescita dell'aggregato ed in base alle condizioni di densità e disaccordo anche il suo sviluppo successivo in modo da avere anche fuori risonanza un alto numero di eccitazioni allo stato di Rydberg.

# Capitolo 1

## Proprietà generali degli atomi di Rydberg

### 1.1 Gli atomi di Rydberg

La prima comparsa degli atomi di Rydberg risale al 1885 in ambito spettroscopico quando il matematico svizzero Johann Jakob Balmer scoprì una formula empirica che riproduceva l'andamento della lunghezza d'onda nello spettro visibile dell'atomo di Idrogeno. La serie di righe spettrali descritte da questa formula corrispondono alle transizioni da uno stato eccitato  $n \geq 3$  allo stato  $n = 2$  e prende il nome di Serie Balmer. Dopo solo 3 anni nel 1888, il fisico e matematico svedese Johannes Robert Rydberg generalizzò la formula per ogni coppia di stati  $n_1$  e  $n_2$  ampliando la descrizione dello spettro anche nella regione non visibile ad occhio nudo.

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1.1)$$

dove con  $R_{\infty}$  si indica la costante di Rydberg pari a circa  $1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$ . Per una comprensione più approfondita dell'atomo e della sua struttura si deve aspettare il fisico danese Niels Bohr che con il suo modello per l'atomo di idrogeno introduce valori quantizzati dell'energia dell'elettrone a seconda del numero quantico principale  $n$ .

La principale caratteristica degli atomi di Rydberg è l'alto livello di eccitazione, in questi atomi infatti un elettrone viene eccitato in uno stato con un numero quantico principale molto elevato  $n > 20$ . Questo elettrone di valenza determina tutte le principali proprietà elettromagnetiche degli atomi di Rydberg ed uno studio della sua funzione d'onda è stato fatto da Thomas F. Gallagher nel suo libro [14] da cui ricava la dipendenza dal numero

quantico principale delle principali caratteristiche degli atomi di Rydberg quali l'energia di legame, il raggio il momento di dipolo etc.

Per completezza si riporta in tabella la dipendenza dal numero quantico principale  $n$  delle principali caratteristiche degli atomi di Rydberg ed i valori corrispondenti per il rubidio nello stato fondamentale  $5S_{1/2}$  [15].

Proprietà	Simbolo	Dipendenza	Rb(5S) Stato Fondamentale
Energia di legame	$E_n$	$n^{-2}$	4.18eV
Differenza energia Tra i Livelli	$E_n - E_{n+1}$	$n^{-3}$	2.50 eV ( 5S - 6S)
Raggio Orbitale	$\langle r \rangle$	$n^2$	5.632 $a_0$
Tempo di vita media	$\tau_{Life}$	$n^3$	26.2ns ( $5P_{3/2} - 5S_{1/2}$ )
Coefficiente di Van der Waals	$C_6$	$n^{11}$	4707 au
Polarizzabilità	$\alpha$	$n^7$	-79.4MHz ( $V_{cm^{-1}}$ ) <sup>-2</sup>

La fisica degli atomi di Rydberg è un argomento molto vasto e va al di là degli obiettivi di questa Tesi. In questa prima parte si riporta solo una breve introduzione a questo argomento ed alcune proprietà utili alla comprensione degli esperimenti svolti nel laboratorio del Dipartimento di Fisica a Pisa durante lo sviluppo di questa Tesi.

L'orbita dell' elettrone di valenza in uno stato di Rydberg è caratterizzata da un raggio molto esteso  $\sim n^2$  ed è quindi possibile separalo dal resto degli elettroni attorno al nucleo. In questo modo l'atomo di Rydberg è molto simile ad un atomo di idrogeno con la differenza data della dimensioni del nucleo: in un atomo di Rydberg l'elettrone di valenza ruota attorno ad un nucleo composto sia da quello atomico sia dalla nube elettronica dei livelli inferiori, in un potenziale effettivo che comprende entrambi i contributi.

La teoria nota come *Quantum Defect Theory* permette di quantificare il contributo della nube elettronica e di studiare gli atomi di Rydberg nello stesso modo di un atomo di idrogeno.

L'energia dello stato eccitato  $|n, l, j, m_j\rangle$  è data dalla formula

$$E_{n,l,j} = -\frac{Ry^*}{(n - \delta_{n,l,j})^2} \quad (1.2)$$

dove  $Ry^* = \frac{Ry}{1+m_e/M}$  indica la correzione alla costante di Rydberg  $Ry$  e  $\delta_{n,l,j}$  indica il contributo degli altri elettroni attorno al nucleo di massa  $M$ .

Una caratteristica degli atomi di Rydberg è il tempo di vita media  $\tau_{Life}$  il quale per un atomo di rubidio nello stato di Rydberg 70S è pari circa a  $150\mu s$ . Se confrontato col tempo di vita media del livello 5P ( $\simeq 26ns$ ), questo tempo di vita media è molto lungo

e tale da poter considerare le dinamiche studiate nel corso di questa Tesi nel regime non dissipativo.

Gli atomi di Rydberg sono molto sensibili ai campi elettrici i quali, anche di modesta entità, possono essere in grado di ionizzare un atomo nello stato di Rydberg. La formula classica del campo di ionizzazione si può ricavare considerando il potenziale  $V_p$  visto da un elettrone in un atomo di idrogeno in presenza di un campo elettrico  $E > 0$  lungo  $\hat{z}$

$$V_p = -\frac{k}{z}e + Ez \quad (1.3)$$

(dove  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  ed  $e$  è la carica dell'elettrone) che definisce un massimo locale del valore  $V_{p,max} = -2\sqrt{kE}$ . Eguagliando l'energia data da questa relazione ( $V_{p,max} \cdot e$ ) questa relazione con l'energia dello stato di Rydberg otteniamo l'espressione classica del campo di ionizzazione

$$E_{Ion} = \frac{Ry^2}{4k(n - \delta_{n,l,j})^4 e^3} \quad (1.4)$$

o in unità atomiche  $E_{Ion} = \frac{1}{16(n - \delta_{n,l,j})^4}$ , [14]. Questa grande sensibilità degli atomi di Rydberg ai campi elettrici è alla base del sistema di rivelazione descritto nel Capitolo 2.7.

Gli atomi di Rydberg sono talmente sensibili ai campi elettrici da poter interagire tra di loro anche a grande distanza. L'interazione tra gli atomi di Rydberg è di tipo elettrostatico e può essere descritta considerando ogni atomo come una distribuzione di carica [1].

Se gli atomi sono ben separati tra di loro (detta  $L$  la larghezza della distribuzione e  $r$  la distanza tra loro,  $r \gg L$ ) si può sviluppare la distribuzione di carica in serie di multipoli. Nel caso di atomi di Rydberg neutri il termine dominante in tale sviluppo è il termine di dipolo per cui si trascurano tutti i termini successivi.

## 1.2 Interazione dipolo-dipolo

Il termine di interazione dipolo-dipolo può essere calcolato da una semplice derivazione classica. Si considera una distribuzione di carica  $\rho(x', y', z')$ , è possibile calcolare il potenziale nel punto  $\vec{r}$ ,  $V(\vec{r})$  attraverso la formula

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(x', y', z')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\tau' \quad (1.5)$$



Questa formula può essere approssimata nel regime di grandi distanze, i.e.,  $r \gg r'$ .

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \simeq \frac{1}{r} + \frac{1}{r^3}(xx' + yy' + zz') \quad (1.6)$$

Il potenziale di dipolo in questo regime risulta

$$V_p(\vec{r}) \simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ q + \frac{1}{r^3} \vec{p} \cdot \vec{r} \right] \quad (1.7)$$

Dove il momento di dipolo e la carica totale sono definite come

$$\vec{p} = \int \rho(x', y', z') \vec{r}' d\tau' \quad (1.8)$$

$$q = \int \rho(x', y', z') d\tau' \quad (1.9)$$

Il campo elettrico generato è espresso attraverso la formula

$$\vec{E}_p(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \cdot V_p(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right] + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (1.10)$$

Poiché gli atomi di Rydberg a cui ci riferiamo in questa Tesi sono neutri si considera il caso in cui la carica totale  $q = 0$ . L'energia di interazione tra due dipoli ( $\vec{p}_1; \vec{p}_2$ ) alla distanza  $\vec{r}$  può essere calcolata usando l'energia di interazione di un dipolo con il campo elettrico generato dal secondo

$$U_{12} = -\vec{E}_1 \cdot \vec{p}_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3(\vec{p}_1 \cdot \vec{r})(\vec{p}_2 \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2}{r^3} \right] \quad (1.11)$$

si osserva che l'interazione dipolo-dipolo presenta una forte dipendenza angolare e può essere attrattiva, repulsiva o nulla a seconda dell'angolo di ogni dipolo formato dalla congiungente tra i due atomi.

Questa è una descrizione di tipo classico ma può essere facilmente estesa al caso quantistico semplicemente sostituendo al momento di dipolo classico  $\vec{p}$  con l'operatore di dipolo  $\hat{p} = e\hat{r}$  dove  $e$  è la carica dell'elettrone e  $\hat{r}$  la posizione. L'operatore di dipolo  $\hat{p}$  può essere scritto in termini della base di stati di Rydberg  $\{|r\rangle\}$  in assenza di campo magnetico. Si definisce l'elemento di matrice di dipolo elettrico della transizione tra due stati di  $|r\rangle \rightarrow |r'\rangle$ :

$$\hat{p}_{r,r'} = \langle r | \hat{p} | r' \rangle \quad (1.12)$$

A questo punto, l'operatore di dipolo  $\hat{p}$  si scrive come

$$\hat{p} = \sum_{r,r'} \vec{p}_{r,r'} |r'\rangle \langle r| \quad (1.13)$$

Il momento di dipolo classico di un atomo di Rydberg nello stato  $|\varphi\rangle$  è dato dal valore di aspettazione

$$\vec{p} = \langle \varphi | \hat{p} | \varphi \rangle \quad (1.14)$$

Essendo l'operatore  $\hat{p} = e\hat{r}$  dispari sotto parità (  $r \rightarrow -r$  ) connette solo stati a parità diversa, per questo motivo gli atomi di Rydberg in assenza di campo elettrico non hanno un momento di dipolo elettrico permanente.

Si considera l'interazione tra due atomi ( 1 e 2 ) di Rydberg a distanza  $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = r \cdot \vec{n}$ , il cui stato di Rydberg è lo stesso  $|r_1\rangle = |r_2\rangle$  con energia  $E_r$ . L'interazione di dipolo è data dall'equazione precedente 1.11 sostituendo al momento di dipolo classico  $\vec{p}$  l'operatore di dipolo  $\hat{p} = e\hat{r}$  e considerando l'accoppiamento tra lo stato lo stato  $|r_1, r_2\rangle$  di energia con lo stato  $|r'_a, r''_b\rangle$ .

$$U = \langle r_1, r_2 | \hat{H}_{d,d} | r'_1, r''_2 \rangle = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3(\hat{p}_1 \cdot \vec{r})(\hat{p}_2 \cdot \vec{r}) - \hat{p}_1 \cdot \hat{p}_2}{r^3} \right] \quad (1.15)$$

dove  $\hat{p}_1 = \langle r_1 | \hat{p} | r'_1 \rangle$  e  $\hat{p}_2 = \langle r_2 | \hat{p} | r''_2 \rangle$

Nella base  $\{|r_1, r_2\rangle ; |r'_1, r''_2\rangle\}$  il problema si riduce a due soli livelli dove l'hamiltoniana in forma matriciale è:

$$H = \begin{pmatrix} E_\infty & U \\ U^\dagger & E_\infty + \delta_E \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

dove  $E_\infty = 2E_r$  e dove si indica con  $\delta_E = E_{r'} + E_{r''} - 2E_r$  il disaccordo in energia tra gli stati accoppiati noto come disaccordo di Förster. Il termine  $U$  si scrive in modo semplice  $U = \frac{C_3}{r^3}$  [16].

Diagonalizzando la matrice di cui sopra si ottengono due nuovi autostati e due nuovi autovalori

$$E_\pm = E_r + \frac{\delta_E}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\delta_E^2 + 4UU^\dagger} = E_r + \frac{\delta_E}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\delta_E^2 + 4\left(\frac{C_3}{r^3}\right)^2} \quad (1.17)$$

Si definisce ora la distanza  $R_{VdW}$  nota come raggio di Van der Waals:  $\delta_E = \frac{C_3}{R_{VdW}^3}$ .

Se due atomi sono posti a distanza  $r \gg R_{VdW}$  ( o in modo equivalente  $U \ll \delta_E$  ) si ottiene [1]

$$E_{VdW} = \frac{UU^\dagger}{\delta_E} = \frac{C_6}{r^6} \quad (1.18)$$

dove il coefficiente  $C_6$  è noto come coefficiente di Van der Waals e viene determinato sperimentalmente per ogni stato di Rydberg. Nel caso dello stato di Rydberg 70S usato in questi esperimenti tale coefficiente è pari a  $C_6 = 1.2 \cdot THz\mu m^6$ .

Riassumendo, due atomi di Rydberg posti a distanza  $r \gg R_{VdW}$  in assenza di un campo elettrico esterno ( in assenza di momento di dipolo permanente ) interagiscono

tra loro tramite interazione di Van der Waals e lo spostamento dei livelli energetici che ne consegue ha una dipendenza dalla distanza del tipo  $\frac{C_6}{r^6}$ .

Nel caso di un radiazione risonante con la transizione dallo stato fondamentale allo stato Rydberg, questo spostamento dei livelli energetici a causa dell'interazione può diventare importante ed è alla base dell'effetto del bloccaggio dipolare che viene descritto nel paragrafo successivo.

### 1.3 Dipole Blockade e Super-Atomo

L'interazione tra un campo elettromagnetico e un campione di atomi interagenti è soggetta ad uno degli aspetti più interessanti della fisica degli atomi di Rydberg, dove le interazioni presenti tra gli atomi influenzano il processo di eccitazione, chiamato *bloccaggio dipolare*.

Questo effetto si verifica quando lo spostamento dei livelli in energia dovuto alle interazioni tra gli atomi nello stato di Rydberg è tale da spostare il livello eccitato di un atomo vicino fuori risonanza dalla radiazione laser, consentendo la presenza di una sola eccitazione. Questa azione di bloccaggio di eccitazioni multiple dipende sia dalle interazioni  $V(r)$  sia dalla larghezza di riga del laser di eccitazione.

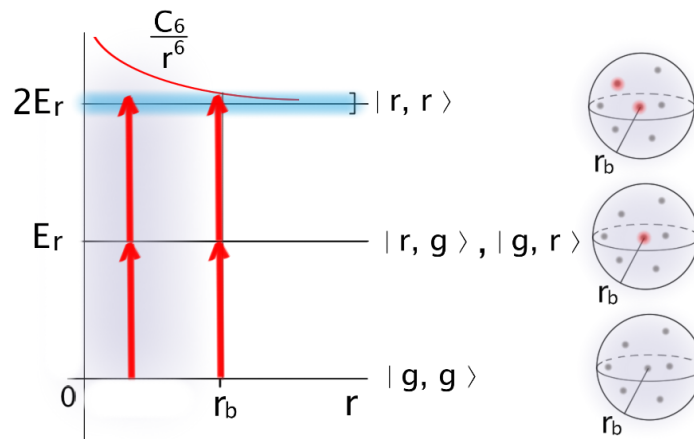


FIGURE 1.1: Rappresentazione grafica del bloccaggio dipolare, sull'asse orizzontale la distanza tra gli atomi, sull'asse verticale l'energia dei livelli. L'eccitazione laser viene rappresentata dalla freccia rossa.

Si distinguono due processi di eccitazione differente: l'eccitazione condizionata e quella collettiva.

Per l'eccitazione condizionata si suppone un ordine gerarchico nel processo di eccitazione e quindi la conoscenza di quale atomo sia inizialmente nello stato di Rydberg. Una volta eccitato il primo atomo tutti gli altri sono condizionati dal bloccaggio dipolare entro una distanza  $r_b$ , chiamata raggio di bloccaggio, definita dalle interazioni e dalla larghezza di riga del laser ( data dall'effetto di *power broadened* ) dalla relazione:

$$\frac{C_6}{r_b^6} = \hbar\Omega \quad (1.19)$$

dove  $\Omega$  indica la frequenza di Rabi del processo di eccitazione.

Il raggio di bloccaggio quindi corrisponde alla distanza minima che un atomo deve avere per essere eccitato a sua volta allo stato di Rydberg. Si può immaginare intuitivamente ogni atomo nello stato di Rydberg circondato da una *sfera di bloccaggio* in cui è permessa solo un'eccitazione.

Normalmente, quando si illumina un campione di atomi con una radiazione laser, essi sono indistinguibili e non si è perciò in grado di sapere quale atomo venga eccitato per primo. In questo caso si parla di eccitazione collettiva: l'eccitazione allo stato Rydberg viene quindi condivisa collettivamente da tutti gli atomi ( $\tilde{N}$ ) entro il volume di bloccaggio.

Lo stato raggiunto corrisponde ad uno stato con una sola eccitazione collettiva che, come precisato nel paragrafo successivo, corrisponde allo stato completamente simmetrico con una eccitazione della base di Dicke  $|\varphi_1\rangle$ .

Un sistema di  $\tilde{N}$  atomi completamente bloccati viene semplificato considerando un modello in cui sono presenti due soli livelli collettivi in cui l'accoppiamento tra il fondamentale e l'eccitato avviene a una frequenza di Rabi *collettiva* pari a:

$$\Omega_{\tilde{N}} = \sqrt{\tilde{N}}\Omega \quad (1.20)$$

Questo modello, noto in letteratura come modello del *super atomo*, permette quindi di semplificare la trattazione di un sistema multi corpo interagente e consente di interpretare il forte accoppiamento con il campo elettromagnetico.

Nella definizione precedente di raggio di bloccaggio si deve quindi sostituire alla frequenza di Rabi  $\Omega$  del singolo atomo la frequenza di Rabi collettiva  $\Omega_{\tilde{N}}$ . Detta  $n(x, y, z)$  la densità del campione di atomi, si ottiene la definizione del raggio di bloccaggio pari a:

$$r_b = \left( \frac{C_6}{\Omega_{\tilde{N}}} \right)^{\frac{1}{6}} = \left( \frac{C_6}{\hbar\Omega} \right)^{\frac{2}{15}} \frac{1}{\left( \frac{4\pi}{3} n(x, y, z) \right)^{\frac{1}{15}}} \quad (1.21)$$

In una nube di atomi con densità non uniforme, il raggio di bloccaggio varia in funzione della posizione nel campione a causa della dipendenza dalla densità ma, considerando il tipo di dipendenza ( $r_b \propto n(x, y, z)^{-1/15}$ ) e là dove non venga espressamente indicato, in questa tesi essa viene trascurata ed il raggio di bloccaggio viene considerato costante.

Si vuole però precisare il fatto che mentre nel caso di un raggio di bloccaggio costante il numero di superatomi non dipende dalla densità ma è solamente determinato da vincoli geometrici, questo non è di fatto vero se si considera la dipendenza dalla densità del raggio di bloccaggio. Ciò è di notevole importanza quando la densità viene variata di molti ordini di grandezza come mostrato nell'articolo [17]. La dinamica degli atomi di Rydberg, nel modello del superatomo, satura ad un valore che dipende dal numero dal numero di superatomi quindi dalla densità.

Le oscillazioni di Rabi collettive di un singolo super atomo sono state osservate sperimentalmente [11, 13], mentre nel caso di sistemi molto grandi  $L \gg r_b$  l'osservazione di tali oscillazioni collettive non è semplice. Per esempio nel caso di un gas di atomi intrappolati in una trappola magneto ottica MOT, si ha una variazione della densità in funzione della posizione il cui andamento tipicamente è di tipo gaussiano. Anche trascurando la dipendenza del raggio di bloccaggio dalla densità, il numero di atomi  $\tilde{N}$  all'interno di ogni sfera di bloccaggio non è costante quindi ogni super atomo oscilla con una frequenza collettiva diversa  $\Omega_N(r)$  che dipende dalla propria posizione nel campione. In più, se la dimensione del campione di atomi è grande rispetto alla dimensione del waist del fascio laser utilizzato, l'intensità del laser non è uniforme ed anche questo effetto contribuisce ad avere oscillazioni diverse nelle varie posizioni del campione di atomi. Poiché la misura della popolazione dello stato di Rydberg comprende il contributo di tutti i super atomi, le oscillazioni di Rabi collettive sono smorzate dalla disomogeneità.

Nonostante questo, la frequenza di Rabi collettiva è un effetto molto evidente sulla dinamica degli atomi di Rydberg la cui dipendenza dal numero  $\tilde{N}$  viene testata nel corso di questa Tesi. Prima di riportare alcuni concetti utili per lo studio di un sistema a due livelli, viene descritta per brevemente la base degli stati collettivi di Dicke. Questa base applicata allo studio degli atomi di Rydberg [1] permette una descrizione degli stati quantistici in termini del numero di eccitazioni allo stato di Rydberg. Anche se la trattazione esposta in questa Tesi è limitata ai soli due livelli, fondamentale e primo completamente simmetrico, viene riportata una descrizione generale per completezza.

## 1.4 Cenni sul modello di Dicke

La base di Dicke, introdotta nel 1954, è uno strumento utile per trattare il problema di un sistema multi corpo in modo relativamente semplice. Gli stati della base di Dicke sono stati collettivi, cioè sono una sovrapposizione degli stati di tutti i singoli atomi e sono definiti in funzione del numero di eccitazioni complessive  $J$  e della loro simmetria relativa al campo elettromagnetico.

Per esempio, viene chiamato stato *completamente simmetrico* uno stato formato da una semplice permutazione degli stati dei singoli atomi, vale a dire, nella sovrapposizione nessun atomo compare in modo speciale. A questa classe di simmetria appartiene anche lo stato collettivo fondamentale  $|\varphi_0\rangle = |g, g, g, g\dots\rangle$ , in cui tutti gli atomi sono nel fondamentale di singolo atomo ( $J = 0$ ). Come mostreremo più avanti in questo paragrafo, un vantaggio di questa classificazione è data dal fatto che, poiché il campo non distingue tra i vari atomi, vengono accoppiati solamente stati con la stessa simmetria.

Questa proprietà permette di semplificare molto il problema ma è vera soltanto nel caso di atomi non interagenti ed eccitati con un campo coerente, mentre grazie o all'interazioni tra gli atomi (*cooperative model*) [1] o ad altri meccanismi di perdita di coerenza [18] è possibile accoppiare anche stati della base di Dicke con simmetria diversa (*Super Atom Symmetry Breaking*).

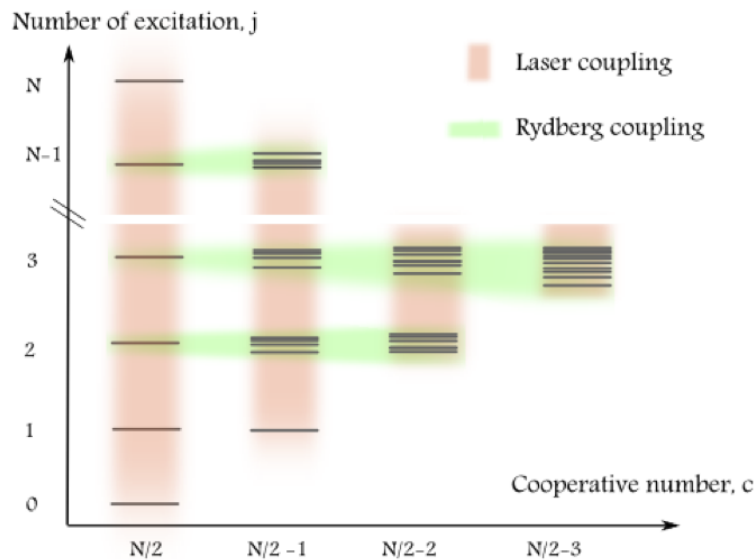


FIGURE 1.2: Stati di Dicke nel caso di particelle interagenti [1]. Il campo elettromagnetico consente transizioni verticali tra stati con lo stesso numero di coordinazione  $c$  mentre le interazioni tra Rydberg accoppiano stati con lo stesso numero di eccitazioni  $J$  (orizzontali).

Consideriamo il caso  $N$  atomi a due livelli identici e non interagenti. Indichiamo con  $|\uparrow\rangle$  lo stato eccitato di singolo atomo e con  $|\downarrow\rangle$  il fondamentale. Per il singolo atomo  $j$ -esimo in posizione  $\vec{r}_j$  definiamo anche gli operatori

$$S_-^{(j)} = |\downarrow\rangle_j \langle \uparrow|_j, \quad S_+^{(j)} = |\uparrow\rangle_j \langle \downarrow|_j \quad e \quad S_z^{(j)} = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle_j \langle \uparrow|_j - |\downarrow\rangle_j \langle \downarrow|_j) \quad (1.22)$$

Detto  $\vec{k}$  il vettore d'onda della radiazione di eccitazione, possiamo definire degli operatori collettivi nel modo seguente

$$S_{\pm} = \sum_{j=1}^N S_{\pm}^{(j)} e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{r}_j}, \quad S_z = \sum_{i=1}^N S_z^{(i)} \quad e \quad S^2 = S_z^2 + \frac{1}{2}(S_+ S_- + S_- S_+) \quad (1.23)$$

che soddisfano le regole di commutazione  $[S_z; S_{\pm}] = S_{\pm}$  e  $[S_+; S_-] = 2S_z$ . Notare che con questa definizione degli operatori collettivi [1] la proprietà del campo elettromagnetico di conservare la simmetria è valida anche se si considera un estensione spaziale di atomi molto maggiore della lunghezza d'onda del laser  $L \gg \lambda$ .

La funzione d'onda di un sistema con  $N$  atomi a due livelli evolve in uno spazio di Hilbert di dimensione  $2^N$ . La base di Dicke è formata da  $2^N$  stati di Dicke indipendenti  $|c, m\rangle$ , che sono definiti come gli autostati comuni degli operatori  $S^2$  e  $S_z$ .

$$\begin{cases} S^2 |c, m\rangle = c(c+1) |c, m\rangle \\ S_z |c, m\rangle = m |c, m\rangle \end{cases} \quad (1.24)$$

Gli autovalori di questi operatori  $(c, m)$  individuano lo stato della base di Dicke, il *numero di cooperazione*  $c$  rappresenta la classe di simmetria mentre il numero  $m$  corrisponde all'inversione di popolazione in quello stato (numero di atomi  $|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$ ). In analogia con il momento angolare abbiamo  $c \in [0; N/2]$  e  $m \in [-c; c]$ .

Indicato il campo elettrico sull'atomo  $i$ -esimo  $E(r_j) = E_0 \exp[i\vec{k} \cdot \vec{r}_j]$  e con  $\Omega_0 = \frac{p \cdot E_0}{\hbar}$  la frequenza di Rabi del sistema, si considera l'Hamiltoniana semiclassica di interazione atomo con un campo in approssimazione RWA ( **R**otating **W**ave **A**pproximation )

$$H = -\hbar\Delta \sum_{j=1}^N |\uparrow\rangle_j \langle \uparrow|_j + \frac{\hbar\Omega_0}{2} \sum_{j=1}^N \left[ |\downarrow\rangle_j \langle \uparrow|_j e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} + |\uparrow\rangle_j \langle \downarrow|_j e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} \right] \quad (1.25)$$

scritta in funzione degli operatori sopra definiti otteniamo:

$$H = -\hbar\Delta \cdot S_z + \frac{\hbar\Omega_0}{2} [S_+ + S_-] \quad (1.26)$$

Questa Hamiltoniana commuta con l'operatore  $S^2$  ( $[H; S^2] = 0$ ) quindi è conservato il numero di cooperazione  $c$ , ovvero il campo  $E$  non cambia la classe di simmetria. Invece di utilizzare il numero  $m$  di inversione di popolazione, possiamo mettere in evidenza il numero  $J$  di atomi eccitati nello stato Rydberg tramite la relazione  $J = \frac{N}{2} + m$  e modificando la nostra definizione dello stato di Dicke da  $|c, m\rangle$  ad una equivalente  $|J, c\rangle$ . Per ogni coppia di valori  $(J, c)$ , il numero  $N_c = \binom{\frac{N}{2}-c}{c} - \binom{\frac{N}{2}-c}{c+1}$  denota la degenerazione degli stati di Dicke. Gli stati con il massimo numero di cooperazione  $c = \frac{N}{2}$  sono detti *completamente simmetrici* e ne esiste solo uno per ogni valore di  $J$ .

A titolo esemplificativo, vengono mostrati gli stati della base di Dicke per alcuni valori del numero  $N$  di atomi. Per il caso più semplice  $N = 2$ , il numero di cooperazione  $c \in [0, 1]$  e abbiamo in analogia con il momento angolare i tre stati di tripletto ed il singoletto

$$\begin{cases} |c = 1; J = 0\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle \\ |c = 1; J = 1\rangle = \frac{|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \\ |c = 1; J = 2\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle \end{cases} ; \quad |c = 0; J = 1\rangle = \frac{|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \quad (1.27)$$

tutti non degeneri  $N_c = 1 \forall c, J$ .

Per  $N = 3$  è concettualmente identico, si possono utilizzare ancora le regole di composizione del momento angolare per tre parcelle di spin  $1/2$  e raggruppare gli stati ottenuti in funzione del numero di eccitazioni nello stato Rydberg. Il numero di cooperazione assume i valori  $c \in [1/2; 3/2]$  e, come osservato in precedenza, si ha per ogni valore di  $J$  un solo stato completamente simmetrico  $N_c = 1$  per  $c = 3/2$  e due stati  $N_c = 2$  per  $c = 1/2$ .

$$\begin{cases} |c = 3/2; J = 0\rangle = |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle \\ |c = 3/2; J = 1\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{3}} \\ |c = 1/2; J = 1\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle - 2|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{6}} \\ |c = 1/2 : J = 1\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} |c = 3/2; J = 2\rangle = \frac{|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle}{\sqrt{3}} \\ |c = 1/2; J = 2\rangle = \frac{|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle - 2|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle}{\sqrt{6}} \\ |c = 1/2; J = 2\rangle = \frac{|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \\ |c = 3/2; J = 3\rangle = |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \end{cases} \quad (1.28)$$

Per quello che riguarda questo lavoro di Tesi, lo stato a cui si è maggiormente interessati è lo stato completamente simmetrico con una sola eccitazione Rydberg  $|\varphi_1\rangle$ . Nel caso generale di  $N$  atomi, il primo stato eccitato della base di Dicke viene scritto come

$$|\varphi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N e^{-i\vec{R}_j \cdot \vec{k}} |g_1, g_2, r_j, \dots, g_N\rangle \quad (1.29)$$



Come anticipato nel paragrafo precedente, questo stato e il fondamentale  $|\varphi_0\rangle = |g, g, g, g, \dots\rangle$ , corrispondono ai due livelli collettivi coinvolti nel modello del super atomo e mentre viene completamente ignorato l'accoppiamento con lo stato non simmetrico ad una eccitazione.

## 1.5 Oscillazioni di Rabi in un sistema a due livelli

Nei paragrafi precedenti si è introdotto il modello del super atomo nel quale la popolazione dello stato di Rydberg oscilla con frequenza di Rabi collettiva tra due livelli della base di Dicke. In questo paragrafo vengono riportati alcuni concetti utili per lo studio di un sistema quantistico puro e misto a due livelli. Un sistema quantistico chiuso è descritto completamente in ogni istante dalla funzione d'onda  $\varphi(\vec{r}, t) = \langle x | \varphi(\vec{r}, t) \rangle$ , che come ogni vettore nello spazio di Hilbert può essere scritto in funzione di una base di autostati.

$$\varphi(\vec{r}, t) = \sum_k c_k(\vec{r}, t) \phi_k(\vec{r}) \quad (1.30)$$

Detta  $H(t) = H_0 + V(t)$  l'Hamiltoniana del sistema, l'evoluzione temporale del sistema è descritta dall'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\varphi(\vec{r}, t)\rangle = H(t) |\varphi(\vec{r}, t)\rangle \quad (1.31)$$

Al fine di semplificare la notazione, si trascura la dipendenza dalla posizione, per cui l'Hamiltoniana  $H_0$  è definita in modo che

$$H_0 |\phi_k\rangle = E_k |\phi_k\rangle \quad \forall k = 1, 2, \dots, \infty \quad (1.32)$$

L'interazione tra due stati può essere scritta in generale come

$$V_{k,j}(t) = \alpha(t) |\phi_k\rangle \langle \phi_j| + c.c. \quad \forall k \neq j \quad (1.33)$$

Si considera il caso di un atomo che interagisce con radiazione luminosa *coerente* e si riduce il sistema a due livelli a distanza  $E_e - E_g = \hbar\omega$ .

$$|\varphi(t)\rangle = c_g(t) |\phi_g\rangle + c_e(t) |\phi_e\rangle \quad (1.34)$$

Detto  $\vec{p}$  l'elemento di dipolo dell'atomo e  $\vec{E}(r) = \vec{E}_0(r) \cos(\omega_L t)$  il campo elettrico, l'interazione Atomo-Luce  $V_{g,e}(t) = -\vec{p} \cdot \vec{E}(r)$  è descritta dalla matrice  $2 \times 2$

$$V(t) = -\frac{\hbar\Omega_0(r)}{2} \{e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}\} |\phi_e\rangle \langle \phi_g| + c.c. \quad (1.35)$$

Dove  $\Omega_0(r) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{E}_0(r)}{\hbar}$  è la frequenza di Rabi del sistema.

Risolvendo l'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo e ponendo  $E_g = 0$ , si ottengono due equazioni differenziali per i coefficienti  $c_g(t)$  e  $c_e(t)$

$$\begin{cases} \dot{c}_g = ic_e \frac{\Omega_0(r)}{2} \{e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}\} \\ \dot{c}_e = ic_g \frac{\Omega_0(r)}{2} \{e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}\} - ic_e \omega \end{cases} \quad (1.36)$$

A questo punto, anzichè utilizzare un sistema di riferimento fisso, si può semplificare il risultato considerando una trasformazione dello stato  $|\varphi(t)\rangle$  su di una nuova base. Questa corrisponde ad un sistema di riferimento nello spazio di Hilbert rotante con velocità  $\omega$ . In questo sistema i coefficienti  $\hat{c}_k(t)$  e l'evoluzione veloce del sistema  $e^{-iE_k/\hbar t}$  sono tenuti separati. In questa nuova base il sistema può essere scritto come

$$|\varphi(t)\rangle = \hat{c}_g(t)|\phi_g\rangle + \hat{c}_e(t)e^{-i\omega t}|\phi_e\rangle \quad (1.37)$$

Sostituendo questa nuova definizione dei coefficienti nell'equazioni differenziali otteniamo

$$\begin{cases} \dot{\hat{c}}_g = i\hat{c}_e \frac{\Omega_0(r)}{2} \{e^{i\delta t} + e^{-i(\omega_L + \omega)t}\} \\ \dot{\hat{c}}_e = i\hat{c}_g \frac{\Omega_0(r)}{2} \{e^{-i\delta t} + e^{i(\omega_L + \omega)t}\} \end{cases} \quad (1.38)$$

dove si definisce il valore del disaccordo  $\delta = \omega_L - \omega$ .

A questo punto si osserva che le frequenze tipiche delle transizioni ottiche sono generalmente molto maggiori dell'Omega di Rabi  $\omega_L \simeq \omega \gg \Omega_0$ , quindi i termini che oscillano a frequenza  $\sim 2\omega$  possono essere trascurati. In questa approssimazione, RWA, otteniamo

$$\begin{cases} \dot{\hat{c}}_g = i\hat{c}_e \frac{\Omega_0(r)}{2} e^{i\delta t} \\ \dot{\hat{c}}_e = i\hat{c}_g \frac{\Omega_0(r)}{2} e^{-i\delta t} \end{cases} \quad (1.39)$$

le cui soluzioni sono, nel caso risonante  $\delta = 0$

$$\begin{cases} \hat{c}_g(t) = \hat{c}_g(0) \cos\left(\frac{\Omega_0(r)}{2}t\right) + i\hat{c}_e(0) \sin\left(\frac{\Omega_0(r)}{2}t\right) \\ \hat{c}_e(t) = \hat{c}_e(0) \cos\left(\frac{\Omega_0(r)}{2}t\right) + i\hat{c}_g(0) \sin\left(\frac{\Omega_0(r)}{2}t\right) \end{cases} \quad (1.40)$$

Considerando le condizioni iniziali  $\hat{c}_g(0) = 1$  e  $\hat{c}_e(0) = 0$  possiamo scrivere le popolazioni dei livelli

$$P_g(t) = |\hat{c}_g(t)|^2 = \left|\cos\left(\frac{\Omega_0(r)}{2}t\right)\right|^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos(\Omega_0(r)t)) = 1 - P_e(t) \quad (1.41)$$

Nel caso in cui la radiazione non sia risonante con il livello eccitato,  $\delta \neq 0$  otteniamo oscillazioni di Rabi delle popolazioni alla frequenza di Rabi generalizzata  $\Omega(r) =$

$\sqrt{\Omega_0(r)^2 + \delta^2}$  e con ampiezze ridotte  $\left(\frac{\Omega_0(r)}{\Omega(r)}\right)^2$

$$P_g(t) = |\hat{c}_g(t)|^2 = \left(\frac{\Omega_0(r)}{\Omega(r)}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\Omega(r)}{2}t\right) = \frac{\Omega_0(r)^2}{2\Omega(r)^2}(1 + \cos(\Omega(r)t)) = 1 - P_e(t) \quad (1.42)$$

Una trattazione che comprenda dei termini di rilassamento delle popolazioni dallo stato eccitato  $|e\rangle$  nel fondamentale  $|g\rangle$  o una qualsiasi perdita di coerenza tra i livelli deve essere svolta utilizzando la matrice densità  $\hat{\rho}$ .

Consideriamo un singolo atomo  $j$ , l'evoluzione temporale della matrice densità  $\hat{\rho}_j$  è data dall'equazione

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_j = [H; \hat{\rho}_j] \quad (1.43)$$

Per un Hamiltoniana del tipo

$$H = E_g|g\rangle\langle g| + E_e|e\rangle\langle e| - \frac{\hbar\Omega_0}{2}e^{-i\omega_L t}|g\rangle\langle e| - \frac{\hbar\Omega_0}{2}e^{i\omega_L t}|e\rangle\langle g| \quad (1.44)$$

nell'approssimazione RWA, si ottengono le equazioni di Bloch ottiche ( **Optical Bloch Equation's** )

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\rho_{gg} = \gamma_{\parallel}\rho_{ee} + \frac{i\Omega}{2}(\tilde{\rho}_{ge} - c.c.) \\ \frac{d}{dt}\rho_{ee} = -\gamma_{\parallel}\rho_{ee} - \frac{i\Omega}{2}(\tilde{\rho}_{ge} - c.c.) \\ \frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{eg} = (i\delta - \gamma_{\perp})\tilde{\rho}_{eg} + \frac{i\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \end{cases} \quad (1.45)$$

dove si è introdotto le nuove variabili

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_{ge} = e^{-i\omega t}\rho_{ge} \\ \tilde{\rho}_{eg} = e^{i\omega t}\rho_{eg} \end{cases} \quad (1.46)$$

Inoltre si è tenuto conto dei vincoli sulle popolazione e le coerenze

$$\begin{cases} \rho_{ee} + \rho_{gg} = 1 \\ \rho_{eg} = \rho_{ge}^* \end{cases} \quad (1.47)$$

Nell'equazione si sono introdotti i due termini di rilassamento  $\gamma_{\parallel}$  e  $\gamma_{\perp}$ . Il rilassamento sulle coerenze  $\gamma_{\perp}$  agisce sulla fase relativa dei coefficienti nell'espansione della funzione d'onda su una base di autostati, mentre il rilassamento sulle popolazioni  $\gamma_{\parallel}$  richiede uno scambio di energia con il vuoto [19].

Queste equazioni descrivono, assumendo che i processi di rilassamento non siano influenzati dalla radiazione di eccitazione, l'evoluzione temporale delle popolazioni e delle coerenze di un sistema a due livelli. La soluzione transiente di questo sistema di equazioni si può esprimere facilmente solo in determinate condizioni (*eliminazione adiabatica*)

che vedremo più avanti nel capitolo 3.2. Molto più comune invece sono le soluzioni stazionarie  $\frac{d}{dt}\rho_{gg} = \rho_{ee} = \frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{eg} = 0$  di cui riportiamo l'espressione per le popolazioni per completezza

$$\begin{cases} w = \frac{1 + \frac{\delta^2}{\gamma_{\perp}^2}}{1 + \frac{\delta^2}{\gamma_{\perp}^2} + \frac{\Omega^2}{\gamma_{\parallel}\gamma_{\perp}}} w_0 \\ \rho_{eg} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\Omega}{\gamma_{\perp}^2} \delta - i \frac{\Omega}{\gamma_{\perp}}}{1 + \frac{\delta^2}{\gamma_{\perp}^2} + \frac{\Omega^2}{\gamma_{\parallel}\gamma_{\perp}}} \end{cases} \quad (1.48)$$

Dove si è definito il parametro d'inversione  $w = \rho_{ee} - \rho_{gg}$  che, come noto, varia da -1 a 0 ( la popolazione dello stato eccitato  $\rho_{ee} = (w + 1)/2$  è limitata al valore massimo 1/2 ).

Queste equazioni descrivono completamente l'evoluzione di un sistema quantistico a 2 livelli e vengono utilizzate più avanti nel testo per un campione di N atomi interagenti nell'ottica del modello del super atomo.

Poichè siamo interessati alla dinamica più che alla soluzione stazionaria nel Capitolo 3 viene data una soluzione delle equazioni di Bloch ottiche dipendente dal tempo in *approssimazione adiabatica*: dove l'evoluzione delle coerenze è molto più rapida dell'evoluzione delle popolazioni. La legge di scala prevista da questa soluzione viene testata sperimentalmente e confermata nello stesso Capitolo.

Prima di iniziare a questa verifica, viene riportata una breve descrizione dell'apparato sperimentale al fine di familiarizzare il lettore sia con le tecniche sia coi limiti imposti dall'apparato stesso.

# Capitolo 2

## Descrizione apparato sperimentale

### 2.1 Introduzione apparato sperimentale

L'apparato sperimentale qui descritto si trova presso i laboratori del Dipartimento di Fisica dell'Università di Pisa sito in Largo Bruno Pontecorvo. La descrizione dettagliata dell'apparato e delle sue componenti è riportata in diverse Tesi di dottorato [1, 8]. In questa Tesi ne viene riportata solo una descrizione generale mentre vengono spiegati più nel dettaglio i contributi originali ed alcune configurazioni particolari utilizzate nel corso degli esperimenti. Una parte è dedicata alla trappola magneto ottica ( MOT ), si ricordano i concetti generali poi si descrive quella utilizzata nel corso degli esperimenti di questa Tesi. Successivamente viene descritto lo schema di eccitazione allo stato di Rydberg e le due configurazioni di eccitazione: 1D e 3D. I contributi originali di questa Tesi consistono nella procedura sperimentale di variazione della densità di atomi e in quella di creazione del *seed* nel campione. Un ultimo paragrafo è dedicato alla rivelazione degli atomi di Rydberg.

L'apparato si divide principalmente in due banchi ottici: nel primo si trovano le ottiche e i diodi laser in configurazione Master-Slave necessari per la radiazione della trappola magneto ottica e della ripompa. Nel secondo, oltre a tutta l'ottica necessaria, sono montati i laser a diodo utilizzati per l'eccitazione degli atomi allo stato di Rydberg e la camera a vuoto dove viene realizzata la MOT. La radiazione viene trasferita da un banco all'altro tramite fibra ottica. Gran parte della strumentazione elettronica (power supply, laser control, generatori Rf ecc.) è montata sotto i banchi ottici mentre computer e oscilloscopi sono montati in apposite postazioni.

Il campione é costituito da atomi di Rb raffreddati e intrappolati in una trappola magneto ottica (MOT), eccitati attraverso un processo a due fotoni, dallo stato 5S allo stato 70S.

Per il confinamento degli atomi viene mantenuto il setup sperimentale utilizzato in precedenza dal gruppo BEC di Pisa ([8]) composto da due MOT distinte: una 2D usata come collettore e una 3D dove avviene il vero e proprio esperimento. Per queste MOT vengono utilizzati rispettivamente quattro o sei fasci laser contro propaganti a 780 nm generati da laser a diodo. La rivelazione avviene tramite ionizzazione dello stato Rydberg (*Field Ionization*). Un campo elettrico generato tra placche metalliche attorno alla camera a vuoto, ionizza e muove gli ioni verso un elettromoltiplicatore (*Channeltron*).

## 2.2 La trappola magneto ottica

In questa sezione riproponiamo brevemente uno metodo classico per preparare un campione di atomi freddi in un piccolo volume. Ci sono modi diversi per intrappolare gli atomi, *Dipole Trap*, *Optical Molasses etc.*, al di sopra e al di sotto del limite Doppler della temperatura  $T_D = \hbar\gamma_{\parallel}/2k_B$ , qui presentiamo brevemente la Trappola Magneto Ottica (MOT). Questa tecnica permette di intrappolare e raffreddare atomi fino alla temperatura Doppler ed é quella utilizzata nel gruppo di Pisa durante gli esperimenti sugli atomi di Rydberg presentati in questa tesi.

Consideriamo un atomo in presenza di un campo magnetico  $\vec{B}$  uniforme e due fasci laser contro-propaganti. La degenerazione  $(2F+1)$  di ogni livello di struttura iperfine é rimossa dell'interazione con il campo magnetico. Nel regime di campi magnetici deboli  $\vec{\mu} \cdot \vec{B} \ll A_{hfs}$  ( $A_{hfs}$  costante di struttura iperfine) abbiamo uno spostamento dei sottolivelli energetici dovuto all'effetto Zeeman lineare proporzionale al numero quantico  $m_F$

$$\Delta E_{m_F} = g_F \mu_B m_F B \quad (2.1)$$

dove  $g_F$  é il fattore del livello iperfino,  $\mu_B$  il magnetone di Bohr e  $B$  l'intensità del campo magnetico.

Dato un campo inomegeneo  $B(x, y, z)$ , grazie a tale effetto, é possibile rendere risonanti o meno con una radiazione laser i livelli energetici a seconda della posizione. Applicando una radiazione laser di polarizzazione opportuna al fine di permettere la transizione é possibile trasferire quantità di moto all'atomo. Questo processo viene utilizzato per intrappolare gli atomi in una regione di spazio ed è ben rappresentato in figura 2.1 nel caso unidimensionale.

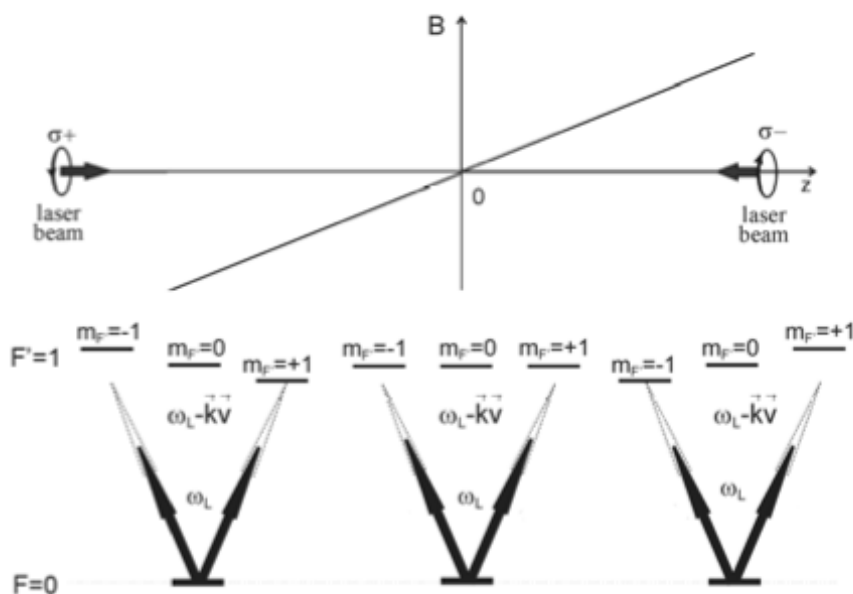


FIGURE 2.1: Schema di una trappola magneto ottica unidimensionale tratto da [2]. Il campo magnetico  $B(z)$  varia lungo  $z$  in modo lineare, le due sorgenti sono poste sullo stesso asse e hanno polarizzazione opposta  $\sigma^-$  e  $\sigma^+$ . I sottolivelli subiscono lo spostamento in energia dato dall'effetto Zeeman. Le frecce in nero rappresentano la frequenza dei fotoni emessi dalle sorgenti mentre le frecce vuote la correzione dovuta all'effetto Doppler.

Consideriamo un atomo in moto lungo l'asse  $z$  in presenza di un campo magnetico  $\vec{B} = B \cdot \vec{z} = B(z)\hat{z}$ , i sotto livelli subiscono uno spostamento in energia dato dalla formula 2.1. L'atomo è sottoposto all'interazione con due fasci laser  $\omega_L$  contro propaganti lungo  $\hat{z}$ . Il fascio proveniente da  $z < 0$  ha una polarizzazione  $\sigma^+$  mentre quello proveniente da  $z > 0$  ha polarizzazione  $\sigma^-$ . Consideriamo la transizione tra i due livelli iperfini  $F = 0$  e  $F' = 1$  distanti in energia  $\omega_{10}$ . Entrambi i fasci hanno un disaccordo in energia  $\delta = \omega_L - \omega_{10} < 0$ . Come noto, un atomo in moto con velocità  $v$  verso la sorgente di radiazione laser è soggetto all'effetto Doppler,

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (2.2)$$

questo effetto insieme allo spostamento Zeeman dei livelli possono portare l'atomo in risonanza inoltre la radiazione laser deve avere la giusta polarizzazione affinché la transizione sia permessa. Quindi, prendendo come riferimento la figura 2.1, un atomo nella regione  $z > 0$  con velocità  $v_z > 0$  assorbe un fotone proveniente dalla sorgente  $\sigma_-$  non appena lo spostamento Zeeman dei livelli è tale da portare il sottolivello  $m = -1$  in risonanza con la radiazione a frequenza  $\nu$ . I fotoni provenienti dalla sorgente  $\sigma_+$  vengono assorbiti dallo stesso atomo in misura minore in quanto hanno un'energia fortemente in disaccordo con l'unica transizione possibile al livello  $m = +1$ . Discorso simmetrico



vale per un atomo nella regione opposta. Questo fa sì che il momento netto trasferito dai fotoni spinga sempre gli atomi verso il centro della trappola dove il campo magnetico è nullo. La forza di pressione di radiazione sull'atomo è espressa dalla formula  $\vec{F}_{MOT} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-$ , dove i termini  $\vec{F}_\pm$  rappresentano i contributi dati dalle rispettive sorgenti di radiazione e sono

$$\vec{F}_\pm = \pm \frac{\hbar \vec{k} \gamma_{\parallel}}{2} \frac{S}{1 + S + [2(\delta \mp \omega_D \mp \mu' B / \hbar) / \gamma_{\parallel}]^2} \quad (2.3)$$

dove indichiamo con  $\mu' = (g_e m_e - g_g m_g) \mu_B$  il momento magnetico effettivo per la transizione,  $g_g (g_e)$  è il fattore di Landé;  $m_g (m_e)$  il numero quantico del sottolivello;  $\omega_D = -\vec{k} \vec{v}$  lo spostamento Doppler; mentre il termine  $\mu' B / \hbar = \omega_Z$  lo spostamento Zeeman. Notiamo che per grandi valori del disaccordo  $\delta \gg |\omega_D|, |\omega_Z|$  possiamo ridurre la formula della forza  $\vec{F}_{MOT}$  precedente alla forma

$$\vec{F}_{MOT} \cong -\beta \vec{v} - \xi \vec{r} \quad (2.4)$$

dove indichiamo

$$\begin{cases} \beta = \frac{8\hbar k^2 \delta S}{\gamma_{\parallel} [1 + S + (2\delta / \gamma_{\parallel})^2]^2} \\ \xi = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\mu' \beta}{\hbar k} \end{cases} \quad (2.5)$$

Gli atomi nella MOT sentono una forza identica a quella di un oscillatore armonico smorzato e la loro velocità viene ridotta fino al limite imposto dall'emissione spontanea di un fotone, noto come limite Doppler

$$T_D = \frac{\hbar \gamma_{\parallel}}{K_B 2} \quad \text{per} \quad \delta = -\frac{\gamma_{\parallel}}{2} \quad (2.6)$$

che per il nostro campione di atomi di rubidio è dell'ordine  $T_D \simeq 150 \mu K$ . Per raffreddare atomi a temperature inferiori sono necessarie tecniche differenti di raffreddamento *Sub-Doppler* quali per esempio il raffreddamento per effetto Sisifo o evaporativo, che non sono trattate in questa tesi ma che permettono di raggiungere temperature dell'ordine del nanokelvin.

## 2.3 La Trappola Magneto Ottica a Pisa

Le MOT utilizzate in questa Tesi possono essere considerate molto piccole se confrontate con quelle tipicamente utilizzate negli esperimenti sui gas ultrafreddi. Le dimensioni tipiche variano da una poche decine di  $\mu m$  fino a circa un centinaio di  $\mu m$  variando a seconda delle necessità dei singoli esperimenti. La tipica densità massima al centro della nube di atomi è di  $n_0 = 10^{10} \div 10^{11} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3}$  (densità di picco).

La realizzazione di MOT così piccole e stabili richiede una cura particolare nell'allineamento dei fasci di raffreddamento e gradienti di campo magnetico molto elevati ( $\sim 10\text{G/cm}$ ) ma trova la sua giustificazione nei limiti del nostro sistema di rivelazione come spiegato nel paragrafo 2.7.

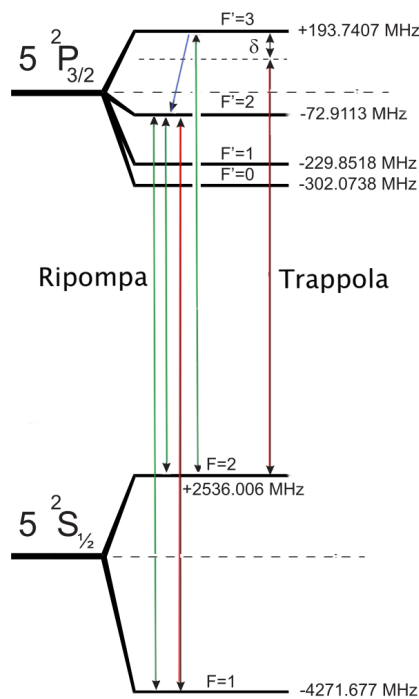


FIGURE 2.2: Schema dei livelli interessati nel processo di cattura degli atomi nella MOT. Le transizioni risonanti con i laser di trappola e di ripompa sono segnate in rosso. I decadimenti spontanei in verde. Notare che le distanze tra i livelli non sono in scala.

L'apparato sperimentale prevede due celle di quarzo (A, B) di dimensione  $V_A = 80 * 47 * 47\text{mm}$  e  $V_b = 70 * 24 * 18\text{mm}$ , poste a distanza  $L = 20\text{cm}$  e connesse da un tubo di vetro di diametro interno di  $12\text{cm}$ .

Nelle celle viene creato il vuoto grazie a due pompe ioniche *Varian* che portano la pressione interna a raggiungere  $p_A = 10^{-8}\text{mbar}$  e  $p_B = 10^{-10}\text{mbar}$ .

Le MOT nelle due celle hanno geometrie e funzioni differenti. La prima  $MOT_{2D}$  è formata da quattro fasci contro propaganti a  $780nm$ , gli atomi vengono raffreddati in due sole dimensioni e trasferiti nella seconda cella (  $MOT_{3D}$  formata da sei fasci contro propaganti, sempre a  $780nm$  ) tramite la pressione di radiazione di un fascio di spinta risonante con la transizione  $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F = 3\rangle$ . Questo crea un flusso di atomi costantemente trasferiti dalla MOT 2D a quella 3D. Questo schema a doppia MOT permette di avere un campione stabile a temperatura data dal limite Doppler del rubidio, dell'ordine  $T_D \simeq 150\mu K$ .

Le sorgenti laser utilizzate nel processo di cattura degli atomi nella MOT sono due: un laser di *trappola* ed uno di *ripompa*, entrambi in configurazione master e slave. Lo schema dei livelli utilizzati per intrappolare gli atomi è riportato in figura 2.3. Il confinamento degli atomi avviene grazie al laser di trappola, messo in risonanza con la transizione  $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$ . Gli atomi in quest'ultimo livello possono decadere spontaneamente solo nel livello di partenza grazie alle regole di selezione  $\Delta F = 0, 1$ . Si deve considerare che, grazie a processi non radiativi, esiste un accoppiamento tra i livelli  $|5P_{3/2}; F' = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 2\rangle$ . Un atomo in quest'ultimo livello decade velocemente ( $\tau < 30ns$ ) o nel livello di partenza oppure nel livello  $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$  non risonante con la radiazione del laser di trappola. Per non escludere dal processo di cattura gli atomi in questo livello, vengono nuovamente eccitati dalla radiazione laser di ripompa messa in risonanza con la transizione  $|5S_{1/2}; F = 1\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 2\rangle$ . Questo ciclo permette di confinare e raffreddare gli atomi di rubidio in una trappola magneto ottica fino alla temperatura di  $T \sim 150\mu K$ . La MOT viene monitorata durante gli esperimenti attraverso la fluorescenza degli atomi da una camera CCD posta in prossimità della cella a vuoto ( vedi figura 2.3 ).

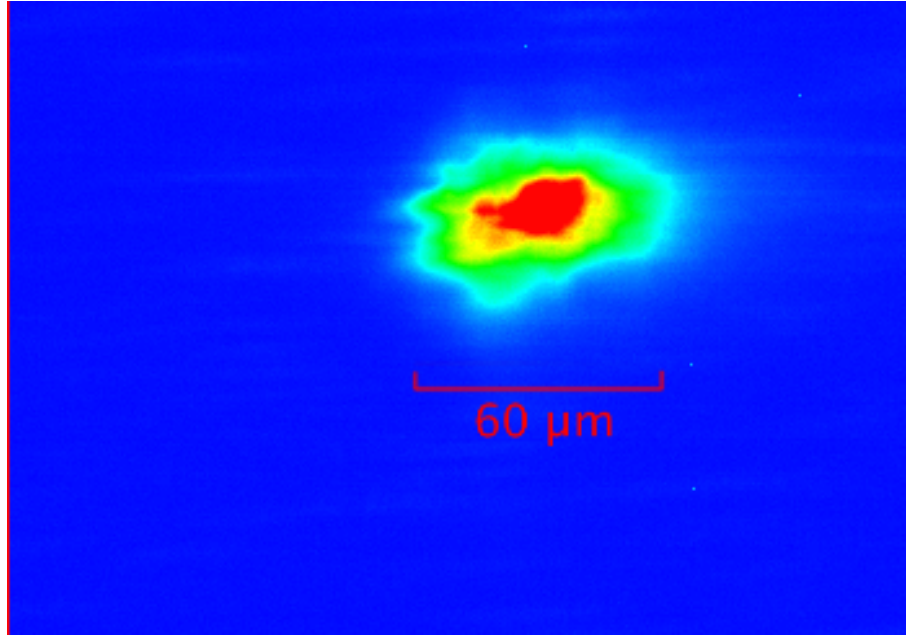


FIGURE 2.3: Immagine della MOT data dalla camera CCD. Da questa immagine si ricavano tramite un Fit gaussiano i valori  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  mentre  $\sigma_z = \sqrt{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ . I colori mostrano l'andamento della densità di atomi, il fondo è indicato con il blu mentre la densità massima con il rosso.

## 2.4 Eccitazione allo stato Rydberg e configurazioni sperimentali 3D e 1D

Lo stato Rydberg utilizzato negli esperimenti svolti in questa Tesi è lo stato  $70S$ . La scelta di questo stato comporta alcune semplificazioni: data la simmetria sferica della funzione d'onda dell'elettrone in questo stato si possono considerare le interazioni di tipo isotropo, inoltre il particolare valore del coefficiente  $C_6 = 1.2THz\mu m^6$  è tale da rendere molto visibili gli effetti di bloccaggio e, come descritto nel Capitolo 5, di facilitazione.

La transizione necessaria per raggiungere lo stato di Rydberg è:

$$|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |70S_{1/2}\rangle \quad (2.7)$$

dove la struttura fine dello stato eccitato viene trascurata.

Il livello di Rydberg viene raggiunto tramite uno schema di eccitazione a due fotoni:

- una sorgente laser  $\lambda = 421nm$  eccita l'atomo dal livello fondamentale al livello  $5S_{1/2}$  al livello  $6P_{3/2}$ . Una eccitazione risonante con questa transizione può portare all'assorbimento di due fotoni e la ionizzazione dell'atomo. Questa tecnica di ionizzazione viene utilizzata più avanti nella descrizione del fascio di depompaggio

per avere informazioni sulla densità del campione di atomi. Durante l'eccitazione allo stato di Rydberg questa ionizzazione viene evitata impostando un disaccordo in energia  $\delta_{Blu}$  tale da ridurre la popolazione del livello  $6P_{3/2}$ .

- La seconda sorgente laser  $\lambda = 1012nm$  fornisce l'energia mancante al raggiungimento dello stato  $70S$  come mostrato in figura 2.4

Entrambe le sorgenti laser sono in configurazione *Master e Slave* in modo da garantire maggiore potenza. I valori massimi tipici misurati delle due sorgenti in prossimità della cella a vuoto dove è contenuto il campione di atomi sono:  $Pot(1012nm) \simeq 130mW$  e  $Pot(421nm) \simeq 10mW$ . Queste potenze possono essere indipendentemente controllate da Computer attraverso gli AOM posti sul cammino ottico dei laser. Detto  $\delta$  il valore del disaccordo con lo stato di Rydberg,  $\Omega_{Blu}$  e  $\Omega_{IR}$  la frequenza di Rabi delle singole sorgenti a  $421nm$  e  $1012nm$  rispettivamente, il processo di eccitazione a due fotoni ha una frequenza di Rabi generalizzata pari a

$$\Omega = \sqrt{\frac{\Omega_{Blu}^2 \Omega_{IR}^2}{4\delta_{Blu}^2} + \delta^2} \quad (2.8)$$

e nel corso del testo viene riportato sempre il valore di questa quantità nel caso risonante.

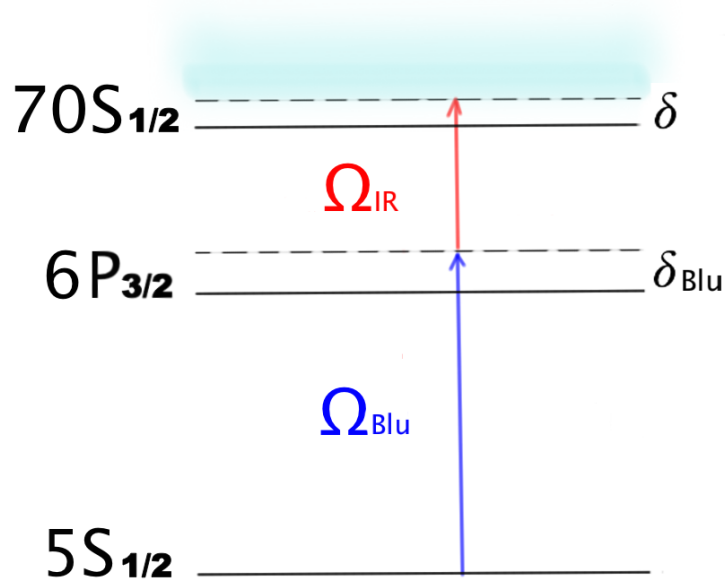


FIGURE 2.4: Schema di eccitazione a due fotoni allo stato Rydberg. La prima transizione in blu è data da una sorgente laser  $421nm$ . Il disaccordo  $\delta$  riduce la popolazione dello stato intermedio. La seconda transizione in rosso popola lo stato di Rydberg.

L'apparato sperimentale consente due configurazioni sperimentali molto differenti a seconda della sovrapposizione dei due fasci laser a  $1012nm$  e  $421nm$ : una con fasci copropaganti e una con fascio  $421nm$  focalizzato. La configurazione con fasci copropaganti è molto semplice, i cammini ottici dei due fasci vengono sovrapposti prima di entrare nella cella a vuoto. Il volume di interazione è determinato dalla corretta sovrapposizione dei due e dalle dimensioni dei singoli dei fasci, che supponiamo costanti nell'estensione della MOT per semplificare, pari a  $w_{Blu} \simeq 40\mu m$  e  $w_{IR} \simeq 110\mu m$  rispettivamente. Considerando le dimensioni tipiche della MOT e le distanze caratteristiche studiate nel corso di questi esperimenti ( per esempio  $r_b \simeq 10\mu m$ ) questa configurazione viene detta 3D.

Per quanto riguarda la configurazione con fascio  $421nm$  focalizzato, questo viene sovrapposto con il fascio  $1012nm$  con un angolo di  $45^\circ$  nella cella a vuoto , inoltre il waist del fascio  $421nm$  è ridotto a soli  $6\mu m$  a causa della focalizzazione. Il volume di interazione viene approssimato con quello di un cilindro di base  $S = 4\pi w_{Blu}^2$  e altezza  $\sqrt{2}w_{IR}$ . In questo caso calcoliamo il numero di atomi in esso contenuti, il quale deve tenere conto dell'andamento della densità di atomi nello spazio. Supponiamo un andamento gaussiano della densità di atomi del tipo

$$n(x, y, z) = n_0 e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2}} e^{-\frac{y^2}{\sigma_y^2}} e^{-\frac{z^2}{\sigma_z^2}} \quad (2.9)$$

Il numero totali di atomi nella MOT è

$$N_{at} = \int \int \int n_0 e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2}} e^{-\frac{y^2}{\sigma_y^2}} e^{-\frac{z^2}{\sigma_z^2}} dx dy dz \quad (2.10)$$

Supponiamo che le intensità dei fasci seguano la legge

$$I_j = I_{0,j} \cdot e^{-\frac{2r^2}{\sigma_j^2}} \quad j = IR, Blu \quad (2.11)$$

Dato il numero  $N_{at}$  totale di atomi contenuti nella MOT, possiamo definire la frazione di atomi  $N_{int}$  nel volume di interazione dalla formula

$$N_{int} = N \operatorname{Erf} \left( \frac{\sqrt{2}\sigma_{Blu}}{\sigma_y} \right) \cdot \operatorname{Erf} \left( \frac{\sqrt{2}\sigma_{Blu}}{\sigma_z} \right) \cdot \operatorname{Erf} \left( \frac{2\sigma_{IR}}{\sigma_y} \right) \quad (2.12)$$

Si deve notare che per MOT di piccole dimensioni, per esempio  $V = 60\mu m * 50\mu m * 50\mu m$ , gli atomi nel volume di interazione sono solo  $3 \div 4\%$  del numero totale. Questo deve essere tenuto in considerazione ogni volta che vengono calcolate quantità che dipendono dal numero di atomi sottoposte a radiazione laser.

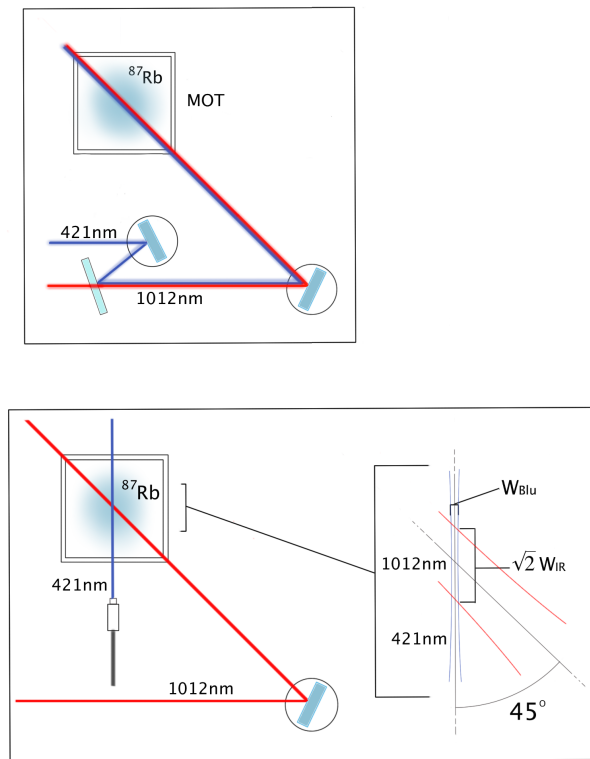


FIGURE 2.5: Schema semplificato delle configurazioni 3D e 1D, molti elementi ottici sono omessi, grandezze non in scala, la sovrapposizione dei due fasci individua il volume di interazione. Sopra: configurazione 3 dimensionale. Il cammino ottico dei due fasci  $421nm$  e  $1012nm$  sono copropaganti e si sovrappongono già prima della camera a vuoto. Sotto: Il fascio laser a  $421nm$  viene iniettato in fibra e portato di fronte alla cella a vuoto. Il fascio laser a  $1012nm$  incrocia l'asse ottico del focalizzato in corrispondenza della MOT con un angolo di  $45^\circ$ .

## 2.5 Il Fascio di depompaggio: Procedura Sperimentale per la variazione della densità

Molti degli esperimenti descritti in questa tesi richiedono la variazione controllata della densità del campione di atomi di Rb. In questa sezione viene presentata una tecnica sperimentale semplice ed efficace, che permette un controllo della densità su diversi ordini di grandezza.

Il punto principale di questa tecnica consiste nell'osservare che gli atomi nel livello  $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$  sono, in assenza del laser di ripompa, completamente esclusi sia dal processo di confinamento, descritto nel capitolo precedente, sia dal processo di eccitazione allo stato Rydberg. Pur essendo sempre fisicamente presenti nella MOT, gli atomi in questo livello sono trasparenti alla radiazione di eccitazione allo stato  $70S$  a

causa del forte disaccordo in energia ( $\sim 6,8GHz$ ). Possiamo incrementare la popolazione del livello  $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$  attraverso una radiazione risonante con la transizione  $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 2\rangle$ , *Fascio di Depompaggio*. Il breve tempo di vita media del livello  $\tau < 30ns$  assicura un rapido decadimento dell'atomo sia nel livello  $|5S_{1/2}; F = 2\rangle$  sia nel livello  $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$ , secondo i termini di accoppiamento  $S_{22}$  e  $S_{21}$  rispettivamente.

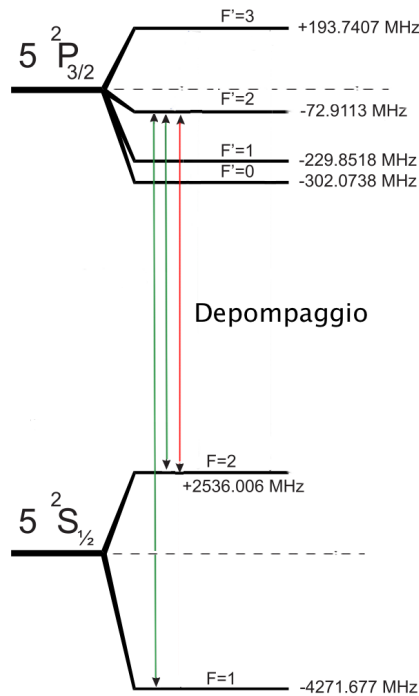


FIGURE 2.6: Schema dei livelli interessati nella procedura di depompaggio. Attraverso il decadimento spontaneo, gli atomi vengono pompati nel livello  $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$ . Questo porta a una riduzione della densità effettiva degli atomi coinvolti nel processo di eccitazione allo stato 70S.

Come gli altri fasci laser, il fascio di depompaggio viene acceso e spento attraverso un AOM. L'impulso risultante illumina il campione di atomi nella MOT per un tempo variabile  $\tau_{Clean}$ . Questo porta ad una diminuzione della densità effettiva degli atomi di Rb e permette lo studio della dinamica degli atomi di Rydberg in diversi regimi di densità. Per misurare l'efficienza del processo di depompaggio si deve misurare la densità degli atomi nella MOT dopo diversi tempi di interazione  $\tau_{Clean}$  avendo spento il fascio di ripompa al livello  $|5P_{3/2}; F' = 2\rangle$ .

Per misurare la densità del campione, il fascio a  $421nm$  in configurazione copropagante viene posto a risonanza con la transizione  $|5S_{1/2}\rangle \rightarrow |6P_{3/2}\rangle$  non appena l'interazione con il fascio di depompaggio è terminata. Questo permette di ionizzare gli atomi di rubidio grazie all'assorbimento di due fotoni ( $421nm$ ). L'efficienza del processo di depompaggio viene misurata dalla variazione del numero di ioni prodotti ( $N_{Ioni}$ ) assumendo che



questo numero sia proporzionale alla densità stessa degli atomi. In figura 2.7 viene riportata una misura tipica dell'efficienza del processo di depompaggio. L'interazione avviene in modo uniforme su tutto il campione di atomi considerando le grandezze tipiche della MOT e uno spot del fascio di depompaggio dell'ordine  $1\text{cm}^2$ . Grazie a questa tecnica è possibile variare la densità degli atomi di  $3 \div 4$  ordini grandezza in tempi dell'ordine del microsecondo.

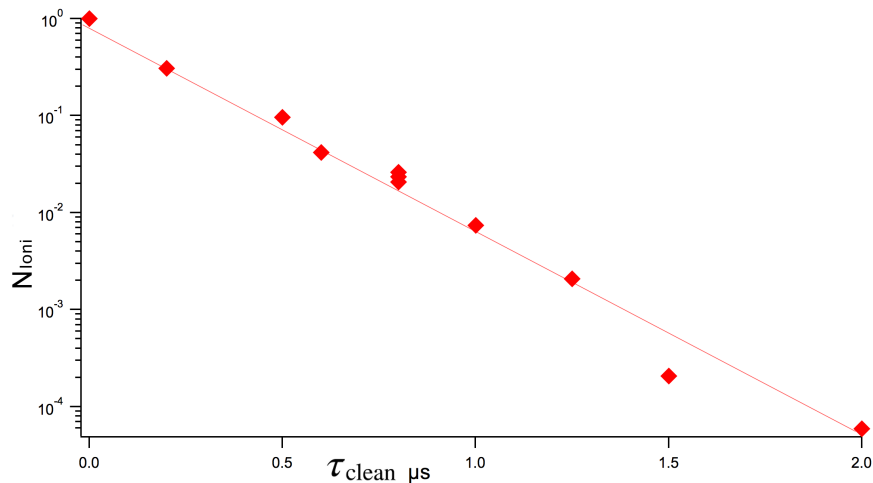


FIGURE 2.7: Misura efficienza del fascio di depompaggio; viene riportato, in scala logaritmica, il numero di ioni  $N_{\text{Ioni}}$  dovuti all'assorbimento di due fotoni a  $421\text{nm}$ , che si suppone proporzionale alla densità, in funzione del tempo di interazione  $\tau_{\text{Clean}}$ . La curva rossa serve per guidare l'occhio e facilitare la lettura del grafico.

## 2.6 Procedura sperimentale per la creazione del seed

In questa Sezione si descrive come è possibile creare un singolo atomo di Rydberg ( *seed* ) per la successiva evoluzione con creazione di un numero alto di atomi di Rydberg.

Un impulso laser di durata  $\Delta\tau$  viene diviso in due parti a frequenza diversa  $\nu$  e  $\nu + \delta\nu$ , una prima parte su risonanza al fine di creare il seed e una seconda fuori risonanza che rappresenta la fase di facilitazione. Possiamo impostare l'inizio  $\tau_0$  e durata dell'impulso a piacimento. Negli esperimenti analizzati in questa tesi vengono utilizzate due configurazioni distinte.

Una prima configurazione permette un salto in frequenza fino a  $30\text{Mhz}$ . Questo non è un limite assoluto, ma è dettato sia dall'efficienza del modulatore acusto ottico (AOM) sia dallo spostamento dal cammino ottico dei fasci diffratti dovuto al cambio della RF. In questa configurazione abbiamo un impulso quadro di durata  $\delta t$  e inizio  $\tau_0$ . Questo impulso viene inviato ad un AOM che funge da interruttore per la radiazione laser a  $421\text{nm}$ . L'elemento che determina maggiormente la precisione con cui accendiamo

o spegniamo gli impulsi è proprio l'AOM ( $\sim 100ns$ ). Per avere eccitazione allo stato Rydberg 70S, l'atomo deve assorbire anche il fotone proveniente dalla radiazione  $1012nm$ , anche questo regolato da un AOM. Impostiamo un salto nella radio frequenza (RF) in ingresso in questo secondo AOM al tempo  $\tau_\nu$ , tramite una apposita funzione nel generatore d'onda, corrispondente al disaccordo in energia voluto  $\delta = \delta\nu$ . Il salto avviene in circa  $200ns$  con continuità di fase. In questo modo la radiazione che attraversa questo AOM, e quindi l'eccitazione complessiva, sono divise in due fasi a frequenza diversa. La fase risonante, in cui viene creato il seed, è definita dalla differenza  $\tau_{seed} = \tau_\nu - \tau_0$ . Il resto dell'eccitazione avviene fuori risonanza  $\delta > 0$ . In figura 2.8 viene riportato uno schema che rappresenta questa prima configurazione.

Per ottenere valori del disaccordo più grandi utilizziamo una configurazione diversa. L'impulso a  $421nm$  come nel caso precedente ha una durata di  $\delta t$  e inizio  $\tau_0$ , per la radiazione  $1012nm$  viene predisposto un cammino ottico che permetta di illuminare il campione sia con l'ordine di diffrazione  $m = 0$  sia con l'ordine  $m = -1$ . Questi due ordini hanno una differenza in frequenza  $\nu_{RF}$  pari alla RF in ingresso ( $\nu \rightarrow \nu + m\nu_{RF}$ ), per il nostro sistema fino a  $80MHz$ . Quando l'AOM viene acceso, il fascio  $1012nm$  viene diffratto e l'ordine "-1" illumina il campione per un tempo  $\tau_{seed}$ . La frequenza del laser viene regolata in modo da avere questo ordine risonante con la transizione allo stato Rydberg. Spegnendo l'AOM il campione viene illuminato solo dall'ordine "0" ad una frequenza più alta, spostata verso il blu. Anche in questo modo si ottengono due parti dell'impulso a frequenza diversa: una risonante (ordine "-1") e una fuori risonanza  $\delta = 80MHz$  (ordine "0"). Lo schema è riportato in figura 2.9.

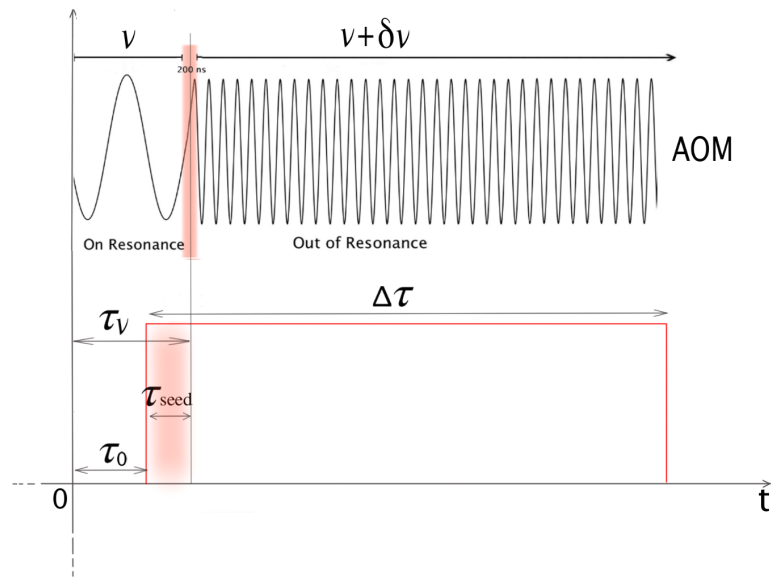


FIGURE 2.8: Schema del salto in frequenza nel generatore d'onda e dell'impulso quadro. L'impulso ha durata  $\Delta\tau$  ha inizio a  $\tau_0$ . Il salto in frequenza  $\nu \rightarrow \nu + \delta\nu$  avviene al tempo  $\tau_\nu$  mentre il tempo di eccitazione su risonanza è definito dalla differenza  $\tau_{seed} = \tau_\nu - \tau_0$

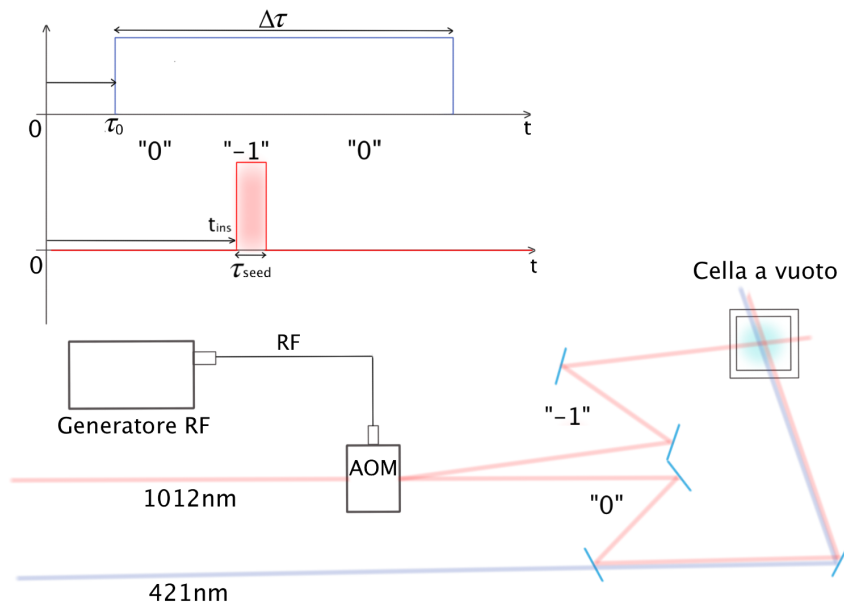


FIGURE 2.9: Schema della configurazione con due ordini della radiazione infrarossa  $1012\text{nm}$ . L'eccitazione allo stato Rydberg ha inizio con l'impulso laser a  $412$ ,  $\tau_0$  di durata  $\Delta\tau$ . L'AOM viene acceso al tempo  $t_{ins}$  per un tempo  $\tau_{seed}$  e definisce il tempo di eccitazione su risonanza alla frequenza  $\nu - \nu_{RF}$ . La frequenza dei laser viene regolata in modo da avere l'ordine  $m = -1$  risonante con la transizione allo stato Rydberg. Una volta spento l'ordine  $m = 0$  illumina fuori risonanza il campione di atomi con una frequenza  $\nu$

## 2.7 Rivelazione degli atomi di Rydberg

Per rivelare gli atomi nello stato di Rydberg presenti nella MOT, viene utilizzato un campo di ionizzazione. Essendo stati con numero quantico principale  $n$  molto alto, gli atomi di Rydberg vengono ionizzati facilmente, in quanto il campo di ionizzazione classico è proporzionale a  $E_{Ion} \propto 1/n^4$ .

Per lo stato utilizzato in questi esperimenti ( 70S ) il campo può essere calcolato utilizzando la formula 1.4 introdotta nel Capitolo 1, considerando anche il termine di correzione  $\delta_{n,l,j}$  al numero quantico principale dato dalla *Quantum Defect Theory*. Il termine di correzione per  $n > 20$  si può stimare dalla formula [20]:

$$\delta(n) = \delta_0 + \frac{\delta_2}{(n - \delta_0)^2} \quad (2.13)$$

dove  $\delta_0 = 3.131$  e  $\delta_2 = 0.178$  sono costanti misurate per lo stato  $nS_{1/2}$ .

Per lo stato di Rydberg utilizzato in questi esperimenti  $n = 70$  (  $n - \delta_{n,l,j} \simeq 66,9$  ) il campo di ionizzazione calcolato è pari a  $E_{Ion} \sim 16$  V/cm. Scegliendo un valore del campo elettrico appena superiore a  $E_{Ion}$  si può ionizzare gli atomi nello stato di Rydberg riducendo il problema della rivelazione a quello di particelle cariche.

Una volta ionizzati possiamo utilizzare campi elettrici per muovere gli atomi di Rydberg dalla cella a vuoto verso un elettromoltiplicatore (*Channeltron*). La funzione principale di un elettromoltiplicatore è quella di amplificare un piccolo segnale di carica in modo da renderlo misurabile. Il segnale amplificato viene inviato a un oscilloscopio elettronico che registra il segnale. Il segnale tipico osservato dallo stato 70S è mostrato in figura 2.10. L'oscilloscopio è poi collegato ad un computer ed il segnale viene elaborato da un programma apposito che conta il numero di picchi presenti.

Un limite del nostro apparato di rivelazione è dato dalla distanza minima che due picchi devono avere per essere considerati distinti. Oltre un certo numero di ioni ( $N_{max} = 30 \div 40$ ) i tempi di arrivo nel rivelatore sono tali da non poter essere distinti. Per evitare questa saturazione del segnale il numero  $N_{at}$  di atomi nella MOT viene scelto in modo che il numero di ioni sia tale da non raggiungere mai il numero massimo  $N_{max}$ .

L'efficienza complessiva  $\eta$  dell'apparato di rivelazione è stata determinata precedentemente nell'articolo [4] attorno a 0.4. Vale quindi la seguente relazione tra il numero  $\langle N \rangle$  di atomi Rydberg rivelati e quelli  $\langle N_{Ryd} \rangle$  prodotti nel campione

$$\langle N_{Ryd} \rangle = \langle N \rangle / \eta \quad (2.14)$$

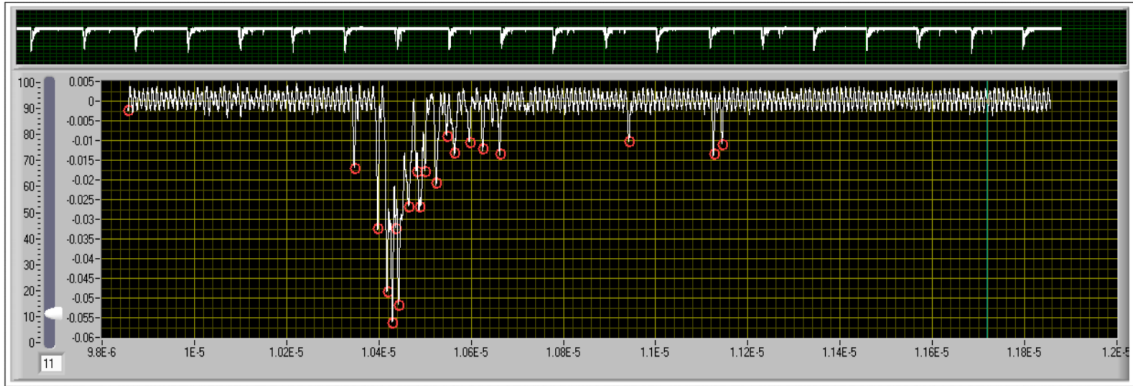


FIGURE 2.10: Segnale degli ioni osservato sull'oscilloscopio elettronico ed inviato al computer. Il segnale viene poi analizzato ed estratta l'informazione sui conteggi tramite un apposito programma. L'asse verticale è proporzionale al segnale elettrico dovuto agli ioni mentre l'asse orizzontale indica i tempi di arrivo ( in  $s$  ) al rivelatore rispetto al tempo di trigger dato dall'accensione del campo di ionizzazione.

In questo lavoro di Tesi, se non esplicitamente indicato, si riportano sempre i valori rivelati sia per quanto riguarda il numero di atomi di Rydberg  $\langle N \rangle$  sia per quanto riguarda la varianza. Queste quantità sono legate a quelle osservate dalle relazioni riportate in appendice.

# Capitolo 3

## Crossover tra regime coerente e incoerente

### 3.1 Introduzione

In questo capitolo si vuole studiare l'effetto dei termini di rilassamento sulla dinamica di un campione di atomi di Rydberg a due livelli. Una trattazione rigorosa del problema richiede una teoria quantistica multi corpo, che va al di là degli scopi di questo lavoro di tesi; è comunque possibile ricavare alcuni andamenti e aspetti qualitativi della dinamica dei atomi in stati di Rydberg anche da un modello a singolo atomo.

La maggiore difficoltà per una trattazione quantistica multi corpo di un sistema fortemente interagente è data dalla crescita esponenziale dello spazio di Hilbert con il numero  $N$  di atomi. Alcuni sforzi sono stati fatti in questa direzione; per una radiazione coerente, è possibile risolvere l'equazione di Schrödinger solo per un numero limitato di atomi mentre nel regime fortemente dissipativo la *master equation* può essere approssimata da un'equazione di rate (RE) la cui base cresce solo linearmente con  $N$  [18]. Per sistemi con un grande numero di atomi, la trattazione resta difficoltosa e per queste ragioni sono state sviluppate differenti tecniche di simulazione numerica, come la MCWF [21] come approccio alternativo alla soluzione della *master equation*. In questo capitolo ci si propone di stimare il tempo di decoerenza  $t_{dec}$  del sistema di atomi in modo da giustificare l'ipotesi di incoerenza nei Capitoli successivi.

### 3.2 Modello a singolo atomo

Si considera quindi il sistema a *singolo* atomo a due livelli sottoposto ad una radiazione laser, con Omega di Rabi  $\Omega$  e si riprendono le equazioni di Bloch ottiche, OBE.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{eg} = -(\gamma_{\perp} - i\delta)\tilde{\rho}_{eg} + \frac{iw\Omega_0}{2} \\ \frac{d}{dt}w = -\gamma_{\parallel}(w + 1) - i\Omega_0(\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge}) \end{cases} \quad (3.1)$$

In assenza di termini di rilassamento [ $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel} = 0$ ], la popolazione nello stato eccitato oscilla tra  $|g\rangle$  e  $|e\rangle$  a frequenza  $\Omega$  attorno al valore stazionario  $\langle N_e \rangle = \frac{1}{2}$ , mentre se si introduce un rilassamento le oscillazioni sono smorzate fino al raggiungimento del valore stazionario.

Viene studiato il sistema di equazioni di Bloch in presenza di termini di rilassamento, in un regime dove le popolazioni cambiano molto lentamente rispetto alle coerenze, i.e.  $\gamma_{\parallel} \ll \gamma_{\perp}$ . Le coerenze quindi seguono *adiabaticamente* l'evoluzione delle popolazioni che risultano quasi stazionarie nel tempo  $\gamma_{\perp}^{-1}$ .

Il sistema di equazioni di Bloch viene risolto in questa *approssimazione adiabatica*,  $\frac{iw(t)\Omega}{2} \sim \tilde{c}$  dalla prima equazione 3.1 si ottiene

$$\tilde{\rho}_{eg} = -e^{-(\gamma_{\perp} - i\delta)t} \int \tilde{c} \cdot e^{(\gamma_{\perp} - i\delta)t} dt = \frac{\tilde{c}}{(i\delta - \gamma_{\perp})} \quad (3.2)$$

Sostituendo nell'equazione differenziale per l'inversione si ottiene

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_{eg} = i\frac{w\Omega}{2} \frac{1}{(i\delta - \gamma_{\perp})} \\ \frac{d}{dt}w = -\gamma_{\parallel}(w + 1) - \Omega^2 \left[ \frac{\gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp}^2 + \delta^2} \right] w \end{cases} \quad (3.3)$$

A questo punto, si risolve la seconda equazione per l'inversione con condizioni iniziali [ $w(0) = -1$ ]

$$w(t) = -\frac{\gamma_{\parallel}(\gamma_{\perp}^2 + \delta^2) + e^{-t(\gamma_{\parallel} + \frac{\gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp}^2 + \delta^2}\Omega^2)} \gamma_{\perp}\Omega^2}{\gamma_{\parallel}(\gamma_{\perp}^2 + \delta^2) + \gamma_{\perp}\Omega^2} \quad (3.4)$$

Da cui si ottiene il tasso caratteristico per il raggiungimento dello stato stazionario

$$\Gamma = \gamma_{\parallel} + \gamma_{\perp} \frac{\Omega^2}{\gamma_{\perp}^2 + \delta^2} \quad (3.5)$$

composto da due termini, il primo determinato dal rilassamento delle popolazioni, il secondo definito rate di eccitazione che dipende dal laser che agisce attraverso la frequenza di Rabi.

Nel limite di tempi lunghi  $t \gg \tau$  si raggiunge il valore stazionario per la popolazione media dello stato eccitato

$$\langle N_e \rangle = \frac{1}{2 + 2 \frac{\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\perp}} \left( \frac{\gamma_{\perp}^2 + \delta^2}{\Omega^2} \right)} \quad (3.6)$$

Questa equazione prevede che, nel limite tipico degli stati Rydberg di piccola emissione spontanea  $\gamma_{\parallel}$ , la popolazione dello stato eccitato raggiunga il valore  $1/2$  indipendentemente dal disaccordo. In figura 3.1 viene riportata una simulazione per le popolazioni del fondamentale  $5S_{1/2}$  e dell'eccitato  $70S_{1/2}$  con un termine di rilassamento sulle coerenze [ $\gamma_{\perp}/2\pi = 2MHz$  e una frequenza di Rabi  $\Omega/2\pi = 0.7MHz$ ]. Viene tenuto conto anche della popolazione dello stato intermedio  $6P_{3/2}$  e di altri fattori di perdita quali radiazione di corpo nero e ionizzazione.

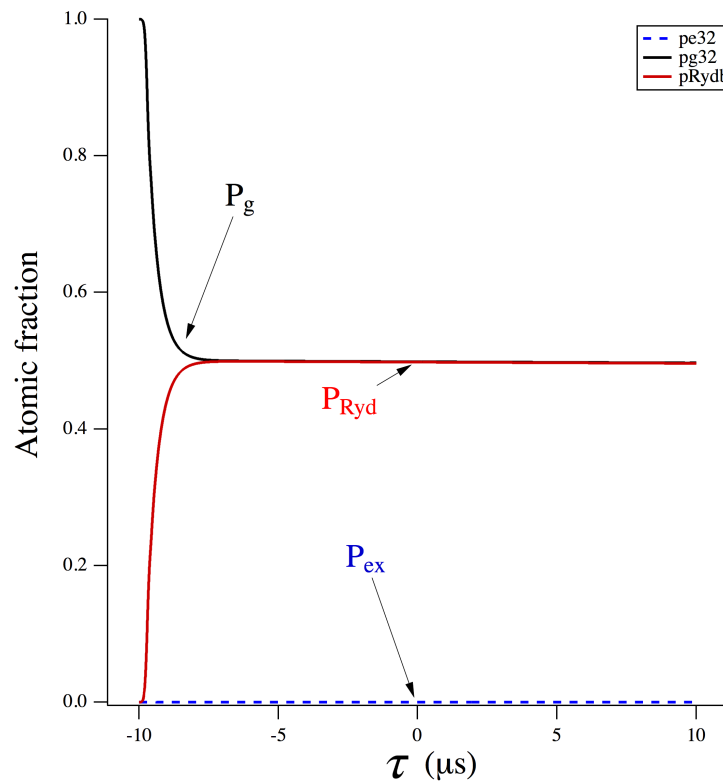


FIGURE 3.1: Simulazione numerica della dinamica delle eccitazioni nello stato Rydberg, nel caso super smorzato, [ $\gamma_{\perp}/2\pi = 2MHz$ ,  $\Omega/2\pi = 0.7MHz$ ]. Nella simulazione viene tenuto conto solo dell'accoppiamento con lo stato completamente simmetrico. La curva in nero rappresenta la popolazione dello stato fondamentale  $5S_{1/2}$  mentre la curva in rosso rappresenta la popolazione dello stato Rydberg eccitato  $70S_{1/2}$ . La popolazione dello stato intermedio  $6P_{3/2}$  viene indicata dalla curva tratteggiata blu.

Il modello sopra descritto si può applicare anche al super atomo trattandolo come un semplice sistema a due livelli con perdita di coerenza tra lo stato fondamentale e lo stato eccitato. In realtà questa è una approssimazione poiché il caso del super atomo è



più complesso in quanto l'andamento e lo stato stazionario dipendono diversamente dai termini di rilassamento  $\gamma_{\perp}$  e  $\gamma_{\parallel}$ .

Si considera il caso semplice di un solo super atomo in cui il campione è completamente bloccato (dimensione inferiore alla distanza di blockade) nelle ipotesi di totale assenza di termini di rilassamento ( $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel} = 0$ ).

Una radiazione coerente porta il sistema a compiere oscillazioni di Rabi collettive ( $\Omega_{coll}$ ) tra lo stato fondamentale  $|\varphi_0^j\rangle$  e lo stato Rydberg eccitato simmetrico del super atomo  $|\varphi_1^j\rangle$  con ampiezza data dal rapporto  $[\frac{\Omega_{coll}^2}{\Omega_{coll}^2 + \delta^2}]$ . La popolazione dello stato Rydberg entro il super atomo oscilla con frequenza di Rabi collettiva attorno al valore stazionario  $\langle N_r \rangle_{SS}$ .

Si può stimare il numero  $\tilde{N}$  di atomi all'interno del super atomo dalla formula

$$\tilde{N} = \frac{4\pi}{3} r_b^3(n) \cdot n \quad (3.7)$$

questo permette di calcolare la frequenza di Rabi collettiva  $\Omega_{coll} = \sqrt{\tilde{N}}\Omega$  con cui evolve il super atomo.

Mantenendo  $\gamma_{\perp} = 0$ , la presenza di un termine di rilassamento sulle popolazioni  $\gamma_{\parallel} \neq 0$  smorza le oscillazioni fino al raggiungimento dello stato stazionario, la cui popolazione media  $\langle N_r \rangle_{SS}$  è limitata superiormente da 1/2. In questo regime il super atomo si comporta esattamente come un singolo atomo a due livelli.

### 3.3 Crossover Regime Coerente/Incoerente

Dall'equazione 3.3 si nota che la dipendenza della dinamica dell'eccitazione Rydberg dalla frequenza di Rabi Omega è quadratica nel caso incoerente. Per verificare sperimentalmente la legge di scala temporale nel regime incoerente si è studiata la dinamica su risonanza con diverse potenze del laser quindi frequenze di Rabi. Il sistema è 3D in configurazione con fasci copropaganti. Il campione consiste in  $N = 70000$  atomi intrappolati in una trappola magneto ottica di volume  $V = [92, 4\mu m * 42, 9\mu m * 62, 9\mu m]$ . I dati in figura 3.2 mostrano buon accordo con la legge di scala temporale prevista dalla teoria nel regime incoerente ( $t \cdot \frac{\Omega^2}{\gamma_{\perp}}$ ).

Per completezza si riportano [figura 3.3] gli stessi dati scalati utilizzando la legge di scala temporale prevista nel regime coerente ( $t \cdot \Omega$ ) e si vede chiaramente che un tale scaling non si applica al regime incoerente.

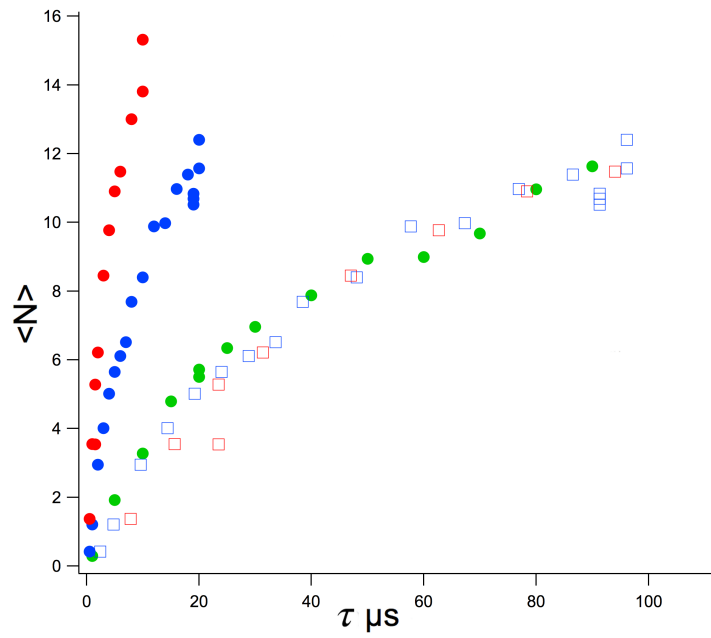


FIGURE 3.2: Dinamica su risonanza con diverse potenze del fascio a  $421nm$  al fine di variare la frequenza di Rabi; [Punti Rossi] $\Omega/2\pi = 386kHz$ , [Punti Blu] $=\Omega/2\pi = 207kHz$ , [Punti Verdi] $=\Omega/2\pi = 98kHz$ . I punti rappresentati dai quadri vuoti sono riportati usando tempi riscalati con il fattore di scaling previsto nel regime incoerente  $\frac{\Omega^2}{\gamma_{\perp}}$ . Numero di atomi  $N_{at} = 70000$ ; MOT  $V = 92\mu m \times 43\mu m \times 62\mu m$ .

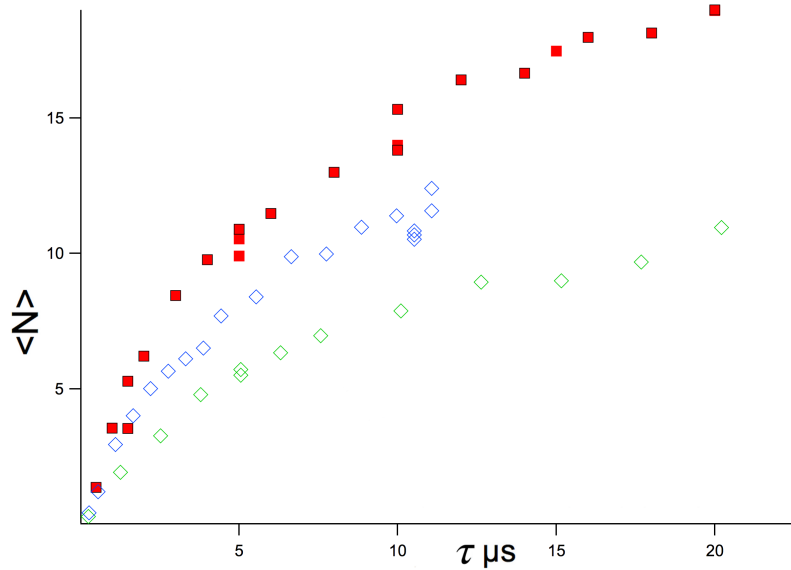


FIGURE 3.3: Dinamica su risonanza con diverse potenze del fascio a  $421nm$  al fine di variare la frequenza di Rabi; [Punti Rossi] $\Omega/2\pi = 386kHz$ , [Punti Blu]  $\Omega/2\pi = 207kHz$ , [Punti Verdi]  $\Omega/2\pi = 98kHz$ . I punti rappresentati dai quadri vuoti sono riportati usando tempi riscalati linearmente con  $\Omega$ . Numero di atomi  $N_{at} = 70000$ ; MOT  $V = 92\mu m \times 43\mu m \times 62\mu m$ .

Per poter osservare la dinamica nel regime coerente, che è limitato dalla larghezza del laser, bisogna concentrare le misure nei primi microsecondi, per questa ragione le potenze dei laser sono state regolate in modo da avere frequenze di Rabi più alte. In figura 3.4 l'asse temporale è stato riscaldato linearmente con la frequenza di Rabi. L'accordo tra le varie curve si protrae fino al tempo  $t_{dec} = [1 \div 2]\mu s$  coerentemente con le misure effettuate in precedenza dal gruppo di ricerca e pubblicate in PRL 2012 [9].

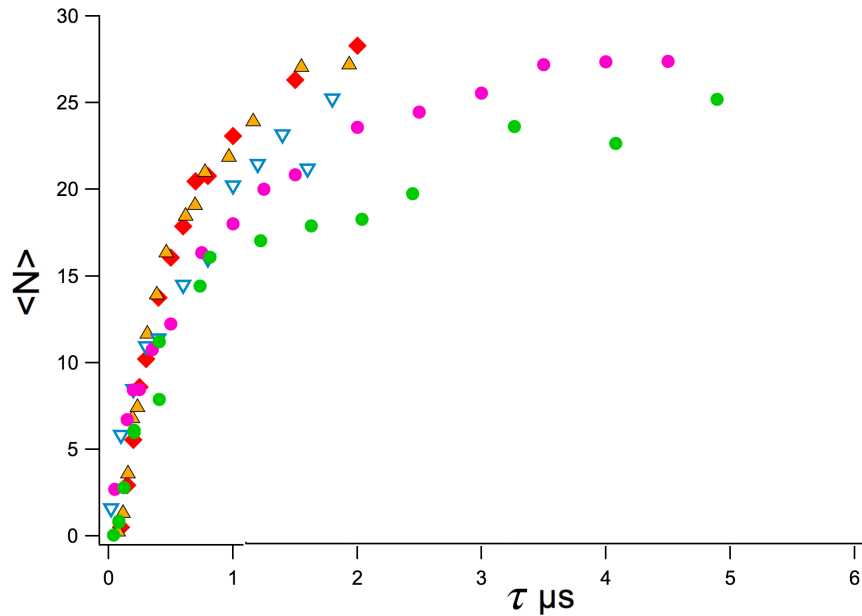


FIGURE 3.4: Dinamica su risonanza con diverse potenze del fascio a  $421nm$  al fine di variare la frequenza di Rabi; [Diamanti Rossi]  $\Omega/2\pi = 982kHz$ , [Triangoli Arancioni]  $\Omega/2\pi = 749kHz$ , [Punti Verdi]  $\Omega/2\pi = 353kHz$ , [Punti Magenta]  $\Omega/2\pi = 184kHz$ , [Triangoli Blu]  $\Omega/2\pi = 122kHz$ . I tempi sono stati riscaldati linearmente con la frequenza di Rabi  $\Omega$ . Numero di atomi  $N_{at} = 162000$ ; MOT  $V = 109\mu m \times 55\mu m \times 77\mu m$ .

Nella seconda parte dell'esperimento si vuole mostrare come il cambio di pendenza dovuto al crossover tra il regime coerente e incoerente avvenga a un tempo  $t_{dec}$  compatibile con quello ricavato dalla teoria singolo atomo precedente. Inoltre, nel regime coerente, la teoria del super atomo prevede una dipendenza del tipo  $\sqrt{\tilde{N}}$  della frequenza di Rabi collettiva. Per questo motivo viene esaminata la dinamica per diversi valori della densità al fine di variare il numero  $\tilde{N}$  di atomi all'interno del super atomo.

L'esperimento utilizza la configurazione 3D con fasci co-propaganti di potenza,  $Pot_{Blu} = 12.34mW$  e  $Pot_{IR} = 134.8mW$ , con un valore del disaccordo dallo stato intermedio  $\delta_{Blu} = 880MHz$ , risonante con lo stato Rydberg 70 S. Il processo avviene con una frequenza di Rabi (singolo atomo) di  $\Omega/2\pi \simeq 740kHz$ .

Un campione di  $N = 101000$  atomi di rubidio viene confinato in una trappola magneto ottica di volume ( $V = 71,3\mu m * 45,5\mu m * 57,0\mu m$ ). Per variare la densità si è cambiato il tempo di interazione col fascio di *depomaggio* partendo da una densità di picco di

$n_0 = 1 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-3}$ . In questo modo si riesce a studiare l'evoluzione del sistema per diversi valori del numero  $\tilde{N}$  di atomi per sfera di blockade.

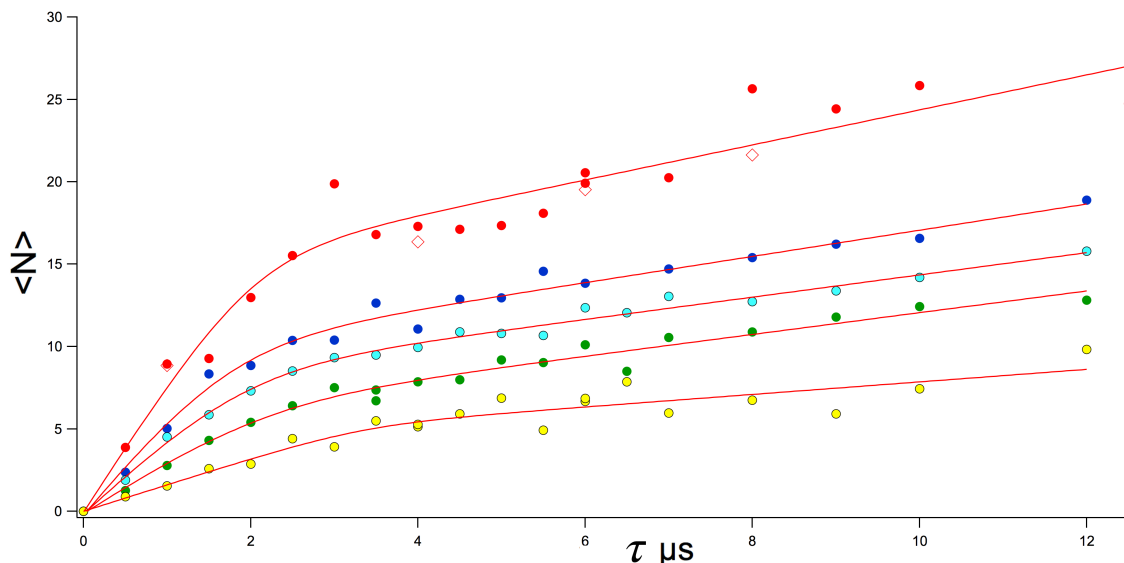


FIGURE 3.5: Sistema 3D; Dinamica su risonanza per diversi valori di densità, dati fittati con la curva 3.8: Punti [Rossi]  $n_0 = 4.1 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\tilde{N} = 800$ ; Punti [Blu]  $n_0 = 1.3 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\tilde{N} = 130$ ; Punti [Celesti]  $n_0 = 3.7 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-3}$ ,  $\tilde{N} = 50$ ; Punti [Verdi]  $n_0 = 1.6 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$ ,  $\tilde{N} = 25$ ; Punti [Gialli]  $n_0 = 1.2 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$ ,  $\tilde{N} = 20$ ; Numero di atomi  $N_{at}=119000$ ;  $V = 74\mu\text{m} \times 48\mu\text{m} \times 60\mu\text{m}$ ,  $n_0 = 1 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-3}$ , frequenza di Rabi  $\Omega/2\pi = 740 \text{kHz}$ ; tempo di vita decoerenza medio  $\bar{\tau}_{dec} = 2.1 \pm 0.8 \mu\text{s}$

In figura 3.5 sono riportati i fit dei dati utilizzando una funzione creata *ad hoc*, dove le due pendenze di eccitazione cambiano dolcemente (sigmoide) attorno ad un tempo di decoerenza  $t_{dec}$ .

$$f(t) = t \cdot \left[ \alpha_0 + \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{1 + \exp \frac{t_{dec} - t}{\Delta t}} \right] \quad (3.8)$$

Le due pendenze ( $a_0$ ,  $a_1$ ) e tempo  $t_{dec}$  sono inseriti come parametro nella funzione di fit. In figura 3.6 sono riportati i risultati dei fit per i tempi di decoerenza  $t_{dec}$ , per il parametro  $\Delta t$  e per le pendenze nel regime incoerente  $a_1$  e coerente  $a_0$ . I dati relativi alle pendenze nel regime coerente sono identici all'andamento  $\sim \sqrt{\tilde{N}}$  previsto dalla teoria del super atomo.

### 3.4 Conclusioni

In questo Capitolo dopo aver verificato la legge di scala temporale nel regime coerente ed incoerente, si è stimato il tempo di decoerenza  $t_{dec} \simeq 2 \div 3 \mu\text{s}$ . Il tempo di decoerenza è limitato superiormente dalla larghezza di riga del laser che stimiamo attorno a mezzo megahertz. Nel regime coerente la dipendenza della dinamica dalla densità è in accordo

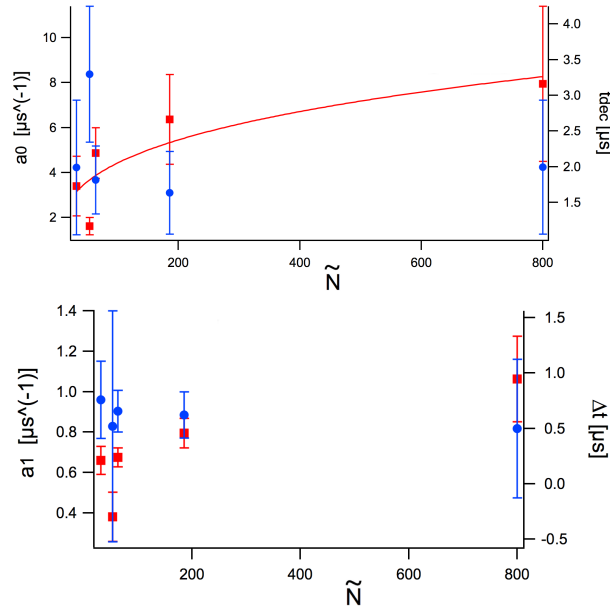


FIGURE 3.6: Dati dal Fit precedente in funzione del numero di atomi per superatomo  $\tilde{N}$ . Sopra: Regime Coerente; a destra i [Punti Blu] corrispondono ai tempi di decoerenza  $t_{dec}$ ; a sinistra i [Punti Rossi] rappresentano la pendenza iniziale  $a_0$ ; [Curva rossa] Fit  $y = A \cdot x^{pow}$  della pendenza iniziale,  $A = 1.1 \pm 0.7$  e  $pow = 0.3 \pm 0.1$ . Sotto: Regime Incoerente; a destra il parametro  $\Delta t$  [blu], a sinistra pendenza finale  $a_1$  [rossi]; in funzione di  $\tilde{N}$ .

con quella prevista dalla teoria del super atomo mentre, per quanto riguarda il regime incoerente, la legge di scala temporale prevista nel modello del super atomo non è stata ancora verificata ed è tuttora oggetto di studio. Grazie alla stima del tempo di decoerenza  $t_{dec}$  ricavata in questo Capitolo si assume che le dinamiche studiate nei Capitoli successivi avvengano nel regime incoerente e questo è ciò che distingue questa Tesi dagli altri studi finora svolti sull'argomento.

# Capitolo 4

## Dinamica su risonanza

### 4.1 Introduzione

Nel primo Capitolo si è introdotto il concetto di sfera di bloccaggio, un volume che per effetto delle interazioni può contenere al massimo una sola eccitazione. La dimensione di questo volume, che per semplicità viene considerato sferico, è determinata dal coefficiente d'interazione  $C_\alpha$  e dalla larghezza di riga del laser di eccitazione. Gli  $N$  atomi contenuti in questo volume condividono l'eccitazione allo stato Rydberg e si comportano come un super atomo che oscilla tra il fondamentale e lo stato eccitato con frequenza di Rabi collettiva.

In questo paragrafo viene introdotto un modo di affrontare il problema di  $N$  atomi interagenti completamente diverso utilizzato nell'articolo di Lesanovsky e Garrahan [3]. In questo articolo gli autori considerano un ensemble di  $N$  atomi interagenti nel regime completamente incoerente, risolvendo direttamente le equazioni che governano la dinamica degli atomi. Si vuole verificare sperimentalmente nel regime non dissipativo la dinamica prevista da questa Teoria. Per questo motivo i tempi di interazione  $\tau$  con i fasci laser variano da 0 a  $100\mu s$  in modo da trascurare il tempo di decadimento spontaneo dallo stato  $70S$  ( $\tau_{Life} \simeq 150\mu s$ ). Nel Capitolo precedente si è data una stima del tempo di coerenza  $t_{dec} \sim 2 \div 3\mu s$ , i parametri sperimentali ( $\Omega$ , dimensione MOT) sono stati scelti in modo di studiare la dinamica in un regime incoerente in modo da poter confrontare i risultati con la Teoria.

## 4.2 Teoria

La complessa analisi di Lesanovsky e Garrahan ( riportata sotto ) può essere interpretata osservando che nelle equazioni di Bloch la dinamica della popolazione, nel limite  $\Omega^2 \gg \gamma_{\parallel}\gamma_{\perp}$ , e' caratterizzata dal seguente rate di eccitazione:

$$\Gamma = \frac{\Omega^2}{\gamma_{\perp}} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{\delta^2}{\gamma_{\perp}^2}} \right) \quad (4.1)$$

e nel caso di una interazione atomica con un potenziale del tipo  $V_{jk} = \frac{C_{\alpha}}{|r_k - r_j|^{\alpha}}$ ,  $\alpha_{VDW} = 6$ , al denominatore del parametro di eccitazione  $\Gamma$  bisogna sostituire il disaccordo in energia del laser  $\hbar\delta$  con  $\hbar\delta - \frac{C_6}{|r_k - r_j|^6}$ . Appare a questo punto la complessità della analisi teorica data dalle differenze nelle posizioni atomiche all'interno del campione. Gli autori di cui sopra semplificano l'analisi considerando gli atomi disposti in un reticolo di passo  $a$  e pertanto introducendo le posizioni discrete  $\hat{r}_k = r_k/a$ .

Nella descrizione di un sistema a due livelli viene utilizzato il formalismo di particelle a spin  $\frac{1}{2}$ , rappresentando per ogni atomo lo stato fondamentale  $|\downarrow\rangle$  e l'eccitato  $|\uparrow\rangle$ . Si indicano con  $\sigma_i^k$  ( $i = x, y, z$ ) le matrici di Pauli nella posizione  $k$  e con  $n_k = (1 + \sigma_z^k)/2$  il proiettore nello stato eccitato.

A causa della regolarità nella struttura spaziale, tutte le distanze possono essere espresse in multipli del passo reticolare  $a$ . Gli autori introducono a questo punto varie quantità adimensionali.

Innanzitutto il tempo riscalato in funzione del parametro introdotto nel Capitolo precedente  $\tau = [\Omega^2/\gamma_{\perp}]t$

Inoltre il rate di eccitazione della Equazione 4.1 nel reticolo può essere scritto come

$$\hat{\Gamma}_k = \frac{1}{1 + \epsilon_k^2} \quad (4.2)$$

dove  $\hat{\Gamma}_k = \Gamma_k/(\Omega^2/\gamma_{\perp})$  e

$$\epsilon_k = R^6 \left[ \Delta - \sum_{j \neq k} \frac{n_j}{|\hat{r}_k - \hat{r}_j|^6} \right] \quad (4.3)$$

le distanze espresse come multipli di

$$R = \frac{1}{a} \left( \frac{C_6}{\hbar\gamma_{\perp}} \right)^{1/6}, \quad (4.4)$$

avendo anche introdotto il disaccordo riscaldato  $\Delta = \delta/R^6\gamma_\perp > 0$ . Da notare che il rate di eccitazione del singolo atomo é condizionato dalle interazioni con atomi nello stato eccitato con occupazione  $n_j$ .

Nell'articolo [3], gli autori ritrovano il tasso di eccitazione allo stato di Rydberg, o flip dello spin, considerando l'evoluzione della matrice densità dato dalla *master equation*

$$\begin{cases} \partial_t \rho = L_0 \rho + L_1 \rho \\ L_0 = -i[H_0; \rho] + \gamma_\perp \sum_{k=1}^N (n_k \rho n_k - \frac{1}{2} \{n_k, \rho\}) \\ L_1 = -i\Omega \sum_{k=1}^N [\sigma_x^k; \rho] \end{cases} \quad (4.5)$$

dove  $H_0 = -\sum_{k=1}^N \delta n_k + \sum_{k,m} \frac{V_{km}}{2} n_k n_m$ .

Nella sovrapposizione tra stato fondamentale ed eccitato, si indica con  $\gamma_\perp$  il termine di rilassamento dominante nell'evoluzione della fase relativa. Nel regime di evoluzione incoerente  $\gamma_\perp \gg \Omega$ , si può approssimare la master equation con una *master equation effettiva* del tipo:

$$\partial_t \mu = \sum_k \Gamma_k [\sigma_x^k \mu \sigma_x^k - \mu] \quad (4.6)$$

dove indichiamo con

$$\mu = P\rho = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{L_0 t} \rho \quad (4.7)$$

la matrice densità proiettata.

Una volta definito il tasso di eccitazione  $\hat{\Gamma}_k$ , viene considerato il caso di una radiazione risonante con la transizione tra lo stato fondamentale  $|\downarrow\rangle$  e l'eccitato  $|\uparrow\rangle$ . Nell'equazione precedente si pone il valore del disaccordo uguale a zero ( $\Delta = 0$ ).

$$\hat{\Gamma}_k = \frac{1}{1 + R^6 \left[ \sum_{j \neq k} \frac{n_j}{|\hat{r}_k - \hat{r}_j|^6} \right]^2} \quad (4.8)$$

Il tasso di eccitazione così definito esprime l'effetto delle eccitazioni vicine sulla dinamica dell'atomo nel sito k-esimo.

Aumentando il termine di interazione

$$R^6 \left[ \sum_{j \neq k} \frac{n_j}{|\hat{r}_k - \hat{r}_j|^6} \right]^2 \quad (4.9)$$

il tasso di eccitazione diminuisce, il che spiega il fenomeno del rallentamento della dinamica in prossimà di un atomo eccitato. Il termine di interazione può essere variato



attraverso il parametro  $R$  il quale dipende sia dalla forza dell'interazione  $C_\alpha$  sia dal passo del reticolo  $a$ .

Sperimentalmente, piuttosto che variare il coefficiente  $C_\alpha$  che dipende dallo stato di Rydberg scelto, è piú semplice variare la distanza media tra gli atomi in un gas; questo può essere fatto tramite la tecnica del fascio di depompaggio descritta nel Capitolo precedente.

L'equazione 4.7 può essere riscritta in approssimazione di campo medio

$$\partial_\tau p(\tau) = \frac{1 - 2p(\tau)}{1 + [\sum_k |\hat{r}_k|^{-\alpha} R^\alpha p(\tau)]^2} \quad (4.10)$$

la cui soluzione stazionaria riproduce il risultato atteso per un sistema di atomi non interagenti,  $p_s = \lim_{\tau \rightarrow \infty} p(\tau) = 1/2$ .

Questo stato si riconduce intuitivamente a quello dove tutti gli atomi del campione raggiungono l'equilibrio tra la popolazione dello stato eccitato e del fondamentale. Impo- nendo la condizione iniziale  $p(0) = 0$ , nella soluzione dipendente dal tempo si distinguono tre diversi regimi di tempo:

- tempi di eccitazione brevi, dove  $p(\tau) \ll 1/2$  la soluzione ha la forma  $p(\tau) = e^{-\tau} \sinh(\tau)$
- tempi di eccitazione lunghi, dove  $p(\tau) \approx 1/2$ , la soluzione si esprime con  $p(\tau) \approx [1 - \exp(-8\tau/(4 + (\sum_k |\hat{r}_k|^{-\alpha} R^{-\alpha})^2))]$
- tempi di eccitazione intermedi, dove  $p(\tau) \ll 1/2$  ma il prodotto  $R^\alpha p(\tau) \gg 1$ , la soluzione di campo medio è  $p(\tau) \approx [3/R^{2\alpha} \sum_k |\hat{r}_k|^{-\alpha}]^{1/3} \tau^{1/3}$

Si possono interpretare gli andamenti della soluzione nei tre regimi nel modo seguente:

- per tempi brevi il numero di eccitazioni cresce indipendentemente dalle interazioni. Se la frequenza di Rabi è uniforme su tutto il campione, si hanno eccitazioni sparse nello spazio a distanza tale da non influenzare reciprocamente la propria dinamica.
- per tempi di eccitazione lunghi lo stato del sistema approssima quello stazionario indipendentemente dalle interazioni. Tutti gli atomi del campione raggiungono l'equilibrio tra la popolazione dello stato eccitato e del fondamentale al valore  $1/2$  e non essendoci piú atomi eccitabili nel campione la dinamica si blocca.
- il caso intermedio è piú complesso. Aumentando il tempo di eccitazione il volume disponibile per eccitare altri atomi senza considerare le interazioni diminuisce e la

dinamica rallenta. Se definiamo il *volume escluso* come quella porzione di spazio in cui si ha solo un eccitazione, questo diminuisce nel tempo.

La diminuzione nel tempo del volume escluso è fattore molto importante poiché, mentre nell'ottica del bloccaggio dipolare la larghezza di riga del laser definisce una distanza  $r_b$  attorno ad un atomo eccitato, in cui le eccitazioni sono bloccate indipendentemente dal tempo, in questa analisi ciò non è vero.

Un atomo a distanza inferiore a  $r_b$  ha una dinamica molto rallentata ma mantiene una probabilità non nulla di essere eccitato e, seppur molto bassa, per tempi d'interazione col fascio laser abbastanza lunghi questa eccitazione può avvenire.

In questo senso il campione non si divide in sfere di bloccaggio rigide, piuttosto il tasso di eccitazione  $\Gamma$  definisce zone dove la dinamica è più veloce e altre dove è più lenta. Questa proprietà va oltre l'approssimazione di campo medio, dove tutti gli atomi sono considerati uguali, e viene indagata dagli autori tramite una soluzione numerica dell'equazione 4.7. Questa mostra una evoluzione eterogenea del sistema di atomi, caratterizzata da grandi fluttuazioni nello spazio del tempo di rilassamento.

Un'altro aspetto che non viene considerato in approssimazione di campo medio è l'evoluzione di tipo gerarchico delle eccitazioni. Vale a dire, ogni atomo eccitato *condiziona* le successive eccitazioni degli atomi a lui vicini e non si ha una *condivisione* dell'eccitazione come nel caso collettivo. Questo ordine gerarchico delle eccitazioni porta ad una diminuzione di volume escluso.

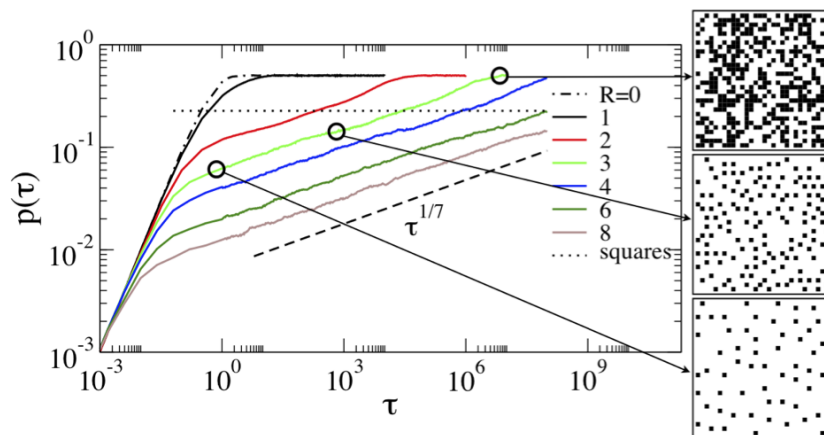


FIGURE 4.1: Figura tratta dall'articolo [3], Simulazione numerica della frazione di atomi nello stato di Rydberg  $p(\tau)$  in un reticolo 2D in funzione del tempo riscalo  $\tau$  per diversi valori del parametro  $R$ . La figura mostra anche l'evoluzione del volume escluso in tre diversi punti della dinamica.

In figura 4.1 viene riportato l'andamento della soluzione numerica della  $p(\tau)$  su scala bilogarithmica per diversi valori del parametro adimensionale di interazione  $R$ . Nel regime intermedio, l'andamento è ben approssimato da

$$p(\tau) \simeq (R^{-2\alpha}\tau)^{D/2\alpha+D} \quad (4.11)$$

dove  $D$  indica la dimensione del sistema,  $\alpha = 3$  per interazioni dipolo-dipolo e  $\alpha = 6$  per interazioni di Van der Waals.

Dalla figura si osserva che: per tempi brevi la dinamica è indipendente dal parametro  $R$  mentre per tempi intermedi, la dinamica rallenta all'aumentare del ruolo delle interazioni, vale a dire del parametro  $R$ , fino al raggiungimento dello stato stazionario.

### 4.3 Dati sperimentali

In questo lavoro di tesi si è voluto verificare sperimentalmente l'andamento della dinamica nel regime non dissipativo ( $\tau < \tau_{Life} \simeq 150\mu s$ ) per diversi valori del parametro adimensionale d'interazione  $R$  previsto dalla teoria precedente.

Il parametro  $R$  può essere variato cambiando la distanza media ( $d$ ) tra gli atomi, vale a dire la densità. Grazie alla tecnica di depompaggio introdotta nel Capitolo 2.5 è possibile cambiare la distanza media di circa un ordine di grandezza e quindi il parametro  $R$  dato dalla formula:

$$R = \frac{1}{d} \left( \frac{C_6}{\hbar\gamma_{\perp}} \right)^{1/6} \quad (4.12)$$

L'esperimento consiste nell'illuminare un campione di atomi di rubidio intrappolati in un MOT per un tempo di eccitazione  $\tau$  variabile. Il fascio laser è risonante ( $\delta = 0$ ) con la transizione allo stato Rydberg ( $|5S_{1/2}\rangle \rightarrow |70S_{1/2}\rangle$ ) e la frequenza di Rabi del processo è  $\Omega/2\pi = 1123 \pm 230kHz$ . La configurazione usata è quella unidimensionale con fascio  $421nm$  descritta nel Capitolo 2.4. Viene definita la probabilità  $p(\tau) = \langle N \rangle / N_{int}$  dove il numero di atomi  $N_{int}$  all'interno del volume di interazione dato dalla formula 2.12 ( $N_{int} \simeq 500$ ).

Nella figura 4.2 si osserva un buon accordo tra i dati sperimentali e l'andamento della simulazione precedente. Per tempi brevi ( $\tau \lesssim 10\mu s$ ) le curve sono sovrapposte per tutti i valori di  $R$  mentre, all'aumentare del tempo di eccitazione  $\tau$ , la dinamica rallenta maggiormente per valori del parametro  $R$  maggiori, in accordo con l'idea intuitiva che abbiamo dell'effetto delle interazioni sulla dinamica.

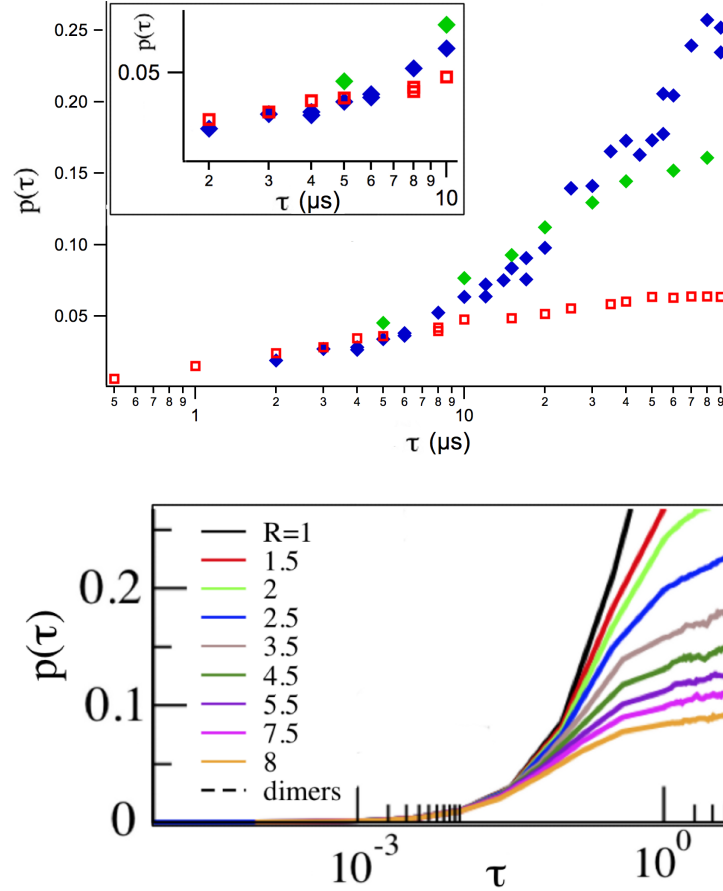


FIGURE 4.2: Sopra: Dinamica su risonanza per un campione di  $N_{at} = 1.2 \times 10^6$  atomi di rubidio in scala logaritmica. Configurazione 1D  $N_{int} \simeq 500$ ; Asse verticale mostra i dati riscaldati  $p(\tau) = \langle N \rangle / N_{int}$ ; Viene variata la densità attraverso il tempo d'interazione con il fascio di depompaggio  $\tau_{Clean}$ . [Punti Rossi]  $R = 4.2$ ;  $\tau_{Clean} = 0$ ,  $n_0 = 6.56 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ; [Punti Verdi]  $R = 2.6$ ;  $\tau_{Clean} = 0.3 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 1.61 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ; [Punti Blu]  $R = 2$ ;  $\tau_{Clean} = 0.6 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 6.9 \times 10^9 \text{cm}^{-3}$ ; MOT  $V = 172 \mu\text{m} \times 122 \mu\text{m} \times 145 \mu\text{m}$  Sotto: simulazione per un reticolo 1D tratta dall'articolo [3] della probabilità  $p(\tau)$  in funzione del tempo riscaldato  $\tau$ .

## 4.4 Conclusioni

In questo Capitolo si è affrontato il tema della dinamica su risonanza degli atomi di Rydberg, nel regime non dissipativo, per verificare sperimentalmente gli effetti delle interazioni sulla dinamica previsti nell'articolo di Lesanovsky e Garrahan [3]. Si è indagata la dinamica su risonanza in configurazione 1D per tre diversi valori della densità al fine di variare il parametro adimensionale  $R$  di interazione e di confrontare i risultati sperimentali con la simulazione numerica introdotta nell'articolo. I risultati sperimentali mostrano un buon accordo con quelli della simulazione numerica per i primi tre ordini di grandezza.

# Capitolo 5

## Dinamica fuori risonanza

### 5.1 Introduzione

Una volta studiato l'effetto delle interazioni tra gli atomi di Rydberg sulla dinamica con eccitazione risonante, si vuole esplorare il ruolo che queste hanno per una eccitazione fuori risonanza. In questo caso le interazioni, anziché bloccare, possono favorire l'eccitazione allo stato Rydberg.

Intuitivamente ci aspettiamo che il processo d'eccitazione allo stato Rydberg avvenga con un tasso quanto più lento quanto più è grande il valore del disaccordo, come si vede dalla formula 5.8. Questo è vero per valori del disaccordo opposti al segno dell'interazione. Si deve però considerare che, per valori del disaccordo uguali al segno dell'interazione, lo spostamento in energia dei livelli che deriva dall'interazione dipolo-dipolo o di Van der Waals tra due atomi di Rydberg può compensare il disaccordo con la radiazione laser, in modo da portare l'atomo su *risonanza*.

Questo meccanismo funziona in maniera opposta al bloccaggio dipolare e dipende sia dal segno del disaccordo sia dal tipo di interazione (attrattiva o repulsiva) il quale dipende dalla scelta dello stato Rydberg.

Non appena un atomo di Rydberg viene eccitato, per valori uguali al segno dell'interazione tutti gli atomi a distanza tale da compensare il valore del disaccordo vedono una radiazione risonante, per cui ci aspettiamo di vedere un aumento del tasso di eccitazione. Possiamo distinguere due fasi principali.

- prima fase: non sono presenti eccitazioni allo stato Rydberg nel campione e la radiazione non risonante determina un tasso di eccitazione  $\Gamma(\delta)$  che decresce all'aumentare del disaccordo  $\delta$ ;

- seconda fase: data la prima eccitazione, ogni atomo a distanza tale da compensare, grazie alle interazioni, il valore del disaccordo, vede una radiazione risonante. Questo porta ad un aumento del tasso di eccitazione e di conseguenza ad una dinamica più rapida. Lo stesso si ripete ad ogni successiva eccitazione e dà luogo ad un processo di eccitazioni a catena.

La dinamica non risonante degli atomi di Rydberg presenta delle particolarità ancora oggi non completamente comprese. Anche se alcuni aspetti statistici dell'eccitazione fuori risonanza sono stati studiati in precedenza da diversi lavori sperimentali [4, 22], uno studio dedicato alla dinamica deve ancora essere completato. In questa Tesi si propone uno studio sistematico della dinamica fuori risonanza degli atomi di Rydberg nel regime non dissipativo ( $\tau < \tau_{Life} \simeq 150\mu s$ ) per sottolineare la presenza delle due fasi introdotte precedentemente. Si introduce inoltre una nuova tecnica che permette di eliminare completamente la prima fase e concentrare lo studio sulla seconda.

Lo stato utilizzato negli esperimenti svolti in questo lavoro di Tesi è il 70S. La funzione d'onda di questo stato permette di considerare una interazione di tipo isotropo la quale, essendo repulsiva, evita ionizzazioni involontarie date dall'urto di due atomi eccitati (ionizzazione di Penning). Inoltre il particolare valore del coefficiente  $C_6 = 1.2THz\mu m^6$  di questo stato, definisce, come vedremo in seguito, delle quantità facilmente osservabili nel corso degli esperimenti. Per queste ragioni, anche se la teoria sviluppata per lo studio della dinamica fuori risonanza è valida sia per interazioni repulsive che attrattive, in questo lavoro di Tesi viene considerata solamente l'interazione repulsiva.

Nel prossimo paragrafo vengono presentati alcuni concetti della dinamica fuori risonanza utili per interpretare i risultati sperimentali, mentre una trattazione teorica più rigorosa e alcune simulazioni numeriche sono state effettuate da Igor Lesanovsky e Juan P. Garahan dell'Università di Nottingham, [23], la cui analisi sarà riprodotta nel seguito.

## 5.2 Teoria della dinamica fuori risonanza

Prendiamo un sistema quantistico di  $N_{at}$  atomi *non* interagenti a due livelli  $|g\rangle$  e  $|e\rangle$  sottoposto a radiazione laser coerente. Detti  $\omega_L$  la frequenza del laser e  $\omega_{gr}$  la distanza in energia tra i livelli  $|g\rangle$  e  $|r\rangle$ , definiamo il disaccordo in energia del laser  $\delta = \omega_L - \omega_{gr}$ . Rispetto al caso risonante il sistema così definito compie oscillazioni tra i due livelli con una frequenza di *Rabi generalizzata*  $\tilde{\Omega}(r) = \sqrt{\Omega(r)^2 + \delta^2}$  ed una ampiezza ridotta  $\frac{\Omega(r)^2}{\Omega(r)^2 + \delta^2}$ . Detta  $n(r)$  la densità, il numero di eccitazione Rydberg osservato risulta

proporzionale a

$$N_{Ryd}(t) \simeq \int n(r) \frac{\Omega(r)^2}{\Omega(r)^2 + \delta^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega(r)^2 + \delta^2}}{2} t\right) dV \quad (5.1)$$

Per il caso non interagente il comportamento è analogo al singolo atomo tenendo presente che, nel caso di una frequenza di Rabi non uniforme sul campione di atomi ultrafreddi, le oscillazioni del numero di atomi di Rydberg risultano smorzate a causa delle loro posizioni nello spazio del campione.

Per l'analisi di un sistema interagente si riprendono i concetti espressi nel Capitolo 4 ed utilizzati da Lesanovsky e Garrahan per lo studio della dinamica fuori risonanza nel regime incoerente. Come nel Capitolo di riferimento, gli autori di cui sopra considerano gli atomi disposti in un reticolo di passo  $a$  e introducono le posizioni discrete  $\hat{r}_k = r_k/a$ . Si descrive un sistema a due livelli utilizzando il formalismo di particelle a spin  $\frac{1}{2}$ , rappresentando per ogni atomo lo stato fondamentale  $|\downarrow\rangle$  e l'eccitato  $|\uparrow\rangle$ . Vengono indicate con  $\sigma_i^k$  ( $i = x, y, z$ ) le matrici di Pauli nella posizione  $k$  e il proiettore nello stato eccitato  $n_k = (1 + \sigma_z^k)/2$ . Inoltre, a causa della regolarità nella struttura spaziale, tutte le distanze possono essere espresse in multipli interi del passo reticolare  $a$ .

Per comodità del lettore si ripropongono ora i principali punti della derivazione.

Equivalentemente al caso su risonanza, il tasso di eccitazione allo stato Rydberg, o flip dello spin, può essere calcolato considerando l'evoluzione della matrice densità dato dalla *master equation*

$$\begin{cases} \partial_t \rho = L_0 \rho + L_1 \rho \\ L_0 = -i[H_0; \rho] + \gamma_{\perp} \sum_{k=1}^N (n_k \rho n_k - \frac{1}{2} \{n_k, \rho\}) \\ L_1 = -i\Omega \sum_{k=1}^N [\sigma_x^k; \rho] \end{cases} \quad (5.2)$$

dove  $H_0 = -\sum_{k=1}^N \delta n_k + \sum_{k,m} \frac{V_{km}}{2} n_k n_m$ . Nel regime di evoluzione incoerente  $\gamma_{\perp} \gg \Omega$ , la master equation si può approssimare con una master equation *effettiva* del tipo [23]:

$$\partial_t \mu = \sum_k \Gamma_k [\sigma_x^k \mu \sigma_x^k - \mu] \quad (5.3)$$

dove la definizione della matrice densità proiettata è equivalente a quella presentata nel Capitolo 4.

Il tasso di eccitazione  $\hat{\Gamma}_k = \Gamma_k / (\Omega^2 / \gamma_{\perp})$  della Equazione 4.1 nel reticolo può essere scritto come

$$\hat{\Gamma}_k = \frac{1}{1 + \epsilon_k^2} \quad (5.4)$$

dove

$$\epsilon_k = R^6 \left[ \Delta - \sum_{j \neq k} \frac{n_j}{|\hat{r}_k - \hat{r}_j|^6} \right] \quad (5.5)$$

Le distanze tra gli atomi sono espresse come multipli del parametro adimensionale

$$R = \frac{1}{a} \left( \frac{C_6}{\hbar \gamma_\perp} \right)^{1/6} \quad (5.6)$$

mentre il disaccordo riscalato viene definito  $\Delta = \delta/R^6 \gamma_\perp > 0$ . Da notare che il tasso di eccitazione del singolo atomo é condizionato dalle interazioni con atomi nello stato eccitato con occupazione  $n_j$ .

Il luogo dei punti che soddisfano l'equazione

$$0 = \sum_{j \neq k} \frac{n_j}{|\hat{r}_{fac,k} - \hat{r}_j|^6} - \Delta \quad (5.7)$$

definisce una *superficie di facilitazione*  $S_k(\Delta)$  per l'atomo k-esimo, dove le interazioni compensano esattamente il disaccordo del laser e la dinamica avviene a risonanza.

A causa della larghezza di riga del laser  $\gamma_\perp$ , la distanza  $r_{fac}$  è dotata di una incertezza anch'essa funzione del disaccordo  $\delta$ . Questo fa sì che l'Equazione 5.7 definisca un *volume di facilitazione* entro il quale la dinamica è risonante con tasso di eccitazione  $\Gamma_0 = \Omega^2/\gamma_\perp$ .

Questo *volume di facilitazione*,  $V_{fac}$ , dipende dai contributi di tutti gli atomi di Rydberg presenti. Ad ogni eccitazione successiva il volume di facilitazione aumenta, permettendo la crescita di una struttura spaziale che chiameremo *aggregato*. Gli atomi nello stesso *volume di facilitazione* sono, a tutti gli effetti, risonanti con la radiazione laser, per cui è possibile eccitare molteplici atomi in stati di Rydberg soltanto a distanze maggiori del raggio di bloccaggio. Come nel Capitolo 4, viene considerata un tipo di evoluzione gerarchica in cui gli atomi vengono eccitati uno dopo l'altro. La probabilità di eccitare un atomo è condizionata dall'eccitazione precedente e vengono trascurate le eccitazioni allo stato di Rydberg simultanee nello stesso volume di facilitazione.

A titolo esemplificativo, viene descritto il processo di eccitazione fuori risonanza dopo la prima eccitazione e riportando tutte le grandezze in unità fisiche anziché riscalate.

Si considera un campione di  $N_{at}$  atomi nello stato  $|\downarrow\rangle$  ( $n_{j \neq k} = 0$ ) e poniamo un atomo eccitato  $|\uparrow\rangle$  ( $n_k = 1$ ) nell'origine del sistema di riferimento ( $\hat{r}_k = 0$ ). Il tasso di eccitazione per un atomo a distanza  $r$  nel limite  $\Omega^2 \gg \gamma_\parallel \gamma_\perp$  è dato da:

$$\Gamma(r) = \frac{\Omega^2}{\gamma_\perp} \frac{1}{1 + \frac{1}{\hbar \gamma_\perp^2} \left( \hbar \delta - \frac{C_6}{r^6} \right)^2} \quad (5.8)$$



La dinamica quindi è risonante nel primo volume di facilitazione definito come un guscio sferico di raggio

$$r_{fac} = \left( \frac{C_6}{\hbar\delta} \right)^{1/6} = \left( \frac{\Omega_0}{\delta} \right)^{1/6} r_b \quad (5.9)$$

pari a

$$V_{fac} = \frac{4}{3}\pi [(r_{fac} + \Delta r)^3 - r_{fac}^3] = \frac{2\pi\gamma_{\perp}}{3\delta^{3/2}} \left[ 1 + \frac{\gamma_{\perp}}{6\delta} + \frac{\gamma_{\perp}^2}{108\delta^2} \right] \sqrt{\frac{C_6}{\hbar}} \quad (5.10)$$

dove si è usata la definizione del raggio di bloccaggio  $r_b = \left( \frac{C_6}{\hbar\Omega_0} \right)^{1/6}$  e dello spessore  $\Delta r = \left( \frac{C_6}{\hbar} \right)^{1/6} \frac{\gamma_{\perp}}{6\delta^{7/6}}$  (o in unità riscalate  $\Delta\hat{r} = \frac{1}{3R^7\Delta^{7/6}}$ ).

La crescita dell'aggregato dipende da molti fattori e non solo dall'evoluzione del volume di facilitazione. Per prima cosa, il numero massimo di eccitazioni successive nel processo a catena è proporzionale al tempo di eccitazione  $\tau$  dal momento in cui si è verificata la prima eccitazione. Inoltre l'eccitazione successiva dipende dal numero di atomi  $\tilde{N}$  nel volume di facilitazione dato dalla formula 5.1, quindi dal prodotto con la densità locale  $n(r_{fac})$ .

$$\tilde{N} = V_{fac} \cdot n(r_{fac}) \quad (5.11)$$

Maggiore è questo numero, maggiore è la probabilità di proseguire il processo a catena di eccitazioni allo stato Rydberg.

La forma del volume di facilitazione è definita considerando i contributi di tutte le precedenti eccitazioni.

Per esempio, in un sistema di atomi 1D le eccitazioni avvengono principalmente lungo un asse ( ad esempio l'asse  $\hat{x}$  ). Si pone la prima eccitazione nello zero e la seconda eccitazione per quanto detto sopra avviene a distanza  $r_{fac}$ . Il volume di facilitazione creato nello spazio da questa seconda eccitazione è definito dallo spessore  $\Delta r$  e dalla superficie

$$\hbar\delta - \frac{C_6}{(x^2 + y^2 + z^2)^3} - \frac{C_6}{((x - r_{fac})^2 + y^2 + z^2)^3} = 0 \quad (5.12)$$

quindi la terza eccitazione avviene sull'asse ad una distanza dallo zero pari a  $r = 2r_{fac} + \delta r$ . Data la forte dipendenza dalla distanza delle interazioni ( $\sim 1/r^6$ ), il contributo delle eccitazioni precedenti al volume di facilitazioni lungo l'asse è trascurabile  $\frac{\delta r}{r} \simeq 1\%$ . Per questo motivo si assume che tutte le eccitazioni avvengano ad una distanza tra loro regolare pari a  $r_{fac}$ .

Anche se lo spessore non è riportato nella figura, si osserva che i due volumi coincidono quasi completamente. Supponiamo quindi che la differenza tra il volume di facilitazione esatto e quello dato considerando solo un singolo contributo sia trascurabile. Fatta

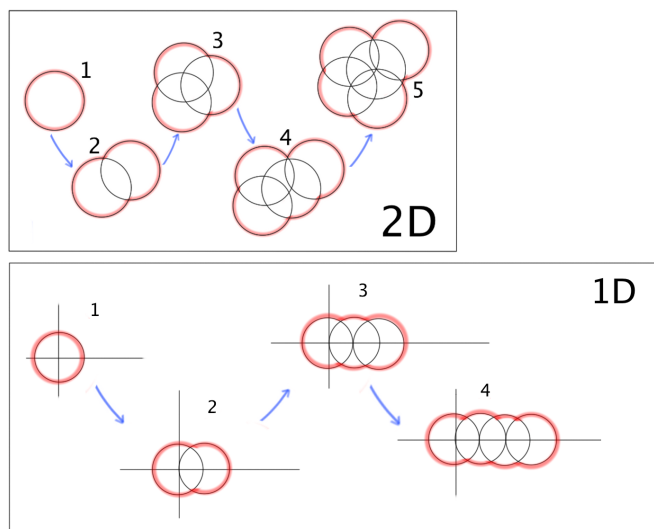


FIGURE 5.1: Andamento qualitativo della superficie di facilitazione (evidenziata in rosso) nel caso 1D e 2D. In entrambi i casi la superficie di facilitazione aumenta con il numero di eccitazioni.

questa considerazione, le analisi svolte nel caso della prima eccitazione si possano estendere anche alle eccitazioni successive tenendo conto dell'evoluzione del volume di facilitazione. Dato il volume di interazione definito dai fasci, vedi Capitolo 2.4, ci si aspetta una differenza del numero di atomi di Rydberg eccitati nel processo a catena tra il caso unidimensionale e il caso tridimensionale dato da vincoli geometrici. Mentre nel caso 3D tutti gli atomi nel volume di facilitazione interagiscono con la radiazione laser, nel caso 1D solo una frazione di essi può accrescere l'aggregato.

### 5.3 Dati sperimentali

Per testare sperimentalmente i processi ipotizzati, si eccita il campione di atomi allo stato Rydberg con una radiazione non risonante e si analizza la dinamica come nel Capitolo 4. Come anticipato nell'introduzione, il processo fuori risonanza si divide in due fasi principali:

- una prima fase, che definiamo *fase d'innescio*, è caratterizzata da un tasso di eccitazione del singolo atomo è dato dalla Equazione 3.5 che riportiamo qui nel limite  $\delta \gg \gamma_{\perp}$

$$\Gamma(\delta) \approx \frac{\Omega^2 \gamma_{\perp}}{\delta^2} \quad (5.13)$$

- una seconda fase, definita *fase di facilitazione*, nella quale l'atomo già nello stato Rydberg viene utilizzato come centro di aggregazione per le eccitazioni successive degli altri atomi, provocando il processo di eccitazione a catena con un tasso di eccitazione risonante  $\Gamma_0 = \Omega^2/\gamma_{\perp}$ . Questa formula si ottiene dalla Equazione sopra citata supponendo che le interazioni fra i Rydberg esattamente compensano il disaccordo  $\delta$ .

Successivamente viene introdotta una nuova tecnica che permette di eliminare la prima fase e studiare direttamente il processo di eccitazione a catena fuori risonanza nella seconda.

#### 5.3.1 Dinamica fuori risonanza

In questo esperimento viene studiata la dinamica fuori risonanza per due valori del disaccordo,  $\delta = \pm 25 MHz$  in un sistema in configurazione 3 dimensionale. La scelta di questa configurazione, come spiegato precedentemente, consente alla superficie di facilitazione di espandersi maggiormente e rendere l'effetto sulla dinamica più evidente. Nella figura 5.2 si può osservare la dinamica per i diversi valori del disaccordo del laser nei vari regimi. La curva su risonanza [Punti rossi] presenta le caratteristiche discusse nel Capitolo 4, ovvero una dinamica molto rapida seguita dall'effetto del bloccaggio. Per le curve fuori risonanza [Punti Verdi e Blu], il comportamento è differente a seconda del segno del disaccordo. Per valori del disaccordo positivo  $\delta > 0$  [Punti Blu] si distinguono le due fasi introdotte in precedenza. La prima parte della dinamica, dove si ha un numero medio di eccitazioni  $\langle N \rangle < 1$ , rappresenta la prima fase e, in accordo con le assunzioni fatte in precedenza, risulta indipendente dal segno del disaccordo (Punti Verdi e Blu sovrapposti). Dopo pochi microsecondi ( $1 \div 5 \mu s$ ),  $\langle N \rangle \simeq 1$ , le due curve si discostano mostrando per i punti corrispondenti al disaccordo positivo un incremento del tasso di

eccitazione. Nella seconda fase quindi, abbiamo una distinzione tra valori positivi e negativi di  $\delta$ .

Un confronto tra le dinamiche nella prima e nella seconda fase deve essere fatto con attenzione. Una stima assoluta dei tassi di eccitazione per le due fasi non è semplice in quanto per MOT di dimensione paragonabili al waist dei fasci si deve tenere conto della posizione di un atomo nel volume di interazione e della dipendenza della frequenza di Rabi. Possiamo però osservare che il rapporto dei tassi di eccitazione nella prima e nella seconda fase è indipendente da queste quantità e riproduce quello del singolo atomo:

$$\Gamma_0/\Gamma(\delta) \simeq \delta^2/\gamma^2 \gg 1 \quad (5.14)$$

si può quindi affermare che passando dalla fase di innesco alla fase di facilitazione si ha un incremento del tasso di eccitazione.

Per quantificare l'andamento dei tassi di eccitazione in tutti i regimi analizzati si sono calcolati i valori dei rapporti incrementali  $\zeta_{\pm}(\tau) = [N(\tau_1) - N(\tau_2)]/[\tau_1 - \tau_2]$ , dove con  $\zeta_+$  e con  $\zeta_-$  si indica il valore del rapporto incrementale rispettivamente per valori positivi e negativi del disaccordo  $\delta$ .

In figura 5.3 vengono riportati i risultati di tale rapporti per tutti e tre i valori del disaccordo  $\delta = 0$  [Punti Rossi],  $\delta = +25 \pm 1MHz$  [Punti Blu] e  $\delta = -25 \pm 1MHz$  [Punti Verdi]. Si osserva come nel caso risonante, a causa del bloccaggio, il valore del rapporto incrementale diminuisca bruscamente per tempi  $\tau > 1 \div 2\mu s$  raggiungendo un valore simile a quello per i punti fuori risonanza a  $\delta = -25 \pm 1MHz$  mentre, per i dati relativi a  $\delta = +25 \pm 1MHz$  tale valore aumenti per tempi  $20\mu s < \tau < 50\mu s$  raggiungendo il valore massimo  $\zeta_{+,max} = 1.3$ .

L'aumento massimo del rapporto incrementale nella fase di facilitazione, stimato di circa  $\zeta_{+,max}/\zeta_- \simeq 17$ , viene interpretato come un'evidenza della fase di facilitazione nella dinamica fuori risonanza.

Se confrontiamo il rapporto incrementale  $\zeta_0$  su risonanza e  $\zeta_-$  fuori risonanza a  $\delta = -25 \pm 1MHz$  otteniamo un rapporto  $\zeta_0/\zeta_- \simeq 320$  che è molto maggiore di quanto osservato per la fase di facilitazione. Questa differenza tra il rapporto incrementale su risonanza e il rapporto incrementale nella fase di facilitazione dei punti blu evidenzia una fondamentale differenza tra una eccitazione con laser risonante e il processo a catena.

Pur essendo entrambi processi risonanti, nel primo caso tutti gli atomi nel volume di interazione vedono contemporaneamente, trascurando il bloccaggio, una eccitazione laser risonante. Il processo a catena è, come detto in precedenza, gerarchico. Questo significa che gli atomi soggetti ad una radiazione risonante sono solo una frazione del totale,

determinata dalle eccitazioni precedenti. Questo ordine temporale limita il tasso di crescita dell'aggregato e quindi il valore del rapporto incrementale. Inoltre il rapporto incrementale su risonanza  $\zeta_0$  viene calcolato in un regime coerente a differenza di quello relativo al processo a catena  $\zeta_-$ . Per questi motivi un confronto tra il tasso di eccitazione risonante ed il tasso di eccitazione del processo a catena non è possibile.

La figura mostra anche due diversi valori di saturazione nel caso risonante e fuori risonanza a  $\delta = +25MHz$ . Il valore di saturazione per la dinamica fuori risonanza è di difficile interpretazione in quanto dipende fortemente dalla densità e dal disaccordo. Questi parametri, come detto in precedenza, determinano la probabilità di proseguire la crescita dell'aggregato in quanto cambiano il valore  $\check{N}$ . Una interpretazione intuitiva di tale valore rispetto alla saturazione su risonanza suggerisce che la crescita dell'aggregato si interrompa prima di aver occupato l'intero volume di interazione. Questo può essere spiegato a causa della riduzione della densità di atomi per grandi dimensioni dell'aggregato, come mostrato più avanti nel 5.5.

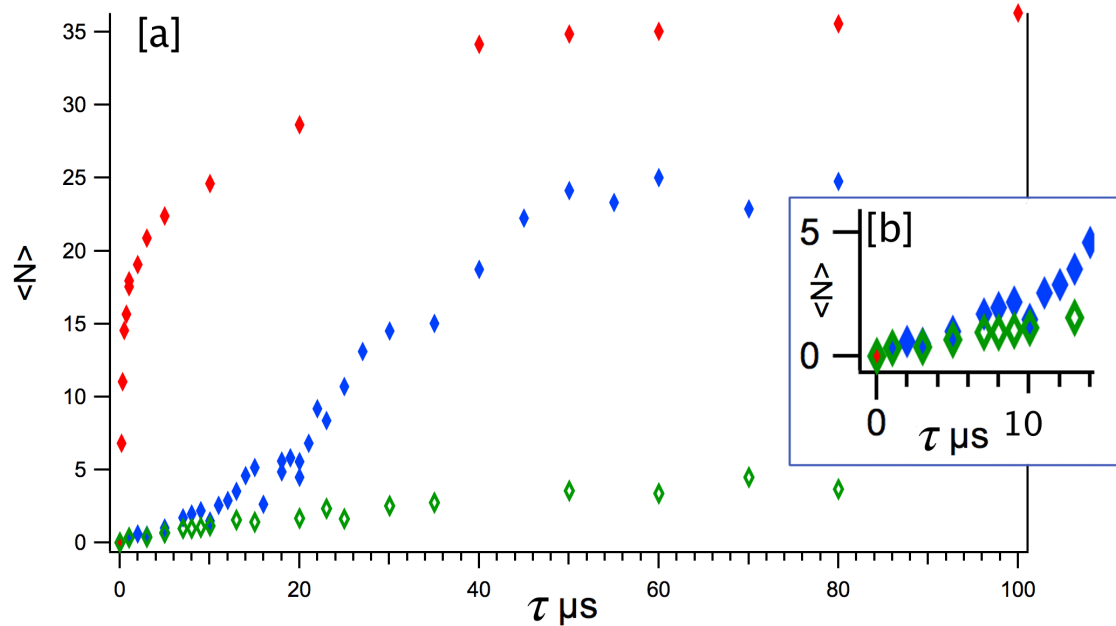


FIGURE 5.2: [a] Sistema 3D, Dinamica su risonanza [Punti Rossi], fuori risonanza con  $\delta = -25 \pm 1MHz$ [Punti Verdi] e  $\delta = +25 \pm 1MHz$  [Punti Blu] , MOT con  $N_{at} = 78000$ atomi e volume  $V \sim 50\mu m \times 40\mu m \times 44\mu m$ , frequenza di Rabi  $\frac{\Omega}{2\pi} = 1.6MHz$ , [b] Ingrandimento sulla prima parte della dinamica.

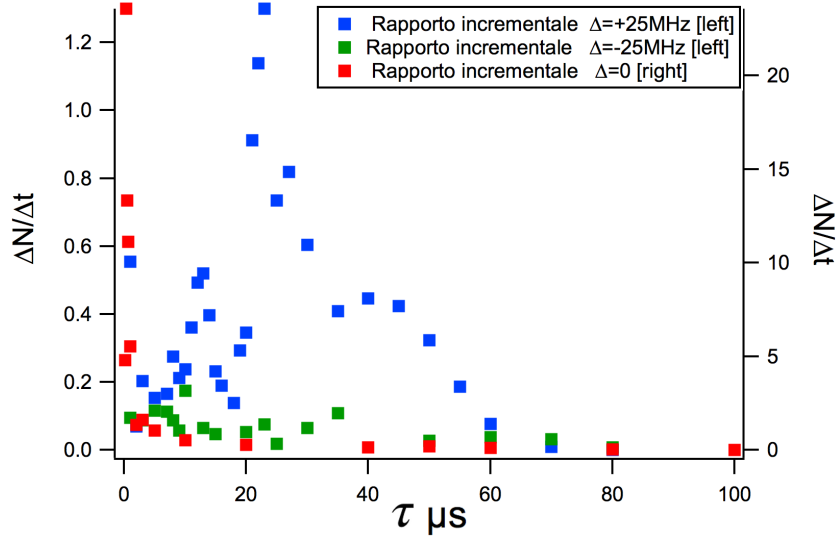


FIGURE 5.3: Rapporti incrementali  $\zeta_{\pm}(\tau) = [N(\tau_1) - N(\tau_2)]/[\tau_1 - \tau_2]$  a destra: [Punti Rossi]  $\delta = 0$ , a sinistra: fuori risonanza con  $\delta = -25 \pm 1\text{MHz}$  [Punti Verdi] e  $\delta = +25 \pm 1\text{MHz}$  [Punti Blu]

### 5.3.2 Dinamica fuori risonanza con Seed

Osservato l'aumento del tasso di eccitazione fuori risonanza del paragrafo precedente, si vuole testare il controllo di questo effetto preparando opportunamente il sistema. La crescita dell'aggregato durante la fase di facilitazione è condizionata dalla presenza di un atomo nello stato Rydberg da utilizzare come centro di aggregazione. Negli esperimenti precedenti queste prime eccitazioni possono avvenire in un momento qualsiasi della dinamica. In questo Capitolo si vuole studiare gli effetti sul processo non risonante di un *seed* iniziale, ovvero di un atomo eccitato allo stato Rydberg all'inizio della dinamica.

La presenza di un *seed* iniziale nel sistema esclude tutta la prima fase "d'innescò" e permette di isolare la fase di facilitazione. Il *seed* viene creato nel sistema attraverso una breve eccitazione risonante, descritta nel Capitolo 2.6, di cui possiamo controllare durata e inizio. In questo modo possiamo controllare il numero medio di *seed* prodotti e il momento di immissione. Una volta inserito, il *seed* definisce un volume di facilitazione  $V_{fac}$  entro il quale le eccitazioni allo stato Rydberg avvengono da subito con un tasso  $\Gamma_0$ . La creazione di un *seed* nel campione non avviene in maniera deterministica ma è soggetta anch'essa ad alcune incertezze. Un primo punto è dato dalla statistica. Eccitando il campione di atomi su risonanza per un tempo  $\tau_{seed}$  otteniamo un valore medio  $\langle N_{seed} \rangle$  che normalmente viene tenuto pari circa all'unità. Una media bassa del numero di *seed* ci permette di considerare solo i casi in cui si ha zero o un *seed*, trascurando i processi con *seed* multipli. Questo non comporta grandi limitazioni, se vengono creati più *seeds* infatti, ci si aspetta la crescita di diversi aggregati indipendenti che possono

fondersi al crescere delle loro dimensioni. Per questo motivo il numero massimo di eccitazioni Rydberg dipende più dalle condizioni sulla crescita dell'aggregato, per esempio la densità, che dal numero iniziale di seeds.

Un esperimento per testare qualitativamente gli effetti del seed sulla dinamica degli atomi di Rydberg fuori risonanza è mostrato in figura 5.4. Per rendere più evidente l'effetto ed assicurare l'inizio della fase di facilitazione, viene inserito un numero medio di seed  $\langle N_{seed} \rangle \approx 2$  a tempi differenti  $t_{ins} = (10\mu s; 24\mu s; 45\mu s)$  durante la dinamica fuori risonanza con  $\delta = 80 \pm 1MHz$ . La frequenza di Rabi del processo su risonanza è impostata ad un valore basso  $\Omega/2\pi \approx 230 \pm 50kHz$  in modo da ridurre la formazione di seeds non controllati prima del tempo voluto. Dalla figura è evidente l'inizio della fase di facilitazione in corrispondenza dei tempi in cui viene immesso il seed nel campione.

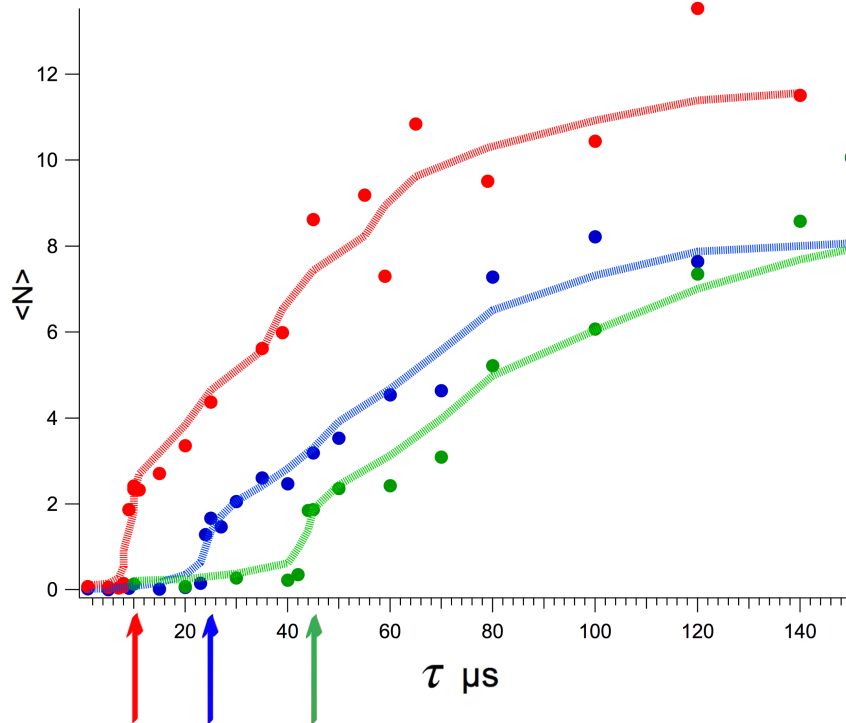


FIGURE 5.4: Dinamica fuori risonanza con  $\delta = 80MHz \pm 1MHz$  in cui il seed  $\langle N_{seed} \rangle \approx 2$  viene inserito a tempi differenti; [Punti Rossi]:  $t_{ins} = 10\mu s$ ; [Punti Verdi]:  $t_{ins} = 45\mu s$ ; [Punti Blu]:  $t_{ins} = 25\mu s$ . Il campione consiste in  $N_{at} = 1700000$  in una MOT di volume  $V = 160\mu m * 100\mu m * 130\mu m$ , densità  $n_0 = 1.55 * 10^{11} cm^{-3}$ . La frequenza di Rabi di singolo atomo del processo è  $\Omega/2\pi = 270 \pm 54kHz$  il raggio di facilitazione è  $r_{fac} = 5.21 \pm 0.01\mu m$ . Vengono riportati anche degli Spline Fits (le curve verdi, rosse e blu) per guidare l'occhio e facilitare la comprensione del grafico.

Per verificare l'effetto del numero di seed sulla dinamica si è analizzato il numero di atomi nello stato Rydberg dopo un tempo di eccitazione fuori risonanza fisso  $\Delta\tau = 100\mu s$ , al variare del numero di seed.

Un impulso laser di durata  $\Delta\tau = 100\mu s$  viene diviso in due parti: una prima parte su risonanza al fine di creare il seed e una seconda fuori risonanza in cui avviene la fase di facilitazione. Il numero di seed viene variato attraverso il tempo  $\tau_{seed}$  con la procedura descritta nel Capitolo 2.6. In questo esperimento, il tempo di seed varia da 0 a  $0.5\mu s$  mentre il numero varia da 0 a 5 seed rispettivamente. Il numero  $\langle N \rangle$  è il risultato della dinamica fuori risonanza dopo  $\Delta\tau = 100\mu s$  di eccitazione. Dalla figura 5.5 si osserva che questo valore è incrementato notevolmente (da 1 a 15 al netto dei seeds) dalla presenza di seed: questo viene interpretato come un segno della crescita dell'aggregato di eccitazioni. Inoltre si osserva che dopo un numero di seed  $\langle N_{seed} \rangle \approx 1$  ( $\tau_{seed} \simeq 0.3\mu s$ ) si raggiunge un valore di saturazione  $\langle N \rangle \sim 20$ . La crescita dell'aggregato si ferma: questo è in accordo con l'idea precedente per cui il numero di seed non influenza il massimo numero di eccitazioni nel processo a catena. La discussione sull'andamento del parametro  $Q$  di Mandel[24] viene rimandata al paragrafo successivo nel quale vengono analizzate le intere distribuzioni dei conteggi. Per adesso si osserva solamente che per piccoli valori medi del seed ( $\langle N_{seed} \rangle \leq 1$ ) si ha un valore del parametro  $Q$  positivo e molto elevato ( $\sim 10$ ), caratteristico dell'eccitazione fuori risonanza. Aumentando il tempo di seed il valore del parametro  $Q$  decresce fino a valori intorno allo zero.

Un modo molto semplice di descrivere la dinamica con un seed è tramite il seguente modello Bimodale dove il numero medio di eccitazioni è dato dalla formula:

$$\langle N \rangle^{th} = P(N_{seed} = 0) \cdot N_1 + P(N_{seed} \geq 1) \cdot N_2 \quad (5.15)$$

dove si indica con  $N_1$  e  $N_2$  i valori delle mode, con  $P(N_{seed} = 0)$  la probabilità di non avere seed e con  $P(N_{seed} \geq 1)$  la probabilità di avere almeno un seed.

Si considera inoltre le seguenti ipotesi:

- la probabilità di avere un seed è di tipo Poissoniano quindi le precedenti probabilità, dato il numero medio  $\langle N_{seed} \rangle$ , sono date da:

$$P(N_{seed} = 0) = e^{-\langle N_{seed} \rangle} \quad P(N_{seed} \geq 1) = 1 - e^{-\langle N_{seed} \rangle} \quad (5.16)$$

- se nel campione non si ha seed il processo a catena non si sviluppa ed si ottiene  $N_1 = 0$ , in presenza di almeno un seed il processo a catena porta il numero di eccitazioni fino al valore massimo  $N_2 = 20$  pari al valore di saturazione osservato sperimentalmente.

I valori attesi da questo modello Bimodale sono riportati in Figura 5.5 insieme ai valori sperimentali e si osserva un ottimo accordo. Questo andamento dei dati sperimentali



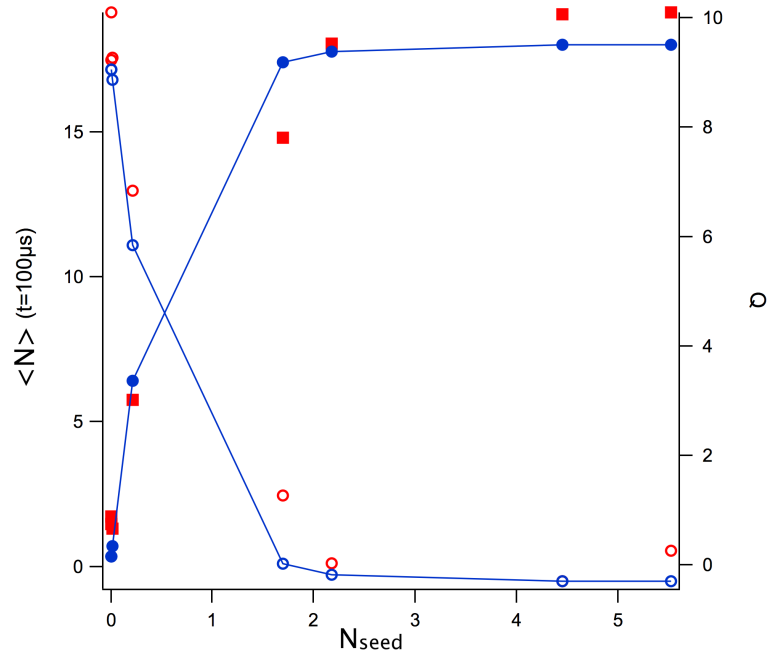


FIGURE 5.5: Sistema 3D; Dati sperimentali in funzione del numero medio di seed  $\langle N_{seed} \rangle$ . Quadri Rossi Pieni: numero di Rydberg fuori risonanza,  $\Delta = 30 MHz$ , dopo un tempo di eccitazione  $\Delta\tau = 100\mu s$  in funzione del numero di seed. Il numero di seed viene variato cambiando il tempo di eccitazione  $\tau_{seed}$ . Cerchi Rossi Vuoti: valore del parametro  $Q$  di Mandel. [Punti Blu]: Valori previsto dal modello Bimodale del numero medio  $\langle N \rangle^{th} = P(N_{seed} > 1) \times 20 = (1 - e^{-\langle N_{seed} \rangle}) \times 20$  [Cerchi Blu]: Valori previsto dal modello Bimodale del parametro  $Q$  di Mandel. La frequenza di Rabi del processo è  $\Omega/2\pi = 280 \pm 56 kHz$ ,  $N_{at} = 90000$ ; MOT di dimensione  $V = 60\mu m * 50\mu m * 55\mu m$ ;  $n_0 = 1 * 10^{11} \frac{atomi}{cm^3}$ . Il raggio di facilitazione per questo processo  $r_{fac} = 6.13 \pm 0.03\mu m$ .

viene interpretato come un processo a catena che determina con buona probabilità il numero finale di eccitazioni, rappresentato in questo caso dal valore di saturazione  $N_2 = 20$ .

## 5.4 Distribuzioni conteggi fuori risonanza

Nella sezione precedente si è osservata la presenza di una fase di facilitazione nella dinamica fuori risonanza. Anche se la crescita dell'aggregato in questa fase determina il numero medio finale di eccitazioni allo stato Rydberg, questo non basta a descrivere completamente il processo.

Diversi lavori sperimentali [9, 22, 25, 26], tra cui il lavoro del gruppo *BEC* di Pisa [4], hanno mostrato come l'analisi dei vari momenti delle distribuzioni dei conteggi *Full counting statistics* sia un utile strumento per comprendere più a fondo i processi di eccitazione degli atomi Rydberg fuori risonanza.

Nel lavoro [4] si sottolinea come l'analisi dei vari momenti della distribuzione possa rendere evidente la differenza qualitativa del processo di eccitazione su e fuori risonanza molto più del semplice valor medio e della varianza. Nella figura 5.6 vengono riportati gli andamenti dei momenti centrali della distribuzione  $\mu_2, \mu_3, \mu_4$  in funzione del numero medio degli atomi di Rydberg osservati. In particolare l'analisi del fattore  $Q$  di Mandel [24], proporzionale alla varianza o momento secondo della distribuzione

$$Q = \frac{\sigma^2}{\langle N \rangle} - 1. \quad (5.17)$$

viene preso come evidenza del comportamento bimodale della dinamica fuori risonanza a valori del disaccordo positivi. Gli autori hanno confrontato i dati ottenuti per i diversi momenti della distribuzione con quelli previsti da tre diversi modelli, rispettivamente *monomodale*, *Poissoniano*, *Bimodale*.

Il primo suppone una distribuzione caratterizzata solo dal valor medio  $\mu_1 = \mu_{mono}$  mentre  $\mu_{3,4...} = 0$ . Per il secondo viene assunta una distribuzione Poissoniana di pari valor medio mentre per il terzo si considerano due valori (*mode*) con probabilità  $\beta$  e  $1 - \beta$  rispettivamente. Nel caso di eccitazione risonante le quantità analizzate sono compatibili con una distribuzione Poissoniana per piccoli valori medi mentre diviene sempre più monomodale, fortemente Sub-Poissoniana, per alti valori del valor medio. Al contrario, fuori risonanza il valore del parametro  $Q$  cresce in funzione del valor medio fino ad un valore massimo in corrispondenza di circa la metà del massimo valor medio raggiunto, per poi diminuire nuovamente.

L'aggregato di eccitazioni Rydberg è il risultato di un processo a catena stocastico, descritto nei paragrafi precedenti, che dipende dal numero di atomi  $\tilde{N}$  nel volume di facilitazione. Questo numero è funzione del disaccordo e della densità di atomi che possono essere controllati sperimentalmente: è quindi possibile variare la probabilità di crescita dell'aggregato.

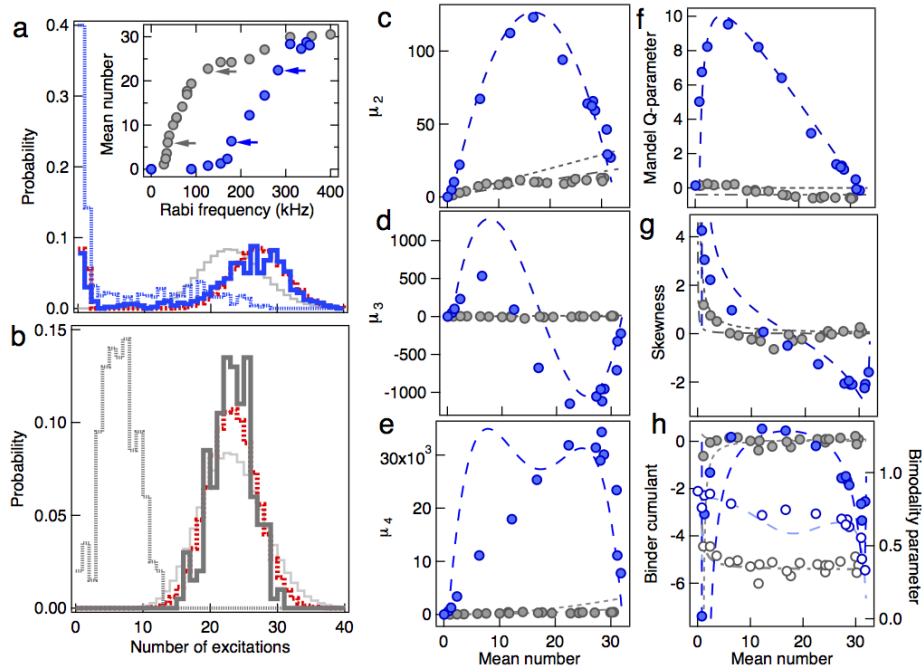


FIGURE 5.6: Figura presa da [4]; *Full counting statistics* per eccitazioni fuori risonanza nel regime dissipativi. [a] e [b] mostrano le distribuzioni dei conteggi su e fuori risonanza  $\delta/2\pi = 11.5\text{MHz}$ , per numeri medi uguali  $\langle N \rangle = 6$  (linea tratteggiata) e 23 (linea continua), rispettivamente (indicate dalle frecce nel riquadro in [a] che mostra il numero medio degli atomi di Rydberg in funzione della frequenza di Rabi). Le linee tratteggiate rappresentano le distribuzioni attese per una distribuzione di Poisson con lo stesso numero medio. [c-d] mostrano il secondo, il terzo e il quarto momento centrale della distribuzione nel caso fuori risonanza (Blu) e risonante (grigio). [f-h] mostrano le quantità associate: parametro  $Q$  di Mandel, asimmetria, cumulante di Binder e coefficiente di bimodalità. Le curve nei grafici [c-h] sono il risultato di un modello bimodale (tratteggiata), con  $N_1 = 1$  e  $N_2 = 65$  eccitazioni Rydberg, il modello Poissoniano monolocale (puntini) e perfettamente mono modale (tratto-punto), in questo articolo si considera la  $\eta = 0.4$ . per il modello bimodale, i valori teorici sono stati scalati da un fattore  $\approx 0.5$  per facilitare la comparazione qualitativa con i dati sperimentali. Il volume di Interazione è  $3.6 \times 10^{-6}\text{cm}^3$ , la densità  $n_0 = 1 \times 10^{11}$  e la durata dell'impulso di eccitazione di  $950\mu\text{s}$ .

Ogni processo a catena è caratterizzato da una distribuzione di conteggi. Una analisi quantitativa delle distribuzioni ottenute va al di là degli scopi di questa sezione il cui obiettivo principale è quello di caratterizzare la crescita dell'aggregato fuori risonanza tramite le peculiarità delle distribuzioni stesse e di testarne la dipendenza dal disaccordo e dalla densità. Come primo punto vengono presentati i risultati sperimentali delle distribuzioni al variare della densità e del disaccordo, con e senza seed. Successivamente si presenta un modello 1D, molto semplificato, che riproduce l'andamento qualitativo delle distribuzioni attese per diversi valori di questi parametri.

Viene data prima un'idea intuitiva di come si forma una distribuzione di conteggi dovuta al processo a catena, mentre il calcolo delle probabilità di avere esattamente un numero  $N$  di eccitazioni viene riportato nel paragrafo seguente.

Si considera l'analisi della distribuzione dei conteggi nel caso senza seed. La crescita di un aggregato è fortemente influenzata sia dalla densità del campione, sia dal tempo in cui essa avviene. Anche se, per dinamiche fuori risonanza senza seed, non si ha un controllo preciso dell'inizio della fase di facilitazione, quindi sulla durata della crescita dell'aggregato, si può stimare il tempo  $\tau_1$  necessario ad eccitare un atomo allo stato Rydberg dato il tasso di eccitazione fuori risonanza  $\Gamma(\delta)$ .

Si considera per esempio un campione di  $N_{at} = 100000$  atomi confinato in una MOT in configurazione 1D. Il volume di interazione si sviluppa lungo la direzione  $\hat{x}$  per una distanza dell'ordine delle dimensioni del waist del fascio infrarosso ( $w_{IR} \sim 110\mu m$ ) mentre le altre due direzioni  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  vengono trascurate.

Il numero di atomi nel volume di interazione è dato dall'Equazione 2.12 pari a  $N_{int} \simeq 4000$ , dato un valore del disaccordo pari a  $\delta = +14MHz$  e una frequenza di eccitazione  $\Omega/2\pi \simeq 400kHz$  si può stimare il tempo necessario alla prima eccitazione  $\tau_1$  come segue: la probabilità di eccitare un atomo nello stato di Rydberg è data dalla formula

$$p(\tau) = \Gamma(\delta) \cdot \tau \quad (5.18)$$

Per ottenere il numero medio di eccitazioni, questa viene moltiplicata per il numero  $N_{int}$  di atomi nel volume di interazione. Imponendo  $\langle N \rangle = 1$  si può stimare il tempo per la prima eccitazione con la formula:

$$N_{int}\Gamma(\delta) \cdot \tau_1 = 1 \quad \rightarrow \quad \tau_1 \approx \frac{1}{N_{int}\Gamma(\delta)} \sim 1 \div 2\mu s \quad (5.19)$$

Per tempi di eccitazione  $\tau \gg \tau_1$  si suppone che il sistema sia nella fase di facilitazione. Come detto in precedenza, la crescita dell'aggregato dipende da  $\check{N}$  dato dal prodotto  $V_{fac} \cdot n(x)$  dove la densità  $n(x)$  ha un andamento gaussiano lungo la direzione  $\hat{x}$  mentre si assume costante nelle altre due direzioni.

Crescendo nello spazio, il volume di facilitazione vede diminuire il valore della densità locale: ad esempio messa la prima eccitazione nell'origine, dato un  $r_{fac} \simeq 6,6\mu m$ , dopo appena dieci eccitazioni nel processo a catena la densità decresce fino a

$$n(10 \cdot r_{fac}) = n_0 \cdot e^{-\frac{100r_{fac}^2}{\sigma_x^2}} \sim n_0 \cdot 0.37 \quad (5.20)$$

dove si è considerato una estensione della MOT pari a  $\sigma_x = 60\mu m$ .

Diminuendo il valore della densità mano a mano che ci si allontana dall'origine, decresce allo stesso modo il numero  $\check{N}$  di atomi nello stato fondamentale all'interno del volume di facilitazione e quindi la probabilità di proseguire la catena. Un numero  $\check{N}$  basso, corrisponde ad una bassa probabilità di proseguire la catena di eccitazioni e raggiungere conteggi più elevati: questo dà luogo a una distribuzione con andamento di tipo esponenziale.

Se il numero  $\check{N}$  è alto, proseguire la catena di eccitazioni e raggiungere conteggi più elevati è invece molto probabile. In questo regime, non c'è ragione per cui un processo a catena debba fermarsi alle prime eccitazioni ed i conteggi a valori bassi nella distribuzione sono quindi improbabili. Intuitivamente questo dà luogo ad un picco nella distribuzione a valori più elevati. Data la natura probabilistica del processo di creazione del seed si hanno entrambi i picchi, a zero il primo e a valori più elevati il secondo, quindi bimodale.

### 5.4.1 Distribuzioni sperimentali dei conteggi

Nella figura 5.7, vengono riportate le distribuzioni dei conteggi presi con 500 ripetizioni a tempi diversi di eccitazione  $\tau$ , per un disaccordo  $\delta = +14\text{MHz}$ . La configurazione è unidimensionale (1D) mentre la frequenza di Rabi del processo è  $\Omega/2\pi = 380 \pm 75\text{kHz}$ . Si osserva il cambio nell'andamento delle distribuzioni ipotizzato: per tempi  $\tau < 20\mu\text{s}$  vediamo una distribuzione con un solo picco attorno a zero mentre per tempi maggiori  $\tau \geq 50\mu\text{s}$  è evidente la presenza di un secondo picco a conteggi più elevati.

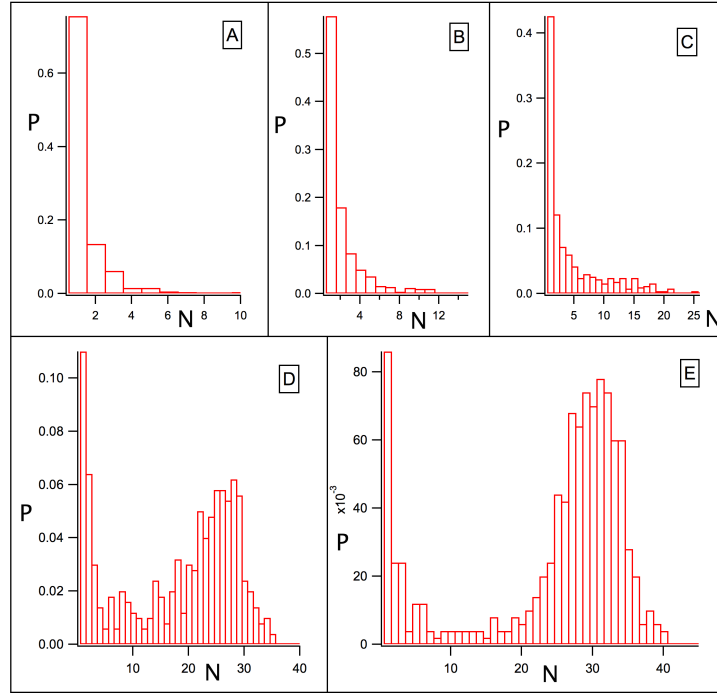


FIGURE 5.7: Distribuzione reale dei conteggi dopo 500 cicli sperimentali, per vari tempi di eccitazione  $\tau$  fuori risonanza,  $\delta = +14\text{MHz}$ . [A]:  $\tau = 5\mu\text{s}$ ,  $\langle N \rangle = 0.46$ ; [B]  $\tau = 10\mu\text{s}$ ,  $\langle N \rangle = 1.2$ ; [C]  $\tau = 20\mu\text{s}$ ,  $\langle N \rangle = 3.69$ ; [D]  $\tau = 50\mu\text{s}$ ,  $\langle N \rangle = 16.85$ ; [E]  $\tau = 150\mu\text{s}$ ,  $\langle N \rangle = 23.37$ ; disaccordo  $\delta = +14 \pm 1\text{MHz}$ ,  $\Omega/2\pi = 380 \pm 75\text{kHz}$ , Dati MOT:  $V = 60\mu\text{m} * 47\mu\text{m} * 53\mu\text{m}$ ;  $N_{at} = 116000$  atomi;  $n_0 = 1.4 * 10^{11}\text{cm}^{-3}$

Nel nostro esperimento la densità non è uniforme ed è proprio il suo andamento insieme alla natura probabilistica dell'inizio della fase di facilitazione, a governare la crescita dell'aggregato. In modo equivalente a quanto fatto per la dinamica, si studiano le distribuzioni dei conteggi con seed iniziale. Nei due esperimenti che seguono, viene testata la dipendenza dal parametro  $\check{N}$ , in configurazione 1D, tramite il fascio  $\lambda = 421\text{nm}$  focalizzato. Nel primo esperimento, si è variata la densità del campione  $n(x)$  attraverso il tempo di interazione con il fascio di depompaggio  $\tau_{clean}$ . Anche in questo esperimento, diminuendo il numero di atomi nel volume di interazione, si osserva un andamento qualitativamente diverso per alte o basse densità. Gli  $N_{at} = 3,8 * 10^6$  atomi di rubidio sono raccolti in una MOT di volume  $V = 250\mu\text{m} * 155\mu\text{m} * 197\mu\text{m}$  e densità massima

$n_0 \simeq 9 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ . La frequenza di Rabi del processo è  $\Omega/2\pi = 520 \pm 100 \text{kHz}$  mentre il tempo di interazione è  $\tau = 100 \mu\text{s}$ . Inizialmente osserviamo una distribuzione bimodale per densità da  $n \simeq 5 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$  a  $n \simeq 9 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$ , mentre per densità al di sotto del valore  $n \simeq 3 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$  la distribuzione dei conteggi mostra un solo picco attorno allo zero.

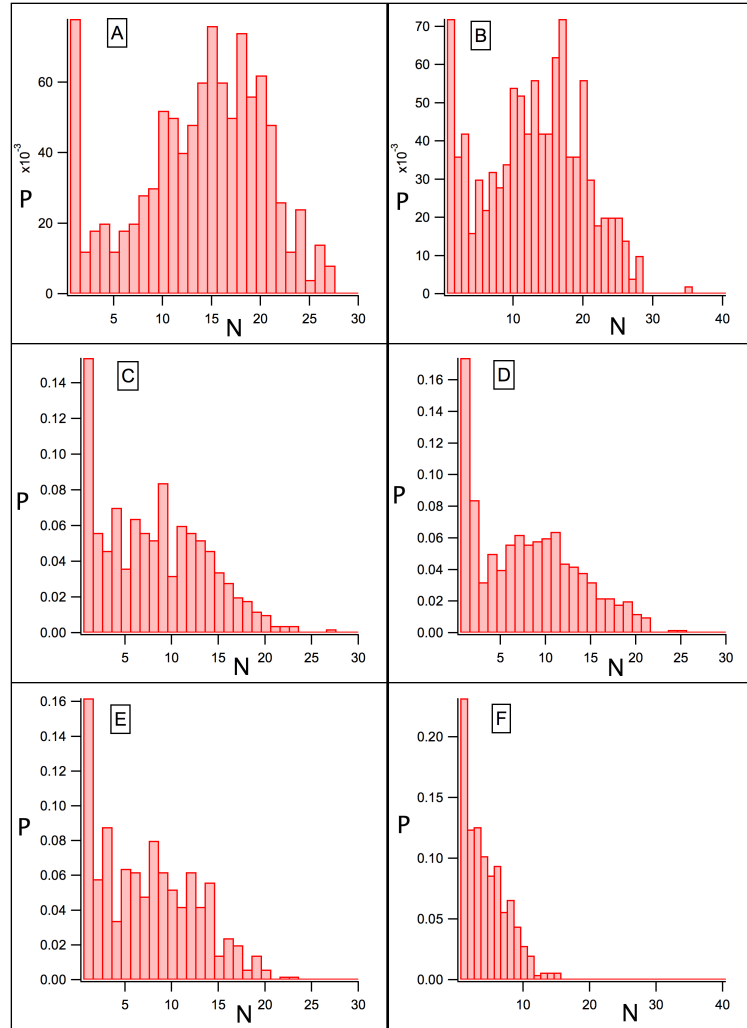


FIGURE 5.8: Configurazione 1D, distribuzioni prese dopo 500 cicli sperimentali, normalizzate, in funzione di vari tempi di depompaggio  $\tau_{clean}$ ,  $\Omega/2\pi = 520 \pm 100 \text{kHz}$ , tempo di eccitazione  $\tau = 100 \mu\text{s}$ ,  $\delta = 12 \pm 1 \text{MHz}$ , [A]:  $\tau_{clean} = 0 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 9.1 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 12.75$ ,  $\tilde{N} = 2.5$ ; [B]:  $\tau_{clean} = 0.1 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 4.7 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 11.89$ ,  $\tilde{N} = 1.3$ ; [C]:  $\tau_{clean} = 0.2 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 4.0 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 7.15$ ,  $\tilde{N} = 1.1$ ; [D]:  $\tau_{clean} = 0.25 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 3.3 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 6.95$ ,  $\tilde{N} = 0.9$ ; [E]:  $\tau_{clean} = 0.3 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 3.0 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 6.48$ ,  $\tilde{N} = 0.8$ ; [F]:  $\tau_{clean} = 0.5 \mu\text{s}$ ,  $n_0 = 2.6 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 3.38$ ,  $\tilde{N} = 0.7$

Nella figura 5.8 vengono mostrati gli andamenti delle distribuzioni dei conteggi per diversi valori di densità. Anche in questo caso l'andamento qualitativo delle distribuzioni dei conteggi è quello atteso.

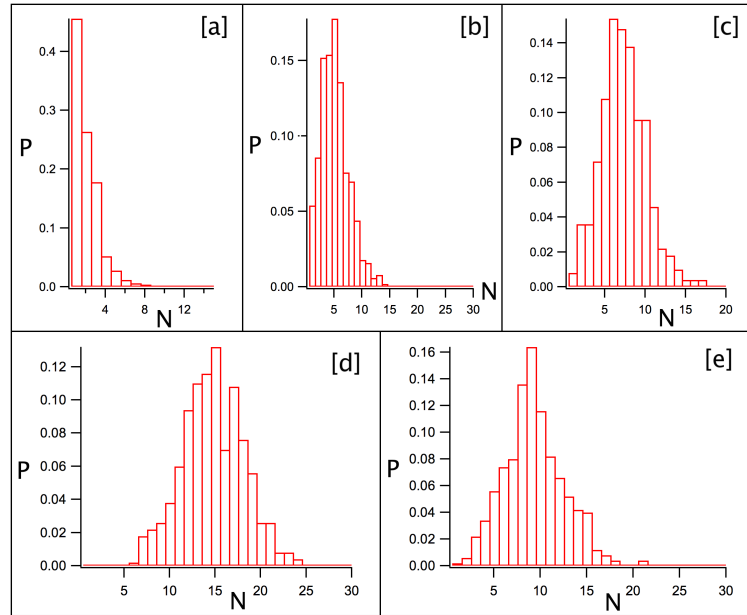


FIGURE 5.9: Distribuzione reale dei conteggi dopo 500 cicli sperimentali, per vari tempi di interazione con il fascio di depompaggio  $\tau_{Clean}$ , i.e. di densità, su risonanza  $\delta = 0$ . Il tempo di eccitazione  $\tau = 15\mu s$  in modo da ottenere valori medi comparabili con l'esperimento fuori risonanza in figura 5.8. [a]:  $\tau_{Clean} = 1\mu s$ ,  $n_0 = 0.33 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 1.01$ ; [b]  $\tau_{Clean} = 0.5\mu s$ ,  $n_0 = 1.22 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 4.05$ ; [c]  $\tau_{Clean} = 0.3\mu s$ ,  $n_0 = 2.0 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 6.24$ ; [d]  $\tau_{Clean} = 0.2\mu s$ ,  $n_0 = 2.8 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 8.27$ ; [e]  $\tau_{Clean} = 0\mu s$ ,  $n_0 = 7.6 * 10^{10} cm^{-3}$ ,  $\langle N \rangle = 13.66$ . Dati MOT:  $V = 255\mu m * 145\mu m * 190\mu m$ ;  $N_{at} = 2.6 * 10^6$  atomi;  $n_0 = 7.6 * 10^{10} cm^{-3}$

Per confronto si mostra in figura 5.9 l'andamento delle distribuzioni dei conteggi prese su risonanza, anch'esse per diversi valori di densità di atomi. Il tempo di interazione e la potenza vengono ridotte per ottenere valori medi comparabili al caso precedente,  $\tau = 15\mu s$  e  $\Omega/2\pi = 503kHz$ . L'andamento della distribuzione, diversamente da quanto avviene fuori risonanza, mantiene la sua forma *mono modale*, piccata attorno ad un unico valore medio che decresce al diminuire della densità.

Questo dimostra la forte differenza qualitativa tra processo di interazione con fascio risonante e non risonante con la transizione allo stato Rydberg.

Su risonanza le correlazioni diventano sempre meno importanti al diminuire della densità ( vedi Capitolo 4 ): partendo da una distribuzione Sub Poissoniana data dal bloccaggio dipolare fino ad arrivare ad eccitazioni indipendenti descritte da una distribuzione di Poisson centrata attorno al valor medio.

Fuori risonanza invece, il ruolo delle interazioni è determinante anche a basse densità dove, proprio grazie al meccanismo di eccitazione a catena, la presenza o meno di una eccitazione influenza la successiva creando una forte correlazione.



Questa è visibile dalla forma della distribuzione a bassa densità che fuori risonanza è di tipo esponenziale con una lunga coda verso numeri alti, assente nella distribuzione su risonanza.

Mentre al diminuire della densità la dinamica risonante degli atomi di Rydberg diviene sempre meno correlata, vedi Capitolo 4, fino a raggiungere una distribuzione Poissoniana, fuori risonanza si ha l'andamento opposto dove le eccitazioni sono fortemente correlate a basse densità.

Nel secondo esperimento, figura 5.10, si varia il volume di facilitazione  $V_{fac} \propto \delta^{-3/2}$  attraverso valori del disaccordo in energia con il laser da  $12MHz$  a  $22MHz$ . Un campione di  $N_{at} = 2.9 \cdot 10^6$  atomi di rubidio viene eccitato per un tempo  $\tau = 100\mu s$ . La frequenza di Rabi è pari a  $\Omega/2\pi = 520 \pm 100kHz$ . Il volume della MOT è di  $V = 224\mu m * 132\mu m * 172\mu m$  con densità massima  $n_0 = 1 \cdot 10^{11} cm^{-3}$ .

Nella figura 5.10 vengono riportate le distribuzioni per valori del disaccordo  $\delta = 12 \div 22MHz$ . Si osserva che l'andamento delle distribuzioni presenta carattere bimodale solo

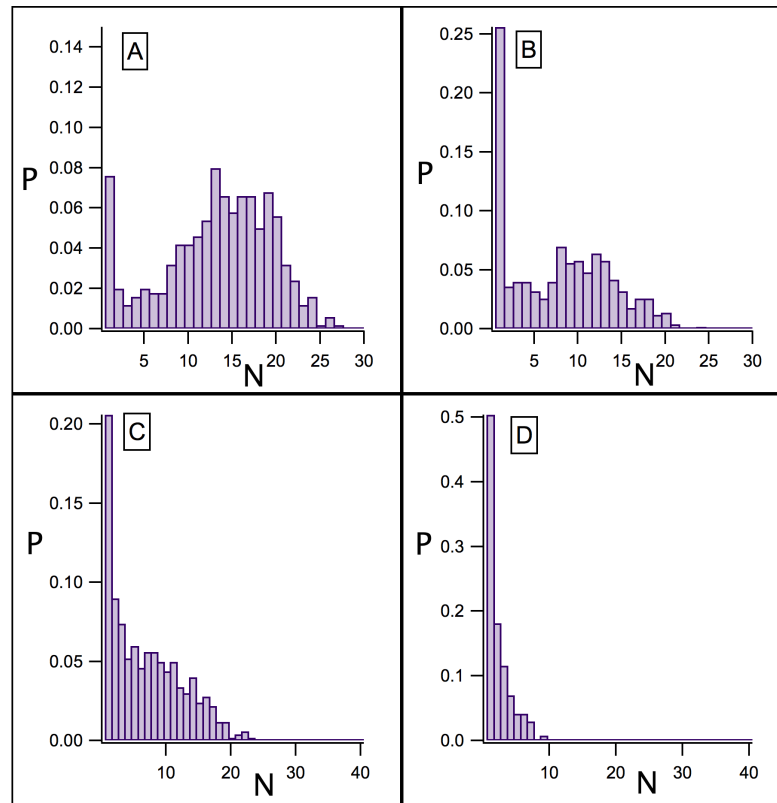


FIGURE 5.10: Configurazione 1D, distribuzioni prese dopo 500 cicli sperimentali, normalizzate, in funzione di vari valori di  $\delta$ ,  $\Omega/2\pi = 520 \pm 100kHz$  tempo di eccitazione  $\tau = 100\mu s$ ; [A]:  $\delta = 12 \pm 1MHz$ ,  $\langle N \rangle = 12.2$ ,  $\tilde{N} = 2.7$ ; [B]:  $\delta = 13.5 \pm 1MHz$ ,  $\langle N \rangle = 6.8$ ,  $\tilde{N} = 2.3$ ; [C]:  $\delta = 15 \pm 1MHz$ ,  $\langle N \rangle = 5.96$ ,  $\tilde{N} = 1.9$ ; [D]:  $\delta = 22 \pm 1MHz$ ,  $\langle N \rangle = 1.3$ ,  $\tilde{N} = 1.1$ ;  $n_0 = 1 \cdot 10^{11} cm^{-3}$

---

per valori bassi del disaccordo. Questo si può spiegare considerando la diminuzione del  $V_{fac} \propto \delta^{-3/2}$  ed il conseguente calo degli atomi in esso contenuti. Nel paragrafo successivo viene utilizzato un modello semplificato per riprodurre qualitativamente questo andamento.

## 5.5 Modello unidimensionale per le distribuzioni

In questo paragrafo presentiamo un modello semplificato che riproduce qualitativamente l'andamento delle distribuzioni dei conteggi per diversi valori del numero di atomi  $\check{N}$  nel volume di facilitazione.

Supponiamo di avere una distribuzione 1D di atomi nello stato fondamentale con andamento gaussiano della densità  $n(x) = n_0 \exp[-\frac{x^2}{2\sigma^2}]$ . Una eccitazione posta nell'origine dà luogo al processo a catena descritto nei paragrafi precedenti. Supponiamo inoltre che la frequenza di Rabi sia tale da poter trascurare il tempo necessario ad eccitare un atomo nel volume di facilitazione. Se un atomo è presente in quel volume esso viene eccitato allo stato di Rydberg con probabilità pari a uno.

In questo modello si considerano quindi solo due quantità: il numero  $N$  di passi della catena di eccitazioni e il numero  $\check{N}$  di atomi nello stato fondamentale nel volume di facilitazione.

Ad ogni passo, si considera la probabilità  $P_i(\check{N})$  di avere o meno un atomo nello stato fondamentale in quel volume e quindi eccitabile tramite la facilitazione mediata da un atomo già eccitato. Possiamo fare delle ipotesi sulla probabilità  $P_i(\check{N})$  considerando alcune proprietà degli atomi nella MOT

- *Indipendenza*: poiché gli atomi nello stato fondamentale non interagiscono tra loro le posizioni nel volume sono indipendenti le une dalle altre
- *regolarità*: il numero di atomi contenuto nel volume di facilitazione è proporzionale al volume stesso
- *stazionarietà*: considerando i tempi e le temperature tipiche ( $T \sim 150\mu K$ , pari ad una velocità media  $\sim 0.23m/s$ ) degli esperimenti, le posizioni degli atomi nel campione possono essere considerate fisse, quindi la probabilità di contare in un dato volume un numero di atomi non dipende dal tempo.

Queste proprietà permettono di assumere che il numero di atomi nello stato fondamentale contenuti nel volume di facilitazione sia descritto da una distribuzione di Poisson [27], quindi dato il valor medio  $\langle \check{N} \rangle$ , è possibile calcolare la probabilità di avere  $\check{N}$  atomi al suo interno dalla formula

$$P(\check{N}) = \frac{\check{N}^{\langle \check{N} \rangle}}{\check{N}!} e^{-\langle \check{N} \rangle} \quad (5.21)$$

Per iniziare la sequenza di passi è necessario avere almeno un seed di partenza nel campione che, per comodità, viene posto nell'origine. La probabilità  $P_{start}$  è data dal

numero medio di seed  $\langle N_{seed} \rangle$  dalla formula

$$P_{start} = [1 - P_{seed}(0)] = [1 - e^{-\langle N_{seed} \rangle}] \quad (5.22)$$

In questo modello semplificato, il volume di facilitazione viene calcolato considerando solo il contributo dell'atomo eccitato al passo precedente dalla formula:

$$V_{fac}(\delta) = 4\pi r_{fac}(\delta)^2 \cdot \Delta r(\delta). \quad (5.23)$$

Inoltre semplifichiamo ulteriormente il modello considerando solo l'evoluzione della catena di eccitazioni per il semiasse positivo  $x > 0$ . In figura 5.11 viene data una rappresentazione grafica del modello.

Dato il volume  $V_{fac}(\delta)$  e la densità locale di atomi, calcoliamo il numero medio di atomi in esso contenuti

$$\langle \check{N}(x) \rangle = [4\pi r_{fac}^2 \cdot \Delta r] \cdot n_0 \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] = \check{N}_0 \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5.24)$$

Assumendo una distribuzione di probabilità Poissoniana, questo valore determina la probabilità di avere *almeno* un atomo nel volume di facilitazione e proseguire la sequenza di passi

$$P(\check{N} \geq 1) = 1 - P(0) = 1 - e^{-\langle \check{N}(x) \rangle} \quad (5.25)$$

Il numero massimo di passi effettuati viene inserito come parametro fisso  $M$ , determinato dalla frequenza di Rabi e dal tempo di interazione. Assumendo che ogni singolo passo della catena avviene nel regime coerente  $M = \Omega \cdot \tau$ .

La probabilità di svolgere almeno  $N$  passi è data dalla formula

$$P_A = \prod_{i=1}^N (1 - \exp[-\check{N}_0 * \exp[-i^2 * \frac{r_{fac}^2}{2\sigma^2}]]) \quad (5.26)$$

mentre la probabilità di non avere atomi nel volume di facilitazione  $V_{fac}$  al passo  $N + 1$ , quindi di non proseguire ulteriormente la sequenza di eccitazioni, è

$$P_B = \exp[-\check{N}_0 * \exp[-(N + 1)^2 * \frac{r_{fac}^2}{2\sigma^2}]] \quad (5.27)$$

In questo modello il numero  $N$  di atomi di Rydberg eccitati corrisponde al numero di passi svolti nella catena di eccitazioni. La probabilità di svolgere esattamente  $N$  passi nella sequenza di eccitazioni è data dal prodotto delle probabilità

$$P(N) = P_{start} \cdot P_A \cdot P_B \quad (5.28)$$

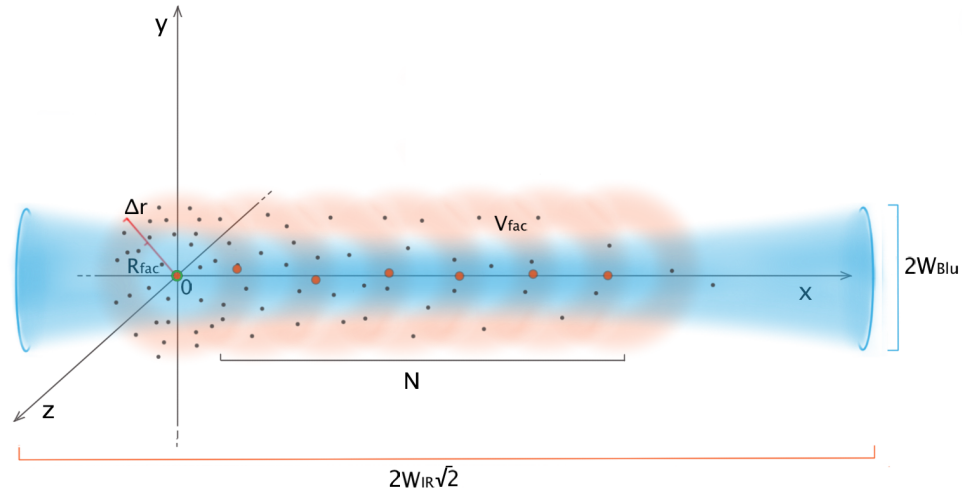


FIGURE 5.11: [a] Rappresentazione qualitativa del modello *quasi* 1D con fascio blu lungo l'asse  $\hat{x}$ . Le grandezze vengono riportate non in scala. Il volume di facilitazione viene indicato in rosso, le eccitazioni Rydberg sono indicate in arancione mentre il seed, posto nell'origine, viene indicato con il contorno verde. [b] andamento della densità di tipo gaussiano, viene indicato il valore della densità percentuale ai limiti del volume di interazione, nella direzione trasversale e longitudinale alla direzione del fascio.

Il numero medio di eccitazioni allo stato Rydberg *successive* al seed è dato dalla formula

$$\langle N \rangle = \sum_{N=1}^M N \cdot P_{norm}(N) \quad (5.29)$$

dove la  $P_{norm}(N)$  è probabilità normalizzata

$$P_{norm}(N) = \frac{P(N)}{\sum_{i=1}^M P(i)} \quad (5.30)$$

e dove la somma si estende fino al numero massimo  $M$  di passi possibili nel sistema.

Una volta definito il modello, si vuole simulare le stesse condizioni dell'esperimento in figura 5.10. Vengono utilizzati parametri simili a quelli sperimentali  $n_0 = 1.8 \cdot 10^{11} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$ ,  $\sigma = 110 \mu\text{m}$ ,  $N_{Seed} = 1$ ,  $\tau = 100 \mu\text{s}$ ,  $\Omega/2\pi = 1 \text{MHz}$  e simulate le distribuzioni per gli stessi valori del disaccordo  $\delta$  da 12MHz a 22MHz.

In figura 5.12 possiamo osservare gli andamenti delle distribuzioni dei conteggi in funzione del disaccordo  $\delta$ . Si possono interpretare gli andamenti delle varie distribuzioni considerando la variazione del volume di facilitazione. Per alti valori del disaccordo  $\delta$  il volume di facilitazione si riduce in quanto  $V_{fac} = S_k(\delta) \times \Delta r(\delta) \propto \delta^{-3/2}$  per ogni passo  $k = 1, 2, 3, \dots$  e, allo stesso modo, diminuisce il numero medio di atomi contenuti

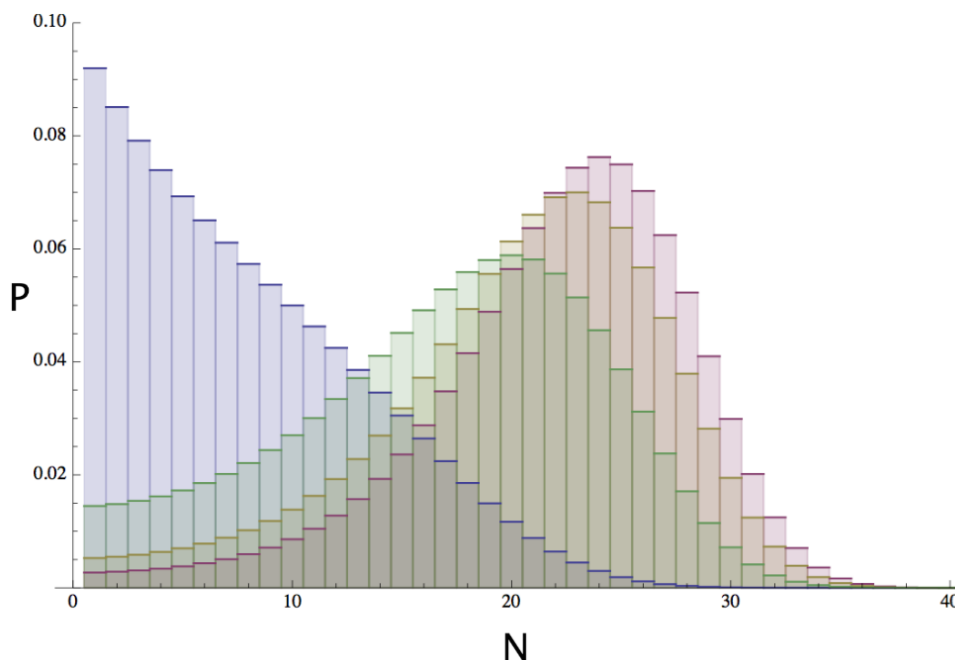


FIGURE 5.12: Risultati simulazione,  $n_0 = 1.8 * 10^{11} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$ ,  $\Omega/2\pi = 1\text{MHz}$ ,  $\sigma = 110\mu\text{m}$ ,  $N_{Seed} = 1$ ,  $M = 100$ ; [Blu]  $\delta = 22\text{MHz}$ ; [Verde]  $\delta = 15\text{MHz}$ ; [Giallo]  $\delta = 13.5\text{MHz}$ ; [Viola]  $\delta = 12\text{MHz}$ . Nel grafico si rappresentano i conteggi successivi al seed iniziale.

in tale volume. Un numero minore di  $\langle \tilde{N} \rangle$  corrisponde ad una minore probabilità di proseguire la sequenza di eccitazioni successive (avere almeno un atomo nel volume di facilitazione  $1 - e^{-\langle \tilde{N} \rangle}$ ) e raggiungere valori maggiori nella distribuzione dei conteggi. Viceversa, per bassi valori del disaccordo, il numero  $\langle \tilde{N} \rangle$  è maggiore, quindi è più probabile proseguire la sequenza di eccitazioni Rydberg e raggiungere conteggi maggiori nella distribuzione. Questo modello, seppur molto semplificato, riproduce qualitativamente il passaggio da una distribuzione con carattere monomodale ad una bimodale osservato negli esperimenti precedenti al variare del numero di atomi nel volume di facilitazione.

## 5.6 Conclusioni

In questo capitolo si è affrontato il problema della dinamica di un campione di atomi sottoposto a radiazione non risonante. Dopo una prima introduzione teorica, si sono presentati i risultati sperimentali della dinamica non risonante con e senza un eccitazione iniziale (seed) dando una interpretazione in termini di processo di eccitazione a catena. Si sono presentate, oltre al numero medio di eccitazioni, anche le distribuzioni dei conteggi e le loro peculiarità in funzione del numero di atomi  $\tilde{N}$  nel volume di facilitazione. Infine si è presentato un modello 1D che riproduce le caratteristiche delle distribuzioni osservate sperimentalmente in funzione dello stesso parametro  $\tilde{N}$ .

# Appendice A

In questa appendice sono presentate le diverse distribuzioni utilizzate nel corso di questa tesi per descrivere il numero degli atomi eccitati a stati di Rydberg ed il numero di ioni rivelati.

Indicando con  $n$  il numero di ripetizioni dell'esperimento di eccitazione dello stato di Rydberg e con  $p$  la probabilità della eccitazione, la probabilità di osservare  $N$  volte quel Rydberg è data da

$$P(N) = \binom{n}{N} p^N (1-p)^{n-N} \quad (\text{A.1})$$

dove  $\binom{n}{N} = \frac{n!}{N!(n-N)!}$  è il coefficiente binomiale. La distribuzione è centrata attorno al valore atteso  $\langle N \rangle = n \cdot p$  con una varianza  $\sigma^2 = n \cdot p(1-p)$ . Questo è il modello che descrive il problema del lancio di una moneta  $n$  volte, in cui si vuole sapere la probabilità di ottenere  $N$  volte testa sapendo che la probabilità di successo è  $p$ . Per  $N$  monete si può osservare che per il lancio di  $n$  volte una sola moneta equivale a lanciarne  $n$  in una sola volta, naturalmente se le  $n$  monete non disturbano reciprocamente i loro lanci.

Nel caso di  $N$  grande e  $p$  piccolo con il valore medio  $\langle N \rangle = NP$  un numero non grande la bimodale è ben approssimata con una Poissoniana:

$$P(N) = \frac{N^{\langle N \rangle}}{N!} e^{-\langle N \rangle}. \quad (\text{A.2})$$

È importante notare che la varianza della Poissoniana è uguale al suo valore medio

$$\sigma = \sqrt{\langle N \rangle}. \quad (\text{A.3})$$

Se il valore medio  $\langle N \rangle$  è un numero grande allora la distribuzione può essere ben approssimata attraverso la seguente legge di probabilità Gaussiana:

$$P(N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(N-\langle N \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.4})$$

La legge di probabilità Gaussiana di cui sopra può essere utilizzata per descrivere distribuzioni nelle quali la varianza non corrisponde ad eventi fra loro indipendenti. In questo caso la varianza è diversa dal valore medio ed in particolare noi siamo interessati ai casi prodotti dalla interazione dipolare fra gli atomi di Rydberg in cui la varianza è più piccola di quella associata ad una distribuzione di Poisson, cioè a distribuzione sub-Poissoniana.

Gli esperimenti che hanno verificato le distribuzioni sub-Poissoniane [9, 22, 25, 26] hanno caratterizzato la distribuzione introducendo il seguente parametro  $Q$  di Mandel [24], proporzionale alla varianza o momento secondo della distribuzione:

$$Q = \frac{\sigma^2}{\langle N \rangle} - 1. \quad (\text{A.5})$$

Notare che per la distribuzione Poissoniana il parametro  $Q$  è uguale a zero, mentre per le distribuzioni sub-Poissoniane si ottiene  $Q < 0$ .

I risultati sperimentali descritti in questa tesi saranno caratterizzati attraverso le distribuzioni di cui sopra, anche se osservazioni sperimentali precedentemente riportate dal gruppo di ricerca BEC di Pisa hanno investigato momenti di ordine superiore al secondo per le distribuzioni dei conteggi di Rydberg [4]. Per esempio la distribuzione sperimentale bimodale riportata come Fig. 5.4 nel corpo della tesi potrebbe essere caratterizzata attraverso i momenti di differenti ordini. Il punto di vista assunto in questa tesi è stato di caratterizzare i due picchi della distribuzione in maniera separata, ed in particolare di descrivere la parte di interesse ad alti  $N$  con una distribuzione sub-Poissoniana.

Nel caso di Rydberg non interagenti, i processi di misura sono indipendenti per cui la probabilità di avere  $N$  conteggi per ogni ripetizione è data da una binomiale (o Poissoniana) con valore medio atteso  $\langle N \rangle$  e una varianza  $\sigma^2 = \langle N \rangle$ . Per atomi di Rydberg interagenti invece la distribuzione attesa è una Gaussiana caratterizzata da  $\langle N \rangle$  e  $Q$  rispettivamente.

Nella operazione del sedo nel capitolo 5 viene considerato il caso di valore medio  $\langle N \rangle$  molto basso. In particolare è necessario valutare la probabilità di zero eccitazione per per i due casi di Poissoniana e Gaussiana che valgono rispettivamente:

$$P(1) = e^{-\langle N \rangle}. \quad (\text{A.6})$$

e

$$P(0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\langle N \rangle^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.7})$$

L'efficienza finita  $\eta$  dell'apparato di rivelazione sperimentali degli ioni trasforma le distribuzioni di conteggi  $P(N)$  riportate sopra in distribuzioni di conteggi osservate  $(P(N))_{obs}$ . L'articolo di Malossi et al. [4] ha mostrato che valgono delle semplici relazioni fra i momenti primi e secondi delle due distribuzioni, e quindi fra le quantità di



interesse per questa tesi:

$$\begin{aligned}\langle N \rangle_{obs} &= \eta \langle N \rangle \\ \sigma_{obs} &= \eta^{1/2} \sigma \\ Q_{obs} &= \eta Q.\end{aligned}\tag{A.8}$$

# Bibliografia

- [1] P. Huillery. "*Few and Many-body Physics in cold Rydberg gases*". Ph.D. Thesis, 2013.
- [2] K. Dinh Xuan M. Glódz B. Nguyen Huy J. Szonert K. Kowalski, V. Cao Long. Magneto-optical trap: Fundamentals and realization. *Computational Methods in Science and Technology*, 87:115–129, Jun 2010.
- [3] Igor Lesanovsky and Juan P. Garrahan. Kinetic constraints, hierarchical relaxation, and onset of glassiness in strongly interacting and dissipative rydberg gases. *Phys. Rev. Lett.*, 111:215305, Nov 2013. doi: 10.1103/PhysRevLett.111.215305. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.215305>.
- [4] N. Malossi, M.M. Valado, S. Scotto, P. Huillery, P. Pillet, D. Ciampini, E. Arimondo, and O. Morsch. Full counting statistics and phase diagram of a dissipative rydberg gas. *in stampa su PRL*, Aug 2013. doi: arXiv:1308.1854.
- [5] L. Li, Y. O. Dudin, and A. Kuzmich. Entanglement between light and an optical atomic excitation. *Nature*, 498:466–469, June 2013. doi: 10.1038/nature12227. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature12227>.
- [6] M. Saffman, T. G. Walker, and K. Mølmer. Quantum information with rydberg atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 82:2313–2363, Aug 2010. doi: 10.1103/RevModPhys.82.2313. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.2313>.
- [7] I. Mourachko, D. Comparat, F. de Tomasi, A. Fioretti, P. Nosbaum, V. M. Akulin, and P. Pillet. Many-body effects in a frozen rydberg gas. *Phys. Rev. Lett.*, 80:253–256, Jan 1998. doi: 10.1103/PhysRevLett.80.253. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.80.253>.
- [8] D. Ciampini. "*Realization of a  $87\text{Rb}$  Bose-Einstein Condensate: Atomic Physics with Coherent Matter Waves*". Ph.D. Thesis, 2002.
- [9] M. Viteau, P. Huillery, M. G. Bason, N. Malossi, D. Ciampini, O. Morsch, E. Arimondo, D. Comparat, and P. Pillet. Cooperative excitation and many-body interactions in a cold rydberg gas. *Phys. Rev. Lett.*, 109:053002, Jul

2012. doi: 10.1103/PhysRevLett.109.053002. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.053002>.
- [10] M. Viteau, M. G. Bason, J. Radogostowicz, N. Malossi, D. Ciampini, O. Morsch, and E. Arimondo. Rydberg excitations in bose-einstein condensates in quasi-one-dimensional potentials and optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 107:060402, Aug 2011. doi: 10.1103/PhysRevLett.107.060402. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.060402>.
- [11] M. Ebert, A. Gill, M. Gibbons, X. Zhang, M. Saffman, and T. G. Walker. Atomic fock state preparation using rydberg blockade. *Phys. Rev. Lett.*, 112:043602, Jan 2014. doi: 10.1103/PhysRevLett.112.043602. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.043602>.
- [12] T. A. Johnson, E. Urban, T. Henage, L. Isenhower, D. D. Yavuz, T. G. Walker, and M. Saffman. Rabi oscillations between ground and rydberg states with dipole-dipole atomic interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 100:113003, Mar 2008. doi: 10.1103/PhysRevLett.100.113003. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.113003>.
- [13] Y. O. Dudin, L. Li, F. Bariani, and A. Kuzmich. Observation of coherent many-body rabi oscillations. *Nat Phys*, 8:790–794, September 2012/11//print. doi: 10.1038/nphys2413. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2413>.
- [14] Thomas F. Gallagher. *Rydberg Atoms*. Cambridge University Press, 1994.
- [15] R. Löw, H. Weimer, J. Nipper, B. J. Balewski, B. Butscher, P. H. Büchler, and Tilman Pfau. An experimental and theoretical guide to strongly interacting rydberg gases. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 45(11):113001, 2012. URL <http://stacks.iop.org/0953-4075/45/i=11/a=113001>.
- [16] D. Comparat and P. Pillet. Dipole blockade in a cold rydberg atomic sample. *ArXiv e-prints*.
- [17] R. Heidemann, U. Raitzsch, V. Bendkowsky, B. Butscher, R. Löw, L. Santos, and T. Pfau. Evidence for coherent collective rydberg excitation in the strong blockade regime. *Phys. Rev. Lett.*, 99:163601, Oct 2007. doi: 10.1103/PhysRevLett.99.163601. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.163601>.
- [18] David W. Schönleber, Martin Gärttner, and Jörg Evers. Coherent versus incoherent excitation dynamics in dissipative many-body rydberg systems. *Phys. Rev. A*, 89:033421, Mar 2014. doi: 10.1103/PhysRevA.89.033421. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.033421>.

- [19] Ennio Arimondo. *Lezioni di Struttura della Materia*. EDIZIONI ETS, Piazza Carrara 16-19, I-56126 Pisa, 1998.
- [20] Wenhui Li, I. Mourachko, M. W. Noel, and T. F. Gallagher. Millimeter-wave spectroscopy of cold rb rydberg atoms in a magneto-optical trap: Quantum defects of the ns, np, and nd series. *Phys. Rev. A*, 67:052502, May 2003. doi: 10.1103/PhysRevA.67.052502. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.052502>.
- [21] R. Dum, P. Zoller, and H. Ritsch. Monte carlo simulation of the atomic master equation for spontaneous emission. *Phys. Rev. A*, 45:4879–4887, Apr 1992. doi: 10.1103/PhysRevA.45.4879. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.4879>.
- [22] H. Schempp, G. Günter, M. Robert-de Saint-Vincent, C. S. Hofmann, D. Breyel, A. Komnik, D. W. Schönleber, M. Gärttner, J. Evers, S. Whitlock, and M. Weidemüller. Full counting statistics of laser excited rydberg aggregates in a one-dimensional geometry. *Phys. Rev. Lett.*, 112:013002, Jan 2014. doi: 10.1103/PhysRevLett.112.013002. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.013002>.
- [23] I. Lesanovsky and J. P. Garrahan. Out-of-equilibrium structures in strongly interacting Rydberg gases with dissipation. *ArXiv e-prints*, February 2014.
- [24] L. Mandel. Squeezed states and sub-poissonian photon statistics. *Phys. Rev. Lett.*, 49:136–138, Jul 1982. doi: 10.1103/PhysRevLett.49.136. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.136>.
- [25] T. Cubel Liebisch, A. Reinhard, P. R. Berman, and G. Raithel. Atom counting statistics in ensembles of interacting rydberg atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 95:253002, Dec 2005. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.253002. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.253002>.
- [26] A. Reinhard, K. C. Younge, and G. Raithel. Effect of förster resonances on the excitation statistics of many-body rydberg systems. *Phys. Rev. A*, 78:060702, Dec 2008. doi: 10.1103/PhysRevA.78.060702. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.060702>.
- [27] Liana Martinelli e Luca Baldini. *Misure ed analisi dei dati*. EDIZIONI ETS, Piazza Carrara 16-19, I-56126 Pisa, 2007.