

Institut für Reaktorwerkstoffe  
KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH  
des Landes Nordrhein-Westfalen

Bloch- und Néel - Wände  
in dünnen ferromagnetischen Schichten

von

H. - D. Dietze und H. Thomas

Jül - 14 - RW

September 1961

**S o n d e r d r u c k**

aus Zeitschrift für Physik 163, 523-534 (1961) Springer-Verlag, Berlin · Göttingen · Heidelberg





**Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 14**

Institut für Reaktorwerkstoffe Jül – 14 – RW

Dok.: FERROMAGNETIC MATERIALS – MAGNETIC FIELDS

DK 538.245

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich,  
Jülich, Bundesrepublik Deutschland

Aus dem Institut für Reaktorwerkstoffe der Kernforschungsanlage Jülich  
und dem IBM-Forschungslaboratorium Zürich

## **Bloch- und Néel-Wände in dünnen ferromagnetischen Schichten**

Von

H.-D. DIETZE und H. THOMAS

Mit 4 Figuren im Text

(Eingegangen am 28. April 1961)

In dünnen ferromagnetischen Schichten erzeugen Domänenwände ein Streufeld. Dies führt dazu, daß die Struktur und Energie solcher Wände gegenüber Wänden im unendlich ausgedehnten Material erheblich beeinflußt werden. NÉEL hat bereits gefunden, daß in dünnen Schichten zwei verschiedene Wandtypen existieren müssen. Das Néelsche Verfahren zur Abschätzung der Streufeldenergie wird in dieser Arbeit durch ein konsequentes Variationsverfahren ersetzt und daraus die Energie und Struktur einer  $180^\circ$ -Wand in einer dünnen Schicht mit einachsiger magnetischer Anisotropie berechnet.

### **1. Einleitung**

In einem unendlich ausgedehnten ferromagnetischen Kristall mit einer ebenen  $180^\circ$ -Bloch-Wand dreht sich innerhalb der Wand die Magnetisierung so, daß keine Quellen für ein Streufeld auftreten. Die Magnetisierung wird daher immer in der Wandebene liegen und keine Komponente in Richtung der Wandnormalen haben. Die Breite einer solchen Wand wird durch das Gleichgewicht zwischen Austausch- und Anisotropiekräften bestimmt.

Betrachten wir nun die gleiche Wand in einer ferromagnetischen Schicht (Fig. 1), so werden an der Oberfläche der Schicht Pole entstehen, die zu einem Streufeld führen. Die Bloch-Wand wird sich unter der Wirkung der Streufeldenergie zusammenziehen, weil hierdurch das Streufeld abgebaut wird. Der Einfluß der Streufeldenergie wird um so stärker sein, je dünner die Schicht ist.

NÉEL<sup>1</sup> hat nun bemerkt, daß für sehr dünne Schichten die Streufeldenergie niedriger sein wird, wenn sich die Magnetisierung nicht in der Wandebene, also senkrecht zur Schichtebene dreht, sondern innerhalb der Schichtebene in die neue Richtung eindreht. Dies ergibt dann eine Polverteilung, wie es in Fig. 1 unter der mit Néel-Wand bezeichneten Figur angedeutet ist. Nach NÉEL gibt es oberhalb einer kritischen Schichtdicke  $D_{\text{krit}}$  nur den Typ einer Bloch-Wand, bei dem sich die Magnetisierung aus der Schichtebene herausdreht, und unterhalb dieser

<sup>1</sup> NÉEL, L.: C. R. Acad. Sci. Paris **241**, 533 (1955).

kritischen Schichtdicke nur den Typ der Néel-Wand, bei der sich die Magnetisierung innerhalb der Schichtebene dreht.

NÉEL schätzt in seiner Theorie die Streufeldenergie dadurch ab, daß er die tatsächliche Polverteilung durch die Polverteilung eines magnetisierten elliptischen Zylinders ersetzt. Der Schnittpunkt der für die beiden Wandtypen berechneten Kurven der gesamten Energie als Funktion der Schichtdicke bestimmt dann die kritische Dicke.

Diese kritische Dicke ist einem diskontinuierlichen Übergang von Néel- zu Bloch-Wand zuzuordnen. Tatsächlich bildet sich aber eine Zwischenstruktur aus, die zuerst von HUBER, SMITH und GOODENOUGH<sup>2</sup>

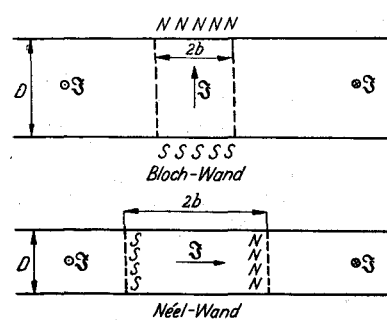


Fig. 1. Die beiden Wandtypen in dünnen ferromagnetischen Schichten

beobachtet wurde. Deshalb ist die kritische Dicke experimentell gar nicht scharf bestimmbar. Nach METHFESSEL, MIDDELHOEK und THOMAS<sup>3</sup> entnimmt man aus den beobachteten Veränderungen der Stacheldrahtstruktur mit der Schichtdicke eine kritische Dicke, deren Wert gegenüber der Theorie von NÉEL etwa um einen Faktor 3 zu hoch ist.

Der Grund für diese Abweichung liegt in der zu rohen Abschätzung der Streufeldenergie. KACZÉR<sup>4</sup> und

STEPHANI<sup>5</sup> haben versucht, durch die Annahme einer anderen Polverteilung die Rechnung zu verbessern. Das Ergebnis weicht jedoch nicht wesentlich von dem Néelschen ab.

In dieser Arbeit wird nun die Streufeldenergie exakt angegeben und das Problem zusammen mit der Austausch- und Anisotropieenergie als Variationsaufgabe formuliert, wobei wie bei NÉEL von der Ausbildung der „Stacheldrahtstruktur“ abgesehen wird. Da eine exakte Lösung nicht gefunden werden konnte, wurde ein Variationsansatz für die Magnetisierungsrichtung gemacht und hieraus die Struktur, Energie und kritische Schichtdicke bestimmt. Letztere ergibt sich um den Faktor 2,5 größer als bei NÉEL. Vorausgesetzt wurde allerdings, daß sich die Magnetisierungsrichtung nicht in Richtung der Schichtnormalen ändert. Wieweit diese Annahme berechtigt ist, haben wir nicht genau abgeschätzt. Für die Néel-Wand dürfte dies aber sicher erfüllt sein, während

<sup>2</sup> HUBER, E. E., D. O. SMITH and J. B. GOODENOUGH: J. Appl. Phys. **29**, 294 (1958).

<sup>3</sup> METHFESSEL, S., S. MIDDELHOEK and H. THOMAS: IBM J. Res. and Dev. **4**, 96 (1960).

<sup>4</sup> KACZÉR, J.: Czech. J. Phys. **7**, 557 (1957).

<sup>5</sup> STEPHANI, H.: Wiss. Z. Fr. Schiller Univ. Jena **7**, 373 (1957/58).

sich bei der Bloch-Wand oberhalb der kritischen Schichtdicke solche Korrekturen wohl bemerkbar machen könnten. Es ist aber anzunehmen, daß diese Korrekturen in der Gesamtenergie bei nicht zu großen Schichtdicken relativ klein sind.

## 2. Allgemeine Formulierung des Variationsproblems

Wir betrachten eine unendlich ausgedehnte Schicht der Dicke  $D$ . Die  $x$ - und  $z$ -Achse soll in der Mitte der Schicht und die  $y$ -Achse soll senkrecht zur Platte liegen (Fig. 2).

Der Betrag der Magnetisierung  $\mathfrak{S}$  ist gleich der spontanen Magnetisierung  $J_s$ , die nur von der Temperatur abhängt. Wir setzen daher

$$\mathfrak{S} = J_s \mathbf{j} \quad (2.1)$$

mit

$$\mathbf{j}^2 = 1. \quad (2.2)$$

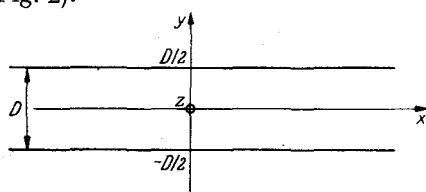


Fig. 2. Lage des Koordinatensystems in der Schicht

Weiterhin nehmen wir an, daß die betrachtete Wand parallel zur  $z$ -Richtung verläuft. Alle Größen seien von  $z$  unabhängig; dadurch werden komplizierte Wandstrukturen, wie die Stacheldrahtwände sowie die von SHTRIKMAN und TREVES<sup>6</sup> diskutierten Bloch-Wände alternierender Polarität aus der Betrachtung ausgeschlossen. Für den Einheitsvektor  $\mathbf{j}$ , der die Richtung der Magnetisierung angibt, führen wir Polarkoordinaten ein mit der  $z$ -Richtung als Polarachse.

$$\left. \begin{aligned} j_x &= \cos \varphi(x, y) \cdot \sin \vartheta(x, y) \\ j_y &= \sin \varphi(x, y) \cdot \sin \vartheta(x, y) \\ j_z &= \cos \vartheta(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Die Austauschenergie pro Längeneinheit der Wand lautet mit diesen Koordinaten in der üblichen Formulierung<sup>7</sup>

$$E_A = A \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-D/2}^{+D/2} dy \{(\text{grad } \vartheta)^2 + \sin^2 \vartheta (\text{grad } \varphi)^2\}, \quad (2.4)$$

wobei  $A$  die Austauschenergiekonstante bedeutet.

Wir nehmen eine einachsige Anisotropie in der Schichtebene an, deren Vorzugsrichtung parallel zur  $z$ -Achse liegt, und machen für die Anisotropieenergie pro Längeneinheit den Ansatz

$$E_K = K \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-D/2}^{+D/2} dy \sin^2 \vartheta \quad (2.5)$$

mit  $K$  als Anisotropiekonstante.

<sup>6</sup> SHTRIKMAN, S., and D. TREVES: J. Appl. Phys. **31**, 147 S (1960).

<sup>7</sup> BROWN, W.F.: J. Appl. Phys. **30**, 62 S (1959).

Schließlich haben wir noch die Streufeldenergie pro Längeneinheit

$$E_S = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy \xi^2 \quad (2.6)$$

zu berücksichtigen, die sich wegen der Maxwell-Gleichungen auch in der Form

$$E_S = -\frac{1}{2} J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-D/2}^{+D/2} dy (\xi, j) \quad (2.6a)$$

schreiben läßt. Das Streufeld  $\xi$  berechnet sich dabei aus den Maxwell-Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \xi &= 0 \\ \text{div } \xi &= \begin{cases} -4\pi J_s \text{ div } j & \text{für } |y| < \frac{D}{2} \\ 0 & \text{für } |y| > \frac{D}{2} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Mit dem magnetischen Potential  $U$  lautet die Lösung dieses Gleichungssystems

$$\xi = -\text{grad } U, \quad (2.8)$$

$$U(x, y) = 2J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-D/2}^{+D/2} dy' \frac{j_x(x', y')(x-x') + j_y(x', y')(y-y')}{(x-x')^2 + (y-y')^2}. \quad (2.9)$$

Die Magnetisierungsrichtung  $j$  stellt sich nun so ein, daß die gesamte Energie

$$E = E_A + E_K + E_S \quad (2.10)$$

ein Minimum wird. Diese Variationsaufgabe führt auf ein nichtlineares System von partiellen Differentialgleichungen, deren Lösung hoffnungslos erscheint, weswegen wir dieses System hier nicht angeben. Wichtig sind für unser später benutztes Näherungsverfahren die aus dem Variationsproblem sich ergebenden Randbedingungen für  $j$ : Die Normalableitungen von  $j$  an der Oberfläche der Platte sollen verschwinden

$$\left( \frac{\partial j}{\partial y} \right)_{y=\pm \frac{D}{2}} = 0. \quad (2.11)$$

Dies führt zu der plausiblen Annahme, daß man für nicht zu dicke Schichten die  $y$ -Abhängigkeit von  $j$  vernachlässigen kann. Diese  $y$ -Abhängigkeit wird die Streufeldenergie der Wand erniedrigen, wodurch aber die Austauschenergie zunimmt. Bei einer Wand der Breite  $b$  in einer ferromagnetischen Schicht der Dicke  $D$  wird die Austauschenergie in Folge der  $y$ -Abhängigkeit proportional zu  $Ab/D$  und die Streufeld-

energie proportional zu  $2\pi J_s^2 D b$  sein. Man sieht, daß bei dünnen Schichten die  $y$ -Abhängigkeit von  $j$  wegen der Austauschwechselwirkung praktisch unterdrückt wird. Wo die Grenze der Zulässigkeit dieser Annahme liegt, läßt sich nicht so einfach abschätzen, da die Proportionalitätsfaktoren zu den angegebenen Energiebeträgen nicht einfach anzugeben sind.

### 3. Streufeldenergie für eine von $y$ unabhängige Magnetisierung

Die Annahme, daß  $j$  nicht von  $y$  abhängt, gestattet für die Streufeldenergie eine wesentlich einfachere Formulierung. Zunächst läßt sich die Integration über  $y'$  im Potential (2.9) ausführen. Sie ergibt

$$U(x, y) = 2J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' j_x(x') \left\{ \operatorname{arctg} \frac{D/2 + y}{x - x'} + \operatorname{arctg} \frac{D/2 - y}{x - x'} \right\} + \left. \begin{aligned} &+ J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' j_y(x') \ln \frac{(x - x')^2 + (D/2 + y)^2}{(x - x')^2 + (D/2 - y)^2} \\ &\left( -\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{arctg} \dots \leq \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Der Integrand im ersten Integral macht für  $|y| < D/2$  einen Sprung an der Stelle  $x' = x$ , was bei der Gradientenbildung für die Berechnung des Feldes zu beachten ist, wenn diese mit der Integration vertauscht wird. Dieser Sprung entfällt für  $|y| > D/2$ . Für die Komponenten des Feldes erhalten wir daher

$$H_x(x, y) = 2J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' j_x(x') \left\{ \frac{D/2 + y}{(x - x')^2 + (D/2 + y)^2} + \frac{D/2 - y}{(x - x')^2 + (D/2 - y)^2} \right\} - \left. \begin{aligned} &- 2J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' j_y(x') \left\{ \frac{x - x'}{(x - x')^2 + (D/2 + y)^2} - \frac{x - x'}{(x - x')^2 + (D/2 - y)^2} \right\} - \\ &\left\{ \begin{array}{ll} 4\pi J_s j_x(x) & \text{für } |y| < \frac{D}{2} \\ 0 & \text{für } |y| > \frac{D}{2} \end{array} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

$$H_y(x, y) = - 2J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' j_x(x') \left\{ \frac{x - x'}{(x - x')^2 + (D/2 + y)^2} - \frac{x - x'}{(x - x')^2 + (D/2 - y)^2} \right\} -$$

$$- 2J_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx' j_y(x') \left\{ \frac{D/2 + y}{(x - x')^2 + (D/2 + y)^2} + \frac{D/2 - y}{(x - x')^2 + (D/2 - y)^2} \right\}$$

für  $|y| \leq D/2$ .

Man rechnet leicht nach, daß  $H_x$  für  $y = \pm D/2$  stetig ist und  $H_y$  den Sprung

$$\left. \begin{aligned} H_y\left(x, \frac{D}{2} + 0\right) - H_y\left(x, \frac{D}{2} - 0\right) &= 4\pi J_s \cdot j_y(x) \\ H_y\left(x, -\frac{D}{2} + 0\right) - H_y\left(x, -\frac{D}{2} - 0\right) &= -4\pi J_s \cdot j_y(x) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

macht, wie es nach den Maxwell-Gleichungen sein muß. Setzen wir nun (3.2) in den Ausdruck (2.6a) für die Streufeldenergie ein und führen noch die Integration über  $y$  aus, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} E_s &= -J_s^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dx' \{j_x(x) j_x(x') - j_y(x) j_y(x')\} \ln \left\{ 1 + \frac{D^2}{(x-x')^2} \right\} + \\ &+ 2\pi J_s^2 D \int_{-\infty}^{+\infty} j_x^2(x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

In dieser Formulierung der Streufeldenergie ist zwar  $j$  nur noch von  $x$  abhängig, aber das Streufeld  $\mathfrak{H}$  in der Platte hängt noch von  $y$  ab. Wenn nun  $j$  sich in  $x$ -Richtung innerhalb eines Abstandes  $D$  nur wenig ändert, oder mit anderen Worten die Breite  $b$  der Wand groß gegenüber  $D$  ist, wird sich das Feld  $\mathfrak{H}$  innerhalb der Platte mit  $y$  wenig verändern. Jedoch ist dieser Fall nur bei ganz extrem dünnen Schichten verwirklicht, so daß wir hieraus keinen mathematischen Nutzen ziehen können.

#### 4. Variationsproblem mit von $y$ unabhängiger Magnetisierung

Für den Fall, daß  $j$  nicht von  $y$  abhängt, erhalten wir mit den Polarkoordinaten (2.3) aus (2.4), (2.5) und (3.4) die Energieterme

$$\left. \begin{aligned} E_A &= AD \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left( \frac{d\vartheta}{dx} \right)^2 + \sin^2 \vartheta(x) \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right\} dx \\ E_K &= KD \int_{-\infty}^{+\infty} \sin^2 \vartheta(x) dx \\ E_S &= -J_s^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos[\varphi(x) + \varphi(x')] \sin \vartheta(x) \times \\ &\quad \times \sin \vartheta(x') \cdot \ln \left[ 1 + \frac{D^2}{(x-x')^2} \right] dx dx' + \\ &\quad + 2\pi J_s^2 D \int_{-\infty}^{+\infty} \cos^2 \varphi(x) \cdot \sin^2 \vartheta(x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$



Die Summe dieser drei Energieterme ist bezüglich der Winkel  $\vartheta(x)$  und  $\varphi(x)$  ein Minimum. Die Variation nach  $\vartheta$  ergibt die Gleichung

$$\left. \begin{aligned} & A D \left[ \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} - \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right] - \\ & \quad - K D \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta - 2\pi J_s^2 D \cos^2 \varphi \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta + \\ & + J_s^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \cos[\varphi(x) + \varphi(x')] \cos \vartheta(x) \sin \vartheta(x') \ln \left[ 1 + \frac{D^2}{(x-x')^2} \right] dx' = 0 \end{aligned} \right\} (4.2)$$

und die Variation nach  $\varphi$

$$\left. \begin{aligned} & A D \left[ \sin \vartheta \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + 2 \cos \vartheta \frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \right] + 2\pi J_s^2 D \sin \varphi \cos \varphi \sin \vartheta - \\ & \quad - J_s^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \sin[\varphi(x) + \varphi(x')] \sin \vartheta(x') \ln \left[ 1 + \frac{D^2}{(x-x')^2} \right] dx' = 0. \end{aligned} \right\} (4.3)$$

Man erkennt leicht, daß

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{\pi}{2} && \text{(Bloch-Wand)} \\ \varphi(x) &= 0 && \text{(Néel-Wand)} \end{aligned} \right\} (4.4)$$

Lösungen der Gln. (4.2) und (4.3) darstellen.  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  stellt den Typ einer Bloch-Wand dar, bei der sich die Magnetisierung aus der Schicht herausdreht, während  $\varphi = 0$  der Typ einer Néel-Wand ist, bei der sich die Magnetisierung in der Schichtebene dreht. Es ist uns nicht gelungen zu beweisen, daß die Lösungen (4.4) auch stabil sind.

Es wäre möglich, daß keine der beiden Lösungen (4.4) stabil ist und sich der Übergang von Bloch- zu Néel-Wand mit abnehmender Schichtdicke kontinuierlich vollzieht. Für den Vergleich mit dem Experiment hat ein kontinuierlicher Übergang dieser Art wohl keine Bedeutung, weil die tatsächlich beobachtete Übergangsstruktur die oben erwähnte „Stacheldrahtstruktur“ ist<sup>2,3</sup>. In unserer Beschreibung kann durch die Unterdrückung der  $z$ -Abhängigkeit diese „Stacheldrahtstruktur“ nicht auftreten. Wir werden im nächsten Abschnitt einen Ansatz für  $\vartheta$  und  $\varphi$  angeben, bei dem sich die Lösungen (4.4) als stabil erweisen werden.

### 5. Näherungslösung für das Variationsproblem

Es erscheint hoffnungslos, das Gleichungssystem (4.2) und (4.3) mit dem einfachen Ansatz (4.4) lösen zu wollen. Wir werden daher einen empirischen Ansatz für  $\vartheta(x)$  machen, der qualitativ eine Wand beschreibt, und bei dem wir die Halbwertbreite  $b$  des Übergangs von

$\vartheta(-\infty) = 0$  nach  $\vartheta(+\infty) = \pi$  als Variationsparameter einführen

$$\sin \vartheta = \frac{b^2}{x^2 + b^2}; \quad (0 < \vartheta < \pi). \quad (5.1)$$

Für  $\varphi(x)$  setzen wir einfach

$$\varphi(x) = \text{const}. \quad (5.2)$$

Mit diesem Ansatz berechnen wir die Energieausdrücke (4.1) und machen die gesamte Energie bezüglich  $b$  und  $\varphi$  zum Minimum.

Zunächst wollen wir das Problem ohne Streufeldenergie mit dem Ansatz (5.1) behandeln, obgleich sich für diesen Fall die Differentialgleichung exakt lösen läßt. Für Austausch- und Anisotropieenergie erhalten wir nach einfacher Rechnung

$$\left. \begin{aligned} E_A &= 2\pi(\sqrt{2}-1) \frac{AD}{b} \\ E_K &= \frac{\pi}{2} K D b. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Das Minimum der Energie  $E_A + E_K$  stellt sich für

$$b_0 = 2\sqrt{\sqrt{2}-1} \sqrt{\frac{A}{K}} = 1,287 \sqrt{\frac{A}{K}} \quad (5.4)$$

ein und beträgt

$$E_0 = 2\pi \sqrt{\sqrt{2}-1} D \sqrt{AK} = 4,04 D \sqrt{AK}. \quad (5.5)$$

Wir wollen dieses Ergebnis mit der exakten Lösung vergleichen. Die Lösung der Differentialgleichungen (4.2) mit  $\varphi = \text{const}$  und  $J_s = 0$  lautet

$$\sin \vartheta = \frac{1}{\text{Co}f \frac{\pi}{\hat{b}_0}}, \quad (5.6)$$

wobei

$$\hat{b}_0 = \sqrt{\frac{A}{K}} \quad (5.7)$$

und die Energie

$$\hat{E}_0 = 4D \sqrt{AK} \quad (5.8)$$

sind. Die Übereinstimmung beider Ergebnisse ist also recht gut.

Wir führen nunmehr in die drei Energieausdrücke (4.1) die folgenden reduzierten Größen ein

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_A &= \frac{E_A}{E_0}, \quad \varepsilon_K = \frac{E_K}{E_0}, \quad \varepsilon_S = \frac{E_S}{E_0}, \quad q = \frac{2\pi J_s^2}{K} \\ \beta &= \frac{D}{2b}, \quad \beta_0 = \frac{D}{2b_0}. \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

Dabei ist für alle interessierenden Fälle  $q \gg 1$ .

Mit dem Ansatz (5.1) und (5.2) erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_A &= \frac{1}{2} \frac{\beta}{\beta_0} \\ \varepsilon_K &= \frac{1}{2} \frac{\beta_0}{\beta} \\ \varepsilon_S &= \frac{1}{2} q \frac{\beta_0}{\beta} \left\{ \frac{\ln(1+\beta)}{\beta} + \left[ 1 - \frac{2 \ln(1+\beta)}{\beta} \right] \cos^2 \varphi \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

Die Berechnung des Doppelintegrals in der Streufeldenergie ist im Anhang durchgeführt. Die gesamte Energie

$$\varepsilon = \varepsilon_A + \varepsilon_K + \varepsilon_S \quad (5.11)$$

ist nun bezüglich  $\varphi$  und  $\beta$  zum Minimum zu machen. Für  $\varphi$  ergibt sich sofort  $\pi/2$  (Bloch-Wand) und 0 (Néel-Wand). Damit die Bloch-Wand stabil ist, muß nach (5.10)

$$1 - \frac{2 \ln(1+\beta)}{\beta} > 0 \quad (5.12a)$$

sein, und für eine stabile Néel-Wand muß

$$1 - \frac{2 \ln(1+\beta)}{\beta} < 0 \quad (5.12b)$$

sein. Für

$$\beta_s = 2,513 \quad (5.13)$$

ist gerade

$$1 - \frac{2 \ln(1+\beta_s)}{\beta_s} = 0. \quad (5.14)$$

Nun wird die kritische Dicke  $D_{\text{krit}}$ , bei der die Bloch-Wand in die Néel-Wand übergeht, nicht durch den Wert  $\beta_s$  bestimmt. Hierzu müssen die Energieausdrücke für die beiden Wandtypen bezüglich  $\beta$  erst zum Minimum gemacht werden. Derjenige Wert von  $D$ , für den die beiden Energien gerade gleich sind, ist dann die kritische Dicke  $D_{\text{krit}}$ . Es zeigt sich, daß wegen der Stabilitätsbedingung (5.12) in einem gewissen Bereich von  $D$  um  $D_{\text{krit}}$  beide Wandtypen stabil sind, da bei der kritischen Schichtdicke für die Bloch-Wand  $\beta > \beta_1$  und die Néel-Wand  $\beta < \beta_1$  ist. Erst für  $\beta = \beta_1$  endet der stabile Bereich der beiden Wandtypen.

Die Aufgabe, die Extremwerte der Energie (5.11) bezüglich  $\beta$  aufzufinden, führt auf ein transzendentes Gleichungssystem, welches wir numerisch gelöst haben. Wegen  $q \gg 1$  spielt die Anisotropieenergie nur bei sehr geringen Dicken für die Néel-Wand und bei sehr großen Dicken für die Bloch-Wand eine Rolle; im mittleren Schichtdickenbereich ist die Wandenergie praktisch unabhängig von  $K$ . Daher wird die Darstellung übersichtlicher, wenn man die Wandenergie und die Wand-

breite statt auf  $E_0$  und  $b_0$  auf die von  $K$  unabhängigen Größen

$$E_1 = \sqrt{q} E_0 = 4,04 D \cdot \sqrt{2\pi J_s^2 \cdot A} \quad (5.15)$$

und

$$b_1 = b_0/\sqrt{q} = 1,287 \sqrt{A/2\pi J_s^2} \quad (5.16)$$

bezieht.

In Fig. 3 sind für  $q = 10^2, 10^3$  und  $10^4$  die reduzierten Energien  $E/E_1$  und die reziproken reduzierten Wandbreiten  $b_1/b$  als Funktion der Schichtdicke dargestellt.

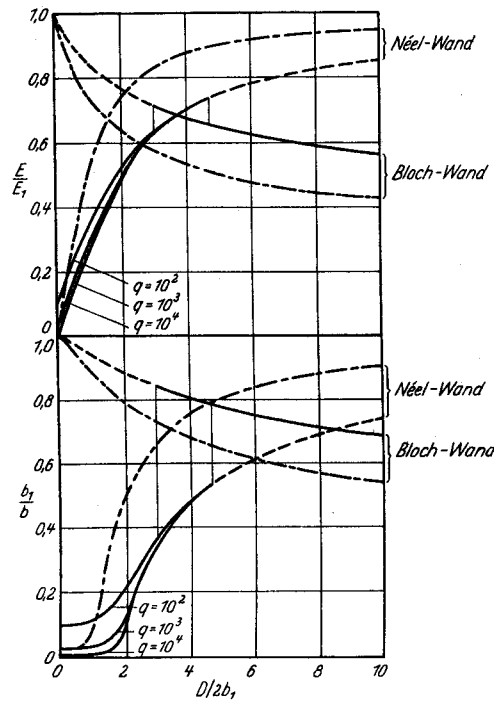


Fig. 3. Energie und reziproke Wandbreite als Funktion der Schichtdicke. Strichpunktierte Linie gibt den Verlauf nach der Theorie von NÉEL<sup>1</sup> für  $q = 10^3$

Die stabilen Bereiche sind durch ausgezogene Kurvenzüge, die instabilen Bereiche durch unterbrochene Kurvenzüge angegeben. Die Größen für die Bloch-Wand ergaben sich im dargestellten Schichtdickenbereich als praktisch unabhängig von  $q$ , d. h. von der

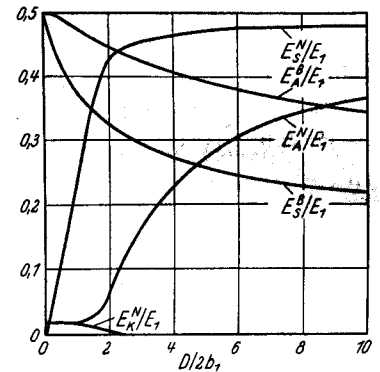


Fig. 4. Verlauf der Austausch- (A), Streufeld- (S) und Anisotropieenergie (K) für die Bloch- (B) und Néel-Wand (N) in Abhängigkeit von der Schichtdicke

Anisotropiekonstanten  $K$ . Ein Einfluß von  $K$  würde sich erst bei wesentlich größeren Schichtdicken bemerkbar machen.

Der Schnittpunkt der Energiekurven bestimmt die kritische Dicke. Sie ergibt sich ebenfalls praktisch unabhängig von  $K$  zu

$$D_{\text{krit}} = 7,5 \cdot b_1 = 3,9 \frac{\sqrt{A}}{J_s}, \quad (5.17)$$

und die Wandenergie hat an dieser Stelle den Wert

$$E_{\text{krit}} = 0,69 E_1 = 7,0 \cdot D \cdot J_s \cdot \sqrt{A}. \quad (5.18)$$



Sie ist also um den Faktor  $0,69\sqrt{q}$  höher als die klassische Wandenergie (5.8). Die Wand zieht sich beim Übergang von Néel- zu Bloch-Wand zusammen, weil dies für die Streufeldenergie günstiger ist.

In Fig. 4 sind für  $q=10^3$  die drei Energieanteile  $E_A/E_1$ ,  $E_K/E_1$  und  $E_S/E_1$  getrennt als Funktion von  $D$  aufgetragen, und zwar bezieht sich der oben angebrachte Index  $B$  auf die Bloch-Wand und  $N$  auf die Néel-Wand.  $E_K^B$  ist praktisch im ganzen aufgetragenen Bereich gegen  $E_A^B$  und  $E_S^B$  vernachlässigbar klein, während  $E_K^N$  nur im Bereich sehr dünner Schichten vergleichbar mit  $E_A^N$  und  $E_S^N$  wird.

### 6. Vergleich mit der Theorie von NÉEL

NÉEL<sup>1</sup> hat die Streufeldenergie dadurch abgeschätzt, daß er statt der Polverteilung in Fig. 1 die Polverteilung eines magnetisierten elliptischen Zylinders mit den Durchmessern  $D$  und  $2b$  genommen hat. Die Streufeldenergie eines solchen Zylinders pro Längeneinheit ist

$$E_S = \frac{1}{2} J_s^2 N F, \quad (6.1)$$

wobei  $N$  den Entmagnetisierungsfaktor und  $F$  den Querschnitt des Zylinders bedeuten. Es ist

$$F = \frac{\pi}{2} b D^* \quad (6.2)$$

und für die Bloch-Wand

$$N = 4\pi \frac{2b}{D+2b} \quad (6.3)$$

und die Néel-Wand

$$N = 4\pi \frac{D}{D+2b}, \quad (6.4)$$

so daß wir für die Streufeldenergie in unseren reduzierten Einheiten

$$\varepsilon_S = \frac{1}{2} q \frac{\beta_0}{\beta(1+\beta)} [1 + (\beta - 1) \cos^2 \varphi] \quad (6.5)$$

erhalten. Das Ergebnis der Rechnung mit dem Néelschen Ansatz für die Streufeldenergie ist für  $q=10^3$  in Fig. 3 als strichpunktierte Linie eingetragen. Die Abweichungen von unserer Rechnung sind vor allem für die Struktur der Néel-Wand beträchtlich. Für die kritische Dicke ergibt sich

$$D_{\text{krit}} = 3,1 b_1 = 1,6 \frac{\sqrt{A}}{J_s} \quad (6.6)$$

im Gegensatz zu (5.17), wobei der Wert (5.17) besser mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmt.

\* NÉEL setzt  $F = 2b \cdot D$ , was aber nicht recht einzusehen ist. Diese Änderung ist für das Ergebnis nur von geringer Bedeutung.

## Anhang

Wir berechnen das Doppelintegral

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \vartheta(x) \sin \vartheta(x') \ln \left[ 1 + \frac{D^2}{(x-x')^2} \right] dx dx' \quad (\text{A.1})$$

in der Streufeldenergie (4.1) mit dem Ansatz (5.1). Wegen

$$\sin \vartheta(x) = \frac{b^2}{x^2 + b^2} \quad (\text{A.2})$$

haben wir zunächst Integrale der Form

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b^2}{x^2 + b^2} \ln [(x-a)^2 + c^2] dx$$

zu berechnen. Dies können wir auch

$$\operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2b^2}{x^2 + b^2} \ln (x-a+ic) dx$$

schreiben. Da die logarithmische Singularität in der unteren komplexen Halbebene liegt, ziehen wir den Integrationsweg in die obere Halbebene ins Unendliche aus und erhalten lediglich ein Umlaufintegral um den Pol bei  $ib$ , welches wir nach dem Residuensatz auswerten. Wir erhalten so

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b^2}{x^2 + b^2} \ln [(x-a)^2 + c^2] dx = \pi b \ln [a^2 + (b+c)^2]. \quad (\text{A.3})$$

Damit wird aus (A.1)

$$S = \pi b \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b^2}{x'^2 + b^2} \ln \frac{x'^2 + (b+D)^2}{x'^2 + b^2} dx'. \quad (\text{A.4})$$

Dies sind wieder Integrale vom Typ (A.3), so daß wir schließlich

$$S = 2\pi^2 b^2 \ln \left( 1 + \frac{D}{2b} \right) \quad (\text{A.5})$$

erhalten.