

NEIZOTERMNI TURBULENTNI MLAZ: ANALIZA SMANJENJA CENTRALNE BRZINE

Cukrov, A., Horvat, T., Vrandečić, T., Švaić, S.

Sažetak: Radom je teorijski i eksperimentalno analiziran neizotermni turbulentni mlaz. U okviru teorijske analize, primjenom Prandtlove hipoteze i računa teorije vjerojatnosti, pronađena je korelacija između stupnja mješanja m i faktora raspršenja mlaza β_G definiranog na osnovi Gaussovog profila brzine. Primjenjene su jednadžbe smanjenja centralne brzine neizoternog mlaza koje sadrže stupanj mješanja m . Eksperimentalnom analizom dobivene su vrijednosti brzina koristeći anemometar sa žarnom niti. Utvrđena je ovisnost stupnja mješanja o istrujnoj brzini. Više istrujne brzine bolje se predviđaju sa nižim stupnjevima mješanja i obrnuto.

Ključne riječi: neizotermni turbulentni mlaz, smanjenje centralne brzine, stupanj mješanja

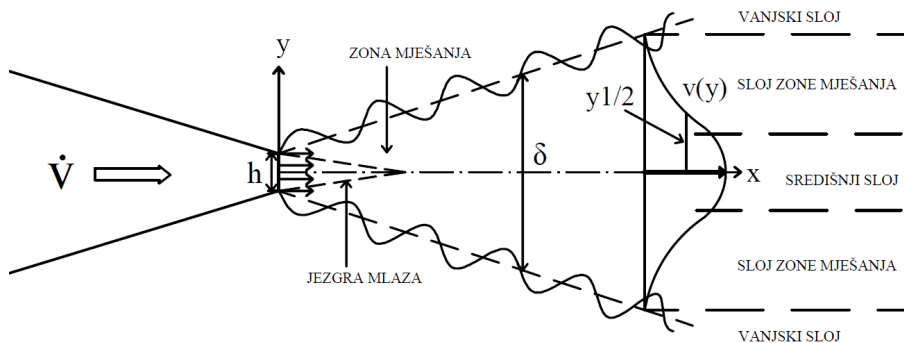
1 UVOD

Cilj ovog rada je pronaći vezu između Regenscheitovog stupnja mješanja m [1] i faktora raspršenja mlaza β_G definiranog na osnovi Gaussovog profila brzine [2]. Nadalje, istraživanjem se želi dati ovisnost stupnja mješanja m o istrujnoj brzini u svrhu učinkovite primjene jednadžbi smanjenja simetralne brzine mlaza pri projektiranju istrujnih otvora sustava grijanja, klimatizacije i ventilacije. Turbulentno nestlačivo strujanje zbog svoje stohastičke prirode u osnovnim jednadžbama dinamike fluida sadrži nelinearne članove. Zbog postojanja nelinearnih članova, te jednadžbe nije moguće analitički riješiti. Stoga su za potrebe analize mlaza definirane empirijske konstante kojima se uzimaju u obzir efekti turbulencije.

2 METODE ANALIZE ZRAČNOG MLAZA

2.1 Teorijska analiza mlaza

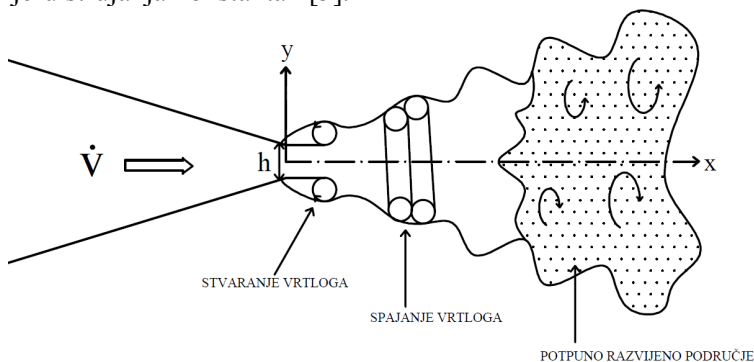
Udaljavanjem od otvora u smjeru glavnog strujanja, usisavanjem bezvrtložnog okolnog fluida povećava se maseni protok mlaza, širi se zona mješanja, raste intezitet turbulencije, a brzina u simetrali mlaza se smanjuje (slika 1.). Međutim, protok količine gibanja ostaje konstantan o čemu će biti riječi u nastavku. Brzina u simetrali mlaza se smanjuje sve dok se sva kinetička energija mlaza ne pretvori u kinetičku energiju turbulentnih vrtloga. Istrujavanje mlaza omogućava formiranje izrazito anizotropnih turbulentnih struktura [3] koje napredovanjem strujanja se razvijaju, te bivaju u međudjelovanju. Nastali vrtlozi se rotiraju, te spajaju kao što se vidi na slici 2. Djelovanjem viskoznosti uništavaju se turbulentni vrtlozi. Viskozna disipacija rezultira time da se sva turbulentna energija transformira u molekularno gibanje [4].



Slika 2. Shematski prikaz slobodnog mlaza istrujanog iz istrujnog otvora.

2.1.1 Jednadžba opadanja centralne brzine mlaza

Promjene statičkog tlaka u glavnom smjeru strujanja dominantno ovise o distribuciji statičkog tlaka u okolnom prostoru izvan zone turbulentnog mlaza. Kako je navedena raspodjela jednolika, dakle $p = konst.$ tako je i statički tlak u turbulentnoj zoni mlaza u glavnom smjeru strujanja konstantan [5].



Slika 3. Prikaz koherentnih struktura slobodnog mlaza.

Usljed konstantnog statičkog tlaka, uvažavanjem Prandtlove pretpostavke konstantnog protoka količine gibanja u glavnom smjeru strujanja, slijedi integralna jednadžba oblika:

$$\rho \overline{v_0^2} h = \rho \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{v(y)^2} dy \quad (1)$$

Smoljan [5] iznosi istraživanja koja su pokazala da se profil brzine u razvijenoj zoni strujanja izotermnog mlaza može dobro aproksimirati koristeći oblik Gaussove funkcije (slika 1.):

$$\frac{\overline{v(y)}}{\overline{v_m}} = \exp \left[-\ln 2 \left(\frac{y}{y_{1/2}} \right)^2 \right] \quad (2)$$

gdje je $\overline{v_m}$ brzina u osi simetrije mlaza. Uvrštavanjem (2) u (1) slijedi:

$$\rho \overline{v_0^2} h = \rho \overline{v_m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{y}{y_{1/2}} \right)^2 \right] dy \quad (3)$$

Matematičkim transformacijama dobiva se integralna jednadžba oblika:

$$\rho v_0^{-2} h = \rho v_m^{-2} \sqrt{\frac{2\pi (y_{1/2})^2}{4 \ln 2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{z}{2}\right)^2\right] dz \quad (4)$$

Uočava se da je podintegralna funkcija s desne strane jednadžbe (4) zapravo Gaussova ili normalna funkcija. Ova Gaussova funkcija je u vezi sa jediničnom normalnom razdiobom (očekivanje $\mu = 0$, i varijanca $\sigma^2 = 1$). Podintegralna funkcija u jednadžbi (4) je oblika funkcije gustoće vjerojatnosti neke neprekinute slučajne varijable, te se na istu može primjeniti propozicija 9.5. koju navodi [6]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{z}{2}\right)^2\right] dz = 1 \quad (5)$$

Kako je mlaz ispitivan pri brzinama koje su mnogo niže od brzine zvuka, gdje su vrijednosti Machovog broja manje od 0,3, strujanje se proglašava nestlačivim. Za smanjenje brzine u simetrali mlaza sada vrijedi:

$$\frac{v_m^{-2}}{v_0^{-2}} = \frac{h}{y_{1/2}} \sqrt{\frac{\ln 4}{\pi}} \quad (6)$$

gdje je $y_{1/2}$ udaljenost od simetrale mlaza na kojoj brzina doseže polovinu vrijednosti i prema [2] se računa kao:

$$y_{1/2} = \beta_G x \quad (7)$$

pri čemu je β_G faktor raspršenja mlaza koja se određuje eksperimentalno. Sređivanjem izraza za smanjenje brzine u simetrali mlaza, uvažavajući pritom faktor raspršenja mlaza, dobiva se:

$$\frac{\overline{v_m}}{v_0} = \sqrt{\frac{1}{\beta_G}} \sqrt{\frac{\ln 4}{\pi}} \sqrt{\frac{h}{x}} \quad (8)$$

Lee i Chu [2] navode istraživanja koja su dala raspon vrijednosti faktora raspršenja od 0,116 do 0,154. Pritom napominju da je vrijednost $\beta_G = 0,154$ koju je dao istraživač M. L. Albertson (1950.) uočljivo veća od vrijednosti 0,13 iz mjerenja L.J.S. Bradburyja (1965.), 0,116 iz mjerenja N.E. Kotsovinosa (1976.), te iznosa 0,119 prema podacima Millera i Comingsa (1957.). Uvrštavanjem $\beta_G = 0,116$ u jednadžbu (8), dobiva se:

$$\frac{\overline{v_m}}{v_0} = 2,4 \sqrt{\frac{h}{x}} \quad (9)$$

Regenscheit [1] predlaže slijedeći izraz za proračun smanjenja brzine u simetrali izotermnog mlaza.

$$\frac{\overline{v_m}}{v_0} = \sqrt{\frac{1}{m}} \sqrt{\frac{h}{x}} \quad (10)$$

gdje je m stupanj mješanja i za otvor pravokutnog presjeka je dan u rasponu od 0,17 do 0,2. Uvrštavanjem $m = 0,17$ dobiva se jednadžba (9). Uvrštavanjem $\beta_G = 0,13$ u (8) u jednadžbi (9) korjen se množi sa 2,3, a uvrštavanjem $m = 0,2$ u (10), korjen se množi sa 2,2. Odavde se zaključuje o postojanju veze između Regescheitovog stupnja mješanja m i faktora raspršenja mlaza β_G koja glasi:

$$m = \beta_G \sqrt{\frac{\pi}{\ln 4}} \quad (11)$$

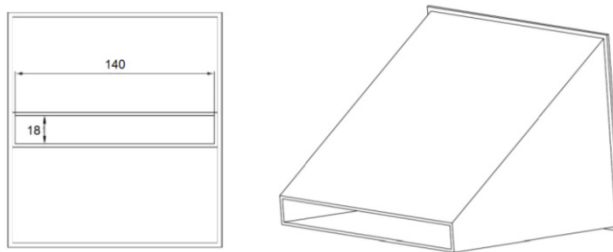
Pri strujanju neizotermnog mlaza na trajektoriju strujanja i pad brzine uzduž centralne osi utječu uzgonske sile. Tako izraz za omjer brzine u osi i brzine na otvoru glasi:

$$\frac{\overline{v_m}}{v_0} = \sqrt{\frac{h}{mx}} \pm \sqrt{\frac{Ar}{m} \left(2,83 \sqrt{\frac{mx}{h}} - 1 \right)} \quad (12)$$

gdje je Ar Arhimedov broj koji predstavlja omjer gravitacijskih sila i sila inercije. Omjer h/m predstavlja duljinu jezgre mlaza. Znak „ \pm “ treba biti „+“ kada je mlaz veće temperature od temperature okolnog fluida. U suprotnom ide znak „-“.

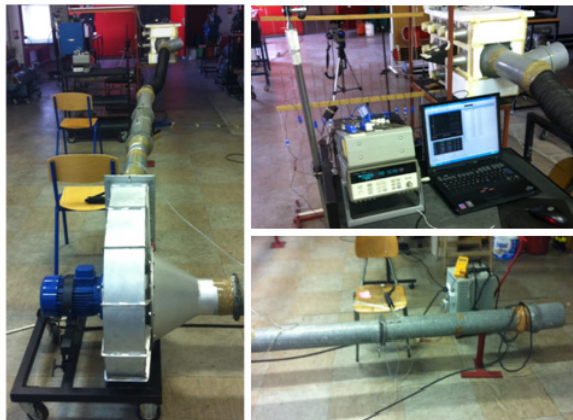
2.2 Eksperimentalna analiza

Mjerenja su izvršena za osam istrujnih brzina (od 3 m/s do 10 m/s) iz istrujnog otvora pravokutnog poprečnog presjeka prikazanog na slici 3. Anemometrom sa žarnom niti mjerena je brzina na otvoru i duž simetrale otvora (16 točaka, međusobno razmaknutih 60 mm, ukupne duljine 0,9 m). Za isti otvor izrađena je i analiza temperaturne raspodjele, diskutirana u [7].



Slika 4. Prikaz u nacrtu i izometriji analiziranog istrujnog otvora dimenzija 140 x 18 mm.

Osnovni dijelovi mjerne linije (slika 4.) su: ventilator, usisni cjevovod, tlačni cjevovod, grijač, te plenum s istrujnim otvorom.

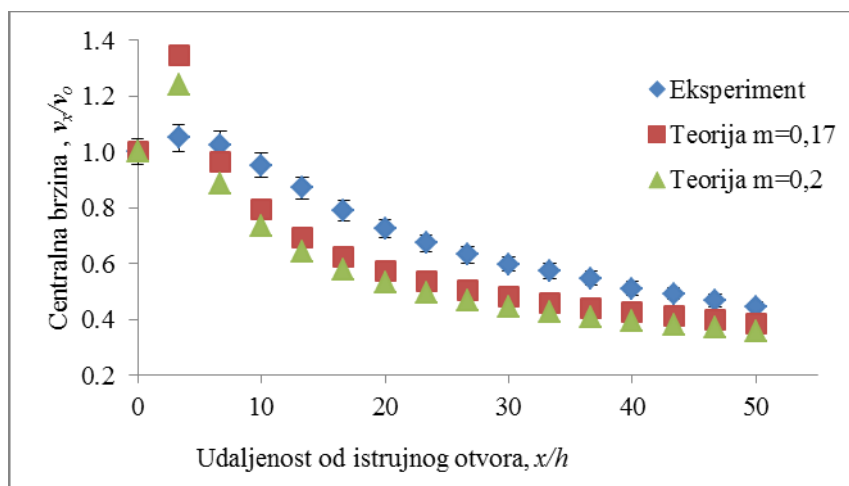


Slika 5. Mjerna linija

Protok zraka se namješta promjenom broja okretaja ventilatora. Temperatura okolnog zraka mjerena je termoparom smještenim u laboratoriju. Kroz usini cjevovod struja zraka dolazi do ventilatora. Ventilator podiže ukupni tlak struje zraka. Dio ukupnog tlaka se troši do plenuma. Na grijaču se struja zraka zagrijava za $8^{\circ}\text{C} \pm 0,7^{\circ}\text{C}$ višu temperaturu od temperature izmjerene u laboratoriju. U plenumu se postiže da dinamička komponenta tlaka bude što bliža nuli u svrhu postizanja ravnomjernog istrujavanja iz istrujnog otvora. Zbog pretlaka koji vlada u plenumu mlaz istrujava u prostor.

3 DISKUSIJA REZULTATA

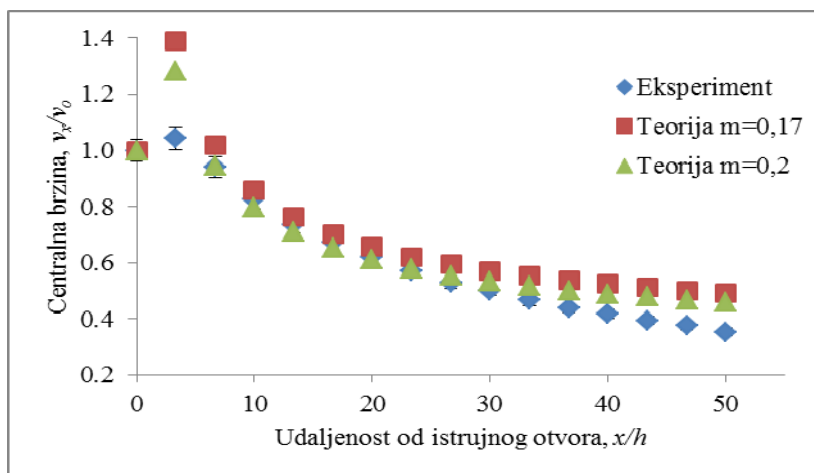
Uočava se maksimum srednje brzine u osi mlaza na udaljenostima $3,3h$ od istrujnog otvora (slika 5). Maksimum brzine na mjestu udaljenom od otvora posljedica je suženja mlaza. Suženje se događa jer ukoliko bi strujnica imala lom to bi značilo da je $dp/dn \rightarrow \infty$ što je nefizikalno. Iz jednadžbe kontinuiteta slijedi da će brzina biti veća jer je protok konstantan, a površina poprečnog presjeka strujnica je manja.



Slika 6. Smanjenje brzine u simetri mlaza pri istrujnoj brzini 10,12 m/s.

Teorijski proračun kao konstantu sadrži stupanj mješanja m . Usporedba s eksperimentalnim podacima pokazala je kod istrujnih brzina 10, 9 i 8 m/s bolje poklapanje teorijskih vrijednosti uvrštavanjem $m = 0,17$ (slika 5.) Kod istrujne brzine 7 m/s i dalje se uz $m = 0,17$ dobivaju točniji rezultati, izuzev u zadnjoj točki (50h) gdje je bolje slaganje uz $m = 0,2$. Kretanjem prema nižim brzinama istrujavanja, uočava se ranija pojava boljeg slaganja više vrijednosti stupnja mješanja s eksperimentom. Tako pri istrujnoj brzini 6 m/s se bolje slaganje uz $m = 0,2$ započinje na 43h. Kod 5 m/s stupanj mješanja $m = 0,2$ prve bolje rezultate daje na 33h, a za 4 m/s na 23h. Pri najnižoj ispitnoj brzini, 3 m/s, dulja jezgra, odnosno $m = 0,2$ daje bolje rezultate u svim točkama (slika 6.). Najbolje slaganje teorije i eksperimenta uočeno je pri istrujnim brzinama 7 i 8 m/s.

Procjena mjerne nesigurnosti provedena je prema ISO-GUM metodi, te iznosi 0,4 m/s.



Slika 7. Smanjenje brzine u simetrali mlaza pri isturjnoj brzini 3,07 m/s.

4 ZAKLJUČAK

Istraživanjem je pronađena korelacija između Regenscheitovog stupnja mješanja m i faktora raspršenja mlaza β_G definiranog na osnovi Gaussovog profila brzine koristeći Prandtlovu hipotezu i račun teorije vjerojatnosti. Smanjenje centralne brzine pri višim isturjnim brzinama bolje se predviđa s nižim stupnjevima mješanja i obrnuto.

Zahvala

Zahvaljujemo se prof. dr. sc. Zdravku Viragu na diskusijama i kolegici Jeleni Gusić sa Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu na savjetima vezanim uz matematički model.

Literatura:

- [1] Recknagel, E., Sprenger, H.W., „Tachenbuch für Heizung – und Klimatechnik“, München: R. Oldenbourg Verlag, 2005
- [2] Lee, J. H. W, Chu, V. H., “Turbulent jets and plumes – a Lagrangian approach”, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.
- [3] Ball, C. G., Fellouah, H., Pollard, A., “The flow field in turbulent round free jets”, Progress in Aerospace Sciences 50, 2012, str. 1-26.
- [4] Panton, R. L., “Incompressible Flow”, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [5] Smoljan, D., “Razvoj matematičkog modela za ocjenu toplinske ugodnosti u spojenom mlazu”, doktorski rad, FSB, Zagreb, 2011.
- [6] Sarapa, N, “Teorija vjerojatnosti”, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
- [7] Cukrov, A., Horvat, T., Vrandečić, T., “Temperaturno polje neizotermnog turbulentnog mlaza”, Interklima, Zagreb, 2013.

Autori:

Alen Cukrov, Tomislav Horvat, Tin Vrandečić, Srećko Švaić, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, I. Lučića 5, e-mail: alen.cukrov@gmail.com, tomhorvat@gmail.com, tvrandecic@gmail.com, srecko.svaic@fsb.hr