

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Krešimir Milas

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Dubravko Majetić, dipl. ing.

Student:

Krešimir Milas

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Srdačno se zahvaljujem svome mentoru, prof. dr. sc. Dubravku Majetiću, na pomoći prilikom izrade rada, izdvojenom vremenu, strpljenju i stručnim savjetima.

Zahvaljujem se svojoj obitelji na podršci tijekom studiranja.

Također zahvaljujem se svima koji su mi bili podrška tijekom studija.

Krešimir Milas



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Krešimir Milas**

Mat. br.: 0035186297

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Usporedba neuronskih mreža učenih algoritmima rojeva**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Comparison of neural networks learned with swarm algorithms**

Opis zadatka:

Na nekoliko primjera učenja treba usporediti kvalitetu učenja i generalizaciju statičkih neuronskih mreža s jednim i dva skrivena sloja neurona, učenih različitim algoritmima rojeva. Nakon međusobne usporedbe algoritama rojeva, iste treba usporediti s algoritmom učenja principom povratnog prostiranja pogreške.

U radu treba načiniti sljedeće:

1. Opisati korištene algoritme rojeva.
2. Za pojedine primjere kreirati datoteke s podacima za učenje te kreirati više različitih datoteka s podacima za testiranje mreža.
3. Za svaki algoritam pokazati utjecaj pojedinih parametara na kvalitetu učenja i generalizaciju naučenih neuronskih mreža.
4. Usporediti učenje i generalizaciju neuronskih mreža učenih različitim algoritmima rojeva.
5. Usporediti algoritme rojeva s algoritmom učenja neuronske mreže po principu povratnog prostiranja pogreške.
6. Programsku podršku načiniti u nekom od dostupnih matematičkih programskih paketa.
7. Izvesti zaključke rada.

Zadatak zadan:
17. studenog 2016.

Rok predaje rada:
19. siječnja 2017.

Predviđeni datum obrane:
25., 26. i 27. siječnja 2017.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc.  Dubravko Majetić

v. d. predsjednika Povjerenstva:

Prof. dr. sc.  Biserka Runje

SADRŽAJ

SADRŽAJ	II
POPIS SLIKA	IV
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA	VIII
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY	X
1. Uvod	1
1.1. Neuronske mreže.....	1
1.2. Algoritmi rojeva	2
1.3. Metoda usporedbe mreža	2
1.4. Uzorci za učenje.....	3
1.4.1. Linearni dinamički sustav	3
1.4.2. Nelinearna jednačba diferencija.....	5
1.5. Uzorci za testiranje.....	6
1.5.1. Linearni dinamički sustav	6
1.5.2. Nelinearni dinamički sustav	8
2. PSO algoritam.....	10
2.1. Uvod.....	10
2.2. Prikaz utjecaja pojedinih parametara na kvalitetu učenja i generalizaciju naučenih neuronskih mreža	11
2.2.1. Identifikacija linearnog dinamičkog sustava	13
2.2.1.1. Utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.....	13
2.2.1.2. Utjecaj težinskog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.	19
2.2.1.3. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma	25
2.2.1.4. Utjecaj raspona vrijednosti početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.....	27
2.2.2. Identifikacija nelinearnog dinamičkog sustava.....	29
2.2.2.1. Utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.....	29
2.2.2.2. Utjecaj težinskog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.	35
2.2.2.3. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma	40
2.2.2.4. Utjecaj raspona vrijednosti početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.....	42
2.3. Testiranje mreža učenih PSO algoritmom	44
2.3.1.1. Linearni dinamički sustav	44
2.3.1.2. Nelinearni dinamički sustav.....	48
3. ABC algoritam.....	51
3.1. Uvod.....	51
3.2. Prikaz utjecaja pojedinih parametara na kvalitetu učenja i generalizaciju naučenih neuronskih mreža	52
3.2.1. Identifikacija linearnog dinamičkog sustava	52

3.2.1.1.	Utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma.....	52
3.2.1.2.	Utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma	58
3.2.1.3.	Utjecaj iznosa napuštanja čestice na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma	60
3.2.2.	Identifikacija nelinearnog dinamičkog sustava.....	61
3.2.2.1.	Utjecaj početnog raspona čestica na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma	66
3.2.2.2.	Utjecaj iznosa napuštanja čestice na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma	67
3.3.	Testiranje mreža učenih ABC algoritmom	68
3.3.1.	Linearni dinamički sustav	68
3.3.2.	Nelinearni dinamički sustav	69
4.	Usporedba PSO i ABC algoritma	70
5.	Usporedba dvoslojnih mreža učenih PSO algoritmom.....	71
6.	Usporedba neuronskih mreža učenih algoritmima rojeva i neuronskih mreža učenih algoritmom s povratnim prostiranjem greške	73
7.	Zaključak	75
LITERATURA.....		76

POPIS SLIKA

Slika 1. Prikaz skupa uzoraka za učenje linearnog dinamičkog sustava.....	4
Slika 2. Prikaz uzorka za učenje nelinearnog dinamičkog sustava	5
Slika 3. Blok shema procesa testiranja mreže	6
Slika 4. Uzorak za testiranje linearnog dinamičkog sustava.....	7
Slika 5. Ulazni APRBS signal za test 1.....	8
Slika 6. Ulazni APRBS signal za test 2.....	8
Slika 7. Ulazni APRBS signal za test 3.....	9
Slika 8. Učenje PSO mreže (linearni dinamički sustav, 2000 čestica, 1000 koraka, $w=0,7$, $c_1=2$ i $c_2=2$).....	11
Slika 9. Učenje PSO mreže (nelinearni dinamički sustav, 2000 čestica, 1000 koraka, $w=0,7$, $c_1=2$ i $c_2=2$).....	12
Slika 10. Utjecaj broja čestica na postignuti NRMS za linearni dinamički sustav učen PSO algoritmom	14
Slika 11. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	16
Slika 12. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	18
Slika 13. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	21
Slika 14. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	21
Slika 15. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	23
Slika 16. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	23
Slika 17. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta učenja na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	26
Slika 18. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta učenja na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	26
Slika 19. Utjecaj početnog raspona na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	28
Slika 20. Utjecaj početnog raspona na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	28
Slika 21. Utjecaj broja čestica na postignuti NRMS za nelinearni dinamički sustav PSO algoritmom	30
Slika 22. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	32
Slika 23. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	34
Slika 24. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	36
Slika 25. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	36
Slika 26. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	38

Slika 27. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	38
Slika 28. Utjecaj lokalnog i globalnog težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	41
Slika 29. Utjecaj lokalnog i globalnog težinskog koeficijenta na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	41
Slika 30. Utjecaj početnog raspona na kvalitetu učenja dinamičkog nelinearnog člana PSO algoritmom	43
Slika 31. Utjecaj početnog raspona na brzinu učenja dinamičkog nelinearnog člana PSO algoritmom	43
Slika 32. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 1	45
Slika 33. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 2	45
Slika 34. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 3	46
Slika 35. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 4	46
Slika 36. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 5	47
Slika 37. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 6	47
Slika 38. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 1	49
Slika 39. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 2	49
Slika 40. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 3	50
Slika 41. Utjecaj broja čestica na postignuti NRMS za linearni dinamički sustav učen ABC algoritmom	54
Slika 42. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	56
Slika 43. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	58
Slika 44. Utjecaj broja čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	62
Slika 45. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	64
Slika 46. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	66
Slika 47. Odziv dvoslojne mreže učene PSO algoritmom na set za testiranje.....	72

POPIS TABLICA

Tablica 1. Utjecaj broja čestica na grešku učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	13
Tablica 2. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	15
Tablica 3. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	17
Tablica 4. Najčešće metode mijenjanja težinskog koeficijenta.....	19
Tablica 5. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	20
Tablica 6. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	22
Tablica 7. Usporedba najboljih rezultata strategija promjene težinskog koeficijenta za linearni dinamički sustav učen PSO algoritmom	24
Tablica 8. Utjecaj lokalnog i globalnog koeficijenta na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	25
Tablica 9. Utjecaj početnog raspona čestica na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	27
Tablica 10. Utjecaj broja čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	29
Tablica 11. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	31
Tablica 12. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	33
Tablica 13. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	35
Tablica 14. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	37
Tablica 15. Usporedba najboljih rezultata strategija promjene težinskog koeficijenta za nelinearni dinamički sustav učen PSO algoritmom	39
Tablica 16. Utjecaj lokalnog i globalnog koeficijenta na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	40
Tablica 17. Utjecaj početnog raspona čestica na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom	42
Tablica 18. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za nelinearni dinamički sustav za mrežu učenu PSO algoritmom	44
Tablica 19. Postignuti NRMS-ovi na uzorcima za testiranje	44
Tablica 20. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za nelinearni dinamički sustav za mrežu učenu PSO algoritmom	48
Tablica 21. Postignuti NRMS-ovi na uzorcima za testiranje	49
Tablica 22. Utjecaj broja čestica na grešku učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	53
Tablica 23. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	55
Tablica 24. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	57

Tablica 25. Utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	58
Tablica 26. Utjecaj raspona početnih čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	59
Tablica 27. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	60
Tablica 28. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	60
Tablica 29. Utjecaj broja čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	61
Tablica 30. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	63
Tablica 31. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	65
Tablica 32. Utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritma.....	66
Tablica 33. Utjecaj raspona početnih čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom	67
Tablica 34. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom.....	67
Tablica 35. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom.....	67
Tablica 36. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za linearni dinamički sustav za mrežu učenu ABC algoritmom.....	68
Tablica 37. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za nelinearni dinamički sustav za mrežu učenu ABC algoritmom.....	69
Tablica 38. Postignuti NRMS-ovi na uzorcima za testiranje	69
Tablica 39. Usporedba rezultata testiranja mreža učenih PSO i ABC algoritmom za linearni dinamički sustav	70
Tablica 40. Usporedba rezultata testiranja mreža učenih PSO i ABC algoritmom za nelinearni dinamički sustav	70
Tablica 41. Usporedba kvalitete učenja dvoslojnih mreža učenih PSO i BPROP algoritmom	71
Tablica 42. Usporedba brzine učenja dvoslojnih mreža učenih PSO i BPROP algoritmom .	71
Tablica 43. Usporedba rezultata testiranja dvoslojnih mreža učenih PSO algoritmom.....	71
Tablica 44. Prosječne vrijednosti usporedbe kvalitete učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za linearni dinamički sustav.....	73
Tablica 45. Prosječne vrijednosti usporedbe brzine učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za linearni dinamički sustav.....	73
Tablica 46. Prosječne vrijednosti usporedbe kvalitete učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za nelinearni dinamički sustav	74
Tablica 47. Prosječne vrijednosti usporedbe brzine učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za nelinearni dinamički sustav	74

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
w	-	Težinski koeficijent učenja
c_1	-	Lokalni težinski koeficijent učenja
c_2	-	Globalni težinski koeficijent učenja
NRMS	-	Normalizirani korijen srednje kvadratne pogreške
η	-	Koeficijent brzine učenja mreže (BPROP algoritam)
α	-	Koeficijent zamaha prvog reda
V	-	Težine skrivenog sloja
W	-	Težine izlaznog sloja
x	-	Vektor položaja (čestica)
v	-	Vektor brzina
r_1	-	Nasumični lokalni koeficijent
r_2	-	Nasumični globalni koeficijent
$p^{(1)}$	-	Najbolji lokalni položaj
$p^{(2)}$	-	Najbolji globalni položaj
k	-	Korak učenja

SAŽETAK

U ovom radu se obrađuju neuronske mreže učene algoritmima rojeva. Koriste se dva najčešće korištena algoritma rojeva: PSO (Particle Swarm Optimization) i ABC(Artificial Bee Colony). Prvo se istražuje utjecaj parametara učenja pojedinih algoritama na kvalitetu i brzinu učenja, a potom se mreže učene različitim algoritmima rojeva uspoređuju međusobno po kriterijima kvalitete i brzine učenja. Uspoređuju se mreže s koje su imale najbolja generalizacijska svojstva. Na kraju se uspoređuju mreže učene algoritmima rojeva, s mrežama učenim algoritmom s povratnim prostiranjem greške.

Ključne riječi: neuronske mreže, umjetna inteligencija, algoritmi rojeva, PSO, ABC, linearni dinamički sustav, P1 član, nelinearni dinamički sustav

SUMMARY

This paper dealt with neural networks trained using swarm intelligence. Two most common swarm intelligence algorithms have been used: PSO (Particle Swarm Optimization) and ABC (Artificial Bee Colony). Firstly, the impact of training parameters on training process has been explored and then neural networks trained by different swarm intelligence algorithms have been compared on error achieved and epochs elapsed criteria. Neural networks compared were ones that achieved best generalization performance. Lastly, neural networks trained with swarm intelligence are compared to error-backpropagation neural networks.

Key words: neural networks, swarm intelligence, PSO, ABC, swarm intelligence, linear dynamical system, first order lag element, non-linear dynamical system

1. Uvod

1.1. Neuronske mreže

Umjetne neuronske mreže su paralelne distribuirane informacijske strukture koje se sastoje od elemenata procesiranja (neurona) koji su povezani u slojeve jednosmjernim vezama. Pritom neuroni imaju lokalnu memoriju i predstavljaju osnovnu jedinku procesiranja. Većina neuronskih mreža zahtijeva učenje, to jest primjenu algoritama koji podešavaju iznose težinskih koeficijenata. Ciljevi učenja mreže ovise o njezinoj primjeni, pa tako i izbor odgovarajućeg algoritma učenja. Iako je razvijen veliki broj raznih algoritama učenja neuronskih mreža, u ovom radu će se koristiti učenje algoritmima rojeva (engl. *swarm algorithms*). Algoritmi učenja temeljeni na pogrešci često se nazivaju i algoritmi s učiteljem (engl. *supervised algorithms*) jer zahtijevaju vanjski referentni signal, odnosno učitelja, koji nadgleda ponašanje mreže korigirajući istu dok ne dobije željeno ponašanje mreže. Naime, kod ovog načina učenja najprije se usvoji određena struktura mreže (broj ulaza, broj slojeva, broj neurona, broj izlaza, te broj težina mreže). Usvoje se, obično preko generatora slučajnih brojeva, početne težine (parametri) neuronske mreže. Zatim se na ulaz mreže dovodi skup ulaznih varijabli. Mreža producira određen skup izlaznih varijabli. Skup izlaznih varijabli uspoređuje se sa željenim skupom izlaznih varijabli. Razlika željenih i stvarnih izlaza neuronske mreže gradi pogrešku mreže, koja se koristi za računanje novih težina (parametara) mreže preko određenog usvojenog algoritma. Cijeli postupak se ponavlja iteracijski dok pogreška mreže ne bude manja od unaprijed zadanog iznosa. Pritom se prema potrebi mijenja struktura mreže (broj neurona, broj slojeva, broj težina). Nakon procesa učenja (treninga, adaptacije) slijedi proces testiranja neuronske mreže. To se radi s novim skupom ulaza mreže koji nije bio sadržan u ulaznom skupu za vrijeme procesa učenja. Mreža sada producira nove izlaze koji se uspoređuju sa željenim izlazima. Pritom se ne mijenjaju parametri (težine) mreže. Iznos pogreške mreže u procesu testiranja služi za ocjenu robusnosti, odnosno generalizacijskih svojstava mreže, tj. sposobnosti mreže da daje zadovoljavajuće izlaze (rezultate) i za skup ulaza kojim nije bila učena. [1, 2, 3]

1.2. Algoritmi rojeva

Algoritmi rojeva je naziv za skup algoritama za rješavanje optimizacijskih problema nastalih oponašanjem prirodnih sustava sastavljenih od većeg broja jedinki (jata, rojevi, krda itd.). Algoritmi su bazirani na populaciji sastavljenoj od jedinki, gdje svaka jedinka predstavlja jedno rješenje optimizacijskog problema. Jedinke surađuju kako bi postale statistički bolje u svakom novom koraku. Postoji niz algoritama koji spadaju algoritme rojeva, a oni koji se koriste u ovom radu su detaljno opisani u svojim poglavljima.[4]

1.3. Metoda usporedbe mreža

Uspoređivat će se mreže učene algoritmima inteligencije rojeva međusobne te potom s mrežama učenim algoritmom povratnog rasprostiranja greške. S obzirom na to da algoritmi inteligencije rojeva koriste početne populacije koje potom evoluiraju, da bi se mogli uspoređivati s algoritmima povratnog rasprostiranja greške, iz početnih populacija će biti uzeta dva vektora (odnosno čestice) koje će imati najbolji i najgori NRMS. Ta dva vektora će služiti kao početne vrijednosti težina za mrežu učenu povratnim rasprostiranjem greške. Kriteriji usporedbe će biti broj koraka potrebnih mreži da dosegne zadanu vrijednost NRMS-a i postignuta vrijednost NRMS-a kod zadanog broja koraka. Topologije mreža koje će se uspoređivati su preuzete iz [1].

1.4. Uzorci za učenje

1.4.1. Linearni dinamički sustav

Linearni dinamički član na kojem će biti obavljena analiza učenja mreže s jednim i dva sloja je P1 član dan diferencijalnom jednačbom:

$$T\dot{x} + x = K_p u \quad (1)$$

gdje je T vremenska konstanta, a K_p konstanta pojačanja. Da bi se neuronska mreža mogla naučiti modelirati P1 član izraz (46) mora se diskretizirati. Diskretizirana funkcija izraza (1) izgleda ovako:

$$x(n) = \frac{T_0}{T + T_0} \left[\frac{T}{T_0} x(n-1) + K_p u(n) \right] \quad (2)$$

U izrazu (2) $x(n)$ i $u(n)$ su trenutne vrijednosti izlazne i ulazne varijable, dok $x(n)$ označava vrijednost izlazne varijable u prethodnom koraku, T_0 je vrijednost perioda uzrokovanja. Dakle funkcija koju mreža mora naučiti ima dva ulaza i jedan izlaz, prema tome broj ulaznih neurona će biti 2, a izlaznih 1.

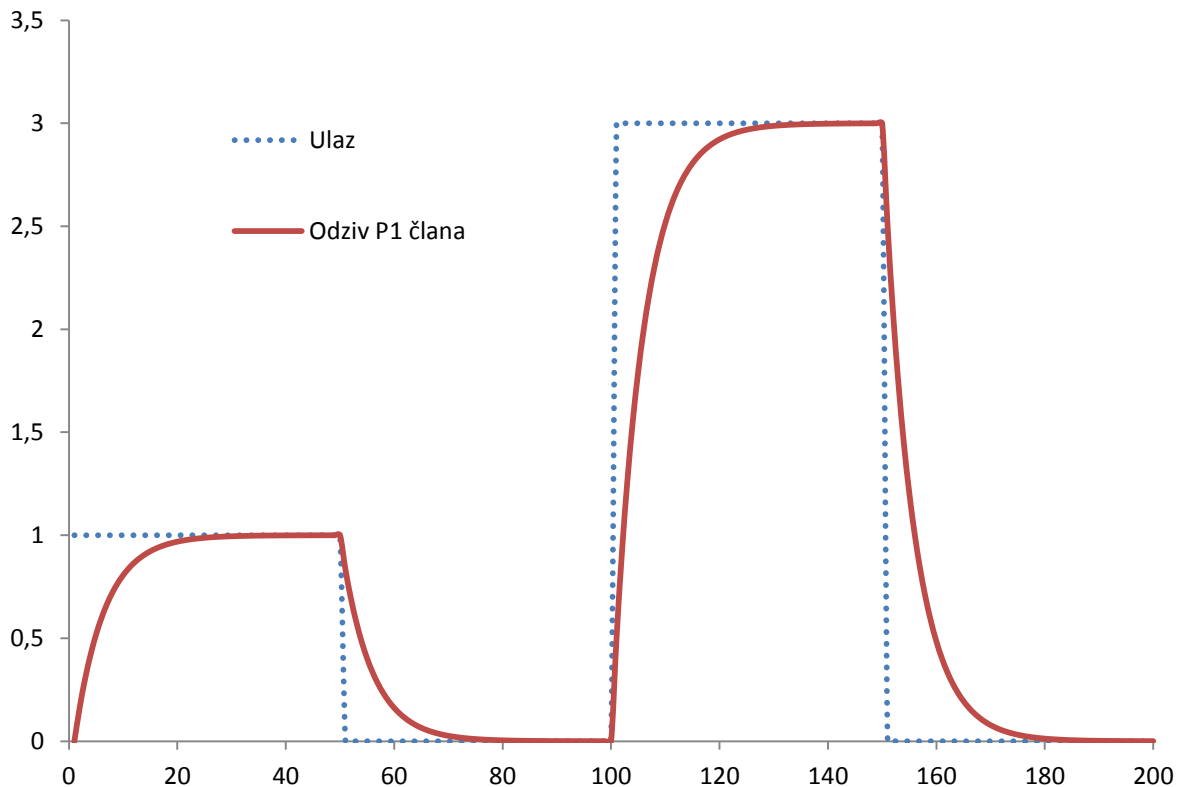
Set za učenje se sastoji od 160 točaka i predstavlja odziv P1 člana na skokovitu pobudu. Skokovita pobuda koja je korištena da bi se dobio odziv P1 člana dana je matematičkom funkcijom:

$$\begin{aligned} u(n) &= 1, & n &= 1, 2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41, 42, \dots, 80 \\ u(n) &= 3, & n &= 81, 82, \dots, 120 \\ u(n) &= 0, & n &= 121, 122, \dots, 160 \end{aligned} \quad (3)$$

Da bi se dobio odziv P1 člana, gornji skup točaka je unesen u funkciju (47) uz vrijednosti parametara:

$$\begin{aligned} T &= 1s, \\ T_0 &= 0.2s, \\ K_p &= 1 \end{aligned}$$

te je dobiven set za učenje prikazan na slici 1. Mreži se kao ulazi pokazuju dvije vrijednosti: $x(n-1)$ i $u(n)$, dok joj se kao željena vrijednost predstavlja $x(n)$. S obzirom na to da je za generiranje $x(n)$ vrijednosti potrebna vrijednost prethodnog koraka $x(n-1)$ dodana je još jedna točka (201.) kako bi setovi za učenje i testiranje bili jednaki (ulazne vrijednosti su od točke 1 do 200, a izlazne od 2 do 201, oba seta sada imaju 200 točaka).



Slika 1. Prikaz skupa uzoraka za učenje linearnog dinamičkog sustava

Treba uzeti u obzir neuronska mreža ne može proizvesti izlaz veći od jedan. Potrebno je ulaze u mrežu normirati. U ovom radu je to napravljeno tako da su vrijednosti seta za učenje podijeljeni faktorom 3. Naime time se dobiva set za učenje u kojem su ulazne varijable dobro razdvojene. Ulaz koji je bio 3 sada je 1, a ulaz koji je bio 1 sada je 0.333. Mreža brže uči setove za učenje u kojima su jasno odijeljene različite klase. [2]

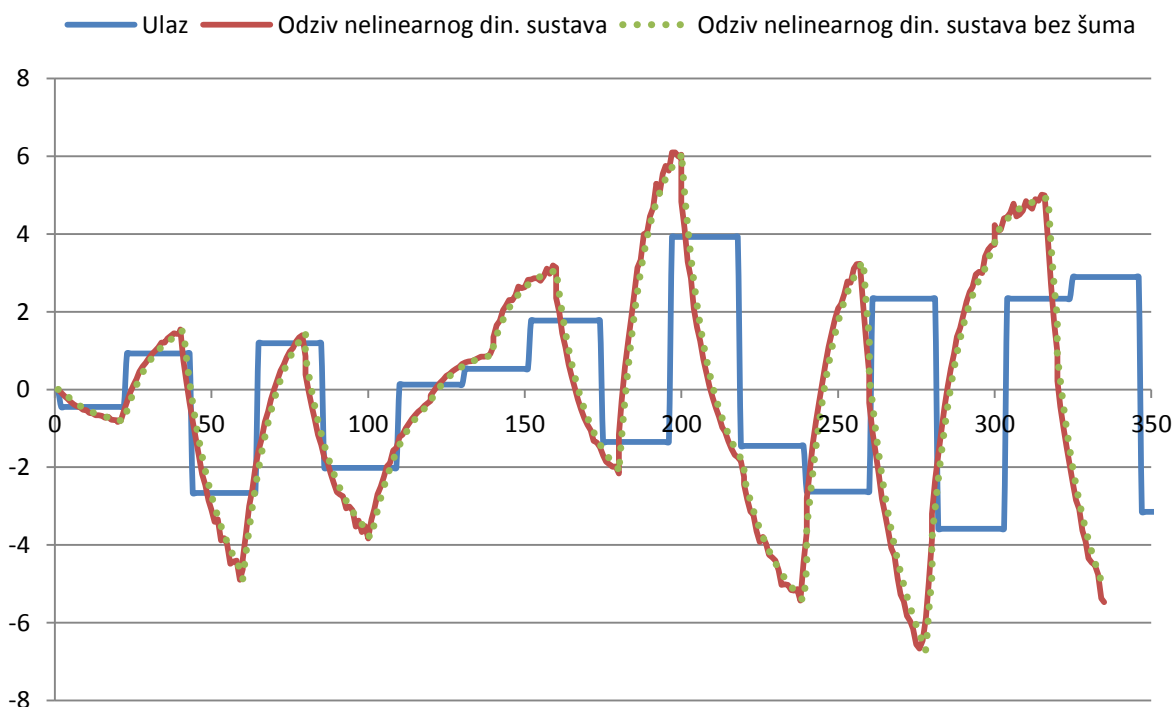
1.4.2. Nelinearna jednadžba diferencija

Drugi sustav na kojem će se uspoređivati neuronske mreže učene algoritmima rojeva je opisan nelinearnom jednadžbom diferencija prvog reda uz period uzrokovanja od 1 sekunde, te vremensku konstantu sustava od 10 sekundi:

$$x(n + 1) = (0.9 - 0.003x(n))x(n) + 0.2u(n) \quad (4)$$

Ulazni signal kojim se pobuđuje sustav je tzv. pseudo – binarni signal slučajne frekvencije i slučajne amplitude (APRBS, eng. *Amplitude modulated Pseudo-Random Binary Signal*).

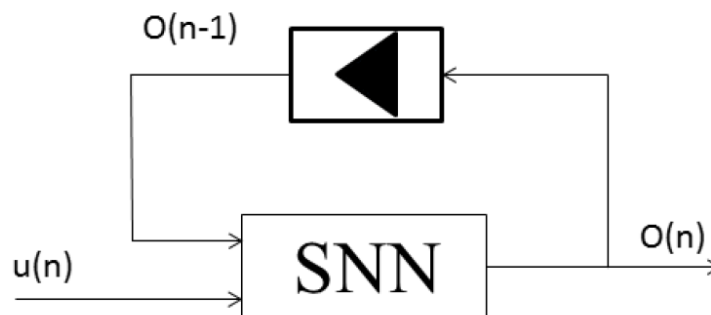
Na slici ispod je dan izgled signala kojim je pobuđivan sustav, odziv sustava je dobiven simulacijom jednadžbe (4). Signal se sastoji od 350 točaka. Na kraju je odziv sustava opterećen šumom koji je dobiven dodavanjem trenutnoj amplitudi slučajan postotak trenutne amplitude, s tim da je predznak prinosa isto tako slučajan. Valja spomenuti da mreža ima istu topologiju ulaznog i izlaznog sloja (2 ulazna neurona i 1 izlazni) kao i mreža koja uči linearni dinamički sustav, te da je skup za učenje normiran tako da je cijeli set podijeljen prvim prirodnim brojem većim od najveće apsolutne amplitude signala.



Slika 2. Prikaz uzorka za učenje nelinearnog dinamičkog sustava

1.5. Uzorci za testiranje

Kod učenja mrežama su prikazivane dvije vrijednosti, vrijednost pobudnog signala te vrijednost odziva u prethodnom koraku. Kod testiranja mrežama će biti prikazivan samo pobudni signal, a mreže će same stvoriti vrijednost odziva u prethodnom koraku. Na slici ispod je prikazana shema procesa testiranja mreže.



Slika 3. Blok shema procesa testiranja mreže

1.5.1. Linearni dinamički sustav

Testiranje mreže koja učila P1 član će se obaviti nizom uzoraka od kojih većina nije bila u setu za učenje kako bi se provjerila generalizacijska sposobnost mreža. Signali koji će se koristiti za testiranje su dani u sljedećim jednadžbama te je na kraju dan izgled svih signala.

$$\begin{aligned} u(n) &= 0,5, & n &= 1,2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41,42, \dots, 80 \end{aligned} \quad (5)$$

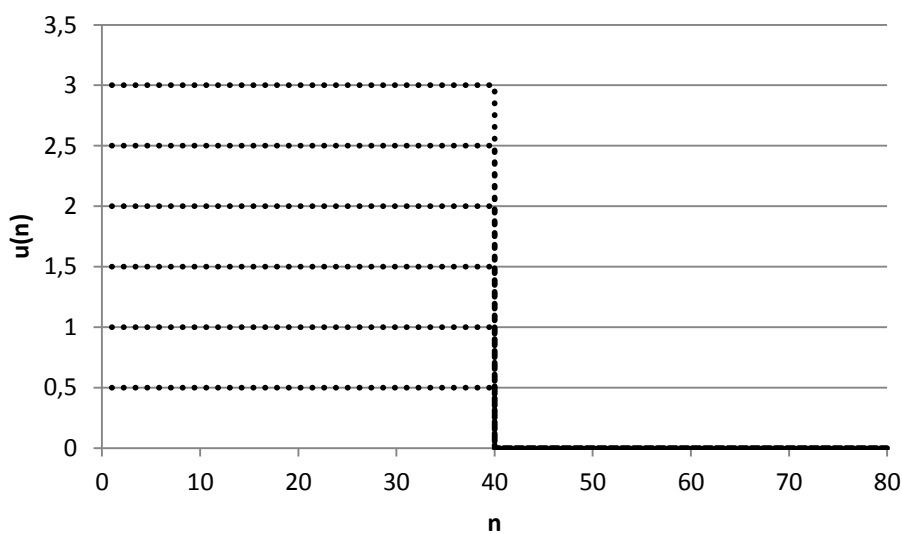
$$\begin{aligned} u(n) &= 1, & n &= 1,2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41,42, \dots, 80 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} u(n) &= 1,5, & n &= 1,2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41,42, \dots, 80 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u(n) &= 2, & n &= 1,2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41,42, \dots, 80 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u(n) &= 2,5, & n &= 1,2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41,42, \dots, 80 \end{aligned} \quad (9)$$

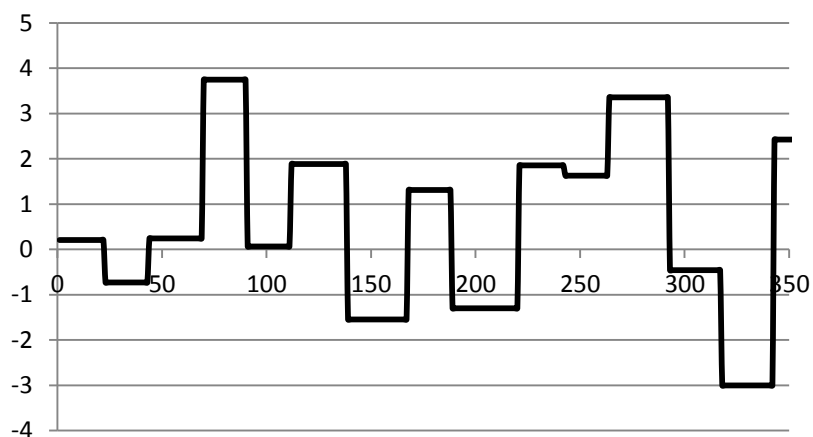
$$\begin{aligned} u(n) &= 3, & n &= 1,2, \dots, 40 \\ u(n) &= 0, & n &= 41,42, \dots, 80 \end{aligned} \quad (10)$$



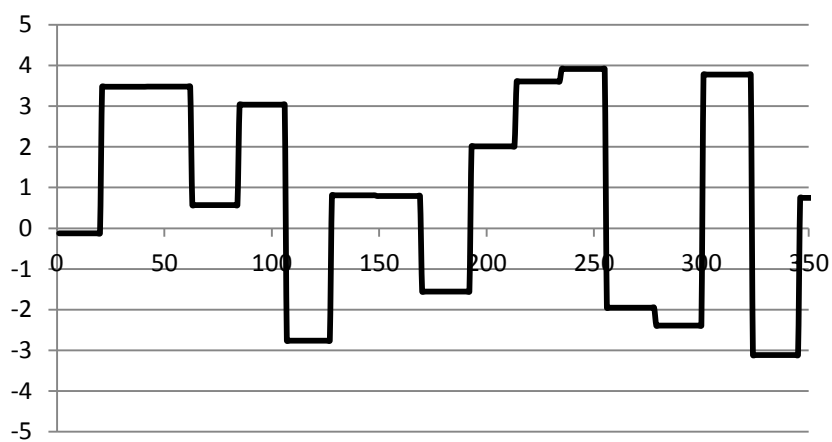
Slika 4. Uzorak za testiranje linearnog dinamičkog sustava

1.5.2. Nelinearni dinamički sustav

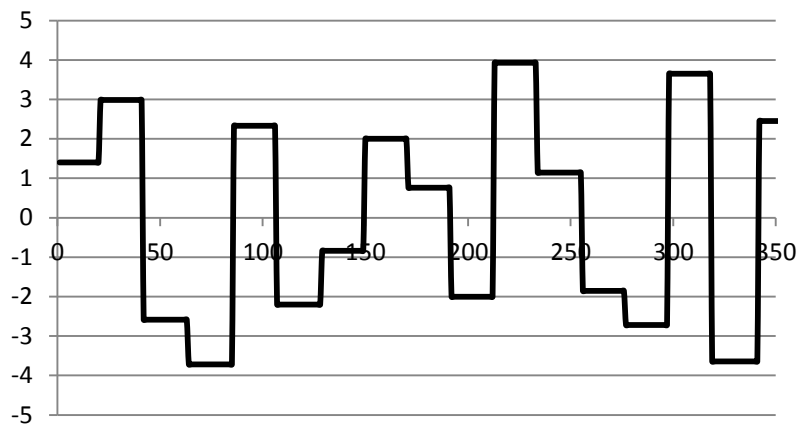
Testiranje neuronskih mreža koje su učile nelinearni dinamički sustav biti će izvedeno APRBS signalima prikazanim na slikama ispod.



Slika 5. Ulazni APRBS signal za test 1



Slika 6. Ulazni APRBS signal za test 2



Slika 7. Ulazni APRBS signal za test 3

2. PSO algoritam

2.1. Uvod

Particle Swarm Optimization algoritam (dalje PSO algoritam) je jedan od algoritama rojeva. PSO algoritam funkcionira tako da se generira niz vektora položaja koji su zapravo kandidati za rješenje optimizacijskog problema, ti vektori se nazivaju čestice. Nakon generiranja ispituje se koliko dobro svaki pojedini vektor rješava optimizacijski problem (engl. *fitness* rješenja). Potom se generiraju vektori brzina koji se zbroje vektorima položaja, vektori položaja su zapravo čestice. Vektor brzina ovisi o trenutnom položaju čestice, najboljem položaju s obzirom na funkciju cilja koji je ta čestica dotad zauzela, te globalno najboljem položaju koji je zauzela neka čestica u cijelom roju, prema izrazu (11). Nakon što se izračuna novi položaj svih čestica, opet se vrši evaluacija svih rješenja pojedinih vektora, te se ažuriraju najbolji ostvareni položaji.

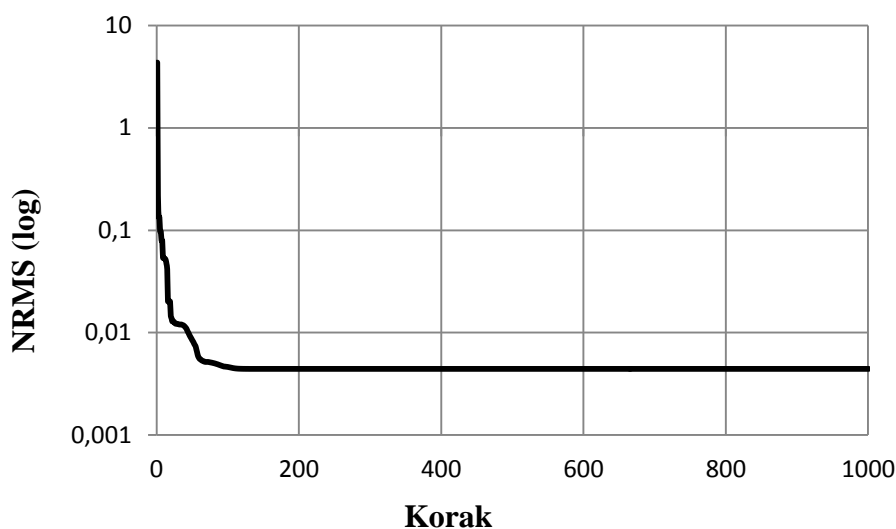
$$v_i(t+1) = w \cdot v_i(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_i^{(1)} - x_i(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (p_i^{(2)} - x_i(t)) \quad (11)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (12)$$

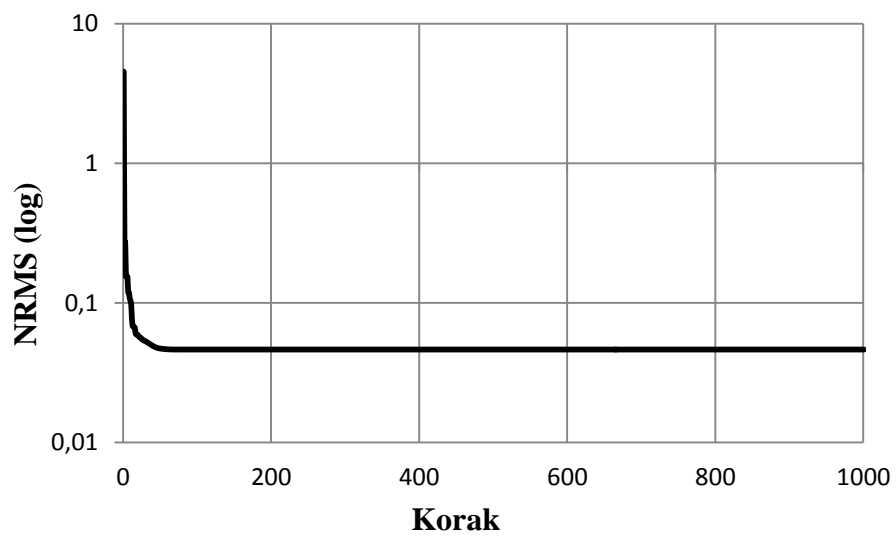
Gdje je $v_i(t)$ brzina čestice i . Brzina čestice je iznos za koji se čestica pomakne u novi položaj; $x_i(t)$ je trenutni položaj čestice; $p_i^{(1)}$ je najbolji položaj koji je ta čestica ostvarila; $p_i^{(2)}$ je najbolji ostvareni položaj u cijelom roju. Koeficijent w definira korisnik, pritom kod većih iznosa parametra w algoritam pretražuje veći prostor rješenja (globalno traženje), dok kod manjih iznosa algoritam fino pretražuje manji prostor rješenja (lokalno traženje). Koeficijenti c_1 i c_2 određuju utjecaj lokalno postignutog najboljeg položaja i globalno postignutog najboljeg položaja, respektivno. Obično se koeficijenti c_1 i c_2 postavljaju na vrijednosti $c_1 = c_2 = 2$. Koeficijenti r_1 i r_2 su nasumično izabrani brojevi u rasponu od 0 do 1 kako bi se osigurala korisna nasumičnost u istraživanju prostora rješenja. [4, 5, 6]

2.2. Prikaz utjecaja pojedinih parametara na kvalitetu učenja i generalizaciju naučenih neuronskih mreža

Prvo će se pokazati utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja. Za usporedbu je odabrana mreža 2-4-1 (radi usporedbe s [1]), a parametri PSO algoritma su: $w=0,7$, $c_1=2$ i $c_2=2$. Maksimalni broj koraka je ograničen na 1000, no ako se vrijednost greške ne promijeni (zaokruženo na 4. decimalu) u 100 koraka učenje se prekida s obzirom na to da se pokazalo (slika 8. i slika 9.) da mreže, uz dovoljan broj čestica mogu vrlo brzo doći blizu konačnog NRMS-a, a potom se troši mnogo koraka da bi se greška učenja poboljšala nimalo ili zanemarivo. Prikazane vrijednosti su postignute u 30 učenja mreže kako bi se otklonio utjecaj početnih položaja čestica. [4]



Slika 8. Učenje PSO mreže (linearni dinamički sustav, 2000 čestica, 1000 koraka, $w=0,7$, $c_1=2$ i $c_2=2$)



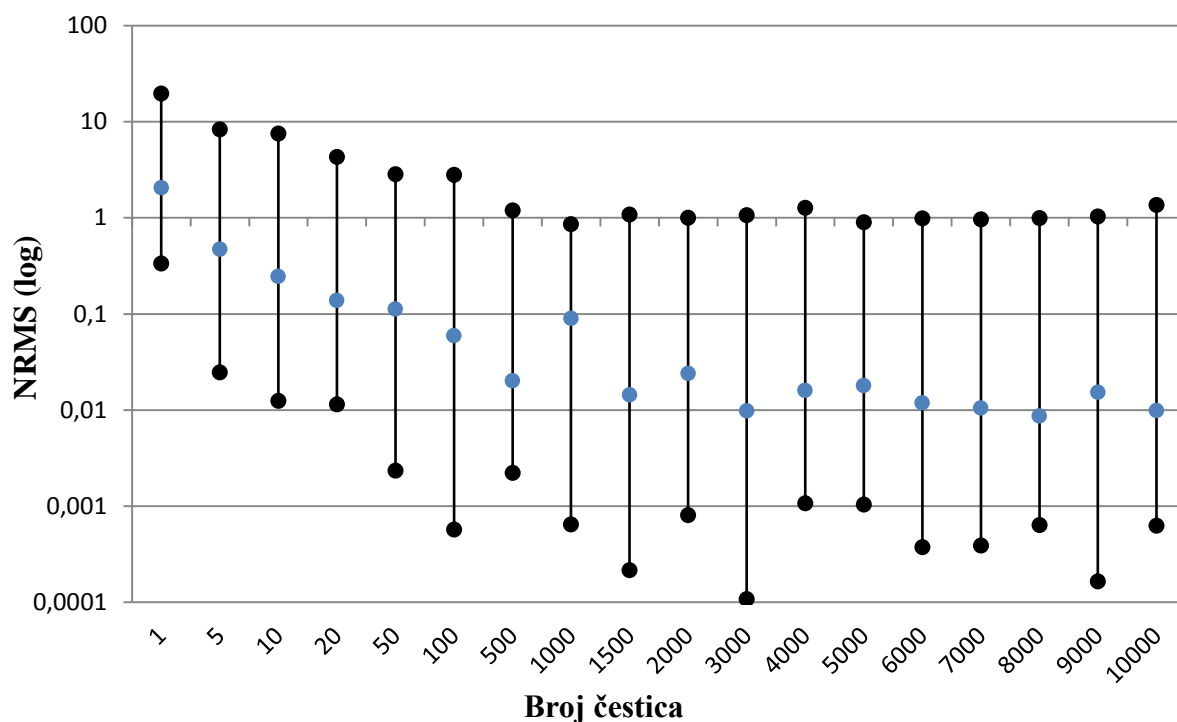
Slika 9. Učenje PSO mreže (nelinearni dinamički sustav, 2000 čestica, 1000 koraka, $w=0,7$, $c_1=2$ i $c_2=2$)

2.2.1. Identifikacija linearnog dinamičkog sustava

2.2.1.1. Utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

Tablica 1. Utjecaj broja čestica na grešku učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Broj čestica	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
1	19,6919	0,3359	2,0517
5	8,2973	0,0247	0,4727
10	7,5500	0,0125	0,2450
20	4,3126	0,0115	0,1384
50	2,8408	0,0023	0,1125
100	2,8132	0,0006	0,0595
500	1,1938	0,0022	0,0201
1000	0,8635	0,0006	0,0898
1500	1,0812	0,0002	0,0144
2000	1,0027	0,0008	0,0240
3000	1,0675	0,0001	0,0098
4000	1,2699	0,0011	0,0160
5000	0,8986	0,0010	0,0180
6000	0,9910	0,0004	0,0119
7000	0,9687	0,0004	0,0105
8000	0,9955	0,0006	0,0087
9000	1,0353	0,0002	0,0153
10000	1,3676	0,0006	0,0099



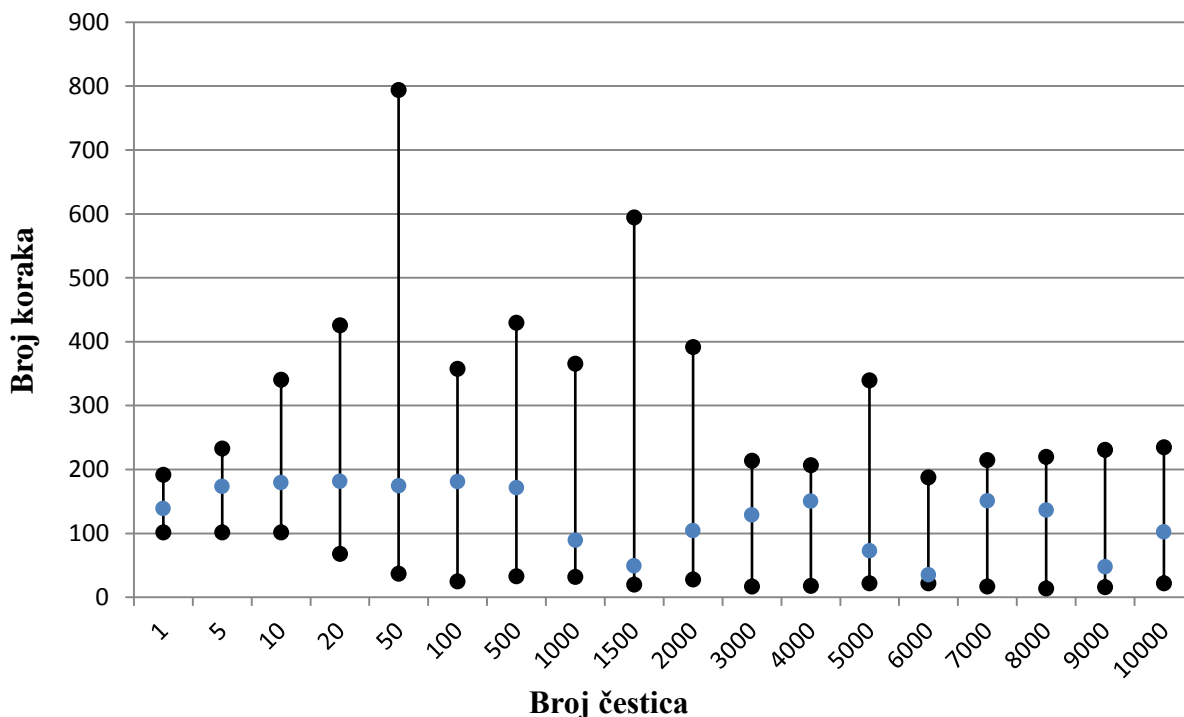
Slika 10. Utjecaj broja čestica na postignuti NRMS za linearni dinamički sustav učen PSO algoritmom

Vidljivo je da se povećanjem broja čestica postižu bolje NRMS vrijednosti učenja, no nakon određenog broja čestica se učenje ne poboljšava. Kod linearnog dinamičkog člana stabilizacija NRMS-a se događa kod broja od 1500 čestica, no najbolji NRMS učenja postiže mreža učena s 3000 čestica. Mreža s 8000 čestica ima najbolji medijan NRMS-a, no kada se uzme vrijeme učenja potrebno da se nauči mreža s tako velikim brojem čestica vidi se da je poboljšanje u NRMS-u neisplativo. Za testiranje mreže učenih PSO algoritmom odabrana je mreža s 3000 čestica kao optimalno rješenje kada se uzme u obzir vrijeme učenja i kvaliteta učenja.

Dalje će biti ispitan utjecaj broja čestica na brzinu učenja. Iste mreže su učene do zadane greške, NRMS=0,02 za P1 član i NRMS=0,08 (prema [1]) za nelinearni sustav. Za usporedbu se koriste tri vrijednosti koraka (minimalna, maksimalna i medijan) i vrijedi da se učenje prekida ako se vrijednost NRMS-a ne promijeni u 100 koraka. Vrijednosti koraka su dobivene u 30 iteracija učenja svake mreže. Dan je i postotak uspješnih učenja što je omjer učenja u kojima su mreže dostignule zadani NRMS i svih učenja mreže.

Tablica 2. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Broj čestica	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
1	0,0	192	102	139
5	0,0	233	102	174
10	1,7	341	102	180
20	8,3	426	68	182
50	28,3	794	37	175
100	21,7	358	25	181
500	50,0	430	33	172
1000	53,3	366	32	90
1500	66,7	595	20	50
2000	45,0	392	28	105
3000	40,0	214	17	129
4000	53,3	207	18	151
5000	60,0	340	22	73
6000	63,3	188	22	36
7000	53,3	215	17	151
8000	46,7	220	14	137
9000	55,0	231	16	48
10000	45,0	235	22	103



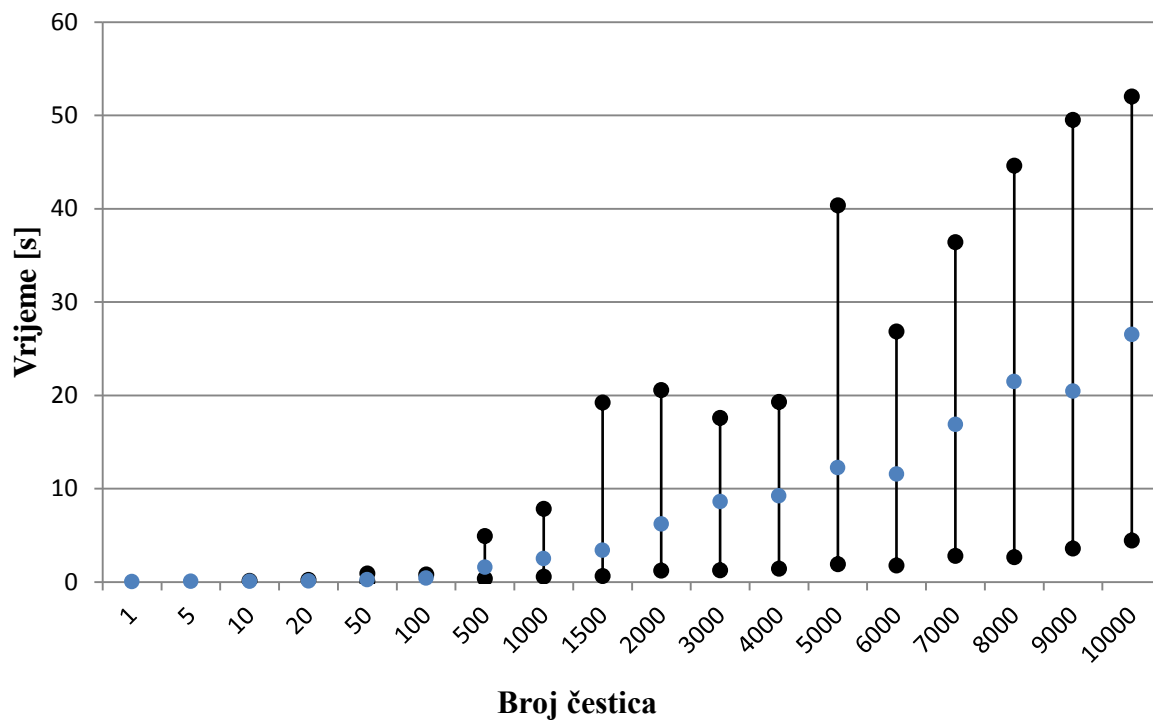
Slika 11. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Medijan brzine učenja većine mreža je smješten između 100 i 200 koraka učenja te je relativno sličan svim mrežama. Izuzetak je nekoliko mreža od kojih su najbolje mreže s 1500 čestica te 6000 čestica. Te mreže su ujedno imale i najbolje postotke uspješnosti učenja, što znači da su u većini učenja uspjele postignuti zadani NRMS. Treba primijetiti da povećanje broja čestica ne povećava nužno i postotak uspješnih učenja već su najbolji postotci učenja postignuti u okolini triju brojeva čestica (1500, 6000 i 9000).

Na kraju se može još pokazati vremena potrebna da mreže postignu NRMS=0,02. U tablici ispod dan je prikaz vremena u ovisnosti o broju čestica.

Tablica 3. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Broj čestica	Maksimalno vrijeme [s]	Minimalno vrijeme [s]	Prosjek vremena [s]
1	19,6919	0,3359	0,0396
5	8,2973	0,0247	0,0554
10	7,5500	0,0125	0,0785
20	4,3126	0,0115	0,1183
50	2,8408	0,0023	0,2343
100	2,8132	0,0006	0,4001
500	1,1938	0,0022	1,5796
1000	0,8635	0,0006	2,5141
1500	1,0812	0,0002	3,4149
2000	1,0027	0,0008	6,2000
3000	1,0675	0,0001	8,6265
4000	1,2699	0,0011	9,2316
5000	0,8986	0,0010	12,2505
6000	0,9910	0,0004	11,5705
7000	0,9687	0,0004	16,8896
8000	0,9955	0,0006	21,4756
9000	1,0353	0,0002	20,4623
10000	1,3676	0,0006	26,5087



Slika 12. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Jasno je da za veći broj čestica vrijeme učenja raste s obzirom na to da se povećava broj računskih operacija koje algoritam mora obaviti. Sada se vidi i neisplativost uzimanja mreža učenih s velikim brojem čestica jer je dobitak na NRMS-u malen, a vrijeme potrebno eksponencijalno raste.

2.2.1.2. Utjecaj težinskog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

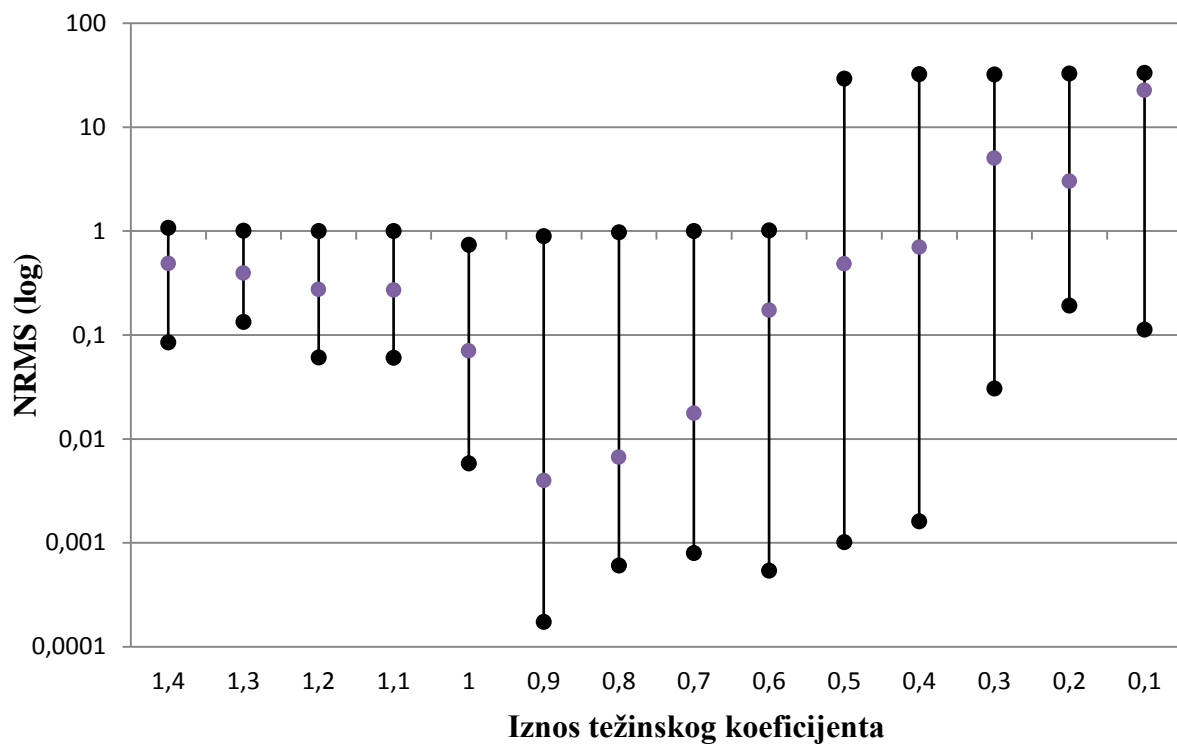
Težinski koeficijent u PSO algoritmu određuje koliko prethodna brzina čestice utječe na sadašnju brzinu. Osnovni PSO algoritam (Eberhart i Kennedy, [5]) koristi konstantnu vrijednost. Prema autorima veliki iznos težinskog algoritma rezultira globalnom traženju minimuma, dok mali iznos rezultira lokalnim traženjem. Osim konstantnog težinskog koeficijenta mogu se koristiti i koeficijenti koji se mijenjaju po nekom pravilu. [7] U ovom radu će biti prikazane 2 metode koje se najčešće spominju u literaturi. U tablici ispod su prikazane spomenute metode, a u 4.,5. i 6. tablici su prikazani rezultati učenja različitim metodama. Broj čestica za mrežu koja uči P1 član je 3000 s obzirom na to da se taj broj čestica pokazao najboljim u kvaliteti učenja uzevši u obzir i vrijeme učenja. Broj učenja je 30 iteracija, pritom zadani NRMS-ovi do kojeg mreže uče kada se promatra brzina učenja su NRMS=0,02 za P1 član, te NRMS=0,08 za nelinearni dinamički sustav.

Tablica 4. Najčešće metode mijenjanja težinskog koeficijenta

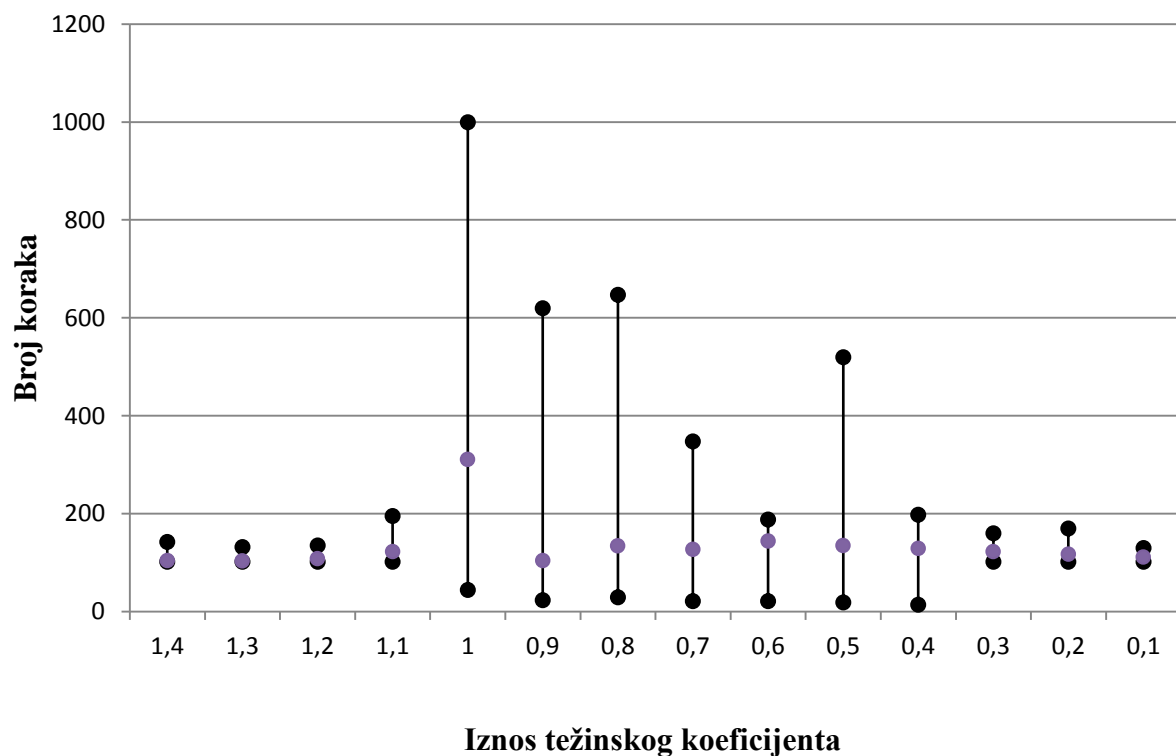
Naziv	Formula težinskog koeficijenta
Konstantni težinski koeficijent	$w = \text{const.}$
Linearno smanjivanje težinskog koeficijenta	$w_k = w_{max} - (w_{max} - w_{min}) \times \frac{k}{k_{max}}$

Tablica 5. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

w	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan br. koraka	Minimalan br. koraka	Medijan br. koraka
1,4	1,0741	0,085121	0,4887	0,0	142	102	104
1,3	1,0066	0,133616	0,3949	0,0	132	102	104
1,2	1,0001	0,060715	0,2745	0,0	135	102	108
1,1	1,0036	0,060420	0,2701	0,0	195	102	123
1	0,7391	0,005798	0,0704	13,3	1.000	44	311
0,9	0,8953	0,000174	0,0040	70,0	620	23	104
0,8	0,9709	0,000603	0,0067	51,7	647	29	134
0,7	1,0000	0,000796	0,0177	48,3	348	21	127
0,6	1,0162	0,000540	0,1729	33,3	188	21	144
0,5	29,2369	0,001014	0,4835	25,0	520	19	135
0,4	32,3448	0,001615	0,6994	10,0	198	14	129
0,3	32,0968	0,030635	5,0401	0,0	160	102	123
0,2	32,7808	0,192492	3,0200	0,0	170	102	117
0,1	33,2137	0,112544	22,6178	0,0	130	102	112



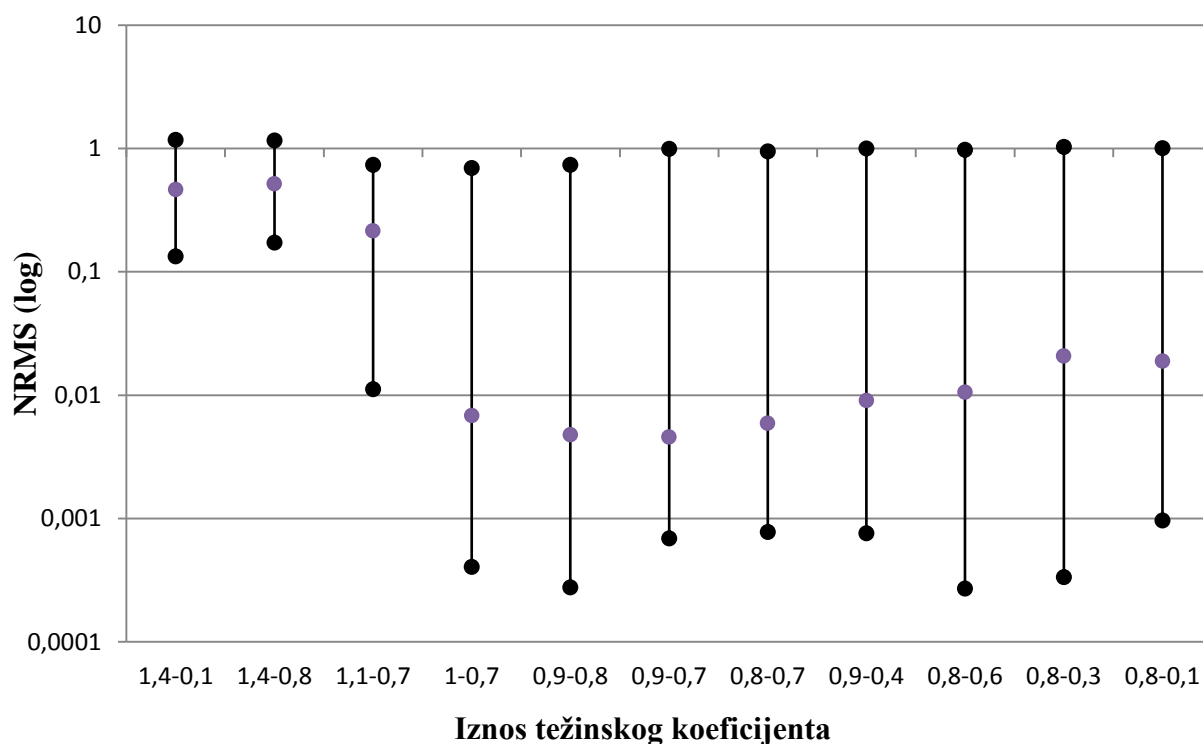
Slika 13. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



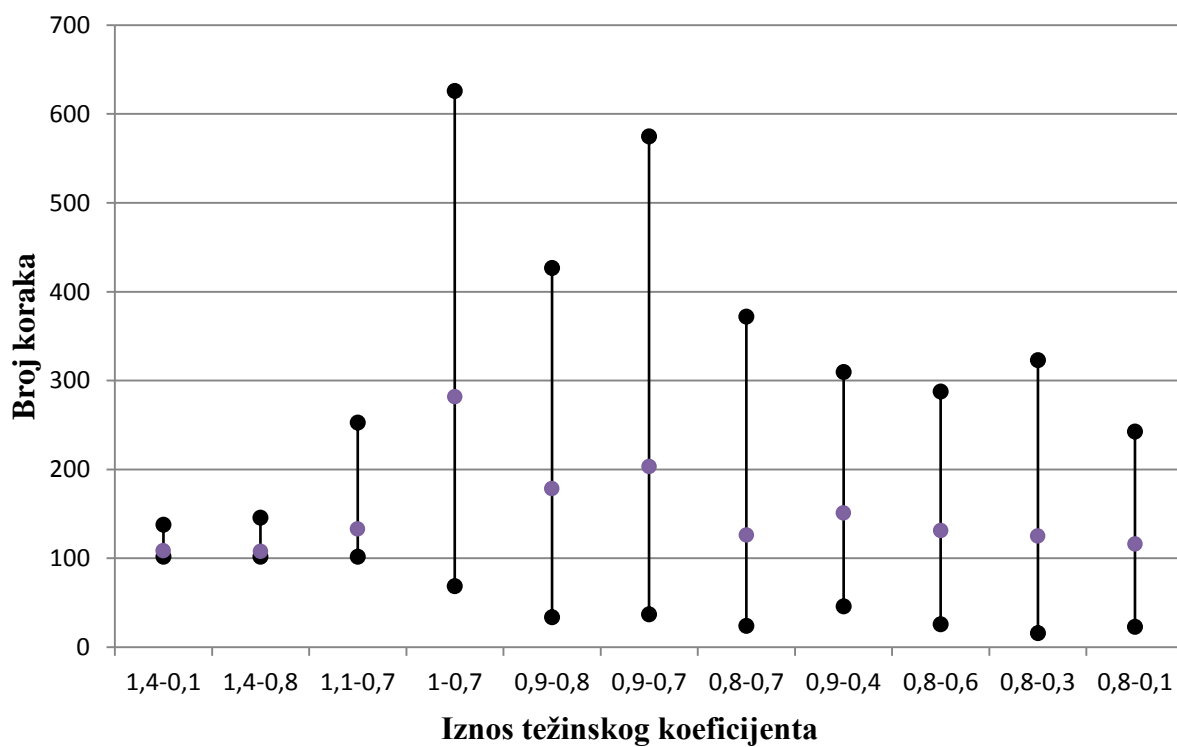
Slika 14. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Tablica 6. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

$w_{\max} - w_{\min}$	Maksimalni NRMS	Minimalni NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalni br. koraka	Minimalni br. koraka	Medijan br. koraka
1,4 - 0,1	1,1730	0,1335757	0,4644	0,0	138	102	109
1,4 - 0,8	1,1622	0,1731474	0,5166	0,0	146	102	108
1,1 - 0,7	0,7394	0,0112046	0,2152	0,0	253	102	133
1 - 0,7	0,6939	0,0004053	0,0068	78,3	626	69	282
0,9 - 0,8	0,7394	0,0002763	0,0048	66,7	427	34	178
0,9 - 0,7	0,9931	0,0006908	0,0046	56,7	575	37	204
0,8 - 0,7	0,9464	0,0007794	0,0059	61,7	372	24	126
0,9 - 0,4	1,0010	0,0007617	0,0090	66,7	310	46	151
0,8 - 0,6	0,9776	0,0002707	0,0106	58,3	288	26	131
0,8 - 0,3	1,0295	0,0003356	0,0208	53,3	323	16	125
0,8 - 0,1	1,0040	0,0009652	0,0188	56,7	243	23	116



Slika 15. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



Slika 16. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Za učenje P1 člana konstantni težinski koeficijent ($w=0,9$) se pokazao samo malo boljim s obzirom na kvalitetu, no dvostruko bolji s obzirom na broj koraka učenja od linearnog smanjivanja težinskog koeficijenta učenja. Također konstantan težinski koeficijent je bio 15% uspješniji u učenjima. Linearno smanjivanje težinskog koeficijenta se pokazalo robusnijim jer se mogu postići slični rezultati s različitim spektrima početnih i konačnih težinskih koeficijenata što znači da učitelj mreže ne mora ispitivati, kao u slučaju konstantnog težinskog koeficijenta, više vrijednosti težinskog koeficijenta kako bi našao optimalnu vrijednost.

Tablica 7. Usporedba najboljih rezultata strategija promjene težinskog koeficijenta za linearni dinamički sustav učen PSO algoritmom

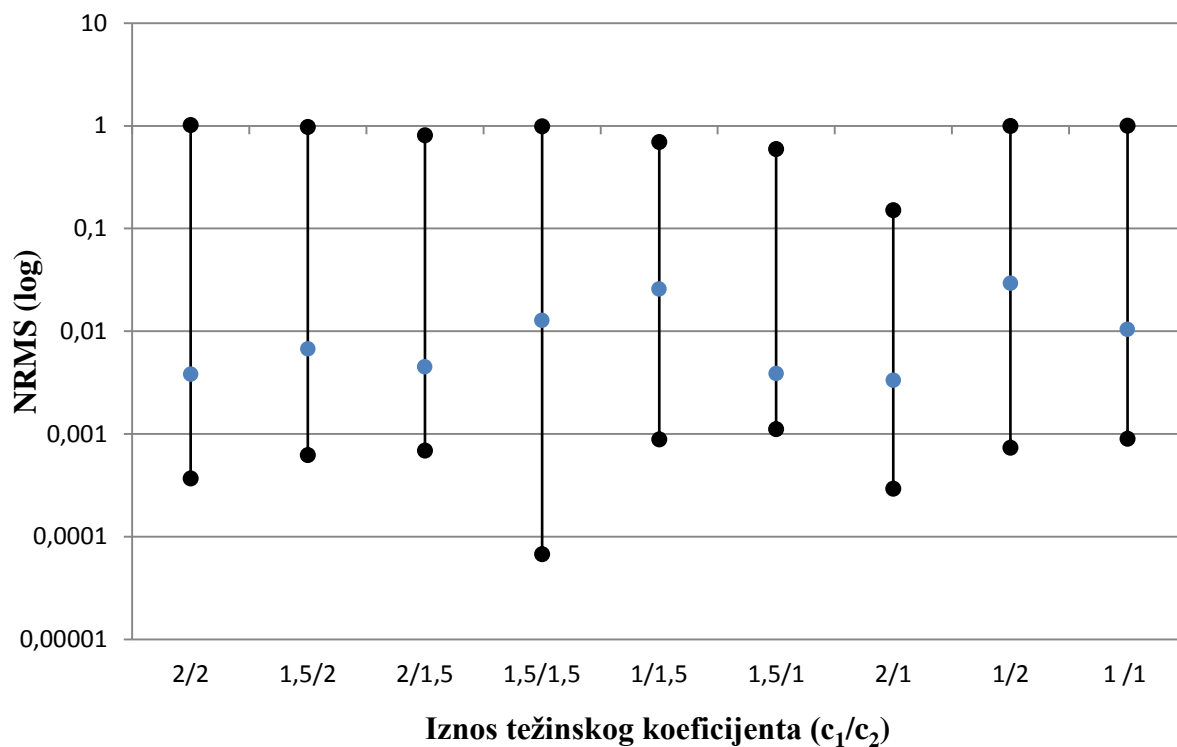
Vrijednost težinskog koeficijenta	Medijan NRMS-a	Medijan broja koraka	Postotak uspješnih učenja
0,9	0,0040	104	70
0,9-0,7	0,0046	204	56,7

2.2.1.3. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

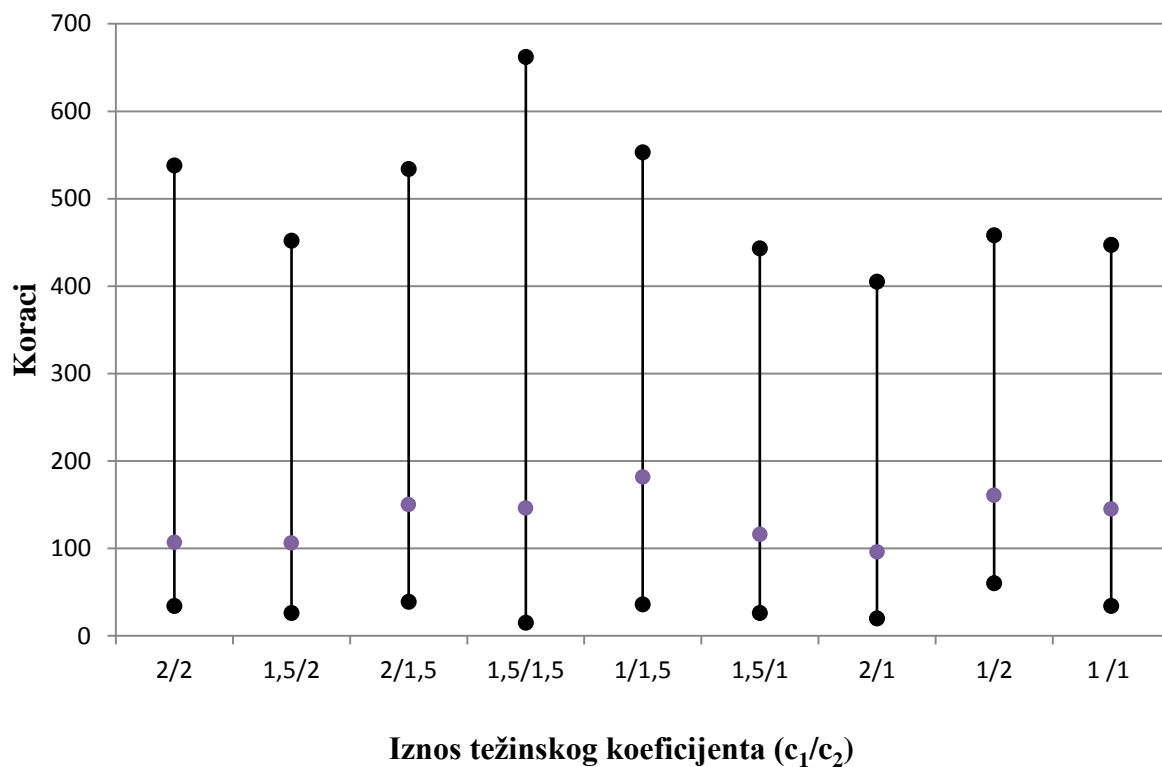
Nakon istraženog utjecaja težinskog koeficijenta na učenje neuronske mreže ispitat će se utjecaj iznosa globalnog i lokalnog koeficijenta na brzinu i kvalitetu učenja, pritom će težinski koeficijent biti konstantan i iznositi će $w=0,9$.

Tablica 8. Utjecaj lokalnog i globalnog koeficijenta na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

c_1	c_2	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan br. koraka	Minimalan br. koraka	Medijan br. koraka
2	2	1,0187	0,000368	0,0038	76,7	538	34	107
1,5	2	0,9771	0,000624	0,0067	56,7	452	26	106
2	1,5	0,8123	0,000690	0,0045	66,7	534	39	150
1,5	1,5	0,9897	0,000067	0,0127	61,7	662	15	146
1	1,5	0,6975	0,000888	0,0258	58,3	553	36	182
1,5	1	0,5954	0,001110	0,0039	85,0	443	26	116
2	1	0,1514	0,000294	0,0033	81,7	405	20	96
1	2	1,0000	0,000734	0,0293	55,0	458	60	161
1	1	1,0023	0,000896	0,0104	53,3	447	34	145



Slika 17. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta učenja na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



Slika 18. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta učenja na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Vidljivo je da je PSO algoritam kod učenja linearnog dinamičkog sustava osjetljiviji na iznos lokalnog koeficijenta, c_1 . Pogoršanje kvalitete učenja se događa kada se on smanji, dok se dobri rezultati postižu za vrijednosti $c_1=1.5$ i $c_1=2$. Utjecaj globalnog koeficijenta učenja nije značajan, isti rezultati se postižu za kombinaciju $c_1=2, c_2=2$ kao i za $c_1=2, c_2=1$. Utjecaj lokalnog i globalnog koeficijenta na brzinu učenja je proporcionalan kvaliteti učenja, mreže koje su imale slabiju kvalitetu učenja su imale i manje brzine učenja (trebalo im je više koraka).

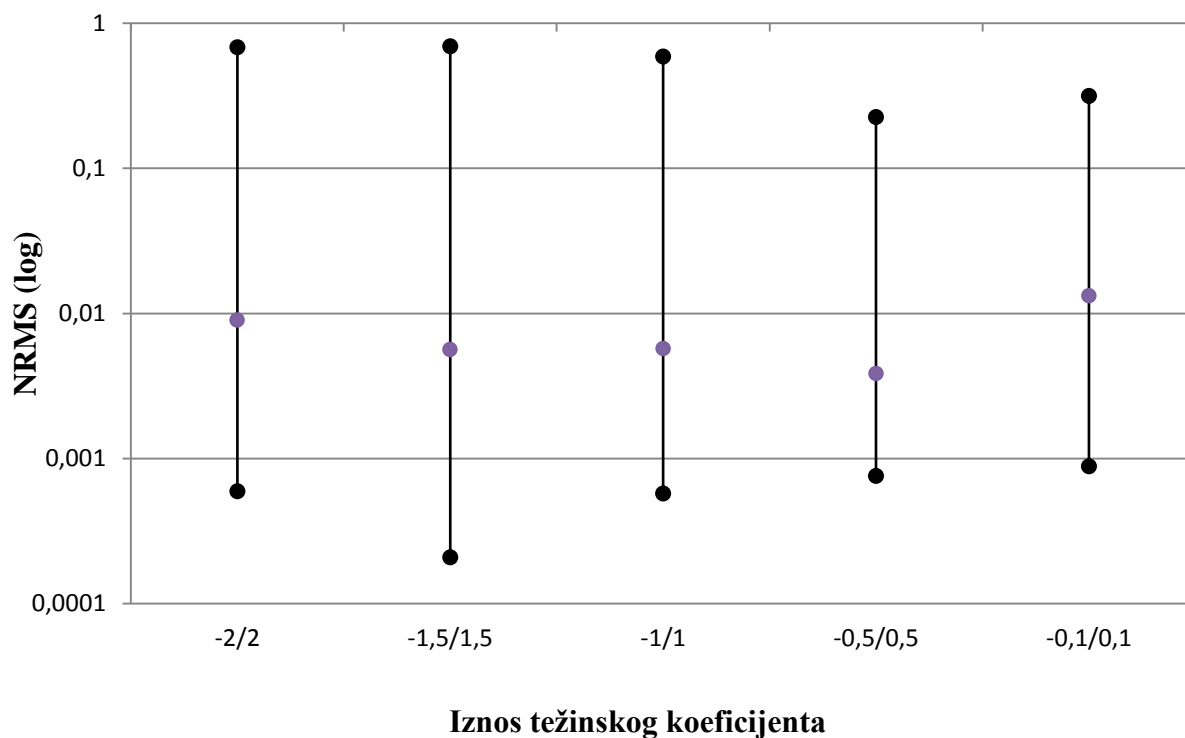
2.2.1.4. Utjecaj raspona vrijednosti početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

Na kraju se može ispitati utjecaj raspona vrijednosti početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja. Težinski koeficijent će biti konstantan, $w=0,9$, a globalni i lokalni koeficijenti će biti postavljeni na $c_1=c_2=2$, a broj čestica će biti 3000.

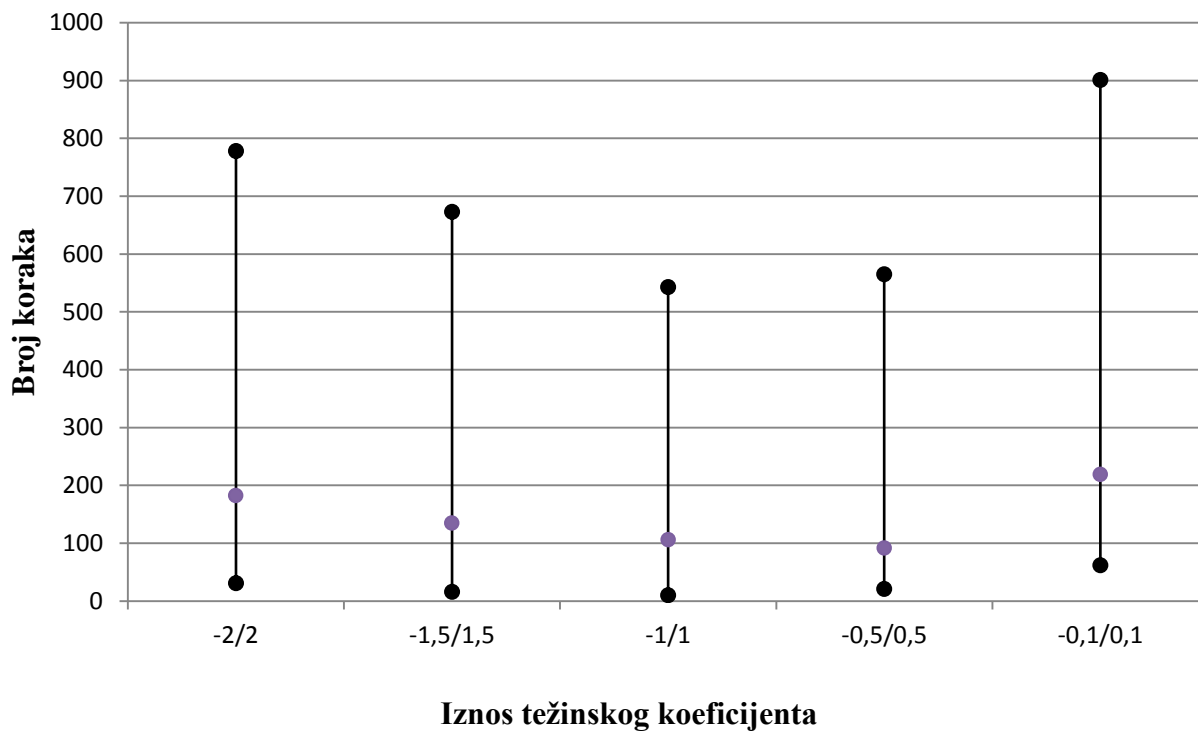
Tablica 9. Utjecaj početnog raspona čestica na učenje linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Min	Max	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan br. koraka	Minimalan br. koraka	Medijan br. koraka
-2	2	0,6831	0,000595	0,0090	58,3	778	31	182
-1,5	1,5	0,6918	0,000209	0,0056	73,3	673	16	135
-1	1	0,5899	0,000575	0,0057	80,0	543	10	106
-0,5	0,5	0,2256	0,000759	0,0039	80,0	565	21	92
-0,1	0,1	0,3156	0,000886	0,0132	55,0	901	62	219

Promjena raspona početnih vrijednosti čestica nije imala značajnog utjecaja na kvalitetu učenja, no smanjivanje raspona je ubrzalo učenje te povećalo postotak uspješnih učenja, no preveliko smanjivanje se pokazalo kontraproduktivno.



Slika 19. Utjecaj početnog raspona na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



Slika 20. Utjecaj početnog raspona na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

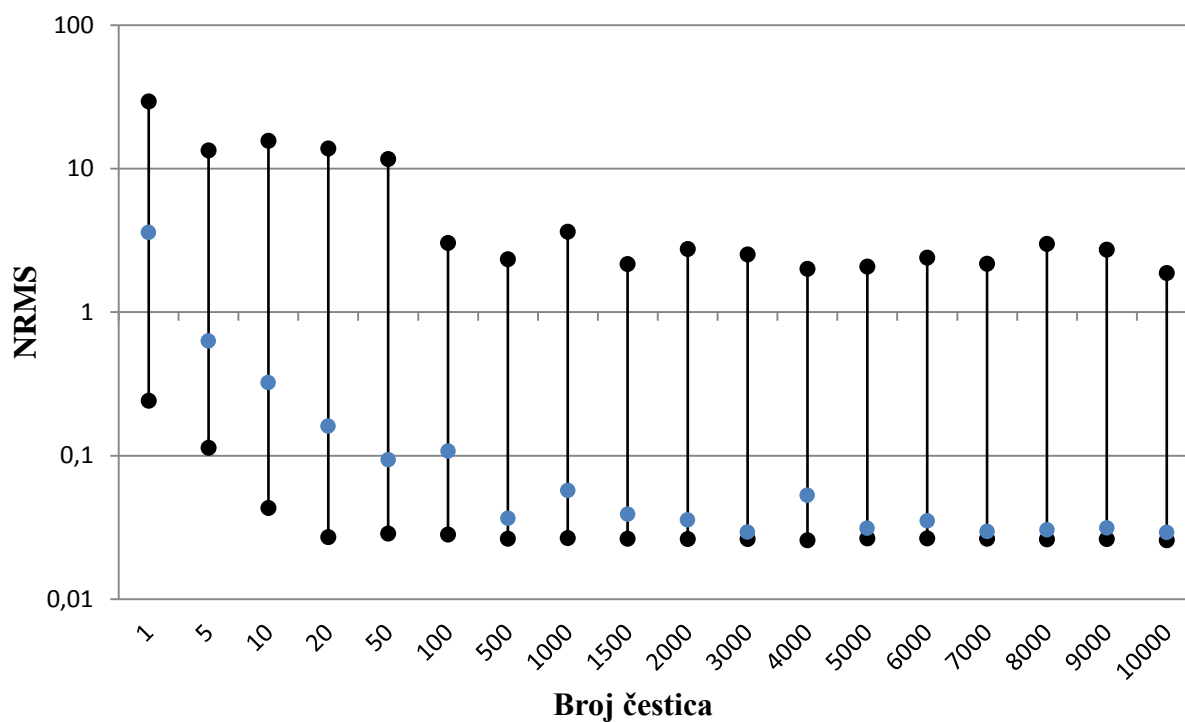
2.2.2. Identifikacija nelinearnog dinamičkog sustava

Na isti način kao i kod identifikacije linearnog dinamičkog sustava, biti će istražen utjecaj pojedinih parametara učenja na brzinu i kvalitetu učenja.

2.2.2.1. Utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

Tablica 10. Utjecaj broja čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Broj čestica	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
1	29,4509	0,2410	3,5865
5	13,3897	0,1135	0,6278
10	15,6453	0,0432	0,3221
20	13,8049	0,0271	0,1605
50	11,6832	0,0287	0,0937
100	3,0443	0,0282	0,1073
500	2,3318	0,0263	0,0365
1000	3,6433	0,0267	0,0571
1500	2,1674	0,0263	0,0391
2000	2,7542	0,0263	0,0355
3000	2,5312	0,0262	0,0293
4000	2,0061	0,0259	0,0528
5000	2,0786	0,0265	0,0311
6000	2,4019	0,0265	0,0351
7000	2,1701	0,0264	0,0296
8000	2,9935	0,0262	0,0303
9000	2,7265	0,0263	0,0314
10000	1,8739	0,0257	0,0291

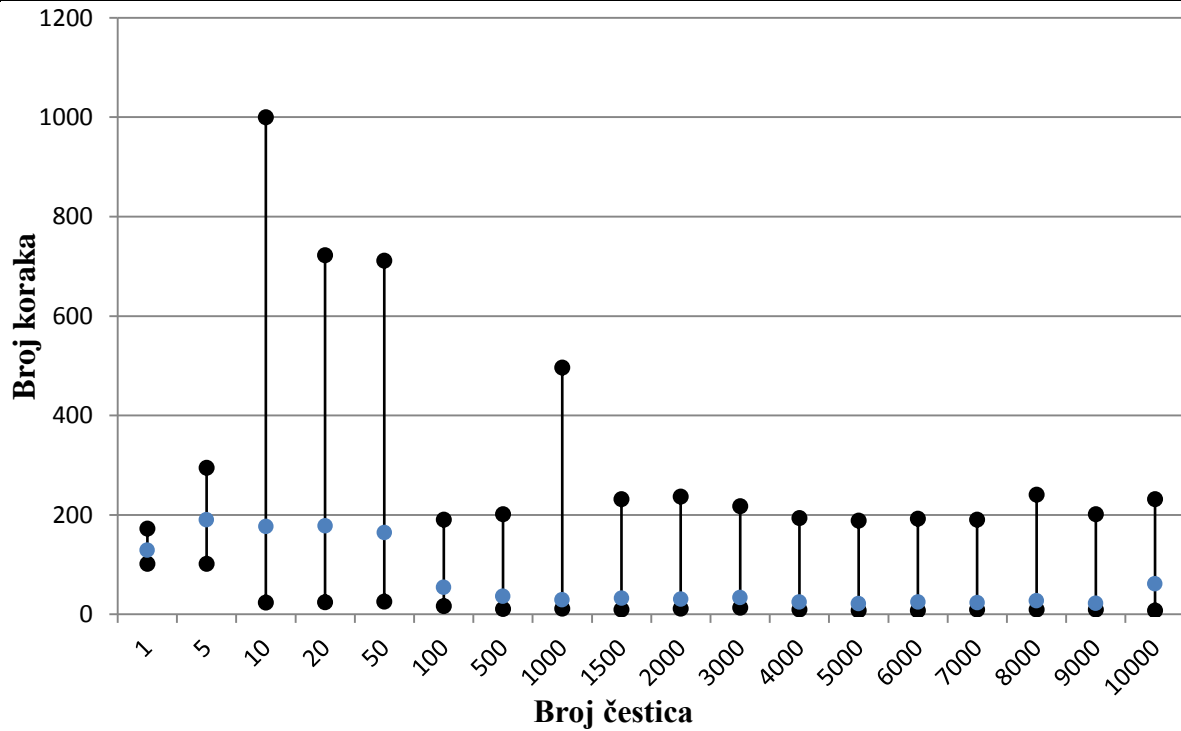


Slika 21. Utjecaj broja čestica na postignuti NRMS za nelinearni dinamički sustav PSO algoritmom

Isto kao i kod učenja linearnog dinamičkog sustava povećanjem broja čestica postižu se bolje vrijednosti učenja. Nakon 500 čestica dolazi do stabilizacije rezultata, dok ponovno mreža s 3000 čestica se pokazuje najbolja s obzirom na postignuti NRMS ne uzimajući pritom u obzir mreže s više čestica zbog većeg vremena učenja.

Tablica 11. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Broj čestica	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
1	0,0	173	102	130
5	0,0	295	102	191
10	11,7	1000	24	177
20	21,7	723	25	178
50	50,0	712	26	165
100	48,3	191	17	55
500	80,0	202	11	37
1000	65,0	497	12	30
1500	63,3	232	10	33
2000	65,0	237	12	31
3000	70,0	218	14	34
4000	76,7	194	10	25
5000	76,7	189	8	22
6000	71,7	193	9	25
7000	76,7	191	10	24
8000	66,7	241	10	28
9000	75,0	202	10	23
10000	68,3	232	8	62



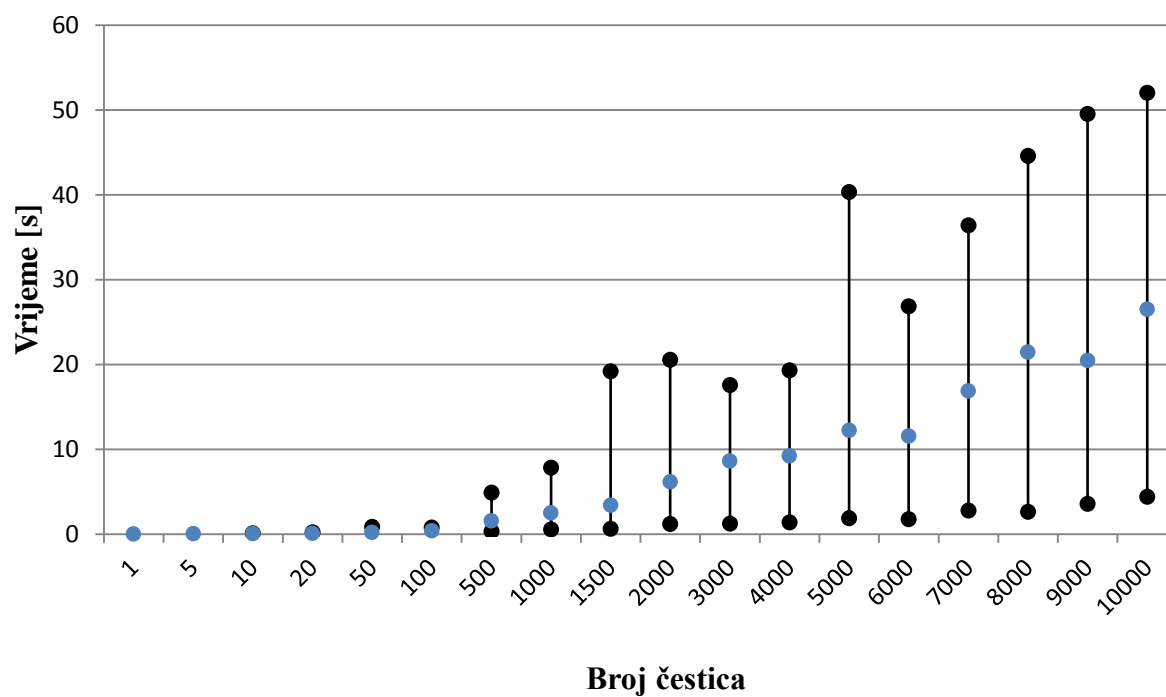
Slika 22. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Utjecaj broja čestica se kod nelinearnog dinamičkog sustava stabilizira na 100 čestica. Vidljivo je da mreže s većim brojem čestica imaju bolje postotke uspješnosti i za razliku od linearnog dinamičkog člana brzina učenja konvergira bez odskakanja.

Tablica 12. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Broj čestica	Maksimalno vrijeme [s]	Minimalno vrijeme [s]	Prosjek vremena [s]
1	0,0453	0,0359	0,0396
5	0,0633	0,0438	0,0554
10	0,1142	0,0541	0,0785
20	0,2252	0,0635	0,1183
50	0,9015	0,0685	0,2343
100	0,8052	0,0877	0,4001
500	4,9095	0,3454	1,5796
1000	7,8587	0,5732	2,5141
1500	19,2171	0,6414	3,4149
2000	20,5667	1,2317	6,2000
3000	17,5978	1,2707	8,6265
4000	19,3184	1,4219	9,2316
5000	40,3592	1,9194	12,2505
6000	26,8606	1,7767	11,5705
7000	36,4118	2,8114	16,8896
8000	44,6116	2,6731	21,4756
9000	49,5467	3,5915	20,4623
10000	52,0190	4,4290	26,5087

Kao i kod linearnog dinamičkog sustava vrijeme učenja raste s povećanjem broja čestica. Rast vremena je opet eksponencijalnog oblika čime se vidi neopravdanost mreža s velikim brojem čestica.



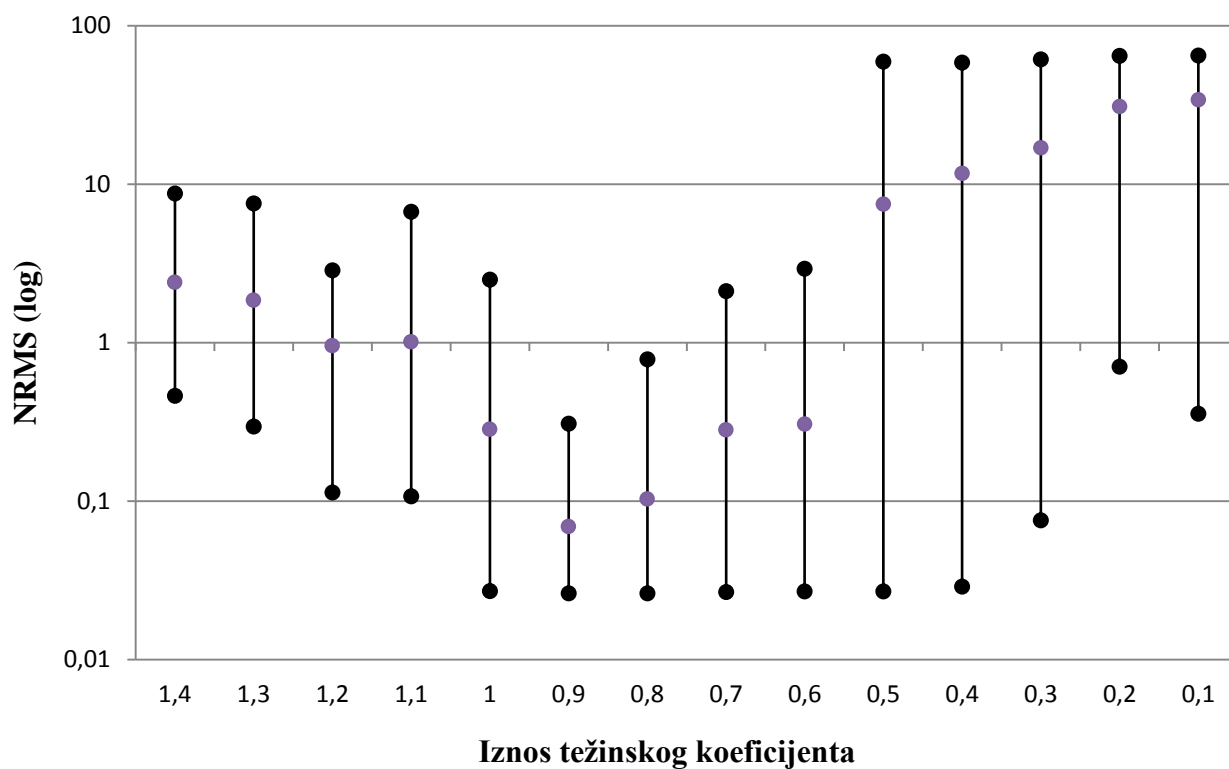
Slika 23. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

2.2.2.2. Utjecaj težinskog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

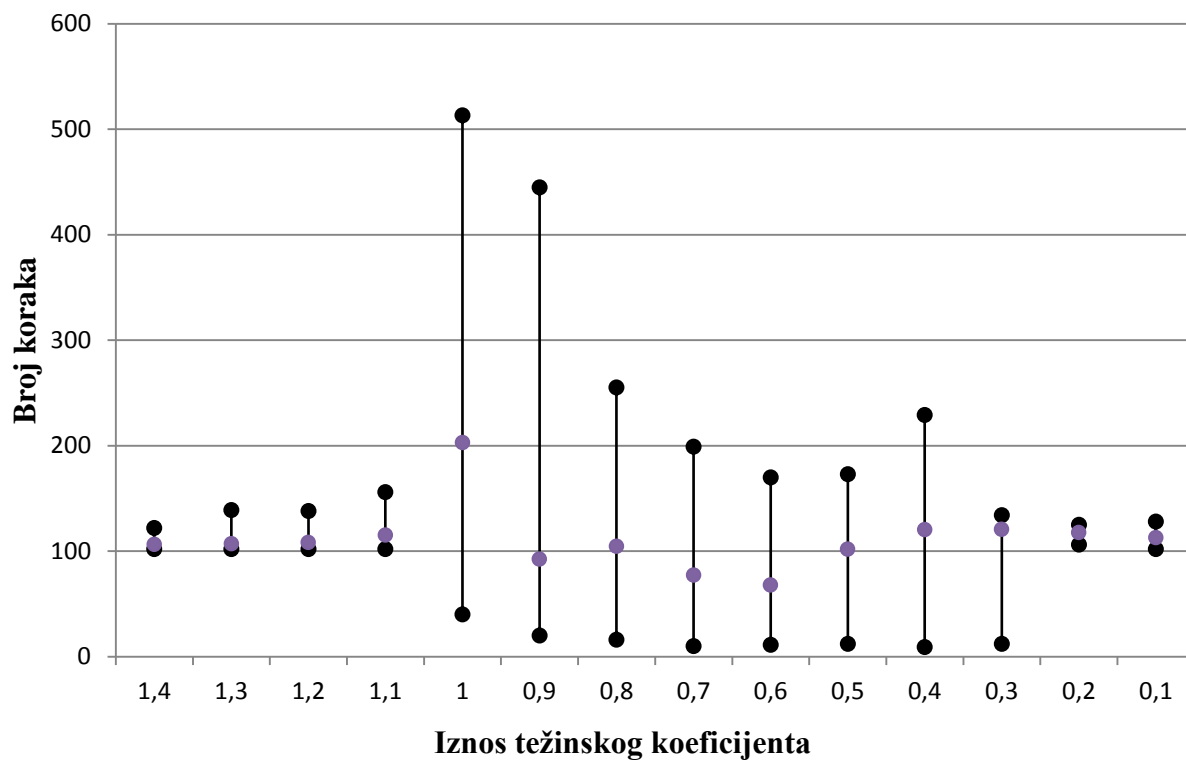
Dalje će, isto kao i kod linearnog dinamičkog sustava, biti istražen utjecaj težinskog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja.

Tablica 13. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

w	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan br. koraka	Minimalan br. koraka	Medijan br. koraka
1,4	8,7261	0,461158	2,4030	0,0	122	102	106
1,3	7,5698	0,294860	1,8489	0,0	139	102	107
1,2	2,8683	0,113498	0,9566	0,0	138	102	108
1,1	6,7013	0,107285	1,0140	0,0	156	102	115
1	2,5068	0,027055	0,2837	56,7	513	40	203
0,9	0,3089	0,026159	0,0691	93,3	445	20	92
0,8	0,7865	0,026288	0,1032	66,7	255	16	104
0,7	2,1200	0,026668	0,2821	66,7	199	10	77
0,6	2,9253	0,026897	0,3067	60,0	170	11	68
0,5	59,5290	0,026904	7,4832	30,0	173	12	102
0,4	58,6311	0,028813	11,7240	16,7	229	9	120
0,3	61,4260	0,075637	16,9847	3,3	134	12	121
0,2	64,8127	0,705824	30,9095	0,0	125	106	117
0,1	64,8432	0,355408	34,1358	0,0	128	102	113



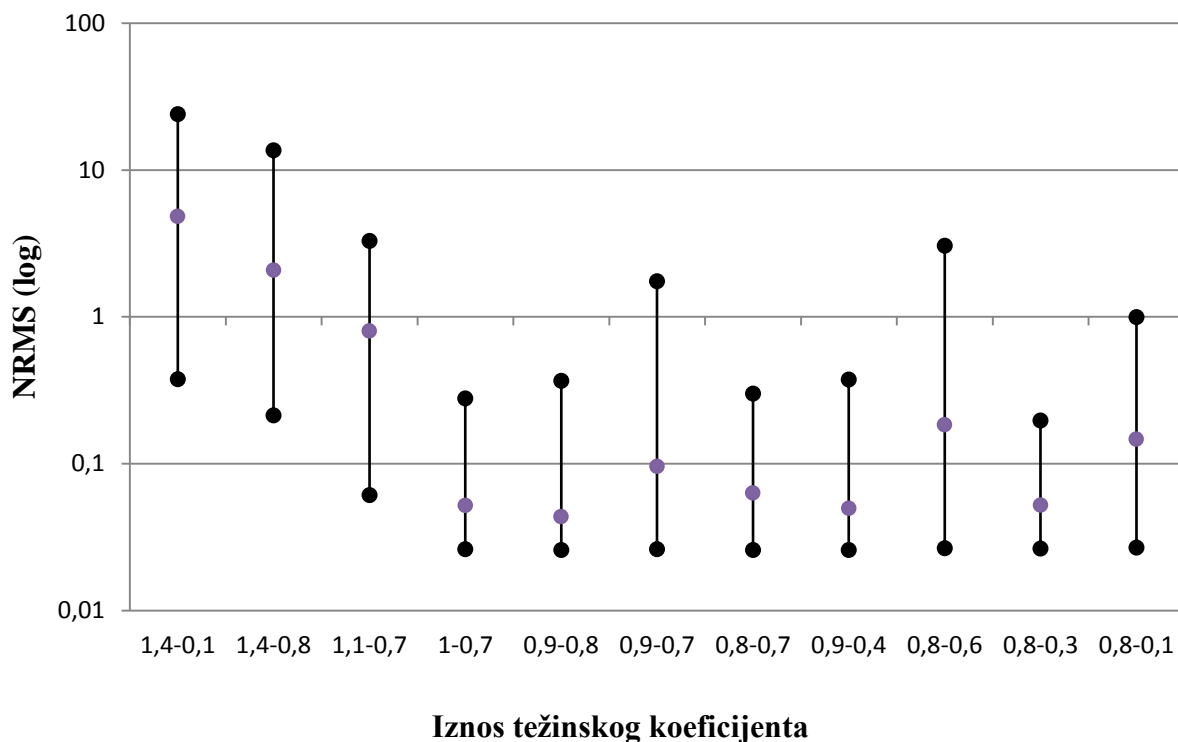
Slika 24. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



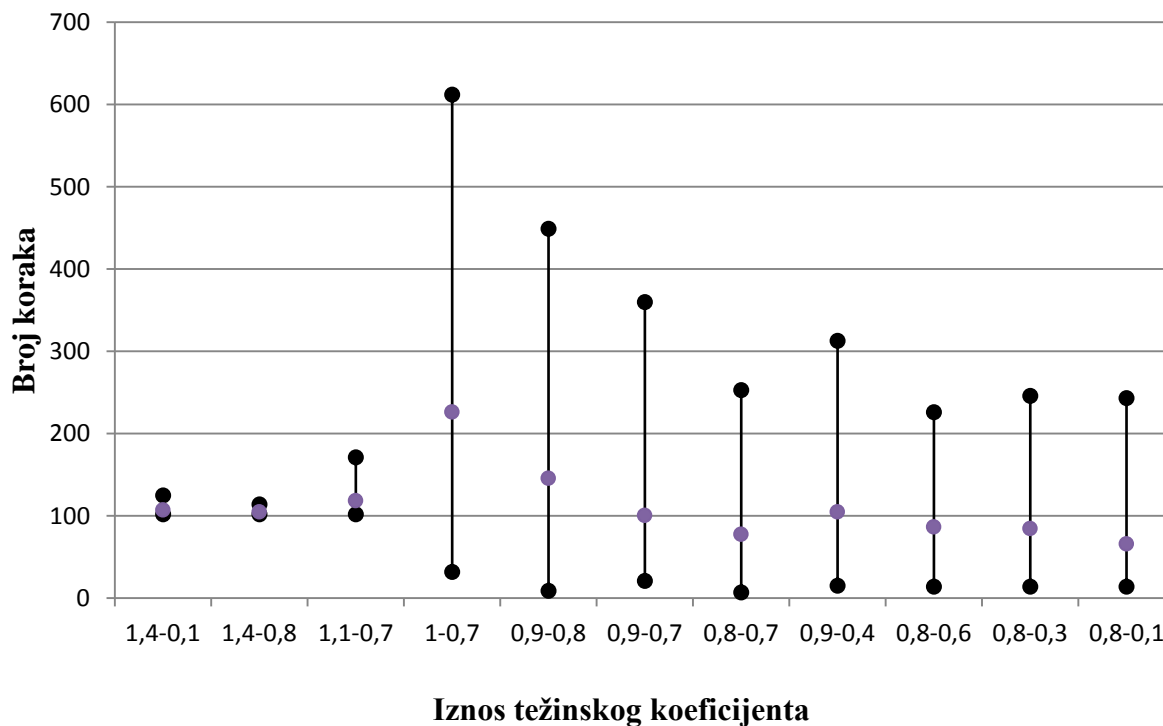
Slika 25. Utjecaj konstantnog težinskog koeficijenta na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Tablica 14. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

$W_{\max} - W_{\min}$	Maksimalni NRMS	Minimalni NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalni br. koraka	Minimalni br. koraka	Medijan br. koraka
1,4 - 0,1	24,0392	0,3759579	4,8231	0,0	125	102	107
1,4 - 0,8	13,6465	0,2132769	2,0748	0,0	114	102	105
1,1 - 0,7	3,2971	0,0612051	0,8024	0,0	171	102	119
1 - 0,7	0,2785	0,0261368	0,0520	76,7	612	32	226
0,9 - 0,8	0,3670	0,0260129	0,0437	73,3	449	9	146
0,9 - 0,7	1,7453	0,0261996	0,0957	86,7	360	21	101
0,8 - 0,7	0,3006	0,0258502	0,0631	80,0	253	7	78
0,9 - 0,4	0,3750	0,0258977	0,0497	76,7	313	15	105
0,8 - 0,6	3,0572	0,0266031	0,1843	73,3	226	14	86
0,8 - 0,3	0,1967	0,0263967	0,0523	70,0	246	14	85
0,8 - 0,1	0,9961	0,0268881	0,1472	80,0	243	14	66



Slika 26. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



Slika 27. Utjecaj linearnog smanjenja težinskog koeficijenta na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Za učenje nelinearnog dinamičkog sustava pokazao se najboljim težinski koeficijent koji se linearno smanjuje. Pritom treba primijetiti da iako takav promjenjivi koeficijent ima bolju kvalitetu učenja, brzina učenja i postotak uspješnih učenja je slabiji. Isto kao i kod linearnog dinamičkog sustava linearno smanjivanje težinskog koeficijenta učenja se pokazalo robusnijim s obzirom na to da različiti rasponi daju slične kvalitete učenja, a konstantan težinski koeficijent pokazuje jasan globalni minimum. Za obje strategije brzina učenja je relativno stabilna duž cijelog spektra, u oba slučaja su iznimke koeficijenti koji su imali vrijednost 1 te oni pokazuju porast u brzinama učenja.

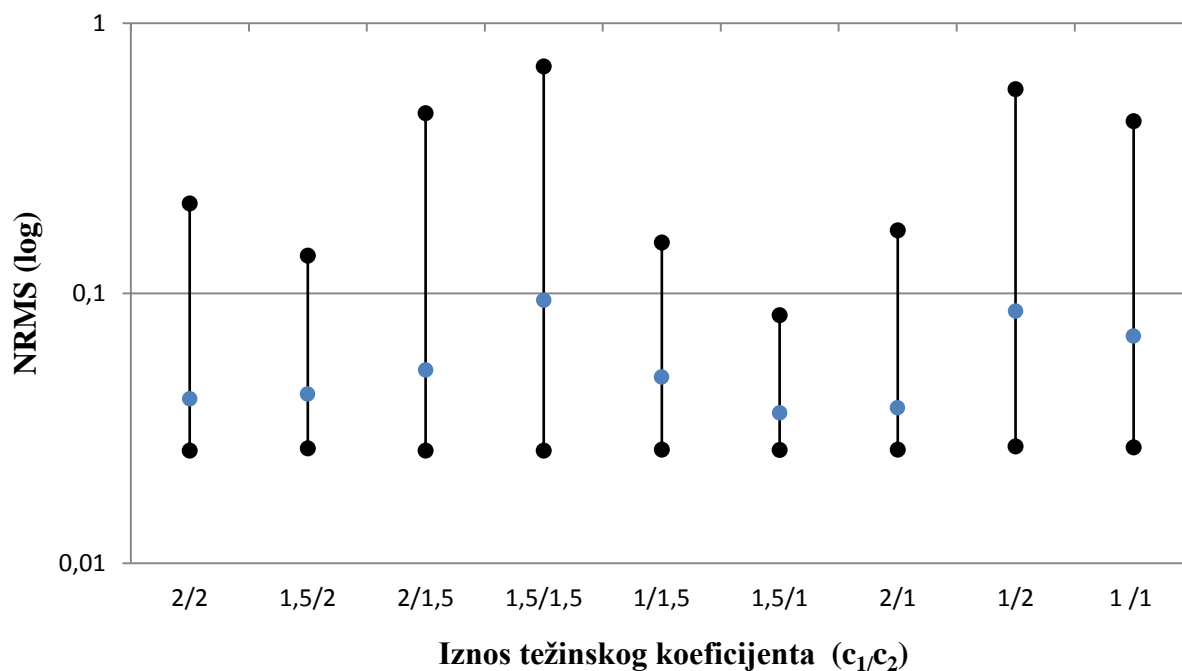
Tablica 15. Usporedba najboljih rezultata strategija promjene težinskog koeficijenta za nelinearni dinamički sustav učen PSO algoritmom

Vrijednost težinskog koeficijenta	Medijan NRMS-a	Medijan broja koraka	Postotak uspješnih učenja
0,9	0,0691	92	93,3
0,9-0,8	0,0437	146	73,3

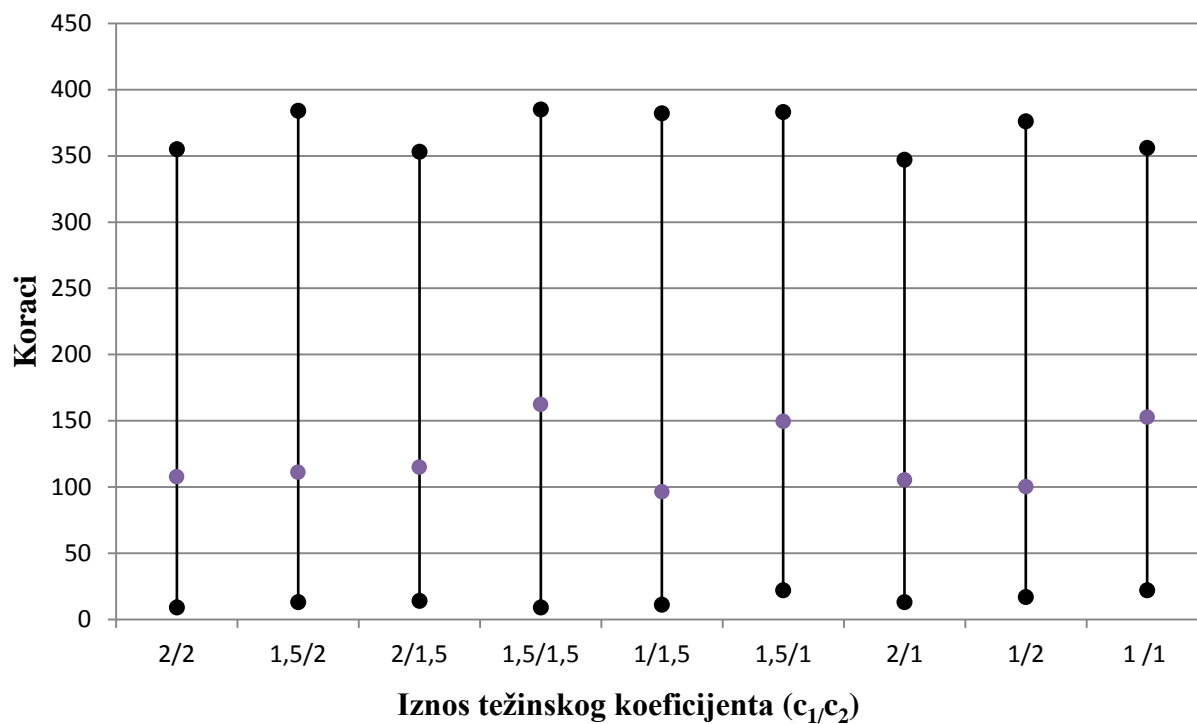
2.2.2.3. Utjecaj globalnog i lokalnog koeficijenta na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

Tablica 16. Utjecaj lokalnog i globalnog koeficijenta na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

c_1	c_2	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan br. koraka	Minimalan br. koraka	Medijan br. koraka
2	2	0,1763	0,036709	0,0416	100,0	174	15	70
1,5	2	0,0380	0,036427	0,0370	100,0	191	22	71
2	1,5	0,0406	0,036769	0,0371	100,0	146	17	62
1,5	1,5	0,0382	0,036597	0,0370	100,0	143	13	54
1	1,5	0,0385	0,036604	0,0370	96,7	131	29	73
1,5	1	0,0390	0,036791	0,0373	100,0	144	15	63
2	1	0,0378	0,036720	0,0370	100,0	160	6	65
1	2	0,0398	0,036652	0,0371	96,7	131	14	62
1	1	0,0380	0,036714	0,0372	100,0	250	23	73



Slika 28. Utjecaj lokalnog i globalnog težinskog koeficijenta na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom



Slika 29. Utjecaj lokalnog i globalnog težinskog koeficijenta na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

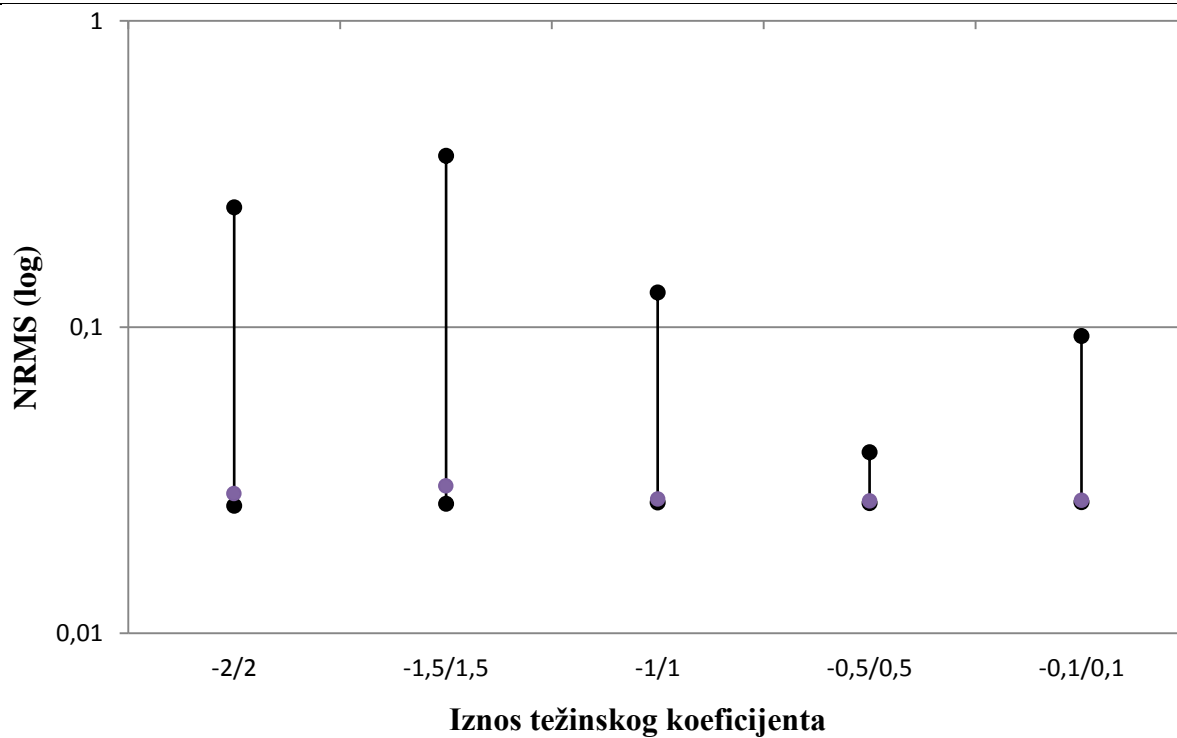
Kod učenja nelinearnog dinamičkog člana nije se pokazala jasna veza između lokalnog i globalnog koeficijenta i kvalitete i brzine učenja. Za neke vrijednosti koeficijenata se dobivaju pogoršanja u kvaliteti, dok za druge pogoršanja u brzini učenja. No može se primijetiti da za većinu kombinacija je kvaliteta i brzina učenja slična.

2.2.2.4. Utjecaj raspona vrijednosti početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

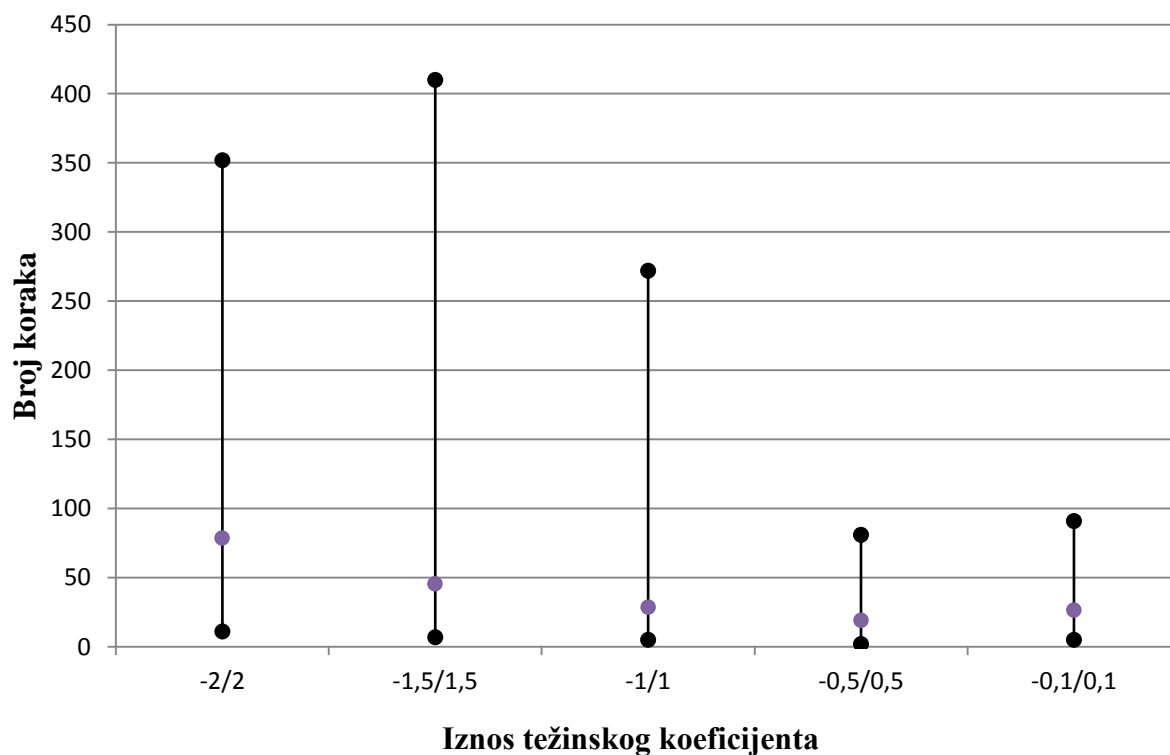
Tablica 17. Utjecaj početnog raspona čestica na učenje nelinearnog dinamičkog sustava PSO algoritmom

Min	Max	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan br. koraka	Minimalan br. koraka	Medijan br. koraka
-2	2	0,2466	0,026134	0,0286	90,0	352	11	79
-1,5	1,5	0,3626	0,026553	0,0303	86,7	410	7	46
-1	1	0,1298	0,026769	0,0275	96,7	272	5	29
-0,5	0,5	0,0391	0,026658	0,0271	100,0	81	2	19
-0,1	0,1	0,0937	0,026863	0,0272	100,0	91	5	27

Smanjivanjem raspona početnih vrijednosti ne mijenja se kvaliteta učenja, no primjetno je da brzina učenja raste kao i postotak uspješnosti učenja. Također rasipanje vrijednosti se smanjuje s manjim rasponima. Kod najmanjeg raspona brzina učenja opet raste, dakle može se primijetiti pogoršanje u brzini učenja, slično kao i kod linearnog dinamičkog sustava.



Slika 30. Utjecaj početnog raspona na kvalitetu učenja dinamičkog nelinearnog člana PSO algoritmom



Slika 31. Utjecaj početnog raspona na brzinu učenja dinamičkog nelinearnog člana PSO algoritmom

2.3. Testiranje mreža učenih PSO algoritmom

2.3.1.1. Linearni dinamički sustav

Za učenje linearnog dinamičkog sustava odabrana je mreža kojoj se pri učenju težinski koeficijent ne mijenja na s obzirom na to da se takva mreža pokazala najuspješnijom. Koeficijenti mreže su: $w=0,9$, $c_1=c_2=2$, raspon početnih čestica je $[-0,5 \ 0,5]$, a broj čestica je 3000. Ispod su prikazane težine najbolje mreže u 60 učenja te postignuti NRMS učenja.

Tablica 18. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za nelinearni dinamički sustav za mrežu učenu PSO algoritmom

V			
	1	2	3
1	0,090452	0,879587	0,485905
2	0,100685	1,724437	0,056687
3	0,170177	0,844278	-1,91615
4	0,135539	0,428196	0,649003

W				
1	2	3	4	5
1,323247	-0,18372	0,991695	1,334291	0,008724

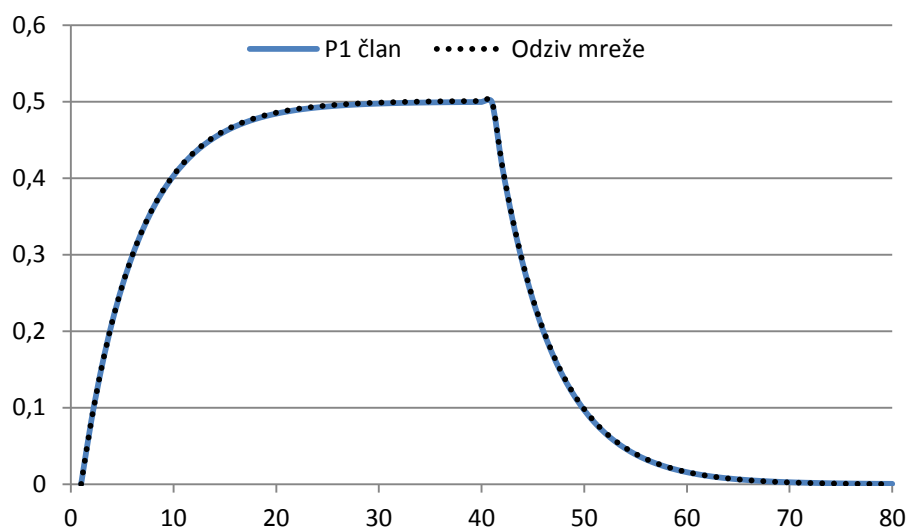
NRMS	0,000196
------	----------

U tablici ispod su dane vrijednosti testiranja mreža pojedinim uzorcima za testiranje.

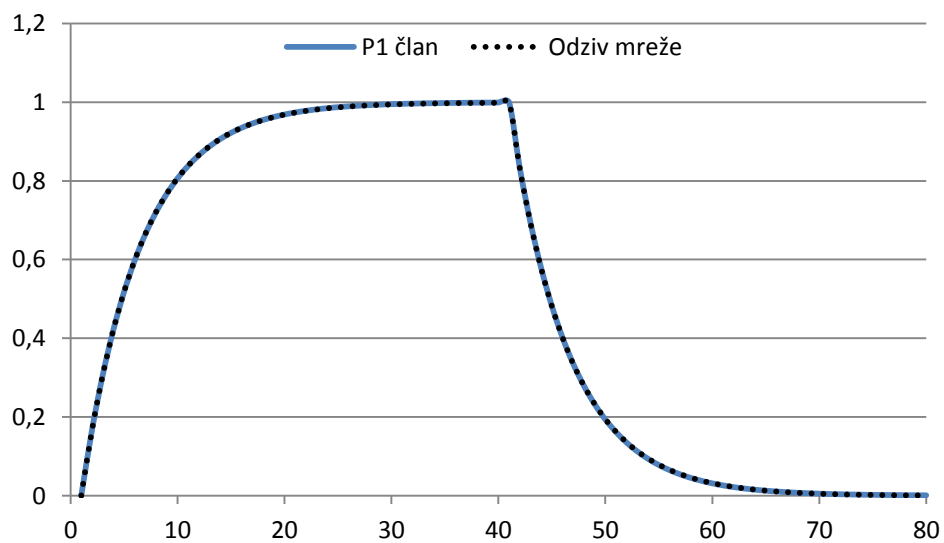
Tablica 19. Postignuti NRMS-ovi na uzorcima za testiranje

Test	1	2	3	4	5	6
NRMS	0,004510	0,001216	0,001408	0,0008645	0,0020	0,0007520

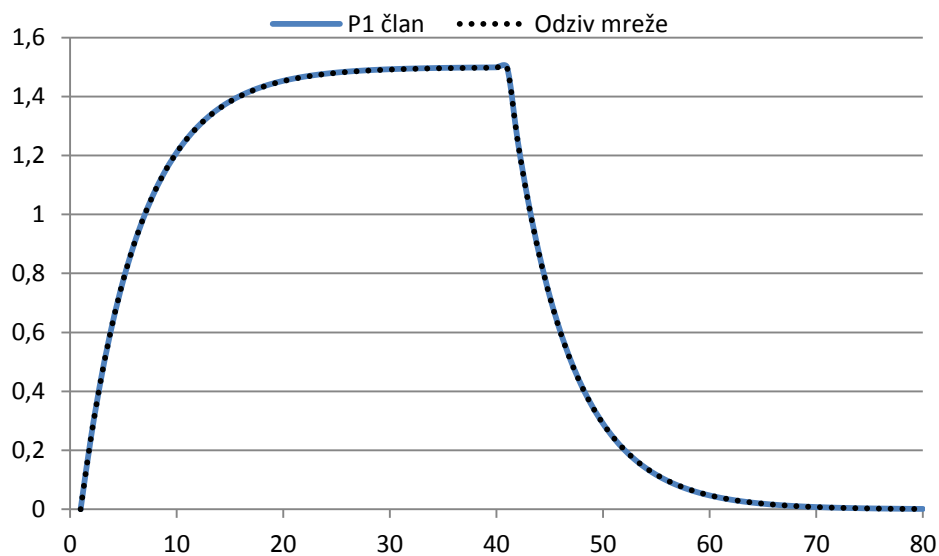
Greška testiranja je za red veličine veći od greške učenja što je posljedica povratne veze u modelu za testiranje. Ispod su dani grafovi koji prikazuju odziv mreža i odstupanje od željene vrijednosti.



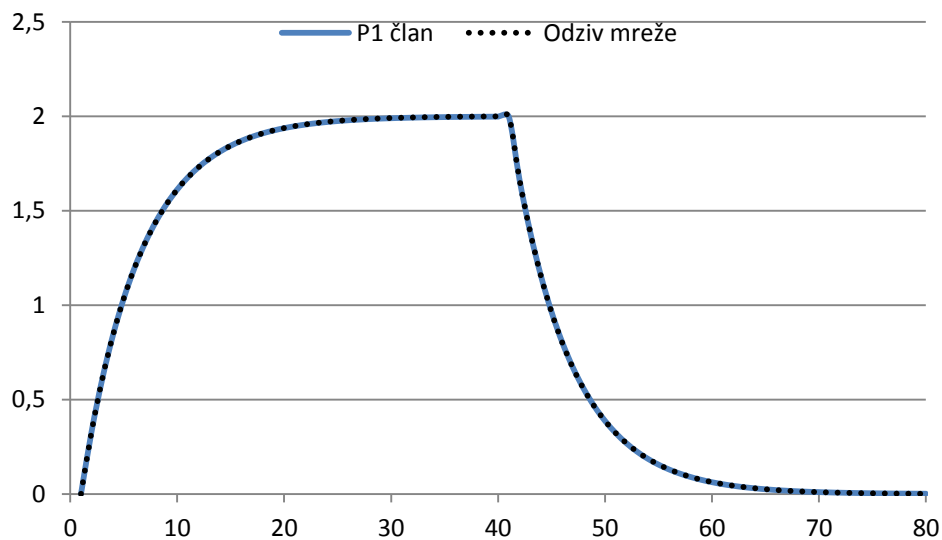
Slika 32. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 1



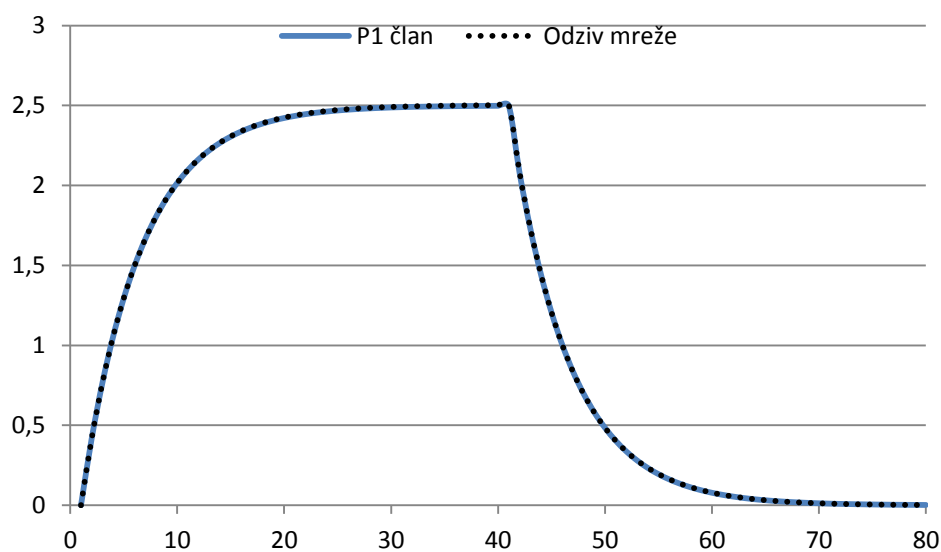
Slika 33. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 2



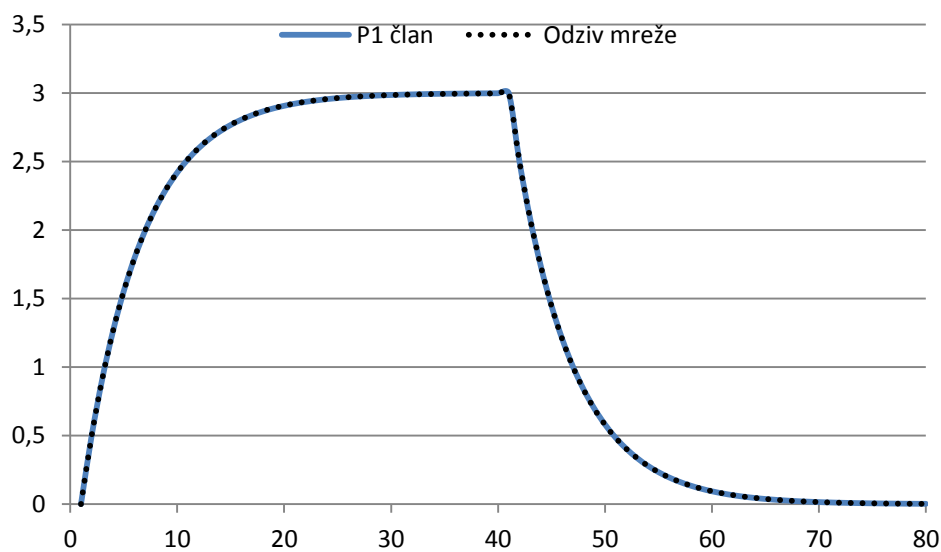
Slika 34. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 3



Slika 35. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 4



Slika 36. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 5



Slika 37. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 6

Kada se usporede generalizacijska svojstva mreže učene sa PSO algoritmom s mrežama koje su učile linearni dinamički sustav, a čiji su rezultati dani u [1], vidljivo je da je PSO algoritam mnogo bolji (za red veličine) u generalizaciji linearnog dinamičkog člana.

2.3.1.2. *Nelinearni dinamički sustav*

Za učenje nelinearnog dinamičkog sustava odabrana je mreža kojoj se pri učenju težinski koeficijent mijenja linearno s obzirom na to da se takva mreža pokazala najuspješnijom. Koeficijenti mreže su: $w=0,9-0,8$, $c_1=c_2=2$, raspon početnih čestica je $[-0,5 \ 0,5]$, a broj čestica je 3000. Ispod su prikazane težine najbolje mreže u 60 učenja te postignuti NRMS učenja.

Tablica 20. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za nelinearni dinamički sustav za mrežu učenu PSO algoritmom

V			
	1	2	3
1	0,233132	0,464627	0,142029
2	-0,55662	0,29644	-0,47536
3	-0,38808	-0,33329	-0,24369
4	-0,188	0,222372	-0,72442
5	-0,18037	0,719206	0,452532
6	0,437344	0,427956	-0,26907
7	0,020265	0,459348	0,561221
8	-0,29565	0,328779	0,073752
9	-1,05984	0,250612	-0,0688
10	-0,05405	0,27109	-0,26262

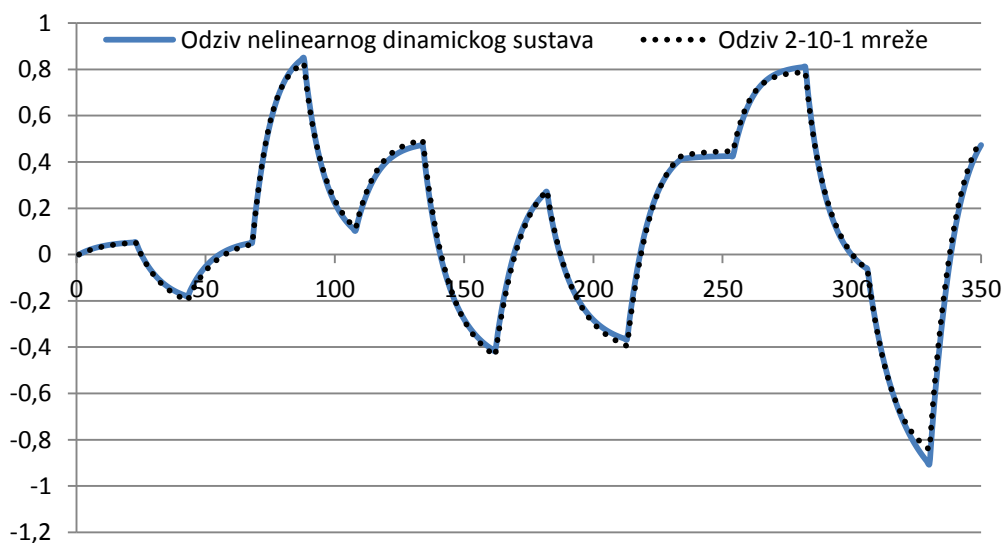
W										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,885541	0,33326	-1,10553	-0,15697	0,589767	0,79623	0,118813	-0,01789	0,283236	0,49627	-0,15623

NRMS	0,026762
------	----------

U tablici ispod su dane vrijednosti testiranja mreža pojedinim uzorcima za testiranje.

Tablica 21. Postignuti NRMS-ovi na uzorcima za testiranje

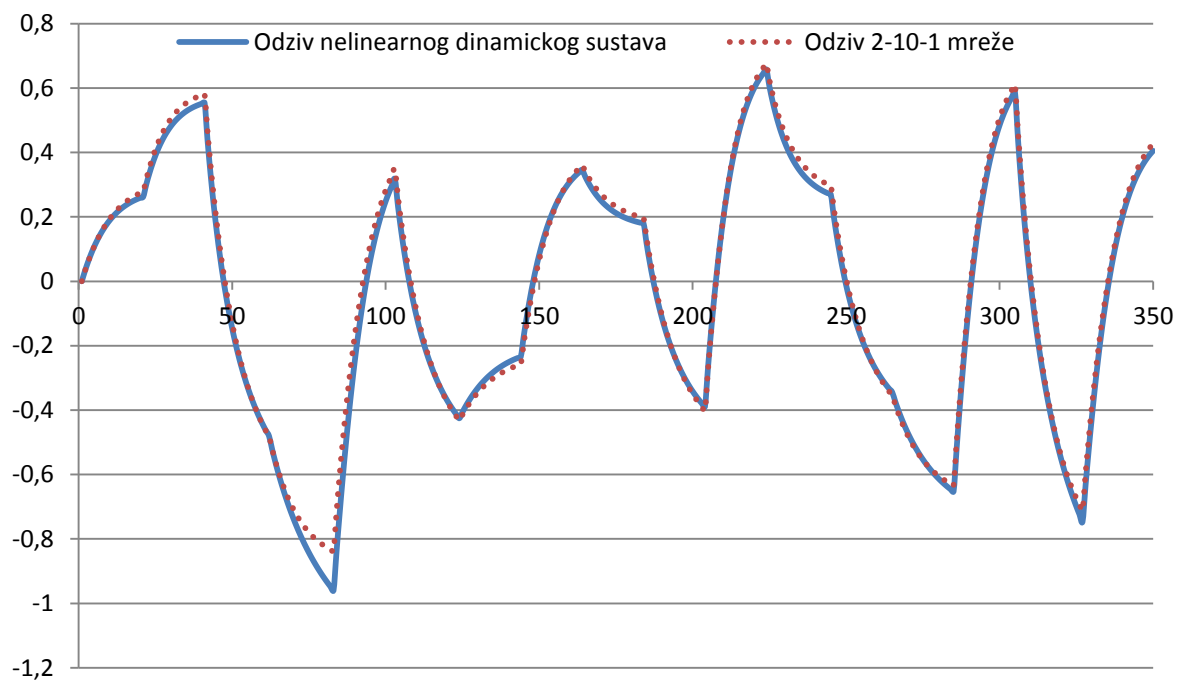
Test	1	2	3
NRMS	0,0977	0,0977	0,1264



Slika 38. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 1



Slika 39. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 2



Slika 40. Odziv mreže učene PSO algoritmom na skup za testiranje 3

Usporede li se ovdje dobiveni rezultati s rezultatima danim u [1] za isti problem, no učen mrežama s BPROP algoritmom vidljivo je da su mreže u testovima 1 i 2 ostvarile 15 % bolji rezultat dok je u testu 3 rezultat testiranja sličan onom dobivenom s BPROP algoritmom.

3. ABC algoritam

3.1. Uvod

ABC algoritam (engl. *Artificial Bee colony*) je algoritam rojeva koji oponaša ponašanje pčela. Algoritam je sličan PSO algoritmu jer se ponovno koriste čestice kao vektori koji su kandidati za rješenje optimizacijskog problema, ali ABC algoritam ima tri faze: fazu pčela radilica, fazu pčela promatračica i fazu pčela tražilica. U inicijalizaciji algoritma stvori se niz čestica čije su komponente dobivene nasumično iz definiranog raspona. Potom slijedi faza pčela radilica. Svakoj čestici se perturbira vrijednost komponenti čestica prema izrazu:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + rand \cdot (x_i(t) - x_{ki}(t)) \quad (13)$$

Gdje je $x_i(t)$ čestica (vektor čije su komponente kandidati za rješenje optimizacijskog problema), $rand$ je nasumični broj u zadanom rasponu (u ovom radu $[-1 \ 1]$), dok je $x_{ki}(t)$ vektor istih dimenzija kao i čestica čije su komponente nasumično odabrane. Nakon što su stvorene nove čestice, uspoređuje se svaka nova čestica s česticom iz koje je nastala, i ako bolje rješava optimizacijski problem, umjesto stare čestice se na njeno mjesto stavlja nova čestica. Potom slijedi faza pčela promatračica što je zapravo formiranje novog roja u koji ulaze čestice iz roja pčela radilica, no odabir se radi po principu ruletne selekcijske metode, odnosno svakoj čestici se pridaje vrijednost *fitnessa* koja određuje koliko neka čestica dobro rješava optimizacijski problem te ta vrijednost ujedno predstavlja i šansu da ta čestica uđe u novi roj (neke čestice mogu ući i nekoliko puta u roj pčela promatračica, dok druge ne moraju niti jednom). Potom se postupak perturbacije i odabira najboljih čestica ponavlja kao i kod pčela radilica preko izraza (13). Na kraju slijedi faza pčela tražilica. Ovdje se prati ostvareni *fitness* pojedinih čestica iz roja pčela radilica, te ako im se vrijednost *fitnessa* ne promijeni u zadanom broju koraka česticama se ponovno nasumično odaberu komponente, čime se izbjegava zapinjanje u lokalnim minimumima. [8, 9, 10, 11]

3.2. Prikaz utjecaja pojedinih parametara na kvalitetu učenja i generalizaciju naučenih neuronskih mreža

Isto kao i kod PSO algoritma biti će istražen utjecaj pojedinih parametara na kvalitetu i brzinu učenja mreže učene ABC algoritmom.

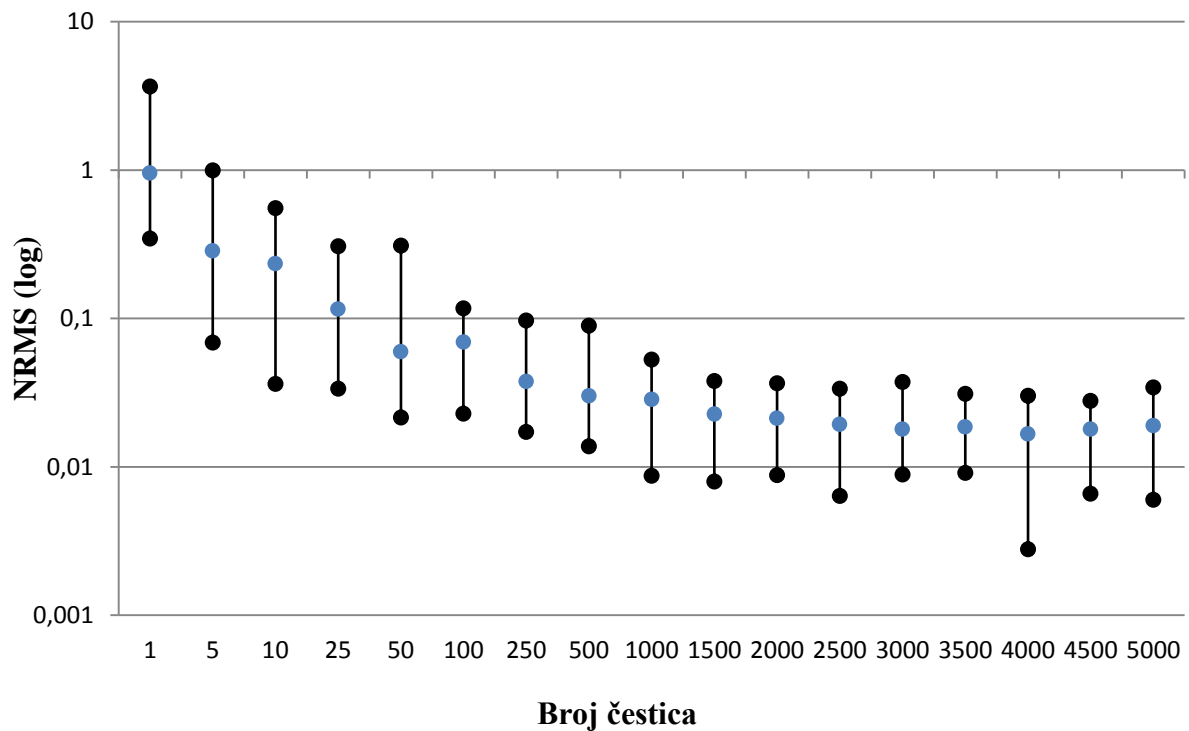
3.2.1. Identifikacija linearnog dinamičkog sustava

3.2.1.1. Utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja PSO algoritma

Ispitat će se utjecaj broja čestica na kvalitetu i brzinu učenja. Raspon početnih čestica je postavljen na $[-1, 1]$, faza pčela tražilica je isključena, a učenje se prekida ako se NRMS ne promijeni u 100 koraka. Također veličine rojeva pčela radilica i promatračica su jednake, tako da zapravo broj čestica je dvostruk jer primjerice 5 čestica znači da će biti 5 pčela radilica i 5 pčela promatračica što je u zbroju 10.

Tablica 22. Utjecaj broja čestica na grešku učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
1	3,6633	0,3466	0,9583
5	1,0000	0,0688	0,2865
10	0,5557	0,0364	0,2348
25	0,3073	0,0337	0,1160
50	0,3104	0,0216	0,0597
100	0,1175	0,0229	0,0695
250	0,0971	0,0172	0,0377
500	0,0896	0,0138	0,0301
1000	0,0531	0,0087	0,0286
1500	0,0379	0,0080	0,0227
2000	0,0367	0,0088	0,0213
2500	0,0337	0,0064	0,0194
3000	0,0375	0,0089	0,0180
3500	0,0312	0,0092	0,0187
4000	0,0303	0,0028	0,0167
4500	0,0279	0,0066	0,0180
5000	0,0344	0,0060	0,0190

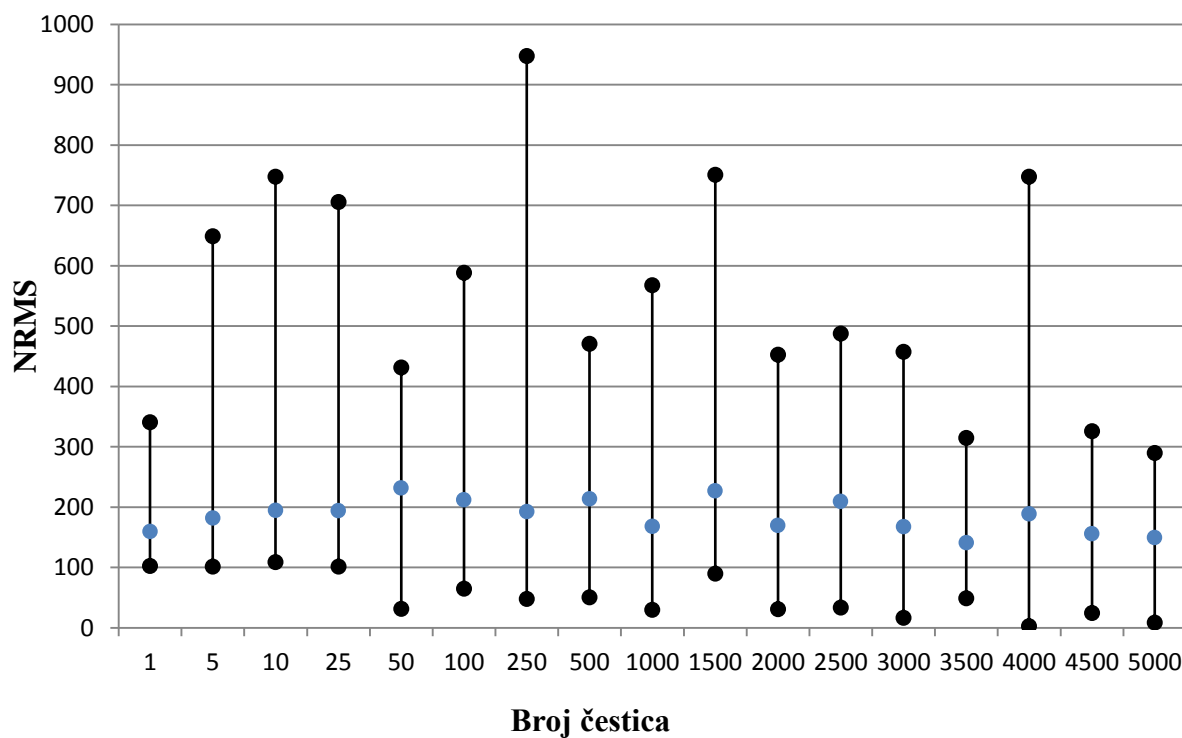


Slika 41. Utjecaj broja čestica na postignuti NRMS za linearni dinamički sustav učen ABC algoritmom

Vidljivo je da veći broj čestica znači i bolju kvalitetu učenja, no isto kao i kod PSO algoritma, dolazi do stabilizacije kvalitete učenja. Za linearni dinamički član ona se događa pri 1500 čestica, no za daljnja ispitivanja biti će uzeto 3000 čestica s obzirom na to da je kvaliteta učenja te mreže komparabilna kvaliteti učenja mrežama učenim BPROP algoritmom u [1].

Tablica 23. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

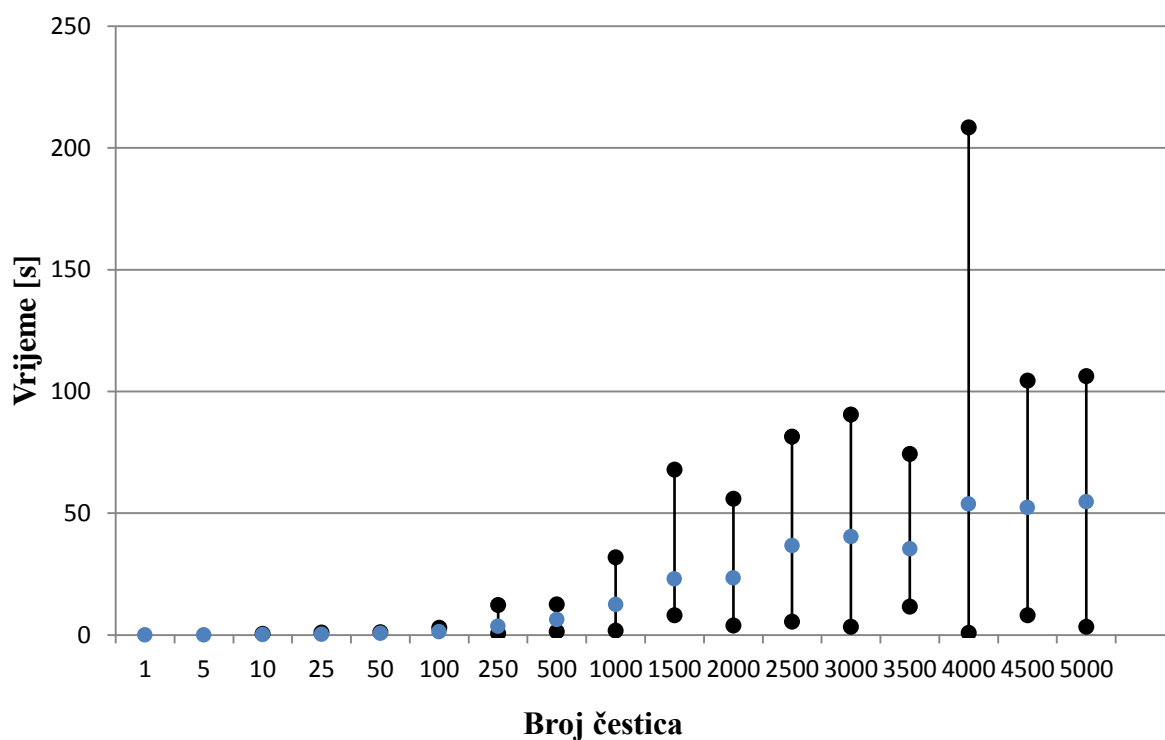
Broj čestica	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
1	0,0	341	103	160
5	0,0	649	102	182
10	0,0	748	109	195
25	0,0	706	102	195
50	6,7	432	32	232
100	6,7	589	65	213
250	10,0	948	48	193
500	23,3	471	51	214
1000	26,7	568	30	169
1500	30,0	751	90	227
2000	56,7	453	31	170
2500	33,3	488	34	210
3000	63,3	458	17	168
3500	73,3	315	49	142
4000	70,0	748	3	189
4500	60,0	326	25	156
5000	63,3	290	9	150



Slika 42. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Tablica 24. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Maksimalno vrijeme [s]	Minimalno vrijeme [s]	Prosjeak vremena [s]
1	0,0687	0,0419	0,0499
5	0,2365	0,0655	0,1001
10	0,4606	0,0978	0,1781
25	0,9966	0,1712	0,3417
50	1,2091	0,1244	0,6691
100	3,0415	0,3709	1,3432
250	12,3252	0,6596	3,5927
500	12,6186	1,4690	6,3413
1000	31,9062	1,7637	12,4826
1500	67,9064	8,1313	23,0836
2000	55,9114	3,8892	23,5092
2500	81,4976	5,5059	36,6761
3000	90,5691	3,4393	40,4321
3500	74,3436	11,6174	35,3704
4000	208,4512	0,9487	53,7438
4500	104,5127	8,1334	52,3586
5000	106,3047	3,4138	54,7500



Slika 43. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Što se tiče brzine učenja vidljivo je da sve mreže su postigle slične rezultate po broju koraka, veći broj čestica ima i veću uspješnost učenja, ali uspješnost slična onoj od PSO mreža se postiže s brojem čestica većim od 2000. Vrijeme kao i kod PSO algoritma raste s brojem čestica.

3.2.1.2. Utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma

Tablica 25. Utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Min	Max	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
-2	2	0,0243	0,010515	0,0169
-1	1	0,0306	0,006358	0,0177
-0,5	0,5	0,0352	0,010052	0,0218
-0,1	0,1	0,0326	0,010757	0,0222

Tablica 26. Utjecaj raspona početnih čestica na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Min	Max	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
-2	2	80,0	254	29	107
-1	1	63,3	317	11	117
-0,5	0,5	50,0	281	8	127
-0,1	0,1	30,0	316	14	145

Vidljivo je da utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu učenja je malen. Brzina učenja pada s manjim rasponom. Pogledaju li se uspješnosti učenja, vidi se da ABC algoritam ima veću uspješnost za veći raspon. Dalje će se uzimati za linearni dinamički član učen ABC mrežom raspon $[-1 \ 1]$ kao optimalno rješenje između kvalitete i uspješnosti učenja.

3.2.1.3. Utjecaj iznosa napuštanja čestice na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma

Ispitivani su različiti brojevi koraka nakon kojeg se odustaje od čestice i na njenom mjestu se stavlja nova, nasumično dobivena, čestica. Pritom broj koraka nije bio veći od 100 s obzirom na to da tada mreža odustaje od učenja. Taj kriterij je isti kao i kod učenja mreža PSO algoritmom kako bi uvjeti usporedbe bili isti.

Tablica 27. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na kvalitetu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Raspon	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
10	0,0411	0,010621	0,0289
25	0,0289	0,011285	0,0209
50	0,0300	0,008738	0,0182
75	0,0239	0,009344	0,0167

Tablica 28. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na brzinu učenja linearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
10	3,3	196	11	123
25	26,7	258	12	143
50	66,7	235	10	97
75	73,3	310	44	125

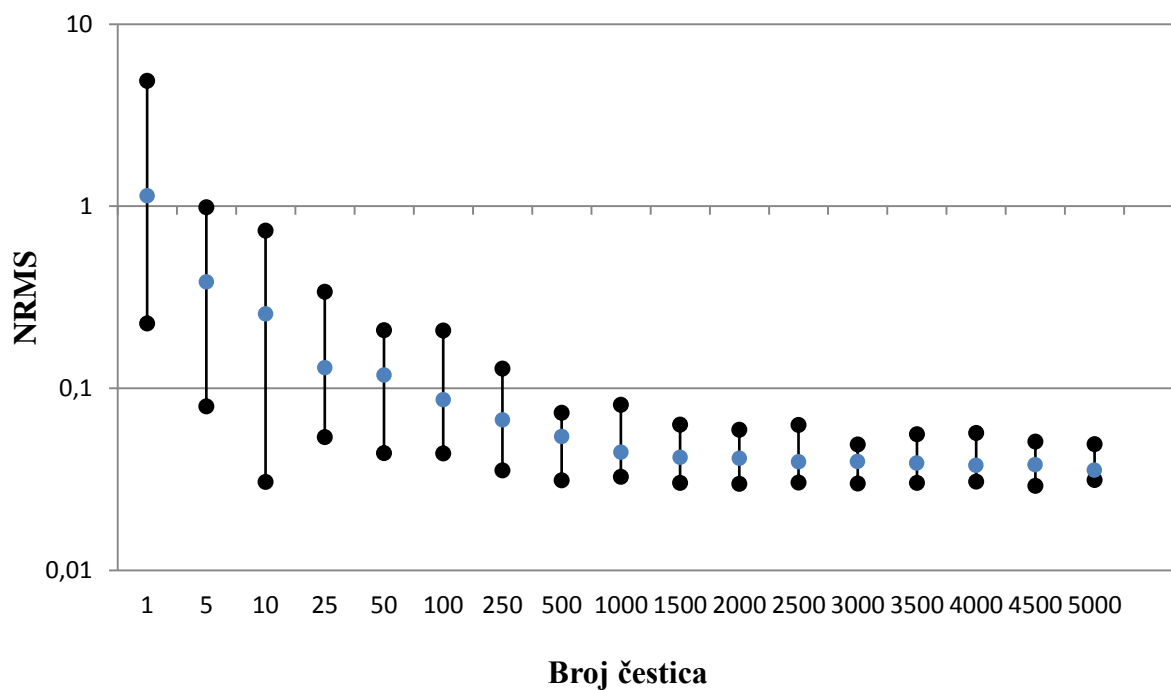
Broj korak od 75 daje najbolju kvalitetu učenja i postotak učenja dok je brzina najbolja za 50 koraka. Prednost će biti dana vrijednosti od 75 koraka s obzirom na to da je prioritet uspješno i kvalitetno učenje, a ne vrijeme učenja.

3.2.2. Identifikacija nelinearnog dinamičkog sustava

Tablica 29. Utjecaj broja čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
1	4,8956	0,2271	1,1435
5	0,9912	0,0798	0,3850
10	0,7365	0,0306	0,2566
25	0,3402	0,0540	0,1299
50	0,2087	0,0442	0,1184
100	0,2081	0,0439	0,0867
250	0,1285	0,0354	0,0670
500	0,0736	0,0313	0,0544
1000	0,0814	0,0327	0,0445
1500	0,0632	0,0303	0,0418
2000	0,0594	0,0299	0,0413
2500	0,0631	0,0304	0,0394
3000	0,0492	0,0300	0,0396
3500	0,0561	0,0302	0,0388
4000	0,0569	0,0308	0,0377
4500	0,0510	0,0292	0,0381
5000	0,0495	0,0313	0,0355

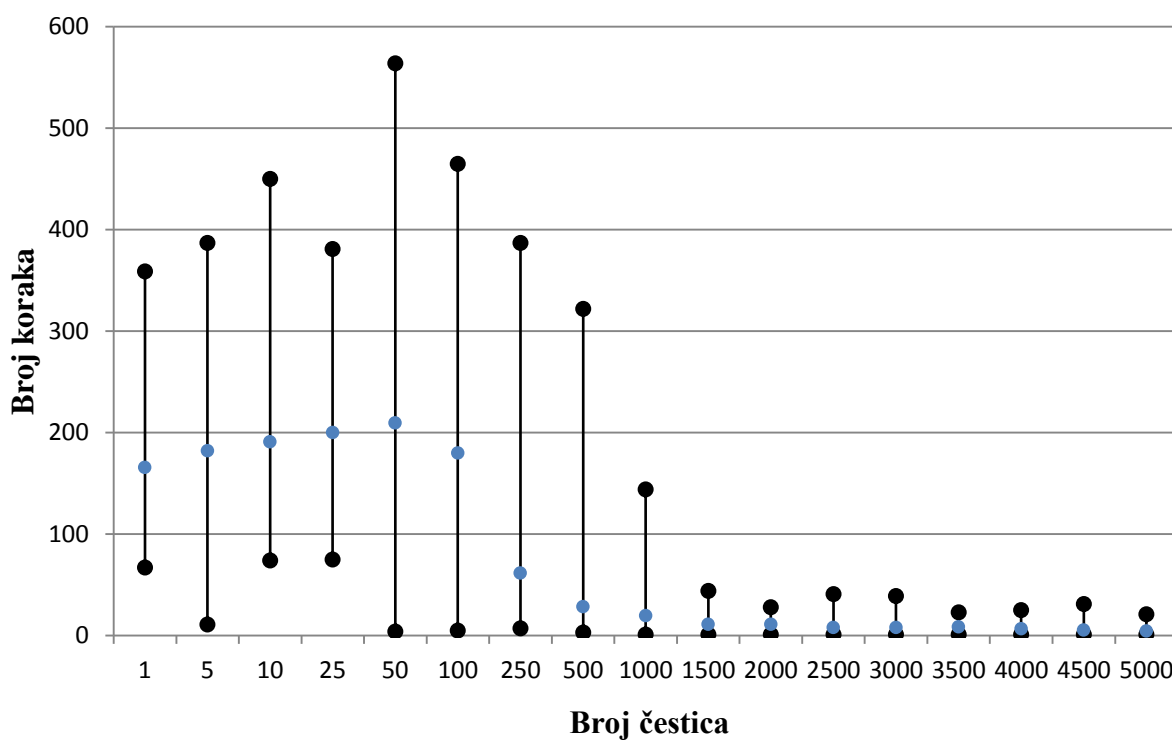
Kvaliteta učenja se poboljšava s brojem čestica i stabilizira se s 1000 čestica. Za daljnja ispitivanja je uzeto 1500 čestica.



Slika 44. Utjecaj broja čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Tablica 30. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
1	3,3	359	67	166
5	3,3	387	11	182
10	3,3	450	74	191
25	6,7	381	75	200
50	20,0	564	4	210
100	53,3	465	5	180
250	73,3	387	7	62
500	96,7	322	3	29
1000	100,0	144	1	20
1500	100,0	44	1	11
2000	100,0	28	1	11
2500	100,0	41	1	8
3000	100,0	39	1	8
3500	100,0	23	1	9
4000	100,0	25	1	7
4500	100,0	31	1	6
5000	100,0	21	1	5

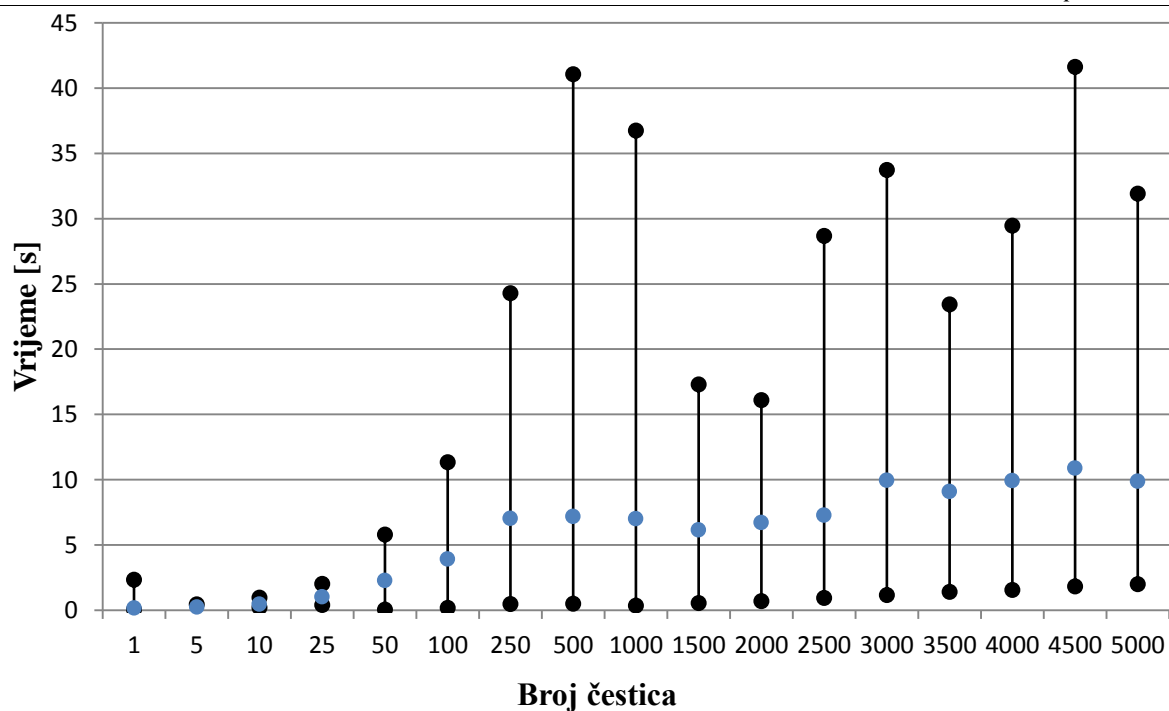


Slika 45. Utjecaj broja čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

U učenju nelinearnog dinamičkog člana broj čestica je ima velik utjecaj na brzinu učenja, mreže s dovoljnim brojem čestica su mogle naći NRMS manji od zadane vrijednosti od 0,08 u jednom koraku, s visokim postotkom uspješnosti učenja. Očekivano, vrijeme učenja raste s brojem čestica.

Tablica 31. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Maksimalno vrijeme [s]	Minimalno vrijeme [s]	Prosjek vremena [s]
1	2,3500	0,0765	0,1876
5	0,4681	0,0647	0,2675
10	0,9782	0,2333	0,4759
25	2,0477	0,4135	1,0532
50	5,8253	0,0904	2,2894
100	11,3637	0,1953	3,9487
250	24,3005	0,4999	7,0420
500	41,0788	0,5271	7,2036
1000	36,7564	0,3590	7,0344
1500	17,3209	0,5601	6,1780
2000	16,1183	0,7244	6,7327
2500	28,6842	0,9688	7,3004
3000	33,7448	1,1866	9,9735
3500	23,4434	1,4276	9,0997
4000	29,4868	1,5614	9,9373
4500	41,6263	1,8499	10,8890
5000	31,9167	2,0057	9,8939



Slika 46. Utjecaj broja čestica na vrijeme učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

3.2.2.1. Utjecaj početnog raspona čestica na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma

Tablica 32. Utjecaj raspona početnih čestica na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritma

Min	Max	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
-2	2	0,0419	0,027588	0,0336
-1	1	0,0391	0,026658	0,0271
-0,5	0,5	0,0441	0,029598	0,0351
-0,1	0,1	0,0457	0,028577	0,0354

Tablica 33. Utjecaj raspona početnih čestica na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Min	Max	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
-2	2	100,0	15	2	5
-1	1	100,0	18	1	5
-0,5	0,5	100,0	15	2	7
-0,1	0,1	100,0	17	1	7

Najbolju kvalitetu učenja i brzinu učenja je imala mreža s početnim rasponom [-1 1] te će taj raspon biti dalje korišten.

3.2.2.2. Utjecaj iznosa napuštanja čestice na kvalitetu i brzinu učenja ABC algoritma

Tablica 34. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na kvalitetu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Raspon	Maksimalan NRMS	Minimalan NRMS	Medijan NRMS-a
10	0,0695	0,034226	0,0482
25	0,0521	0,030646	0,0410
50	0,0454	0,030786	0,0374
75	0,0436	0,029226	0,0341

Tablica 35. Utjecaj broja koraka nakon kojeg se odustaje od čestice na brzinu učenja nelinearnog dinamičkog sustava ABC algoritmom

Broj čestica	Postotak uspješnih učenja	Maksimalan broj koraka	Minimalan broj koraka	Medijan broja koraka
10	100,0	15	2	5
25	100,0	18	1	5
50	100,0	15	2	7
75	100,0	17	1	7

Opet se broj koraka od 75 pokazao najboljim što se tiče kvalitete učenja.

3.3. Testiranje mreža učenih ABC algoritmom

3.3.1. Linearni dinamički sustav

Za učenje linearnog dinamičkog sustava odabrana je mreža čiji su koeficijenti: raspon početnih čestica je $[-1 \ 1]$, odustajanje od čestice nakon 75 koraka, a broj čestica je 3000. Ispod su prikazane težine najbolje mreže u 60 učenja te postignuti NRMS učenja.

Tablica 36. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za linearni dinamički sustav za mrežu učenu ABC algoritmom

V			
	1	2	3
1	-0,40694	0,776501	1,204443
2	-0,05425	0,759972	-1,13158
3	0,533671	0,518131	-0,30155
4	0,456314	-0,25707	-0,78927

W				
1	2	3	4	5
0,687002	1,103385	1,17333	-0,12268	0,326286

NRMS	0,0056
------	--------

U tablici ispod su dane vrijednosti testiranja mreža pojedinim uzorcima za testiranje.

Test	1	2	3	4	5	6
NRMS	0,0823	0,0382	0,0323	0,0484	0,0436	0,0234

3.3.2. Nelinearni dinamički sustav

Za učenje linearnog dinamičkog sustava odabrana je mreža čiji su koeficijenti: raspon početnih čestica je $[-1 \ 1]$, odustajanje od čestice nakon 75 koraka, a broj čestica je 2000. Ispod su prikazane težine najbolje mreže u 60 učenja te postignuti NRMS učenja.

Tablica 37. Postignuti težinski koeficijenti i NRMS učenja za nelinearni dinamički sustav za mrežu učenu ABC algoritmom

V			
	1	2	3
1	-1,13593	-0,02541	-0,08577
2	-0,07417	0,810721	-1,03475
3	1,027113	0,139104	0,355653
4	-0,90278	-0,69128	0,74956
5	-0,71455	0,094066	-0,28453
6	-0,14082	0,732975	0,700465
7	-0,74358	1,158215	-0,09369
8	0,581046	0,063887	-0,3201
9	0,367222	0,894351	-0,30785
10	-0,41081	-0,672	-0,77055

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,62603	1,061469	0,498793	-0,13403	0,04689	0,89920	-0,44859	-0,24036	0,56071	-0,87128	-0,10021

NRMS	0,031759
------	----------

U tablici ispod su dane vrijednosti testiranja mreža pojedinim uzorcima za testiranje.

Tablica 38. Postignuti NRMS-ovi na uzorcima za testiranje

Test	1	2	3
NRMS	0,1375	0,0991	0,1295

4. Usporedba PSO i ABC algoritma

Tablica 39. Usporedba rezultata testiranja mreža učenih PSO i ABC algoritmom za linearni dinamički sustav

Test	1	2	3	4	5	6
NRMS PSO	0,00451	0,00122	0,00141	0,000865	0,0020	0,000752
NRMS ABC	0,0823	0,0382	0,0323	0,0484	0,0436	0,0234

Tablica 40. Usporedba rezultata testiranja mreža učenih PSO i ABC algoritmom za nelinearni dinamički sustav

Test	1	2	3
NRMS PSO	0,0977	0,0977	0,1264
NRMS ABC	0,1375	0,0991	0,1295

Usporede li se rezultati testiranja mreža učenih PSO i ABC algoritmom, može se zaključiti da su mreže učene PSO algoritmom bile mnogo bolje u generalizaciji linearnog dinamičkog člana. Što se tiče nelinearnog dinamičkog člana PSO algoritam se ponovno pokazao boljim, no ovoga puta u prosjeku 10%. Usporede li se rezultati algoritma rojeva s rezultatima BPROP algoritma danih u [1] može se zaključiti da je učinak PSO algoritma bolji od mreža učenih BPROP algoritmom, dok je učinak ABC algoritma gori od PSO algoritma i gori od BPROP algoritma.

5. Usporedba dvoslojnih mreža učenih PSO algoritmom

Osim za učenje jednoslojnih mreža PSO algoritam se može koristiti i za učenje dvoslojnih mreža i pritom ima veliku prednost nad BPROP algoritmom zbog jednostavnosti implementacije. U [2] je pokazano da od dvoslojnih mreža učenih BPROP algoritmom se najboljom po kvaliteti učenja pokazala mreža 2-1-3-1. Ta mreža će biti učena PSO algoritmom. Parametri PSO algoritma su isti kao i kod mreže koja je učila linearni dinamički sustav za testiranje kao i uvjeti učenja (broj koraka i zadani NRMS). Ispod su dani rezultati najboljeg od 60 učenja uspoređeni s rezultatima mreže 2-1-3-1 iz [2].

Tablica 41. Usporedba kvalitete učenja dvoslojnih mreža učenih PSO i BPROP algoritmom

Mreža	NRMS učenja
2-1-3-1 BPROP	0,012
2-1-3-1 PSO	0,00011

Tablica 42. Usporedba brzine učenja dvoslojnih mreža učenih PSO i BPROP algoritmom

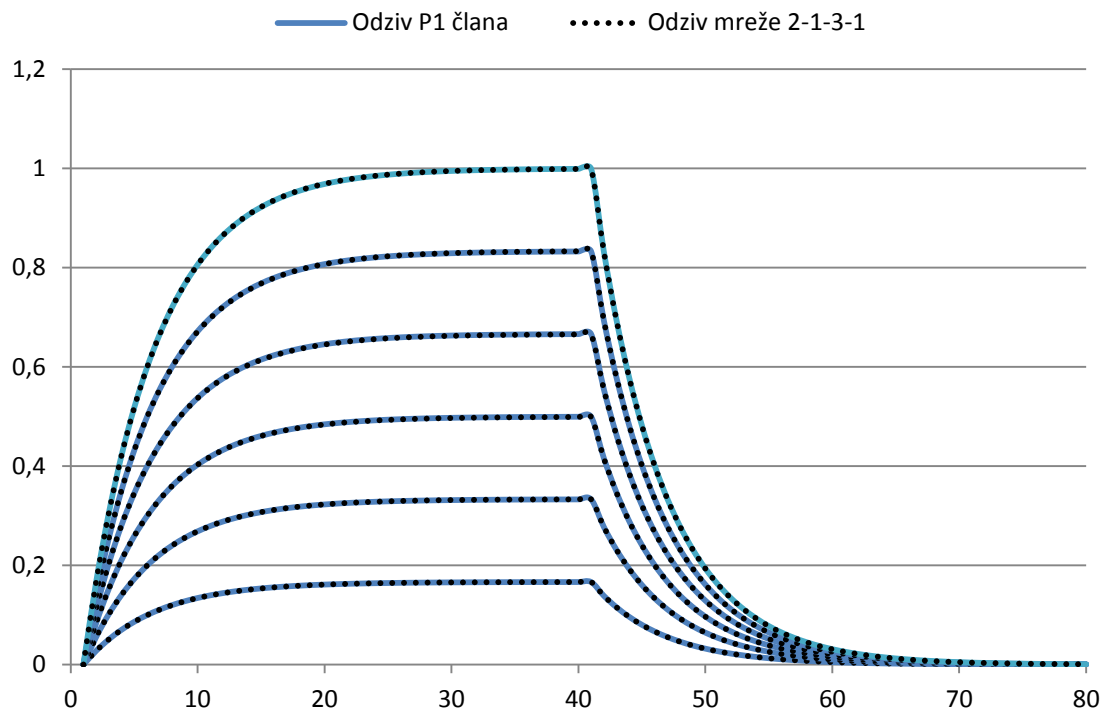
Mreža	Prosječan broj koraka	Prosječno vrijeme [s]
2-1-3-1 BPROP	3964	16,7
2-1-3-1 PSO	99	8,14

Tablica 43. Usporedba rezultata testiranja dvoslojnih mreža učenih PSO algoritmom

Test	1	2	3	4	5	6
NRMS 2-1-3-1 BPROP	0,3256	0,1604	0,0595	0,1142	0,0974	0,04
NRMS 2-1-3-1 PSO	0,0012	0,00053	0,0014	0,0015	0,00065	0,00047

PSO algoritam se pokazao boljim od BPROP algoritma u učenju dvoslojnih mreža po kriterijima kvalitete i brzine učenja. Dvoslojne mreže učene PSO algoritmom su imale bolja svojstva generalizacije od mreža učenih BPROP algoritmom, te su čak bile bolje u

generalizaciji od jednoslojnih mreža što u učenju s BPROP algoritmom nije bio slučaj. Na slici ispod je dan odziv dvoslojne mreže 2-1-3-1 na set za testiranje.



Slika 47. Odziv dvoslojne mreže učene PSO algoritmom na set za testiranje

6. Usporedba neuronskih mreža učenih algoritmima rojeva i neuronskih mreža učenih algoritmom s povratnim prostiranjem greške

Na kraju će se usporediti učenje PSO algoritma i BPROP algoritma, dok se ABC algoritam neće razmatrati zbog slabije ostvarenih rezultata od mreže učene PSO algoritmom. Da bi se usporedila kvaliteta učenja mreža učenih PSO algoritmom i mreža učenih BPROP algoritmom, iz početnih čestica će biti izdvojene dvije, one koje imaju najbolji i najgori NRMS. Te dvije čestice će biti iskorištene kao početne težine za mreže koje uče BPROP algoritmom. Parametri PSO algoritma su jednaki kao i kod mreža koje su se testirale za linearni i nelinearni dinamički sustav. Parametri BPROP mreže su: $\eta=0,01$, $\alpha=0,8$ te je uključen zamah drugog reda (prema [1] i [2]). Učenje je ograničeno na 1000 koraka s prekidom ako se NRMS ne promijeni u 100 koraka. U tablicama ispod su dane prosječne vrijednosti dobivene iz rezultata 30 učenja.

Tablica 44. Prosječne vrijednosti usporedbe kvalitete učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za linearni dinamički sustav

PSO			BPROP s najboljim početnim težinama			BPROP s najgorim početnim težinama		
NRMS	Broj koraka	Vrijeme [s]	NRMS	Broj koraka	Vrijeme [s]	NRMS	Broj koraka	Vrijeme [s]
0,008532	478	30,93	0,014091	1000	32,50	0,01277	981	34,02

Tablica 45. Prosječne vrijednosti usporedbe brzine učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za linearni dinamički sustav

PSO			BPROP s najboljim početnim težinama			BPROP s najgorim početnim težinama		
Postotak uspješnih učenja	Broj koraka	Vrijeme [s]	Postotak uspješnih učenja	Broj koraka	Vrijeme [s]	Postotak uspješnih učenja	Broj koraka	Vrijeme [s]
70	175	11,64	96,7	598	12,61	96,7	544	13,47

Tablica 46. Prosječne vrijednosti usporedbe kvalitete učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za nelinearni dinamički sustav

PSO			BPROP s najboljim početnim težinama			BPROP s najgorim početnim težinama		
NRMS	Broj koraka	Vrijeme [s]	NRMS	Broj koraka	Vrijeme [s]	NRMS	Broj koraka	Vrijeme [s]
0,046587	306	49,21	0,051118	968	52,98	0,033992	809	56,11

Tablica 47. Prosječne vrijednosti usporedbe brzine učenja mreža učenih PSO i BPROP algoritmom za nelinearni dinamički sustav

PSO			BPROP s najboljim početnim težinama			BPROP s najgorim početnim težinama		
Postotak uspješnih učenja	Broj koraka	Vrijeme [s]	Postotak uspješnih učenja	Broj koraka	Vrijeme [s]	Postotak uspješnih učenja	Broj koraka	Vrijeme [s]
100	29	4,29	100	18	4,42	0,96,7	18	4,52

Kod učenja linearnog dinamičkog sustava mreže učene PSO algoritmom su se pokazale boljima u pogledu kvalitete učenja, brzine učenja te vremena učenja. Mreže učene BPROP algoritmom su se pokazale boljima u pogledu broja uspješnih učenja, što znači da su pouzdanije u konvergiranju za zadani NRMS. Za nelinearni dinamički sustav PSO algoritam se nije pokazao boljim u niti jednom aspektu izuzev broja koraka i vremena kod učenja bez zadanog NRMS-a. U ostalim kategorijama mreže učene BPROP algoritmom su se pokazale boljima.

7. Zaključak

U ovom radu su korištena dva najčešća algoritma rojeva u učenju neuronskih mreža te su potom takve mreže uspoređene međusobno i s neuronskim mrežama učenim algoritmom povratnim prostiranjem pogreške. Pokazalo se da je PSO bolji od BPROP algoritma za neke probleme (u ovom radu identifikacija linearnog dinamičkog sustava), dok je za druge imao slične rezultate (identifikacija nelinearnog dinamičkog sustava). Prednost PSO algoritma nad BPROP algoritmom je njegova jednostavnost (jednostavne matematičke operacije), manji broj koraka učenja i to što nije nužan izračun gradijenta. Kao nedostatak se može navesti veći broj parametara koji se mogu podesiti, sporost algoritma kod velikog broja čestica, manja uspješnost učenja te nekonzistentnost u konvergenciji, naime potrebno je provesti više učenja kako bi se došlo do željenog rezultata. ABC algoritam se pokazao slabijim od PSO algoritma u pogledu generalizacije i brzine učenja. Također pokazalo se da ABC algoritam treba i do dvostruko više čestica za dane probleme da bi došao do slabijeg rezultata od PSO algoritma što znači da su vremena učenja ABC algoritma dulja. Prednost koju ABC algoritam ima je manji broj parametara koje učitelj mora podesiti (5 za PSO, 4 za ABC). U usporedbi s BPROP algoritmom ABC algoritam se pokazao slabijim u generalizaciji, no treba napomenuti da je greška učenja i testiranja bila istog reda veličine, odnosno u tri testiranja linearnog dinamičkog člana je mreža učena ABC algoritmom bila konkurentna BPROP algoritmu, dok je u ostala tri bila i do nekoliko puta gora od mreže učene BPROP algoritmom. Za nelinearni dinamički sustav mreže su imale slične rezultate, s tim da se PSO pokazao opet boljim. Također se mogu spomenuti dvoslojne mreže. PSO algoritam je u učenju dvoslojnih mreža bio brži, imao manju grešku učenja te bolja generalizacijska svojstva nego mreža učena BPROP algoritmom. Na kraju treba napomenuti da ovi zaključci vrijede samo za probleme koji su obrađeni u ovom radu i ne mogu se ekstrapolirati na sve probleme za koje se neuronske mreže mogu koristiti.

LITERATURA

- [1] Novaković, B., Majetić, D., Široki M.: *Umjetne neuronske mreže*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [2] Milas, K.: *Usporedba unaprijednih neuronskih mreža s jednim i dva skrivena sloja u modeliranju linearnog dinamičkog sustava*, završni rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2015.
- [3] Maureen C.: *Neural Network Primer: Part I*, AI Expert, Feb. 1989
- [4] Panigrahi, B. K., Shi, Y., Lim, M. H.: *Handbook of Swarm intelligence*, Springer, Berlin, 2011.
- [5] Kennedy, J., Eberhart, R. C.: *Swarm Intelligence*, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, 2001.
- [6] Blondin, J.: *Particle Swarm Optimization: A Tutorial*, 2009.
- [7] Bansal J. C., Singh P. K., Saraswat M., Verma A., Jadon S. S., Ajith A.: *Inertia Weight Strategies in Particle Swarm Optimization*, ABV-Indian Institute of Information Technology & Management, Gwalior, India, Machine Intelligence Research Labs (MIR Labs), USA, VSB Technical University of Ostrava, Czech Republic
- [8] Karaboga D., Basturk B.: *A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm*, Journal of Global Optimization November 2007, Volume 39, Issue 3, pp 459–471
- [9] Karaboga D., Basturk B.: *Artificial Bee Colony (ABC) Optimization Algorithm for Solving Constrained Optimization Problems*, International Fuzzy Systems Association World Congress, Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [10] Karaboga, D., Celal O.: *A novel clustering approach: Artificial Bee Colony (ABC) algorithm*, Applied soft computing, 2011.
- [11] Bullinaria J. A., AlYahya K.: *Artificial Bee Colony Training of Neural Networks: Comparison with Back-Propagation*, School of Computer Science University of Birmingham, 2014.
- [12] Olariu, S., Zomaya, A. Y.: *Handbook of Bioinspired Algorithms and Applications*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2006.
- [13] AL Kawam A., Mansour N.: *Metaheuristic Optimization Algorithms for Training Artificial Neural Networks*, Computer Science Department, Lebanese American University, Beirut, Lebanon

[14] Blum C., Merkle D.: *Swarm Intelligence*, Springer, Berlin, 2006.

[15] Venayagamoorthy, G. K.: *Comparison of particle swarm optimization and backpropagation as training algorithms for neural networks*, Missouri University of Science and Technology, 2003.