View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Bushehr University of Medical Sciences Repository

ارائه یک الگوریتم نموداری برای یافتن سریع‌ترین مسیرهای امداد و نجات در شبکه ترافیک شهری

سید محمد اسماعیل جلالی[۱]، مهدی نوروزی[۲]،
سیدفرخ فروهنده[۳]، محیا سادات یاسینی[۴]

۱- دانشیار دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- نویسندهٔ مسئول: دانشجوی دکترای دانشگاه صنعتی شاهرود

Email: mnoroozi.mine@gmail.com

۳- عضو هیات علمی دانشگاه صنعتی شاهرود

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه پیام نور شهرری

دریافت: ۹۱/۶/۱۹ پذیرش:۹۱/۱۲/۱

چکیده

مقدمه: به‌طور کلی حمل و نقل روان، مؤثر و ایمن، یکی از زیرساخت‌های لازم برای توسعه صنایع، افزایش سطح رفاه و ارایه خدمات امدادی در هر کشور است. در شبکه‌های شلوغ ترافیکی یافتن بهترین مسیرها برای ارایه خدمات امدادی و اعزام اورژانس اهمیت ویژه‌ای دارد. در سال‌های اخیر با توسعه سریع سیستم‌های هوشمند حمل و نقل، علاقه‌مندی زیادی در زمینه مدل‌سازی و تعیین مسیرهای بهینه برای ارایه خدمات امداد و نجات در شبکه‌های حمل و نقلی که دارای رفتار پویا و جریان متغیر با زمان هستند، بوجود آمده است.

روش‌ها: در این مقاله پس از انجام مطالعات کتابخانه‌ای، یک الگوریتم نموداری برای یافتن کوتاه‌ترین فاصله زمانی بین هر دو نقطه مفروض در یک شبکه ترافیک شهری و نیز تعیین مسیر متناظر با کوتاه‌ترین فاصله زمانی بین هر زوج از نقاط مذکور ارائه شده است. این الگوریتم از تلفیق الگوریتم برنامه‌ریزی پویای فلوید–وارشال به منظور یافتن کوتاه‌ترین فاصله زمانی، الگوریتم پای (π) برای تعیین مسیر متناظر با کوتاه‌ترین فاصله زمانی و تابع دیویدسون برای در نظر گرفتن زمان انتقال در جریان‌های متغیر تدوین شده است. سپس با استفاده از مطالعات میدانی و جمع‌آوری اطلاعات ترافیکی الگوریتم مذکور بر روی شبکه ترافیکی پیاده‌سازی شده است.

یافته‌ها: الگوریتم معرفی شده بر روی شبکه ترافیک بخش مرکزی شهر شاهرود اجرا شده و کوتاه‌ترین فاصله زمانی و مسیر متناظر با آن بین دو نقطه مفروض از شبکه ترافیکی شهر جهت گسیل سریع وسایل نقلیه امدادی تعیین شده است.

نتیجه‌گیری: با کمک روشی که در این مقاله ارائه شده، سریع‌ترین مسیرهای دسترسی از یک نقطه خاص به نقطه‌ای دیگر برای گسیل اتومبیل‌های اورژانس و دیگر وسایل نقلیه امدادی، مشخص شده است.

کلمات کلیدی: امداد و نجات، ترافیک، کوتاه‌ترین فاصله

مقدمه

یکی از زیرساخت‌های لازم برای افزایش سطح رفاه اجتماعی در هر کشور وجود حمل و نقل روان و ایمن است. هم‌اکنون طراحی و بهره‌برداری از سیستم‌های حمل و نقل هوشمند[1] (*ITS*) به عنوان یک سیاست کلی در کشورهای پیشرفته نظیر آمریکا، ژاپن و بعضی از کشورهای اروپایی مطرح است. سیستم‌های هوشمند حمل و نقل شامل سیستم‌های پیشرفته کنترل ترافیک هستند که از سه بخش دریافت اطلاعات، پردازش آنها و ارایه نتایج حاصل از پردازش، تشکیل شده است (۱).

سیستم‌های راهبری خودکار توانایی برقراری ارتباط هوشمند با مرکز کنترل ترافیک را دارند. در این سیستم‌ها اطلاعات بصورت پویا تبادل می‌شوند، بدین ترتیب که وسیله نقلیه موقعیت و مسیر خود را در هر لحظه به مرکز کنترل ترافیک ارسال کرده، سپس اطلاعات ترافیکی مربوط به مسیر را از این مرکز دریافت می‌کند. بدین ترتیب سیستم با داشتن اطلاعات ترافیکی مسیر مورد نظر، بهترین مسیر را انتخاب می‌کند.

از اواخر دهۀ ۶۰ میلادی پروژه‌های گسترده‌ای در خصوص *ITS* در آمریکا اجرا شد که از آن جمله می‌توان به پروژه‌های سیستم راهنمای الکترونیکی مسیر، سیستم کنترل ترافیک شهری، سیستم راهنمای سبقت و سیستم اعلام خطر فلش اشاره نمود. در حال حاضر تجهیزات داخل وسیلۀ نقلیه در ایالات متحده در حال گسترش است و براساس سیستم مکان‌یابی جهانی(*GPS*) و نقشه دیجیتالی که در داخل وسیله نصب می‌شود عمل می‌کنند. هم اکنون در عرصه ایمنی، تجهیزات می‌دی[2] در آمریکا در حال توسعه است. این تجهیزات می‌توانند موقعیت تصادف را شناسایی و ضمن ارسال اطلاعات لازم به مرکز کنترل، کمک‌های خاص برای امدادرسانی به وسایل نقلیه درگیر در تصادف را درخواست و از این طریق سرعت امدادرسانی را افزایش دهد. در آمریکا دولت فدرال در طی ۶ سال (۱۹۹۸ تا ۲۰۰۳) حداقل ۲ میلیون دلار برای *ITS* اختصاص داده است. کشور ژاپن از سال ۱۹۷۳ تا سال ۱۹۷۸ با استفاده از برنامه راهنمای مسیر، سیستم ارتباطات خودرویی را راه‌اندازی کرد. اجرای پروژه راه هوشمند در ژاپن با توجه به مساحت کم و جمعیت زیاد این کشور، از سال ۲۰۰۰ با اجرای آزمایشی سیستم شروع شده است. راه هوشمند شامل سیستم‌های ارتباطی بین جاده، وسیلۀ نقلیه، سنسورها و شبکه فیبر نوری نصب‌شده در جاده و همچنین چارچوبی برای یکپارچه کردن عملکرد اجزای مختلف سیستم در محدوده‌ی وسیعی از خدمات *ITS* است.

دولت ژاپن در بخش تحقیقات، بیش از ۲/۱ میلیون دلار برای استراتژی حمل و نقل هوشمند در طی سه سال (۱۹۹۶ تا ۱۹۹۸) بودجه اختصاص داده که ۱۳٪ از آن مربوط به بخش تحقیق و توسعه است. در کره جنوبی انجمن *ITS* در سال ۱۹۹۹ تشکیل و شروع به فعالیت نموده است. طرح پایه حمل و نقل هوشمند در کره جنوبی به سه برنامه اصلی تقسیم شده است: ۱- برنامه کوتاه مدت (۱۹۹۶ تا ۲۰۰۰) شامل پایه‌ریزی معماری سیستم پایه و اجرای یک سیستم آزمایشی در

[1] Intelligent Transport Systems

[2] Mayday

کلان شهر سئول، ۲- برنامهٔ میان‌مدت (۲۰۰۱ تا ۲۰۰۵) شامل توسعه یک سیستم مناسب با شرایط کشور و شهرهای با جمعیت زیاد ۳- برنامه بلند مدت (۲۰۰۶ تا ۲۰۱۰) شامل ارتقای سیستم و توسعه طرح در سراسر کشور.

در اروپا دو سازمان فراملیتی به نام‌های یورکا[3] و ارتیکو[4] در زمینه حمل و نقل هوشمند فعالیت دارند. یورکا در سال ۱۹۸۵ تأسیس گردید و اجراکنندهٔ برنامه پرومتس (برنامه‌ای قوی برای کاربرد فناوری اطلاعات در درون خودرو) می‌باشد. اریتکو در سال ۱۹۹۱ در بلژیک تأسیس شد و با یک برنامهٔکاری در حال توسعه، خدمات و سیستم‌های حمل و نقل هوشمند در اروپا را بر عهده دارد. در سیدنی استرالیا نیز سیستم *ITS* توانسته ترافیکی نزدیک به ظرفیت یک آزادراه را از یک خیابان شریانی شهری عبور دهد (۲).

در ایران اولین سیستم کنترل هوشمند چراغ‌های راهنمایی در سال ۱۳۷۱ در تهران نصب شد. در سال ۱۳۷۶ به منظور ساماندهی تردد در معابر شهری تهران، سیستم کنترل مرکزی *SCATS* راه‌اندازی گردید. این سیستم با استفاده از اطلاعات دریافتی از شناسگرهای وسایط نقلیه و عابر پیاده، زمان‌بندی چراغ‌ها را بر اساس حجم لحظه‌ای ترافیک تنظیم می‌نماید. همچنین شرکت کنترل ترافیک تهران از جمله پیشگامان استفاده از تکنولوژی‌های *ITS*، فعالیت‌هایی از جمله اعلام وضعیت ترافیک معابر در اوقات مختلف شبانه‌روز به رانندگان از طریق شبکه رادیویی، طراحی، ساخت و نصب شناسگرهای ترافیکی در معابر تهران به منظور اخذ آمار تردد وسایل نقلیه، نصب و راه‌اندازی تعداد محدودی تابلوی نمایشگر متغیر در آزادراه‌ها و بزرگراه‌ها به منظور اطلاع‌رسانی به رانندگان در مورد وضعیت ترافیک در آن مسیر انجام داده است. در سطح برون شهری، اولین سیستم مورد استفاده که به نوعی از زیرسیستم‌های حمل و نقل هوشمند می‌باشد، نصب و راه‌اندازی سیستم امدادرسانی اتوماتیک در مسیر تهران-اصفهان در سال ۱۳۷۳ است. ازجمله پروژه‌های اجرا شدهٔ دیگر، نصب و راه‌اندازی تعداد ۱۰۰ شناسگر تردد وسایل نقلیه در راه‌های برون شهری در سال ۱۳۷۴ است که در حال حاضر بنا به دلایل مختلف تعدادی از آنها فقط برای آمارگیری ثابت در محورها بکار می‌روند (۳).

توسعه و ارتقای کیفی خدمات ترافیک در جامعه به موازات رشد سریع استفاده از *IT* در حمل و نقل، باعث ارتقای سطح زندگی مردم و بهبود ایمنی راه‌ها می‌شود. در دهه‌های اخیر، سالانه هزینه‌های هنگفتی ناشی از ترافیک سنگین در راه‌ها شامل هزینهٔ زمان تلف‌شده، استهلاک وسایل نقلیه و مصرف سوخت بر دولت‌ها وارد می‌شود (۴). نمونه‌هایی از نتایج کاربرد سیستم‌های راهبری هوشمند در حل مشکل ترافیک و سود اقتصادی حاصل از آن در چند شهر بزرگ دنیا در جدول شماره ۱ بیان شده است (۵).

[3]European Research Coordination Agency (EUREKA)

[4]European Road Transport Telemetric Implementation Coordination Organization (ERTICO)

جدول ۱: تأثیر کاربرد سیستم‌های ترافیکی هوشمند در بهبود شاخص‌های ترافیکی (۵)

ردیف	کشور	شهر	صرفه‌جویی در مصرف سوخت	درصد کاهش توقف	درصد کاهش زمان تأخیر
۱	آمریکا	ارلاندو	---	۵۶ درصد	۵۶ درصد
۲	آمریکا	لوس آنجلس	۱۳ درصد	۴۱ درصد	۴۴ درصد
۳	کانادا	تورنتو	۵/۷ درصد	۲۲ درصد	۸ درصد
۴	فرانسه	پاریس	۱۰ درصد	۳۰ درصد	۲۰ درصد
۵	استرالیا	سیدنی	۳۰ درصد	---	---
۶	آمریکا	ویرجینیا	۳/۷ درصد	۵/۲۵ درصد	۲/۲۵ درصد

هم‌اکنون توانایی *ITS* برای ایجاد تحول در وضعیت حمل و نقل به اثبات رسیده و اکثر کشورهای پیشرفته، توسعه *ITS* را در رأس برنامه‌های حمل و نقل خود قرار داده‌اند. ایران نیز جهت برخورداری از مزایای منحصر به فرد این سیستم باید در اولین فرصت، ضمن اولویت‌بندی نیازهای حمل و نقل کشور، اقدام به تهیه و تدوین سیستم حمل و نقل هوشمند نماید. در این مقاله سعی بر طراحی معماری نوعی سیستم پایه *ITS* و کاربرد آن برای هدف خاص امدادرسانی است.

روش‌ها

یک مدل ترافیکی خوب باید ویژگی‌های اساسی جریان‌های ترافیکی را منعکس کرده و دارای مبانی لازم برای برنامه نویسی ریاضی باشد (۶).

در این مقاله پس از انجام مطالعات کتابخانه‌ای، یک الگوریتم پویا به منظور تعیین مسیر بهینه با کمترین زمان لازم برای سفر در یک شبکه ترافیکی، ارائه شده است. این الگوریتم از پشتوانه غنی ریاضی مبتنی بر منطق برنامه‌ریزی پویا بهره می‌برد. اینگونه الگوریتم‌ها به لحاظ منطقی و ساختاری، ارائه جواب بهینه را تضمین می‌کنند. این الگوریتم قادر است مشخصات عمومی جریان‌های ترافیکی را نیز منظور و در هر لحظه اطلاعات مورد نیاز را از مرکز کنترل ترافیک دریافت و پس از تحلیل آنها سریع‌ترین مسیر بین دو نقطه معلوم از شبکه را مشخص نماید.

سپس با استفاده از مطالعات میدانی انجام شده در یک شبکه ترافیکی خاص به جمع‌آوری اطلاعات ترافیکی پرداخته شده است. در نهایت الگوریتم ارائه شده با اطلاعات میدانی جمع‌آوری شده تلفیق و بر روی شبکه ترافیکی پیاده‌سازی شده است.

برای اجرای این الگوریتم یک برنامه کامپیوتری در *MS-Excel* تدوین شده است که می‌تواند یک ماتریس مربعی ۲۰۰ × ۲۰۰ (که معادل یک شبکه ترافیکی با ۲۰۰ گره است) را به عنوان ورودی بپذیرد. برنامه مذکور به صورت اولیه و ساده و صرفاً برای تحلیل مدل تشریح شده در این مقاله، که دارای ۳۱ گره است، تدوین شده است. زمان اجرای این برنامه

بر روی مدلی با ۲۰۰ گره، کسری از ثانیه بوده است. طبیعتاً برای کاربردهای عملی‌تر می‌توان این برنامه را با استفاده از یک زبان سطح بالا به منظور افزایش قابلیت‌های اجرایی و کاهش زمان اجرای آن بازنویسی نمود.

در عمل مشاهده شده که هنگام بروز ترافیک سنگین در یک مسیر، مسیرهای دیگری در همسایگی این مسیر وجود دارند که از ترافیک سبکتری برخوردار هستند. لذا همواره یافتن چنین مسیرهایی که موجب تعدیل ترافیک می‌شود، مورد توجه بوده است.

برای حل این مشکل و تسریع جریان روی مسیرها، راه حل‌هایی توسط "فورد و فولکرسون[1]" (۷)، "گلدبرگ و تارجان[2]" (۸)، "جان[3] و همکاران" (۹) و نیز "رافگاردن و تاردوز[4]" (۱۰) ارائه شده است. در این تحقیقات، زمان لازم برای عبور جریان از یک مسیر مشخص را در تمام مدت ثابت در نظر گرفته شده است؛ در حالی‌که عملاً زمان لازم برای عبور جریان از یک مسیر در زمان‌های مختلف در یک شبکه ترافیک، متفاوت است. تاکنون در زمینه ترافیک پویا الگوریتم‌ها و مدل‌هایی توسط محققین مختلف ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به "جانسون[5]" (۱۱)، "ران و بویس[6]" (۱۲)، "جایاکریشنان[7] و همکاران" (۱۳)، "کوفمن[8] و همکاران" (۱۴) و "کری و ساب‌رحمانیان[9]" (۱۵) اشاره کرد. همچنین برای در نظر گرفتن جریان های متغیر با زمان، "کهلر و اسکوتلا[10]" (۱۶) و "کاترینا لانگکو[11]" (۶) مدل-هایی ارائه کردند که در آن، زمان انتقال و سرعت در هر مسیر به مقدار بار آن مسیر بستگی دارد.

اخیراً نیز الگوریتم‌هایی برای مساله کوتاه‌ترین مسیر در یک شبکه گرافی برای حل بسیاری از مشکلاتی که در جهان واقعی وجود دارد، ارائه شده است. از آن جمله می‌توان به الگوریتم ارائه شده توسط جلالی و نوروزی برای تعیین مسیر بهینه گریز در شبکه معادن زیرزمینی در مواقع اضطراری (۱۷)، مسیریابی وسایل نقلیه در حمل و نقل (۱۸)، مسیریابی ترافیک در شبکه ارتباطات (۱۹)، سیستم‌های دریافت پیام (۲۰) و جستجوی صفحات وب (۲۱)، اتصال نوت‌های موسیقی و ساخت موزیک (۲۲) و مسیریابی جاده‌های بین شهری (۲۳) اشاره نمود.

در هر حال، اغلب راه حل‌هایی که تاکنون ارائه شده است مبتنی بر الگوریتم‌های موجود برای یافتن کوتاه‌ترین مسیرها است، از جمله:

– الگوریتم دیکسترا: برای حل مساله کوتاه‌ترین مسیر تک‌مبدأ در گرافی با وزن‌های غیرمنفی (۲۴).

– الگوریتم دابل سوییپ: برای یافتن تعداد مشخصی مسیر کوتاه از یک مبدأ به دیگر نقاط در گراف (۲۵).

– الگوریتم‌های تک مسیره و دو مسیره: برای یافتن کوتاه‌ترین مسیرهای بین هر جفت گره در گراف (۲۶).

– الگوریتم‌های یافتن مسیرهای کوتاه (k): برای یافتن تعداد مشخصی مسیر کوتاه بین هر جفت گره در یک گراف (۲۷).

[1] Ford & Fulkerson
[2] Goldberg and Tarjan
[3] Jahn
[4] Roughgarden and Tardos
[5] Janson
[6] Ran and Boyce
[7] Jayakrishnan
[8] Kaufman
[9] Carey and Subrahmanian
[10] Kohler and Skutella
[11] Katharina Langkau

- الگوریتم جانسون: برای حل مسأله کوتاه‌ترین مسیرها بین هر جفت گره در گراف‌های بزرگ (۲۸).

الگوریتم ارائه شده در این مقاله بر روی یک شبکه گرافی پیاده‌سازی می‌شود که در آن خیابان‌ها نشان‌دهنده کمان‌های شبکه و تقاطع خیابان‌ها نشان‌دهنده گره‌های (رأس‌های) شبکه هستند. طبیعتاً یک مدل کارآمد باید مشخصات عمومی جریان‌های ترافیکی را شامل شود. بنابراین اولاً چون جریان ترافیکی پویا است، مدل باید پویا باشد زیرا مقدار ترافیک روی یک مسیر در طول روز با توجه به نیازهای رانندگان تغییر می‌کند. بنابراین ممکن است یک مسیر در ساعاتی از روز خلوت و در ساعاتی دیگر تراکم جریان در آن مسیر زیاد باشد. ثانیاً زمان سفر باید به مقدار جریان ورودی به مسیر در لحظه ورود وابسته باشد، به این معنی که هر چقدر مقدار ورودی جریان به یک مسیر بیشتر باشد زمان لازم برای عبور از آن مسیر نیز بیشتر در نظر گرفته شود.

در این مقاله، الگوریتم ارائه شده از تلفیق الگوریتم برنامه‌ریزی پویای فلوید–وارشال، الگوریتم پای (π) و تابع دیویدسون حاصل شده است. در این الگوریتم، از الگوریتم‌های فلوید وارشال و π به منظوریافتن سریع‌ترین مسیرها استفاده شده است که از منطق برنامه‌ریزی پویا بهره‌می‌برند. با کاربرد این الگوریتم‌ها، در واقع مشخصه اول جریان‌های ترافیکی ارضا می‌شود. همچنین از تابع زمان انتقال برای تعیین زمان عبور از یک مسیر خاص که به مقدار جریان ورودی به آن مسیر در لحظه ورود بستگی دارد، استفاده شده است. بدیهی‌است در این شرایط مشخصه دوم جریان-های ترافیکی نیز تأمین می‌گردد. در ادامه به تشریح اجزای مختلف الگوریتم ارائه شده پرداخته می‌شود.

مدل‌سازی شبکه

در این مقاله، شبکه ترافیکی به صورت یک گراف مدل‌سازی شده است. وزن‌های یال‌های یک گراف وزن‌دار و جهت‌دار با ماتریس همجواری، W، معرفی می‌شود. در این ماتریس اگر یالی بین دو رأس وجود داشته باشد، درآیه (i,j) از ماتریس W، یعنی w_{ij} برابر وزن یال بین دو رأس است. اگر یالی بین دو رأس وجود نداشته باشد، w_{ij} برابر با بی‌نهایت و اگر $i=j$ باشد، w_{ij} برابر با صفر منظور می‌شود. با بیان ریاضی، ماتریس همجواری را می‌توان چنین تعریف کرد (۲۹):

$$w_{ij}=\begin{cases}0 & i=j\\ (i,j) & (i,j)\in e\ ,\ i\neq j\\ \infty & (i,j)\notin e\ ,\ i\neq j\end{cases}$$

تابع زمان انتقال

تابع زمان انتقال، نشان دهنده زمان لازم برای عبور از یک مسیر خاص است. زمان انتقال به مقدار جریان ورودی به مسیر بستگی دارد. یکی از توابع زمان انتقال که اغلب در عمل استفاده می‌شود، تابع دیویدسون است که توسط رابطه زیر بیان می‌شود (۳۰):

$$\tau_a(x_a)=\tau_a^0\left(1+J\frac{x_a}{u_a-x_a}\right)$$

که در آن:

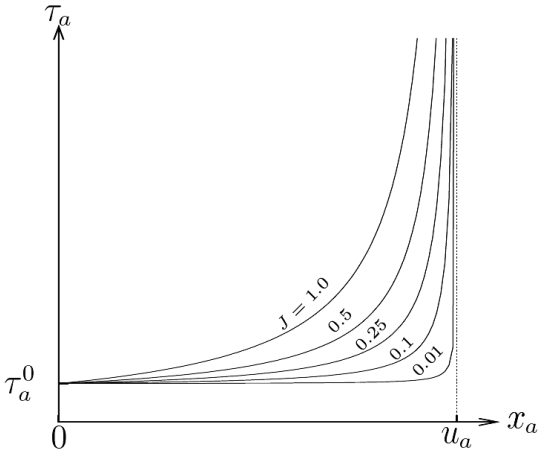
x_a: نرخ جریان ایستا روی مسیر (برابر میانگین تعداد وسایل نقلیه‌ی ورودی به مسیردر یک بازه زمانی).

τ_a^0: مدت زمان طی مسیر توسط یک واحد جریان در شرایط مسیر خالی.

u_a: ظرفیت مسیر (برابر حداکثر تعداد وسایل نقلیه ورودی به مسیر در یک واحد زمانی)

J: ضریب ثابت (در این تابع بین صفر و یک)

در شکل شماره ۱ نمایش ترسیمی تابع دیویدسون به ازای مقادیر متفاوت J نشان داده شده است.



شکل شماره ۱: نمودارهای متناظر با تابع دیویدسون (۲۸)

الگوریتم فلوید– وارشال

الگوریتم فلوید- وارشال برای حل مسأله کوتاه‌ترین مسیرها بین هر جفت از رئوس یک گراف جهت‌دار بکار می‌رود. این الگوریتم از رابطه بین مسیر p که در آن p مسیری منتهی به یکی از رئوس میانی در مسیرهای محتمل از رأس i به رأس j است، استفاده می‌کند. اگر $d_{ij}^{(k)}$ وزن کوتاه‌ترین مسیر از رأس i به رأس j باشد که برای آن همه رأس‌های میانی در مجموعه $\{1,2,\ldots,k\}$ قرار دارند، وقتی که $k=0$ باشد، مسیر از رأس i به رأس j، هیچ رأس میانی ندارد. چنین مسیری حداکثر یک یال دارد و از این رو $d_{ij}^{(0)}=w_{ij}$ است. رابطه بازگشتی زیر می‌تواند برای محاسبه مقادیر $d_{ij}^{(k)}$ به ترتیب افزایش مقادیر k استفاده شود. ورودی، ماتریس همجواری، یعنی W، با ابعاد $n\times n$ است.

$$d_{ij}^{(k)}=\begin{cases} w_{ij} & k=0 \\ \min\left[d_{ij}^{(k-1)},\left(d_{ik}^{(k-1)}+d_{kj}^{(k-1)}\right)\right] & k\geq 1 \end{cases}$$

چون برای هر مسیر، همه رأس‌های میانی در مجموعه $\{1,2,\ldots,n\}$ واقع هستند، بنابراین (۲۸):

$$D^n=(d_{ij}^{(n)})$$

درآیه (i,j) از ماتریس $D^{(n)}$ نشان دهنده کمترین فاصله زمانی بین گره i و گره j در حرکت از گره i به گره j است.

الگوریتم π

هم‌زمان با محاسبه ماتریس‌های $D^{(k)}$ در الگوریتم فلوید- وارشال می‌توان ماتریسی که به نام ماتریس ماقبل یا ماتریس π معروف است را نیز محاسبه کرد. $\pi_{ij}^{(k)}$ به عنوان ما قبل رأس j در کوتاه‌ترین مسیر از رأس i به رأس j با رأس‌های میانی واقع در مجموعه $\{1,2,\ldots,k\}$ تعریف می‌شود. هر یک از درآیه‌های این ماتریس نشان‌دهنده شماره گره‌ای است که بر روی کوتاه‌ترین مسیر و دقیقاً قبل از گره j واقع است. وقتی $k=0$ است، سریع‌ترین مسیر از i به j هیچ رأس میانی ندارد. بنابراین:

$$\pi_{ij}^{(0)}=\begin{cases} N & w_{ij}=\infty \ ,\ i=j \\ i & w_{ij}<\infty \ ,\ i\neq j \end{cases}$$

که در آن N نشان می‌دهد که گره‌ای قبل از گره j وجود ندارد.

برای $k \geq 1$ مسیر $i \rightarrow k \rightarrow j$ در نظر گرفته می‌شود که در آن $k \neq j$ است. عنصر ما قبل j همان عنصری است که به عنوان ماقبل j در کوتاه‌ترین مسیر از k به j با همه رأس‌های میانی واقع در $\{1,2,\ldots,k\text{-}1\}$ انتخاب می‌شود. در غیر اینصورت، همان ماقبل j انتخاب می‌شود که روی کوتاه‌ترین مسیر از i با همه رأس‌های میانی واقع در $\{1,2,\ldots,k\text{-}1\}$ انتخاب شده بود. به عبارت دیگر برای $k>1$:

$$\pi_{ij}^{(k)} = \begin{cases} \pi_{ij}^{(k-1)} & d_{ij}^{(k-1)} \leq d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)} \\ \pi_{kj}^{(k-1)} & d_{ij}^{(k-1)} > d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)} \end{cases}$$

با استفاده از رابطه بالا و با مقداردهی به k از ۱ تا n می‌توان ماتریس $\pi_{ij}^{(k)}$ را محاسبه نمود (۲۸).

ماتریس $\pi^{(n)}$ به منظور یافتن کوتاه‌ترین مسیر متناظر با کمترین فاصله زمانی بین دو گره، گره‌های پشت سر هم در مسیر را به ترتیب از گره آخر به گره اول مشخص می‌کند. برای این منظور، ابتدا باید درآیه متناظر با مسیر مورد نظر از ماتریس $\pi^{(n)}$ مشخص شود. مقدار این درآیه بیانگر شماره گره ماقبل آخر است. اکنون، هدف یافتن مسیر بین گره‌های اول و ماقبل آخر است. بنابراین، باید در آیه مورد نظر از ماتریس $\pi^{(n)}$ مشخص شود. با مشخص شدن گرهی دیگر، مسیر کامل‌تر می‌شود. این روال به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند تا مقدار درآیه از ماتریس $\pi^{(n)}$ برابر شماره گره‌ی شروع مسیر شود. بدین ترتیب گره‌های واقع بر روی مسیر بهینه مشخص می‌شود. به عنوان مثال در صورتی که هدف یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین گره‌های i و j باشد، باید درآیه $\pi_{i,j}$ از ماتریس $\pi^{(n)}$ مشخص شود. با فرض اینکه مقدار این درآیه k باشد، مسیر تا اینجا به صورت زیر تکمیل شده است:

$$i \rightarrow \ ؟\ldots؟\ \rightarrow k \rightarrow j$$

اکنون باید مسیر بین i و k مشخص شود. درآیه $\pi_{i,k}$ از ماتریس $\pi^{(n)}$ تعیین می‌شود. با فرض اینکه مقدار این درآیه p باشد، مسیر به شکل زیر می‌شود:

$$i \rightarrow \ ؟\ldots؟\ \rightarrow p \rightarrow k \rightarrow j$$

این روند به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند. در صورتی که مقدار درآیه $\pi_{i,p}$ برابر i (که در واقع نشان دهنده شماره گره شروع مسیر است) شود، گره‌های واقع بر روی مسیر بهینه به صورت زیر تکمیل می‌شود:

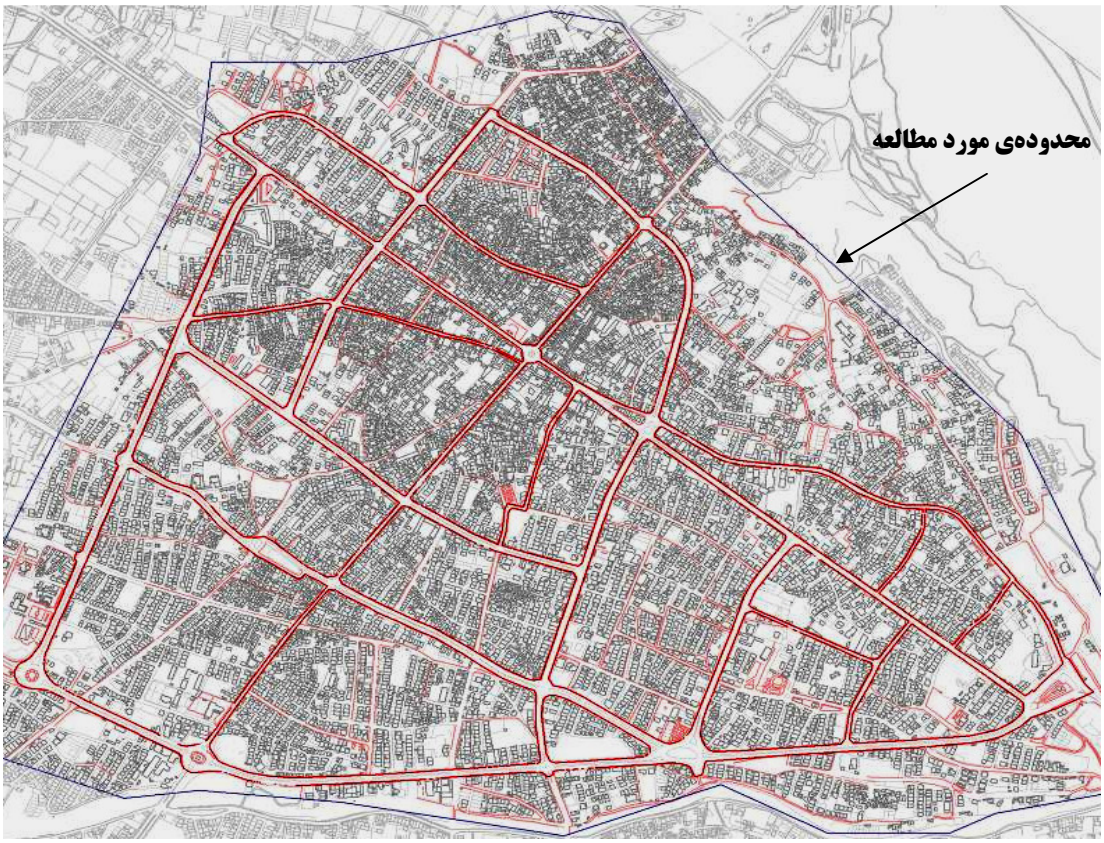
$$i \rightarrow p \rightarrow k \rightarrow j$$

یافته‌ها

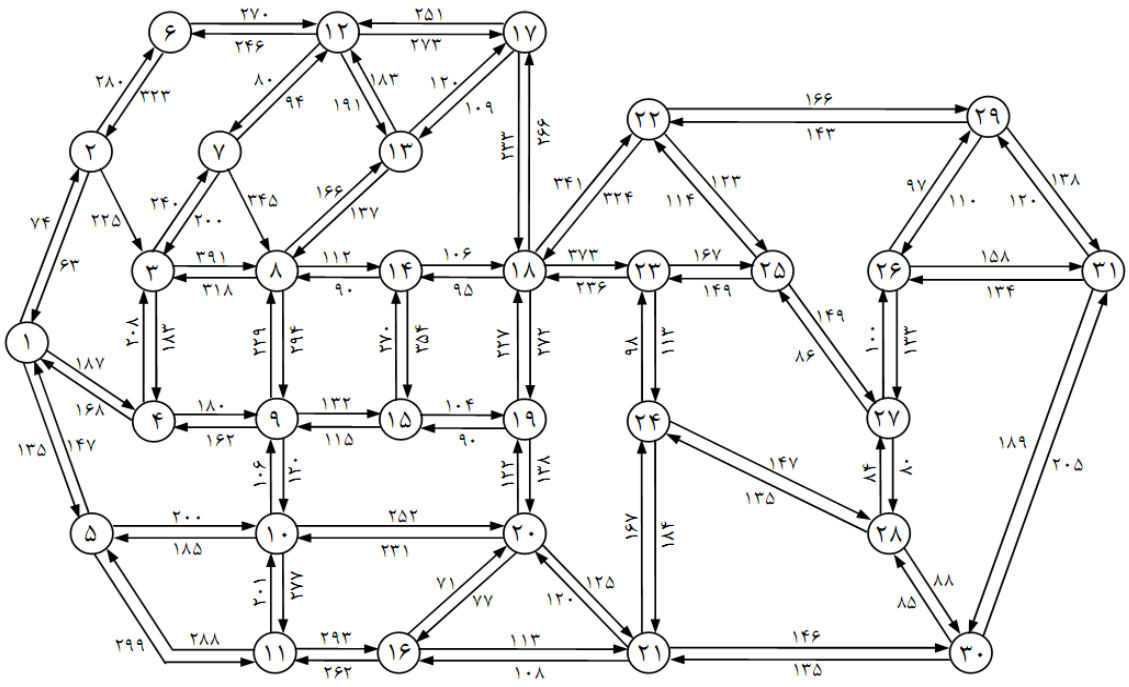
به منظور توصیف چگونگی کاربرد این الگوریتم برای تعیین سریع‌ترین مسیرهای امداد و نجات در شبکه ترافیک شهری، الگوریتم مورد نظر بر روی بخش مرکزی شهر شاهرود پیاده‌سازی شده است. به این منظور قسمتی از نقشه شاهرود که در برگیرنده قسمت مرکزی آن است و در شکل شماره ۲ نشان داده شده، رقومی شده است. برای پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده، نقشه رقومی منطقه به مدل گرافی تبدیل شده که پس از ساده‌سازی، در شکل شماره ۳ نشان داده شده است. در این شکل گره‌ها، محل تقاطع خیابان‌ها و یال‌ها، مسیر بین دو تقاطع را نشان می‌دهند. همچنین

ارزش هر یال بیانگر زمان سفر از یک گره به گره دیگر است که توسط تابع زمان انتقال محاسبه شده است. بازهٔ زمانی در تابع زمان انتقال برای مورد مطالعه شده یک دقیقه در نظر گرفته شده و همچنین سرعت متوسط ماشین در زمانی که مسیر خالی است، بین ۴۰ تا ۸۰ کیلومتر بر ساعت بر حسب نوع مسیر، فرض شده است. با توجه به این فرضیات و همچنین با اندازه‌گیری طول هر یک از مسیرها در شبکه و تعداد وسایل نقلیه‌ای که بین هر دو گره از شبکه در هر دقیقه عبور می‌کند، مدت زمان لازم برای عبور از هر مسیر خاص توسط تابع دیویدسون محاسبه و بر روی یال‌های گراف شکل شماره ۳ نشان داده شده است.

الگوریتم مورد نظر بر روی گراف مدل‌سازی شده از شبکه ترافیک شهری اجرا شده و ماتریس‌های D و π برای این گراف به ترتیب در اشکال شماره ۴ و ۵ نشان داده شده است. با استفاده از این دو ماتریس می‌توان سریع‌ترین مسیر (کوتاه‌ترین فاصله زمانی) بین هر دو تقاطع از شبکه ترافیک را یافت. کوتاه‌ترین فاصله زمانی و مسیر متناظر با این فاصله زمانی بین برخی نقاط شبکه در جدول شماره ۲ ارائه شده است.



شکل۲: نقشهٔ بخش مرکزی شاهرود و رقومی‌سازی منطقهٔ مورد نظر (۳۱)



شکل۳: مدل گرافی قسمتی از شبکه ترافیک شهری شاهرود منطبق بر نقشهٔ شکل شماره ۲

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	0	74	299	187	135	354	539	596	367	335	434	624	762	708	499	664	882	814	603	587	712	1155	977	879	1113	1127	1027	943	1183	858	1063
2	63	0	225	250	198	280	465	616	430	398	497	550	741	728	562	727	823	834	666	650	775	1175	1040	942	1176	1190	1090	1006	1246	921	1126
3	351	425	0	183	486	580	240	391	363	483	760	334	525	503	495	812	607	609	599	735	860	950	982	1027	1073	1226	1175	1091	1116	1006	1211
4	168	242	208	0	303	522	448	409	180	300	577	542	575	521	312	629	695	626	416	552	677	968	942	844	1078	1092	992	908	1134	823	1028
5	147	221	446	334	0	501	686	535	306	200	299	598	701	674	438	529	821	753	542	452	577	1092	842	744	978	992	892	808	1048	723	928
6	386	323	548	573	521	0	350	598	753	721	820	270	461	710	885	1050	543	776	989	973	1098	1117	1149	1262	1240	1393	1389	1329	1283	1244	1421
7	551	625	200	383	686	340	0	345	563	683	960	94	285	457	695	1012	367	563	799	935	1060	904	936	1049	1027	1180	1176	1196	1070	1206	1208
8	624	698	318	456	599	595	429	0	294	414	691	349	166	112	426	705	286	218	490	628	753	559	591	704	682	835	831	851	725	899	863
9	330	404	370	162	305	684	610	229	0	120	397	578	395	341	132	449	515	447	236	372	497	788	762	664	898	912	812	728	954	643	848
10	332	406	476	268	185	686	716	335	106	0	277	684	501	447	238	329	621	553	342	252	377	892	642	544	778	792	692	608	848	523	728
11	435	509	677	469	288	789	917	536	307	201	0	885	702	648	439	293	822	713	486	364	406	921	671	573	807	821	721	637	877	552	757
12	631	569	280	463	766	246	80	328	622	742	999	0	191	440	754	993	273	506	788	916	1041	847	879	992	970	1123	1119	1139	1013	1187	1151
13	761	752	455	593	736	429	263	137	431	551	828	183	0	249	563	840	120	353	625	763	888	694	726	839	817	970	966	986	860	1034	998
14	714	746	408	546	689	685	519	90	384	504	781	439	256	0	354	593	372	106	378	516	641	447	479	592	570	723	719	739	613	787	751
15	445	519	485	277	420	799	725	344	115	235	512	693	510	270	0	319	597	331	104	242	367	672	632	534	768	782	682	598	838	513	718
16	634	708	768	560	487	988	1008	605	398	302	262	937	771	515	283	0	686	420	193	71	113	628	378	280	514	528	428	344	584	259	464
17	870	820	531	702	845	497	331	246	540	660	937	251	109	328	595	720	0	233	505	643	768	574	606	719	697	850	846	866	740	914	878
18	807	881	503	639	782	763	597	185	477	597	749	517	351	95	362	487	266	0	272	410	535	341	373	486	464	617	613	633	507	681	645
19	535	609	575	367	510	889	815	412	205	325	477	744	578	322	90	215	493	227	0	138	263	568	528	430	664	678	578	494	734	409	614
20	563	637	697	489	416	917	937	534	327	231	339	866	700	444	212	77	615	349	122	0	125	640	390	292	526	540	440	356	596	271	476
21	683	757	817	609	536	1037	1057	654	447	351	370	986	820	564	332	108	735	469	242	120	0	515	265	167	401	415	315	231	471	146	351
22	1131	1205	827	963	1105	1087	921	509	801	920	939	841	675	419	686	677	590	324	596	689	569	0	272	385	123	276	272	352	166	440	304
23	980	1054	739	875	833	999	833	421	713	648	667	753	587	331	598	405	502	236	508	417	297	281	0	113	167	416	316	260	447	348	553
24	867	941	837	793	720	1097	931	519	631	535	554	851	685	429	516	292	600	334	426	304	184	379	98	0	265	331	231	147	428	235	440
25	1129	1203	888	1024	982	1148	982	570	862	797	816	902	736	480	747	554	651	385	657	566	446	114	149	262	0	249	149	229	280	317	407
26	1119	1193	1067	1045	972	1327	1161	749	883	787	806	1081	915	659	768	544	830	564	678	556	436	240	368	348	219	0	133	213	97	301	158
27	986	1060	974	912	839	1234	1068	656	750	654	673	988	822	566	635	411	737	471	545	423	303	200	235	215	86	100	0	80	197	168	258
28	906	980	972	832	759	1232	1066	654	670	574	593	986	820	564	555	331	735	469	465	343	223	284	233	135	170	184	84	0	281	88	293
29	1145	1219	970	1071	998	1230	1064	652	909	813	832	984	818	562	794	570	733	467	704	582	462	143	415	458	266	110	243	323	0	327	138
30	818	892	952	744	671	1172	1151	739	582	486	505	1071	905	649	467	243	820	554	377	255	135	369	318	220	255	269	169	85	325	0	205
31	1007	1081	1090	933	860	1350	1184	772	771	675	694	1104	938	682	656	432	853	587	566	444	324	263	502	409	353	134	267	274	120	189	0

شکل۴: ماتریس نهایی **D = D(31)** مربوط به گراف شکل شماره ۳

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	*N*	1	2	1	1	2	3	9	4	5	5	6	8	8	9	20	13	14	15	10	20	18	24	21	27	27	28	30	31	21	30
2	2	*N*	2	1	1	2	3	3	4	5	5	6	12	8	9	20	12	14	15	10	20	18	24	21	27	27	28	30	31	21	30
3	4	1	*N*	3	1	12	3	3	4	9	10	7	12	8	9	20	12	14	15	10	20	18	18	21	22	29	28	30	22	21	30
4	4	1	4	*N*	1	2	3	9	4	9	10	7	8	8	9	20	13	14	15	10	20	18	24	21	27	27	28	30	22	21	30
5	5	1	2	1	*N*	2	3	9	10	5	5	7	8	8	9	20	13	14	15	10	20	25	24	21	27	27	28	30	31	21	30
6	2	6	2	1	1	*N*	12	13	4	5	5	6	12	8	9	20	12	17	15	10	20	18	18	23	22	29	25	30	22	21	29
7	4	1	7	3	1	12	*N*	7	4	9	10	7	12	8	9	20	12	14	15	10	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
8	4	1	8	9	10	12	12	*N*	8	9	10	13	8	8	9	20	13	14	18	19	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
9	4	1	4	9	10	2	3	9	*N*	9	10	13	8	8	9	20	13	14	15	10	20	18	24	21	27	27	28	30	22	21	30
10	5	1	4	9	10	2	3	9	10	*N*	10	13	8	8	9	20	13	14	15	10	20	25	24	21	27	27	28	30	31	21	30
11	5	1	4	9	11	2	3	9	10	11	*N*	13	8	8	9	11	13	19	20	16	16	25	24	21	27	27	28	30	31	21	30
12	4	6	7	3	1	12	12	13	8	9	10	*N*	12	8	9	20	12	17	18	19	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
13	4	6	8	9	10	12	12	13	8	9	10	13	*N*	8	9	20	13	17	18	19	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
14	4	1	8	9	10	12	12	14	8	9	10	13	8	*N*	14	20	18	14	18	19	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
15	4	1	4	9	10	2	3	9	15	9	10	13	8	15	*N*	20	18	19	15	19	20	18	24	21	27	27	28	30	22	21	30
16	5	1	4	9	10	2	3	14	15	20	16	17	8	18	19	*N*	18	19	20	16	16	25	24	21	27	27	28	30	31	21	30
17	4	6	7	9	10	12	12	13	8	9	10	17	17	18	19	20	*N*	17	18	19	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
18	4	1	8	9	10	12	12	14	15	9	16	17	8	18	19	20	18	*N*	18	19	20	18	18	23	22	29	25	24	22	21	29
19	4	1	4	9	10	2	3	14	15	9	16	17	8	18	19	20	18	19	*N*	19	20	18	24	21	27	27	28	30	22	21	30
20	5	1	4	9	10	2	3	14	15	20	16	17	8	18	19	20	18	19	20	*N*	20	25	24	21	27	27	28	30	31	21	30
21	5	1	4	9	10	2	3	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	19	20	21	*N*	25	24	21	27	27	28	30	31	21	30
22	4	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	22	18	21	24	*N*	25	23	22	29	25	27	22	28	29
23	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	23	18	21	24	25	*N*	23	23	27	25	24	22	28	30
24	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	23	20	21	24	25	24	*N*	23	27	28	24	26	28	30
25	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	23	18	21	24	25	25	23	*N*	27	25	27	22	28	26
26	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	22	20	21	30	29	25	28	27	*N*	26	27	26	28	26
27	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	23	20	21	30	25	25	28	27	27	*N*	27	26	28	26
28	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	23	20	21	30	25	24	28	27	27	28	*N*	26	28	30
29	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	22	20	21	30	29	25	28	22	29	26	27	*N*	31	29
30	5	1	4	9	10	2	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	23	20	21	30	25	24	28	27	27	28	30	31	*N*	30
31	5	1	8	9	10	12	12	14	15	20	16	17	8	18	19	21	18	22	20	21	30	29	25	28	27	31	26	30	31	31	*N*

شکل ۵: ماتریس نهایی $\pi = \pi^{(31)}$ مربوط به گراف شکل شماره ۳

جدول۲: کوتاه‌ترین فاصله زمانی و مسیر متناظر با این فاصلهٔ زمانی بین برخی نقاط شبکه

ردیف	نقطه شروع	نقطه پایان	کوتاه‌ترین فاصله زمانی (ثانیه)	مسیر متناظر
۱	۱	۲۵	۱۱۱۳	۱ ← ۵ ← ۱۰ ← ۲۰ ← ۲۱ ← ۳۰ ← ۲۸ ← ۲۷ ← ۲۵
۲	۲۹	۱۵	۷۹۴	۲۹ ← ۳۱ ← ۳۰ ← ۲۱ ← ۲۰ ← ۱۹ ← ۱۵
۳	۲	۲۰	۶۵۰	۲ ← ۱ ← ۵ ← ۱۰ ← ۲۰
۴	۳۱	۱۹	۵۶۶	۳۱ ← ۳۰ ← ۲۱ ← ۲۰ ← ۱۹
۵	۲۷	۴	۹۱۲	۲۷ ← ۲۸ ← ۳۰ ← ۲۱ ← ۲۰ ← ۱۹ ← ۱۵ ← ۹ ← ۴
۶	۱۷	۳۰	۹۱۴	۱۷ ← ۱۸ ← ۱۹ ← ۲۰ ← ۲۱ ← ۳۰
۷	۳۰	۱۷	۸۲۰	**۳۰ ← ۲۸ ← ۲۴ ← ۲۳ ← ۱۸ ← ۱۷**

با استفاده از این الگوریتم می‌توان مهم‌ترین مشخصات عمومی جریان‌های ترافیکی یعنی پویایی و تأثیر بار ورودی به هر مسیر بر روی شبکه ترافیک را در تحلیل شبکه منظور نمود. با هر بار اجرای این الگوریتم نه فقط کوتاه‌ترین زمان ممکن بین هر دو گره دلخواه از گره‌های شبکه ترافیکی مشخص می‌شود بلکه مسیر وابسته به آن نیز تعیین می‌گردد.

پیچیدگی زمانی این الگوریتم متناظر با $\theta = f(v^3, e^3)$ است که در آن v و e به ترتیب، تعداد رئوس و تعداد یال‌های شبکه را نشان می‌دهند. به این ترتیب این الگوریتم نسبت به تعداد رئوس و یال‌ها حساس است و با افزایش آنها به پیچیدگی الگوریتم افزوده شده و مدت زمان اجرای آن افزایش می‌یابد. با این وجود امروزه با بهره‌گیری از پردازشگرهای پرسرعت مشکلی برای اجرای این الگوریتم حتی بر روی کامپیوترهای شخصی وجود ندارد.

از آنجا که الگوریتم مورد نظر یک الگوریتم پویا است، با دردست‌داشتن برنامه کامپیوتری تدوین شده می‌توان به تحلیل حساسیت مدل پرداخت و در مدت زمان بسیار کوتاه نتیجه تغییر پارامترهای ورودی را بر روی مسیر بهینه و مدت زمان طی آن مسیر مشاهده نمود.

بحث و نتیجه‌گیری

امروزه لزوم صرفه‌جویی در مصرف سوخت و انرژی، کاهش آلودگی هوا، افزایش ایمنی راه‌ها، ارتقای سطح زندگی مردم و بهبود زمان ارایه خدمات امداد و نجات در خیابان‌ها و بزرگراه‌های شلوغ شهری، موجب شده است تا سیستم‌های حمل و نقل هوشمند به عنوان یک سیاست کلی در بخش حمل و نقل در کشورهای پیشرفته، مورد توجه قرار گیرد. چنین سیستم‌هایی در حال حاضر در کشورهای پیشرفته با اقبال روبرو شده‌اند ولی در سایر کشورها به علت محدودیت اجرایی در هماهنگی سیستم‌های ارتباط رادیویی، مشکلات مربوط به تهیه نقشه‌های رقومی و گران تمام‌شدن محصول نهایی، این سیستم‌ها چندان رواج نیافته‌اند. در این مقاله روشی نوین مبتنی بر الگوریتم برنامه‌نویسی پویا برای تعیین مسیرهای گسیل وسایل نقلیه امداد و نجات و انتخاب سریع‌ترین مسیر در شبکه‌های پیچیده ترافیک شهری ارائه شده است. این روش قادر است با موفقیت کوتاه‌ترین فاصله زمانی بین هر دو تقاطع از شبکه ترافیکی و مسیر متناظر با این فاصله زمانی را تعیین کند. با اجرای این الگوریتم بر روی شبکه ترافیکی شهر شاهرود، سریع‌ترین مسیرهای دسترسی به همراه مدت زمان طی آن میسرها بین هر دو تقاطع از شبکه، مشخص شده است.

با توجه به نتایج این مطالعه، به منظور توسعه بیشتر روش، راهکارهای زیر پیشنهاد می‌شود:

۱- در این مقاله از یک برنامه کامپیوتری ساده‌ی تهیه شده در *MS-Excel* استفاده شده است. به منظور کاربردهای عملی‌تر روش ارائه شده، می‌توان با تهیه یک برنامه کامپیوتری سطح بالا، قابلیت‌های اجرایی روش را افزایش داده و در مدت زمان بسیار کوتاه، نتیجه تغییر پارامترهای ورودی مانند طول، سرعت متوسط وسایل نقلیه، ظرفیت مسیر و میانگین تعداد

وسیله نقلیه ورودی در بازهٔ زمانی مشخص را بر روی مسیر بهینه و مدت زمان طی آن مسیر بدست آورد.

۲- با استفاده از این روش و تعیین سریع‌ترین مسیر بین هر دو نقطه مفروض از شبکه ترافیک می‌توان سیستم‌های راهبری هوشمندی را توسعه داد که در آن وسایل نقلیه امدادی موقعیت و مسیر خود را در هر لحظه به مرکز کنترل ترافیک ارسال‌کرده و مرکز با توجه به بار ترافیکی موجود در مسیرهای مختلف، سریع‌ترین مسیر را انتخاب و در اختیار آنها قرار دهد.

۳- چنین سیستم‌هایی می‌تواند برای سازمان‌دهی مأموریت‌های ویژه پلیسی نیز مورد توجه قرارگیرد.

References

1. Araghi F, Shahir Afrashte A. *Four volumes of Intelligent Transport Systems, Ministry of Roads and Transportation*. 1st Vol. Tehran; 2002, [In Persian]
2. Araghi F, Shahir Afrashte A. *Four volumes of Intelligent Transport Systems*, Ministry of Roads and Transportation. 3rd Vol, Tehran; 2002, [In Persian]
3. Araghi F, Shahir Afrashte A. *Four volumes of Intelligent Transport Systems, Ministry of Roads and Transportation.* 4th Vol, Tehran; 2002, [In Persian]
4. Araghi F, Shahir Afrashte A. Four volumes of Intelligent Transport Systems, Ministry of Roads and Transportation. 2nd Vol. Tehran; 2002, [In Persian]
5. http://www.itsiran.ir Accessed October 19, 2009
6. Katharina L. "Flows over time with flow-dependent transit times", PhD thesis, TU Berlin, 2003
7. Alsuwaiyel MH. *Algorithms: Design Techniques and Analysis*, World Scientific, 1999.
8. Goldberg AV, Tarjan RE. *A New Approach to the Maximum-Flow Problem*, Journal of the Association for Computing Machinery, 1988; 35: 921-940.
9. John O, et al. *System optimal routing of traffic flows with user constraints in network with congestion*, tech. report, TU Berlin, 2002.
10. Roughgarden T, Tardos E. *How bad is selfish routing*, Journal of the ACM, 2002; 49: 236-259.
11. Janson B. *Dynamic traffic assignment for urban road networks*, Transportation Research B, 1991; 25: 143–161
12. Ran B, Boyce DE. *Dynamic Urban Transportation Network Models: Theory and Implications for Intelligent Vehicle-Highway Systems*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 417, Springer, Berlin, 1994.
13. Jayakrishnan R, Tsai WK, Chen A. *A dynamic traffic assignment model with traffic-flow relationships*, Transportation Research C, 1995; 3: 51–72
14. Kaufman DE, et al. *User-equilibrium properties of fixed points in dynamic traffic assignment*, Transportation Research C, 1998; 6.
15. Carey M, Subrahmanian E. *An approach to modeling time-varying flows on congested networks*, Transportation Research B, 2000; 34: 157 – 183.
16. Kohler E., Skutella M. "Flows over time with load-dependent transit times", in Proceedings of the 13th Annual ACM–SIAM Symposium on Discrete Algorithms, San Francisco, 2002; 174–183
17. Jalali S.E., Norouzi M. *Determination of the optimal escape routes of underground mine networks in emergency cases*, Journal of Safety Science, 2009; 47: 1077–1082.
18. Bocchin P., Frangopol D.M., *A stochastic computational framework for the joint transportation network fragility analysis and traffic flow distribution under extreme events*, Probabilistic Engineering Mechanics 26, 2011; 182–193.
19. Lian H.E., Chen C., Chang J.W., Shen C.C., Jan R.H., *Shortest Path Routing with Reliability Requirement in Delay Tolerant Networks*, in First International Conference on Future Information Networks, 2009.
20. Güney E., Aras N., Altınel I.K., Ersoy C., *Efficient integer programming formulations for optimum sink location and routing in heterogeneous wireless sensor*

networks, Computer Networks 54: 2010; 1805–1822.
21. Vansteenwegen P., Souffriau W., Sorensen K., *Solving the mobile mapping van problem:* A hybrid metaheuristic for capacitated arc routing with soft time windows, Computers & Operations Research 37: 2010; 1870 – 1876.
22. Mühlbauer W., Uhlig S., Feldmann A., Maennel O., Quoitin B., Fu B., *Impact of routing parameters on route diversity and path inflation,* Computer Networks 54: 2010; 2506–2518.
23. Sokas A., *Algorithms and procedures of determining the shortest route in the graph*, The 7th International Conference TRANSBALTICA, Vilnius, Lithuania, 2011.
24. Rosen KH. *Discrete Mathematics and Its Applications*, 6th Edition, Mc Grow-Hill, 2006.
25. Don Taylor G. *Logistic Engineering Handbook*, CRC Publisher, 2007.
26. Qin X, et al. *A k-shortest-paths-based Algorithm for stochastic traffic assignment model and comparison of computation precision with existing methods*, The Eastern Asia Society for Transportation Studies, 2005; 5: 1218-1232.
27. Eppstein D. *Finding K Shortest Paths*, SIAM Journal on Computing, 1999; 28: 652-673.
28. Cormen TH, et al. *Introduction to Algorithms*, 2nd Edition, Mc Grow-Hill, 2001.
29. Neapolitan RE, Naeemipour K. *Foundation of Algorithms Using C++ Pseudo code*, 3rd Edition, Jones and Bartlett Publisher, 2004.
30. Gartner N, Messer CJ, Rathi AK. *Traffic flow theory*, a state-of-the-art Report, 1997.
31. Digital map of Shahroud city, Organization of House & Urban Development, 2009.