
Professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung

Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung

Sabine Hammer



München 2015

**Professionelle Kompetenz von
Mathematiklehrkräften im Umgang mit
Aufgaben in der Unterrichtsplanung**
Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung

Sabine Hammer

Dissertation
an der Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
Sabine Hammer
aus Eggenfelden

München, den 1. Dezember 2015

Erstgutachter: Prof. Dr. Stefan Ufer

Zweitgutachter: Prof. Dr. Stefan Krauss

Drittgutachter: Prof. Dr. Kristina Reiss

Tag der mündlichen Prüfung: 3. Februar 2016

Für meine Mama

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei all den Menschen bedanken, die zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen haben.

Zu Beginn ein Dankeschön an meinen Betreuer Professor Dr. Stefan Ufer. Stefan, herzlichen Dank für deine vielen Anregungen, die bereichernde Kritik, die guten Ideen und die konstruktiven, sowie kognitiv herausfordernden Besprechungen. Danke für die vielfältige Unterstützung und Möglichkeiten – Danke für die tolle Betreuung! Das alles hat wesentlich dazu beigetragen, dass ich in den letzten Jahren viel dazulernen durfte. Den zweiten Dank möchte ich Professor Dr. Stefan Krauss aussprechen, der mich mit Anregungen und Kritik unterstützt, durch sein Vertrauen motiviert und die Begutachtung der Arbeit übernommen hat, vielen Dank! Auch ein großes Dankeschön an Frau Professor Dr. Kristina Reiss für das Interesse an meiner Arbeit, die präzisen sowie hilfreichen Anmerkungen in den Oberseminaren und die Begutachtung. Des Weiteren möchte ich Frau Professor Dr. Birgit Neuhaus für Ihre Beratung, Unterstützung und freundliche Art als Second Supervisor im Rahmen des Doctoral Training Program (DTP) der LMU danken. Den Prüfungsvorsitz hat Herr Professor Dr. Peter Pickl übernommen, vielen Dank!

Besonderer Dank gilt meinen Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls für Mathematikdidaktik an der LMU. Nicht nur für den fachlichen Austausch und eure Korrekturarbeiten möchte ich euch danken. Das unglaublich unterstützende, freundschaftliche, mitfühlende und positive Arbeitsumfeld mit den offenen Türen ist etwas einzigartiges. Jeder einzelne von euch hat auf seine ganz eigene Art dazu beigetragen. Ich genieße die Zeit mit euch sehr! Christoph, vielen Dank für deine Unterstützung, deinen Rat, dein allzeit offenes Ohr und das angenehme und bereichernde Zusammenarbeiten. Ich habe sehr viel von dir gelernt. Auch ein großer Dank gilt Frau Professor Dr. Gasteiger, die mich mit fachlichen Anregungen und vor allem durch ihre „am-Mensch-interessierte“ und warmherzige Art unterstützt hat. Ganz besonderer Dank geht an dieser Stelle an Kati für die wunderbare Freundschaft, das tolle Büroleben mit Tee und Keksen, für den gemeinsamen Weg und das schöne Miteinander.

Der Mathematikdidaktik Arbeitsgruppe der TUM möchte ich für die anregenden Diskussionen in unserem gemeinsamen Oberseminar danken. Ein weiteres Dankeschön gilt Frau Professor Dr. Anke Lindmeier, die mich bei der Lösung einiger LaTeX-Probleme unterstützt hat und Dr. Steffi Schäfer für den hilfreichen Austausch zur professionellen Wahrnehmung. Auch der Statistikberatung der LMU unter Leitung von Herrn Professor Dr. Küchenhoff, die mir in ein paar kniffligen Statistikfragen weitergeholfen haben, spreche ich meinen Dank aus. Ich möchte mich ebenfalls bei den Professoren und Doktoranden, die mir im Rahmen der Kolloquien des Doctoral Training Program Feedback gegeben haben, bedanken.

Für die Unterstützung und die vielen Ideen und Anregungen möchte ich den zahlreichen Experten danken, die sich Zeit für mich und ein Interview (Vorstudie) oder den Fragebogen (Hauptstudie) genommen haben.

Ich möchte an all die Lehrkräfte, Referendarinnen und Referendare sowie Studierende danke sagen, die mich durch ihre Teilnahme an den Studien oder die Vermittlung von Kontakten unterstützt haben. Ohne ihr Mitwirken wäre die Durchführung der beiden Studien nicht möglich gewesen. Ein weiterer Dank geht an Evi und Timo, die mich bei der Kodierung der Videos und der Dateneingabe unterstützt haben.

Ein großer Dank geht an meine Familie - Fritz, Gabi, Mäx und Gisi - die mich auf meinem Weg begleitet und an mich geglaubt haben. Danke auch an meine Schwiegerelternfamilie sowie an meine Freundinnen und Freunde für die emotionale Unterstützung zu jeder Zeit.

Der letzte und wichtigste Dank gilt meinem Mann Jakob. Deine Art, dein Humor, dein Vertrauen und deine Unterstützung geben mir stets Halt. So schön, dass du an meiner Seite bist!

Zusammenfassung

Aufgaben sind ein zentrales Element im Mathematikunterricht und damit auch in der Planung und Vorbereitung von Mathematikunterricht (Hiebert et al., 2003; Bromme, 1981). Der Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben wird als zentral für die Konzeption wirksamen Mathematikunterrichts gesehen. Verschiedene Studien zeigen, dass die didaktische Qualität der im Unterricht verwendeten Aufgaben ein Prädiktor für wirksame Lernprozesse ist (z.B. Baumert et al., 2010). Ein Blick in die Unterrichtspraxis zeigt jedoch, dass das Aufgabenpotenzial oft niedrig ist und Aufgaben häufig nicht auf die intendierte Weise eingesetzt werden, also ein Teil des Potenzials der Aufgabe ungenutzt bleibt (Jordan et al., 2008; Stein & Lane, 1996). Damit gewinnt die Frage nach der professionellen Kompetenz von Lehrkräften, mit Aufgaben lernförderlich umzugehen, an besonderer Bedeutung. Für den erfolgreichen Umgang mit Aufgaben sind insbesondere zwei Phasen entscheidend: Die Unterrichtsplanung, in der zum Beispiel die Aufgaben ausgewählt werden und deren Einsatz vorbereitet wird sowie die Umsetzung der Aufgaben im Unterricht. Im Gegensatz zur Aufgabenimplementation im Unterricht finden sich bislang wenige Studien dazu, wie Lehrkräfte in der Unterrichtsplanung mit Aufgaben umgehen.

Die zentrale Fragestellung dieser Arbeit ist, wie sich professionelle Kompetenz im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung äußert. Dabei werden insbesondere Planungsprozesse aus der Perspektive der professionellen Wahrnehmung (Goodwin, 1994) berücksichtigt. Die Ziele sind:

- Theoretische Beschreibung von Planungsprozessen und Ergebnissen der Planung bezüglich des Umgangs mit Aufgaben.
- Entwicklung von geeigneten Instrumenten zur Erfassung eines professionellen Umgangs mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung.
- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen professionellem Wissen der Lehrkräfte, dem Prozess der Unterrichtsplanung und dem Ergebnis der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben.

Die Hauptstudie der Arbeit basiert auf einer qualitativen, explorativen Vorstudie, in der teilstandardisierte Interviews mit 17 Lehrkräften geführt wurden. Daraus konnten wesentliche Anforderungen in Bezug auf die Analyse und Auswahl von Aufgaben in der Unterrichtsplanung identifiziert werden. Darauf aufbauend wurde ein Instrument entwickelt mit dem Prozesse und Ergebnisse einer Unterrichtsplanung exemplarisch am Inhaltsbereich „Brüche“ erhoben werden können. Dieses Instrument wurde von $N = 119$ aktiven und zukünftigen Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe bearbeitet.

Die Ergebnisse der statistischen Analysen zeigen unter anderem, dass sich Lehrkräfte in der Art der für die Aufgabenwahl herangezogenen Merkmale sowie der Qualität der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial systematisch unterscheiden. Das professionelle Wissen einer Lehrkraft steht im Zusammenhang mit der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials. Eines der zentralen Resultate der Arbeit ist, dass die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials eine bedeutende Rolle für die letztendliche Aufgabenauswahl und die Vorbereitung der Aufgabenimplementation in der Unterrichtsplanung spielt. Dabei bleiben die Zusammenhänge der Aufgabenwahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials unter Kontrolle des professionellen Wissens bestehen. Dies deutet darauf hin, dass der Einfluss des fachlichen und fachdidaktischen Wissens auf das Ergebnis der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben zu einem gewissen Teil durch die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials erklärt werden kann.

Ein wesentliches Resultat der Arbeit ist die Entwicklung und Validierung von Instrumenten zur Beschreibung von aufgabenbezogenen Prozessen der Unterrichtsplanung.

Abstract

Instructional tasks are a central element in mathematics lessons and their preparation (Hiebert et al., 2003; Bromme, 1981). Instructional tasks that stimulate higher-order cognitive processes are considered one effective indicator for insightful learning processes. Indeed, it has been shown that the didactical quality of tasks, especially their potential for cognitive activation, predicts student learning (e.g. Baumert et al., 2010). But classroom practice shows that the potential of tasks is often low, tasks are frequently not used as intended and, therefore, parts of the task potential remain unused (Jordan et al., 2008; Stein & Lane, 1996). Thereby the question of teachers' professional competence in using tasks in a learning supportive way gains more and more importance. Two phases are decisive for a successful enacting of tasks: the lesson planning where instructional tasks are selected and their implementation is prepared and the task implementation. In contrast to the implementation phase during instruction, there are few studies concerning the enactment of tasks during lesson planning so far.

The central question of this work is how professional competence is manifested in the task-based lesson planning. Therefore, especially planning processes from the perspective of professional vision are considered (Goodwin, 1994) The objectives are:

- Theoretical description of processes and results of planning concerning the enactment of tasks.
- Development of suitable survey instruments for capturing a professional enactment of tasks in lesson planning.
- Analyses of the relationship between professional knowledge, the process of lesson planning and the results of task based lesson planning.

The main study of the work was based on a qualitative, explorative preliminary study where semi-standardised interviews with 17 teachers were conducted. Substantial requirements concerning the analyses and selection of tasks could be identified. On this basis an instrument was developed to capture processes and results of lesson planning in the exemplary selected topic of „fractions“. The instrument was completed by $N = 119$ active and future mathematics teachers.

The statistical analyses show that teachers differ in their task features used for explaining their task selection and the quality of the professional vision of task potential. There is a relationship between teachers' professional knowledge and the professional vision of task potential. One of the main results is that the professional vision of task potential is substantially relevant for the task selection and the preparation of the task implementation in lesson planning. This connection also remains under control of the

professional knowledge. This indicates that the influence of the content and pedagogical content knowledge on the result of the task based lesson planning can be explained - at least in part - by the professional vision of task potential.

A main result of this work is the development and validation of an instrument to describe task-based processes in lesson planning.

Inhalt

Einleitung	5
1. Qualitätsmerkmale von Mathematikunterricht	9
1.1. Lernen im Mathematikunterricht	9
1.2. Grunddimensionen der Unterrichtsqualität	11
1.2.1. Kognitive Aktivierung	12
1.2.2. Konstruktive Lernerunterstützung	13
1.2.3. Inhaltliche und strukturelle Klarheit	14
2. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften	15
2.1. Kompetenz - Begriff und Konstrukt	15
2.2. Professionelles Wissen	19
2.2.1. Aspekte des professionellen Wissens	19
2.2.2. Professionelles Wissen in der Kompetenzmessung von Mathematiklehrkräften	20
2.2.3. Professionelles Wissen und Berufserfahrung	26
2.3. Professionelle Wahrnehmung	27
2.3.1. Konstrukt und Komponenten der professionellen Wahrnehmung	27
2.3.2. Professionelle Wahrnehmung in der Kompetenzmessung	31
2.4. Zusammenfassung	34
3. Aufgaben im Mathematikunterricht	37
3.1. Rolle von Aufgaben für die Qualität von Mathematikunterricht	37
3.1.1. Aufgaben als Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht	37
3.1.2. Systeme zur Beschreibung von Aufgaben	43
3.1.3. Begriffsklärung Aufgabenpotenzial	49
3.1.4. Zusammenfassung	50
3.2. Aufgaben in der Unterrichtsplanung und Implementation	51
3.2.1. Aufgaben in der Unterrichtsplanung	51
3.2.2. Aufgaben in der Implementation	55
3.2.3. Modell zur Beziehung zwischen Planung und Implementation	56
3.2.4. Zusammenfassung und Desiderat	58
3.3. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften im Umgang mit Aufgaben	59
3.3.1. Anforderungen und Standards im Umgang mit Aufgaben im Mathematikunterricht	59
3.3.2. Umgang mit Aufgaben im Mathematikunterricht als Teil professioneller Kompetenz	63

3.3.3.	Aufgabenauswahl und -implementation in der bisherigen Kompetenzforschung	67
3.3.4.	Entwicklung professioneller Kompetenz im Umgang mit Aufgaben	70
3.4.	Zusammenfassung und Desiderat	74
4.	Modell und Ziele der Studie	77
4.1.	Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben	78
4.2.	Planungsprozess im Umgang mit Aufgaben und Operationalisierung	79
4.3.	Individuelle Voraussetzungen für die Unterrichtsplanung	83
4.4.	Zusammenfassung	84
5.	Explorative Vorstudie	87
5.1.	Fragestellungen	87
5.2.	Methode	88
5.2.1.	Stichprobe	88
5.2.2.	Design und Durchführung	89
5.2.3.	Erhebungsinstrumente	90
5.2.4.	Kodierung und Auswertung	90
5.3.	Ergebnisse	98
5.3.1.	Gewählte Aufgaben	98
5.3.2.	Begründungstyp	99
5.3.3.	Begründungsniveau	102
5.3.4.	Anordnung der Aufgaben	103
5.4.	Zusammenfassende Diskussion	105
6.	Hauptstudie	109
6.1.	Ziele und Fragestellungen	110
6.2.	Gütekriterien für die Entwicklung der Instrumente	113
6.3.	Überblick über die Instrumente	114
6.4.	Vorstellung der Instrumente	115
6.4.1.	Personenbezogene Daten	115
6.4.2.	Einführung	115
6.4.3.	Planungsprozess	116
6.4.4.	Planungsergebnisse	121
6.4.5.	Fachdidaktisches und fachliches Wissen	122
6.5.	Formale und organisatorische Entscheidungen	123
6.6.	Kodierung und Auswertung	128
6.6.1.	Planungsprozess	128
6.6.2.	Planungsergebnisse	133
6.6.3.	Pilotierung	136
6.6.4.	Fehlende Werte	136
6.7.	Stichprobe und Erhebungsdesign	136
7.	Statistische Methoden	139

8. Empirische Ergebnisse der Hauptstudie	142
8.1. Evaluation der Instrumente	142
8.1.1. Interraterreliabilitäten	142
8.1.2. Ergebnisse der Expertenbefragung	143
8.1.3. Deskriptive Beschreibung auf Itemniveau	143
8.1.4. Deskriptive Beschreibung der Skalen	153
8.1.5. Art der Begründung der Aufgabenauswahl	156
8.2. Unterschiedsanalysen	158
8.2.1. Begründungsprofile	158
8.2.2. Spezifische Unterschiedsanalysen	161
8.2.3. Validierungsuntersuchung	162
8.3. Zusammenhangsanalysen	164
8.3.1. Struktur der professionellen Wahrnehmung	164
8.3.2. Zusammenhänge zwischen den Konstrukten	166
9. Diskussion	175
9.1. Kritische Reflexion der Untersuchung	176
9.1.1. Gütekriterien	177
9.1.2. Grenzen der Erhebung	180
9.2. Zusammenfassende Diskussion der Ergebnisse	182
9.2.1. Professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial	183
9.2.2. Zusammenhänge zwischen den Konstrukten	187
9.2.3. Unterschiedsanalysen	190
9.2.4. Einordnung der Ergebnisse	192
9.3. Ausblick und Implikationen	193
9.3.1. Bedeutung für theoretische Modelle zu Lehrerkognitionen	193
9.3.2. Bedeutung für Lerngelegenheiten in der Lehrerausbildung	196
9.4. Resümee	199
Literatur	219
Abbildungsverzeichnis	222
Tabellenverzeichnis	224
Anhang	224
A. Zeitlicher Ablauf der durchgeführten Studien	226
B. Ergänzungen zur explorativen Vorstudie	227
C. Ergänzungen zur Hauptstudie	235

Einleitung

Aufgaben dominieren den Unterricht in Mathematik wie in keinem anderen Schulfach – Schülerinnen und Schüler verbringen 80% ihrer Zeit im Mathematikunterricht mit der Bearbeitung von Aufgaben (Baumert et al., 1997; Bromme, Seeger & Steinbring, 1990; Christiansen & Walther, 1986; Hiebert et al., 2003; Neubrand, 2002). Der Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben wird als zentral für die Konzeption wirksamen Mathematikunterrichts gesehen. Ein Prädiktor erfolgreicher Lernprozesse ist die didaktische Qualität von Aufgaben (Baumert et al., 2010; Stein & Lane, 1996). Nach Ergebnissen der PISA- und TIMSS-Studien weisen deutsche Schüler im internationalen Vergleich deutliche Defizite im Bereich Mathematik, insbesondere beim Lösen komplexer Aufgaben, auf (Baumert et al., 1997; Prenzel, Rost, Senkbeil, Häußler & Klopp, 2001). Eine der vielfältigen Ursachen dafür wird im Unterricht und dessen Planung gesehen: Blickt man in die Unterrichtspraxis, wird deutlich, dass der Umgang mit Aufgaben im Unterricht eine Herausforderung für Lehrkräfte darstellt. Das allgemeine Anforderungspotenzial der gewählten Aufgaben ist häufig niedrig (Jordan et al., 2008) und wenn kognitiv anregende Aufgaben eingesetzt werden, erfolgt oft keine Umsetzung der Aufgaben in kognitiv hochwertige Bearbeitungsprozesse (Stein & Lane, 1996). Konsequenzen der Leistungsvergleichsstudien waren unterschiedliche Maßnahmen, um die Unterrichtssituation zu verbessern. Insbesondere wurden Bemühungen unternommen, die bestehende *Aufgabenkultur* mit einem Fokus auf Lernaufgaben weiterzuentwickeln. Diesbezüglich finden sich bereits verschiedene Anregungen in der Lehramtsausbildung (Bruder, Leuders & Büchter, 2008; Büchter & Leuders, 2007; Ulm, 2008). Dabei geht es nicht allein darum, neuartige Aufgaben zu entwickeln, sondern auch eine neue Sicht auf Aufgaben zu initiieren. In diesem Zusammenhang wird die Frage aufgeworfen, welche Kompetenzen Lehrkräfte benötigen, um die Anforderungen im Umgang mit Aufgaben bewältigen zu können. Werden diese Kompetenzen angehenden Lehrkräften in der Ausbildung vermittelt, beziehungsweise besteht ein Zusammenhang mit dem tatsächlichen Handeln?

Für einen erfolgreichen Umgang mit Aufgaben sind in erster Linie zwei Phasen entscheidend: Zum einen die Unterrichtsplanung, in der zum Beispiel die Aufgaben ausgewählt werden und zum anderen die Umsetzung der Aufgaben im Unterricht. Die Unterrichtsplanung und im Speziellen der Umgang mit Aufgaben, wird als bedeutender Einflussfaktor der Aufgabenimplementation beschrieben und gilt als wesentlich für die Gestaltung erfolgreicher Lernprozesse. Zur Aufgabenimplementation im Unterricht finden sich zahlreiche Untersuchungen (z. B. Jordan et al., 2008; Stein, Grover & Henningsen, 1996; Stigler & Hiebert, 2004; Hiebert et al., 2003). Umso verwunderlicher ist es, dass bislang wenige Studien zum konkreten Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung vorliegen (Bromme, 1981). Die Aufgabenauswahl ist vom fachdidaktischen

Wissen abhängig (Baumert et al., 2010), bislang ist aber unklar, welche Planungsprozesse eine aus fachdidaktisch-normativer Sicht geeignete Aufgabenauswahl beeinflussen. Zusammenfassend gewinnt die Frage nach der professionellen Kompetenz von Lehrkräften, Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu analysieren, für den Unterricht auszuwählen und deren Implementation vorzubereiten, an besonderer Bedeutung.

In der vorliegenden Arbeit wird diese Forschungslücke aufgegriffen. Dabei wird der Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung als wesentlicher Teil der professionellen Kompetenz einer Mathematiklehrkraft fokussiert. Dementsprechend ist die zentrale Fragestellung, wie sich professionelle Kompetenz im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung äußert. Dazu werden Prozesse, die die Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben beeinflussen, theoretisch beschrieben und empirisch untersucht. Als wichtiges Element des Planungsprozesses wird die professionelle Wahrnehmung von Aufgabepotenzial angenommen. Es wird vermutet, dass allein die Auswahl einer bestimmten Aufgabe mit hohem Potenzial nicht ausreichend für einen lernförderlichen Umgang mit Aufgaben ist – das Potenzial einer Aufgabe muss auch wahrgenommen werden. Außerdem werden Zusammenhänge der aufgabenbezogenen Planungsprozesse mit Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben sowie dem professionellen Wissen von Lehrkräften berücksichtigt.

Als wesentliche Ziele dieser Arbeit können folglich formuliert werden:

- Theoretische Beschreibung von Prozessen einer aufgabenbezogenen Unterrichtsplanung, insbesondere aus der Perspektive professioneller Wahrnehmung
- Entwicklung geeigneter Instrumente zur Erfassung von Planungsprozessen und Ergebnissen der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben
- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Voraussetzungen, dem Prozess und dem Ergebnis der Unterrichtsplanung

Mit der Verfolgung dieser Ziele ordnet sich die Arbeit in das Gebiet der Forschung zur Lehrerprofessionalität ein. Die Thematik der professionellen Kompetenz von Lehrkräften ist – und das nicht erst seit kurzem – ein aktueller Bereich in der Bildungsforschung (Shulman, 1986). In verschiedenen Studien wird die erfolgreiche Bewältigung spezifischer Anforderungen und Situationen als ein Maß für die Kompetenz angenommen. Indikator für die professionelle Kompetenz von Lehrkräften ist in der vorliegenden Arbeit neben dem professionellen Wissen auch die Bewältigung handlungsorientierter Anforderungen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung (vgl. Knievel, Lindmeier & Heinze, 2015; Lindmeier, 2011). Dieser kriterielle Ansatz wird in der vorliegenden Arbeit ergänzt, indem der Frage nachgegangen wird, welche *Prozesse* die Ressourcen einer Lehrkraft (zum Beispiel ihr professionelles Wissen) mit dem beobachtbaren Verhalten verbinden (vgl. Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015). Die Analyse der Prozesse zwischen den Ressourcen einer Lehrkraft und ihrem beobachtbaren Verhalten kann eine umfassende Beurteilung und ein ganzheitliches Verständnis des latenten Kompetenzkonstrukts ermöglichen – mehr als die reine Betrachtung der Ressourcen, die zur Bewältigung der kompetenzdefinierenden Anforderungen und Situationen beitragen. Damit

kann ein bedeutender Beitrag zur Lehrerkompetenzforschung geleistet und Ideen für die Konzeptualisierung von Lehrerausbildung und Fortbildung generiert werden.

Im Folgenden wird der Aufbau der Arbeit vorgestellt, um einen Überblick zu verschaffen, wie die obengenannten Ziele erreicht werden sollen.

Eine Grundannahme dieser Arbeit besteht darin, dass professioneller Umgang mit Aufgaben den Lernprozess, welcher durch die Aufgaben angeregt werden kann, bestmöglich unterstützt. Dem liegt eine theoretische Konzeption von Lernen zugrunde. Außerdem konnten Merkmale im Unterrichtskontext identifiziert werden, die den Lernprozess unterstützen können (Kapitel 1).

Professionelle Kompetenz von Lehrkräften ist ein zentraler Faktor für den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler. Um die professionelle Kompetenz von Lehrkräften im Umgang mit Aufgaben theoretisch beschreiben zu können, wird das Kompetenzkonstrukt geklärt und die vorliegende Arbeit in vorhandene Ansätze zur Beschreibung von Kompetenz eingeordnet. Dabei ist besonders die kognitive Komponente professioneller Kompetenz von Interesse. Aus diesem Grund wird genauer auf das professionelle Wissen und die professionelle Wahrnehmung von Lehrkräften eingegangen. Um den professionellen Umgang mit Aufgaben nicht nur theoretisch abzuhandeln, sondern auch in den aktuellen empirischen Forschungsstand einordnen zu können, werden zentrale Studien vorgestellt, die professionelle Wissens- und Kompetenzkomponenten von Lehrkräften theoretisch modelliert und empirisch geprüft haben (Kapitel 2).

Anschließend an diese theoretischen Grundlegungen wird auf Aufgaben im Mathematikunterricht eingegangen. Aufgaben sind wichtige Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht und haben eine zentrale Bedeutung für den Lernprozess. Diese Bedeutung zeigt sich insbesondere, wenn man den Einfluss von Aufgaben auf die Grunddimensionen von Unterrichtsqualität aufzeigt. Um den Zusammenhang von Aufgaben mit dem Lernprozess systematisch zu beschreiben und zu untersuchen, wurden in verschiedenen Arbeiten Anstrengungen unternommen, Aufgaben nach unterschiedlichen Kriterien zu kategorisieren. In der vorliegenden Arbeit werden diese Ansätze integriert und eine der Arbeit zugrundeliegende Definition des Begriffs Aufgabenpotenzial entwickelt. Um die Relevanz von Aufgaben für den Mathematikunterricht aufzuzeigen, wird die theoretische und praktische Bedeutung von Aufgaben für die Unterrichtsplanung und -durchführung herausgearbeitet. Verschiedene Ergebnisse aus der Unterrichtspraxis deuten darauf hin, dass das Aufgabenpotenzial von Lehrkräften nicht optimal genutzt wird.

Angesichts dieser Problematik gewinnt die Frage nach der professionellen Kompetenz von Lehrkräften, mit Aufgaben umzugehen an besonderer Bedeutung. Vor allem im Bereich der Unterrichtsplanung, bei der Aufgaben eine zentrale Rolle spielen, gibt es dazu bisher nur wenige Untersuchungen. Zur Beschreibung und Erfassung der professionellen Kompetenz von Lehrkräften im Umgang mit Aufgaben ist es notwendig, die Anforderungen im Umgang mit Aufgaben zu kennen. Es stellt sich die Frage, welche Prozesse zur Bewältigung solcher Anforderungen, insbesondere in der Unterrichtsplanung, beitragen und welche individuellen Voraussetzungen der Lehrkraft dafür notwendig sind. Der Forschungsstand zum Umgang mit Aufgaben als Teil professioneller Kompetenz von Lehrkräften wird herausgearbeitet, damit diese bisher offene Frage besser eingeordnet werden kann. Es werden Ansätze zur Klärung der Frage, welche Faktoren und Prozes-

se den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung eine Rolle spielen, abgeleitet (Kapitel 3).

Die bisherigen Überlegungen werden in ein Modell integriert. Dieses Modell stellt den Rahmen der Arbeit dar und beschreibt die in der Arbeit untersuchten Konstrukte: individuelle Voraussetzungen der Lehrkräfte, Planungsprozess und Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben. Das Konstrukt der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial wird als zentrales Element des Planungsprozesses und als Bedingung für erfolgreiche Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben angenommen. Zusammenfassend werden in Kapitel 4 die Annahmen zu den Zusammenhängen zwischen den Konstrukten begründet und die Forschungsdesiderate abgeleitet.

Der praktische Teil der Arbeit ist in zwei Teile gegliedert – die explorative Vorstudie und die Hauptstudie. In der explorativen Vorstudie wurden mit siebzehn Lehrkräften Interviews zu deren Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung geführt. Ein wesentliches Ziel ist die Identifizierung von Anforderungen und Prozessen im Umgang mit Aufgaben in der Planungsphase. Mit dem explorativen Ansatz ist es möglich, das Forschungsfeld abzustecken, erste Eindrücke zum Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu gewinnen und Ideen für die sich anschließende Hauptstudie der Arbeit zu generieren. Die Ergebnisse der Interviewstudie sind die Grundlage für die Entwicklung des Instruments für die Hauptstudie (Kapitel 5).

Die Hauptstudie – von der Forschungsmethodik quantitativ ausgerichtet – hat die Entwicklung geeigneter Instrumente zur Erfassung von Planungsprozessen und Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben zum Ziel. In Kapitel 6 wird die Methodik der Hauptstudie ausführlich beschrieben. Außerdem folgt in Kapitel 7 eine Vorstellung der für die Auswertung der Daten herangezogenen statistischen Methoden.

In Kapitel 8 werden die Ergebnisse der Hauptstudie präsentiert. Der Evaluierung der Instrumente dienen Item- und Skalenanalysen, welche durch deskriptive Analysen ergänzt werden. Des Weiteren werden Unterschiedsanalysen bezüglich der untersuchten Skalen dargestellt. Kern der Ergebnisse der Hauptstudie bildet der letzte Teil, in dem die angenommenen Zusammenhänge zwischen individuellen Voraussetzungen der Lehrkraft, dem Planungsprozess und den Planungsergebnissen mit linearen Regressionen empirisch überprüft werden.

Abschließend erfolgt eine Einordnung, Zusammenfassung und Diskussion der zentralen Ergebnisse der Arbeit auf Basis theoretischer Grundlagen. Nachdem auf Einschränkungen und Grenzen der Studie eingegangen wurde, werden aus den Ergebnissen der Arbeit Implikationen abgeleitet. Dieser Ausblick umfasst mögliche Konsequenzen für theoretische Modelle zu Lehrerkognitionen und Lerngelegenheiten in der Lehrerbildung (Kapitel 9).

Teile der Dissertation wurden in folgenden Vorveröffentlichungen publiziert: Weideneder und Ufer (2013), Hammer und Ufer (2015). Der Anteil des Koautors beschränkte sich bei dem Konferenzbeitrag (Weideneder & Ufer, 2013) auf die Beratung zur Konzeption der Studie sowie zur Strukturierung des Beitrags. Beim Buchbeitrag (Hammer & Ufer, 2015) gab der Betreuer Rückmeldungen zum Aufbau des Textes und brachte Beispiele ein, die in der Dissertation nicht enthalten sind.

1. Qualitätsmerkmale von Mathematikunterricht als Bedingung verständnisvoller Lernprozesse

Überblick *Dieser Abschnitt beginnt mit der Vorstellung einer der Arbeit zugrundeliegenden theoretischen Konzeption von Lernen, die die Basis für die Entwicklung von Qualitätsmerkmalen von Unterricht darstellt (1.1). Es wird geklärt, was man unter Lernen versteht, und darauf eingegangen, wie dieses bestmöglich im Unterricht stattfinden kann. Dazu werden drei Grunddimensionen der Unterrichtsqualität dargestellt: die Unterrichts- und Klassenführung, die konstruktive Lernerunterstützung und die kognitive Aktivierung (1.2).*

1.1. Lernen im Mathematikunterricht

Zu Beginn der Auseinandersetzung mit dem Thema Unterrichtsqualität oder der Frage nach der Wirksamkeit verschiedener Merkmale von Unterricht (wie z. B. Lehrperson, Kontextfaktoren, Unterrichtsmethoden, Material, etc.) wird das zugrundeliegende Konzept von Lernen vorgestellt. Dieses hat sich vor allem in den letzten beiden Jahrhunderten stark entwickelt (Aebli, 1993; Bandura, 1976; Bruner, Oliver & Greenfield, 1988; Dewey, 1933; Piaget, 1928; Thorndike, 1913; Vygotsky, 1978a; Watzlawick, 1995). Mittlerweile herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass Lernen ausgehend von einer kognitiv-konstruktivistischen Sichtweise, ein aktiver, individueller, kumulativer mentaler Prozess ist, der charakterisiert wird durch eine eigenständige Wissenskonstruktion, die in der Interaktion im sozialen Kontext erfolgt und abhängig vom jeweils spezifischen Vorwissen des Lernenden ist. Ergebnis eines erfolgreichen, also verständnisvollen Lernprozesses ist die Entwicklung von konzeptuellem Wissen, wozu die Veränderung, Ergänzung und Vernetzung vorhandener Wissensstrukturen, Fertigkeiten und Fähigkeiten gehören. Die Entwicklung verständnisvollen Wissens wird insbesondere durch motivationale Aspekte beeinflusst (zusammenfassend bei Baumert & Köller, 2000).

Lernprozesse können nicht von außen gesteuert, sondern nur angeregt werden. Diese Forschungsperspektive wird für den Unterrichtskontext im Angebot-Nutzungs-Modell von Helmke (2009) verdeutlicht (Abbildung 1.1). Es wird davon ausgegangen, dass Unterricht ein Angebot darstellt, welches auf geeignete Weise genutzt werden muss, wenn bestimmte Wirkungen, wie z. B. der Aufbau konzeptuellen Wissens, im Lernprozess re-

Strukturen zu bilden. [...] Sodann muss das aufgebaute Wissen flexibilisiert werden; zentral dabei ist das Herausarbeiten der Struktur beim operativen Durcharbeiten. [...] Ebenso sind für diese Phase im Lehr-Lernprozess Unterrichtssequenzen des Austauschs und der Systematisierung zentral. Verschiedene Sichtweisen und Lösungswege sollten besprochen, reflektiert und verglichen werden. Die Konsolidierung des Wissens erfolgt im Zuge verschiedener Übungsphasen. Darauf folgt die Anwendung des Wissens auf neue Kontexte, in welchen ein konkreter Lösungsweg aufgrund des erlangten Wissens selbst entwickelt werden muss.“

Ergänzend zu Aebli wird dabei die Interaktion während des Lernprozesses und die Systematisierung des Lerninhalts herausgearbeitet.

1.2. Grunddimensionen der Unterrichtsqualität

Die Frage ist, welche Lerngelegenheiten im Unterrichtsangebot zu einem optimalen Lernprozess führen. Die lernwirksamen Merkmale der Unterrichtsqualität, also diejenigen, die einen Verstehensaufbau der Lernenden fördern, bezeichnet man als Gelegenheitsstruktur oder Tiefenstruktur. Sie hängen, im Gegensatz zu Merkmalen der Oberflächenstruktur, wie beispielsweise die Methodenvariation oder unterschiedliche Sozialformen, vorrangig mit einem verständnisvollen Lernprozess zusammen, wozu es immer mehr empirische Belege gibt (Messner & Reusser, 2006; Reusser, 2006, 2009).

Es herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass sich qualitativ hochwertiger Unterricht mit verständnisvollen Lernprozessen nicht durch „die“ Methode herbeiführen lässt, sondern durch die „Orchestrierung unterschiedlicher didaktischer Strategien und methodischer Grundformen [entsteht]“ (Baumert & Köller, 2000, S. 271)¹. Nichtsdestotrotz lassen sich übergreifende Grunddimensionen von Unterrichtsqualität beschreiben und ihre Wirkung auf Lernprozesse empirisch nachweisen (Brophy & Good, 1986; Einsiedler, 1997; Gruehn, 2000; Helmke, 2009):

- effektiver Umgang mit Störungen (möglichst präventiv),
- angemessenes Unterrichtstempo, Time on Task,
- Regelklarheit,
- Klarheit und Strukturiertheit der Darbietung des Stoffes,
- Strukturierungshilfen,

sowie

- flexibler Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen und Lernfortschritten und
- Qualität der zwischenmenschlichen Beziehungen

¹Vergleiche auch Aebli (1983), Oser und Patry (1990)

Die aus der allgemeinen Unterrichtsforschung entwickelten Merkmale beschreiben organisiertes und strukturiertes Handeln der Lehrkraft („Classroom Management“), sowie motivationale und affektive Prozesse, die sich am Lernenden orientieren. Diese gelten als Voraussetzung für einen Unterricht, der erfolgreiche Lernprozesse ermöglichen soll. Die Merkmale beschreiben aber eher Unterrichtsprozesse als Lernprozesse (Baumert & Köller, 2000). Aufbauend auf der kognitivistisch-konstruktiven Sicht des Lernens wird eine didaktisch konzipierte Qualitätsdimension ergänzt, welche diejenigen Merkmale des Unterrichts erfassen soll, die das verständnisvolle *fachliche* Lernen fördern (siehe auch Kunter, Brunner & Baumert, 2005). Diese Dimension wird als „kognitive Aktivierung“ bezeichnet.

1.2.1. Kognitive Aktivierung

Lerngelegenheiten, die Lernende zu anspruchsvollen Denkprozessen anregen, werden unter den Begriff *kognitive Aktivierung* gefasst (Klieme, Lipowsky, Rakoczy & Ratzka, 2006). Es wird davon ausgegangen, dass eine fachliche und vertiefte, bewusste Auseinandersetzung mit dem Lerninhalt die Entwicklung einer elaborierten Wissensbasis ermöglicht.

Da kognitive Prozesse nicht direkt beobachtbar sind, wurden Indikatoren identifiziert, die das Niveau der im Unterricht ablaufenden kognitiven Aktivitäten beschreiben (Kersting, Givvin, Thompson, Santagata & Stigler, 2012; Klieme, Schümer & Knoll, 2001; Kunter et al., 2005; Lipowsky et al., 2009). Kognitiv aktivierende Elemente erfordern anspruchsvolle Tätigkeiten auf hohem kognitiven Niveau. Dazu zählen herausfordernde kognitive Prozesse wie Argumentationen, die Entwicklung mehrerer Lösungswege oder deren Reflexion beziehungsweise Beurteilung. Teilmerkmale dieser Unterrichtsqualitätsdimension sind auch Tätigkeiten, in denen eigene Lösungswege, bisherige Vorgehensweisen und Vorstellungen kritisch hinterfragt und überprüft oder verschiedene mathematische Konzepte vernetzt werden. Von zentraler Bedeutung, um kognitive Aktivierung zu fördern, ist außerdem ein Bezug zum Vorwissen herzustellen. Das Anknüpfen an vorhandenes Wissen oder Vorstellungen ist im Sinne einer konstruktiven und kumulativen Sicht von Lernen entscheidend für einen eigenständigen Wissensaufbau. Sowohl die Aktivierung von Vorwissen, als auch kognitive Konflikte fordern die Lernenden kognitiv heraus und ermöglichen es vorhandene Wissensnetze umzustrukturieren und zu erweitern.

Auch die Exploration von Denkprozessen, wenn zum Beispiel Begründungen eingefordert werden, oder die Lernenden ermutigt werden, eigene Ideen oder Lösungen zu erklären, vorzustellen und zu diskutieren, sind Aktivitäten im Mathematikunterricht, durch die die Lehrkraft Denkprozesse auf hohem Niveau anregen kann.

Zur empirischen Untersuchung der Qualitätsdimension im Unterricht wurden vielfältige methodische Ansätze gewählt, wie z. B. hoch-inferente Ratings von Unterrichtsvideos (Hugener et al., 2006; Stigler, Gonzales, Kwanaka, Knoll & Serrano, 1999). Kognitiv aktivierende Elemente werden meist an Aufgaben und deren Implementation festgemacht. Also an Aufgaben, die anspruchsvolle Tätigkeiten auf hohem kognitiven Niveau erfordern. Demgegenüber sind das Lösen von Standardaufgaben mit bekannten Verfahren,

oder von vielen Aufgaben mit niedrigem Niveau, Tätigkeiten mit niedrigem kognitiven Niveau (Lipowsky et al., 2009; Stein & Lane, 1996). Abgrenzend geht es bei der kognitiven Aktivierung nicht per se um die Aktivität auf der Handlungsebene an sich. Mayer (2004, S. 17) gibt hierzu eine differenzierte Darstellung:

„Activity may help promote meaningful learning, but instead of behavioral activity per se (e.g. , hands-on activity, discussion, and free exploration), the kind of activity that really promotes meaningful learning is cognitive activity (e.g. , selecting, organizing, and integrating knowledge). [...] Methods that rely on doing or discussing should be judged not on how much doing or discussing is involved but rather on the degree to which they promote appropriate cognitive processing.“

1.2.2. Konstruktive Lernerunterstützung

Es ist plausibel, dass eine alleinige Förderung der inhaltsbezogenen kognitiven Aktivitäten, um Lernprozesse zu unterstützen, nicht ausreichend ist. Neben der fachlich orientierten Aktivierung ist für Lernprozesse auch ein unterstützendes Unterrichtsklima Voraussetzung und bedeutend, um die kognitive Aktivierung aufrechtzuerhalten (Hidi, 1990; Hidi & Renninger, 2006; Köller, Baumert & Schnabel, 2001; Pekrun, 2006; Pintrich, Marx & Boyle, 1993; Stankov, Lee, Luo & Hogan, 2012; Turner et al., 1998). Dazu zählen motivationale und emotionale Unterrichtsmerkmale. Die Motivationsmerkmale werden meist auf die Selbstbestimmungstheorie von Deci (1985) zurückgeführt. Deci (1985) geht davon aus, dass die Motivation der Lernenden gesteigert werden kann, wenn sie in ihrem Streben nach Autonomie, Kompetenzerleben und sozialer Eingebundenheit gefördert werden. Werden jene Aspekte erfolgreich unterstützt, geht dies der Theorie nach mit einem positiven emotionalem Erleben einher. Zu den Indikatoren eines unterstützenden Unterrichtsklimas zählen ein respektvoller, fürsorglicher und wertschätzender Umgang zwischen der Lehrkraft und den Lernenden, das Geben konstruktiver Rückmeldungen und eine positive Fehlerkultur (vgl. Ufer et al., 2015).

Wie die Vielfältigkeit der genutzten Begrifflichkeiten (Unterstützendes Unterrichtsklima, Schülerorientierung, Motivationsunterstützung und konstruktive Lernerunterstützung) zeigt, ist eine klare Fassung des Konstrukts in der Unterrichtsforschung noch nicht abschließend erreicht (Helmke, 2009; Hugener et al., 2006; Klieme et al., 2001; Klieme et al., 2006; Lipowsky et al., 2009; Ufer et al., 2015). Es ist somit nicht verwunderlich, dass die Forschungsbefunde zum Einfluss eines unterstützenden Unterrichtsklimas auf den Lernerfolg divers sind, da sich aus der nicht eng fokussierten Konstruktbeschreibung unterschiedliche Operationalisierungen ergeben. Ergebnisse einer Untersuchung von Goodenow (1993) mit 353 Mittelstufenschülerinnen und -schülern zeigen einen positiven Zusammenhang zwischen Zugehörigkeitsgefühl und zwischenmenschlichen Beziehungen mit der Unterstützung von Lernmotivation und Lernerfolg. Wohingegen andere Studien keine direkten Effekte nachweisen (Baumert & Kunter, 2011b; Weinert, 1997). Trotz der uneinheitlichen Ergebnisse geht man davon aus, dass sich ein unterstützendes Unterrichtsklima positiv auf die Motivation der Lernenden auswirkt. Außerdem wird

angenommen, dass ein unterstützendes Unterrichtsklima den Zusammenhang zwischen Interesse und Lernerfolg moderiert (Lipowsky et al., 2009; Wentzel, 1997).

In der vorliegenden Arbeit wird aus den verschiedenen Bezeichnungen der Begriff *konstruktive Lernerunterstützung* gewählt, welcher als Teil des unterstützenden Unterrichtsklimas aufgefasst wird (Ufer et al., 2015) und die für die Arbeit relevanten Merkmale begrifflich am besten fasst.

1.2.3. Inhaltliche und strukturelle Klarheit

Die inhaltliche und strukturelle Klarheit des Unterrichts ist Teil der Unterrichts- und Klassenführung und eine Ergänzung des eher am Unterrichtsprozess orientierten Unterrichtsmanagements (Klieme et al., 2001). Sie ist im Gegensatz dazu gekennzeichnet durch inhaltliche und strukturelle Unterrichtsmerkmale, die als notwendige Voraussetzung für erfolgreiche Lernprozesse gelten (Krapp, 2002b, 2002a). Helmke und Weinert (1997) zeigten einen Zusammenhang der inhaltlichen und strukturellen Klarheit mit dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler auf.

Charakterisierend für eine inhaltliche und strukturelle Klarheit des Unterrichts ist insbesondere die Zielorientierung (Seidel, Rimmel & Prenzel, 2005; Seidel et al., 2006): Dazu gehört eine Orientierung an Lehr- und Lernzielen sowie eine klare und transparente Kommunikation dieser Ziele. Bedeutend ist, dass die Ziele, der zu vermittelnde Inhalt und die dafür verwendeten Methoden in sich und untereinander schlüssig (kohärent) sind (Meyer, 2004). Ein weiteres wesentliches Merkmal stellt ein strukturierter Unterrichtsverlauf dar. Die Struktur sollte eine Wissensvermittlung auf eine Art und Weise ermöglichen, dass eine gut organisierte Wissensbasis aufgebaut werden kann (Helmke, 2007). Indikatoren dafür sind angebotene Überblicke oder Zusammenfassungen über den Unterrichtsinhalt sowie Advance Organizers (Ausubel, Novak & Hanesian, 1968; Brophy & Good, 1986). Eine inhaltliche Klarheit umfasst neben einem Fokus auf zentrale und relevante Ideen des Unterrichtsthemas außerdem deren verständliche und kohärente Darstellung. Dazu gehört auch die fachliche Korrektheit des mathematischen Inhalts (Helmke, 2007; Ufer et al., 2015).

Zusammenfassung Lernen wird als aktiver, kognitiv-konstruktiver Prozess gesehen. Mit theoretischen und empirischen Ansätzen werden drei Dimensionen von Unterricht identifiziert, die Lerngelegenheiten und einen optimalen Lernprozess fördern. Sie gelten als Grunddimensionen der Unterrichtsqualität: die kognitive Aktivierung, die konstruktive Lernerunterstützung und die Unterrichts- und Klassenführung (vor allem inhaltliche und strukturelle Klarheit). Zentrale Bedeutung hat die Dimension der kognitiven Aktivierung, da vor allem diese im Zusammenhang mit einem vertieften konzeptuellen Verständnis steht.

2. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften

Überblick *Wie in Kapitel 1 dargestellt wurde, gilt neben der Unterrichtsgestaltung insbesondere die Lehrkraft als zentraler Faktor für den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler (Helmke, 2009). Dabei wirken sich Lehrkraftmerkmale auf die Qualität von Unterricht und darüber auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler aus (vgl. Abbildung 1.1). Verschiedene theoretische und empirische Arbeiten beschäftigen sich in diesem Zusammenhang mit der Konzeptualisierung und Erfassung der Professionalität von Lehrkräften. Bevor in diesem Kapitel ein Überblick über den aktuellen Forschungsstand mit zentralen Studien vorgestellt wird, die professionelle Kompetenzkomponenten von Lehrkräften theoretisch modelliert und empirisch geprüft haben (2.2.2), wird zu Beginn der Begriff der professionellen Kompetenz geklärt (2.1 und 2.2).*

2.1. Kompetenz - Begriff und Konstrukt

Schwerpunkte der Diskussionen der empirischen Bildungsforschung sind das professionelle Handeln und die damit verbundenen Kognitionen von Lehrkräften. Im Zusammenhang mit der Konzeptualisierung der Kognitionen von Lehrkräften findet man oft den Begriff der *Kompetenz*. Dieser wird von Weinert (1999, S. 14) in einem Gutachten für die OECD präzisiert, wobei er zwischen verschiedenen Begriffsvarianten differenziert:

- „Competence may be understood as intellectual abilities, that is, an individual’s general cognitive resources for mastering challenging tasks across different contents, acquiring necessary knowledge, and achieving high performance. [...]
- A second approach to the conceptual meaning of competence begins with the different classes of specific demands, expectations and performance criteria in the environment and classifies those cognitive abilities, skills, knowledge, strategies and routines necessary for mastering them as cognitive competencies. Competence in this approach is a specific performance disposition.
- In a third conceptual approach, competence is defined in terms of motivation, not cognition. This approach is concerned with competencies as the subjective estimation of personal performance resources and related motivational action tendencies, rather than as the availability of sufficient cognitive dispositions for actual performance.

- The concept of action competence systematically combines constructs of the cognitive and motivational approach related to the goals, demands and tasks of a particular action context (e.g., a profession).
- Key competencies are those competencies that can be used for attaining good performance across a wide variety of different situations. These include language (native and foreign) skills, mathematical skills and abilities, media skills, and those skills included in a general basic education.
- Metacompetencies make the acquisition of new competencies and the use of available competencies more adaptive and efficient. They refer to knowledge, motivational attributions, and volitional skills that allow cognitive resources to be used most efficiently across different tasks, in different content areas, and for different purposes.“

Angesichts pragmatischer Gesichtspunkte empfiehlt Weinert (1999) eine Beschränkung auf den zweiten dargestellten Kompetenzbegriff. Kompetenzen gelten folglich als „kontextspezifische kognitive Leistungsdispositionen“ (Hartig & Klieme, 2006, S. 129). In späteren Arbeiten erweitert Weinert (2001, S. 27) den Begriff der Kompetenzen wieder und definiert sie als „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösung in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“ Auf diese Definition beziehen sich in Deutschland viele Kompetenzmodelle sowie die Bildungsstandards (Klieme, 2004).

Bei Shavelson (2010, S. 44) findet man eine zu Weinert vergleichbare Begriffsklärung: „Competence (1) is a physical or intellectual ability, skill or both; (2) is a performance capacity to do as well as to know; (3) is carried out under standardized conditions; (4) is judged by some level or standard of performance as 'adequate,' 'sufficient', 'proper', 'suitable' or 'qualified'; (5) can be improved; (6) draws upon an underlying complex ability; and (7) needs to be observed in real-life situations.“ Auch in dieser Arbeit wird Kompetenz als erlernbar und durch bewusste Förderung verbesserbar betrachtet.

Hartig und Klieme (2006, S. 131) fassen konzeptuelle Charakteristika des Kompetenzbegriffs zusammen, sie schließen dabei den motivationalen Aspekt aus:

- Kompetenzen werden kontextualisiert betrachtet, das heißt als Fähigkeiten, die sich auf die Bewältigung spezifischer Situationen und Anforderungen beziehen.
- Kompetenzen sind erlernbar. Sie werden durch Erfahrung mit den spezifischen Anforderungen und Situationen erworben.

Kompetenzen sind mit der Bewältigung spezifischer Situationen und Anforderungen verknüpft. Will man spezifische Kompetenzen definieren, bedarf es folglich einer Analyse der zu bewältigenden Anforderungen, die Informationen darüber liefern, inwieweit die Kompetenz bei einer Person ausgeprägt ist. Darüber hinaus ist es notwendig, Kriterien zu bestimmen, die Auskunft darüber geben, ob und inwieweit die Anforderungen erfolgreich bewältigt werden.

Es werden im Forschungsdiskurs zwei gegensätzliche Vorstellungen von Kompetenzen diskutiert (Blömeke et al., 2015). Die *behavioriale* Auffassung von Kompetenz geht davon aus, dass sich Kompetenz in der Bewältigung einer Situation oder Anforderung zeigt. Kompetenz *ist* demnach erfolgreiche Performanz in der Situation. Demgegenüber steht die *dispositionale* Perspektive, die Kompetenz als latente Disposition sieht, die eine erfolgreiche Bewältigung der Anforderungen ermöglicht. Das Verhalten in einer spezifischen Situation wird dabei als Kriterium betrachtet, mit dessen Hilfe beispielsweise Kognitionen als Maß der Kompetenz validiert werden. Blömeke et al. (2015) schlagen in diesem Zusammenhang vor, Kompetenz als latente Disposition und die Bewältigung der Anforderungen und Situationen als *Indikator* für die Kompetenz zu betrachten. Die vorliegende Arbeit wird den dispositionalen sowie den erweiterten Ansatz von Blömeke et al. (2015) verfolgen.

Folgt man dem dispositionalen Ansatz, beziehen sich Kompetenzen auf Ressourcen zur Bewältigung bestimmter Anforderungen und Situationen. Bezüglich der professionellen Kompetenz von *Lehrkräften* stellt sich dabei die zentrale Frage, welche Ressourcen eine Lehrkraft haben oder bewusst entwickeln muss, um Unterricht erfolgreich umzusetzen, also um zum Beispiel Lerngelegenheiten aus mathematischen Inhalten zu gestalten. Es wurden theoretische Modelle zur Beschreibung des latenten Konstrukts der professionellen Kompetenz von Lehrkräften entwickelt, die davon ausgehen, dass der Bewältigung professioneller Anforderungen des Lehrberufs latente Ressourcen zugrunde liegen. Zu diesen Ressourcen zählen kognitive sowie affektiv-motivationale Komponenten. In Auseinandersetzungen mit Lehrerkognitionen finden sich viele fachspezifische Zugänge, die sich vorwiegend auf das professionelle Wissen einer Lehrkraft konzentrieren. Eine stärker an handlungsnahen, situationsspezifischen Anforderungen orientierte Forschungsrichtung ergänzt die Wissenskomponenten um umfassendere fachspezifische Kompetenzkomponenten.

Kompetenz als Kontinuum In verschiedenen Kompetenzmodellen wird Kompetenz als latentes Konstrukt angenommen (s. a. Abschnitt 2.2.2). Die erfolgreiche Bewältigung spezifischer Anforderungen und Situationen gilt als Maß beziehungsweise Indikator für die Kompetenz. Kompetenz beinhaltet dabei insbesondere kognitive Ressourcen (z. B. Wissen). Dieser kriterielle Ansatz (das *Ganze* ist die *Summe* seiner einzelnen Bestandteile, die für kompetentes Verhalten notwendig sind) wird in der Literatur durch andere theoretische Ideen ergänzt, die zu einem erweiterten Verständnis über Kompetenzen beitragen können (Blömeke et al., 2015). Es wird angenommen, dass „sich die handlungsleitende Funktion des professionellen Wissens nicht immer als direkte Wirkung einzelner Wissenskomponenten auf einzelne Lehrerhandlungen nachweisen lässt, sondern auch andere, eher indirekte Formen des Zusammenhangs von Lehrerwissen und Lehrerhandeln (und letztlich der Schülerleistung) berücksichtigt werden müssen“ (Bromme, 1997, S. 199). Es wird in diesem Zusammenhang darüber nachgedacht, ob und inwieweit eine Person, die alle kompetenzrelevanten Ressourcen besitzt, fähig ist, diese Ressourcen auf eine Art und Weise zu vernetzen, dass sich *kompetentes* Verhalten entwickelt. Dabei rückt die Frage in den Fokus, welche Prozesse die Ressourcen mit dem beobachtbaren Verhalten verbinden (Blömeke et al., 2015). Die Beschreibung dieser Prozesse wird

dadurch erschwert, „daß viele Lehrerhandlungen so routiniert ablaufen, daß ihnen nur wenige kognitive Prozesse vorausgehen, die man als (bewußte) Entscheidung zwischen oder Bewertungen von Handlungsalternativen sinnvoll empirisch rekonstruieren könnte“ (Bromme, 1997, S. 199)¹.

Blömeke et al. (2015) schlagen in diesem Zusammenhang vor, Kompetenz als Kontinuum mit verschiedenen Ebenen zu betrachten, was in Abbildung 2.1 dargestellt ist. Dabei verbindet der Prozess die als Disposition dargestellten Ressourcen einer Lehrkraft mit dem beobachtbaren Verhalten. Als Mediatoren beziehungsweise Prozesse zwischen den Ressourcen und dem beobachtbaren Verhalten werden die *Wahrnehmung* und *Interpretation* von Situationen sowie das *Treffen von Entscheidungen* vermutet (Blömeke et al., 2015). Es wird davon ausgegangen, dass in diesen Prozessen verschiedene Wissensfacetten integriert, transformiert oder neu strukturiert werden müssen.

Die Untersuchung von Prozessen zwischen den Ressourcen einer Lehrkraft und ihrem beobachtbaren Verhalten kann unter anderem eine umfassendere Aussage über die Kompetenz und ein breiteres Bild über das Kompetenzkonstrukt ermöglichen. Daneben eignet sich ein Verständnis der Prozesse, die zur erfolgreichen Bewältigung der für die Kompetenz erforderlichen Anforderungen führen, als Basis zur Entwicklung von Unterstützungskonzepten für die Aus- und Weiterbildung (Ufer & Leutner, in Vorbereitung).

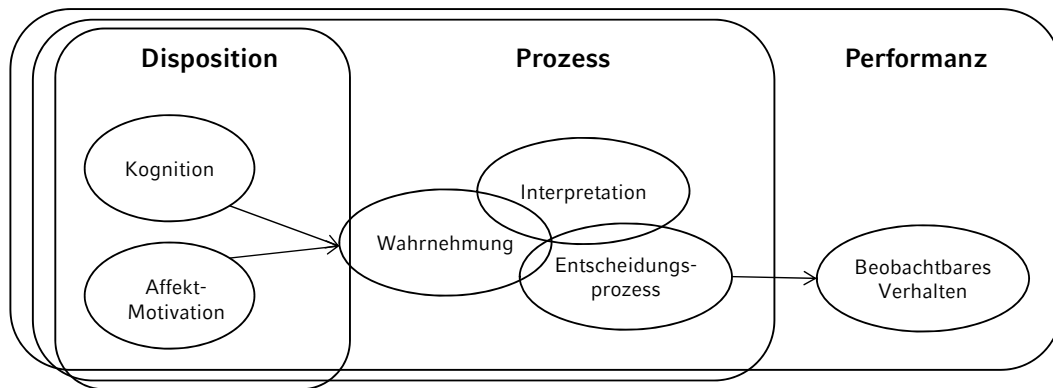


Abbildung 2.1.: Modellierung von Kompetenz als Kontinuum (nach Blömeke et al., 2015, S. 7)

Im folgenden wird als bedeutender Teil der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft das professionelle Wissen und die professionelle Wahrnehmung vorgestellt.

¹Bromme (1997, S. 199) fasst Ergebnisse aus dem Expertenparadigma zusammen, die annehmen, dass das Wirken des professionellen Wissens zu einer Veränderung der kategorialen Wahrnehmung von Unterrichtssituationen führt. Damit ist gemeint, dass mit Hilfe des professionellen Wissens „Geschehenseinheiten“ gebildet werden, die zur Wahrnehmung und Interpretation von Unterrichtssituationen herangezogen werden.

2.2. Professionelles Wissen

2.2.1. Aspekte des professionellen Wissens

Fachspezifische Zugänge zur professionellen Kompetenz von Lehrkräften konzentrieren sich vorwiegend auf fachspezifische Wissensaspekte der professionellen Kompetenz. Dabei wird professionelles Wissen im Sinne einer zugrunde liegenden latenten Ressource als *ein* wichtiger Teil der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft betrachtet. Shulman (1986) liefert eine entscheidende Arbeit im Zusammenhang mit dem professionellen Wissen einer Lehrkraft. Er beschreibt in einem theoretischen Modell das professionellen Wissen und unterscheidet unter anderem zwischen den Kategorien *Content Knowledge* und *Pedagogical Content Knowledge*. Zweiteres beschreibt Shulman (1987, S. 8) als „special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special form of professional understanding“. Das Professionelle Wissen von Lehrkräften wird als multidimensionales Konstrukt aufgefasst und enthält neben den beiden vorgestellten noch weitere Wissensfacetten.

Schwerpunkt der bisherigen Untersuchungen zum professionellen Wissen sind vor allem drei Bereiche, für die sich in Deutschland folgende Begrifflichkeiten etabliert haben (vgl. Bromme, 1997): *fachliches*, *fachdidaktisches* und *pädagogisches Wissen*. Diese drei Wissensbereiche werden im Folgenden kurz vorgestellt.

Fachliches Wissen

Unterrichten ist im wesentlichen eine Profession. Das fachliche Wissen einer Lehrkraft stellt dabei die Ausgangsbasis für das fachspezifische Unterrichten dar (Terhart, 2002). Es bezieht sich auf die Menge und Art der Organisation des stofflichen Wissens im Gedächtnis der Lehrkraft. Dazu gehört das Verständnis der Strukturen und Inhalte des Faches sowie der konzeptuellen Organisation der Inhalte. Auch das Identifizieren zentraler Ideen und Fähigkeiten in diesem Bereich werden zum fachlichen Wissen gezählt (Shulman, 1986, S. 9). Das fachliche Wissen beinhaltet nicht nur zu wissen, „that something is so; the teacher must further understand why it is so“ (Shulman, 1986, S. 9). Fachliches Wissen ist, neben anderen Wissensfacetten, für die Organisation und Strukturierung des inhaltlichen Unterrichtsaufbaus bedeutend, für die Steuerung von Lernprozessen und für eine adäquate und effektive Reaktion auf Schülerfehler (Jüttner, Spangler & Neuhaus, 2009; Krauss et al., 2008b; Shulman, 1986). Es wird aus theoretischer Perspektive angenommen, dass sich fachliches Wissen auf ein flexibles, fachlich breitgefächertes und aktivierendes Lehrerhandeln auswirkt und darüber positiv auf die Leistung der Lernenden (Lipowsky, 2006).

Für das Fach Mathematik zeigt eine Studie von Rowan, Chiang und Miller (1997) einen positiven Zusammenhang zwischen dem fachlichen Wissen der Lehrkraft und dem Lernzuwachs der Schülerinnen und Schüler. Dieser spielt für die leistungsschwächere Schülerpopulation eine bedeutendere Rolle als für die leistungsstärkere. Außerdem stellt die COACTIV-Studie fest, dass Gymnasiallehrkräfte ein höheres fachliches Wissen aufwiesen als Lehrkräfte anderer Schulformen der Sekundarstufe (Krauss et al., 2008b).

Fachdidaktisches Wissen

Allein das fachliche Wissen ist nicht ausreichend für einen kognitiv anregenden und lernförderlichen Unterricht - als weitere bedeutende Komponente der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft gilt das fachdidaktische Wissen (Lipowsky, 2006). Fachdidaktisches Wissen ist nach Shulman (1986, S. 9) das Wissen über die Darstellung, Formulierungen und Strukturierung des Fachs auf die Art und Weise, dass es für die Lernenden zugänglich und nachvollziehbar wird. Darauf aufbauend entwickeln sich unterschiedliche theoretische Strukturierungen des fachdidaktischen Wissens. Es wird konzeptualisiert als das Wissen über typisches Vorwissen, Fehlvorstellungen, klassische Schülerfehler und dementsprechend auch das Wissen über Strategien diesen zu begegnen, um die Lernenden im Verstehensprozess zu unterstützen. Studien zeigen auch bezüglich des fachdidaktischen Wissens einen positiven Zusammenhang mit der Schülerleistung (Hill, Rowan & Ball, 2005; Krauss et al., 2008b).

Pädagogisches Wissen

Das pädagogische Wissen ist ein vom spezifischen Unterrichtsfach relativ unabhängiger Wissensbereich. Es bezieht sich auf allgemeine Strategien und Prinzipien der Unterrichts-führung und -organisation, welche unabhängig vom Fach gültig sind (Shulman, 1986), wie zum Beispiel die Einführung der für den Unterrichtsablauf notwendigen Verhaltensmuster (Bromme, 1997). Aspekte des pädagogischen Wissens lassen sich an allgemeinen Qualitätsmerkmalen des Unterrichts beschreiben (Jüttner et al., 2009). Helmke (2009) differenziert insbesondere zwischen den folgenden Aspekten: schüler-, fach- und situationsgerechte Variation, didaktische Methoden, effiziente Klassenführung, Klarheit und Strukturiertheit, Aktivierung und Motivierung.

2.2.2. Professionelles Wissen in der Kompetenzmessung von Mathematiklehrkräften

Im folgenden Abschnitt werden einige zentrale Studien aus Deutschland kurz vorgestellt, die professionelle Wissens- und andere Kompetenzkomponenten von Lehrkräften theoretisch modelliert und diese Modelle empirisch geprüft haben². Die einzelnen Forschungsprojekte entwickelten hierfür spezifische Tests. Damit wurden unter anderem Zusammenhänge der Wissensfacetten untereinander und der Wissensfacetten mit dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler untersucht. Alle dargestellten Studien haben die Arbeit von Shulman (1986) und den Kompetenzbegriff von Weinert (2001) als Basis.

Die Darstellung der Studien gibt einen Überblick über die zentralen Ziele, den theoretischen Hintergrund und wesentliche Ergebnisse der Studien. Sie stellt aber keine detaillierte Beschreibung der einzelnen Studien dar. In einem späteren Teil der Arbeit

²Auf die Arbeiten der *Michigan-Group* wird an dieser Stelle nicht eingegangen, da der Fokus der vorliegenden Arbeit der Vergleichbarkeit halber vorwiegend auf Studien aus dem deutschsprachigen Raum lag. Die Michigan Group untersuchte das professionelle Wissen von U.S. Grundschullehrkräften (Ball, Thames & Phelps, 2008; Hill, Schilling & Ball, 2004; Hill, Ball & Schilling, 2008).

wird der Umgang mit Aufgaben als Teil der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft genauer in die vorgestellten theoretischen Modelle der professionellen Lehrerkompetenz eingeordnet.

Die COACTIV-Studie

Zielsetzung der COACTIV-Studie war die „Spezifizierung und Erfassung des Professionswissens von Mathematiklehrkräften, die Rekonstruktion von Mathematikunterricht in Deutschland im 9. und im 10. Schuljahr und die Verbindung dieser Aspekte mit Entwicklung der mathematischen Kompetenz von Schülerinnen und Schülern im Verlauf eines Schuljahres“ (Krauss et al., 2004, S. 1).

Die COACTIV-Studie legt ihrer Untersuchung ein theoretisches Modell zugrunde, das zwischen vier Kompetenzaspekten (Wissen, Überzeugungen, Motivation und Selbstregulation) unterscheidet. Der Schwerpunkt liegt auf dem Kompetenzaspekt *Wissen*, welcher sich aus Kompetenzbereichen zusammensetzt, die aus der Forschungsliteratur abgeleitet sind. Diese Kompetenzbereiche werden in Kompetenzfacetten unterschieden, welche mit konkreten Indikatoren operationalisiert werden (Baumert & Kunter, 2011a). Das in Abbildung 2.2 dargestellte Modell zeigt die professionelle Handlungskompetenz einer Lehrkraft mit den ausdifferenzierten Wissenskomponenten. Hier wird der Professionsansatz (Baumert & Kunter, 2006; Brunner et al., 2006b; Krauss et al., 2004) mit der Kompetenzdefinition von Weinert (1999) und den Facetten des professionellen Wissens nach Shulman (1986) und Bromme (1997) kombiniert.

Die COACTIV-Studie konzentriert sich auf das fachliche, fachdidaktische und allgemein pädagogische Wissen von Mathematiklehrkräften. Der Schwerpunkt liegt vor allem auf dem fachspezifischen Kompetenzbereich (vgl. z.B. Baumert & Kunter, 2006). Die Definition des fachlichen Wissens umfasst ein vertieftes mathematisches Hintergrundwissen der Inhalte der Sekundarstufe³ (Krauss et al., 2008b). Das fachdidaktische Wissen wird in drei Facetten aufgeteilt (Krauss et al., 2008b, S. 234): *Wissen über das Verständlichmachen mathematischer Inhalte*, *Wissen über das kognitive Potenzial von mathematischen Aufgaben* und *Wissen über mathematikbezogene Schülerkognitionen*. Die Erfassung des fachdidaktischen Wissen ist nah an dem konkreten mathematischen Inhalt orientiert. Im Gegensatz zu anderen Studien (Blömeke et al., 2008; Tatto et al., 2008) wurden zur Erfassung dieser drei Bereiche offene Items entwickelt und zum Teil computerbasiert erhoben. Zur Erfassung des allgemein pädagogische Wissen wurde vorwiegend auf Skalen zurückgegriffen, die in der Unterrichtsforschung schon erprobt worden sind (Baumert et al., 2009).

Die COACTIV-Studie war an die nationale Ergänzung der internationalen Vergleichsstudie PISA 2003/2004 der OECD angeschlossen. Somit konnten Daten zeitgleich mit den PISA-Tests 2003 und 2004 erhoben werden. Zusätzlich wurden die im Unterricht eingesetzten Aufgaben mittels eigens entwickelter Kategorisierungsschemata analysiert, um somit den Unterricht zu rekonstruieren (Jordan et al., 2008).

Die Ergebnisse zeigen, dass das von der COACTIV-Studie erhobene fachliche und

³Die COACTIV-Studie verweist dabei auf den Begriff von Klein (1933) „Mathematik von einem höheren Standpunkt aus“.

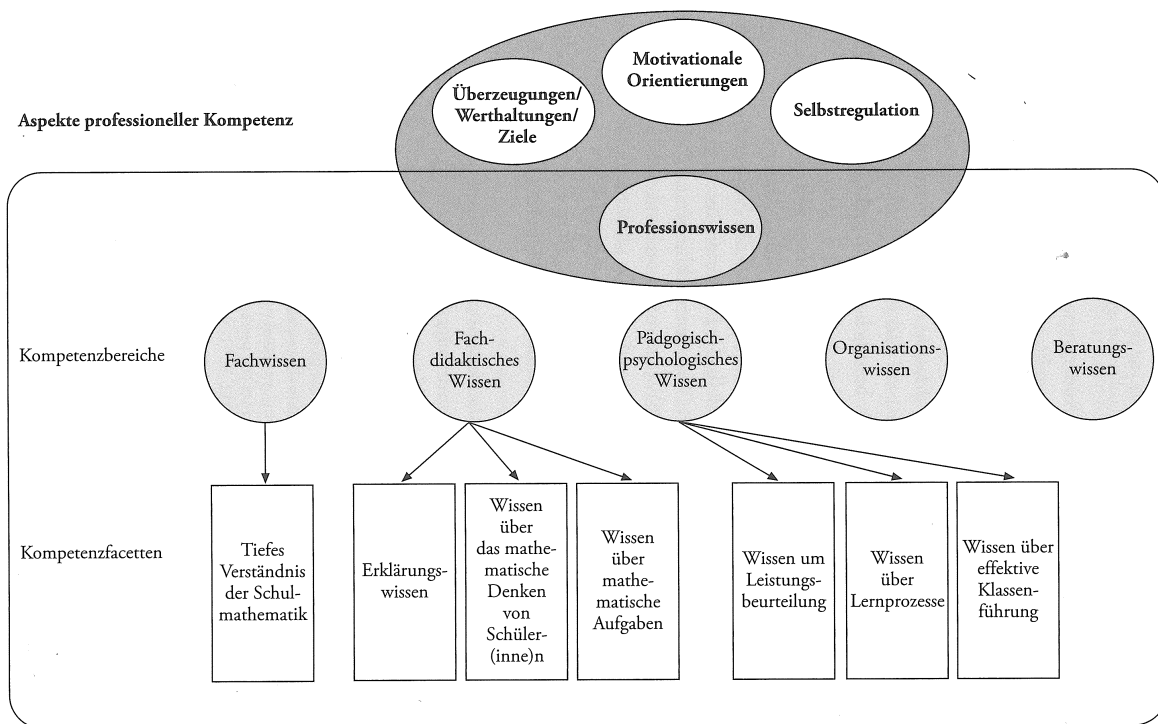


Abbildung 2.2.: Kompetenzmodell der COACTIV-Studie mit Spezifikationen für das Professionswissen (Baumert & Kunter, 2011a, S. 32)

fachdidaktische Wissen zwei theoretisch und empirisch trennbare Wissensfacetten darstellen⁴ (Krauss et al., 2008b). Man geht davon aus, dass das fachliche mathematische Wissen eine Grundlage für das fachdidaktische Wissen sein kann. Das fachdidaktische Wissen könne aber nicht durch das fachliche Wissen allein ersetzt werden (vgl. Baumert & Kunter, 2011b). Außerdem zeigen sich keine Unterschiede im fachlichen und fachdidaktischen Wissen abhängig von der Berufserfahrung (Brunner et al., 2006b). Allerdings ist die Ausprägung des fachlichen und fachdidaktischen Wissens von Lehrkräften abhängig von ihrer Ausbildung. Die untersuchten Gymnasiallehrkräfte haben deutlich mehr fachliches Wissen als Lehrkräfte anderer Schularten, was auf ein vertieftes Studium der Fachwissenschaft zurückzuführen sein könnte. Auch bezüglich des fachdidaktischen Wissen erzielten Gymnasiallehrkräfte im Vergleich zu anderen Lehrkräften bessere Ergebnisse (Brunner et al., 2006a).

Durch das Design der Studie können die professionelle Kompetenz der Lehrkräfte, Unterrichtsmerkmale und Schülerleistungen in Verbindung gebracht werden. Das fachdidaktische Wissen stellt sich als bedeutender Prädiktor für kognitiv anregenden und konstruktiv unterstützenden Unterricht heraus. Außerdem zeigt sich ein Zusammenhang des fachdidaktischen Wissens auf den Lernzuwachs innerhalb eines Schuljahrs mediiert über Merkmale des Unterrichts. Diese Zusammenhänge können für das fachliche Wissen

⁴Für Gymnasiallehrkräfte zeigte sich ein sehr starker Zusammenhang des fachdidaktischen und fachlichen Wissens, weswegen die Aussage der Trennbarkeit für diese Gruppe zumindest fraglich ist (Krauss et al., 2008a).

nicht, beziehungsweise nur sehr schwach festgestellt werden (Baumert et al., 2010).

Als Anschlussstudie analysierte die COACTIV-R Studie das Professionswissen von *Mathematikreferendaren*. Über die gesamte Zeit des Referendariats wurde die professionelle Entwicklung untersucht. Die Studie war auch als Längsschnittstudie angelegt und basiert auf dem gleichen theoretischen Modell wie die COACTIV-Studie. Es zeigt sich ein höheres fachdidaktisches Wissen bei Referendaren des gymnasialen Lehramts im Vergleich zu Referendaren anderer Schularten. Bei Kontrolle des Fachwissens für die Unterschiede verschwinden die „Vorteile im fachdidaktischen Wissen der Gymnasialreferendare“ (Kleickmann & Anders, 2011, S. 311).

Mit der COACTIV-Studie wird ein wesentlicher theoretischer sowie empirischer Beitrag zur Professionalitätsforschung von Lehrkräften geleistet. Es können die theoretischen Annahmen aus dem Modell von Helmke (2009) bezüglich der Zusammenhänge zwischen der Professionalität einer Lehrkraft, dem Unterrichtsgeschehen und des Lernerfolgs bestätigt werden.

Die Studien TEDS-M und MT21

TEDS-M ist eine international vergleichende large-scale Lehrerbildungsstudie im Rahmen der International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). In der TEDS-M-Studie wurde beispielhaft an der Ausbildung von Lehrkräften das Professionswissen von Referendarinnen und Referendaren untersucht. Schwerpunkt war es dabei Erkenntnisse über die Wirksamkeit der Lehrerausbildung und deren Rahmenbedingungen zu gewinnen und zu beschreiben. Es liegen insbesondere die folgenden Fragestellungen zu Grunde (Kaiser et al., 2012):

- Welchen Einfluss haben systemische, institutionelle und individuelle Bedingungen der Lehrerausbildung auf den Erwerb von professioneller Kompetenz durch zukünftige Mathematiklehrpersonen?
- Welche der erfassten Merkmale sind im internationalen Vergleich mit dem Erwerb einer besonders hohen professionellen Kompetenz verbunden?

Dazu wurde das mathematische, mathematikdidaktische und allgemein pädagogische Wissen sowie institutionelle und curriculare Daten angehender Mathematiklehrkräfte am Ende ihrer Ausbildung erhoben (in Deutschland am Ende des Referendariats). An der TEDS-M-Studie nahmen weltweit 20.000 zukünftige Lehrkräfte aus 17 Ländern teil.

Zur Pilotierung der Erhebungsinstrumente wurde die Vorstudie MT21 in acht Ländern durchgeführt. Das zugrunde liegende theoretische Modell der Studien MT21 und TEDS-M zeigt Abbildung 2.3. Fachliches Wissen wird konzeptualisiert als Schulwissen der Sekundarstufe I und II, „Schulmathematik von einem höheren Standpunkt“ und „universitäre Mathematik“ (Blömeke et al., 2008a, S. 106). In der Hauptstudie TEDS-M wurden hauptsächlich Items mit mittlerem Schwierigkeitsgrad (typisch mathematische Unterrichtsinhalte) verwendet (Tatto et al., 2008). Das fachdidaktische Wissen wird in lehrbezogene und lernprozessbezogene Anforderungen unterteilt. Die lehrbezogenen

Anforderungen sind curricularer und planerischer Art und beinhalten die Auswahl, Begründung und Aufbereitung fachlicher Inhalte. Lernprozessbezogene Anforderungen betreffen das unterrichtliche Handeln der Lehrkraft in der Interaktion mit den Schülerinnen und Schülern. Es beinhaltet die Einordnung von Schülerantworten bezüglich Komplexität und Fehlern sowie die adäquate Rückmeldung auf Schülerantworten. Die Items, die das mathematische Wissen erfassen, konnten dabei in Subdimensionen auf zwei unterschiedliche Arten aufgeteilt werden. Zum einen in fünf Inhaltsbereiche (Arithmetik, Algebra, Funktionen, Geometrie und Stochastik) und in die erforderlichen mathematischen Tätigkeiten (Algorithmen, Problemlösen, Modellieren) (Blömeke et al., 2008c).

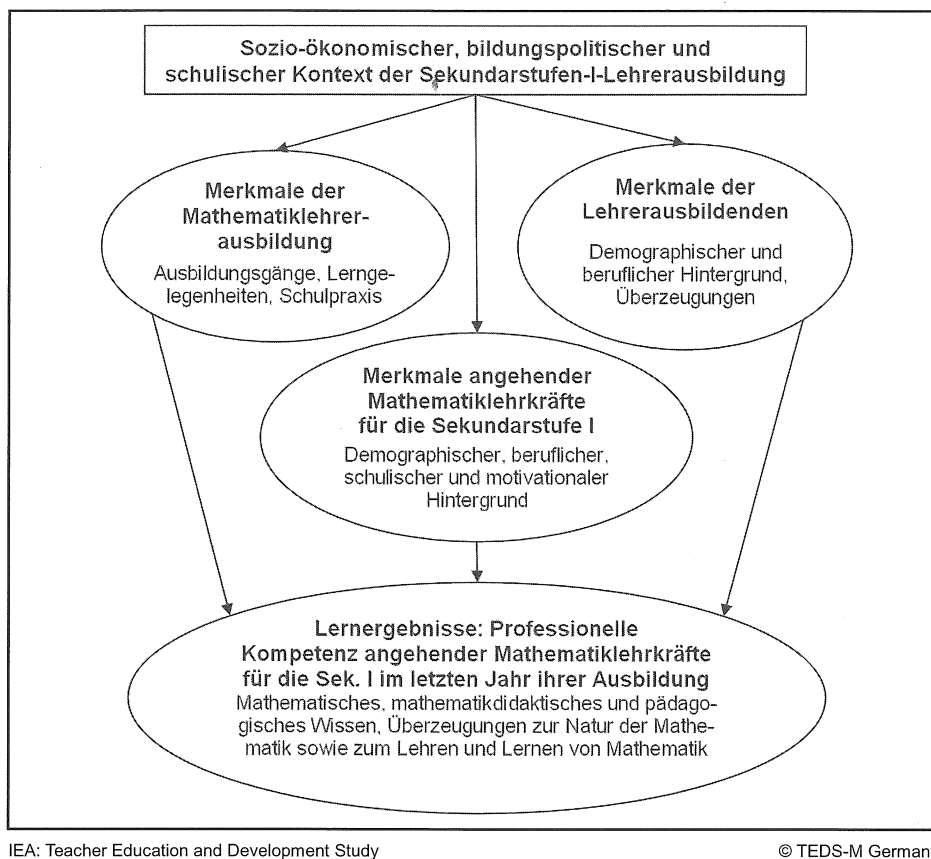


Abbildung 2.3.: TEDS-M Modell zum Kompetenzerwerb in der Mathematiklehrausbildung (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010b, S. 14)

Mit den Studien MT21 und TEDS-M gelingt eine reliable empirische Erfassung des mathematischen sowie mathematikdidaktischen Wissens. Die zwei Konstrukte sind unterscheidbar, aber eng miteinander verknüpft ($r = .81$) (Blömeke et al., 2008c; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010a). Im internationalen Vergleich der TEDS-M-Studie bildete Taiwan die Spitze bezüglich der mathematischen und mathematikdidaktischen Kompetenz. Deutschland lag etwas über dem internationalen Mittelwert, wobei sich hierbei Lehrkräfte der verschiedenen Schularten stark unterschieden. Im Vergleich zu Lehrkräften

ten bis zur Sekundarstufe I zeichneten sich Gymnasiallehrkräfte durch sehr gute mathematische und mathematikdidaktische Kenntnisse aus.⁵

Da die MT21-Studie auch in Deutschland durchgeführt wurde und Konzeptualisierungen sowie der theoretische Rahmen teilweise anschlussfähig sind, kann man die Ergebnisse mit der COACTIV-Studie vergleichen (vgl. Krauss, Baumert & Blum, 2008). Die Studien COACTIV und MT21 überschneiden sich zum Teil in ihren konzeptuellen Ansätzen. Beide nehmen eine kognitive Wissenskomponente an, welche sich in fachliches und fachdidaktisches Wissen ausdifferenziert (Blömeke et al., 2008c). Beide Gruppen gehen außerdem beispielsweise davon aus, dass das Wissen über Begründungen und über die Denkprozesse der Lernenden einen wesentlichen Teil des fachdidaktischen Wissens bildet. Im Gegensatz zur COACTIV-Studie, welche zur Erfassung des professionellen Wissens offene Formate verwendet, nutzt die MT21-Studie hauptsächlich Multiple-Choice Items (Krauss et al., 2008). Als weiterer Unterschied gilt, dass in der MT21-Studie die professionelle Kompetenz als abhängige Variable betrachtet wird, wohingegen sie in der COACTIV-Studie eine unabhängige Variable darstellt, welche in Beziehung zu den jeweiligen Schülerleistungen gebracht wird (vgl. Blömeke et al., 2008c). Beide Studien können das mathematische und mathematikdidaktische Wissen reliabel empirisch erfassen. Außerdem kommen beide Studien zu dem Ergebnis, dass die beiden Konstruktkomponenten des professionellen Wissens eng miteinander verknüpft, aber doch trennbar sind. Die COACTIV-Studie zeigt einen hohen latenten statistischen Zusammenhang ($r = .79$) zwischen dem fachdidaktischen und fachlichen Wissen (Krauss et al., 2008). Bei der MT21-Studie ergibt sich eine latente Korrelation von $r = .81$ (Blömeke et al., 2008c). Deswegen wird die Annahme einer Struktur des professionellen Wissens für Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I, welche zwischen den Komponenten des fachlichen und fachdidaktischen Wissens differenziert, als stabil betrachtet (Blömeke et al., 2008c).

Dreiteiliges Strukturmodell von Lindmeier

Lindmeier (2011) entwickelte ein integrierendes Modell, das fachspezifische Anteile von Lehrerkognitionen mithilfe von drei Konstrukten beschreibt: (1) Basiswissen, (2) reflexive Kompetenz und (3) aktionsbezogene Kompetenz. Damit werden stärker handlungsorientierte fachspezifische Kompetenzen, die sich aus der Bewältigung bestimmter Anforderungen definieren, mit dem Professionswissen verbunden.

Bisherige Studien zeigen einen hohen Zusammenhang des fachlichen und fachdidaktisch Wissens und teilweise eine schwierige empirische Trennbarkeit (Hill et al., 2004; Krauss et al., 2008), weswegen die beiden Wissenskomponenten von Lindmeier (2011) als *Basiswissen* zusammengefasst werden. Neben diesem Basiswissen, als Indikator für die professionelle Kompetenz einer Lehrkraft, wird ein weiterer, stärker handlungsorientierter Indikator ergänzt. Diese *Handlungskompetenz* enthält die reflexive und aktionsbezogene Kompetenz einer Lehrkraft. Die reflexive Kompetenz beinhaltet bereichsspezifische Fähigkeiten, die nötig bei der Vor- und Nachbereitung von Unterricht sind. Dazu zählt die Unterrichtsplanung, in der zum Beispiel Aufgaben bezüglich ihrer Schwie-

⁵Auf die Folgestudien TEDS-Telekom, TEDS-LT und TEDS-FU wird an dieser Stelle nicht eingegangen.

rigkeit eingeschätzt, oder geeignete Repräsentationen ausgewählt werden müssen. Den Lernfortschritt der Schülerinnen und Schüler während der Nachbereitung des Unterrichts einzuschätzen, gehört ebenso dazu. „Reflexive Kompetenz umfasst also Fähigkeiten, die Lehrkräfte auf Grundlage ihres Basiswissens benötigen, um die professionellen Anforderungen außerhalb des eigentlichen Unterrichtsprozesses zu bewältigen“ (Lindmeier, Heinze & Reiss, 2013, S. 106). Unter der aktionsbezogenen Kompetenz wird die Fähigkeit einer Lehrkraft verstanden, auf Situationen und Ereignisse im Unterricht spontan, unmittelbar und fachlich adäquat zu reagieren, wie zum Beispiel ein geeignetes Beispiel oder Gegenbeispiel anzugeben. Für die aktionsbezogene als auch für die reflexive Kompetenz wird das Basiswissen als Grundlage betrachtet.

Die Arbeit von Lindmeier (2011) gibt erste Hinweise zur Bestätigung ihres entwickelten Strukturmodells. Die Ergebnisse zeigen unter anderem, dass sich die untersuchten praktizierenden Lehrkräfte mit variierender Unterrichtserfahrung nicht in den drei Komponenten der professionellen Kompetenz unterscheiden. Die Lehramtsstudierenden der höheren Semester zeigen bessere Ergebnisse im Basiswissen und tendenziell in der reflexiven Komponente als die Studienanfänger. Dieses Ergebnis kann als Hinweis auf die Erlernbarkeit der einzelnen Komponenten gedeutet werden. Das dreiteilige Strukturmodell konnte in neueren Arbeiten zur Erfassung der professionellen Kompetenz von praktizierenden Grundschullehrkräften bestätigt werden (Knievel et al., 2015).

2.2.3. Professionelles Wissen und Berufserfahrung

Es herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass die erfolgreiche Umsetzung von Unterricht Resultat eines Professionalisierungsprozesses und weniger der einer persönlichen Begabung ist (Baumert & Kunter, 2006; Krauss, 2011; Kunter, Klusmann & Baumert, 2009). Verschiedene theoretische Annahmen führen die Entwicklung des professionellen Wissens auf die Berufserfahrung, also die Dauer der Unterrichtspraxis, zurück (Bromme, 1992; Hiebert, Gallimore & Stigler, 2002; Krauss, 2011). Unterschiedliche kategoriale Begrifflichkeiten drücken dabei den Grad der Expertise aus, beispielsweise *novice*, *advanced beginner*, *competent*, *proficient* und *expert* (Dreyfus, Dreyfus & Athanasiou, 1986). *Novize* (z. B. Lehramtsstudierende) und *Experte* (z. B. Lehrkräfte mit langjähriger Berufserfahrung) sind wohl die am häufigsten verwendeten Begriffe in diesem Zusammenhang.

Im *Deliberate Practice Ansatz* (Berliner, 2001; Ericsson, Krampe & Tesch-Römer, 1993; Sternberg & Horvath, 1995) wird angenommen, „dass domänenspezifische Expertise nicht automatisch durch die bloße wiederholte Ausübung einer Tätigkeit (oder eines Berufs) gesteigert wird, sondern nur durch hartes ausdauerndes Arbeiten an eigenen Schwachstellen mit der ausdrücklichen Motivation zur Fähigkeitsverbesserung, am besten unterstützt durch permanentes Expertenfeedback“ (Krauss, 2011, S. 182). Folglich könnten Lehrkräfte auch schon zu Beginn ihrer Unterrichtstätigkeit prinzipiell ein hohes professionelles Wissen aufweisen.

Die Ergebnisse im Rahmen einer ergänzenden Konstruktvalidierung in der COACTIV-Studie liefert Annahmen über die Entwicklung des professionellen Wissens in der Ausbildung von Lehrkräften (Krauss et al., 2008): Es zeigt sich ein großer Zuwachs des professionellen Wissens von Beginn bis Ende der universitären Ausbildung. Der Anstieg

des professionellen Wissens vom Ende der universitären Ausbildung bis zum Ende des Referendariats ist nur moderat. Die vorgestellte MT21-Studie kommt zu vergleichbaren Ergebnissen (Blömeke et al., 2008a). In der MT21-Studie kann außerdem gezeigt werden, dass die Ausbildungsdauer und verschiedene Schwerpunktsetzungen in der Ausbildung mit dem inhalts- und kognitionsbezogenen Wissen am Ende der Ausbildung zusammenhängen (Blömeke et al., 2008b). Bemerkenswert ist, dass sich bei der COACTIV-Studie für die Zeit nach dem Referendariat *keine* Zusammenhänge zwischen den erfassten Wissensfacetten und den Jahren der Unterrichtserfahrung einer praktizierenden Lehrkraft ergeben (Brunner et al., 2006b; Krauss et al., 2008b). Die theoretische Annahme des Zusammenhangs der wachsenden Expertise mit steigender Berufserfahrung wird folglich nicht bestätigt. Die Bedingungen des Deliberate Practice Ansatzes sind im Gegensatz zur Ausbildungsphase in der täglichen Schulpraxis normalerweise nicht gegeben, weswegen diese Ergebnisse mit der Deliberate Practice Theorie konform sind. Die Resultate deuten darauf hin, dass der Erwerb des professionellen Wissens vorwiegend in der Ausbildung der Lehrkräfte stattfindet.

2.3. Professionelle Wahrnehmung

2.3.1. Konstrukt und Komponenten der professionellen Wahrnehmung

Um die verschiedenen Anforderungen des Unterrichtsalltags bewältigen zu können, ist für Lehrkräfte eine komplexe und weite Bandbreite an Kompetenzen erforderlich. Ein weiterer bedeutender Teil der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft ist neben dem professionellen Wissen die *professionelle Wahrnehmung*, deren Begriff auf Goodwin (1994) zurückgeht. Er versteht darunter im Allgemeinen die professionstypische Art und Weise einer professionellen Gruppe, bestimmte Phänomene und Situationen ihrer Arbeit wahrzunehmen und zu interpretieren. Die Fähigkeit von Lehrkräften, Unterrichtssituationen und -ereignisse wahrzunehmen und zu interpretieren, wird als wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Unterrichten gesehen (Bromme, 1992; Oser, Heinzer & Salzmann, 2010; van Es & Sherin, 2002). Der Fokus von Lehrkräften bei der Wahrnehmung auf das Lernen der Schülerinnen und Schüler ist eine wichtige Komponente dieser Forschungsrichtung (van Es, 2011). Verschiedene Studien konnten nachweisen, dass eine Fokussierung auf Denkprozesse und Lernen von Schülerinnen und Schüler, ein verständnisvolles Lehren und Lernen von Mathematik auf Seiten der Lehrkraft unterstützt und zu einer Verbesserung von Schülerleistungen führt (Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 2000; Franke, Carpenter, Levi & Fennema, 2001).

Die professionelle Wahrnehmung ist ein wissensbasierter, aktiver Beobachtungsprozess, bei dem man davon ausgeht, dass er erlernbar ist (Jahn, Stürmer, Seidel & Prenzel, 2014). Grundlegend sind in diesem Zusammenhang die Arbeiten von Sherin und van Es (Sherin & van Es, 2009; van Es & Sherin, 2008; van Es, 2009). Sie stellten fest, dass die Teilnahme von angehenden und praktizierenden Lehrkräften an Videoclubs⁶ die

⁶In den Videoclubs beobachten und diskutieren Lehrkraftgruppen videografierte Unterrichtssequenzen

professionelle Wahrnehmung verändert. Der Fokus der Wahrnehmung veränderte sich beispielsweise vom Lehrkraft Handeln auf die Aussagen der Schülerinnen und Schüler. Vor allem zu Beginn der universitären Ausbildung hatten angehende Lehrkräfte Schwierigkeiten in der Aufmerksamkeitssteuerung oder bei der Identifikation lernrelevanter Situationen und Ereignisse, wenn sie Unterrichtsvideos beobachteten (Star & Strickland, 2008). Die Wissensvermittlung von Lehr- und Lernprinzipien und die Schulung der Unterrichtsbeobachtung wirkte sich positiv auf das Wissen über erfolgreiche Lehr- und Lernprozesse sowie auf die Anwendung des Wissen bei der Beobachtung videografiert Unterrichtssituationen aus (Star & Strickland, 2008; Seidel & Stürmer, 2014). Jacobs, Lamb und Philipp (2010) untersuchten die professionelle Wahrnehmung von 131 angehenden und praktizierenden Lehrkräften. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass allein die Jahre der Unterrichtserfahrung keine Rolle für die Entwicklung der professionelle Wahrnehmung spielen, sondern vielmehr die Art der beruflichen Weiterentwicklung.

Sherin (2007, S. 384) beschreibt den Prozess der professionellen Wahrnehmung als dynamisches Zwischenspiel mit den Worten: „As a teacher observes a classroom, he or she is constantly reasoning about what is seen, and this drives where and how the teacher will look in the future“. Es finden sich unterschiedliche Konzeptualisierungen der professionellen Wahrnehmung, gemeinsam ist vielen Arbeiten die Annahme von zwei Hauptprozessen (Sherin, Jacobs & Philipp, 2011, S. 5):

- „*Attending to particular events in an instructional setting.* To manage the complexity of the classroom, teachers must pay attention to some things and not to others. In other words, they must choose where to focus their attention [...].“
- *Making sense of events in an instructional setting.* For those features to which teachers do attend, they are not simply passive observers. Instead teachers necessarily interpret what they see, relating observed events to abstract categories and characterizing what they see in terms of familiar instructional episodes [...].“

Die professionelle Wahrnehmung ist folglich gekennzeichnet durch eine Aufmerksamkeitssteuerung, die auf Wissen basiert, eine Informationsverarbeitung und die Anwendung des Wissens auf bestimmte Situationen. Man findet für diese beiden Komponenten der professionellen Wahrnehmung auch häufig die zwei Begriffe *Noticing* und *Knowledge-based reasoning* (Sherin, 2007). Diese werden im Folgenden genauer erläutert.

Noticing

Unterricht ist eine komplexe Situation, in der viele Ereignisse gleichzeitig passieren. Lehrkräfte müssen sich zum Beispiel unterschiedlichen Schüleraussagen und -tätigkeiten widmen oder verschiedene Lernprozesse beobachten und entsprechend unterstützen. Da die Lehrkraft nicht jedes Ereignis gleichermaßen wahrnehmen kann, werden für sie bestimmte Dinge mehr hervortreten als andere, was ganz allgemein für Wahrnehmungsprozesse gilt. Ebendiesen Prozess der Fokussierung wird mit dem Begriff *Noticing* bezeichnet

(van Es & Sherin, 2002). Ein anderer Begriff als Noticing, der von Sherin (2007) verwendet wurde, ist *Selective Attention*⁷. In anderen Forschungsprojekten zu Kognitionen von Lehrkräften finden sich weitere Begrifflichkeiten, die ähnliche Phänomene der fokussierten Wahrnehmung spezifischer Unterrichtsereignisse von Lehrkräften beschreiben. Auf diese wird kurz eingegangen, um das Konzept des Noticing besser zu illustrieren:

- *Call-Out*. Buchstäblicher Ausruf einer Lehrkraft während der Beobachtung einer videografierten Unterrichtssituation, wenn ein für sie bemerkenswertes Ereignis auftaucht (Frederiksen, Sipusic, Sherin & Wolfe, 1998).
- *Stopping-Point*. Haltepunkt, an dem eine videografierte Unterrichtssituation von einer Lehrkraft angehalten wird, um ein beobachtetes Ereignis zu kommentieren (Jacobs & Morita, 2002).
- *Highlighting*. Entscheidungsprozess, der bei der Bestimmung beachtenswerter Merkmale oder Situationen, ... abläuft (Goodwin, 1994).

Basierend auf Arbeiten von Sherin und Kollegen greifen Seidel und Stürmer (2014, S. 742) die Idee der fokussierten Wahrnehmung auf und geben folgende Beschreibung des Begriffs Noticing an.

„Noticing describes whether teachers pay attention to events that are of importance for teaching and learning in classrooms, for example, influencing student learning in a positive or negative way.“

Bei der Definition von Unterrichtssituationen und -ereignissen, die relevant für substantielle, erfolgreiche Lernprozesse sind, beziehen sich die verschiedenen Arbeiten hauptsächlich auf empirische Ergebnisse der Forschung zur Unterrichtswirksamkeit. Neben der Identifikation lernwirksamer Unterrichtselemente, arbeiten König et al. (2014) und König und Lee (2015) ergänzend die Präzision und Korrektheit der Wahrnehmung als weitere charakterisierende Eigenschaften des Noticing heraus.

In der vorliegenden Arbeit wird der Begriff Noticing mit *Erkennen* übersetzt.

Knowledge-based reasoning

Zur Kompetenz der professionellen Wahrnehmung wird nicht nur das Erkennen lernrelevanter Unterrichtsmerkmale gezählt, sondern auch, dass die identifizierten Ereignisse von der Lehrkraft begründet und interpretiert werden können. Daraus ergibt sich die zweite Komponente der professionellen Wahrnehmung - die Begründung des wahrgenommenen Ereignisses (van Es & Sherin, 2002; Sherin, 2007)⁸. Nach aktuellem Forschungsstand

⁷Die Begrifflichkeiten werden in verschiedenen Studien unterschiedlich verwendet. Oft findet man auch anstelle des Überbegriffs der professionellen Wahrnehmung den Begriff Noticing. Das in diesem Absatz dargestellte Noticing wird dann als Fokussierung oder gezielte Aufmerksamkeit auf bestimmte Aspekte beschrieben (Sherin et al., 2011)

⁸In einigen Arbeiten findet man anstelle des Ausdrucks Begründen auch den Begriff Interpretieren. Diese Arbeiten verweisen darauf, dass das Begründen eine zentrale Rolle bei der Interpretation von Unterrichtssituationen spielt (z. B. König et al., 2014).

wird zwischen drei qualitativ unterschiedlichen Ebenen der wissensbasierten Begründung unterschieden (Sherin & van Es, 2009). Seidel, Blomberg und Stürmer (2010, S. 297) übersetzen diese wie folgt:

- „Komponenten eines lernwirksamen Unterrichts auf der Basis theoretischen Wissens differenziert zu *beschreiben*,
- Unterrichtssituationen auf der Basis wissenschaftlicher Theorien und Befunde zu *erklären*,
- Wirkungen von Unterrichtssituationen auf weitere Lehr-Lern-Prozesse *vorherzusagen*.“

Eine ausführlichere Beschreibung der einzelnen Komponenten geben Seidel und Stürmer (2014): *Beschreiben* kennzeichnet die Fähigkeit, die relevanten Aspekte der identifizierten Lehr- und Lernaspekte zu differenzieren, ohne weitere Erklärungen anzugeben. *Erklärung* bezieht sich auf die, auf wissenschaftlichen Theorien und Befunden basierende, Erklärungen der wahrgenommenen Situation. Die *Vorhersage* bezieht sich auf die Fähigkeit, die Auswirkungen der beobachteten Situation auf weitere Lehr-Lern-Prozesse vorherzusagen. Nach Seidel und Stürmer (2014) greift das Vorhersagen auf breiteres Wissen über Lehr-Lern-Prozesse und dessen Anwendung in der Unterrichtspraxis zurück. Seidel und Stürmer (2014) konnten mit dem Instrument OBSERVER die empirische Trennbarkeit der drei Ebenen zeigen. Bei Sherin und van Es (2009) findet man eine leicht abweichende Deutung der Begriffe. Bei dem *Beschreiben* eines identifizierten Aspekts berichtet die Lehrkraft von einem beobachtbaren Merkmal oder einer Aktivität. *Erklärung* meint eine Beurteilung der Qualität der Interaktion. Die *Vorhersage* beinhaltet eine Interpretation und Schlussfolgerungen über das Ereignis.

Die Formulierungen für die drei Aspekte des *knowledge-based reasoning* variieren. Im Wesentlichen umfasst die *Beschreibung* eine Benennung des identifizierten Merkmals. Die Beschreibung erfolgt rein auf der Ebene des Beobachtbaren, eine Verbindung mit weiteren Unterrichtsmerkmalen oder eine Interpretation erfolgt nicht. *Erklärungen* gehen darüber hinaus und vernetzen das beobachtete Merkmal (z. B. mit Wissen über den Lehr-Lern-Prozess). *Vorhersagen* beziehen sich auf eine Einordnung in den Unterrichtskontext oder Interpretations- und Vorhersageprozesse.

Es wird davon ausgegangen, dass Begründungen Indikatoren für die Qualität des Wissens der Lehrkräfte sind. Dafür gibt es verschiedene Erklärungsansätze. Die Fähigkeit Begründungen und Schlussfolgerungen zu verbalisieren wird abhängig von der Umstrukturierung und Transformation von Wissen betrachtet (König et al., 2014). Verbindungen zwischen spezifischen Unterrichtsereignissen und die ihnen zugrunde liegenden Lehr- und Lernprinzipien herstellen zu können, gilt als wesentliche Bedingung für erfolgreiche Begründungsprozesse. Grundlegend hierfür werden zum Beispiel das fachliche Wissen und das Wissen über Denkprozesse der Lernenden vermutet (van Es & Sherin, 2002). Insgesamt wird angenommen, dass Begründungen über eine bestimmte wahrgenommene Situation zum Beispiel durch das fachliche Wissen, das curriculare Wissen oder das allgemein pädagogische Wissen der Lehrkraft beeinflusst werden (Blomberg, Stürmer & Seidel, 2011). Zusammenfassend zeigt sich ein ausdifferenziertes und ganzheitliches

Wissen, das flexibel in unterschiedlichen Unterrichtssituationen anwendbar ist, in hohen Begründungsfähigkeiten. Eine niedrige Begründungsqualität wird interpretiert als Hinweis für ein lückenhaftes oder geringes Wissen, das nicht flexibel anwendbar ist (Seidel & Stürmer, 2014, S. 740).

Begründung oder Interpretation von Unterrichtshandlungen zu verbalisieren, ist keine alltägliche Anforderung an Lehrkräfte. Bromme (1992) vermutet auf Basis verschiedener Studien zu Lehrerkognitionen und der eigenen Interviewstudie, dass das dafür benötigte Wissen trotzdem prinzipiell verfügbar ist. Untersuchungen der wissensbasierten Begründung von Lehrkräften haben gezeigt, dass Novizen im Vergleich zu Experten Unterrichtssituationen häufiger beschreiben, wohingegen Experten vermehrt Erklärungen und Vorhersagen angeben (Berliner, 2001; Seidel & Prenzel, 2007; Seidel & Stürmer, 2014). „Daher wird [von Seidel und Kollegen] angenommen, dass die Aspekte Erklären und Vorhersagen stärker vernetzte Wissensstrukturen erfordern [als das Beschreiben] und mit einem höheren Maß an Expertise einhergehen“ (Jahn et al., 2014, S. 172). Diese Ergebnisse decken sich mit allgemeinen Befunden aus der Expertiseforschung, die zeigen, dass Experten besser als Novizen bedeutende Unterrichtssituation abrufen können (Berliner, 1986)⁹.

Zusammenfassend Trotz der Ergebnisse aus den Studien zum Experten-Novizen Vergleich sind nach van Es und Sherin (2008, S. 247) *beide* Komponenten der professionellen Wahrnehmung von zentraler Bedeutung für die professionelle Kompetenz einer Lehrkraft: „Thus, how individuals reason about what they notice is as important as the particular events they notice.“ Sie gehen davon aus, dass Merkmale von Unterricht, die aus theoretischer und empirischer Sicht lernwirksam sind, nicht unbedingt diejenigen sind, die angehende und praktizierende Lehrkräfte bei der Beobachtung von Unterricht wahrnehmen. Daraus leiten sie die Notwendigkeit ab, die professionelle Wahrnehmung von Lehrkräften in der Ausbildung als auch in der Unterrichtspraxis zu schulen.

Es wird des Weiteren angenommen, dass das Erkennen und Begründen sich gegenseitig beeinflussen. Statt isolierten, unabhängigen Prozessen, wird der Zusammenhang als „circular interplay“ beschrieben (Blomberg et al., 2011, S. 1132). Das was die Lehrkraft wahrnimmt, wird sich auf die Begründung auswirken. Darüber hinaus werden die Erwartungen und das Wissen einer Lehrkraft ihre professionelle Wahrnehmung beeinflussen (Sherin, 2007).

2.3.2. Professionelle Wahrnehmung in der Kompetenzmessung

Das Konstrukt der professionelle Wahrnehmung ist ein Teil der professionellen Kompetenz von Lehrkräften. Ist eine Lehrkraft mit bestimmten Anforderungen oder spezifischen Situationen konfrontiert, werden Wahrnehmungsprozesse erforderlich. In der

⁹Mehrere Studien verglichen die professionelle Wahrnehmung von Experten und Novizen. Als Novizen galten Studierende, Berufsanfänger oder auch Lehrkräfte vor einer Fortbildung. Experten wurden meist nicht nur allein durch ihre Berufserfahrung gekennzeichnet, sondern auch durch die Qualität ihrer Erfahrung.

vorliegenden Arbeit wird angenommen, dass die professionelle Wahrnehmung ein Teilprozess davon ist, der sich auf bestimmte wahrzunehmende Phänomene bezieht. Dieser Teilprozess kann mehr oder weniger gut gelingen. Bei gutem Gelingen wird im Folgenden von hochwertiger professioneller Wahrnehmung gesprochen. Ich gehe davon aus, dass über die Art und Weise, wie eine Lehrkraft in einer bestimmten Situation professionell wahrnimmt, Aussagen über das latente Kompetenzkonstrukt der professionellen Wahrnehmung möglich sind. Die hochwertige professionelle Wahrnehmung wird folglich in der Kompetenzmessung häufig als Indikator für situationsbezogene, professionelle Kompetenz von Lehrkräften verwendet (Bromme, 1992). Ob und inwieweit eine Lehrkraft relevante Aspekte einer Unterrichtssituationen erkennt und lernprozessbezogen interpretiert, dient zur Erfassung von Fähigkeiten, von denen man annimmt, dass sie zur erfolgreichen Bewältigung von Anforderungen eines wirksamen Unterrichts notwendig sind.

Verschiedene Ansätze und Vorgehensweisen erfassen die Qualität der Wahrnehmung von Unterricht (König et al., 2014; Schwindt, 2008; Seidel et al., 2010; Sherin & van Es, 2009; van Es & Sherin, 2002). Häufig wird dabei auf ein video-basiertes Forschungsdesign zurückgegriffen, in dem Lehrkräfte konkrete Unterrichtsvideos analysieren. Die Operationalisierung der professionellen Wahrnehmung erfolgt sowohl für das Erkennen als auch für die Begründungen mit offenen sowie teils auch mit geschlossenen Items. Methodische Ansätze der videobasierten Studien reichen von Einschätzungen von vorgegebenen Aussagen auf einer Likert-Skala (Seidel et al., 2010; König et al., 2014), bis zu sehr offenen Fragestellungen, wie beispielsweise die Frage „Was ist Ihnen aufgefallen?“ nach der Beobachtung einer Unterrichtssituation (Sherin & van Es, 2009). Unabhängig von den teils verschiedenen methodischen Herangehensweisen, wird bei den Äußerungen der Lehrkräfte zwischen reinen Beobachtungsvorgängen, für die bedeutsame Aspekte wahrgenommen werden sollen (*Erkennen*), und Prozessen wie das Interpretieren und Begründen einer Situation (*Begründen*) unterschieden. Kompetenzen von Lehrkräften und somit auch die professionelle Wahrnehmung gelten als situations- und kontextgebunden. Der video-basierte Ansatz wird als gute Möglichkeit gesehen, die professionelle Wahrnehmung mit ihren beiden Komponenten kontext- und situationsbezogen, sowie authentisch zu erfassen (Seidel & Prenzel, 2007). Die Videos beinhalten konkrete Situationen der Unterrichtspraxis im Klassenzimmer. Aber das Handeln im Unterricht selbst, ist nicht die alleinige Anforderung einer Lehrkraft in ihrem Unterrichtalltag (vgl. Lindmeier, 2011). Um die professionelle Wahrnehmung auch in anderen Bereichen detailliert erfassen zu können, wie beispielsweise in der Unterrichtsplanung, ist eine Ergänzung der bisherigen Forschung und der verwendeten Erhebungsinstrumente notwendig.

Im nächsten Abschnitt werden Studien vorgestellt, die die innere Struktur der professionellen Wahrnehmung und den Zusammenhang der professionellen Wahrnehmung mit anderen Komponenten der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft untersuchen.

Struktur der professionellen Wahrnehmung

Es gibt bislang nur wenige Studien, die untersuchen inwieweit die Kriterien, die Lehrkräfte für die Begründung heranziehen, auch aus theoretischer und empirischer Sicht lernwirksam sind. Die vorgestellten Arbeiten von Sherin und van Es erfassen die wahrgenommenen Inhalte und ordnen sie in Kategorien ein (aktive Person, Inhalt, Denkprozess). Eine Analyse, inwieweit die genannten Aspekte tatsächlich für die spezifische Situation aus einer normativen Sicht bedeutend für einen erfolgreichen Lernprozess sind, erfolgt nicht. Bei Schäfer und Seidel (2015) werden die genannten Kriterien mit Hilfe einer Expertenmeinung bewertet. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass angehende Lehrkräfte Schwierigkeiten im Identifizieren von bedeutsamen Unterrichtssituationen haben. Sie erkennen zwar lernwirksame Aspekte, legen aber ihren Fokus bei der Wahrnehmung auch auf Unterrichtsaspekte der Oberflächenstruktur.

Außerdem ist die Studie von Schäfer und Seidel (2015) mit jetzigem Wissen eine der wenigen, die explizit den Zusammenhang zwischen dem Erkennen und der wissensbasierten Begründung analysiert: Obwohl die untersuchten Lehramtsstudierenden einige wesentliche Lehr-Lern-Komponenten erkennen, basieren die Begründungen oft auf naiven Annahmen und sind häufig nicht in Übereinstimmung mit der Expertenmeinung. Nach der qualitativen Analyse von van Es (2011) zeigen sich erste Hinweise darauf, dass ein Erkennen spezifischer mathematischer Denkprozesse im Vergleich zu dem Erkennen eher allgemeiner Unterrichtsmerkmale stärker im Zusammenhang mit tiefergehenden Begründungsprozessen steht. Auch König et al. (2014) untersuchten mit Methoden der probabilistischen Testtheorie die Struktur der professionellen Wahrnehmung. Sie stellen einen nur schwachen Zusammenhang zwischen dem Erkennen und Begründen fest. Sie folgern, dass die erfasste Fähigkeit einer Lehrkraft, Unterrichtssituationen wahrzunehmen und zu begründen zweidimensional modelliert werden kann. Sie geben für ihre Ergebnisse folgende Interpretation:

„Their rating of Likert-scale items assessed a precise perception of classroom events as part of teacher expertise. We assume that the knowledge needed here has to be sufficiently internalized and therefore consolidated on an implicit level as an automatically activated schema. In other words, knowledge is internalized to an extent that it becomes implicit and can be used without conscious effort and verbal explication. It is different from knowledge that can be explicated and therefore correlates neither with the skill to interpret nor with the declarative-conceptual pedagogical knowledge.“ (König et al., 2014, S. 84)

Einordnung in die professionelle Kompetenz von Lehrkräften

Schon Ergebnisse aus der Erwartungsforschung zeigen, dass unterschiedliche Personen in der selben Situation unterschiedliche Dinge wahrnehmen. Das was wahrgenommen wird, ist durch Vorerfahrungen, Wissen und Überzeugungen (Beliefs) beeinflusst (Olson, Roese & Zanna, 1996). Diesen Zusammenhang zwischen Wissen und Beliefs mit dem Bestimmen der als wichtig erachteten Aspekte einer Situation analysierte Schoenfeld (1998) in einer Fallstudie mit Lehrkräften.

Die professionelle Wahrnehmung wurde in den ersten Forschungsarbeiten als domänenübergreifende Kompetenz von Lehrkräften angesehen, welche unabhängig vom Unterrichtsfach beschrieben wird (Sherin, 2002). Vor allem im Zusammenhang mit Mathematikunterricht, berücksichtigen neuere Ansätze neben diesem allgemeinen auch einen fachspezifischen Aspekt der professionellen Wahrnehmung. Die Studie von Star und Strickland (2008) zeigt hierzu, dass angehende Lehrkräfte eher allgemeine Unterrichtsaspekte (Klassengröße, Anzahl der Computer) als spezifischen mathematischen Inhalt wahrnehmen (verwendete Fachbegriffe, gewählte Art der mathematischen Darstellung, Richtigkeit des Inhalts, verwendete Probleme und Beispiele). Außerdem ergibt eine andere Studie, in der ebenfalls Unterrichtsvideos bewertet wurden, dass die Begründungsqualität unter anderem von dem fachlichen Wissen und dem *Knowledge of Content and Students*¹⁰ der Mathematiklehrkraft abhängig ist (Kersting, Givvin, Sotelo & Stigler, 2010). Die Ergebnisse von Blomberg et al. (2011) deuten darauf hin, dass die Entwicklung der allgemeinen professionellen Wahrnehmung von pädagogischen und fachspezifischen Wissen beeinflusst wird. König et al. (2014) untersuchten den Zusammenhang der Komponenten der professionellen Wahrnehmung mit dem allgemeinen pädagogischen Wissen einer Lehrkraft. Neben der empirischen Trennbarkeit des Erkennens und der Begründung, wird ein starker Zusammenhang zwischen dem allgemeinen pädagogischen Wissen und der Begründungsqualität gezeigt. Demgegenüber wird kein Einfluss des Wissens auf die Fähigkeit des Erkennens festgestellt.

2.4. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Grundlagen zur Untersuchung der professionellen Kompetenz von Lehrkräften herausgearbeitet. Kompetenzen beziehen sich auf die Bewältigung bestimmter Anforderungen und Situationen, sind kontextualisiert und erlernbar. Die Bewältigung spezifischer Situationen wird als Indikator für die Kompetenz aufgefasst. Theoretische Modelle, die die professionelle Kompetenz von Lehrkräften beschreiben, gehen davon aus, dass der Bewältigung professioneller Anforderungen des Lehrberufs unter anderem latente kognitive Ressourcen zugrunde liegen. Zu diesen Ressourcen gehören insbesondere das fachliche und fachdidaktische Wissen einer Lehrkraft. Diese verschiedenen Wissensfacetten beziehen sich dabei auf die unterschiedlichen Anforderungen erfolgreichen Unterrichtens.

Es wurden vier zentrale Studien aus Deutschland vorgestellt, die die professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften theoretisch und empirisch modelliert haben. Die vorgestellten Studien untersuchten die Struktur und Entwicklung der professionellen Kompetenz, sowie den Zusammenhang zwischen professionellem Wissen mit dem Lernen der Schülerinnen und Schüler. Es zeigte sich ein großer Zuwachs des professionellen Wissens von Lehrkräften von Beginn bis Ende der universitären Ausbildung. Der Anstieg des professionellen Wissens vom Ende der universitären Ausbildung bis zum Ende des Referendariats war nur moderat. Für die Zeit nach dem Referendariat konnten keine Zusammenhänge zwischen den Wissensfacetten und den Jahren der Unterrichtserfahrung

¹⁰Nach Ball et al. (2008)

einer praktizierenden Lehrkraft nachgewiesen werden.

Indikatoren für die Kompetenzmessung waren in den meisten Studien verschiedene Wissensfacetten. Lindmeier (2011) schlägt ein integrierendes Modell vor, dass die Wissensfacetten mit handlungsorientierten Fähigkeiten der Lehrkräfte als Indikator für deren Kompetenz ergänzt. Diesen Ansatz greift die vorliegende Arbeit auf und arbeitet an dem Desiderat, neben Wissen auch die Performanz in handlungsnahen Anforderungen (insbesondere dem Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung) als Indikator der professionellen Kompetenz von Lehrkräften zu erfassen.

Der kriterielle Ansatz der vorgestellten Studien geht davon aus, dass die erfolgreiche Bewältigung spezifischer Anforderungen und Situationen ein Maß für die Kompetenz ist. Andere theoretische Ansätze, in denen sich auch die vorliegende Arbeit einordnet, gehen der Frage nach, welche *Prozesse* die Ressourcen einer Lehrkraft mit dem beobachtbaren Verhalten verbinden. Die Analyse der Prozesse soll eine umfassendere Beurteilung und ein ganzheitlicheres Verständnis des latenten Kompetenzkonstrukts ermöglichen, als die reine Betrachtung der Ressourcen, die zur Bewältigung der kompetenzdefinierenden Anforderungen und Situationen beitragen.

Das Konstrukt der professionellen Wahrnehmung ist Teil der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft. Sie gilt als wichtige Voraussetzung des erfolgreichen unterrichtlichen Handelns. Das latente Konstrukt der professionellen Wahrnehmung zeigt sich als professioneller Wahrnehmungsprozess, welcher somit Bindeglied zwischen Ressourcen und beobachtbarem Verhalten ist (Abbildung 2.1). Die professionelle Wahrnehmung umfasst die Fähigkeit, lernwirksame Unterrichtselemente zu erkennen und begründen zu können. Es wird zwischen drei qualitativ unterschiedlichen Aspekten des Begründens unterschieden: Beschreiben, Erklären und Vorhersagen. Theoretisch wird angenommen, dass sich die beiden Aspekte der professionellen Wahrnehmung (Erkennen und Begründen) gegenseitig beeinflussen und keine isolierten Prozesse darstellen. Erste empirische Untersuchungen können diese Annahme nicht bestätigen.

Aufbauend auf Erkenntnissen dieses Kapitels wird nachfolgend in Kapitel 3 der Umgang mit Aufgaben als Teil der professionellen Kompetenz einer Mathematiklehrkraft entwickelt. Ein Desiderat der Arbeit ist es unter anderem die Prozesse, die das Ergebnis im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung beeinflussen, zu erfassen und zu analysieren. Dabei spielt die professionelle Wahrnehmung eine bedeutende Rolle.

3. Aufgaben im Mathematikunterricht

3.1. Rolle von Aufgaben für die Qualität von Mathematikunterricht

Überblick *Aufgaben haben für das Lernen im Mathematikunterricht eine besondere Bedeutung. Kapitel 3.1 arbeitet die Rolle von Aufgaben für die Qualität von Mathematikunterricht heraus. Es basiert auf Kapitel 1, welches einen Überblick über die wesentlichen Dimensionen von Unterrichtsqualität gibt. Aufgaben sind zentraler Bestandteil der Gelegenheitsstruktur von Mathematikunterricht (3.1.1). Es gibt verschiedene Möglichkeiten Aufgaben hinsichtlich ihres Beitrags zu Lerngelegenheiten zu beschreiben, zu kategorisieren und zu analysieren (3.1.2). Abschließend folgt eine Klärung des Begriffs des Aufgabenpotenzials (3.1.3).*

3.1.1. Aufgaben als Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht

Aufgaben haben im Mathematikunterricht verschiedene Funktionen. Aus Sicht der Lehrkraft dienen sie der konzeptionellen Unterrichtsgestaltung, helfen bei der Steuerung sowie Organisation des Unterrichts und Lernens (Bromme, 1981; Wengert, 1989). Außerdem bieten sie die Möglichkeit zur Evaluation des Lern- und Leistungsstands (Neubrand, 2002). Aus Schülersicht gelten Aufgaben als die wichtigste Aktivität im Mathematikunterricht (Christiansen & Walther, 1986; Hiebert et al., 2003; Bromme et al., 1990). Aus theoretischer Sicht sind sie Brücke zwischen Unterrichtsaktivitäten und dem Lernen der Schülerinnen und Schüler, da sie den zu bearbeitenden mathematischen Inhalt und die Art und Weise wie dieser bearbeitet wird, festlegen (Doyle, 1983). Man geht davon aus, dass Aufgaben Mediatoren zwischen dem Unterrichten als Tätigkeit der Lehrkraft und dem Lernprozess der Schülerinnen und Schüler sind (Stein & Lane, 1996). Dieses Kapitel beleuchtet die Rolle von Aufgaben als *Lerngelegenheiten* im Mathematikunterricht. Zu Beginn wird der Begriff Aufgabe geklärt, um anschließend mögliche und empirisch untersuchte Wirkmechanismen von Aufgaben auf Qualitätsdimensionen von Unterricht vorzustellen. Von besonderer Bedeutung wird dabei die Dimension der kognitiven Aktivierung sein, deren Umsetzung im Mathematikunterricht größtenteils mit Hilfe von Aufgaben und deren Implementation¹ erfolgt (vgl. Bromme, 1981).

¹Die Implementation von Aufgaben meint die Art und Weise wie die Lehrkraft Aufgaben in den Unterricht einbringt und wie die Schülerinnen und Schüler an der Aufgabe arbeiten.

Begriff Aufgabe

Die Beschreibung und Untersuchung der Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht im Hinblick auf deren Bedeutung für Merkmale von Unterrichtsqualität bedarf einer Definition des Begriffs der *Aufgabe* als zugrunde liegendes Konstrukt. Aufgaben werden in verschiedenen Studien, unter anderem dazu eingesetzt, den allgemeinen Zusammenhang zwischen Lehren und Lernen zu untersuchen. Die Breite der begrifflichen Definitionen reicht dabei von einem weiten bis zu einem sehr engen Begriffsverständnis. Diese werden im Folgenden kurz vorgestellt, um die der Arbeit zugrundeliegende Begriffsvorstellung herauszuarbeiten.

Doyle (1983) geht in seinem Review-Artikel, der den damaligen Stand der Kognitionspsychologie zu kognitiven Anforderungen von Aufgaben in schulischen Lehrplänen zusammenfasst, von einem weiten Aufgabenbegriff aus. Er definiert eine Aufgabe durch drei Aspekte: die *Produkte*, die von den Lernenden durch die Aufgabebearbeitung erwartet werden (z. B. Antworten auf Fragen eines Tests), die *Handlungen*, die von den Lernenden zur Lösung der Aufgabe verwendet werden sollen (z. B. die Erstellung einer Tabelle), und die *Ressourcen*, die den Lernenden zur Aufgabebearbeitung und zur Entwicklung des Produkts zur Verfügung stehen. „Academic tasks, in other words, are defined by the answers students are required to produce and the routes that can be used to obtain these answers“ (Doyle, 1983, S. 161). Aufgaben sind folglich zielgerichtet, inhaltspezifisch und geben (implizit oder explizit) Möglichkeiten vor, wie die Lösung erreicht werden kann. Ausgehend von dieser Vorstellung einer Aufgabe kann eine komplette Unterrichtsstunde aus nur einer einzigen Aufgabe bestehen (vgl. Neubrand, 2002). Eine ähnliche Idee findet man bei Bruder (1988), die Aufgaben durch Handlungsziele, -inhalte und -bedingungen beschreibt. Aufgaben werden bei ihr explizit als Aufforderung zum Lernhandeln gesehen.

Stein et al. (1996) entwickeln für ihre Untersuchungen den Aufgabenbegriff von Doyle (1983) weiter: „a mathematical task is defined as a classroom activity, the purpose of which is to focus students' attention on a particular mathematical idea. An activity is not classified as a different or new task unless the underlying mathematical idea toward which the activity is oriented changes“ (Stein et al., 1996, S. 460). Außerdem fassen sie den Begriff bezüglich der Dauer beziehungsweise der Länge der Aufgabe etwas enger als Doyle. Somit besteht eine generelle Unterrichtsstunde aus zwei, drei oder vier Aufgaben.

Demgegenüber steht der enge Aufgabenbegriff von Renkl (1991, S. 91), der Aufgaben als sehr kleine „Episoden“ im Unterricht betrachtet: „Aufgabe im hier verwendeten Sinne bezieht sich in vielen Fällen auf Lehrerfragen. Da z. B. die Lösung einer Textaufgabe in aller Regel durch das Stellen mehrerer Lehrerfragen erarbeitet wird, bildet eine Textaufgabe nicht eine Aufgabe, sondern in der Mehrzahl der Fälle mehrere Aufgaben (entsprechend der Zahl der Episoden).“

Die vorliegende Arbeit untersucht schwerpunktmäßig die Rolle von Aufgaben in der Unterrichtsplanung von Lehrkräften. Die Planung von Mathematikunterricht orientiert sich im Wesentlichen an den einzelnen Aufgaben, wie man sie zum Beispiel in Schulbüchern findet (Bromme, 1981; Tebrügge, 2001). Aus diesem Grund wird für die vorliegende Arbeit der eingegrenzte, aber nicht zu enge Aufgabenbegriff von Neubrand (2002) ge-

wählt, der sich bezüglich der begrifflichen Weite zwischen den Definitionen von Doyle und Stein und Kollegen einordnen lässt.

„Aufgaben sind eine Aufforderung zur *gezielten* Bearbeitung eines *eingegrenzten* mathematischen Themas. Aufgaben sind immer Auseinandersetzung mit einem *Beispiel* eines Sachverhalts“ (Neubrand, 2002, S. 16 f.).

Wirkmechanismen von Aufgaben auf Qualitätsmerkmale von Unterricht

In diesem Kapitel wird dargelegt, welche Wirkmechanismen sich von den Mathematiklehrkräften gewählten Aufgaben auf Qualitätsmerkmale von Unterricht beschreiben lassen. Jordan et al. (2008, S. 85 f.) gehen auf zwei der Qualitätsmerkmale ein:

„Einerseits ist die Art und Weise der inhaltlich orientierten kognitiven Aktivität der Schülerinnen und Schüler eng daran gekoppelt, ob überhaupt und wenn ja, in welcher Abfolge Aufgaben mit adäquatem kognitiven Potenzial als Gelegenheit zum verständnisvollen Lernen von Mathematik in den Unterricht eingebracht werden. [...] Andererseits wird die Art und Weise, wie eine Aufgabe im Unterricht verwendet wird, mit welchen Bearbeitungsmodi sie verbunden ist, zu welchen Handlungen sie Schülerinnen und Schüler auffordert, auf deren Motivation, Selbstkonzept und Interesse wirken.“²

Aufgaben und kognitive Aktivierung Auf der Grundlage einer konstruktivistischen Sichtweise gehen verschiedene theoretische Ansätze davon aus, dass verständnisvolle Lernprozesse einhergehen mit höheren kognitiven Prozessen wie Analysieren, Reflektieren oder Argumentieren (Seidel & Shavelson, 2007). Aufgaben, die diese niveaувollen mathematischen Tätigkeiten anregen, werden als Indikator für nachhaltig wirksamen Unterricht betrachtet.

Nach Doyle (1983) ist die Wirksamkeit des Lernprozesses stark von der gestellten Aufgabe abhängig. Dabei können unterschiedliche Arten und Niveaus von kognitiven Prozessen, die in der Aufgabe gefordert werden, zu qualitativ verschiedenen Lernergebnissen führen. Aufgaben, die das Lösen von Routineaufgaben erfordern, führen seinen theoretischen Überlegungen nach zu einer anderen, wahrscheinlich weniger gehaltvollen, Lerngelegenheit für Schülerinnen und Schüler, als Aufgaben, die Lernende dazu anregen, sich mit mathematischen Konzepten auseinanderzusetzen, oder Verknüpfungen zwischen verschiedenen mathematischen Inhalten herzustellen.

Erste empirische Untersuchungen, welche Wirkung Aufgaben auf das Lernen von Schülerinnen und Schüler haben, vergleichen Mathematikunterricht in Grundschulklassen. Dabei wird ein eher traditionell orientierter einem problemorientierten Ansatz mit entsprechend unterschiedlichen Aufgaben gegenübergestellt. Es kann gezeigt werden, dass

²In diesem Zitat wird deutlich, dass der *Lehrkraft* im Umgang mit Aufgaben eine wesentliche Funktion zukommt. Mit Hilfe von Aufgaben kann die Lehrkraft einen entscheidenden Einfluss auf den Unterricht nehmen, indem sie sie als Lerngelegenheit nutzt. Die Rolle der Lehrkraft steht in diesem Kapitel nicht im Fokus. Die zentrale Bedeutung der Lehrkraft, die sie im Umgang mit Aufgaben auf erfolgreiche Lernprozesse hat, wird in einem eigenen Kapitel (3.3) analysiert.

die Beschäftigung mit Problemlöseaufgaben mit einem Lernzuwachs zusammenhängt (Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang & Loef, 1989; Cobb et al., 1991). Da keine genauen Aussagen über die tatsächlich verwendeten Aufgaben gemacht werden, sind aber keine differenzierten Schlussfolgerungen möglich.

Eine Studie von Hiebert und Wearne (1993) untersuchte mit sechs sechsten Klassen den Einfluss von Aufgaben auf Lernergebnisse. Dafür wurden zu Beginn und am Ende des Schuljahres Leistungsdaten erhoben. Die Unterrichtsbeobachtungen fanden regelmäßig im Laufe von zwölf Wochen statt. Dabei wurden insbesondere die Anzahl der bearbeiteten Aufgaben, die dafür aufgewendete Zeit und die Art der Aufgaben (Darstellung mit Symbolen (1), Bildern und Diagrammen (2), Material (3), einer Geschichte (4), einer Geschichte und Aufgabenlösung mit Material (5)) festgehalten. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass sich die Größenunterschiede im Lernzuwachs in denjenigen Klassen ähneln (herangezogen wird hierfür der Mittelwert und die Standardabweichung), in denen das auch für die Art der im Unterricht verwendeten Aufgaben der Fall ist. Die größten Unterschiede im Lernerfolg ergeben sich zwischen den Klassen, in denen sich die Art der verwendeten Aufgaben stark unterscheiden. Folglich wird ein Zusammenhang zwischen den im Unterricht verwendeten Aufgaben und dem Lernerfolg vermutet: unterschiedliche Arten von Aufgaben ermöglichen unterschiedlich erfolgreiche Denkprozesse. Die Ergebnisse legen außerdem nahe, dass Aufgaben, deren Bearbeitung eine längere und intensivere Konzentration auf mathematische Kernideen erfordern, zu einem höheren Lernerfolg führen als Aufgaben, die ein reines Ausführen und Wiedergeben von Prozeduren verlangen.

Stein und Lane (1996) erweitern die Ergebnisse von Hiebert und Wearne (1993) mit einer strukturierten Untersuchung. Sie analysierten den Zusammenhang verschiedener Aufgabenmerkmale mit dem Lernprozess der Schülerinnen und Schüler. Unterschieden wird dabei zwischen dem Einfluss der gewählten Aufgaben und der Aufgabenimplementation auf den Lernzuwachs. Die Studie wurde im Zeitraum von drei Jahren, pro Jahr drei Mal, jeweils dreitägig in vier verschiedenen Schulen im Mathematikunterricht von jeweils drei Lehrkräften pro Schule durchgeführt. Basis der Analyse sind schriftliche Zusammenfassungen von Beobachtungen und Videoaufzeichnungen des Mathematikunterrichts und 144 ausgewählte, im Unterricht verwendete Aufgaben. Die größten Lernerfolge werden mit Aufgaben erzielt, bei denen Lernende die Möglichkeit hatten, kognitiv anspruchsvolle Denk- und Argumentationsprozesse selbst durchzuführen. Dazu gehören vor allem nicht-algorithmische, bedeutungsvolle Denkprozesse in denen Lernende sich mit Mathematik intensiv auseinandersetzen („doing mathematics“). Im Gegensatz dazu ergeben sich geringe Lernzuwächse bei der Beschäftigung mit Aufgaben, die mit einem bekannten Verfahren, mit einer einfachen leicht verfügbaren Strategie oder mit einer einzelnen Darstellungsform gelöst werden konnten. Die Lernerfolge scheinen zusätzlich abhängig von der Aufgabenimplementation zu sein. Aufgaben mit einem hohen kognitiven Potenzial, deren Implementation auch kognitiv anspruchsvoll ist, indem zum Beispiel verschiedene Lösungsmöglichkeiten oder Begründungen eingefordert werden, führen zu den größten Lernerfolgen. Die geringsten Lernzuwächse zeigen sich bei Aufgaben, deren kognitives Potenzial niedrig ist und deren Implementation ebenfalls auf einem niedrigen kognitiven Anspruchsniveau stattfindet.

Auch in Deutschland wurde der Zusammenhang zwischen Aufgaben und dem Lernen der Schülerinnen und Schüler differenziert in der COACTIV-Studie untersucht. Analysegrundlage sind nicht wie bei Stein und Lane (1996) Unterrichtsbeobachtungen sondern Aufgaben, die im Unterricht verwendet wurden. Dazu wurden in den Klassen, die an der PISA-Studie teilnahmen, 45.000 Aufgaben des Unterrichts, der Hausaufgaben und der Klausuren, eingesammelt und analysiert (Jordan et al., 2008; Neubrand, Jordan, Krauss, Blum & Löwen, 2011). Es zeigt sich ein direkter Zusammenhang zwischen der Qualität der Aufgaben, insbesondere ihrem Potenzial zur kognitiven Aktivierung, und dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler innerhalb eines Schuljahres (Baumert et al., 2010; Baumert & Kunter, 2011b).

Es ergibt sich folgendes Bild: Aufgaben können die Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten einschränken oder ausweiten. Die Merkmale der Aufgabe, der zu vermittelnde Inhalt und wie dieser mit der Aufgabe gefördert werden soll, beeinflussen die Art und Weise wie Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht mit der Aufgabe arbeiten. Verschiedene Studien stellen einen direkten Zusammenhang zwischen der Qualität der Aufgaben und dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler fest. Aufgaben, die höhere Denkprozesse anregen, werden daher als wirksamer Indikator für die Dimension der kognitiven Aktivierung und für verständnisvolle Lernprozesse betrachtet. Entscheidend dabei ist, dass mit kognitiv anregenden Aufgaben der Lernprozess aller Lernenden unterstützt werden kann, nicht vorrangig derjenige von leistungsstarken Lernenden. Dazu wurden vier Stunden in unterschiedlichen zehnten Klassen zu naturwissenschaftlichen Themen gehalten, die alle Unterricht auf einem hohen kognitiven Niveau zum Ziel hatten. Vor und nach den Unterrichtsstunden wurde ein Leistungstest durchgeführt. Lernende, die im Pre-Test bessere Leistungen erzielen, schneiden auch im Post-Test besser ab als die Schülerinnen und Schüler der niedrigen Leistungsgruppe. Trotzdem sind in beiden Leistungsgruppen deutliche Leistungszuwächse im Vergleich zum Ausgangsniveau festzustellen (Zohar & Dori, 2003). Folglich ist der Einsatz von Aufgaben mit einem hohen kognitiven Niveau von zentraler Bedeutung für die Unterstützung des Lernens aller Schülerinnen und Schüler.

Aufgaben und konstruktive Lernerunterstützung Die alleinige Darbietung kognitiv aktivierender Aufgaben ist nicht ausreichend, damit Schülerinnen und Schüler sich mit Aufgaben auf anspruchsvolle Weise auseinandersetzen. Sie müssen bei ihren Lernprozessen beispielsweise motivational unterstützt werden (Pintrich et al., 1993; Stefanou, Perencevich, DiCintio & Turner, 2004; Turner et al., 1998). Es wird davon ausgegangen, dass Aufgabenmerkmale und die Art und Weise, wie Aufgaben im Unterricht eingesetzt werden, Einfluss auf die Motivation der Lernenden haben. Diese Meinung wird vor allem im Praxisfeld stark diskutiert (Jordan & Leiß, 2006; Jordan et al., 2008). Grundlegend für die Motivationsförderung im Unterricht ist persönliche Relevanz des Unterrichtsgegenstands aufzuzeigen und das Bedürfnis nach Kompetenz, Autonomie und sozialer Eingebundenheit zu unterstützen (z. B. Hugener et al., 2006). Den theoretischen Rahmen bildet hier, wie schon in Abschnitt 1.2 genauer ausgeführt, die Selbstbestimmungstheorie von Deci (1985). Aufgaben sollen ein Bild von Mathematik und die Bedeutung, was das Treiben von Mathematik beinhaltet, vermitteln (Henningsen & Stein, 1997;

Hiebert & Wearne, 1993). So zeigt sich die Relevanz des Lerngegenstands in Aufgaben, die einen Anwendungsbezug des Erlernten (z. B. im alltäglichen Leben) herstellen, oder ganz allgemein Ereignisse, Phänomene und Situationen aus der realen Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler aufgreifen. Eine weitere Möglichkeit hierfür ist, mit Unterrichtsmaterialien aus dem Alltagsleben der Lernenden zu arbeiten. Aufgaben, die den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit bieten, eigenständige Entschlüsse bezüglich der Aufgabenbearbeitung zu treffen, wie zum Beispiel die Auswahl zwischen verschiedenen Aufgaben oder der Aufgabenmenge, können das persönliche Bedürfnis nach Kompetenz, Autonomie und sozialer Eingebundenheit unterstützen. Eigenverantwortliches Handeln zeigt sich bei Aufgaben, in denen Lernende die Möglichkeit haben, ihre Bearbeitung und das Ergebnis selbstständig zu kontrollieren, oder sie entscheiden können, wie sie den Bearbeitungsprozess festhalten wollen. Kompetentes Handeln kann unter anderem dann im Klassenverband gelingen, wenn Aufgabenstellungen zur Verfügung stehen, die von Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Leistungsniveaus bearbeitet werden können. Eine Möglichkeit dies zu gewährleisten, ist die Arbeit mit unterschiedlich anspruchsvollen Aufgaben oder mit Aufgaben zur natürlichen Differenzierung. Diese selbstdifferenzierenden Aufgaben können auf unterschiedlichen Niveaus und mit unterschiedlichen Zugangsweisen bearbeitet werden. Auf diese Weise wird ebenso ein Autonomieerleben möglich. Ein lernförderliches Klima, erzeugt durch ein wertschätzendes und anerkennendes Lehrkraft-Lernende-Verhältnis, lässt sich nicht direkt an der Aufgabe erkennen, kann aber durch die Art und Weise der Implementation zum Ausdruck gebracht werden. Zentral hierfür ist zum Beispiel eine positive Fehlerkultur (Hugener et al., 2006; Kobarg, Seidel et al., 2007; Kunter, 2005).

Bislang gibt es nur wenig empirische Untersuchungen, die den Zusammenhang von Aufgaben mit einer konstruktiven Lernerunterstützung untersucht haben. Die COACTIV-Studie analysierte den Einfluss des Potenzials zur kognitiven Aktivierung, welche über den Grad der für die Aufgabenlösung erforderlichen Modellierungs- und Argumentationsprozesse in Klassenarbeiten erfasst wurde, und den Faktoren Leistungängstlichkeit und Freude (Kunter & Voss, 2011). Die beiden Faktoren wurden mit einem Schülerfragebogen gemessen, welchen die Arbeitsgruppe um Pekrun entwickelt hat (Pekrun et al., 2002). Weitere, nicht veröffentlichte Auswertungen der COACTIV-Studie ergeben positive starke Zusammenhänge von dem von Schülerinnen und Schülern wahrgenommenen Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben, der erlebten Selbstständigkeit bei der Aufgabenbearbeitung und der wahrgenommenen Möglichkeit multipler Lösungen mit Freude, sowie negative Zusammenhänge mit den Skalen Ärger, Langeweile und Hoffnungslosigkeit³. Aus den theoretisch dargestellten Argumenten und den empirischen Ergebnissen ist es möglich zu folgern, dass die Aufgabenstellung und -implementation einen Beitrag zur Qualitätsdimension der konstruktiven Lernerunterstützung leisten können.

³Quelle: persönliches Gespräch mit Stefan Krauss, 2015

Aufgaben und inhaltliche und strukturelle Klarheit Aufgaben sind Mittel, um den Lernstoff zu strukturieren und zu organisieren (Bromme et al., 1990; Lenné, 1969; Walther, 1985). Außerdem zeigen Studien, die sich vor allem auf Interviews mit Lehrkräften beziehen, dass sich die Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften und der Unterrichtsablauf im Wesentlichen an Aufgaben orientieren (Bromme, 1981). Aufgaben sind somit ein bedeutendes Gestaltungsmittel des Mathematikunterrichts. Es ist mir bis jetzt keine Studie bekannt, die untersucht hat, inwieweit Aufgaben die eher allgemeinen Unterrichtsqualitätsmerkmale der Unterrichts- und Klassenführung beeinflussen. Ich gehe davon aus, dass Aspekte wie der Umgang mit Unterrichtsstörungen oder das Classroom Management nicht oder nur indirekt mit Aufgaben zusammenhängen. Betrachtet man aber die oben genannten Funktionen von Aufgaben neben der Initiierung von lernförderlichen Schüleraktivitäten, ergibt sich ein möglicher Zusammenhang von Aufgaben und der Unterstützung inhaltlicher und struktureller Klarheit (Drollinger-Vetter, 2011; Helmke, 2009; Lipowsky, 2006; Ufer et al., 2015). Dieser kann sich beispielsweise in einer klaren Aufgabenstellung ausdrücken. Damit ist gemeint, dass Schülerinnen und Schüler wissen, um was es inhaltlich in der Aufgabe geht und was zur Aufgabebearbeitung zu tun ist. Eine klare Aufgabenstellung kann auch bedeuten, dass sich die Lernenden auf den wesentlichen mathematischen Inhalt beziehungsweise die jeweilige Tätigkeit konzentrieren können oder nicht durch das Lösen der Aufgabe „belastet“ werden, wenn es vordergründig um das Verständnis eines mathematischen Konzepts geht. Wenn Anforderungen an Aufgaben festgemacht werden können, ist außerdem eine klare Ziel- und Erwartungsforderung möglich. Generell sind klare Unterrichtsziele zentrale unterrichtliche Bedingung für kognitive Auseinandersetzungen mit Aufgaben und dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler (Helmke & Weinert, 1997; Krapp, 2002b, 2002a). Studien zeigen positive Effekte einer hohen Zielklarheit auf kognitive Aspekte des Lernens (Seidel et al., 2005).

Zusammenfassung Aufgaben sind zentrale Lerngelegenheiten und Gestaltungsmittel für den Mathematikunterricht. Es wird von einem Wirkmechanismus von kognitiv aktivierenden Aufgaben auf Merkmale von Unterrichtsqualität ausgegangen, wozu die kognitive Aktivierung, die konstruktive Lernerunterstützung und die inhaltliche und strukturelle Klarheit zählen. Mit der Auswahl geeigneter Aufgaben und einer adäquaten Implementation lassen sich Qualitätsmerkmale umsetzen und somit Lernprozesse fördern. Folglich haben Aufgaben das Potenzial erfolgreichen, lernwirksamen Unterricht zu verwirklichen.

3.1.2. Systeme zur Beschreibung von Aufgaben

Um das Potenzial von Aufgaben für wirksamen Unterricht zu beschreiben, wurden verschiedene Kategorisierungsschemata entwickelt. Im Vordergrund der Kategorien steht dabei besonders das Potenzial von Aufgaben, Lernprozesse anzuregen. Ziel dieses Kapitels ist die Entwicklung eines Modells zur Beschreibung des Aufgabenpotenzials, das die für die Arbeit relevanten Aspekte auf Basis der dargestellten Kategorisierungsschemata erfasst.

Auf Grundlage von Merkmalen der Unterrichtsqualität und somit auch Vorstellungen von erfolgreichen Lernprozessen, wurden in den letzten Jahrzehnten verschiedene Ansätze zur Klassifikation von Aufgaben entwickelt (Renkl, 1991; Stein et al., 1996; Neubrand, 2002; Knoll, 2003; Jordan et al., 2006; Hugener et al., 2006). Die wesentliche Annahme ist, dass Aufgaben zentrale Informationen über den eigentlichen Unterricht enthalten. Aus dieser Annahme folgernd macht es eine Klassifikation des Aufgabenpotenzials möglich, Unterrichtsqualität zu messen, wesentliche inhaltliche Schwerpunkte des Unterrichts (auch im Hinblick auf dadurch mögliche Ländervergleiche, wie zum Beispiel in den TIMSS-Studien) zu bestimmen, oder auch vermutlich ablaufende Unterrichts- und Lernprozesse zu untersuchen. Anhand des ermittelten Aufgabenpotenzials können somit Aussagen über den Unterricht und die Unterrichtsqualität abgeleitet werden.

Bevor das Aufgabenpotenzial bestimmt wird, erfolgt meist eine rationale Aufgabenanalyse, in der die objektiven Anforderungen der Aufgabe analysiert werden (Bromme et al., 1990). Dabei geht es nicht um die Analyse der konkreten Vorgehens- oder Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler, sondern um eine möglichst objektive Expertensicht auf die Aufgabe und die Anforderungen bei der Aufgabebearbeitung. In der objektiven Aufgabenanalyse werden also die Eigenschaften der einzelnen Aufgabe analysiert, ohne deren Implementation zu berücksichtigen. Um untersuchen zu können, wie sich der Anspruch der Aufgaben während des Unterrichtsverlaufs entwickelt, finden sich ebenfalls Klassifikationssysteme, welche neben der Aufgabe auch die Art und Weise der Implementation erfassen. Die vorliegende Arbeit behandelt nicht den tatsächlichen Unterrichtsverlauf, sondern die Unterrichtsplanung. Außerdem steht nicht das Messen der Qualität der Aufgabenimplementation im Vordergrund, sondern die Analyse lernwirksamer Merkmale von Aufgaben, die im Unterricht genutzt werden können. Aus diesen Gründen wird lediglich auf die objektive Aufgabenanalyse genauer eingegangen. Im Folgenden werden kurz die für die Arbeit relevanten Kategorisierungen vorgestellt⁴.

Doyle Vorläufer der aktuellen Aufgabenklassifikationen ist die Arbeit von Doyle (1983). Für die Beschreibung von Tätigkeiten im Unterricht fokussiert er als erster das kognitive Niveau und die Anforderungen von Aufgaben. Er stellt dabei fest, dass die Inhalte des Curriculums im Unterricht auf ganz unterschiedliche Weise umgesetzt werden. Um die tatsächlich im Unterricht genutzten Lerngelegenheiten des Curriculums besser verstehen zu können, ist es seiner Auffassung nach notwendig zu untersuchen, wie die Curriculumsinhalte mit Aufgaben im Unterricht umgesetzt werden (Doyle, 1988). Seine theoretischen Überlegungen differenzieren zwischen *higher* und *lower cognitive processes*. Aufgaben unterscheiden sich in ihrer Komplexität, also ihren mit der Aufgabe verbundenen Anforderungen. Unter Anforderungen von Aufgaben auf niedrigem Niveau fasst Doyle die reine Erinnerungsleistung oder die Wiedergabe von Formeln oder Prozeduren, die zum Beispiel in einer Multiplikationstafel notwendig sind. Wohingegen Aufgaben, für die höhere kognitive Prozesse erforderlich sind, gekennzeichnet sind durch Verstehens- und Interpretationsprozesse oder die flexible Anwendung vorhandenen Wissens. Eine genauere Beschreibung der Prozesse gibt Doyle aber nicht an.

⁴Die Entwicklung und einen Vergleich verschiedener Kategorisierungsschemata findet man ausführlich dargestellt bei Neubrand (2002).

TIMSS- und Pythagoras-Studie In der Pythagoras-Studie von Hugener et al. (2006) wurden neben der Unterrichtsqualität, dem Lernverhalten und dem mathematischen Verständnis auch die im Unterricht verwendeten Aufgaben und deren Implementation untersucht. Die Kategorisierung entstammen der TIMSS-Studie (Jacobs et al., 2003; Hiebert et al., 2003). Kodiert wurde die Art der mathematischen Denkprozesse, die durch die Aufgabenstellung ausgelöst werden sollen. Das Kategoriensystem unterscheidet zwischen *Verknüpfungen*, *Konzepten* und *Prozeduren* (Hugener et al., 2006; Jacobs et al., 2003). Aufgrund des vorgegebenen mathematischen Inhalts „Einführung des Satz des Pythagoras“ können in der Pythagoras-Studie die Kategorien im Vergleich zur TIMSS-Studie weiter inhaltlich differenziert werden.

Arbeitsgruppe um Stein Ein Schwerpunkt der Arbeiten von Stein und Kollegen (1996) liegt auf der Identifikation und Untersuchung von Faktoren, die im Zusammenhang mit einer Veränderung der kognitiven Anforderung der Aufgabe im Unterrichtsverlauf stehen. Dazu wurden das kognitive Niveau der gestellten Aufgabe und das der tatsächlichen Aufgabebearbeitung im Unterricht eingeschätzt. Neben der Darstellung kognitiver Anforderungen enthält das Kategoriensystem beschreibende Codes, die die Bearbeitungszeit, die Art der Aufgabenquelle (zum Beispiel Schulbuch oder Eigenentwicklung), den mathematischen Inhalt und die Sozialform, erfassen sollen. Darüber hinaus wurden noch Aufgabenmerkmale beurteilt, die sich auf Aspekte beziehen, die für die Anregung mathematischer Verständnis- und Denkprozesse aus Sicht der mathematikdidaktischen Forschungsexpertise relevant sind (Stein & Lane, 1996): Anzahl der möglichen Lösungsstrategien; Anzahl und Art der möglichen Repräsentationen, die zur Lösung der Aufgabe herangezogen werden können; Erklärungen, Begründungen und Rechtfertigungen der Lösungswege von Seiten der Schülerinnen und Schüler. Tabelle 3.1 zeigt, wie das Kategoriensystem für die kognitiven Anforderungen von Aufgaben im Mathematikunterricht zwischen hohem und niedrigem Niveau differenziert.

Tabelle 3.1.: Kognitive Anforderungen von Aufgaben im Mathematikunterricht (nach Stein & Lane, 1996))

Niveau	Art	Beschreibung
Hoch	„Doing Mathematics“	Die Verwendung komplexer, nicht-algorithmischer Denkprozesse zur Lösung einer Aufgabe. Der Lösungsweg ist nicht sofort ersichtlich und wird nicht explizit durch die Aufgabe oder ein Aufgabenbeispiel vorgegeben.
Hoch	Verwendung von Prozeduren mit Verbindung zu Konzepten und/oder Verständnis	Die Verwendung einer Prozedur auf eine Weise, die zu einer Aufrechterhaltung oder Entwicklung eines tiefen Verständnisses mathematischer Konzepte und Ideen führt.
Niedrig	Verwendung von Prozeduren ohne Verbindung zu Konzepten und/oder Verständnis	Die Verwendung einer Prozedur um ein Problem zu lösen. Es wird kein Fokus darauf gelegt, wie oder warum der Algorithmus funktioniert.
Niedrig	Auswendiglernen	Entweder die Reproduktion von früher gelernten Fakten, Regeln oder Definitionen oder das jeweilige Auswendiglernen. Diese Aufgaben haben wenig oder kaum Verbindung zu Konzepten oder Verständnis.

Knoll Auch bei Knoll (2003) findet man eine Ergänzung der Aufgabenanalyse bezüglich der kognitiven Anforderungen (Wissensaufgaben, Routineaufgaben, Anwendungsaufgaben, Denk- und Problemlöseaufgaben) um die Einordnung des mathematischen Inhalts der Aufgabe und um allgemeine Merkmale der Aufgabendarstellung und des Unterrichtskontextes. Bei ihm werden explizit noch zwei weitere Kategorien ergänzt, die die Aufgabe im Unterrichtsverlauf analysieren: Stellung der Aufgabe im Prozess und Art der intendierten Tätigkeit. Knoll analysierte mit dem Kategoriensystem die Einführungsphasen japanischen, amerikanischen und deutschen Unterrichts und identifizierte spezifische Muster des Unterrichtsaufbaus.

Johanna Neubrand Neubrand (2002) strukturiert und benennt die Hauptdimensionen ihres Klassifikationssystems etwas anders, die Grundideen sind jedoch ähnlich. Sie differenziert zwischen dem *Aufgabenkern*, der *Aufgabenperipherie* und *strukturbildenden Aspekten*. Unter den Aufgabenkern fasst sie die Anzahl der zur Aufgabebearbeitung benötigten Wissenseinheiten, die Art des erforderlichen Wissens (prozedurales oder konzeptuelles Wissen), den Kontext in den die Aufgabe eingebettet ist (allgemein oder situativ) und das mathematische Stoffgebiet der Aufgabe, das heißt der Aufgabenkern ist der „Indikator für die [inhaltliche] Orientierung des Mathematikunterrichts“ (S. 93). Die Aufgabenperipherie wird gebildet durch die Art der Anweisungen, die Art der Aufgabenpräsentation (zum Beispiel Text, Symbole, Tabellen, Graphiken) und den Grad der geforderten Lösung der Aufgabe (wird nur nach einer Lösungsidee gefragt oder soll die Aufgabe vollständig gelöst werden). Diese Aufgabenmerkmale spezifizieren die Intention des Aufgabenkerns, müssen aber nicht zwingend vorhanden sein. Die strukturbildenden Aspekte beziehen sich auf die Art der inhaltlichen und kognitiven Aktivitäten, die zu Lernprozessen führen sollen und prägen den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe. Hierbei wird erfasst, inwieweit sich Aspekte der Modellierung oder des Problemlösens in der Aufgabe wiederfinden und welche strukturelle und heuristische Tiefe die Aufgabe bietet (kognitiver Anspruch aufgrund innermathematischer Anforderungen und der Offenheit der Aufgabe). Das Kategoriensystem soll zum einen die objektiven kognitiven Anforderungen der Aufgaben und zum anderen die Bearbeitung und Vernetzung von Aufgaben während des Unterrichts erfassen.

COACTIV-Studie Die COACTIV-Studie hat unter anderem die Identifikation von Lerngelegenheiten im Unterricht zum Ziel. Schwerpunkt dabei ist die Identifikation von Gelegenheiten der kognitiven Aktivierung, wofür Aufgaben als Indikatoren dienen. Deswegen sollte die Kodierung so erfolgen, „dass darin der potenzielle Beitrag der Aufgaben zur kognitiven Aktivierung erkennbar wird“ (Neubrand et al., 2011, S. 118). Da die Grundlage der Analysen keine direkte Unterrichtsbeobachtung war, sondern nur die Aufgaben, die im Unterricht, der Hausaufgaben und der Klausuren der PISA-Klassen verwendet wurden (neben Berichten der Lernenden und Lehrkräfte), war es notwendig, ein sehr detailliertes und aussagekräftiges Aufgabenklassifikationsschema zu entwickeln (Jordan et al., 2006, 2008). Hintergrund der Entwicklung der didaktisch und kognitiven Kategorien bildet die fachdidaktische und pädagogisch-psychologische Literatur. Die Kategorien werden zu vier Dimensionen zusammengefasst (Jordan et al.,

Dimension	Kategorie	Bedeutung der Ausprägungen
A- Inhaltlicher Rahmen	1-Stoffgebiet	1=Arithmetik, 2=Algebra, 3=Geometrie, 4=Stochastik
	2-Curriculare Wissensstufe	1=Grundkenntnisse, 2=Einfaches Wissen der Sekundarstufe I, 3=Anspruchsvolles Wissen der Sekundarstufe I
B- Kognitiver Rahmen	3-Typ mathe- matischen Arbei- tens	1=Technische Aufgabe, 2=rechnerische Aufgabe, 3=begriffliche Aufgabe
C- Kognitive Elemente des Modellie- rungskreis- laufs	4-Außerma- thematisches Model- lieren	0=Nicht benötigt, 1=Standardmodellierungen, 2=Mehrschrittige Modellierungen, 3=Modellreflexion, -validierung oder -eigen- entwicklung
	5-Innermathe- thematisches Modellieren	0=Nicht benötigt, 1=Standardmodellierungen, 2=Mehrschrittige Modellierungen, 3=Modellreflexion, -validierung oder -eigen- entwicklung
	6-Grundvor- stellungen	0=Nicht benötigt, 1=Eine elementare Grundvorstellung oder (tri- viale) Kombination von verwandten elementaren Grundvorstel- lungen, 2=Eine erweiterte Grundvorstellung oder eine nicht- triviale Kombination von elementaren Grundvorstellungen oder eine nicht-triviale Kombination von elementaren, aber nicht ver- wandten Grundvorstellungen, 3=Mehr als dies
	7-Umgehen mit mathematikhalti- gen Texten	0=Nicht benötigt, 1=Unmittelbares Textverstehen, 2=Textverstehen mit Umorganisation, 3=Verstehen logisch komplexer Texte
	8-Mathemati- sches Argumen- tieren	0=Nicht benötigt, 1=Standardbegründungen, 2=Mehrschrittige Argumentationen, 3=Entwicklung komplexer Argumentationen oder Beurteilen von Argumenten
	9-Umgehen mit mathematischen Darstellungen	0=Nicht benötigt, 1=Standarddarstellungen, 2=Wechsel zwi- schen Darstellungen, 3=Beurteilen von Darstellungen
D- Lösungsraum	10-Bearbeitungs- richtung	1=vorwärts, 2=rückwärts
	11-Anzahl der eingeforderten Lösungswege	0=kein Lösungsweg, 1=ein Lösungsweg, 2=mehrere Lösungs- wege

Abbildung 3.1.: Überblick über ausgewählte Kategorien des Klassifikationssystems der COACTIV-Studie (Jordan et al., 2008)

2008): Mathematische Stoffgebiete als inhaltlicher Rahmen; Typen mathematischen Arbeitens als kognitiver Rahmen; Kognitive Elemente des Modellierungskreislaufs (Inner- und außermathematisches Modellieren, mathematische Grundvorstellungen, Umgehen mit mathematikhaltigen Texten, Gebrauch mathematischer Darstellungen und mathematisches Argumentieren); Lösungsraum. Innerhalb der Kategorien wird versucht zwischen unterschiedlichen Niveaus zu differenzieren. Einen Ausschnitt aus dem für die COACTIV-Studie entwickelten Klassifikationsschema gibt Abbildung 3.1, eine genauere Aufstellung findet sich bei Jordan et al. (2006).

Weitere Klassifikationsschemata Es wird an dieser Stelle noch auf zwei weitere Klassifikationssysteme verwiesen. Die bisher vorgestellten Schemata befassen sich mit der Analyse von Mathematikaufgaben. Aus diesen Ideen entwickelten Maier, Kleinknecht, Metz und Bohl (2010) ein allgemeindidaktisches, fächerübergreifendes Kategoriensystem mit sieben Dimensionen zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben.

Blömeke, Risse, Müller, Eichler und Schulz (2006) analysieren mit ihrem ebenfalls fächerübergreifenden Kategorisierungssystem Aufgaben hinsichtlich lernwirksamer Merkmale. Der Ansatz ist zwar eher allgemein und der Aspekt der kognitiven Aktivierung kommt vor, steht aber nicht im Fokus der Aufgabenanalyse. Dahingegen wird aber herausgearbeitet, dass und wie die konstruktive Lernerunterstützung von Aufgaben beeinflusst wird, was bisher in sonst keinem anderen Kategorisierungssystem betrachtet beziehungsweise explizit mit aufgenommen wurde. Bei Blömeke et al. (2006) erfolgt dies mit den Kategorien *Chance auf Bewältigung*, *Potenzial zur inneren Differenzierung*, *Repräsentation einer authentischen Situation* und *Ansprache eines Bedürfnisses der Schülerinnen und Schüler*.

Zusammenfassung Die meisten Kategorisierungsschemata beziehen sich auf Merkmale, die im Wesentlichen die kognitiven Anforderungen bei der Aufgabenbearbeitung erfassen. Es finden sich auch (häufig fächerübergreifende) Ansätze, die den motivationalen Bereich miteinbeziehen (z. B. Blömeke et al., 2006). Die meisten Kategorisierungsschemata beinhalten Aspekte, die drei Dimension zugeordnet werden können: das mit der Aufgabe zu vermittelnde Wissen (Inhalt, Art, Wissenseinheit, ...), allgemeine Aufgabenmerkmale und die kognitiven Prozesse, die mit der Aufgabe angeregt werden sollen. Innerhalb des kognitiven Bereichs versuchen verschiedene Ansätze das kognitive Niveau, also die Höhe des kognitiven Anspruchs zu analysieren. Fast immer wird zwischen *high-level-* und *low-level-* Aufgaben unterschieden (Doyle, 1988; Stein & Lane, 1996). Außerdem wird einerseits das Potenzial der Aufgabe an sich und andererseits das Potenzial der Aufgabe während der Bearbeitung im Unterricht betrachtet. In dieser Arbeit wird vorrangig auf ersteres eingegangen. Einen Überblick über die verschiedenen Klassifikationsschemata von Aufgaben gibt Tabelle 3.2.

Tabelle 3.2.: Überblick über verschiedene Aufgabenklassifikationen

	Deskriptive Aspekte / Wissen	Aufgabenmerkmale	Kognitive Prozesse
Doyle (1983)			lower & higher cognitive processes
Pythagoras (Hugener et al., 2006)			Prozeduren, Konzepte, Verknüpfungen
Arbeitsgruppe um Stein (Stein & Lane, 1996)	Bearbeitungszeit, Quelle, Inhalt, Gruppenarbeit	Anzahl mgl. Lösungsstrategien, Anzahl und Art der Repräsentationen, Erklärung/Beurteilung verlangt	Reproduktion, Prozedur ohne Verbindung zu Konzepten, Prozedur mit Verbindung zu Konzepten, Doing Mathematics
Knoll (2003)	mathematischer Inhalt	Merkmale der Aufgabendarstellung und des Unterrichtskontextes	Anforderungsniveau: Wissensaufgabe, Routineaufgabe, Anwendungsaufgabe, Denk- und Problemlöseaufgabe
Neubrand (2002)	Aufgabenkern	Aufgabenperipherie	Strukturbildende Aspekte
COACTIV (Jordan et al., 2006, 2008)	Math. Stoffgebiet, Wissensart	Aufgabenstellung, Ergebnisdarstellung, Lösungsraum	Typen math. Arbeitens, math. Tätigkeiten (kognitive Elemente des Modellierungskreislaufs) Grundvorstellungen, sprachlogische Komplexität

3.1.3. Begriffsklärung Aufgabenpotenzial

Konzept des Aufgabenpotenzials Allen in Abschnitt 3.1.2 genannten Schemata ist gemein, dass sie versuchen, Aufgabenmerkmale zu identifizieren, die lernförderliche Prozesse im Unterricht anregen können. Selbstverständlich kann eine Aufgabe allein die Anregung dieser Prozesse nicht sicherstellen, das Potenzial dafür scheint jedoch zu einem gewissen Teil bereits in der Aufgabe angelegt (Baumert et al., 2010). Der Begriff des Aufgabenpotenzials meint dabei, inwieweit die Aufgabe eine adäquate Lerngelegenheit im Mathematikunterricht darstellen kann. Die zentrale Frage ist also: Welches Potenzial hat die Aufgabe, um verständnisvolle Lernprozesse anzuregen? Ich definiere den Begriff des Aufgabenpotenzials als eine der Aufgabe innewohnende Eigenschaft.

Das Aufgabenpotenzial ist eine in der Aufgabe angelegte, aber noch nicht realisierte Nutzungsmöglichkeit für verständnisvolle Lernprozesse.

Ich gehe davon aus, dass die Nutzung des Potenzials im Unterricht von verschiedenen Aspekten abhängig ist, mitunter davon, wie die Lehrkraft das Aufgabenpotenzials subjektiv wahrnimmt. Eine aufgabenbezogene Unterrichtsqualität ist Ergebnis der Interaktion der Lehrkraft, der Aufgaben und der Schülerinnen und Schüler. Das Aufgabenpotenzial umfasst die der Aufgabe innewohnenden Eigenschaften, die in diese Interaktion eingehen.

Ergänzung der bisherigen Ansätze Die verschiedenen Ansätze zur Beschreibung und Untersuchung des Aufgabenpotenzials konzentrieren sich auf allgemeine mathematische Prozesse (kognitive Prozesse) und unterrichtliches Handeln (didaktische Merkmale). Diese beiden Aspekte werden in der vorliegenden Arbeit als generelles Aufgabenpotenzial bezeichnet. Die inhaltlichen Ziele, die mit der Aufgabe verfolgt werden können, wurden bis jetzt kaum berücksichtigt. Die vorliegende Arbeit ergänzt die bisherigen Ansätze durch einen lernzielspezifischen Teil des Aufgabenpotenzials, welcher vorwiegend am mathematischen Inhalt orientiert ist. Dies wird im Folgenden genauer erklärt und begründet.

Bei diesem erweiterten Ansatz wird die Aufgabe im Zusammenhang mit konkreten Lernzielen betrachtet. Für eine bestimmte gegebene Unterrichtssituation eignet sich *eine* Aufgabe aus didaktischer Sicht besser als eine *andere* und hat somit mehr Potenzial für dieses konkrete angestrebte Ziel. Zum Beispiel könnte man bei der Einführung der Bruchaddition ungleichnamiger Brüche, eine Aufgabe mit dem Kreis-Modell oder eine Aufgabe mit dem Rechteckmodell im Unterricht wählen. Beide Aufgaben können bezüglich des generellen Aufgabenpotenzials ein gleiches Anforderungsniveau der erforderlichen Argumentationsprozesse haben. Betrachtet man aber nun beide Aufgaben vor dem Hintergrund eines konkreten Unterrichtsziels - die Erarbeitung grundlegender Ideen der Bruchaddition - lassen sich mehrere fachdidaktische Gründe nennen, warum sich hierfür die Rechteckmodellvariante besser eignet (Reiss & Hammer, 2013). Bei der Rechteckmodellaufgabe können die Lernenden besser erkennen, dass das Aufsuchen einer gemeinsamen Unterteilung im Modell einem Gleichnamigmachen der Brüche entspricht. Die Aufgabe hat somit für dieses spezifische Lernziel ein höheres Potenzial. Wie im obigen Abschnitt 3.1.1 schon dargestellt, sind klare Unterrichtsziele zentrale unterrichtliche Bedingung für kognitive Auseinandersetzungen mit Aufgaben und dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler (Helmke & Weinert, 1997; Krapp, 2002a, 2002b; Seidel et al., 2005).

Eine übersichtliche Darstellung des in der Arbeit verwendeten Begriffs des Aufgabenpotenzials findet sich in Abbildung 3.2. Die Entwicklung dieses Modells lehnt sich an die in Abschnitt 3.1.2 unterschiedenen Konzepte zur Klassifikation des Aufgabenpotenzials an. Es wird zwischen dem *generellen Aufgabenpotenzial* zur kognitiven Aktivierung und in Bezug auf didaktische Merkmale sowie dem *lernzielspezifischen Aufgabenpotenzial* in Bezug auf spezifische inhaltliche Einsichten, die im Unterricht erreicht werden können, unterschieden. In der Abbildung sind vorrangig diejenigen Merkmale von Aufgaben enthalten, die für die Arbeit besondere Relevanz haben.

3.1.4. Zusammenfassung

Auf der Basis empirischer Ergebnisse werden Merkmale lernwirksamen Mathematikunterrichts identifiziert (zusammenfassend Baumert & Köller, 2000; Helmke, 2009; Lipowsky, 2006). Dazu gehören die kognitive Aktivierung, die konstruktive Lernerunterstützung und die inhaltliche und strukturelle Klarheit. Dabei kodieren Aufgaben wesentliche Aspekte der Unterrichtsqualität. Außerdem sind „mathematikdidaktisch orientierte Aufgabenanalysen in der Lage [...], die Makro-Strukturen des Unterrichts auf inhalt-

Aufgabenpotenzial		
Didaktische Merkmale	Kognitive Prozesse	
Generell		Lernzielspezifisch
<ul style="list-style-type: none"> • Multiple Lösungswege • Typische Fehler • Heuristische Strategien • Differenzierung • Situatives Interesse • Möglichkeit eigenständiger Erarbeitung • ... 	<ul style="list-style-type: none"> • Komplexität der Sprache • Verwendung mathematischer Darstellungen • Modellierungsprozesse • Mathematisches Argumentieren • ... 	Potenzial für inhaltliche Einsichten

Abbildung 3.2.: Aufgabenpotenzial

licher Basis nachzuzeichnen“ (Krauss et al., 2008b, S. 233). Insbesondere die von den Aufgaben angeregten kognitiven Prozesse sind für die Analysen relevant. Hierzu gibt es ausgearbeitete theoretische Beschreibungen. Um das Aufgabenpotenzial für Lerngelegenheit im Unterricht zu beschreiben und zu analysieren, wurden verschiedene Kategorisierungsschemata entwickelt, wobei eben besonders das Potenzial der Aufgabe Lernprozesse anzuregen, im Vordergrund steht. Es kann ein direkter Zusammenhang zwischen der Qualität der Aufgabe, der Aktivierung kognitiver Prozesse und dem Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler festgestellt werden. Abschließend wurde der für die vorliegende Arbeit verwendete Begriff *Aufgabenpotenzial* geklärt, welcher im Vergleich zu bisherigen Arbeiten auch einen lernzielspezifischen Teil umfasst.

3.2. Aufgaben in der Unterrichtsplanung und Implementation

Überblick. *Der Einsatz von Aufgaben mit einem hohen kognitiven Potenzial ist von zentraler Bedeutung für die Unterstützung des Lernens aller Schülerinnen und Schüler. Für den erfolgreichen Umgang mit Aufgaben sind insbesondere zwei Phasen des Unterrichts relevant: Die Phase der Auswahl und Analyse von Aufgaben in der Unterrichtsplanung (Kapitel 3.2.1) und die der Implementation der Aufgaben im Unterricht, in der die Aufgaben von den Lernenden bearbeitet werden (Kapitel 3.2.1). Welche Rolle Aufgaben in diesen beiden Phasen einnehmen und welcher Zusammenhang jeweils mit erfolgreichem Lernen besteht, stellt dieses Kapitel vor.*

3.2.1. Aufgaben in der Unterrichtsplanung

Es herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass die Unterrichtsplanung und Entscheidungen, die im Planungsprozess getroffen werden, bedeutenden Einfluss auf das Verhalten der Lehrkraft im Unterricht selbst und den Unterrichtsverlauf haben (Shavelson, 1983). Zur Unterrichtsplanung im Allgemeinen, und auch bezüglich des Mathematikunterrichts,

gibt es umfangreiche Literatur (z. B. Gonschorek & Schneider, 2005; Kiper & Mischke, 2009; Meyer, 2007; Peterssen, 2000; Storz, 2009). Diese Arbeit konzentriert sich im Speziellen auf die Rolle von Aufgaben in der Planung von Mathematikunterricht⁵, auf deren theoretischen Hintergrund und die praktische Umsetzung im Unterrichtsalltag in den folgenden Abschnitten eingegangen wird.

Theoretische Bedeutung von Aufgaben für den Planungsprozess

Der Artikel von Kleinknecht, Bohl, Maier und Metz (2011) gibt einen Einblick in die Rolle von Aufgaben in aktuellen Konzepten der Unterrichtsplanung. Vor allem die *Aufgabenanalyse* hat eine besondere Bedeutung in theoretischen Planungsmodellen. Planungsmodelle konzentrieren sich oft auf die Oberflächenstruktur des Unterrichts, wie zum Beispiel welche Sozialform bei der Aufgabenbearbeitung gewählt werden soll. Die von Kleinknecht et al. (2011) thematisierten Arbeiten stellen im Gegensatz dazu die Sach- und Lernprozessanalyse bezüglich Aufgaben in den Vordergrund. Hierzu gehören die Analyse der Sachstruktur und der Schritte, die zum Lösen der Aufgabe erforderlich sind. Meyer (2007) stellt für die Aufgabenanalyse sechs Kriterien in den Vordergrund: die Formulierung der Aufgabenstellung, die Sachanalyse, die Bestimmung der Arbeitsschritte beim Lösen der Aufgabe, die begleitenden Hilfen beziehungsweise Kontrollmöglichkeiten und die angestrebte Persönlichkeitsbildung. Dabei wird betont, die Aufgabenanalyse mit der Lernstandsanalyse der Schülerinnen und Schüler zu kombinieren. Auch Kiper und Mischke (2009) empfehlen eine Planung, die sich an der Tiefenstruktur von Unterricht orientiert und verweisen auf einen sachlogisch korrekten und am Lernprozess der Schülerinnen und Schüler orientierten Umgang mit Aufgaben:

„Will man auf diese Weise Unterricht planen, ist das Denken so anzulegen, dass über ein inhaltliches und methodisches Denken über Unterricht hinaus auch auf die dabei stattfindenden relevanten Lernprozesse geachtet wird. [...] Auf der Grundlage der Auseinandersetzung mit der sachlogischen Struktur und der Lernstruktur ist eine Planung vorzunehmen, wobei passend zu den geforderten Lernprozessen Lernarrangements (Arbeitsaufgaben, Materialien und Methoden) durchdacht werden.“ (Kiper & Mischke, 2009, S. 67 f.)

Kleinknecht et al. (2011) kritisieren, dass weder Meyer (2007) noch Kiper und Mischke (2009) das konkrete Aufgabenpotenzial im Rahmen der theoretischen Planungsüberlegungen thematisieren. Kleinknecht et al. (2011) ergänzen diesen bisherigen Ansatz und integrieren in die Unterrichtsplanung eine Aufgabenanalyse, die sich auf die Qualität der Aufgaben konzentriert. Zur Analyse von Aufgaben werden dazu Leitfragen vorgegeben, die zwischen einer Makro- und Mikroplanung von Aufgaben unterscheiden (gekürzt in Tabelle 3.3. In der Übersicht wird deutlich, dass sich die Planung am Lernprozess, der mit der Aufgabenbearbeitung gefördert werden soll, orientiert.

⁵Hierbei ist die kurzfristige beziehungsweise mittelfristige Planung einer Unterrichtsstunde oder einer Unterrichtseinheit gemeint (Peterssen, 2000, S. 206)

Tabelle 3.3.: Unterrichtsplanung und Aufgaben (gekürzt nach Kleinknecht et al., 2011)

Makroebene: Aufgaben im Kontext der Unterrichtsziele
Welche Kompetenzen werden durch die Aufgabenbearbeitung vermittelt?
Über welches Unterrichtsarrangement sollen Lernprozesse in der Phase der Aufgabenbearbeitung ermöglicht werden? Zentrale Frage: Wie sollen die Schüler/innen lernen?
Welche Funktion hat die Aufgabe im Lernprozess?
Mikroebene: Klassifizierung der einzelnen Aufgaben
Welches (vorrangig) fachliche kognitive Potenzial bietet die einzelne Aufgabe?
Welche didaktischen Merkmale bzw. Instruktionsmerkmale charakterisieren die Aufgabe?

Neben theoretischen Planungsmodellen gibt es konkrete praxisnahe Ideen, wie das Potenzials einer Aufgabe im Unterrichtsdiskurs vorbereitet und genutzt werden kann. Kognitiv anspruchsvolle Aufgaben liefern häufig eine breite und umfangreiche Palette an Schülerantworten. Eine gezielte Auswahl durch die Lehrkraft ist notwendig, um ein lernförderliches Unterrichtsgespräch gestalten zu können. Stein, Engle, Smith und Hughes (2008) schlagen vor, die Aufgabenbearbeitung schon in der Unterrichtsplanung möglichst vielfältig zu antizipieren und dabei zu analysieren, welche wesentlichen mathematischen Ideen und Konzepte darauf aufbauend diskutiert werden können. Außerdem wird empfohlen minimale Hilfen oder Impulse vorzubereiten, die für etwaige Fehlinterpretationen oder Hürden im Lösungsprozess geeignet sein können (s. a. Zech, 2002). Inhaltliche Hilfen werden etwa benötigt, wenn Basisfertigkeiten fehlerhaft ausgeführt oder das Vorwissen fehlerhaft aktiviert werden. Strategische Hilfen ermöglichen, dass an der Aufgabenstellung produktiv weitergearbeitet werden kann.⁶

Inwieweit die theoretisch vorgeschlagenen Ideen in der tatsächlichen Unterrichtsplanung eine Rolle spielen, wird der nachfolgende Abschnitt darstellen.

Unterrichtsplanung mit Aufgaben in der Praxis

Eine zentrale Arbeit, die die Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften unterschiedlicher Schularten untersucht hat, ist die Interviewstudie von Bromme (1981). Mit der Methode des lauten Denkens wurden 14 Mathematiklehrkräfte zur Planung einer konkreten Unterrichtsstunde befragt. Mit einem inhaltsanalytischen Ansatz wurden die transkribierten Protokolle ausgewertet und die zentrale Leitfrage analysiert, „welche Inhalte das planende Denken [hat] und was den Prozeß der Unterrichtsplanung [organisiert]“ (Bromme, 1981, S. 5). Als Informationsquelle und Arbeitsmittel zur Unterrichtsplanung wurde von Mathematiklehrkräften hauptsächlich das Schulbuch verwendet (s. a. Bromme, 1986). Es ergeben sich im Wesentlichen drei Phasen. In der ersten Phase wird der Fachinhalt festgestellt, was grob das mathematische Teilthema einordnet. Außerdem wird der bis jetzt erreichte Lernstand der Schülerinnen und Schüler erörtert und Überlegungen bezüglich eines möglichen Unterrichtseinstiegs, wie zum Beispiel der Hausaufga-

⁶Teile dieses Abschnitts wurden schon veröffentlicht (Hammer & Ufer, 2015).

benkontrolle, angestellt. Gedanken über die Auswahl einer geeigneten Einstiegsaufgabe bilden den Übergang zur nächsten Phase, dem Hauptteil der Planung. Der Hauptteil ist gekennzeichnet durch die Auswahl von Aufgaben und die Antizipation ihrer Bearbeitung. Der Fachinhalt ist Hintergrund dieser Überlegungen, die gesteuert sind durch eine „didaktische Orientierung“, wie zum Beispiel die Suche nach einer anwendungsorientierten Aufgabe. Anschließend folgen methodische und unterrichtsorganisatorische Fragen (zum Beispiel Sozialform, Dauer, Material). Die Schritte werden für jede einzelne Aufgabe durchlaufen. Anschließend werden die Aufgaben für den Unterricht angeordnet. Am Ende der Unterrichtsplanung werden Hausaufgaben oder Aufgaben zur weiteren Übung bei noch verbleibender Zeit ausgesucht (zusammenfassend s. a. Wengert, 1989)

Tebrügge (2001) hat mit Hilfe von Fragebögen die Unterrichtsplanung von Sekundarstufenlehrkräften, darunter 326 Mathematiklehrkräfte, untersucht. Ergänzend dazu hat sie mit elf Mathematiklehrkräften Interviews zu deren konkreter Unterrichtsplanung geführt. Die Ergebnisse von Bromme (1981) werden dabei bestätigt. Tebrügge betont, dass die Ergebnisse vor allem vor dem Hintergrund betrachtet werden sollen, dass sich für das Fach Mathematik die Lehrkräfte bei ihrer Planung an der Fachlogik und dem Schulbuch orientieren und die Planungsprozesse somit in gewisser Weise vorstrukturiert sind, wie das bei keinem anderen Fach der Fall ist. Genauso wie die Studie von Tebrügge (2001) zeigen auch andere, dass Lehrkräfte bei der Auswahl und Anordnung von Aufgaben häufig auf Unterrichtsmaterialien, wie das Schulbuch oder Sammlungen der zu vermittelnden Fähigkeiten und Konzepte⁷ zurückgreifen. Die Art und das Niveau der Aufgaben wird hingegen kaum in die Erwägungen zur Auswahl einer Aufgabe miteinbezogen (Doyle, 1983; Grouws, Smith & Sztajn, 2004; Remillard & Bryans, 2004).

Probleme bei der Aufgabenauswahl

Untersuchungen berichten für die deutsche Unterrichtspraxis ein sehr niedriges kognitives Aktivierungspotenzial der für den Mathematikunterricht gewählten Aufgaben (Jordan et al., 2008; Neubrand et al., 2011). Es zeigt sich für Hausaufgaben, Unterrichts- und Klausuraufgaben ein sehr homogenes Bild: kaum Aufgaben, die mathematische Argumentationsprozesse verlangen; Modellierungsprozesse inner- und außermathematischer Art sind fast nur auf sehr niedrigem Niveau erforderlich; der Umgang mit anspruchsvollen mathematischen Texten und der verständnisorientierte Einsatz mathematischer Darstellungen ist kaum beobachtbar. Auch Studien in den USA deuten auf ein sehr niedriges Aufgabenpotenzial im Unterricht und ein Vorherrschen von Aufgaben, die prozeduralen Charakter haben, wie zum Beispiel Routineaufgaben, hin (Stein & Lane, 1996; Hiebert et al., 2003, 2005).

⁷Vergleichbar im deutschen Raum wäre der Lehrplan.

Zusammenfassung Die Aufgabenanalyse gilt als wesentliches Element theoretischer Planungsmodelle und beinhaltet eine Sach- und Lernprozessanalyse. Diese Arbeit bezieht sich auf Theorien der Unterrichtsplanung, die nicht die Oberflächenstruktur, sondern die Tiefenstruktur von Unterricht in den Vordergrund ihrer Überlegungen stellt. Dazu zählt auch eine Auswahl von Aufgaben, die sich am Lernprozess der Schülerinnen und Schüler orientiert. In der Praxis werden in der Unterrichtsplanung vorwiegend Aufgaben mit einem niedrigen Potenzial zur kognitiven Aktivierung gewählt. Folgendes Zitat fasst die Rolle der Unterrichtsplanung in der Praxis von Mathematiklehrkräften zusammen:

„Der Prozeß der Planung verläuft - beschreibt man es inhaltlich - als Auswahl von mathematischen Aufgaben und als Antizipation ihrer Bearbeitung im Zuge des Unterrichts“ (Bromme, 1981, S. 192).

3.2.2. Aufgaben in der Implementation

Das vorherige Kapitel 3.2.1 macht deutlich, dass die Auswahl und Anordnung von Aufgaben im Fokus der Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften stehen. Dieses Kapitel stellt dar, wie Aufgaben *im Unterricht* eingesetzt werden.

Theoretische Bedeutung der Aufgabenimplementation

Von zentralem Interesse ist, inwieweit in der Unterrichtsplanung Aufgaben mit einem höheren Potenzial gewählt werden und deren Potenzial dann im Unterricht genutzt wird. Wie im theoretischen Angebot-Nutzungs-Modell von Helmke (2009) (Abbildung 1.1) verdeutlicht wird, geht man davon aus, dass Unterricht ein Angebot darstellt, welches auf geeignete Weise genutzt werden muss, wenn bestimmte Wirkungen im Lernprozess resultieren sollen. Vor dem Hintergrund dieses Modells gehört zu den Bedingungen eines verständnisvollen Lernprozesses ein Aufgabenangebot, das Aufgaben mit adäquatem Potenzial zur kognitiven Aktivierung beinhaltet. Die Auswahl der Aufgaben geschieht meist schon in der Unterrichtsplanung. Eine weitere Bedingung ist eine verständnisorientierte Nutzung dieses Aufgabenangebots, also die Art und Weise wie Aufgaben im Unterricht implementiert und von den Lernenden bearbeitet werden.

Probleme bei der Aufgabenimplementation

Werden im Mathematikunterricht kognitiv anspruchsvolle Aufgaben eingesetzt, bleibt das Potenzial häufig ungenutzt. Darunter fallen beispielsweise Unterrichtssituationen, in denen Aufgaben durch schrittweise Einengung in Routineaufgaben verwandelt werden und somit an kognitivem Anspruch verlieren. Um dieses Phänomen nachzuweisen, verglichen Studien jeweils das Potenzial der von der Lehrkraft gestellten Aufgaben mit dem Aufgabenpotenzial während der Implementation (Stein et al., 1996; Stigler & Hiebert, 2004; Hiebert et al., 2003). Eine Parallele zeigt sich auch in dem von Bauersfeld (1978, S. 162) skizzierten Verlaufsschema des prototypischen Mathematikunterrichts, welches charakterisiert ist als „Handlungsverengung durch Antworterwartung“ - von Bauersfeld

als „Trichtermuster“ bezeichnet. Damit ist zum Beispiel gemeint, dass bei einer für die Lehrkraft unzufriedenstellenden oder unerwarteten Antwort auf eine Aufgabe, solange kleinschrittig und aufgabenspezifisch nachgefragt wird, bis die Schülerin oder der Schüler das richtige Ergebnis nennt. Eine Orientierung am Lernprozess geht dabei verloren, somit auch der kognitive Anspruch der eigentlichen Aufgabe und damit die Lerngelegenheit für die Schülerinnen und Schüler. Zusammenfassend zeigt sich, dass Mathematiklehrkräfte Schwierigkeiten im Umgang mit kognitiv anspruchsvollen Aufgaben haben, insbesondere wenn es darum geht, das kognitive Anspruchsniveau während der Aufgabenimplementierung aufrechtzuerhalten.

3.2.3. Modell zur Beziehung zwischen Planung und Implementation

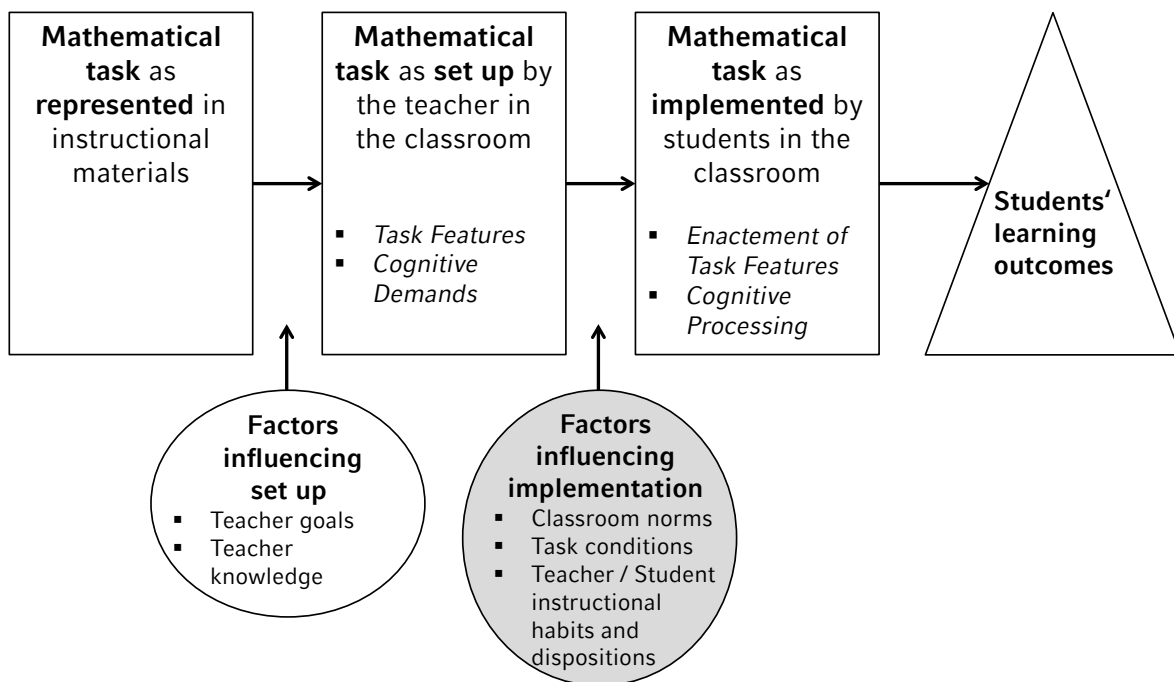


Abbildung 3.3.: Beziehung zwischen verschiedenen aufgabenbezogenen Variablen und dem Lernen der Schülerinnen und Schüler (Stein et al., 1996)

Die Motivation das Aufgabenpotenzials im Rahmen der Unterrichtsplanung und -durchführung differenziert zu untersuchen, liegt im Wesentlichen in dem Einfluss von Aufgaben auf die kognitiven Prozesse und dem Einfluss dieser Prozesse auf das Schülerlernen begründet. Um die Aufgabenauswahl und -implementation im Unterricht verbessern zu können, ist es notwendig, die Prozesse und Einflussfaktoren im Umgang mit kognitiv anspruchsvollen Aufgaben aufzuzeigen. Um die Entwicklung des Aufgabenpotenzials zu untersuchen, wird als Ausgangsbasis ein Modell vorgeschlagen, das Aufgaben und Unterrichtsaktivitäten im Mathematikunterricht in Planung und Durchführung darstellt (Stein et al., 1996). Das in Abbildung 3.3 dargestellte *Mathematical Task Framework* beschreibt den Weg einer Aufgabe in drei Phasen: zu Beginn die Aufgabe, wie sie

im Schulbuch (oder einer anderen Aufgabenquelle) präsentiert ist; dann wie sie von der Lehrkraft in den Unterricht eingebracht wird; und anschließend wie sie von den Lernenden im Unterricht bearbeitet wird. Im Fokus des Modells steht die Darstellung einer möglichen Veränderung des Aufgabenpotenzials im Verlauf des Unterrichts und vorstellbarer Einflussfaktoren der Potenzialveränderung. Es wird beispielsweise angenommen, dass das Wissen der Lehrkraft ihre Aufgabenauswahl, oder Schülermerkmale die Aufgabenimplementation, beeinflussen. Die Eigenschaften der Aufgabe und somit auch das Potenzial können in den einzelnen drei Phasen unterschiedlich sein. Eine Veränderung des Aufgabenpotenzials kann prinzipiell zwischen allen zwei aufeinanderfolgenden Phasen erfolgen.

Stein und Kollegen konzentrieren sich in ihren Untersuchungen vor allem auf die Aufgabenimplementation und die Faktoren, die zu einer Veränderung des Aufgabenpotenzials während des Unterrichts führen (grau unterlegt in Abbildung 3.3). Die Unterrichtsplanung und deren beeinflussenden Faktoren wurden jedoch nicht analysiert. Es wurden 144 Aufgaben und deren Implementation bezüglich der in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Aufgabenmerkmale und kognitiven Anforderungen eingeschätzt (Stein & Lane, 1996; Stein et al., 1996). Kodiert wurden vier Hauptkategorien: Aufgabenbeschreibung (verwendete Zeit, Aufgabenquelle, math. Inhalt); Aufgaben Set-Up (Aufgabenmerkmale und kognitive Anforderung der gestellten Aufgaben); Aufgabenimplementation (Aufgabenmerkmale und kognitive Anforderung der Aufgabe, die bei der tatsächlichen Aufgabebearbeitung beobachtbar waren); Faktoren im Zusammenhang mit der Aufgabenimplementation. Für die Faktoren wurden nur Aufgaben kodiert, die ein hohes kognitives Anforderungsniveau hatten und deren Potenzial im Verlauf des Unterrichts aufrechterhalten blieb oder abfiel. Dazu hatten die Rater eine auf Basis theoretischer und empirischer Befunde entwickelte Liste, die eine Fülle verschiedener Kriterien enthielt, die Einflussfaktoren für die Aufrechterhaltung oder das Abfallen des kognitiven Potenzials sein können. Trat die beschriebene Situation ein, wurden alle Faktoren angekreuzt, die im Zusammenhang mit der Potenzialveränderung beziehungsweise -aufrechterhaltung im Unterricht beobachtet wurden. Es stellt sich heraus, dass Aufgaben im Unterricht bezüglich ihrer Aufgabenmerkmale nicht stark verändert werden, wohingegen die kognitive Anforderung der Aufgabe häufig abnimmt. Es können auf diese Weise Faktoren identifiziert werden, die zur Abnahme beziehungsweise Aufrechterhaltung des kognitiven Potenzials führen. Sie betreffen die Aufgabe an sich, aber vor allem die Lehrkraft und die Rahmenbedingungen des Unterrichts. Tabelle 3.4 stellt die verschiedenen Faktoren im Zusammenhang mit der Aufrechterhaltung beziehungsweise der Abnahme des kognitiven Potenzials dar (Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 1996).

Tabelle 3.4.: Faktoren im Zusammenhang mit der Aufrechterhaltung beziehungsweise Abnahme des kognitiven Potenzials (nach Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 1996)

Faktoren im Zusammenhang mit Aufrechterhaltung kog. Anforderungen
Anknüpfen an Vorwissen der Lernenden.
Angemessene Zeit zur Aufgabebearbeitung.
Lehrkraft oder Lernender als Modell für „high-level performance“.
Anhaltende Einforderung von Begründungen und Fokus auf Bedeutung der Lösung.
Herstellen konzeptueller Vernetzungen.
„Scaffolding“ - Angebot einer angemessenen Unterstützung.
Faktoren im Zusammenhang mit Abnahme kog. Anforderungen
Zerlegung in Teilaufgaben.
Ungeeignete Aufgabenstellung (fehlendes Interesse oder Vorwissen; Aufgabenziel nicht klar).
Produkt- statt Prozessorientierung.
Unangemessene Zeit zur Aufgabebearbeitung.

3.2.4. Zusammenfassung und Desiderat

Die Auswahl und Anordnung von Aufgaben sowie die Antizipation der Aufgabebearbeitung stehen im Zentrum der Unterrichtsvorbereitung von Mathematikunterricht. Der Umgang mit kognitiv anspruchsvollen Aufgaben im Unterricht ist eine Herausforderung für Lehrkräfte. Das Aufgabenpotenzial der gewählten Aufgaben ist meist niedrig und selbst wenn Aufgaben mit höherem Potenzial eingesetzt werden, werden diese nicht in Form kognitiv hochwertiger Bearbeitungsprozesse implementiert. Trotz zahlreicher Untersuchungen zur Aufgabenimplementation im Unterricht selbst, gibt es nur wenige Studien zur Rolle von Aufgaben in der Unterrichtsplanung. Des Weiteren ist bislang unklar, welche Wechselwirkung zwischen dem Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung und der Aufgabenimplementation besteht. Insbesondere fehlt die Beschreibung von Prozessen der Unterrichtsplanung im Hinblick auf eine erfolgreiche Aufgabenimplementation im Sinne von Unterrichtsqualität, also mitunter im Sinne erfolgreicher Lernprozesse. Dazu gehört die Beschreibung von Prozessen, die Entscheidungen in der Unterrichtsplanung, wie zum Beispiel die Aufgabenauswahl beeinflussen. Die gewählte Aufgabe ist die Basis für die Aufgabenimplementation. Natürlich garantiert allein die Auswahl und der Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben nicht zwingend Lernaktivitäten auf hohem Niveau. Die Art und Weise der Aufgabenimplementation im Unterricht ist wahrscheinlich ein ebenso wichtiger Einflussfaktor erfolgreicher Lernaktivitäten. Trotzdem herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass Aktivitäten in der Unterrichtsvorbereitung, wie zum Beispiel die Antizipation möglicher Schülerantworten, bedeutend für eine gute Aufgabenimplementation sind (Stein et al., 2008). Außerdem gilt die Auswahl von Aufgaben mit hohem Potenzial als notwendige Bedingung für lernwirksamen Unterricht, da der Einsatz von Aufgaben mit niedrigem Potenzial fast nie Lernaktivitäten auf hohem Niveau nach sich zieht (Smith & Stein, 1998; Stein & Lane, 1996).

3.3. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften im Umgang mit Aufgaben

Überblick. *Um die Situation in der Unterrichtspraxis im Zusammenhang mit Aufgaben zu verbessern, ist es notwendig zu wissen, was die Anforderungen im Umgang mit Aufgaben in der Planung und Durchführung von Mathematikunterricht genau ausmachen und welche Prozesse das Handeln von Lehrkräften dabei beeinflussen. Damit gewinnt die Frage nach der professionellen Kompetenz von Lehrkräften im Umgang mit Aufgaben, also zum Beispiel Aufgaben für den Unterricht auszuwählen und zu analysieren, an besonderer Bedeutung und ist Thema dieses Kapitels. Zu Beginn werden wesentliche Anforderungen und spezifische Situationen im Umgang mit Aufgaben zusammengefasst, ehe geklärt wird, wie die Anforderungen von Mathematiklehrkräften bewältigt werden können, beziehungsweise welche Kompetenzen dafür notwendig sind. Es wird aufgezeigt, inwieweit Kompetenzen und Wissen bezüglich des Umgangs mit Aufgaben schon in theoretische Rahmenkonzepte zur Beschreibung (und Messung) professioneller Kompetenzen von Mathematiklehrkräften mit aufgenommen sind (3.3.2). Abschnitt 3.3.4 stellt anhand von Forschungsergebnissen dar, inwieweit Facetten der professionellen Kompetenz mit der Aufgabenauswahl in der Unterrichtsplanung und der Aufgabenimplementation zusammenhängen. Abschließend werden Untersuchungen und Vorschläge zur professionellen Entwicklung bezüglich des Umgangs mit Aufgaben dargestellt.*

3.3.1. Anforderungen und Standards im Umgang mit Aufgaben im Mathematikunterricht

Der Umgang mit Aufgaben stellt mitunter aufgrund des bedeutenden Einflusses von Aufgaben auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler eine bedeutende Anforderung an Mathematiklehrkräfte dar, auch international. Ball (2009) beschreibt im Vorwort von *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development* (Stein, 2009, S. xii) die Auswahl, Veränderung und Implementation von Aufgaben als eine „core domain of [mathematics] teachers' work“. Auch nach Sullivan und Mousley (2001) ist die Auswahl von Aufgaben für den Mathematikunterricht wesentlicher Bestandteil der Anforderungen an Lehrkräfte, wozu Jackson, Garrison, Wilson, Gibbons und Shahan (2013)⁸ auch die Identifikation lernwirksamer und kognitiv aktivierender Aufgabenmerkmale zählen. Die Aufgabenanalyse soll dabei bezüglich eines gegebenen Lernziels für die Stunde, der Vorerfahrungen und dem Vorwissen der Schülerinnen und Schüler erfolgen.

Aus normativer Perspektive gibt es verschiedene Ansätze, die Kernanforderungen an Lehrkräfte beschreiben. Es werden nach einem kurzen allgemeinen Überblick vorrangig diejenigen Anforderungen herausgearbeitet, die mit dem Umgang mit Aufgaben im Zusammenhang stehen.

⁸auf Basis von Analysen zur Aufrechterhaltung des kognitiven Anspruchs einer Aufgabe während der Implementation

Standards der Lehrerbildung

Eine der zentralen Aufgaben der Kultusministerkonferenz ist die Sicherung der Bildungsqualität an deutschen Schulen. Als Möglichkeit die Qualität zu sichern und weiterzuentwickeln, sind fächerübergreifende Standards eingeführt und überprüft worden (KMK, 2004b). Standards der Lehrerbildung werden über Anforderungsbereiche formuliert, die Situationen in der Berufsausbildung und die alltägliche Unterrichtspraxis prägen. Es wird zwischen verschiedenen Anforderungsbereichen unterschieden: Unterrichten; Erziehen; Beurteilen; Innovieren (KMK, 2004a). Kompetenzen definieren sich über die erfolgreiche Bewältigung von Anforderungen und spezifischer Situationen. Im Rahmen der Kultusministerkonferenz wurde ein Bericht vorgestellt, der Teilkompetenzen und Standards für die einzelnen Anforderungsbereiche beschreibt. Eine der wesentlichen Kernaufgaben ist das *Unterrichten*, wozu „die gezielte und nach wissenschaftlichen Erkenntnissen gestaltete Planung, Organisation und Reflexion von Lehr- und Lernprozessen sowie ihre individuelle Bewertung und systemische Evaluation [zählen]“ (KMK, 2004a, S. 5). Für diesen Anforderungsbereich werden in Tabelle 3.5 die Teilkompetenzen und dazugehörigen Standards überblicksartig vorgestellt.

Tabelle 3.5.: Kompetenzbereich: Unterrichten - Lehrerinnen und Lehrer als Fachleute für das Lehren und Lernen (Ausschnitt aus KMK, 2004b)

<p>Kompetenz 1: Lehrkräfte planen Unterricht fach- und sachgerecht und führen ihn sachlich und fachlich korrekt durch.</p> <p>Die Absolventinnen und Absolventen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... kennen allgemeine und fachbezogene Didaktiken und wissen, was bei der Planung von Unterrichtseinheiten beachtet werden muss. ... kennen unterschiedliche [...] Aufgabenformen und wissen, wie man sie anforderungs- und situationsgerecht einsetzt. ... verknüpfen fachwissenschaftliche und fachdidaktische Argumente und planen und gestalten Unterricht. ... wählen Inhalte und Methoden, Arbeits- und Kommunikationsformen aus.
<p>Kompetenz 2: Lehrkräfte unterstützen durch Gestaltung von Lernsituationen das Lernen von Schülerinnen und Schülern. Sie motivieren die Lernenden und befähigen sie, Zusammenhänge herzustellen und Gelerntes zu nutzen.</p> <p>Die Absolventinnen und Absolventen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... regen unterschiedliche Formen des Lernens an und unterstützen sie. ... gestalten Lehr-Lernprozesse unter Berücksichtigung der Erkenntnisse über den Erwerb von Wissen und Fähigkeiten.
<p>Kompetenz 3: Lehrerinnen und Lehrer fördern die Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern zum selbstbestimmten Lernen und Arbeiten.</p> <p>Die Absolventinnen und Absolventen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... vermitteln und fördern Lern- und Arbeitsstrategien. ... vermitteln den Schülerinnen und Schülern Methoden des selbstbestimmten, eigenverantwortlichen und kooperativen Lernens und Arbeitens.

Zusammenfassend sollen die Standards und die damit zusammenhängenden geforderten Kompetenzen in den einzelnen Ländern Grundlage sein für die Konzeption von Lehramtsstudiengängen, inklusive den praktischen Ausbildungsabschnitten und dem Vorbereitungsdienst (KMK, 2004b). Sie geben einen allgemeinen, aber eher vagen Überblick über zentrale Anforderungen, was sich auch für den Umgang mit Aufgaben im Unterricht zeigt: „kennen unterschiedliche [...] Aufgabenformen und wissen, wie man sie anforderungs- und situationsgerecht einsetzt“. Vor dem Hintergrund der Evaluation oder Überprüfung ist es notwendig, die allgemeinen KMK-Standards für die einzelnen Fachgebiete zu präzisieren und konkretisieren (vgl. Lindmeier, 2011).

Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik

Einen Vorschlag für diese geforderte Konkretisierung liefert im Jahr 2008 eine Gruppe, die sich aus der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV), der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und dem Deutschen Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) bildet, in Form von Empfehlungen (DMV, 2008). Die Gruppe schlägt fachliche Standards vor, die für und anhand von sechs Inhaltsbereichen bezüglich verschiedener Kompetenzen ausdifferenziert sind. Daneben wurden fachdidaktische Kompetenzen formuliert, die im wissenschaftlichen Studium und in Praxisphasen während des Studiums erworben werden sollen. Unterschieden wird zwischen *fachbezogenen Reflexionskompetenzen*, *mathematikdidaktischen Basiskompetenzen*, *mathematikdidaktischen diagnostischen Kompetenzen* und *mathematikunterrichtsbezogenen Handlungskompetenzen*. Für den Umgang mit Aufgaben finden sich insbesondere Konkretisierungen in der letzten Komponente, unter die folgende Punkte gefasst werden (DMV, 2008, S. 11):

- „Die Studierenden kennen wesentliche Elemente von Lernumgebungen und nutzen diese zur zielgerichteten Konstruktion von Lerngelegenheiten:
 - **Aufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse**
 - Lehr- und Lernmaterialien als Mittel fachlichen Lernens
 - Möglichkeiten, Bedingungen und Grenzen des Computereinsatzes im Mathematikunterricht
 - Unterrichtsmethoden in ihrer fachspezifischen Ausformung.
- Die Studierenden kennen und bewerten Verfahren für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht (zum Beispiel Lernausgangsdiagnosen, Prozesshilfen, **natürlich differenzierende Aufgaben und Lernarrangements**).“

Auch die KMK liefert eine fachspezifische Umsetzung für das Fach Mathematik, welche aber weniger ausgearbeitet ist (KMK, 2008). Im Kompetenzprofil lässt sich der Umgang mit Aufgaben in die Forderung einordnen, dass Studienabsolventinnen und -absolventen „differenzierenden Mathematikunterricht auf der Basis fachdidaktischer Konzepte analysieren und planen sowie auf der Grundlage erster reflektierter Erfahrungen exemplarisch durchführen [können]“ (KMK, 2008, S. 33). Als Studieninhalte für die Mathematikdidaktik werden unter anderem folgende Punkte angegeben:

- Mathematikbezogene Lehr-Lern-Forschung (zum Beispiel Motivation, individuelle Vorstellungen und Fehler der Schülerinnen und Schüler, Dispositionen, typische Verläufe und Hürden in Lernprozessen, Aufbau und Wirkungen von Lernumgebungen)
- Planung und Analyse differenzierenden Mathematikunterrichts

Zusammenfassung Standards der Lehrerbildung sollen einen Maßstab zur Qualitätsüberprüfung bieten und somit auch die Qualität der Ausbildung sichern. Dazu werden Anforderungen der Ausbildung und tägliche Anforderungen des Lehrerberufs beschrieben. Diese Beschreibungen umfassen auch die zentralen Kompetenzen, die zur Bewältigung der Anforderungen und spezifischen Situationen notwendig sind. Die besondere Rolle von Aufgaben in der Planung und Durchführung von Mathematikunterricht wird in den Standards zwar deutlich, eine genauere Beschreibung der Anforderungen insbesondere im Fach Mathematik fehlt aber. Konkrete Bewältigungskriterien können ohne theoretische Fundierung daraus nicht gefolgert werden.

Aus den Standards sowie den Kapiteln 3.1 und 3.2 lassen sich einige wesentliche Situationen im professionellen Handeln einer Mathematiklehrkraft ableiten, die den Umgang mit Aufgaben charakterisieren⁹:

- Auswahl von Aufgaben zur Unterstützung der Entwicklung mathematischer Denkprozesse und zur Förderung des konzeptuellen Verständnisaufbaus in der Unterrichtsplanung.
- Vorbereitung der Aufgabenimplementation (zum Beispiel mit minimalen Hilfen oder Impulsen).
- Verbesserung oder Variation von Aufgaben und ihrem kognitiven Anforderungsniveau in der Unterrichtsplanung und Implementation.
- Aufrechterhaltung des Aufgabenpotenzials während der Aufgabenimplementation.

An dieser Stelle ist zu klären, anhand welcher Kriterien es möglich ist, zu bewerten, inwiefern diese Situationen von Lehrkräften erfolgreich bewältigt werden. Erfolgreich meint in diesem Zusammenhang insbesondere die bestmögliche Förderung und Unterstützung der Lernprozesse. Dazu trägt zu einem die Aufgabe durch das ihr innewohnende Aufgabenpotenzial zur Unterstützung des Lernprozesses bei, welches folglich als Bewertungskriterium herangezogen werden kann. Außerdem beschreiben Unterrichtsqualitätsmerkmale Aspekte des Unterrichts, die den Lernprozess unterstützen. Ein erfolgreicher Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung als auch in der Implementation sollte sich dementsprechend auch an diesen Merkmalen orientieren.

⁹Fokus dieser Arbeit sind die ersten beiden Punkte.

3.3.2. Umgang mit Aufgaben im Mathematikunterricht als Teil professioneller Kompetenz - Einordnung in bestehende Kompetenzmodelle

Im vorherigen Abschnitt wurde ausgeführt, dass der Umgang mit Aufgaben zu den Anforderungen an eine Mathematiklehrkraft gehört. Die sich daraus ergebende Frage ist, wie diese Anforderungen von der Mathematiklehrkraft bewältigt werden können beziehungsweise welche Ressourcen dafür notwendig sind. Der erste Abschnitt dieses Kapitels beschreibt exemplarisch, inwieweit der Umgang mit Aufgaben als Kompetenzfacette schon in theoretischen Rahmenkonzepten zur Beschreibung professioneller Kompetenz von Mathematiklehrkräften enthalten ist. Anschließend wird dargelegt, ob und wie der Umgang mit Aufgaben zur Kompetenzmessung jeweils operationalisiert wird.

Bromme Bromme (1997) gliedert in einem Übersichtsartikel im Rückgriff auf Shulman (1986) das professionelle Wissen von Lehrkräften in fünf verschiedene Inhaltsbereiche: *fachliches Wissen*; *curriculares Wissen*; *Philosophie des Schulfaches*; *pädagogisches Wissen*; und *fachdidaktisches Wissen*. Als Ergebnis von Interviews mit 14 Mathematiklehrkräften zu deren Denkvorgängen bei der Unterrichtsplanung, nimmt er an, dass das fachdidaktische Wissen von Mathematiklehrkräften verbunden mit mathematischen Aufgaben ist (Bromme, 1992, 1997). Das fachdidaktische Wissen manifestiert sich im Nachdenken darüber, wie Aufgaben im Unterricht genutzt werden können. Bei der Auswahl und Anordnung von Aufgaben in der Unterrichtsplanung wird der fachliche Kern der Aufgabe mit pädagogisch-psychologischen Wissensaspekten verbunden. Dies thematisieren Lehrkräfte kaum, zeigt sich aber darin, dass Aufgaben zum Beispiel bezüglich des Schwierigkeitsgrads, der Darstellung typischer Schüler Schwierigkeiten oder der Motivation ausgewählt werden. Auf diese Weise „wird die Logik des Fachinhalts mit der von dem Lehrer vermuteten Logik des Unterrichtsablaufes und des Schülerlernens in Verbindung gebracht“ (Bromme, 1997, S. 198). Bromme liefert erste Hinweise darauf, dass sich im professionellen Umgang mit Aufgaben das Professionswissen einer Lehrkraft zeigt.

Die Studien MT21 und TEDS-M Als Vorbereitung der TEDS-M-Studie wurde die MT21-Studie durchgeführt, da eine theoretische Konzeptualisierung und entsprechende Instrumente für den international angelegten Rahmen fehlten (Kaiser et al., 2012). Ziel der Studien ist der internationale Vergleich des fachlichen Wissens von Sekundarstufenlehrkräften und die Untersuchung der Entwicklung des fachlichen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte von Studienbeginn bis hin zum Referendariat. Das zugrunde liegende Konzept der professionellen Kompetenz basiert auf der Definition von Weinert (1999). Zur Konzeptualisierung werden als Grundlage für die Bewältigung professioneller Anforderungen von Lehrkräften Wissensfacetten postuliert. Die MT21-Studie konzentriert sich auf zwei der ursprünglich fünf definierten Anforderungsbereiche (siehe Tabelle 3.6, ausführlich bei Schmidt et al. (2007)). Die Auswahl von Aufgaben kann der ersten Kategorie der Tabelle zugeordnet werden und deckt sich mit den vorgegebenen Standards der KMK für die Lehrerbildung.

Aufbauend auf den theoretischen und empirischen Vorarbeiten der MT21-Studie, wurde in der TEDS-M-Studie ein theoretisches Rahmenkonzept zur Erfassung des fachdidaktischen Wissens (*Mathematics Pedagogical Content Knowledge*) entwickelt (Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2012; Tatto et al., 2008). Es werden darin zwei Teilbereiche unterschieden: das curriculare Wissen und Planungswissen für Mathematikunterricht und Mathematiklernen sowie das Wissen zur Umsetzung von Mathematik für das Lehren und Lernen. Letztere ist eine interaktive Facette und wird hier nicht genauer vorgestellt. Zum ersten Teilbereich gehört die Fähigkeit, Kernideen im Lehrplan zu identifizieren oder geeignete Lernziele zu entwickeln. Darunter fallen Fähigkeiten und Fertigkeiten, die notwendig sind zur Unterrichtsvorbereitung: adäquate Unterrichtsaktivitäten und -methoden auswählen oder unterschiedliche Möglichkeiten zur Lösung mathematischer Aufgaben und Problemen erkennen.

OPERATIONALISIERUNG DES UMGANGS MIT AUFGABEN. Basierend auf diesen theoretischen Überlegungen wurden Items mit dem Ziel entwickelt, verschiedene Kompetenzfacetten zu erfassen. Mathematische Aufgaben sollen bezüglich möglicher Verständnisschwierigkeiten und Schülerlösungen sowie dem erforderlichen Vorwissen und dem Schwierigkeitsgrad hinsichtlich des mathematischen Inhalts analysiert werden. Von den Lehrkräften wird zum Beispiel verlangt, eine Aufgabe so umzuwandeln, dass deren Schwierigkeitsgrad abnimmt. Eine explizite Analyse inwieweit die Aufgabe Potenzial für bestimmte Lernprozesse aufweist, ist nicht verlangt.

Tabelle 3.6.: Ausschnitt aus der Definition professioneller Anforderungen an Mathematiklehrkräfte (übersetzt nach Schmidt et al., 2007)

Teacher Task	Situation
A: Auswahl von Themen und Methoden; Anordnung von Lernprozessen	1. Auswahl und Begründung des Unterrichtsinhalts 2. Gestaltung und Bewertung von Unterrichtsstunden
B: Bewertung von Schülerleistungen; Beratung von Lernenden und Eltern	1. Diagnose von Leistungs- und Lernstand, Fehlvorstellungen und Voraussetzungen 2. Bewertung der Lernenden 3. Beratung von Lernende und Eltern 4. Umgang mit Fehlern, Feedback geben

COACTIV-Studie Auch die COACTIV-Studie hat zum Ziel, das fachdidaktische (PCK) und fachliche Wissen (CK) von Mathematiklehrkräften zu beschreiben, zu messen und deren Auswirkungen auf Schülerleistungen zu untersuchen. Zur theoretischen Fundierung für die Kompetenzerfassung dienen verschiedene Kerntätigkeiten von Lehrkräften. Bezüglich des Umgangs mit Aufgaben sind dies folgende (Baumert et al., 2010, S. 142):

„One defining characteristic of mathematics instruction is that it is choreographed through the teacher’s selection and implementation of tasks and activities. Tasks and subsequent task activities create learning opportunities. [...] Knowledge of the potential of mathematical tasks to facilitate learning is thus a key dimension of PCK.“

Aufbauend auf den Anforderungen wird das fachdidaktische Wissen in drei Dimensionen unterteilt (z.B. Baumert & Kunter, 2011a):

- Wissen über Aufgaben,
- Wissen über Schülervorstellungen (Fehlkonzeptionen, typische Fehler, Strategien),
- Wissen über multiple Repräsentations- und Erklärungsmöglichkeiten.

Das Wissen über Aufgaben umfasst, inwieweit Lehrkräfte Wissen über das Potenzial von Aufgaben zur lernwirksamen Unterrichtsgestaltung besitzen (Krauss et al., 2008b): Wissen über das didaktische und diagnostische Potenzial, die kognitiven Anforderungen und impliziten Wissensvoraussetzungen von Aufgaben die didaktische Sequenzierung von Aufgaben und die langfristige curriculare Anordnung von mathematischen Inhalten (Baumert & Kunter, 2011a). Aufgaben richtig lösen zu können, gehört nicht zu dieser Kompetenzfacette.

OPERATIONALISIERUNG DES UMGANGS MIT AUFGABEN. Die Entwicklung und der Vergleich verschiedener Lösungswege ist kognitiv aktivierend sowie lernförderlich und wirkt sich positiv auf das Interesse an Mathematik und die Anwendung von Kontrollstrategien aus (Rittle-Johnson & Star, 2007; Schukajlow & Krug, 2013). Um dieses Potenzial nutzen zu können, müssen Lehrkräfte Aufgaben auf unterschiedliche Weise lösen können. Die COACTIV-Studie verwendet eben diese Anforderungssituation zur Operationalisierung und fordert substantiell unterschiedliche Lösungswege für die Aufgaben der Items (Brunner et al., 2006b). Zwei Beispielitems sind in Abbildung 3.4 zu sehen.

"Quadrat"	"Nachbarzahlen"
<p>Wie ändert sich der Flächeninhalt eines Quadrats, wenn man die Seitenlänge verdreifacht? Begründe deine Antwort!</p> <p><i>Bitte schreiben Sie möglichst viele verschiedene Lösungsmöglichkeiten (Begründungen) zu dieser Aufgabe kurz auf.</i></p>	<p>Luca behauptet: „Das Quadrat einer natürlichen Zahl ist immer um 1 größer als das Produkt ihre beiden Nachbarzahlen“.</p> <p>Stimmt Lucas Behauptung?</p> <p><i>Bitte schreiben Sie möglichst viele verschiedene Lösungsmöglichkeiten zu dieser Aufgabe kurz auf.</i></p>

Abbildung 3.4.: Beispielitems aus der COACTIV-Studie zur Erfassung des Wissens über Aufgaben (Krauss et al., 2008b)

Lindmeier Im theoretischen Rahmenkonzept bei Lindmeier (2011) beinhaltet das Basiswissen auch das Wissen über das Potenzial von Aufgaben (s. a. Lindmeier et al., 2013). Die reflexive Kompetenz umfasst dahingegen Fähigkeiten, die zur Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung notwendig sind. Die dazugehörigen Anforderungen bezüglich

dem Umgang mit Aufgaben bei der Unterrichtsplanung werden gekennzeichnet durch die Auswahl von Mathematikaufgaben für die Umsetzung eines bestimmten Lernziels oder die Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit abhängig von einer bestimmten Situation oder Klasse. Allgemein zählt auch die vorunterrichtliche Reflexion von Aufgabensequenzen zur reflexiven Kompetenz einer Mathematiklehrkraft.

OPERATIONALISIERUNG DES UMGANGS MIT AUFGABEN. Die Operationalisierung der reflexiven Kompetenzen enthält aber nicht spezifisch den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung, sondern fokussiert das Geben von Feedback auf Schülerfehler, die Bewertung verschiedener Repräsentationen und das Fortsetzen einer Unterrichtseinheit.

Zusammenfassung Was befähigt eine Lehrkraft nun zur Bewältigung der Anforderungen und spezifischen Situationen im Umgang mit Aufgaben? Um diese Frage beantworten zu können, müssen die dazu notwendigen Kompetenzen geklärt sein. In der Kompetenzmodellierung geschieht dies im Allgemeinen meist über die Beschreibung verschiedener Wissensfacetten, wie bei der COACTIV-Studie zum Beispiel das Wissen über das didaktische und diagnostische Potenzial sowie die kognitiven Anforderungen von Aufgaben. In der exemplarischen Darstellung mehrerer Studien wird der Umgang mit Aufgaben in den verschiedenen Kompetenzmodellen zwar aufgegriffen, eine fundierte theoretische Beschreibung und Spezifizierung fehlt jedoch. So bildet der Umgang mit Aufgaben kein eigenständiges Konstrukt und findet keine strukturelle Betrachtung. Stattdessen wird der Umgang mit Aufgaben als Möglichkeit gesehen, allgemeinere Komponenten der professionellen Kompetenzen zu erfassen. Übersteigert formuliert, dienen Aufgaben eher als „Tool“, um zum Beispiel über das fachdidaktische Wissen einer Lehrkraft zu sprechen. Zwar finden sich Ansätze, die die Analyse von Aufgaben hinsichtlich ihres Schwierigkeitsgrads oder ihrer multiplen Lösbarkeit betrachten, eine differenzierte umfassende Aufgabenanalyse, bei der die Aufgabe selbst und deren lernwirksame Eigenschaften untersucht werden, gibt es bislang nicht.

Chapman (2013) macht einen Vorschlag, welche Wissensfacetten zur Bewältigung der Anforderungssituationen im Umgang mit Aufgaben¹⁰ notwendig sein können. Ihre Ideen basieren auf ihrer eigenen Forschung, den Arbeiten von Stein (2000) und den NCTM-Standards (NCTM, 1991, 2000). Das von Chapman (2013) beschriebene *Mathematical-Task Knowledge* beinhaltet folgende Komponenten¹¹:

- Wissen darüber, was eine mathematische Aufgabenstellung für den Lernprozess wertvoll macht (zum Beispiel hohe kognitive Anforderungen, multiple Lösungsmöglichkeiten, Argumentationsprozesse sind erforderlich).
- Fähigkeit, Aufgaben zu erkennen, auszuwählen und zu entwickeln, welche einen relevanten mathematischen Inhalt haben, bedeutungsvolle und tiefer gehende Verstehensprozesse anregen, sowie das Interesse und Lernbedürfnis der Schülerinnen und Schüler ansprechen.

¹⁰Hierzu zählt auch die Auswahl und Entwicklung von Aufgaben und die Verbesserung des Aufgabenpotenzials. Die Implementation wird nicht explizit erwähnt, scheint aber in den beschriebenen Aspekten enthalten zu sein.

¹¹Freie Übersetzung der Autorin.

- Wissen über die unterschiedlichen kognitiven Anforderungsniveaus einer mathematischen Aufgabe und über die Eignung der Aufgabe für das Erreichen verschiedener Lernziele.
- Wissen über die mathematischen Verstehensprozesse, Interessen und Erfahrungen und deren Vielfältigkeit bei unterschiedlichen Schülerinnen und Schülern.
- Wissen über den Einfluss der Aufgabenwahl und -implementation auf die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler.
- Wissen darüber, welche Aspekte der Aufgabe betont und wie die Aufgabenbearbeitung organisiert werden soll, welche Fragen Lernende herausfordern und sie unterstützen, ohne die Herausforderung bei der Bearbeitung zu minimieren.

Neben dem Wissen über die Lernenden, beschreiben die Punkte hauptsächlich Wissensfacetten, die sich ganz spezifisch auf die Aufgabe und ihr Potenzial beziehen. Das *Mathematical-Task Knowledge* umfasst das Wissen über die lernwirksamen Aufgabenmerkmale und deren kognitive Anforderungen. Eine derart detaillierte Beschreibung, deren Kern die Aufgabe selbst bildet, findet man bislang meines Wissen nur bei Chapman. Empirische Untersuchungen dazu oder eine theoretische Beschreibung inwieweit sich diese Wissensfacetten in die bisherige Kompetenzforschung einordnen lassen, gibt Chapman in ihrem Artikel nicht an.

3.3.3. Aufgabenauswahl und -implementation in der bisherigen Kompetenzforschung

Bislang wurde ein Ansatz zum Umgang mit Aufgaben vorgestellt, der auf Grundlage von Kerntätigkeiten das Ziel hat, verschiedene professionelle Kompetenzfacetten zu beschreiben (und zu messen). Andere Forschungsperspektiven fokussieren darauf, wie sich professionelles Wissen (vor allem das fachdidaktische Wissen) im Umgang mit Aufgaben manifestiert, was in Abbildung 3.5 dargestellt ist. Für den Umgang mit Aufgaben werden in diesem Zusammenhang zwei Situationen betrachtet: die Auswahl von Aufgaben in der Unterrichtsplanung und die Aufgabenimplementation im Unterricht. Kriterien für die Bewertung der beiden Situationen sind die Auswahl *kognitiv anspruchsvoller* Aufgaben in der Unterrichtsplanung und die *Aufrechterhaltung* des Aufgabenpotenzials während der Implementation.

Nach theoretischen Überlegungen sowie empirischen Befunden werden verschiedene Einflussfaktoren auf die Aufgabenauswahl und -implementation von Mathematiklehrkräften angenommen. Ein individueller, in der Person angelegter Faktor ist die professionelle Kompetenz, die Wissen und Beliefs einschließt. Eine bedeutende Rolle scheinen neben dem Wissen, die Beliefs der Lehrkräfte zu spielen, zum Beispiel welche allgemeine Vorstellungen Lehrkräfte vom Lehren und Lernen haben, oder wie Schülerinnen und Schülern, die Verständnisschwierigkeiten haben, im Allgemeinen unterstützt werden sollen (Schoenfeld, 2011; Smith, 2000; Sztajn, 2003; Wilhelm, 2014). Auch die Zeit (beziehungsweise der Zeitdruck), als genereller Faktor können Auswahl und Implementation

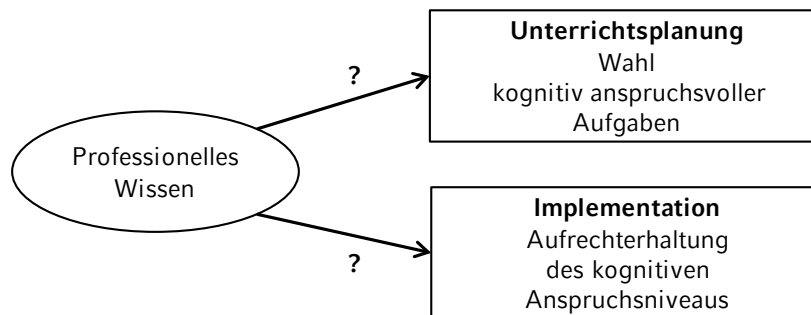


Abbildung 3.5.: Angenommene Zusammenhänge zwischen dem professionellen Wissen einer Lehrkraft und dem Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung und der Implementation

von Aufgaben beeinflussen (Son, 2008). Die vorliegende Arbeit erkennt die genannten Aspekte als bedeutende Einflussfaktoren für den Umgang mit Aufgaben an, konzentriert sich aber auf den Zusammenhang zwischen dem professionellen Wissen und dem Umgang mit Aufgaben. Der aktuelle Forschungsstand, der beleuchtet, inwieweit verschiedene Facetten des professionellen Wissens einer Lehrkraft mit der Aufgabenauswahl in der Unterrichtsplanung und der Aufgabenimplementation zusammenhängen, ist Inhalt des folgenden Abschnitts.

Aufgabenauswahl in der bisherigen Kompetenzforschung

Die COACTIV-Studie hat den Zusammenhang zwischen fachdidaktischem sowie fachlichem Wissen von Mathematiklehrkräften und dem Potenzial der in Klausuren¹² verwendeten Aufgaben untersucht. Um das Potenzial von Aufgaben zur kognitiven Aktivierung zu erfassen, wurde das kognitive Niveau der einzelnen Aufgabe anhand dreier Dimensionen kodiert: Typ des mathematischen Arbeitens (technisch/rechnerische Modellierung/begriffliche Modellierung); Niveau der erforderlichen Argumentationsprozesse (nicht erforderlich/niedrig/mittel/hoch); und Niveau der erforderlichen innermathematischen Modellierung (nicht erforderlich/niedrig/mittel/hoch) (Baumert et al., 2010). Als einen weiteren Indikator für das kognitive Aktivierungspotenzial wurde das curriculare Niveau der Aufgabe, also die curriculare Wissensstufe in der der Inhalt normalerweise unterrichtet wird, verwendet. Es zeigt sich ein signifikanter Einfluss des fachdidaktischen Wissens auf das kognitive und curriculare Niveau der Aufgabe, wobei Lehrkräfte mit höherem fachdidaktischen Wissen Aufgaben mit einem höheren kognitiven Niveau auswählen. Ein Einfluss des fachlichen Wissens ist nur auf das curriculare Niveau der Aufgabe, nicht aber auf das kognitive zu verzeichnen.

Eine longitudinale Studie von Wilhelm (2014) untersuchte mit 213 Mittelschullehrkräften den Zusammenhang zwischen dem fachlichen Wissen einer Mathematiklehrkraft

¹²Es wurden insgesamt rund 45.000 Aufgaben eingesammelt, die im Unterricht, für Hausaufgaben und Klausuren eingesetzt wurden. Für die dargestellten Analysen verwendete man die Klausuraufgaben, da Pilotstudien ergaben, dass Klausuraufgaben als repräsentativ für die im Unterricht vorzufindende Aufgabenstruktur angenommen werden können.

(*Content knowledge for teaching mathematics*¹³) und dem Potenzial der gewählten Aufgaben. Dafür wurde das kognitive Anspruchsniveau der Aufgaben auf einer fünfstufigen Skala kodiert, die basierend auf den Arbeiten von Stein und Lane (1996) entwickelt wurde. Es wird unterschieden zwischen Aufgaben, die nicht mathematischer Natur sind (0), die nur die Reproduktion von Fakten (1) oder die die Ausführung von Routineprozeduren ohne die Herstellung von Verbindungen zur zugrundeliegenden mathematischen Idee erfordern (2). Des Weiteren zwischen Aufgaben, die das Herstellen von Verbindungen zur zugrundeliegenden mathematischen Idee beinhalten, aber nicht explizit zur Verallgemeinerung auffordern (3) und Aufgaben, die von den Lernenden anspruchsvolle Tätigkeiten, wie das Formulieren von Begründungen, Rechtfertigungen oder Verallgemeinerungen, verlangen (4). Es kann kein signifikanter Zusammenhang zwischen dem fachlichen Wissen der Lehrkraft und dem Potenzial der gewählten Aufgabe nachgewiesen werden.

Stein und Kaufman (2010) haben den Zusammenhang des Umgangs mit Aufgaben und der *teacher capacity* untersucht. Zur *teacher capacity* zählen sie das fachliche Wissen, wie es auch von Wilhelm (2014) operationalisiert wurde, sowie einen Teilbereich des fachdidaktischen Wissens (*Knowledge of content and students*¹⁴) und ergänzen das Ausbildungs- und Erfahrungsniveau einer Lehrkraft. Um den Umgang mit Aufgaben im Unterricht messen zu können, wurde das kognitive Niveau der für den Unterricht gewählten zentralen Aufgabe sowie ihrer Implementierung im Unterricht ermittelt. Um zu untersuchen, ob das Potenzial im Unterricht genutzt wird, wurde außerdem ein kombiniertes Maß aus der Summe des Aufgabenpotenzials der gewählten und der dann im Unterricht implementierten Aufgabe gebildet. Eine Aufgabe, die ursprünglich ein hohes Potenzial hatte und deren Potenzial während des Unterrichtsverlauf erhalten bleibt, erhält folglich einen höheren Wert als eine Aufgabe mit hohem kognitiven Niveau, deren Potenzial im Unterricht nicht genutzt wird. Somit wird gewissermaßen das ursprüngliche Aufgabenpotenzial und die Entwicklung des Potenzials mit einem Maß erfasst. Es können aber keine signifikanten Zusammenhänge zwischen der *teacher capacity* und dem kombinierten Maß zur Erfassung des Aufgabenpotenzials festgestellt werden.

Aufgabenimplementation in der bisherigen Kompetenzforschung

Des Weiteren untersuchten Studien Zusammenhänge verschiedener Komponenten des professionellen Wissens einer Mathematiklehrkraft und der Aufgabenimplementation. Die Qualität der Aufgabenimplementation wird durch die Aufrechterhaltung des Aufgabenpotenzials im Verlauf des Unterrichts definiert. In einer Fallstudie stellt Charalambous (2008) die Veränderung des Aufgabenpotenzials während einer Unterrichtssequenz zweier Lehrkräfte gegenüber, welche sich stark in ihrem fachlichen und fachdidaktischen Wissen (*Mathematical Knowledge for Teaching*) unterscheiden. Er konnte seine Hypothese bestätigen, dass das Wissen einer Lehrkraft positiv mit der Aufrechterhaltung des Potenzials während des Unterrichts zusammenhängt. Eine weitere Fallstudie mit drei

¹³beinhaltet allgemeines fachliches Wissen und spezifisch fachliches Wissen (beispielsweise Muster in Schülerfehlern zu finden) (Ball et al., 2008)

¹⁴nach Ball et al. (2008), darunter werden beispielsweise typische Fehlvorstellungen gefasst.

Lehrkräften, die von Sullivan, Clarke und Clarke (2010) durchgeführt wurde, kommt zum gleichen Ergebnis. Die oben schon beschriebene Arbeit von Wilhelm (2014) untersuchte nicht nur den Zusammenhang des fachlichen Wissens mit dem kognitiven Anspruch der gewählten Aufgaben, sondern auch mit der Aufrechterhaltung des Aufgabenpotenzials während des Unterrichts. Sie kann das Ergebnis der qualitativen Fallstudien mit einem quantitativen Forschungsansatz bestätigen und zeigt einen Zusammenhang des Wissens der Lehrkraft mit einer erfolgreichen Aufgabenimplementation.

Zusammenfassung Professionelles Wissen von Lehrkräften scheint mehr mit der Implementation von Aufgaben zusammenzuhängen als mit deren Auswahl. Verschiedene Studien liefern bezüglich der Auswahl von Aufgaben keine einheitlichen Ergebnisse. So konnten Baumert et al. (2010) einen positiven Einfluss des fachdidaktischen Wissens auf das kognitive Potenzial der gewählten Aufgaben feststellen. Andere Forschungsergebnisse replizieren dieses Ergebnis nicht, wobei hervorzuheben ist, dass dabei andere Operationalisierungen des professionellen Wissens vorgenommen wurden (Stein & Kaufman, 2010; Wilhelm, 2014). Klarere Ergebnisse liefern Untersuchungen zum Zusammenhang des professionellen Wissens und der Aufrechterhaltung des kognitiven Anspruchs der Aufgabe während der Implementation. Trotz unterschiedlicher Operationalisierungen, scheint die Aufrechterhaltung des Aufgabenpotenzials während des Mathematikunterrichts vom professionellen Wissen der Lehrkraft abzuhängen.

Insgesamt wird in den verschiedenen Ausführungen eher auf die „fertige“ Aufgabe und ihre Implementation fokussiert, als darauf welche Prozesse hinter der Auswahl einer Aufgabe stehen. Außerdem lassen die uneinheitlichen Ergebnisse bezüglich des Einflusses des professionellen Wissens auf die Aufgabenauswahl vermuten, dass die Operationalisierung des professionellen Wissens bislang zu kurz greift und das für den erfolgreichen Umgang mit Aufgaben erforderliche Wissen kaum enthält. Eine differenziertere Betrachtung des Kompetenzmodells hinsichtlich des Umgangs mit Aufgaben scheint notwendig (vergleiche hierzu im Überblick die Ideen zum *Mathematical Task Knowledge* von Chapman (2013), siehe 3.3.2). Erste Ansätze, versuchen vermehrt die Prozesse im Umgang mit Aufgaben miteinzubeziehen und Wissensfacetten zu identifizieren, die im Zusammenhang mit einem erfolgreichen Umgang mit Aufgaben stehen. Der folgende Abschnitt 3.3.4 fasst den aktuellen Forschungsstand hierzu zusammen.

3.3.4. Entwicklung professioneller Kompetenz im Umgang mit Aufgaben

Verschiedene Arbeiten gehen davon aus, dass um Lernprozessen im Unterricht durch kognitiv aktivierende Aufgaben besser fördern zu können, eine Verbesserung des Wissens und der Unterrichtspraxis im Umgang mit Aufgaben von Mathematiklehrkräften erforderlich ist (Arbaugh & Brown, 2005; Boston & Smith, 2009; Boston, 2013). Dafür wurde im Rahmen des *Enhancing Secondary Mathematics Teacher Preparation*-Projekts (ESP) ein Fortbildungsprogramm für Sekundarstufen-Lehrkräfte entwickelt¹⁵. Das Pro-

¹⁵In Deutschland findet man inhaltliche Fortbildungsangebote im Rahmen von SINUS zur Weiterentwicklung der Aufgabenkultur (Bruder, 2006).

gramm bietet ein Angebot an Lerngelegenheiten, das sich auf den Umgang mit Aufgaben fokussiert. Der erfolgreiche Umgang mit Aufgaben wird, wie in den bisher vorgestellten Studien, als die Auswahl kognitiv anspruchsvoller Aufgaben und die Aufrechterhaltung des Aufgabenpotenzials im Unterrichtsverlauf definiert. Schwerpunkt der Fortbildung ist das Lösen kognitiv anspruchsvoller Aufgaben mit einer anschließenden Reflexion des Lösungsprozesses, die Analyse der kognitiven Anforderungen, die zur Aufgabebearbeitung erforderlich sind, und die Reflexion der Aufgabenimplementation während verschiedener Unterrichtsphasen. Für die Untersuchung der Aufgaben bezüglich der kognitiven Anforderungen werden immer zwei Aufgaben gegenübergestellt und analysiert. Diese Aufgaben sind sich beispielsweise in ihrem mathematischen Inhalt sehr ähnlich, unterscheiden sich aber im kognitiven Anforderungsniveau. Nach der Entwicklung eigener Kriterien für Aufgaben mit niedrigen und hohen kognitiven Anforderungen, wird den Lehrkräften ein ausgearbeitetes und bezüglich der Anforderungsniveaus feiner untergliedertes System (nicht nur niedrig/hoch), der *Task Analysis Guide*, vorgestellt (Stein, 2000). Damit werden in jeder Fortbildungssitzung Aufgaben bezüglich ihres kognitiven Anforderungsniveaus eingeordnet und diskutiert. Die Fortbildung ermöglicht somit unter anderem eine tiefe Auseinandersetzung mit Aufgaben. An die Fortbildung waren zwei Studien angeschlossen, die untersuchten, ob sich die Auswahl und Implementation von Aufgaben mit hohem kognitiven Niveau durch die Teilnahme an der eben beschriebenen Fortbildung ändern (Boston & Smith, 2009, 2011). Die dafür theoretisch angenommene Wirkkette zeigt Abbildung 3.6.

In der Studie von Boston und Smith (2009) wurde der Unterricht von 18 Lehrkräften zu drei Zeitpunkten innerhalb eines Schuljahres vor, während und nach deren Teilnahme an der Fortbildung beobachtet und die im Unterricht eingesetzten Aufgaben und schriftlichen Schülerarbeiten eingesammelt. Lehrkräfte gaben von fünf aufeinanderfolgenden Tagen jeweils fünf der im Unterricht verwendeten Hauptaufgaben und drei Klassensets von schriftlichen Schülerarbeiten ab. Die Unterrichtsbeobachtung erfolgte ebenfalls in diesen fünf Tagen. Unter anderem wurde das Potenzial der fünf Hauptaufgaben, der schriftlichen Schülerarbeiten und der Aufgaben während der Implementation kodiert (nach Stein et al., 1996; Henningsen & Stein, 1997). Das mittlere kognitive Anspruchsniveau der gewählten Aufgaben ist nach der Fortbildung höher als zuvor und die Lehrkräfte können das kognitive Anforderungsniveau der Aufgaben während der Implementation besser aufrechterhalten. Die Unterschiede bezüglich der Auswahl und Implementation kognitiv anspruchsvoller Aufgaben nach der Fortbildung im Vergleich zu vorher zeigen sich auch zwischen den Lehrkräften, die an der Fortbildung teilnahmen und einer Kontrollgruppe von zehn Lehrkräften. Eine offene Frage ist, welche Elemente der Fortbildung die positive Veränderung im Umgang mit Aufgaben gefördert haben. Boston und Smith (2009) vermuten, dass der veränderte Umgang mit Aufgaben im Zusammenhang mit den neuen Erkenntnissen über die Bedeutung kognitiv anspruchsvoller Aufgaben für den Lernprozess und über Analysemöglichkeiten des kognitiven Anforderungsniveaus steht.

Als Ergänzung untersuchte Boston (2013) in einer weiteren Studie mit denselben Daten die Frage, inwieweit sich das Wissen der Lehrkräfte über das kognitive Anforderungsniveau mathematischer Aufgaben durch die Teilnahme an der Fortbildung ändert. Eine

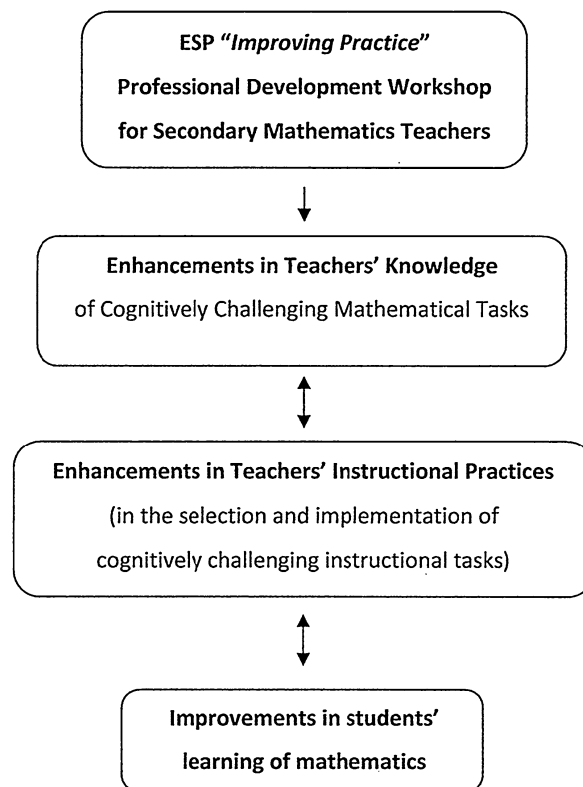


Abbildung 3.6.: Theoretisches Rahmenmodell des ESP-Projekts zur Verbindung der entwickelten Fortbildungsmaßnahme mit Veränderungen im Wissen und Handeln von Lehrkräften (Boston, 2013)

zentrale Annahme der Untersuchung ist (Boston, 2013, S. 11): „Hence, teachers need to be aware of how different types of tasks influence students' opportunities for learning and how they can support students' engagement with high-level cognitive processes during instruction“. Die Erfassung des Wissens über die kognitiven Anforderungen von Aufgaben erfolgte mit Hilfe der *Task-Sort-Activity* (Smith & Stein, 1998; Smith, Stein, Arbaugh, Brown & Mossgrave, 2004). Dazu wurde schriftlich für 16 Aufgaben, die sich auf Karten, den *task cards*, befanden, das kognitive Anforderungsniveau (hoch/niedrig/nicht sicher) eingeschätzt und eine Begründung für die Einschätzung angegeben. Anschließend sollten die Lehrkräfte noch charakterisierende Aufgabenmerkmale eines hohen und niedrigen Aufgabenpotenzial auflisten. Die Aufgaben wurden gezielt bezüglich des kognitiven Anforderungsniveau variiert, ähnelten sich aber in Oberflächenmerkmalen (zum Beispiel zwei Textaufgaben). Abbildung 3.7 zeigt ein Beispielitem der *Task-Sort-Activity*. Bewertungsgrundlage der *Task-Sort-Activity* der einzelnen Aufgaben war die Richtigkeit der Einschätzung des kognitiven Anforderungsniveaus (im Vergleich zu einer vom Forschungsteam gesetzten Norm) und die Übereinstimmung der Begründung mit dem Anforderungsniveau der Aufgabe (im Vergleich zur Beschreibung des Kategorisierungssystems für Aufgaben; Tabelle 3.1 oder Stein (2000)). Bei den Lehrkräften ist nach der Teilnahme an der Fortbildung ein signifikanter Zuwachs des Wissens über das kognitive Anforderungsniveau von Aufgaben festzustellen. Außerdem zeigen diese Lehrkräfte ein

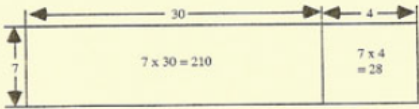
<p>Front of the Task Card</p> <p style="text-align: center;">TASK J</p> <p>Manipulatives/Tools: None</p> <p>One method of mentally computing 7×34 is illustrated in the diagram below:</p>  <p>Mentally compute these products. Then sketch a diagram that describes your methods for each.</p> <p>a) 27×3</p> <p>b) 325×4</p>		
<p>Back of the Task Card</p> <p>Category: HIGH LOW Not Sure</p> <p>Rationale:</p>		
<p>Sample of criteria summary card for high-level tasks</p> <p>Develop a list of criteria that describe HIGH-level tasks:</p>		

Abbildung 3.7.: Beispieltitem der *Task-Sort-Activity* zur Erfassung des Wissens über die kognitiven Anforderungen von Aufgaben (Boston, 2013)

signifikant höheres Wissen als die Lehrkräfte der Kontrollgruppe. Vertiefende qualitative Analysen der signifikanten Unterschiede beschreiben, was die Lehrkräfte genau gelernt hatten und welche Lerngelegenheiten dazu während der Fortbildung vorhanden waren. Die Verbesserung des Wissens zeigt sich vor allem in den Kriterien und Begründungen, die die Lehrkräfte zur Beschreibung von kognitiv herausfordernden Aufgaben angeben. Lehrkräfte verweisen nach der Fortbildung häufiger auf Aspekte, die im Zusammenhang mit kognitiv anspruchsvollen Aufgaben stehen, wie zum Beispiel die Verwendung mathematischer Darstellungen, das Herstellen von Verallgemeinerungen und Vernetzungen oder die Möglichkeit zur Verwendung verschiedener Strategien. Es werden also vermehrt Aufgabenmerkmale identifiziert, die sich am Verstehensaufbau und am Lernprozess orientieren. Die Studie repliziert die Ergebnisse der Untersuchung mit sieben Lehrkräften von Arbaugh und Brown (2005), deren Datenbasis Interviews vor und nach einem Workshop ebenfalls zur *Task-Sort-Activity* sind.

Zusammenfassung Die Studie von Boston und Smith (2009) stellt fest, dass Lehrkräfte nach Teilnahme an einer Fortbildung mehr kognitiv anspruchsvolle Aufgaben auswählen und sie deren Potenzial auch (im Vergleich zu vorher und zu einer Kontrollgruppe) besser aufrechterhalten können. Boston (2013) arbeitet die Analyse von Aufgaben hinsichtlich der kognitiven Anforderungen als wesentlich für den erfolgreichen Umgang mit Aufgaben (Auswahl kognitiv aktivierender Aufgaben und Aufrechterhaltung des Po-

tenzials während der Implementation) heraus. Die Studie zeigt, dass Lehrkräfte durch die Teilnahme an einer Fortbildung ihre Fähigkeit, lernwirksame Aufgabenmerkmale zu identifizieren, verbessern. Boston (2013) diskutiert ihre Ergebnisse und macht dabei die Erwartungen an die Fortbildung und ihre mögliche Wirkung deutlich:

„One plausible hypothesis is that teachers selected significantly more high-level tasks for instruction after their experiences in the workshop because they learned to attend to and value the opportunities for students’ learning embodied in such tasks.“ (Boston, 2013, S. 28)

Eine empirische Überprüfung der Hypothese, dass die Analyse von Aufgaben mit der Auswahl zusammenhängt, steht aus. Trotz der kleinen Stichprobengröße ergeben sich erste Hinweise auf einen Zusammenhang zwischen der Analyse von Aufgaben hinsichtlich ihres Aufgabenpotenzials und der Auswahl und Implementation von Aufgaben. Entscheidend scheint dabei die erfolgreiche Analyse von Aufgaben hinsichtlich des Beitrags verschiedener Merkmale und Anforderungsniveaus von Aufgaben auf das Lernen von Schülerinnen und Schülern zu sein. Die erfolgreiche Analyse könnte dazu führen, dass Lehrkräfte kognitiv anspruchsvolle Aufgaben und deren Wirkweise als solche erkennen. Dies wird als wesentliche Bedingung angenommen, mit Aufgaben lernförderlich umzugehen (Boston, 2013).

3.4. Zusammenfassung und Desiderat

Aufgaben haben einen entscheidenden Einfluss auf Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler (3.1). Sie sind Bindeglied zwischen dem Lehren und Lernen von Mathematik, da die Lehrkraft unter anderem durch die Auswahl von Aufgaben die Lerngelegenheiten für den Unterricht bestimmt (Boston, 2013; Neubrand et al., 2011; Stein, 2000). Der Umgang mit Aufgaben, insbesondere die Auswahl von Aufgaben mit hohem Potenzial in der Unterrichtsplanung und die Realisierung des Aufgabenpotenzials während der Implementation, ist eine bedeutende Anforderung an Mathematiklehrkräfte (3.2). Forschungsergebnisse deuten darauf hin, dass sich Lehrkräfte mit unterschiedlichem Wissen nicht generell im Potenzial der gewählten Aufgaben unterscheiden, sie die Aufgaben im Unterricht aber auf unterschiedlichen kognitiven Niveaus implementieren (3.3.3). Eine Annahme der vorliegenden Arbeit ist, dass dieser Unterschied in der Implementation nicht nur auf Handlungsmotive *im* Unterricht zurückzuführen ist, sondern auch auf substantielle Unterschiede in der Phase *vor* dem Unterricht, der Unterrichtsplanung (vgl. Lindmeier, 2011). Im Vergleich zur Aufgabenimplementation gibt es kaum Studien, die sich mit dem Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung und ihrem Zusammenhang mit der Aufgabenimplementation (und letztendlich dem Lernprozess) beschäftigen. Es stellt sich dabei die Frage, welche Kompetenzen notwendig sind um die Anforderungen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung erfolgreich zu bewältigen. In ersten Untersuchungen zu diesem Forschungsbereich wird angenommen, dass dafür die erfolgreiche Analyse von Aufgaben hinsichtlich ihres Potenzials relevant ist. Forschungsergebnisse geben erste Hinweise auf die Bestätigung dieses Zusammenhangs zwischen der

Analyse von Aufgaben und der Aufgabenauswahl sowie Implementation von Aufgaben. Eine empirische Untersuchung, die die Analyse von Aufgaben operationalisiert und den Zusammenhang mit Ergebnissen der Unterrichtsplanung prüft, fehlt jedoch bislang. Diese Forschungslücke versucht die vorliegende Arbeit zu schließen. Der Schwerpunkt liegt dabei darauf, den Zusammenhang der Analyse von Aufgaben als Teil des Planungsprozesses und den Ergebnissen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu untersuchen¹⁶. Das folgende Kapitel 4 integriert den vorgestellten theoretischen Hintergrund. Es wird das der Arbeit zugrunde liegende Modell entwickelt, vorgestellt und begründet. Daraus leiten sich die Ziele der vorliegenden Arbeit ab.

¹⁶Eine Untersuchung der Aufgabenimplementation, zum Beispiel mit Hilfe von Unterrichtsbeobachtungen erfolgt in dieser Arbeit nicht.

4. Modell und Ziele der Studie

Zentrale Frage dieser Arbeit ist, wie sich professionelle Kompetenz *im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung*¹ von Mathematiklehrkräften, insbesondere aus Perspektive der professionellen Wahrnehmung, zeigt. Ein Hauptziel der Arbeit ist die theoretische Beschreibung und empirische Untersuchung von Prozessen und Ergebnissen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung. Dabei soll auch der Zusammenhang mit Dispositionen einer Lehrkraft berücksichtigt werden, die in der Regel zur Beschreibung deren fachlich-professioneller Kompetenz herangezogen werden (z. B. fachliches und fachdidaktisches Wissen) und als Voraussetzung für erfolgreiche Prozesse und Ergebnisse in der Unterrichtsplanung angenommen werden. Abbildung 4.1 stellt das der Arbeit zugrunde liegende Modell dar. Es zeigt die in der Arbeit fokussierten Bereiche und Zusammenhänge, hat aber nicht den Anspruch, alle Voraussetzungen, ablaufenden Prozesse und Ergebnisse abzubilden.

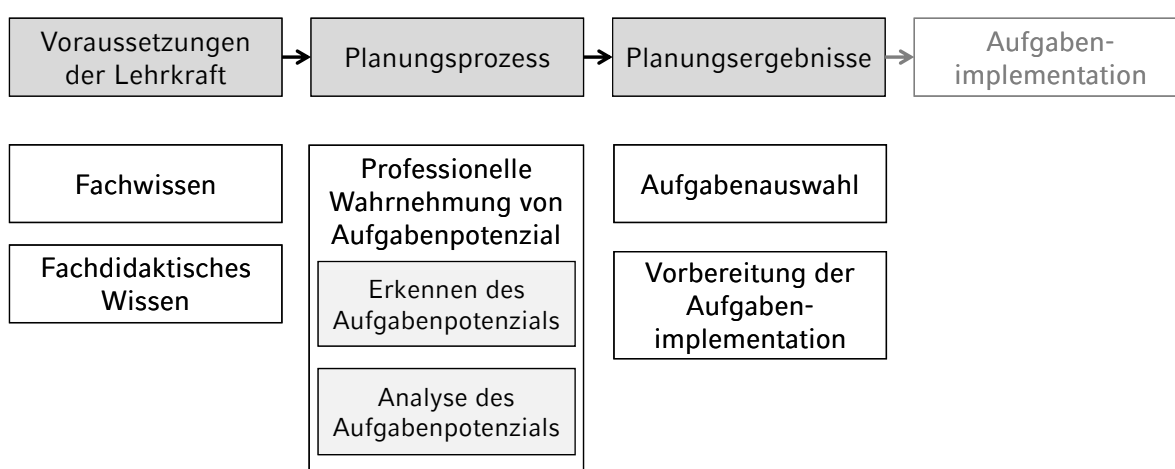


Abbildung 4.1.: Modell der Zusammenhänge zwischen dem Planungsprozess und Ergebnissen der Unterrichtsplanung unter Berücksichtigung von Lehrkraftvoraussetzungen. Die Aufgabenimplementation wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet

Im Folgenden werden die einzelnen Elemente des angenommenen Modells und dabei insbesondere die Operationalisierung des Planungsprozesses vorgestellt. Erst wird auf die Ergebnisse, anschließend auf den Planungsprozess und am Ende auf die angenommenen Voraussetzungen für den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung eingegangen.

¹Bromme (1981) legt dar, dass sich Mathematiklehrkräfte bei ihrer Unterrichtsplanung stark auf die Auswahl von Aufgaben und die Antizipation ihrer Bearbeitung konzentrieren. Daraus möchte ich für die vorliegende Arbeit den Begriff *Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung* ableiten. Dazu gehört der Planungsprozess und die Ergebnisse der aufgabenbezogenen Unterrichtsplanung.

4.1. Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben

Die zu bewältigenden Anforderungen für einen kompetenten Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung und folglich auch die *Ergebnisse der Unterrichtsplanung* sind vielfältig wie der Unterricht selbst. Die vorliegende Arbeit stellt zwei wesentliche Ergebnisse heraus: Die Auswahl von Aufgaben und die Vorbereitung der Implementation dieser Aufgaben.² Die Auswahl von Aufgaben für bestimmte Lernziele ist eine alltägliche Situation in der Unterrichtspraxis von Mathematiklehrkräften. Dabei sind Aufgaben mit hohem Potenzial bedeutend für den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler (Baumert et al., 2010). Die Auswahl qualitativ hochwertiger Aufgaben ist somit entscheidend bei der Planung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts, der nicht nur die Förderung von Faktenwissen und die Anwendung von mehr oder weniger „verstandenen“ Regeln unterstützt. Die lernwirksame Umsetzung dieser Aufgaben stellt aber eine Herausforderung für Lehrkräfte dar (Bruder, 2010; Hiebert et al., 2003; Leuders, 2015; Stein et al., 1996; Stigler & Hiebert, 2004).

Eine weitere Voraussetzung für flexibles Handeln im Unterricht und lernförderliche Unterrichtsgespräche ist die Fähigkeit einer Lehrkraft, unterschiedliche Lösungsansätze zu entwickeln³, einzuordnen und herauszufordern (Stein et al., 2008). Um diese Lösungen herauszufordern, oder um Hindernissen im Lösungsprozess oder Fehldeutungen der Aufgabenstellung lernförderlich zu begegnen, wird empfohlen, minimale Hilfen oder Impulse schon in der Unterrichtsplanung vorzubereiten (Zech, 2002). Inhaltliche Hilfen werden notwendig, wenn Basisfertigkeiten fehlerhaft ausgeführt werden oder das Vorwissen fehlerhaft aktiviert wird. Strategische Hilfen ermöglichen häufig, dass mit der Aufgabenstellung produktiv weitergearbeitet werden kann. Außerdem lässt sich mit geeigneten Impulsen die Evaluation und neue Ausrichtung des Lern- und Arbeitsprozesses anregen. Zusammenfassend wurde für die vorliegende Arbeit als zweite Anforderung im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung die Vorbereitung der Aufgabenimplementation durch Impulse gewählt, die zur Aufrechterhaltung des Lernprozesses bezüglich eines vorgegebenen Ziels beitragen können.⁴

Für die *Ergebnisse der Unterrichtsplanung* im Umgang mit Aufgaben wird zusammenfassend als handlungsnaher Anforderung die Auswahl didaktisch geeigneter Aufgaben für ein gegebenes Lernziel und die Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit der Formulierung lernprozessunterstützender und -aufrechterhaltender Impulse für die Aufgabenbearbeitung gewählt.

²Zu einem kompetenten Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung gehören auch die Anordnung oder die Variation von Aufgaben (wie zum Beispiel die Variation zur Veränderung der Aufgabenschwierigkeit), diese werden in der vorliegenden Arbeit aber nicht betrachtet.

³Die Entwicklung verschiedener Schülerlösungen zu Aufgaben wird beispielsweise in der COACTIV-Studie als Indikator für das fachdidaktische Wissen einer Lehrkraft erhoben.

⁴Dieser Abschnitt bezieht sich teilweise auf Hammer und Ufer (2015).

4.2. Planungsprozess im Umgang mit Aufgaben und Operationalisierung

Unklar ist bis jetzt, welche Prozess zu der beobachtbaren Bewältigung der beschriebenen Anforderungen führt, also welcher Prozess im Zusammenhang mit Ergebnissen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung steht⁵. Die Analyse von Aufgaben wird dabei als wesentlicher Faktor dieses Prozesses angenommen (Arbaugh & Brown, 2005; Boston & Smith, 2009; Boston, 2013). Um dies genauer zu erörtern, wird von folgendem Szenario ausgegangen: Stellt man sich als Ausgangsbasis eine Lehrkraft in einer alltäglichen Situation im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung vor, wie sie beispielsweise von Bromme (1981) dargelegt wurde, lässt sich ein intuitives Modell über den angenommenen *Prozess* der Unterrichtsplanung beschreiben⁶:

- *Reale Situation*. Eine Lehrkraft plant anhand von Aufgaben ihren Unterricht für die nächste Stunde. Zur Auswahl einer geeigneten Aufgabe betrachtet sie eine Aufgabe genauer.
- *Fokussierung*. Aus der Vielzahl der Aufgabenmerkmale fokussiert die Lehrkraft auf bestimmte Aufgabenmerkmale.
- *Vernetzung*. Die Lehrkraft knüpft an ihr vorhandenes Wissen über Lehr-Lern-Prozesse an und verbindet dieses mit den fokussierten Merkmalen.
- *Einordnung*. Die Lehrkraft analysiert die identifizierten Merkmale in Bezug auf den gerade geplanten Lehr-Lern-Prozess und ordnet diese darin ein.⁷
- *Mögliche Handlung*. Auf Basis der bisherigen Prozesse bietet sich der Lehrkraft die Möglichkeit zu handeln. Zum Beispiel wählt oder verwirft sie die Aufgabe, oder analysiert weitere Merkmale.
- *Der obige Prozess wiederholt sich*.

Aufbauend auf diesem intuitiven Modell wird im folgenden Abschnitt beschrieben, wie der Planungsprozess für die vorliegende Arbeit operationalisiert wird und welche Indikatoren für die Prozessqualität angenommen werden.

Die Ausgangsbasis der Operationalisierung stellt das Konzept der professionellen Wahrnehmung dar. Die professionelle Wahrnehmung wird für die Kompetenzerfassung häufig als Indikator verwendet. Die *wahrzunehmenden* Situationen beziehen sich dabei bislang fast ausschließlich auf den Unterricht selbst, kaum auf die Unterrichtsplanung (im deutschsprachigen Raum z. B. Dreher & Kuntze, 2015b; Seidel et al., 2010). Es finden sich unterschiedliche Konzeptualisierungen der professionellen Wahrnehmung, trotzdem gehen viele Arbeiten von zwei Hauptprozessen aus (vgl. Sherin et al., 2011, S. 5):

⁵... und schlussendlich mit der Aufgabenimplementation sowie einem erfolgreichem Lernprozess, was nicht Thema dieser Arbeit sein wird.

⁶Eine vergleichbare Beschreibung für Analyseprozesse im *Unterricht* geben Sherin und Star (2011).

⁷Es wird hierbei von einem hierarchischen Prozess ausgegangen. Die Einordnung schließt somit beispielsweise die Vernetzung mit ein.

- „*Attending to particular events in an instructional setting.* To manage the complexity of the classroom, teachers must pay attention to some things and not to others. In other words, they must choose where to focus their attention [...].“
- *Making sense of events in an instructional setting.* For those features to which teachers do attend, they are not simply passive observers. Instead teachers necessarily interpret what they see, relating observed events to abstract categories and characterizing what they see in terms of familiar instructional episodes [...].“

Diese beiden Prozesse findet man auch im oben beschriebenen Modell des Planungsprozesses wieder, in dem eine Lehrkraft bestimmte Aufgabenmerkmale fokussiert und diese anschließend in Verbindung mit dem Lehr-Lern-Prozess bringt. Darauf aufbauend wird in der vorliegenden Arbeit das Konzept der professionellen Wahrnehmung auf den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung übertragen (Abbildung 4.2). Dies sollte prinzipiell möglich sein, da Aufgaben ein zentrales Element des Mathematikunterrichts sind (Hiebert et al., 2003). Der Planungsprozess wird damit als professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial operationalisiert und beinhaltet das Erkennen von Aufgabenpotenzial sowie als zweiten zentralen Prozess das Verstehen und Interpretieren (Analyse) des Aufgabenpotenzials.

	Professionelle Wahrnehmung in Unterrichtsbeobachtung	Professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial in der Unterrichtsplanung
Situation	Unterricht	Unterrichtsplanung
Was wird beobachtet?	Unterricht (z.B. Lehrer-Schüler-Interaktion)	Aufgaben
Was soll identifiziert werden?	Lernwirksame Unterrichtsmerkmale	Lernwirksame Aufgabenmerkmale (Aufgabenpotenzial)

Abbildung 4.2.: Übertragung des Konzepts der professionellen Wahrnehmung aus dem Bereich der Unterrichtsbeobachtung auf die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial in der Unterrichtsplanung

Erkennen von Aufgabenpotenzial

In diesem Zusammenhang meint der Begriff *Erkennen*, inwieweit Lehrkräfte Aufgabenmerkmale in einer bestimmten Situation identifizieren, die Indikatoren für das Aufgabenpotenzial sind. Das Erkennen des Aufgabenpotenzials ist zum Beispiel entscheidend, wenn es darum geht, ob mit einer gegebenen Aufgabe ein bestimmtes Lernziel verfolgt werden kann. Ausgehend von der Beschreibung des Aufgabenpotenzials (3.1.3) kann das Erkennen des Aufgabenpotenzials in folgende Teilkomponenten ausdifferenziert werden:

- Rekonstruktion der Art der zur Lösung der Aufgabe notwendigen Denkprozesse und Tätigkeiten sowie didaktischen Merkmale der Aufgabe.
- Einschätzen des Komplexitätsgrads der Denkprozesse beziehungsweise des Niveaus der Tätigkeiten und didaktischen Merkmale der Aufgabe.
- Einschätzen unter welchen Bedingungen (z. B. Vorwissen, instruktionale Unterstützung, ...) anhand der Aufgabe vorgegebene inhaltliche Einsicht beziehungsweise vorgegebene Lernziele⁸ erreicht werden können.

Wie aber lässt sich das Erkennen des Aufgabenpotenzials mit seinen Teilkomponenten konkret erfassen? Sherin et al. (2011) fassen Konzeptualisierungen verschiedener Studien zusammen und arbeiten heraus, dass es zur Erfassung des Erkennens bislang zwei Ansätze gibt. Der Fokus liegt entweder darauf, *was* alles in einer Situation von einer Lehrkraft erkannt wird, oder darauf *ob bestimmte Aspekte* erkannt werden. Beide Ansätze werden in der vorliegenden Arbeit aufgegriffen. Möchte man erfassen, *was* eine Lehrkraft in einer Situation wahrnimmt, kann man nach einer Beschreibung ihres Vorgehens fragen und mit dem Ziel einer systematischen Erfassung versuchen, die gegebene Antwort zu kategorisieren. Nicht jedes identifizierte Merkmal wird in Verbindung mit einer reflektierten Handlung stehen (Sherin & Star, 2011). Das Erkennen „bezieht sich auf die wissensgesteuerte Identifikation von Situationen und Ereignissen im Unterricht, die aus einer professionellen Sicht entscheidend für den Erfolg von Unterrichtshandlungen sind“ (Seidel et al., 2010, S. 297). Auf Basis von Ergebnissen der empirischen Unterrichtsforschung bezieht sich die vorliegende Arbeit in diesem Zusammenhang auf verschiedene Qualitätsmerkmale von Unterricht, um die Art der identifizierten Merkmale einzuordnen. Es soll beispielsweise erfasst werden, inwieweit eine Lehrkraft bei ihren Begründungen überhaupt auf Merkmale der Tiefenstruktur von Unterricht eingeht. Die zugrunde liegende Annahme ist, dass eine Fokussierung im Planungsprozess auf die Tiefenstruktur, Voraussetzung ist für einen lernförderlichen und adaptiven Umgang mit Aufgaben in der Planungsphase.

Die Beschreibung dabei identifizierter Aufgabenmerkmale⁹ wird nicht erfassen können, inwieweit das Aufgabenpotenzial in seiner Breite erkannt wird. In anderen Worten ausgedrückt: Nur aus der Tatsache, dass eine Lehrkraft bestimmte Aufgabenmerkmale nicht beschreibt, kann nicht gefolgert werden, dass sie diese nicht erkannt hat. Die Beschreibung wird sich vermutlich nur auf selektierte Aufgabenmerkmale beziehen, was in Abbildung 4.3 grafisch veranschaulicht wird. Um diesem Problem zu begegnen und um zu prüfen, inwieweit die Breite des Aufgabenpotenzials von einer Lehrkraft erkannt wird, wird in dieser Arbeit mit Prompts gearbeitet. Dabei wird den Lehrkräften eine ausdifferenzierte Beschreibung des Aufgabenpotenzials mit seinen verschiedenen Facetten vorgegeben (Prompt) und soll dann eingeschätzt werden („gepromptetes Erkennen“). Ein ähnliches Vorgehen findet man auch bei König et al. (2014) bei der Erfassung des Erkennens im Rahmen der Unterrichtsbeobachtung.

⁸Der Fokus dieser Arbeit liegt auf kognitiven Lernzielen. Mit Aufgaben lassen sich natürlich auch psychomotorische und affektive Lernziele verfolgen.

⁹Im folgenden wird dies auch mit dem Begriff „spontanes Erkennen“ bezeichnet.

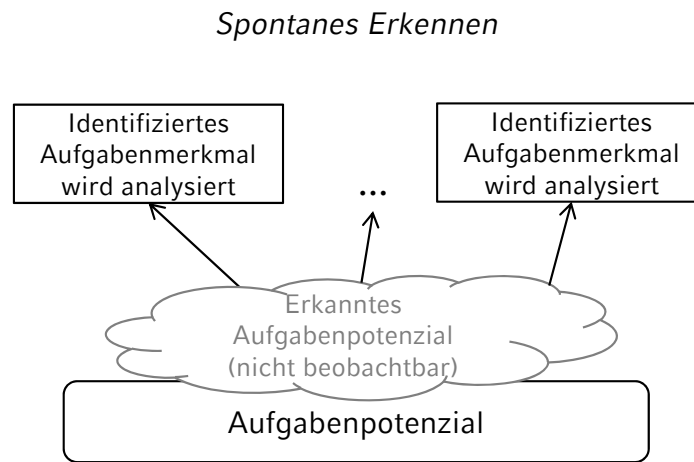


Abbildung 4.3.: Modellhafte Darstellung des spontanen Erkennens bei der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

Analyse von Aufgabenpotenzial

Eine weitere Annahme der Arbeit ist, dass für den lernförderlichen Umgang mit Aufgaben in der Planung das Potenzial von Aufgaben nicht nur erkannt werden muss. Im modellhaft angenommenen Planungsprozess verbinden Lehrkräfte die identifizierten Aufgabenmerkmale mit ihrem Wissen über Lehr-Lernprozesse und ordnen diese darauf aufbauend in den geplanten Lehr-Lern-Prozess ein. Dies wird im folgenden mit *Analyse von Aufgabenpotenzial* bezeichnet. Eine Möglichkeit diese Aspekte des Planungsprozesses zu erfassen, ist die Lehrkräfte nach einer *Begründung* ihres Vorgehens zu fragen. Es wird davon ausgegangen, dass die Fähigkeit, das den Aufgaben innewohnende Potenzial zu begründen (Begründungsqualität), warum sie sich zum Beispiel eignen, verschiedene Lernprozesse anzuregen, Indikator für die Qualität des Planungsprozesses ist. Üblichen Modellen der professionellen Wahrnehmung folgend wird die Begründungsqualität über die Begründungstiefe beschrieben, also über das Niveau, auf welchem die Aufgabenmerkmale bezüglich verständnisvoller Lernprozesse reflektiert werden (vgl. hierzu die Ebenen der Beschreibung, Erklärung und Vorhersage Sherin & van Es, 2009; Seidel et al., 2010, s. a. Abschnitt 2.3)). Die Qualitätsabstufungen des Begründungsniveaus sind hierbei, ob das identifizierte Aufgabenmerkmal nur beschrieben wird (Stufe 1) oder ob eine Erklärung des Merkmals erfolgt, also ob das Aufgabenmerkmal mit dem Wissen der Lehrkraft über Lehr-Lern-Prozesse in Verbindung gesetzt wird (Stufe 2). Die dritte Stufe beschreibt, ob das Merkmal in Zusammenhang mit dem geplanten Lernprozess gebracht wird, indem beispielsweise eine Vorhersage beschrieben wird, die die Bedeutung des Merkmals im weiteren Lernprozess verdeutlicht (Stufe 3).

Eine eindeutige Trennung (theoretisch sowie empirisch) des Erkennens und der Analyse beziehungsweise des Begründens ist nur schwer möglich, da eine Begründung immer ein Erkennen bestimmter Aufgabenmerkmale beinhaltet (Blomberg et al., 2011; König et al., 2014; Sherin, 2007). Die erste Stufe des Begründungsniveaus ist eine reine Beschreibung des identifizierten Merkmals. Es ist offensichtlich, dass hierbei zum einen die

Begründungstiefe, also der Grad an reflektierter Verarbeitung des Aufgabenpotenzials erfasst wird. Dadurch, dass die Art des in der Beschreibung des identifizierten Merkmals erfasst wird, erhebt man zum anderen auch, inwieweit die Lehrkraft lernwirksame Merkmale erkannt hat.

Als weiterer Indikator für die Qualität des Planungsprozesses wird das Ausmaß der Übereinstimmung des von den Lehrkräften erkannten Potenzials und der Analyse mit einer fachdidaktisch-normativen Sicht angenommen. Also zum Beispiel inwieweit Begründungen einer Lehrkraft für eine Aufgabe und ein gegebenes Lernziel aus fachdidaktischer Sicht zutreffend sind.

Zusammenfassend ergeben sich für die Qualität des Planungsprozesses im Umgang mit Aufgaben folgende Indikatoren:

- Das Erkennen lernwirksamer Aufgabenmerkmale (spontan und gepromptet).
- Das Niveau der Analyse (Begründungen). Werden die Aufgabenmerkmale beschrieben, mit Bezug auf das Wissen über Lehr-Lern-Prozesse erklärt oder darauf aufbauend in Bezug auf den geplanten Lernprozess reflektiert und eingeordnet?
- Die Übereinstimmung der Analyse (Begründungen) mit einer fachdidaktisch-normativen Sicht. Ist die Begründung aus einer fachdidaktischen Sicht zutreffend?

4.3. Individuelle Voraussetzungen für den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung

Es lassen sich verschiedene mögliche *Voraussetzungen* für den Planungsprozess annehmen. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der professionellen Kompetenz, weswegen bei den Voraussetzungen die Dispositionen der Lehrkräfte im Vordergrund stehen. Weitere Faktoren, wie allgemeine Rahmenbedingungen der Schule, Lehrplaninhalte oder die Art des Schulbuchs bleiben an dieser Stelle dahingegen unberücksichtigt. Aufbauend auf den Ergebnissen von Lindmeier (2011), die einen Zusammenhang zwischen dem Basiswissen (fachdidaktisches und fachliches Wissen) und der reflexiven Kompetenzkomponente zeigen konnte, werden als *Voraussetzungen der Lehrkraft* das fachdidaktische und fachliche Wissen aufgenommen. Es ist anzunehmen, dass das Wissen über Aufgabenmerkmale und über kognitive Prozesse bei der Aufgabenbearbeitung als Teilbereiche des fachdidaktischen Wissen im Zusammenhang mit dem Planungsprozess und dessen Ergebnis im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung stehen. Ebenso ist davon auszugehen, dass das fachliche Wissen einer Lehrkraft dafür eine Voraussetzung ist. Um beispielsweise Aufgaben identifizieren zu können, mit denen verschiedene mathematische Tätigkeiten mit einem bestimmten Komplexitätsgrad bearbeitet werden können, kann fachliches Wissen zur Herausarbeitung der Kernideen der Aufgabe oder verschiedener Lösungswege hilfreich sein (vgl. z.B. Dreher & Kuntze, 2015b).

Mit der Bearbeitung von Aufgaben können auch allgemeine pädagogische Ziele, wie beispielsweise die Förderung sozialer Kompetenz, angestrebt werden. Ein Zusammen-

hang des Planungsprozesses mit dem allgemein pädagogischen Wissen ist somit vorstellbar. In einer Studie von König et al. (2014) wurde ein Zusammenhang zwischen der Analyse von Unterricht und dem allgemeinen pädagogischen Wissen nachgewiesen. Voss, Kleickmann, Kunter und Hachfeld (2011) konnten einen schwachen Zusammenhang ($\beta = .30$) zwischen einer konstruktivistischen Orientierung der Lehrkraft und der von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommenen kognitiven Aktivierung von Aufgaben aufzeigen. Daraus lässt sich die Annahme folgern, dass auch Beliefs einer Lehrkraft zu Lehr-Lern-Prozessen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung eine Rolle spielen können.

Zusammenfassend werden in der vorliegenden Arbeit als individuelle *Voraussetzungen* der Lehrkraft das fachdidaktische und fachliche Wissen der Lehrkraft betrachtet. Weitere Faktoren wie zum Beispiel Beliefs oder das pädagogische Wissen einer Lehrkraft bleiben dahingegen aus pragmatischen Gründen unberücksichtigt, obwohl ein Zusammenhang zu vermuten ist.

4.4. Zusammenfassung

Schwerpunkt der Arbeit ist die Frage, wie sich professionelle Kompetenz im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung äußert. Die Ziele sind:

- Theoretische Beschreibung von Prozessen einer aufgabenbezogenen Unterrichtsplanung, insbesondere aus der Perspektive professioneller Wahrnehmung.
- Entwicklung von geeigneten Instrumenten zur Erfassung von Planungsprozessen und Ergebnissen der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben.
- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen individuellen Voraussetzungen (professionelles Wissen), dem Prozess und dem Ergebnis im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung (Aufgabenauswahl, Vorbereitung der Aufgabenimplementation).

Eine theoretische und empirische Fundierung des Forschungsgegenstands gilt als Grundvoraussetzung für die Entwicklung eines reliablen Untersuchungsinstruments. Zum Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung, insbesondere zur professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, ist dazu bislang nur wenig vorhanden. Aus diesem Grund ist die vorliegende Arbeit in zwei Teile gegliedert, eine explorative Vorstudie und eine Hauptstudie.

Im folgenden Kapitel wird zuerst die Vorstudie präsentiert, die den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften explorativ untersucht. Ziel ist die Identifikation wesentlicher Anforderungen und Prozesse in Bezug auf die Auswahl von Aufgaben in der Unterrichtspraxis. Somit soll eine Grundlage für die Entwicklung und Umsetzung eines Instruments geschaffen werden, das die Qualität von Planungsprozessen und die Ergebnisse im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung erfassen kann. In der explorative Vorstudie wird insbesondere der Frage nachgegangen, ob und inwieweit sich der Ansatz der professionellen Wahrnehmung prinzipiell eignet,

den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu untersuchen. Dafür werden unter anderem die Kriterien, mit denen Lehrkräfte ihre Aufgabenauswahl begründen, untersucht.

Anschließend wird die Hauptstudie, die mit 119 angehenden und praktizierenden Lehrkräften durchgeführt wurde, vorgestellt. In dieser werden die Zusammenhänge der im Arbeitsmodell dargestellten Faktoren untersucht. Somit sollen unter anderem Aufschlüsse über Prozesse des Umgangs mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung, deren Qualität und Zusammenhänge mit individuellen Voraussetzungen (professionelles Wissen) und Ergebnissen der Unterrichtsplanung (gewählte Aufgaben, Vorbereitung der Aufgabenimplementation) gegeben werden.

5. Explorative Vorstudie¹

Baumert et al. (2010) stellen einen direkten Zusammenhang zwischen der Qualität von Aufgaben, insbesondere ihrem Potenzial zur kognitiven Aktivierung, und dem Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern fest. Auch von der Anordnung der Aufgaben wird ein Einfluss auf den Lernprozess angenommen, wozu es aber bislang keine mir bekannten empirischen Untersuchungen gibt. Ein zentraler Aspekt der professionellen Kompetenz von Lehrkräften ist die Auswahl und Anordnung von Aufgaben. Die hier berichtete explorative Laborstudie soll klären, welche Begründungen Lehrkräfte für ihre Aufgabenauswahl und Anordnung in der Unterrichtsplanung angeben und inwiefern sie sich dabei auf das Potenzial von Aufgaben und Qualitätsmerkmale von Unterricht beziehen. In der Forschung zu Unterrichtsqualität finden sich erste Merkmale für eine adäquate Aufgabenauswahl. Es ist bis jetzt aber weitgehend unklar, zu welchem Ausmaß sich Lehrkräfte auf diese Merkmale beziehen, oder ob ihre Aufgabenauswahl von anderen Kriterien bestimmt wird.

5.1. Fragestellungen

In der Vorstudie wird untersucht, inwieweit in den Begründungen von Mathematiklehrkräften über die Aufgabenauswahl in der Unterrichtsplanung Merkmale von Unterrichtsqualität eine Rolle spielen. Die Fragestellungen der Studie sind:

- Beziehen sich Lehrkräfte auf Grunddimensionen von Unterrichtsqualität, wenn sie eine bestimmte *Aufgabenauswahl* begründen?
- Welche weiteren Begründungen geben Lehrkräfte für ihre Aufgabenauswahl an?
- Welches Aufgabenpotenzial haben die gewählten Aufgaben?

Die Beantwortung dieser Fragen soll zum einen Aufschluss darüber geben, ob und mit welchen Kriterien Lehrkräfte ihre Aufgabenauswahl begründen. Findet man Begründungen vor, die sich auf lernwirksame Aspekte des Unterrichts beziehen, wäre dies eine erste Bestätigung des Ansatzes der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial zur Operationalisierung des Planungsprozesses. Neben der konzeptuellen Überprüfung dieses theoretischen Ansatzes, ist die Entwicklung von Indikatoren und Prädiktoren für erfolgreiche Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben ein zentraler Fokus dieser Arbeit. Die Hypothese ist, dass einen wesentlicher Indikator dafür die Berücksichtigung von Qualitätsmerkmalen des Unterrichts in den Begründungen der Aufgabenauswahl bildet.

¹Teile der Ergebnisse dieses Kapitels wurden schon veröffentlicht (Weideneder & Ufer, 2013)

- Geben Lehrkräfte mit Zusatzqualifikationen in Mathematikdidaktik tiefergehende Begründungen im Hinblick auf Qualitätsmerkmale von Unterricht als Lehrkräfte mit regulären Qualifikationen?

Das Konzept der professionellen Wahrnehmung geht davon aus, dass die Begründung der wahrgenommenen lernwirksamen Merkmale auf qualitativ unterschiedlichen Ebenen vollzogen werden kann. Es ist bislang unklar, inwieweit es möglich ist, die Begründungen, die Lehrkräfte im Umgang mit Aufgaben angeben, und deren Qualität zu erfassen. In der vorliegenden Studie wird ein erster Versuch unternommen, diese Begründungen differenziert zu untersuchen. Unterschiede im Begründungsniveau wären ein Hinweis auf unterschiedliche Anforderungen auch im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung.

- Mit welchen Kriterien begründen Lehrkräfte die *Anordnung* von Aufgaben in der Unterrichtsplanung?

Bislang gibt es kaum Untersuchung zur Aufgabenanordnung von Lehrkräften und deren Einfluss auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler. Somit ist auch unklar, welche *Merkmale* einer Sequenz im Zusammenhang mit einem erfolgreichen Lernprozess stehen. Auch aus theoretischer Sicht gibt es hierfür nur Anhaltspunkte (siehe z. B. Astleitner (2008)). In der COACTIV-Studie wurde mit einem computerbasierten Fragebogen untersucht, wie Lehrkräfte Aufgaben anordnen, warum sie dies auf die jeweilige Art und Weise tun und an welchen Merkmalen von Aufgaben sie sich dabei orientieren. Es ergeben sich allerdings keine einheitlichen Ergebnisse zur Anordnung und deren Begründung (Bruckmaier, Krauss, Blum & Neubrand, 2012). Die Anordnung der Aufgaben wird in der vorliegenden Arbeit untersucht, stellt aber nicht den Schwerpunkt dar.

5.2. Methode

5.2.1. Stichprobe

Die Stichprobe umfasst $N = 17$ Lehrkräfte der Sekundarstufe (elf weiblich, sechs männlich), die freiwillig an der Studie teilnahmen. Die Berufserfahrung der teilnehmenden Lehrkräfte variiert zwischen einem und vierzig Jahren. Die Lehrkräfte wurden gezielt ausgesucht, um Teilnehmer mit unterschiedlicher fachdidaktischer Qualifikation zu haben und so ein breites Spektrum verschiedener Planungsprozesse zu erhalten. Bei acht Lehrkräften wird davon ausgegangen, dass sie eine besondere Expertise im Unterrichten von Mathematik haben, außerdem weisen sie zusätzliche Qualifikationen in Mathematikdidaktik auf. Diese Lehrkräfte sind oder waren für die Lehre von Mathematikdidaktik an der Universität zuständig, arbeiten bei der Lehrplanerstellung mit oder sind verantwortlich für die Fachbetreuung an der Schule mit langjähriger Unterrichtserfahrung. Diese Gruppe wird in den nachfolgenden Ausführungen mit der Bezeichnung „ZQ“ (zusätzliche Qualifikation) abgekürzt. Neun Lehrkräfte werden als reguläre Lehrkräfte („RQ“) bezeichnet, welche das Referendariat abgeschlossen, aber keine zusätzlichen Verantwortlichkeiten für die mathematische Bildung an ihrer Schule oder darüber hinaus haben.

Eine reine Auswahl der Lehrkräfte nach der Dauer ihrer Berufserfahrung scheint nach Ideen der Deliberate Practice Theorie nicht ausreichend. Diese besagt, dass eine langjährige Berufserfahrung nicht zwangsläufig mit einer hohen Expertise einhergeht (Ericsson et al., 1993).

Hintergrund der Wahl zweier Gruppen unterschiedlicher Expertise ist nicht der Vergleich von „schlechten“ und „guten“ Lehrkräften, sondern die Identifikation verschiedener Herangehensweisen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung, was ein wesentliches Ziel der Studie darstellt. Die Expertiseforschung kann zeigen, dass Experten Problemsituationen im Vergleich zu Novizen unterschiedlich wahrnehmen (Berliner, 2001; Carter, Sabers, Cushing, Pinnegar & Berliner, 1987). Experten kennzeichnet eine raschere Auffassung der Situation und ein intuitives Erkennen der wesentlichen Aspekte der Problemstellung (Bromme, 1992). Insgesamt geht man davon aus, dass Experten bestimmte Situationen besser bewältigen als Novizen. Aus diesen Performanzunterschieden lassen sich wesentliche Anforderungen herauskristallisieren beziehungsweise überprüfen.

5.2.2. Design und Durchführung

Da das Forschungsgebiet - wie im theoretischen Hintergrund schon dargestellt - bisher wenig untersucht wurde und noch nicht klar ist, wie Lehrkräfte in der Unterrichtsplanung Aufgaben analysieren, wurde für die Umsetzung der Vorstudie ein explorativer Ansatz gewählt. Als Erhebungsinstrument dient ein halb-strukturiertes Interview, welches sich unter anderem gut für Explorationszwecke eignet (Bortz & Döring, 2006). Vor allem die während der Planungsphase ablaufenden kognitiven Prozesse sind für die Untersuchung relevant, weswegen außerdem die Methode des *Lauten Denkens* eingesetzt wurde (Bromme, 1981; Ericsson & Simon, 1980; Funke, 1996). Aus diesem Grund sollten die Lehrkräfte während der Befragung ihre Gedanken verbalisieren. Die Interviews wurden zusätzlich videografiert, um den konkreten Umgang mit den gegebenen Aufgaben und deren Anordnung besser nachvollziehen zu können.

In den Interviews planten die Lehrkräfte eine Unterrichtseinheit zum vorgegebenen Thema *Addition ungleichnamiger Brüche*. Zentral war dabei die Auswahl und Anordnung konkreter Aufgaben sowie die Begründung der jeweiligen Handlungen beziehungsweise Entscheidungen der Lehrkräfte. Zur Planung wurde den Lehrkräften eine grobe Charakterisierung der Lerngruppe (mittleres, aber heterogenes Leistungsniveau, gleiche Anzahl an Mädchen und Jungen) und ein genaues Lernziel der zu planenden Unterrichtseinheit (Erlangen eines fundierten Verständnisses der Addition ungleichnamiger Brüche) vorgegeben. Eine curriculare Einbettung beschreibt die mathematischen Inhalte, auf deren Kenntnis die Lehrkräfte in der zu planenden Unterrichtseinheit aufbauen konnten. Für die Planung stand das von der Lehrkraft verwendete Schulbuch, andere Standardschulbücher und ein Aufgabenpool bestehend aus 18 Aufgaben zur Verfügung. Zentral in den Interviews war nur die Auswahl der Aufgaben, es wurde keine Lösung der Aufgaben verlangt. Die Lehrkräfte erhielten keine Vorgaben bezüglich der Länge der zu planenden Unterrichtseinheit und der Anzahl der zu wählenden Aufgaben. Folglich variiert die Dauer der Interviews beachtlich zwischen 30 und 70 Minuten. Die Interviews wurden von einer geschulten Interviewerin und mir durchgeführt. Zur Gewährleistung

einer einheitlichen Durchführung und vergleichbarer Ergebnisse stand ein Interviewleitfaden zur Verfügung. Dieser ist im Anhang (B.1) zu finden.

5.2.3. Erhebungsinstrumente

Aufgaben

Das vorgegebene Lernziel sowie die zur Verfügung gestellten Aufgaben entstammen dem Bereich der Bruchaddition. Es wird angenommen, dass dieser Bereich bezüglich des mathematischen Inhalts für Lehrkräfte nicht sehr anspruchsvoll ist und sie mit diesem Thema vertraut sind. Damit soll es möglich sein schnell in das Thema einzusteigen. Der Aufgabenpool stellt ein umfassendes Angebot an Aufgaben dar, welches die verschiedenen Aufgabentypen der Bruchaddition ungleichnamiger Brüche abdeckt. Die Auswahl der Aufgaben orientiert sich an Empfehlungen einschlägiger Literatur (Fazio & Siegler, 2012; Padberg, 2009), die Aufgaben wurden aber nicht systematisch variiert. Die Aufgaben sind zum Teil Eigenentwicklungen, zum Großteil wurden sie jedoch den gängigen Schulbüchern entnommen oder waren Abwandlungen von diesen.

Fragestreifen

Die Lehrkräfte wurden aufgefordert ihre Aufgabenauswahl und Anordnung zu begründen. Eine erste qualitative Vorpilotierung ergab, dass eine strukturierte Befragung nach der Begründung für die Auswahl und Anordnung notwendig ist. Ohne eine solche wird die Aufgabenauswahl fast ausschließlich hinsichtlich der Implementation begründet, z. B. dass die Aufgabe in Gruppenarbeit bearbeitet werden soll, oder dass ein Lernzirkel mit mehreren Aufgaben gestaltet werden könnte. Da aber vor allem die Begründung der Aufgabenauswahl in der Planung von Interesse ist, wurde für eine Fokussierung der Begründungen ein Fragestreifen entwickelt, der verschiedene Fragen zur Auswahl und Anordnung enthält (siehe Anhang B.1). Dieser wurde den Lehrkräften nach der Auswahl jeder einzelnen Aufgabe vorgelegt. Die Lehrkräfte sollten dabei auf das Lernziel eingehen, das sie mit der jeweiligen Aufgabe verfolgen, Ideen für eine mögliche Implementation der Aufgabe angeben und Gründe nennen, warum sie genau diese Aufgabe an der entsprechenden Stelle wählen. Somit war es möglich die Begründungen strukturiert zu erfassen und die Lehrkräfte zur Elaboration anzuregen.

5.2.4. Kodierung und Auswertung

Zur Untersuchung der Fragestellung wurde das Potenzial der gewählten Aufgaben sowie die Begründungen der Lehrkräfte zur Aufgabenauswahl mit theoretisch fundierten Kategoriensystemen kodiert, welche im Folgenden erklärt werden. Anschließend wird die Kodierung selbst, welche mit dem Programm Videograph erfolgte, kurz vorgestellt.

Kodierung des Aufgabenpotenzials

Für jede der von den Lehrkräften gewählten Aufgaben wurde das Potenzial der kognitiven Aktivierung nach fünf Kategorien kodiert. Diese Kategorien entstammen einem

von Jordan et al. (2006) im Rahmen der COACTIV-Studie entwickelten Klassifikationssysteme für Aufgaben (Außer- und innermathematisches Modellieren, Mathematisches Argumentieren, Gebrauch mathematischer Darstellungen, Aufgabentypen). Der vorliegenden Arbeit liegt eine Vorstellung des Begriffs Aufgabenpotenzial zugrunde, der neben allgemeinen, fachspezifischen Komponenten des Aufgabenpotenzials zur kognitiven Aktivierung auch stärker am Inhalt orientierte Komponenten des Aufgabenpotenzials berücksichtigt (Abschnitt 3.1.3). Um diesen inhaltsbezogenen Teil des Potenzials erfassen zu können, werden die Kategorien der COACTIV-Studie um vier zusätzliche, eigenentwickelte Dimensionen ergänzt (*Erkennen von Strukturen, Zusammenhängen oder Mustern in Übungsaufgaben, Schätzen, Exploration oder Aktivierung von Vorwissen, Herstellen kognitiver Konflikte*; Tabelle 5.1). Die Entwicklung orientiert sich an didaktischer Fachliteratur zur Bruchrechnung (Fazio & Siegler, 2012; Padberg, 2009).

Die Kodierung der Dimensionen erfolgt wie bei der COACTIV-Studie auf einer vierstufigen Skala (0: nicht notwendig; 1: niedriges Niveau; 2: mittleres Niveau; 3: hohes Niveau). Dabei sind die Aufgaben so zu klassifizieren, dass darin ihr potenzieller Beitrag zur kognitiven Aktivierung erkennbar wird. Die eigenentwickelten Kategorien werden im Folgenden vorgestellt, die Kategorien von Jordan et al. (2006) finden sich im Anhang (B.3).

Exploration oder Aktivierung von Vorwissen und Ermöglichung informeller Vorerfahrungen. In dieser Kategorie geht es darum, inwieweit die Aufgabe die Verknüpfung mit Lernvoraussetzungen und informellen Vorerfahrungen ermöglicht. Dazu eignet sich beispielsweise die Nutzung enaktiver Darstellungsformen von Brüchen, wie zum Beispiel das Legen von Bruchscheiben, das Falten von Brüchen mit Papier oder der Rückgriff auf die Addition von Größen.

Bastle 5 gleich lange Papierstreifen. Dafür kannst du z.B. den Rand einer Zeitung verwenden.

Nimm für jede Rechnung einen dieser Streifen. Teile die Streifen ein, schneide sie entsprechend und schätze das Ergebnis zunächst ab.

Lege und bestimme das Ergebnis.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	e) $\frac{3}{16} + \frac{1}{4}$
b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$	d) $\frac{1}{8} + \frac{3}{16}$	

Abbildung 5.1.: Aufgabenbeispiel zu den Kategorien *Schätzen* (Niveau 2) und *Exploration oder Aktivierung von Vorwissen und Ermöglichung informeller Vorerfahrungen* (Niveau 3) (orientiert an Binder-Vondran, Golenia & Nieberle, 2004, S. 160)

Erkennen von Strukturen, Zusammenhängen oder Mustern in Übungsaufgaben.

Mit dieser Kategorie wird beschrieben, inwieweit die Aufgabe es ermöglicht, Schülerinnen und Schüler dazu anzuregen, Beziehungen, Abhängigkeiten und Zusammenhänge zwischen mathematischen Ideen und Konzepten zu entwickeln beziehungsweise zu erkennen. Ziel ist es, dass Wissensnetze erworben werden. Grundlegend ist hier insbesondere die Idee des *operativen Übens* und *Durcharbeitens* (Aebli, 1983). Die dahinterliegende Idee wird durch folgendes Zitat deutlich und an der darauffolgenden Aufgabe illustriert:

„Das operative Üben betrifft die Art und Weise, wie mit den neu gelernten Begriffen umgegangen wird. Dabei spielen Relationen die tragende Rolle. Operativ üben bedeutet gerade nicht, Aufgaben in beliebiger Zusammenstellung und Reihenfolge zu präsentieren, sondern der Sequenz eine Struktur zu geben, die den Lernenden das Entdecken eigenständiger Bezüge ermöglicht.“ (Reiss & Hammer, 2013, S.75)

Setze für die Variablen a, b, c und d die Zahlen in die Terme ein und berechne die Ergebnisse.

Welche Regelmäßigkeiten entdeckst du innerhalb einer Serie? Begründe diese Regelmäßigkeiten.

	a	b	c	d	$T1 = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$
I	1	2	3	4	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$
II	2	2	3	4	$\frac{2}{2} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$
III	3	2	3	4	
IV	4	2	3	4	
V	6	2	3	4	

Abbildung 5.2.: Aufgabenbeispiel zur Kategorie *Strukturen, Zusammenhänge oder Muster* (Niveau 2) (Affolter et al., 2009, S. 23)

Schätzen. Mit dieser Kategorie wird erfasst, inwieweit die Aufgabe dazu anregt, Ergebnisse abzuschätzen. Im Bereich der Bruchrechnung können viele Schülerfehler vermieden werden, wenn vor dem Versuch einen formalen Algorithmus oder andere Lösungsstrategien anzuwenden, die Antworten abgeschätzt werden. Man geht davon aus, dass durch Abschätzungen auch das Wissen über Größenordnungen von Brüchen und das Verständnis der Bruchrechnung verbessert werden kann. Eine Überprüfung, ob ein gefundenes Ergebnis von der Größenordnung her überhaupt stimmen kann, kann Fehlerstrategien aufdecken (Fazio & Siegler, 2012; Padberg, 2009).

Herstellen kognitiver Konflikte - Möglichkeit verschiedener Lösungswege oder Fehleraufgaben. Mit dieser Kategorie wird ein Typ von Aufgaben inkludiert, der bis jetzt noch nicht berücksichtigt wurde. Darunter werden Aufgaben gefasst, die die Lernenden mit widersprüchlichen Sachverhalten konfrontieren, z. B. dass verschiedene Lösungswege möglich sind und dies in der Aufgabe thematisiert wird. Hierzu zählen auch Aufgaben in denen ein als erstaunlich oder widersprüchlich empfundener Sachverhalt erklärt, beziehungsweise Fehler in den Aufgaben gefunden werden sollen.

Welche Fehler wurden hier gemacht? Erkläre wie es richtig geht.

a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

c) $\frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Abbildung 5.3.: Aufgabenbeispiel zur Kategorie *Herstellen kognitiver Konflikte* (Niveau 2) (orientiert an Burger, Frohn, Maier-Nierer, Münch & Muffert, 2005, S. 28)

Tabelle 5.1.: Kodiermanual für den inhaltsbezogenen Teil des Aufgabenpotenzials

Name	Beschreibung / Indikatoren
Exploration oder Aktivierung von Vorwissen und Ermöglichung informeller Vorerfahrungen...	
... nicht notwendig	Kein explizites Aufgreifen von Bekanntem Keine Ermöglichung informeller Vorerfahrungen.
... auf niedrigem Niveau	Rückgriff auf schon bekannte Rechenaufgaben/Grundkenntnisse. Keine explizite Weiterentwicklung des Kenntnisstands.
... auf mittlerem Niveau	Verwendete Brüche beziehen sich auf reale Modelle (z.B. Kreismodell, Rechteckmodell). Rückgriff auf Addition von Größen nötig.
... auf hohem Niveau	Ein reales Modell muss zur Lösung der Aufgabe mit einem mentalen Modell verknüpft werden, bzw. trägt zu dessen Entwicklung bei. Dies kann sich z.B. dadurch zeigen, dass Bruchscheiben bzw. Material zur Darstellung von Brüchen verwendet werden. ... Brüche gelegt, geschnitten oder gefaltet werden.
Erkennen von Strukturen, Zusammenhängen oder Mustern in Übungsaufgaben...	
... nicht notwendig	
... auf niedrigem Niveau	Aufgabe zum Operativen Üben ohne spezielle Anweisungen zum Erkennen von Strukturen/Zusammenhängen (implizit gegeben). Beispiel: Welche Zahl fehlt (Rückwärtsdenken wird hier impliziert).
... auf mittlerem Niveau	Konkrete Arbeitsaufträge explizit gegeben wie Rückwärts denken ... Bildung benachbarter Aufgaben ... Zusammensetzung von Teilschritten zu größeren Komplexen ... Variation der Daten („Vertausche die Zahlen“, „Spiel mit Zahlen“) ... Regelmäßigkeiten erkennen
... auf hohem Niveau	Ergebnisse der Bearbeitung (siehe Code 2) sollen reflektiert, verglichen, oder kritisch beurteilt werden.
Schätzen...	
... nicht notwendig	
... auf niedrigem Niveau	Reine Aufforderungen wie „Schätze“ oder „Überschlage“.
... auf mittlerem Niveau	Ergebnis vor Berechnung schätzen, oder nach Berechnung prüfen (es soll also nicht nur geschätzt, sondern auch verglichen werden). Ergebnisse variieren nicht so sehr, dass einfaches Ausschlussverfahren möglich wäre. Beispiel: Schätzen zur Kontrolle.
... auf hohem Niveau	Ergebnis soll vor der Berechnung geschätzt, oder nach der Berechnung geprüft werden. Das Ergebnis der Schätzung soll begründet, reflektiert oder kritisch beurteilt werden.
Herstellen kognitiver Konflikte...	
... nicht notwendig	
... auf niedrigem Niveau	Es werden Fragen gestellt, die Aktivitäten des Analysierens erfordern (kein Vergleich erforderlich) ... Fehlersuche. ... Analysieren verschiedener Lösungswege. ... Vorteilhaftes Rechnen.
... auf mittlerem Niveau	Es werden Fragen gestellt, die Aktivitäten des Analysierens und Vergleichens erfordern ... Es wird thematisiert, dass verschiedene Lösungswege möglich sind oder besprochen werden sollen. ... Fehler erkennen und verbessern: Die Aufgabe bietet die Möglichkeit typische Fehler zu machen. Die Lernenden können diesen selbst entdecken.
... auf hohem Niveau	Neben dem Analysieren und Vergleichen werden Begründungen, Reflexionen oder kritische Beurteilungen verlangt. Die Aufgabe bietet die Möglichkeit typische Fehler zu machen. Die Lernenden sollen diesen selbst entdecken und erhalten mit der Aufgabe die Möglichkeit diesen zu korrigieren oder zu verstehen.

Kodierung des Begründungstyps

Zusätzlich zum Potenzial der gewählten Aufgaben, ist von Interesse, welche Kriterien Lehrkräfte für die Auswahl von Aufgaben heranziehen und inwieweit sie sich dabei an Qualitätsmerkmalen von Unterricht orientieren. Hierfür wurde in zwei Schritten ein Kodiermanual entwickelt. Der erste theoriegeleitete Schritt ergab ein detailliertes, selbstentwickeltes Kodierungsschema, wobei zwischen Begründungen, die sich auf eine *konstruktive Lernerunterstützung* beziehungsweise *kognitive Aktivierung* beziehen, differenziert wird. Eine Vorkodierung der ersten Interviews zeigt, dass sich einige der Lehrkräfte auf Unterrichtskonzepte beziehen, welche nicht mit den vorher definierten Kategorien in Verbindung stehen. Mit einer explorativen Kodierung wurde das Manual durch weitere für die Auswahl von Aufgaben relevanten Begründungsaspekte ergänzt: Die *Vernetzung mathematischer Inhalte*, Verweis auf das *Curriculum*, Verweis auf allgemeine Ziele wie *Üben* und der Verweis auf *allgemeine Aufgabenmerkmale*. Dieses deduktive sowie induktive Vorgehen liefert ein umfassendes Kategoriensystem, welches in Tabelle 5.2 abgebildet ist. Die Kodierung bezieht sich jeweils auf die Begründungen zu jeder einzelnen Aufgabe, hierbei sind Mehrfachnennungen möglich. Die gesamte Datenmenge wurde von einer geschulten Hilfskraft und mir doppelkodiert. Als Maß der Übereinstimmung der beiden Kodiererinnen wurde Cohen's Kappa gewählt, welches mit einem mittleren $\kappa_{Mean} = .62$ einen zufriedenstellenden Wert aufweist.

Kodierung des Begründungsniveaus bezüglich kognitiver Aktivierung

Die vorliegende Studie ist ein erster Versuch, Begründungen der Lehrkräfte für ihre Aufgabenauswahl auf qualitativ unterschiedlichen Ebenen zu erfassen. Das Begründungsniveau wird durch das Ausmaß festgelegt, in dem sich Lehrkräfte auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler beziehen. Dies stellte eine vereinfachte Version der Komponente *knowledge-based reasoning* der professionellen Wahrnehmung dar (Sherin & van Es, 2009, s. a. Abschnitt 2.3.1). Eine erste Durchsicht der Interviews aus der Pilotierung ergab, dass es bezüglich der verschiedenen Begründungstypen nur bei dem Aspekt der kognitiven Aktivierung möglich ist, qualitativ unterschiedliche Aussagen zu differenzieren. Aussagen zu anderen Aspekten sind auf sehr allgemeinem Niveau, sodass eine Differenzierung nicht möglich war. Auch die Ergänzung der Pilotierung mit dem Fragestreifen, welcher die Begründungen der Lehrkräfte fokussieren und strukturieren sollte, zeigte diesbezüglich keine Änderungen. Somit wurde auf Basis eines entwickelten Kategoriensystems die Qualität der Begründungen bezüglich jeder der *neun Dimensionen der kognitiven Aktivierung* auf einer dreistufigen Skala kodiert. Dabei wurden alle Begründungen zu jeder einzelnen Aufgabe eingeschätzt. Es wurde dabei unterschieden, ob die Dimension überhaupt genannt wird (nicht genannt (0), genannt (1)) und ob dabei auf den Einfluss der Dimension auf den Lernprozess eingegangen wird (2). In Tabelle 5.3 wird ein Beispiel des Kodiermanuals vorgestellt, das vollständige Kategoriensystem befindet sich im Anhang (B.2).

Tabelle 5.2.: Codiermanual für den Begründungstyp der Aufgabenauswahl

Name	Beschreibung und Beispiele
Kognitive Aktivierung	
Begründungen, die sich auf den Lernprozess bei der Aufgabebearbeitung beziehen (siehe Aufgabenpotenzial in Tabelle 5.1 und Tabelle)	Erkennen von Strukturen, Zusammenhängen oder Mustern in Übungsaufgaben Schätzen Exploration oder Aktivierung von Vorwissen und Ermöglichung informeller Vorerfahrungen Herstellen kognitiver Konflikte
Lernerunterstützung	
Relevanz des Unterrichtsinhalts	Aufzeigen der persönlichen Relevanz des Inhalts Verweis auf Alltagsbezug Bsp: „Der Alltagsbezug ist motivierend für die Lernenden“
Wahlmöglichkeiten	Verweis auf die Auswahl der Aufgabe ... der Aufgabenmenge ... des Lösungswegs
Selbstregulierung	Verweis auf Eigenverantwortung bei der Aufgabebearbeitung Bsp: „Die Lernenden sollen ihre Arbeit selbst kontrollieren“
Differenzierung	Möglichkeit der Binnendifferenzierung oder natürlicher Differenzierung Bsp: „Die Lernenden haben die Möglichkeit, je nach Leistungsniveau verschieden schwierige Aufgaben zu bearbeiten“
Curriculum	
Rahmenbedingungen	Verweis auf Lehrplan/Schulbuch. ... zeitliche Aspekte. ... Klausurvorbereitung.
Ziele	Verknüpfung der Aufgabe mit Zielen der Bildungsstandards. Verweis auf ein ausgewogenes Auftreten der Kompetenzen der Bildungsstandards. Bsp: „Mit der Aufgabe kann ich gezielt die Kompetenz „Problemlösen“ fördern.“
Aufgabenmerkmale	
Sprache	Kommentare, die sich auf die verwendete Sprache, den Text oder den Satzbau in der Aufgabenstellung beziehen Bsp: „Die Aufgabe beinhaltet zu viel Text.“
Schöne Aufgabe	Bezieht sich auf diesen Terminus (nicht auf ein weitergehendes Konzept). Bsp: „Die Aufgabe gefällt mir.“
Schwierigkeitsgrad	Begründungen, die sich auf den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe beziehen. Bsp: „Die Aufgabe ist zu schwierig.“
Wechsel in anderes Format	Begründungen, die sich auf den Wechsel des Aufgabenformats beziehen.
Vernetzung...	
	... innerhalb der Aufgabensequenz ... mit anderen mathematischen Stoffgebieten ... mit anderen Fächern ... zwischen verschiedenen Jahrgangsstufen Bsp: „Mir ist es bei dieser Aufgabe wichtig verschiedene mathematische Inhalte zu vernetzen.“
Üben	
	Verweis auf: Einüben / Festigen / Automatisieren einer Methode / „Durchrechnen“ Wiederholung Anwendung Sichern Festigung Vertiefung

Tabelle 5.3.: Beispiele aus dem Kodiermanual für das Begründungsniveau

Name und Beschreibung	Beispiele	Code
Gebrauch mathematischer Darstellungen...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	Verweis auf Darstellungsform („Das Kreismodell ist dafür gut geeignet“). „Veranschaulichung“. Verwendung/Erstellung einer Zeichnung.	1
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	Anschauliche Grundlegung der Addition. Anschauliche Grundvorstellungen bewusst beim Lösen von Aufgaben einsetzen. „Entdecken der Regel/... mit Hilfe der Darstellung“ „Aufgabe ist über Bild lösbar, nicht zwingend formal“	2
Schätzen...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	Verweis auf Schätzen/Überschlagsrechnen ohne genauere Erläuterung. „In der Aufgabe muss man schätzen.“	1
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	Schätzen wird begründet mit Verweis auf Fehlerentlarvung ... Entwicklung von Größenvorstellungen ... Aufbau von Grundvorstellungen „Gefühl für Zahlen entwickeln“	2

Kodierung mit der Software Videograph

Die videografierten Interviews wurden mit dem Programm *Videograph* analysiert, welches eine Analyse und Kodierung von Videodaten ermöglicht (Rimmele, 2008). Abbildung 5.4 zeigt die Arbeitsfläche des Programms. Die Kodierung erfolgt direkt im Programm. Sie kann entweder anhand von Zeitintervallen (time-sampling) oder Beobachtungseinheiten (event-sampling) erfolgen. In der Interviewstudie wird das Eventsampling gewählt. Dabei ist die jeweilige Analyseeinheit („Mastervariable“) der Zeitraum in der die Lehrkraft über eine Aufgabe spricht. Spricht die Lehrkraft über eine neue Aufgabe, beginnt eine neue Analyseeinheit. Bezieht sie sich später wieder auf eine schon besprochene Aufgabe, wird als Mastervariable wieder die jeweilige Aufgabe kodiert.

Auswertung

In Videograph wurde neben den Begründungen der Lehrkräfte auch das Potenzial der gewählten Aufgaben kodiert. Für die anschließende Auswertung erfolgte eine Übertragung der kodierten Variablen in das Statistikprogramm *SPSS*. Der von Videograph erzeugte Datensatz wurde vor der Auswertung umkodiert und mit Hilfe von Aggregierungsverfahren strukturiert. Dabei wurden die Daten je Variable mit Hilfe des maximal genannten Werts aggregiert. Für die im Folgenden dargestellten Analysen wird als Analyseeinheit

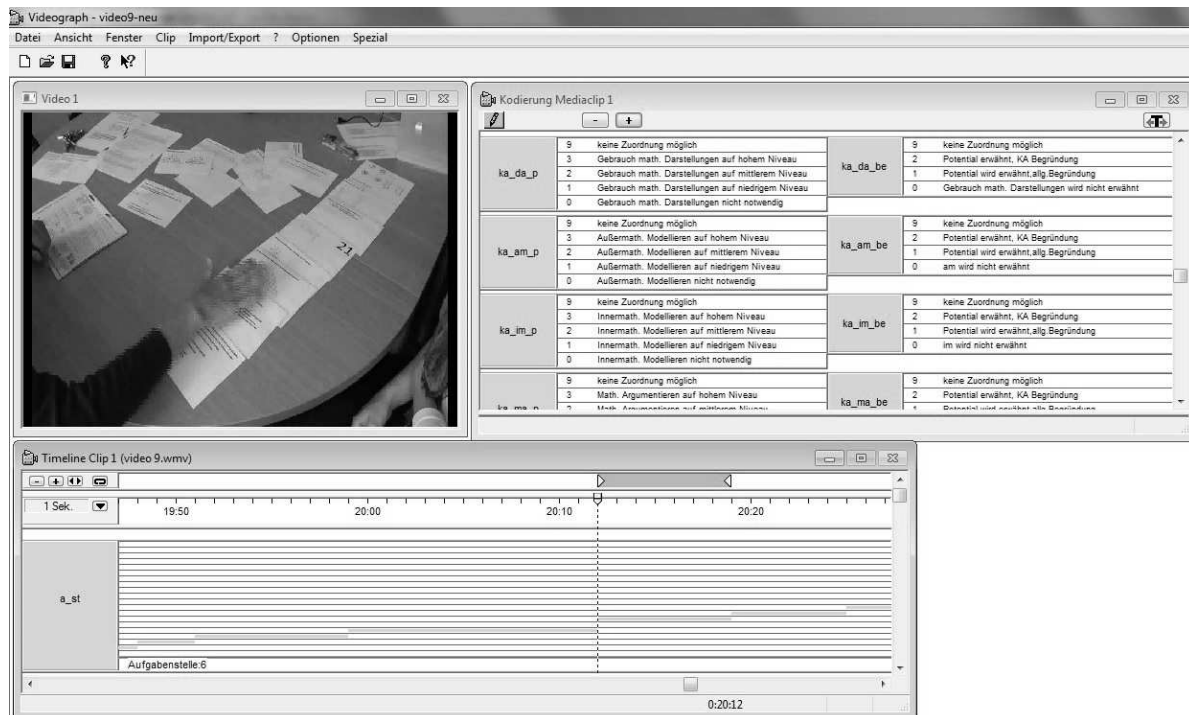


Abbildung 5.4.: Arbeitsfläche des Programms Videograph: Videoausschnitt eines Interviews mit einer Lehrkraft (links), Variablen aus dem Kodiermanual (rechts) und Zeit mit Master-variable (unten)

eine einzelne Aufgabe und nicht die einzelne Lehrkraft gewählt. Die kodierten Werte der neun Dimensionen des Aufgabenpotenzials wurden für jede Aufgabe gemittelt, um ein Maß für das Aufgabenpotenzial der kognitiven Aktivierung zu erhalten. Ebenso wurden die Werte des Qualitätsratings der Begründungen über die neun Aspekte der kognitiven Aktivierung für jede Aufgabenwahl gemittelt.

5.3. Ergebnisse

5.3.1. Gewählte Aufgaben

Die Anzahl der gewählten Aufgaben variiert zwischen 6 und 12 Aufgaben ($M = 8.5$; $SD = 1.7$). Es können nur geringe Unterschiede bezüglich der Anzahl der gewählten Aufgaben zwischen der ZQ Gruppe und der RQ Gruppe festgestellt werden ($M_{ZQ} = 9.0$; $M_{RQ} = 7.9$). Das mittlere Aufgabenpotenzial zur kognitiven Aktivierung ist im allgemeinen sehr niedrig ($M = 0.68$; $SD = 0.37$, die Skala der Kodierung lief von 0 bis 3), was die Ergebnisse von Jordan et al. (2006) repliziert. Es kann kein signifikanter Unterschied zwischen dem Potenzial der gewählten Aufgaben aus den beiden Lehrkraft-Gruppen festgestellt werden ($t(141) = 0.16$; $p = .87$).

5.3.2. Begründungstyp

Neben dem Potenzial der Aufgaben wurden die Typen der verschiedenen Begründungen für die einzelnen Aufgaben klassifiziert, dabei waren Mehrfachnennungen möglich. In Tabelle 5.4 sind die relativen Häufigkeiten dargestellt, die angeben, bei wie vielen Aufgaben die Auswahl mit bestimmten Begründungstypen erläutert wird.

Tabelle 5.4.: Mittelwerte und Standardabweichungen der Anteile, bei wie vielen Aufgaben die Auswahl mit bestimmten Begründungstypen erklärt wird ($N = 143$)

	<i>M</i>	<i>SD</i>
Kognitive Aktivierung	.71	.46
Lernerunterstützung	.50	.50
Aufgabenmerkmale	.50	.50
Üben	.39	.49
Curriculum	.22	.42
Vernetzung	.20	.40

Am häufigsten werden die Aufgaben mit dem Begründungstyp *kognitive Aktivierung* begründet: Im Mittel werden 71% der gewählten Aufgaben mit Aspekten erläutert, die sich auf die kognitiven Prozesse bei der Aufgabenbearbeitung beziehen. Mit jeweils 50% folgen Begründungen, die auf eine *konstruktive Lernerunterstützung* und *allgemeine Aufgabenmerkmale* verweisen. Für diese drei am meisten genannten Begründungstypen wird in den Kreisdiagrammen in den Abbildungen 5.5 und 5.6 eine differenzierte Aufstellung der einzelnen Begründungen gezeigt. Wenn Lehrkräfte sich auf die Kategorie *Üben* beziehen (insgesamt 39% der Begründungen), nennen sie meist ein Ziel der Übungsaufgabe: die Automatisierung der Bruchaddition oder elaborative Übungen zur Festigung des Verständnisses der Routine, wie zum Beispiel dem Finden von Fehlern in Beispielaufgaben. Anwendungen spielen in den Begründungen eine untergeordnete Rolle, was mit dem spezifischen Lernziel der Stunde zusammenhängen kann. Die 22% der Begründungen, die sich auf die Umsetzung der Bildungsstandards oder Lehrplaninhalte beziehen (zum Beispiel eine Aufgabe, die eine bestimmte Kompetenz fördern soll), werden innerhalb der Dimension *Curriculum* kodiert. Für jede fünfte Aufgabe geben Lehrkräfte an, dass sie mit der gewählten Aufgabe mathematische Ideen innerhalb einer Stunde, zwischen verschiedenen Stunden oder zwischen verschiedenen mathematischen Inhaltsgebieten vernetzen möchten (Shimizu, 1999). Diese drei Arten der *Vernetzung* werden fast gleich oft genannt.

Wie schon erwähnt, stellt Abbildung 5.5 dar, auf welche mathematischen Prozesse oder Tätigkeiten sich Lehrkräfte innerhalb der *kognitiven Aktivierung* beziehen. Lehrkräfte gehen dabei kaum auf Modellierungsprozesse oder mathematische Argumentationen ein. Mehr Begründungen beziehen sich dahingegen auf die Aktivierung von Vorwissen oder die Ermöglichung informeller Vorerfahrungen, die Erzeugung kognitiver Konflikte oder auf die Verwendung mathematischer Darstellungen.

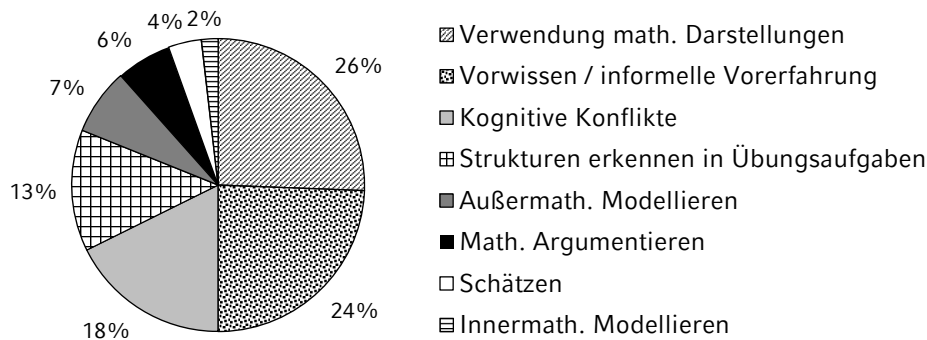


Abbildung 5.5.: Prozentuale Verteilungen der Begründungen bezüglich kognitiver Aktivierung

Bezüglich der *konstruktiven Lernerunterstützung* (Abbildung 5.6 links) wählen Lehrkräfte vorrangig Aufgaben aus, um selbstreguliertes und differenziertes beziehungsweise individualisiertes Arbeiten zu ermöglichen. Des Weiteren sollen die Aufgaben die Relevanz des vermittelten Inhalts aufzeigen, was auch Aussagen beinhaltet, die darauf eingehen, wie mit Hilfe der Aufgabe die Motivation der Lernenden gefördert werden kann. Hinsichtlich Begründungen zu *allgemeinen Aufgabenmerkmalen* (Abbildung 5.6 rechts) finden sich vor allem Aussagen bezüglich des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben. Unspezifische Aussagen wie „die Aufgabe gefällt mir“ werden unter die Kategorie *Schöne Aufgabe* gefasst, was einen weiteren Schwerpunkt der Nennungen innerhalb dieser Dimension ausmacht.

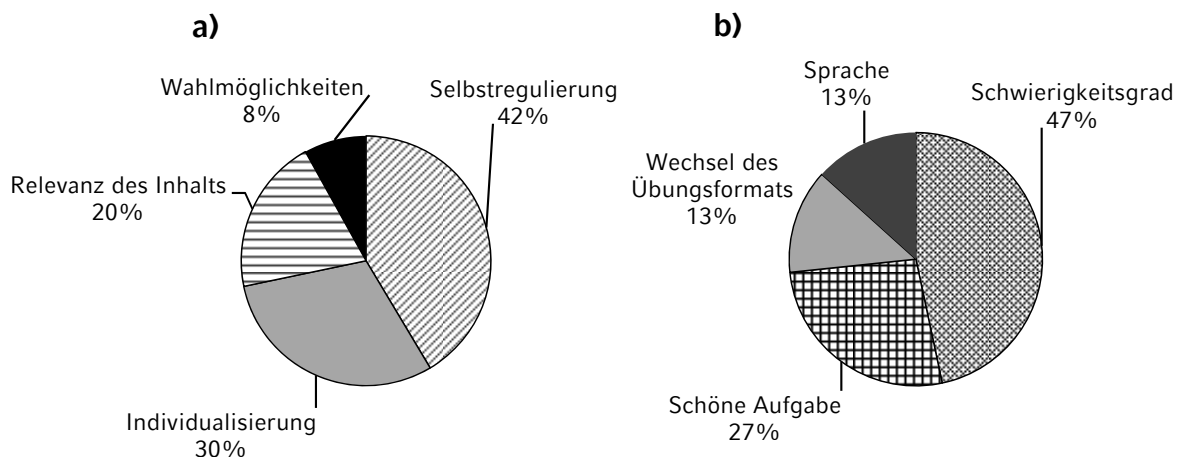


Abbildung 5.6.: Prozentuale Verteilungen der Begründungen bezüglich (a) konstruktiver Lernerunterstützung und (b) allgemeiner Aufgabenmerkmale

Vor dem Hintergrund des Vergleichs der ZQ-Gruppe und der RQ-Gruppe stellt sich die Frage, ob Lehrkräfte unterschiedlichen fachdidaktischen Hintergrunds auch unterschiedliche Begründungen für ihre Aufgabenauswahl geben. In Abbildung 5.7 werden die Mittelwerte der beiden Gruppen von den Anteilen, bei wie vielen Aufgaben die Auswahl mit bestimmten Begründungstypen erklärt wird, gegenübergestellt. Es zeigt sich,

dass sich die beiden Gruppen in einigen Aspekten unterscheiden: Die befragten Lehrkräfte mit zusätzlichen Qualifikationen nennen signifikant häufiger Aspekte bezüglich der *kognitiven Aktivierung*, die mit der Aufgabe gefördert werden sollen (81% der gesamten Aufgabenauswahl im Vergleich zu 61%). Beide Gruppen verweisen fast gleich oft auf eine *konstruktive Lernerunterstützung*. Unterschiede zeigen sich wieder in der Kategorie der *allgemeinen Aufgabenmerkmale*, welche von den Lehrkräften mit zusätzlichen Qualifikationen weniger häufig genannt wird. Kein signifikanter Unterschied kann in der Kategorie *Üben* festgestellt werden. Im Gegensatz dazu nennen Lehrkräfte mit zusätzlichen Qualifikationen Begründungen, die sich auf das *Curriculum* und die *Vernetzung* mathematischer Inhalte beziehen, signifikant häufiger als Lehrkräfte der RQ-Gruppe.

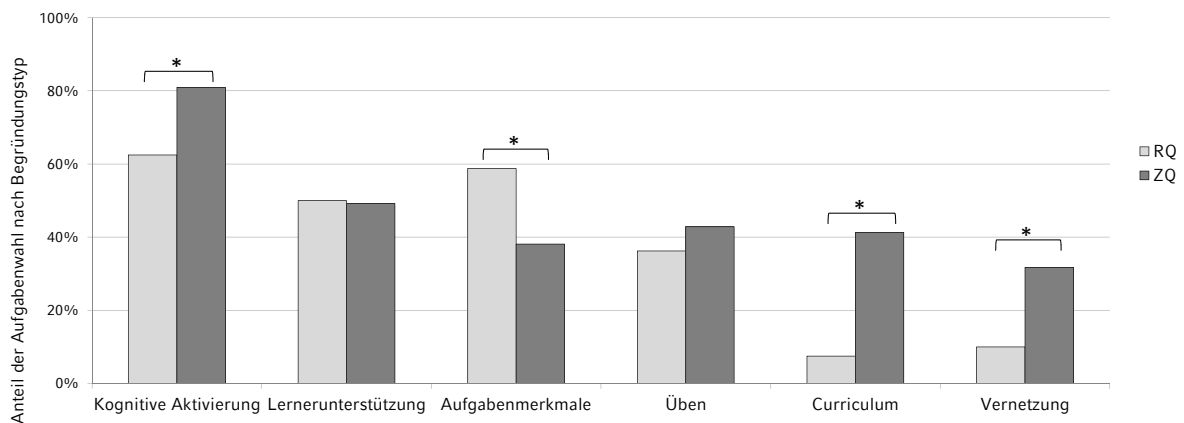


Abbildung 5.7.: Gründe für die Aufgabenauswahl der Gruppen RQ und ZQ

Zur Signifikanzprüfung der Unterschiede wurde ein Chi-Quadrat Test durchgeführt. Tabelle 5.5 gibt die Mittelwerte der Anteile, bei wie vielen Aufgaben die Auswahl mit bestimmten Begründungstypen erklärt wird der beiden Gruppen an. Außerdem wird der χ^2 -Wert und das Signifikanzniveau p dargestellt.

Tabelle 5.5.: Häufigkeiten der einzelnen Merkmale jeweils für die beiden Gruppen und Ergebnisse des Chi-Quadrat Tests für Unterschiede der Begründungen für die Aufgabenauswahl zwischen den Gruppen (RQ & ZQ)

	RQ	ZQ	χ^2	p
Kognitive Aktivierung	.63	.81	5.79	.02
Lernerunterstützung	.50	.49	.01	.93
Aufgabenmerkmale	.59	.38	6.02	.01
Üben	.36	.43	.65	.42
Curriculum	.08	.41	23.14	.000
Vernetzung	.10	.32	10.59	.001

5.3.3. Begründungsniveau

Des Weiteren wurde untersucht, auf welchem *Niveau* Lehrkräfte die Aufgabenauswahl bezüglich der kognitiven Aktivierung begründen. Hierbei ist insbesondere der Zusammenhang zwischen dem mittleren Potenzial der gewählten Aufgabe und dem Begründungsniveau von Interesse. Zur Untersuchung dient die Pearson-Korrelation. Es ist ein signifikanter mittlerer Zusammenhang zwischen dem Aufgabenpotenzial und der Begründungsqualität festzustellen ($r = .54$, $p = .01$). Das Punktdiagramm in Abbildung 5.8 stellt die Beziehung der beiden Variablen dar. Es ist das mittlere Aufgabenpotential gegen die mittlere Begründungsqualität der beiden Gruppen (RQ und ZQ) aufgetragen. Das Diagramm deutet darauf hin, dass Lehrkräfte beider Gruppen für Aufgaben mit niedrigem Potenzial eher weniger elaborierte Begründungen angeben. Dennoch zeigt sich, dass die Begründungsqualität der ZQ Gruppe mit wachsendem Aufgabenpotenzial stärker zunimmt als in der RQ Gruppe. Die ZQ Gruppe begründet Aufgaben mit höherem Potenzial auf einem höherem Niveau, was bedeutet, dass sie stärker auf den Lernprozess, der mit der Aufgabe verbunden ist, eingehen. Dieser Unterschied kann mit einer ANCOVA für die *Begründungsqualität* bestätigt werden, welche einen signifikanten Faktor-Kovariaten Interaktionseffekt ergibt, wobei die *Gruppe* den Faktor und das *Aufgabenpotenzial* die Kovariate bildet ($F(1,139) = 4.63$, $p < .05$). Man kann aus diesem Ergebnis schließen, dass die ZQ Gruppe ihre Auswahl deutlich kohärenter als die RQ Gruppe begründet.

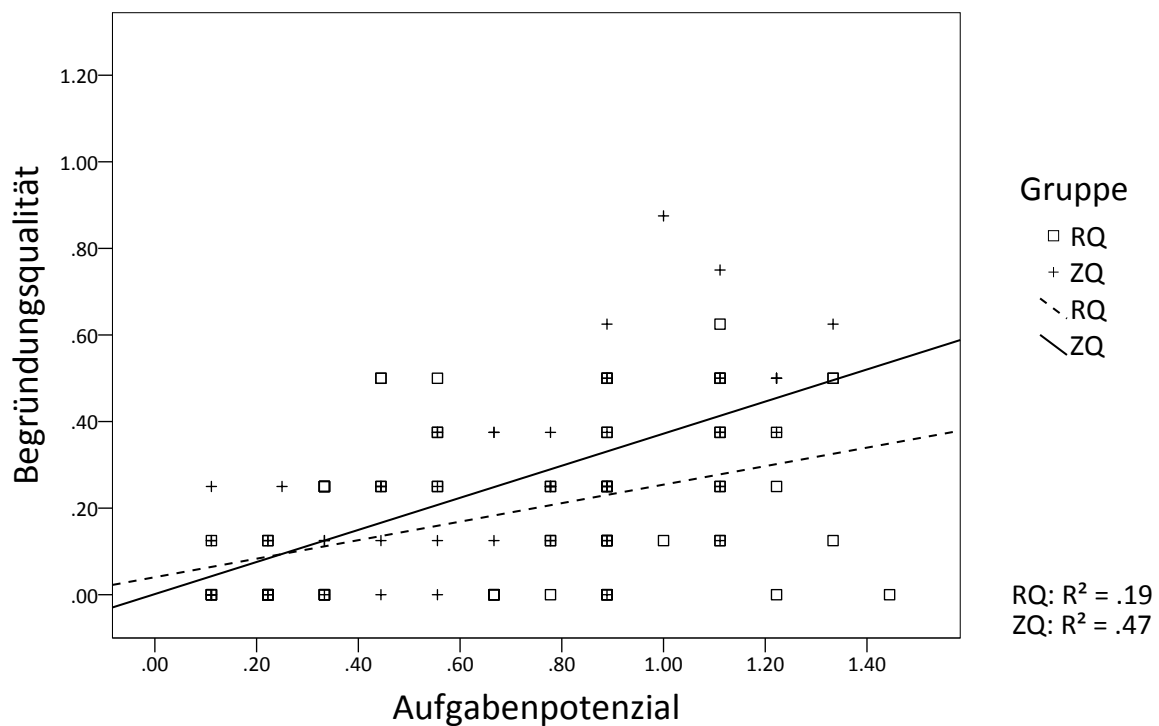


Abbildung 5.8.: Begründungsqualität und Aufgabenpotenzial für die Aufgabenauswahl bei der Lehrkraft-Gruppen

5.3.4. Anordnung der Aufgaben

Die Lehrkräfte wurden bei ihrer Auswahl und Anordnung außerdem nach einer Begründung gefragt, warum sie die gewählte Aufgabe an der jeweiligen Stelle anordnen. Die Begründungen beziehen sich dabei im generellen nicht auf ein übergeordnetes didaktisches Prinzip der Anordnung, einzig der Verweis auf die Anordnung von leicht nach schwer findet sich bei fast allen Begründungen. Die Lehrkräfte begründen die Anordnung einer einzelnen Aufgaben eher punktuell und nicht bezüglich des Aufgabenverbands der Unterrichtseinheit. Sie wiederholen für die Anordnung meist die gleichen Gründe wie für die Aufgabenwahl, beziehungsweise thematisieren das Lernziel und die mathematische Tätigkeit, die mit der einzelnen Aufgabe verbunden sind. Auf die Rolle der Aufgabe für den gesamten Lernprozess mit Verweis auf die anderen Aufgaben der Sequenz wird nicht eingegangen (beispielsweise, dass eine Aufgabe ein zu Beginn eingeführtes Modell wieder aufgreift, um daran weiterzuarbeiten und weitere Zusammenhänge zu erkennen oder zu entdecken.).

Bezüglich der Anordnung der Aufgaben kann kein einheitliches Ergebnis präsentiert werden. Alle Lehrkräfte ordneten die Aufgaben unterschiedlich an, was angesichts der Fülle der Aufgaben nicht unerwartet ist. Es deutet sich bei der Mehrheit der Lehrkräfte ein dreiphasiger Aufbau in der Anordnung an, welcher aber auf Grund der kleinen Stichprobe nur einen ersten Eindruck darstellt:

1. Den Anfang einer Sequenz bildet häufig eine Aufgabe, die zur Hinführung der vorliegenden Problemstellung dienen soll (dies wurde von den Lehrkräften oft als „Veranschaulichung“ bezeichnet). Dies stellt meist eine einfache Sachaufgabe dar. Zentral ist ein motivierender Kontext und ein schnelles Erkennen der Problemstellung. Anschließend soll die Regel erarbeitet werden, wofür die meisten Lehrkräfte Aufgaben verwenden, in denen Brüche grafisch dargestellt werden. Aufgaben, die mathematische Repräsentationen von Brüchen (außer symbolische Darstellungen) enthalten, findet man fast ausschließlich in dieser Phase.
2. Es folgt bei allen Lehrkräften eine Übungsphase, die meist einen steigenden Schwierigkeitsgrad aufweist. Hierzu dienen häufig technische Aufgaben, deren „abzuarbeitende[r] Ansatz bereits in der Aufgabe vorgegeben ist oder direkt aus dem „Wissensrepertoire“ abgerufen werden kann“ (Jordan et al., 2006, S. 19).
3. Abschließend folgen Aufgaben zum Anwenden (meistens Textaufgaben), oder „Kno- belaufgaben“. Ziel ist die Anwendung der Regel in einem anspruchsvollen Kontext. Diese Phase kennzeichnen Aufgaben, in denen außermathematische Modellierungen und mathematische Argumentationen notwendig sind, welche man in den anderen beiden Phasen kaum findet.

Dieser erste Überblick lässt sich in die Ergebnisse der TIMSS-Studie einordnen, die mit Hilfe von videografierten Unterrichtsstunden feststellt, dass Unterricht in Deutschland in Grundzügen einem „Drehbuch“ folgt (Stigler et al., 1999; Baumert, 1997). Die Abfolge in den Stunden ist im wesentlichen gekennzeichnet durch folgenden Ablauf:

- Hausaufgabenbesprechung
- Wiederholungsphase
- Variante 1: neuer Stoff im fragend – entwickelnden Unterrichtsgespräch, hinführend auf eine einzige Lösung
- Variante 2: Übungsaufgaben (auch Schüler an der Tafel)
- Stillarbeit mit weiteren Übungsaufgaben
- Vergabe und Erläuterung der Hausaufgaben

Die Hausaufgaben werden in der Instruktion der Interviewstudie explizit ausgeschlossen, weswegen der erste und letzte Punkt in den Interviews kaum vorkommen. Eine Wiederholungsphase planen manche Lehrkräfte mit ein und verweisen dabei auf die Wiederholung des Kürzen und Erweitern von Brüchen oder die Wiederholung von Modellen zur Repräsentation von Brüchen. Da eine Einführungssequenz geplant werden sollte, wird nicht mit Übungsaufgaben sondern einer „Einstiegsaufgabe“ begonnen, was mehr auf einen Unterrichtsverlauf nach Variante 1 hindeutet. Die Arbeit mit technischen Aufgaben würde der in der TIMSS-Studie identifizierten Übungsphase entsprechen. Die von Lehrkräften häufig genannte „Anwendungsphase“ findet sich auf diese Weise nicht explizit ausgearbeitet in der TIMSS-Studie.

Auch im Rahmen einer Abschlussarbeit wurde versucht, die Anordnung von Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu untersuchen (Gebler, 2015). Mein eigener Beitrag zu dieser Abschlussarbeit war die intensive Betreuung, das Mitwirken bei der Konzeption der Studie und die Beratung bei der Datenauswertung. Die Stichprobe² umfasst 14 Lehrkräfte. Hierfür wurde die Repertory Grid Methode³ eingesetzt, welche Aufschluss über die persönlichen Konstrukte von Lehrkräften über Aufgabensequenzen geben soll. Durch dieses methodische Vorgehen sollte ein aufschlussreicher Zugang zur Aufgabenanordnung und den dahinterliegenden Konzepten ermöglicht werden. Es können verschiedene Vorgehensweisen identifiziert werden, mit denen Lehrkräfte Aufgabensequenzen beschreiben. Ein *allgemeiner Ansatz* bei dem die Lehrkraft verschiedene Konzepte aufführt, meist ohne weitere Erklärung und ohne auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler einzugehen. Diese Gruppe von Lehrkräften gibt eher eine oberflächliche Auflistung verschiedener Kriterien, ohne dass hierbei ein konkreter Aufbau für den Unterricht zu erkennen ist. Beispiele sind Beschreibungen wie „von leicht nach schwer“, „von bekannt nach unbekannt“ oder „von anschaulich nach abstrakt“. Eine weitere Gruppe von

²Die Lehrkräfte dieser Stichprobe waren nicht Teil der Stichprobe der Interviewstudie.

³Einen ähnlichen Ansatz findet man in der Arbeit von Bausch (2015) zur Unterrichtsplanung.

Lehrkräften beschreibt Aufgabensequenzen sehr konkret. Es lassen sich dabei zwei Untergruppen identifizieren. Eine Untergruppe beschreibt die Sequenz so, dass die Grunddimension kognitive Aktivierung deutlich wird. Die Lehrkraft orientiert sich insofern am Lernprozess der Schülerinnen und Schüler, indem sie auf Bekanntem aufbauen möchte, eventuell auch mit dem Ziel, Neues auf bereits bekannte Strukturen zurückzuführen. Die zweite Untergruppe fokussiert bei der Beschreibung von Aufgabensequenzen vor allem auf die Heranführung der Lernenden an das Thema durch ein motivierendes Alltagsbeispiel. Es ergeben sich erste Anzeichen, dass sich Lehrkräfte bei der Beschreibung von Aufgabensequenzen unterschiedlich stark am Lernprozess der Schülerinnen und Schüler orientieren.

5.4. Zusammenfassende Diskussion

Mit dem vorgestellten methodenübergreifenden Ansatz werden qualitative und quantitative Methoden verbunden, um einen besseren Zugang zu den Planungsaktivitäten von Lehrkräften zu erhalten. Ziel war es unter anderem zu untersuchen, welche Rolle Merkmale der Unterrichtsqualität in der Unterrichtsplanung von Lehrkräften spielen. Dabei lag der Fokus auf der Auswahl von Aufgaben. Es wurde untersucht, welches Potenzial die gewählten Aufgaben haben. Es zeigt sich, dass Lehrkräfte Aufgaben wählen, die im Allgemeinen aus normativer Sicht ein niedriges Potenzial zur kognitiven Aktivierung aufweisen. Dieses Ergebnis ist wie erwartet (Jordan et al., 2008). Die Aufgaben, die von den Lehrkräften mit zusätzlichen Qualifikationen gewählt werden, weisen kein höheres Potenzial auf als diejenigen, die von den regulären Lehrkräften gewählt werden. Dies ist vor allem vor dem Hintergrund interessant, dass die kognitiven Anforderungen und das curriculare Niveau von Aufgaben als zentraler Prädiktor für Schülerlernen gelten (Baumert et al., 2010).

Lehrkräfte begründen ihre Aufgabenauswahl mit Aspekten der Unterrichtsqualität, wie kognitive Aktivierung und konstruktive Lernerunterstützung. Gleichwohl werden auch weitere wichtige Aspekte des Unterrichts in Betracht gezogen, wie zum Beispiel die Vernetzung mathematischer Ideen (Shimizu, 1999), Lernziele aus den Bildungsstandards oder spezifische Unterrichtsaktivitäten wie Üben. Dies ist ein Hinweis darauf, dass auch andere Aspekte von Unterrichtsqualität die Aufgabenauswahl der Lehrkräfte bestimmen.

Außerdem zeigen Lehrkräfte unterschiedlicher Qualifikationen spezifische Muster in den zur Begründung herangezogenen Argumenten. Lehrkräfte mit zusätzlichen Qualifikationen begründen ihre Aufgabenwahl signifikant häufiger mit den Aspekten kognitive Aktivierung, Vernetzung und Curriculum als Lehrkräfte mit regulären Qualifikationen. Fast gleich oft beziehen sich beide Gruppen auf die Punkte Lernerunterstützung und Ziele von Übungsaufgaben. Üben bezieht sich stärker auf allgemeine Aufgabenmerkmale, wie zum Beispiel *Automatisierung* oder *Verstehen* und entsprechende Unterrichtsaktivitäten. Diese Begründungen fokussieren weniger auf Aktivitätsmerkmale, die kognitive Lerngelegenheiten für nachhaltiges Lernen unterstützen. Dahingegen beschreiben die Aspekte kognitive Aktivierung, Curriculum und Vernetzung - welche von Lehrkräften mit zusätzlichen Qualifikationen häufiger genannt werden - stärker Charakteristika von Unterricht, die Lernprozesse unterstützen (Seidel & Shavelson, 2007).

Die Tiefe der Begründungen der Aufgabenauswahl von Lehrkräften bezüglich des kognitiven Aktivierungspotenzials, scheint vom Aufgabenpotenzial und von der Qualifikation der Lehrkraft abzuhängen. Es liegt die Vermutung nahe, dass für Aufgaben mit einem niedrigen Potenzial, wie zum Beispiel einfache technische Aufgaben, tiefergehende Begründungen eher schwer zu finden sind. Obwohl diese Aufgaben auch einen Wert für den Unterricht haben, beispielsweise die Entwicklung von Automatismen, könnte deren Implementation im Unterricht für Lehrkräfte eher unkompliziert sein. Es ist plausibel, dass die Implementierung von Aufgaben mit einem höheren Aufgabenpotenzial, welches zum Beispiel Aufgaben mit kognitiven Konflikten oder mehreren Lösungsmöglichkeiten sind, zumindest ein gewisses Bewusstsein für das Aufgabenpotenzial erfordert. Es wäre folglich problematisch, wenn Lehrkräfte der RQ Gruppe nicht nur daran scheitern, diese Aspekte bezüglich des Lernprozess zu erörtern, sondern - obwohl sie diese Aufgaben für ihren Unterricht auswählen - ihnen diese lernförderlichen Aspekte der Aufgabe bei der Auswahl nicht bewusst sind.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass deutliche Spuren von Aspekten der Unterrichtsqualität in den Begründungen der Lehrkräfte gefunden werden können. Es zeigen sich außerdem erste Anzeichen von Unterschieden in Art und Qualität der Begründungen zwischen Lehrkräften unterschiedlicher Qualifikationen. Die durchgeführte explorative Studie erlaubt keine endgültigen Schlussfolgerungen in diesem Forschungsgebiet. Dies liegt neben dem explorativen Ansatz, sowohl an der geringen Stichprobengröße von $N = 17$ Lehrkräften als auch an dem Design der Studie: Die Lehrkräfte sollten zu einem sehr begrenzten mathematischen Inhalt, mit einem vorgegebenen eingeschränkten Lernziel eine Unterrichtseinheit planen. Somit kann nicht eindeutig geklärt werden, ob die oben genannten Unterschiede in der Tat Indikatoren für ein unterschiedliches Bewusstsein von Unterrichtsqualität sind. Dennoch sollen - unter der Annahme, dass die Art und Qualität der Begründungen von Lehrkräften zumindest ein Indikator für einen adäquaten Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung sind - Aspekte, die für kognitive Lerngelegenheiten relevant sind, wie zum Beispiel kognitive Aktivierung, Vernetzung und Zielklarheit, besondere Beachtung in Planungsprozessen und der Auswahl von Aufgaben finden.

Die COACTIV-Studie ergab wenig neue Einblicke über die Hintergründe der Aufgabenanordnung in der Unterrichtsplanung von Lehrkräften. Die vorliegende Arbeit verwendet zur Erhebung und Untersuchung der Aufgabenanordnung auch einen quantitativ orientierten, aber im Gegensatz zur COACTIV-Studie stärker explorativen und offenen Ansatz. Insbesondere wird dabei auch die Methode des lauten Denkens verwendet. Die Ergebnisse dieser Studie zeigen, dass sich auch mit einer offenen Methodik keine systematischen Einsichten über den Einsatz von Kriterien der Aufgabensequenzierung - über sehr einfache Heuristiken hinaus - identifizieren lassen. Auch eine explizite Frage nach der Anordnung der Aufgaben ergibt Begründungen bezüglich einzelner Aufgaben und nicht bezüglich der ganzen Aufgabensequenz. Die Aufgabenanordnung scheint ein eher intuitives Vorgehen der Lehrkräfte zu sein, welches für sie schwer verbalisierbar ist.

Ein Hauptziel der Vorstudie war die Exploration des Forschungsgebiets und die Generierung von Möglichkeiten für eine systematische Erfassung der Unterrichtsplanung mit Aufgaben. Die Ergebnisse bestätigen den Ansatz, den Umgang mit Aufgaben mit dem

theoretischen Konzept der professionellen Wahrnehmung zu erfassen: Es konnte gezeigt werden, dass Lehrkräfte bei ihrem Vorgehen Begründungen liefern, welche sich zum Teil auf lernwirksame Merkmale beziehen (*Erkennen* von lernwirksamen Merkmalen); außerdem war es möglich, erste Differenzierungen bezüglich der Qualität der Begründungen festzustellen. Die unterschiedlichen Begründungsqualitäten - auch wenn diese noch nicht so ausdifferenziert werden können, wie es in der Theorie der professionellen Wahrnehmung beschrieben wird - von Lehrkräften verschiedener Qualifikationen, legen die Vermutung nahe, dass im Umgang mit Aufgaben unterschiedliche Anforderungen gelten. Dabei könnte auch das professionelle Wissen der Lehrkräfte eine Rolle spielen. Da sich die Lehrkräfte aber nicht im Potenzial der gewählten Aufgaben unterscheiden, scheint ein alleiniger Fokus auf die Auswahl der „richtigen“ Aufgabe, als zentrale Anforderung im adäquaten Umgang mit Aufgaben, als nicht ausreichend. Es stellt sich die Frage, ob Lehrkräfte unterschiedlicher Qualifikation das Potenzial von Aufgaben unterschiedlich erkennen beziehungsweise wahrnehmen. Die Ergebnisse der Vorstudie geben erste Hinweise darauf. Zur differenzierten Untersuchung ist aber eine genauere Betrachtung und Erfassung der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial von Lehrkräften in der Unterrichtsplanung notwendig. Dies ist Inhalt der folgenden Kapitel.

6. Hauptstudie

Die Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht wurde im Abschnitt 3.1 analysiert. Aufgaben gelten als zentrale Lerngelegenheit und sind ein wesentliches Instrument der Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften. Sie haben eine entscheidende Rolle für die Unterrichtsqualität (Baumert et al., 2010; Stein & Lane, 1996). Der lernförderliche Umgang mit Aufgaben gilt sowohl in der Unterrichtsplanung als auch im Unterricht selbst als Teil der professionellen Kompetenz einer Mathematiklehrkraft (3.3). Trotzdem werden in der Unterrichtspraxis Aufgaben mit einem niedrigen Potenzial genutzt (Jordan et al., 2008; Neubrand et al., 2011), oder das Potenzial von Aufgaben wird nicht auf die intendierte Weise verwendet (Stein et al., 1996; Stigler & Hiebert, 2004; Hiebert et al., 2003). Es wird angenommen, dass die Nutzung des Aufgabenpotenzials im Mathematikunterricht neben dem professionellen Wissen auch von der reflexiven Kompetenz, im Speziellen vom Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung, abhängig ist. Eine theoretische und empirische Beschreibung der für einen erfolgreichen Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung relevanten Planungsprozesse fehlt jedoch bislang. Das Desiderat der vorliegenden Arbeit ist die theoretische Grundlegung und empirische Beschreibung der Frage, wie sich die professionelle Kompetenz einer Lehrkraft im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung äußert. Die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials wird dabei als wichtige Bedingung für einen erfolgreichen Umgang mit Aufgaben in der Planungsphase angenommen. In den Abschnitten 3.1.3 und 4 erfolgte die theoretische Klärung des Begriffs des Aufgabenpotenzials und der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. Zur Bedeutung des Umgangs mit Aufgaben innerhalb der professionellen Kompetenz fand in Abschnitt 3.3.2 eine theoretische Einordnung in vorhandene Kompetenzmodelle statt. Die Abbildung zum angenommenen Arbeitsmodell (Kapitel 4) verdeutlicht die vermuteten Zusammenhänge zwischen den individuellen Voraussetzungen (fachdidaktisches und fachliches Wissen), dem Planungsprozess (professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials) und den Planungsergebnissen. Zur Erfassung des Prozesses und der Ergebnisse im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung müssen Instrumente entwickelt werden, da bisher kein Erhebungsinstrument vorhanden ist. In einer explorativen Vorstudie konnten Anforderungen und Prozesse im Umgang mit Aufgaben in der Planungsphase identifiziert werden, welche die Grundlage für die Entwicklung der Instrumente für die Hauptstudie darstellen.

6.1. Ziele und Fragestellungen

Es ergeben sich die folgenden wesentlichen Ziele für die Hauptstudie:

- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen individuellen Voraussetzungen, dem Prozess und den Ergebnissen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung.
- Entwicklung geeigneter Instrumente zur Erfassung von Planungsprozess und Ergebnissen der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben.

Für eine bessere Einordnung der Detailfragen wird in Abbildung 6.1 als Überblick nochmal das Modell präsentiert, welches der Hauptstudie zugrunde liegt. Die Fragestellungen der deskriptiven Analyse der entwickelten Skalen sind insbesondere:

- Inwieweit erkennen Lehrkräfte das Aufgabenpotenzial im Vergleich zu der Einschätzung von Experten?
- Auf welchem Niveau analysieren Lehrkräfte Aufgaben?
- Mit welchen Impulsen bereiten Lehrkräfte die Implementation der Aufgaben vor? Inwieweit sind diese aus einer fachdidaktisch-normativen Sicht geeignet?
- Welche Aufgabenmerkmale ziehen Lehrkräfte für die Aufgabenauswahl heran?
- Inwieweit beziehen sich Lehrkräfte hierbei auf lernwirksame Merkmale¹?

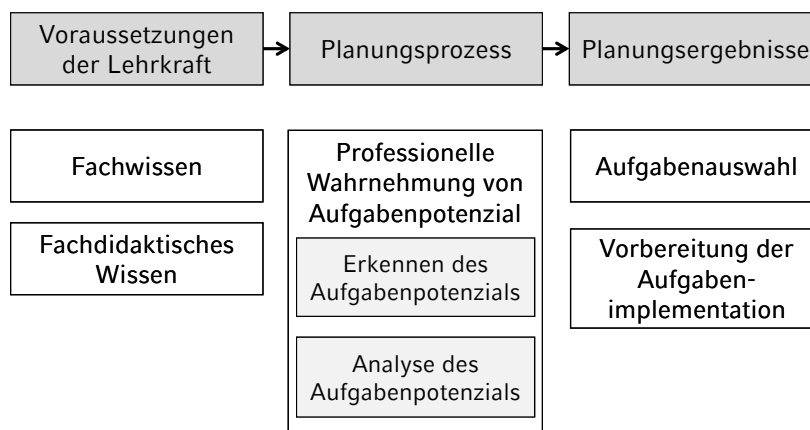


Abbildung 6.1.: Modell der Zusammenhänge zwischen Planungsprozess und Ergebnissen der Unterrichtsplanung unter Berücksichtigung individueller Lehrkraftvoraussetzungen

In der explorativen Vorstudie wurde das Vorgehen in der Unterrichtsplanung von regulären Lehrkräften mit dem von gezielt ausgewählten *Expertenlehrkräften*, von denen man annahm, dass sie spezifische fachdidaktische Kenntnisse aufweisen, verglichen. Die

¹Dies sind Merkmale von Unterrichtsqualität, die im Zusammenhang mit einem erfolgreichen Lernprozess angenommen werden (siehe Abschnitt 1).

Interviewstudie gibt Hinweise auf Unterschiede in Art und Qualität der Begründungen der Aufgabenauswahl zwischen Mathematiklehrkräften mit regulären und zusätzlichen² Qualifikationen. Dieses Ergebnis ist vor allem unter der Annahme interessant, dass ein Fokus auf lernprozessorientierte Aufgabenmerkmale bei der Auswahl, Prädiktor für erfolgreiche Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben ist. Ergebnisse der COACTIV-Studie zeigen aber, dass eine steigende Berufserfahrung nicht zwangsläufig mit einem höheren professionellen Wissen einhergeht (Brunner et al., 2006b; Krauss et al., 2008b).

Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob sich Lehrkräfte in der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und in Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben unterscheiden:

- Lassen sich Lehrkraftgruppen identifizieren, die sich in der Art der Begründung ihrer Aufgabenauswahl unterscheiden?
- Unterscheiden sich Lehrkräfte verschiedener Ausbildungsniveaus bezüglich der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial?
- Unterscheiden sich Lehrkräfte verschiedener Ausbildungsniveaus bezüglich Planungsergebnissen, also der Aufgabenauswahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation?

Die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial umfasst in Anlehnung an die professionelle Unterrichtswahrnehmung (Sherin, 2007) die Komponenten des Erkennens und der Analyse (Begründungen) des Aufgabenpotenzials. In Untersuchungen zur professionellen Wahrnehmung in der Unterrichtsbeobachtung wird aus theoretischer Sicht angenommen, dass das Erkennen und die Analyse interagieren (Blomberg et al., 2011; Sherin, 2007). Sie gelten nicht als isolierte Elemente eines geradlinigen Prozesses. Das was die Lehrkraft wahrnimmt, kann die Begründung die sie angibt beeinflussen. Darüber hinaus können die Erwartungen und das Wissen einer Lehrkraft ihre professionelle Wahrnehmung beeinflussen (Sherin, 2007). Es gibt bislang nur wenige empirische Arbeiten, die den Zusammenhang zwischen dem Erkennen und Begründen überprüfen. König et al. (2014) untersuchten mit Methoden der probabilistischen Testtheorie die Struktur der professionellen Wahrnehmung und stellten in ihren Ergebnissen fest, dass die Fähigkeit einer Lehrkraft Unterrichtssituationen wahrzunehmen und zu begründen zweidimensional ist und die beiden Komponenten nur schwach zusammenhängen. Eine Untersuchung bezüglich dem Erkennen und der Analyse des Aufgabenpotenzials ist bislang nicht bekannt.

Die Frage zur Untersuchung der empirischen Struktur der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial ist folgende:

- Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, dem Erkennen und der Analyse des Aufgabenpotenzials?

²Erinnerung: Diese Lehrkräfte sind oder waren für die Lehre von Mathematikdidaktik an der Universität zuständig, arbeiten bei der Lehrplanerstellung mit oder sind verantwortlich für die Fachbetreuung an der Schule mit langjähriger Unterrichtserfahrung.

Hauptziel der Arbeit ist die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen individuellen Voraussetzungen für die Unterrichtsplanung, dem Planungsprozess und dem Planungsergebnis³.

Es wird erwartet, dass das professionelle Wissen eine Voraussetzung für die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial darstellt, welche als Teil der reflexiven Kompetenz gesehen wird. Diese Annahme ist auf die Ergebnisse von Lindmeier (2011) zurückzuführen, die in einer Machbarkeitsstudie einen Zusammenhang zwischen dem professionellen Wissen und der reflexiven Kompetenz von Lehrkräften der Sekundarstufe aufzeigen konnte. Dieser Zusammenhang bestätigt sich auch in einer Studie mit Grundschullehrkräften (Knievel et al., 2015). Außerdem würde eine Verbindung zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben beispielsweise bedeuten, dass Lehrkräfte, die bei der Begründung ihrer Aufgabenauswahl auf lernprozessbezogene Merkmale der Aufgaben eingehen und Auswirkungen der Aufgabenmerkmale auf den weiteren Lernprozess in Betracht ziehen, eher eine didaktisch geeignete Aufgabe auswählen und deren Implementation adäquat vorbereiten. Eine weitere Hypothese ist, dass die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial eine mediierende Rolle zwischen dem fachdidaktischen Wissen und den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben einnimmt. Somit wäre die professionelle Wahrnehmung eine Voraussetzung für erfolgreiche Planungsergebnisse.

Hierzu stellen sich folgende Fragen:

- Inwiefern bestehen Zusammenhänge zwischen dem fachdidaktischen und fachlichen Wissen und den Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial?
- Inwiefern bestehen Zusammenhänge zwischen den Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben?
- Bleiben etwaige Zusammenhänge der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial mit den Planungsergebnissen unter Kontrolle des professionellen Wissens erhalten?

Um diese Fragen zu untersuchen, wurde ein Fragebogen entwickelt, der von angehenden und praktizierenden Lehrkräften der Sekundarstufe bearbeitet wurde. Den Schwerpunkt der Arbeit zu Beginn des Kapitels bildet gemäß den formulierten Hauptzielen die Entwicklung geeigneter Instrumente. Auf Basis des theoretischen Hintergrunds wird die für die Arbeit entwickelte Operationalisierung der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und der Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben herausgearbeitet. Außerdem wird darauf eingegangen, wie die dadurch erhaltenen Daten kodiert und ausgewertet wurden.

³Dabei steht die Frage im Fokus, welche Zusammenhänge sich auf Basis des Materials abbilden lassen. Es geht nicht um die Beschreibung der Stärke des Zusammenhangs verschiedener Gruppen.

6.2. Gütekriterien für die Entwicklung der Instrumente

Für die Hauptstudie wurde ein Instrument erarbeitet, das sowohl Indikatoren für Qualitätsfacetten und deskriptive Facetten des Planungsprozesses im Hinblick auf die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial als auch Indikatoren für die Qualität von Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben erheben soll. Die Grundlage für die Entwicklung eines jeden Instruments ist eine theoriegeleitete Rahmenkonzeption. Die Darlegung des theoretischen Hintergrunds der vorliegenden Arbeit erfolgte in den Kapiteln 3.1 und 3.3 und ist die Basis für die in diesem Kapitel vorgestellte Instrumententwicklung und Kodierung der Items. Die Items des Fragebogens zur Erfassung der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen wurden neu entwickelt⁴. Nach Bortz und Döring (2006) sollte ein selbst entwickeltes Instrument den folgenden Minimalanforderungen genügen:

1. „Die Items sollen möglichst homogen sein, d.h. einheitlich das interessierende Merkmal messen (Eindimensionalität).
2. Die Items sollten möglichst viele Ausprägungsgrade des Merkmals repräsentieren (hohe Streuung der Schwierigkeitsindizes).
3. Jedes Item sollte möglichst eindeutig Personen mit starker Merkmalsausprägung von Personen mit schwächerer Merkmalsausprägung trennen (hohe Trennschärfe der Items).
4. Die Vorschriften für die Auswertung der Itemantworten sollten möglichst eindeutig formuliert sein (hohe Testobjektivität).
5. Die Anzahl und Formulierung der Items sollten eine möglichst verlässliche Merkmalsmessung gewährleisten (hohe Testreliabilität).
6. Es sollte theoretisch begründet und empirisch belegt sein, dass die Items tatsächlich das Zielkonstrukt erfassen (hohe Validität der einzelnen Items und des Gesamttestwertes).“ (Bortz & Döring, 2006, S. 222)

Die Minimalanforderungen werden durch die Analyse der Skalen in Abschnitt 8.1 überprüft. Die Entwicklung und der Einsatz eines ausführlichen Kodiermanuals zur Auswertung der Itemantworten soll zur Objektivität des Instruments beitragen. Die theoretische Ausarbeitung, welche Grundlage für die Entwicklung der Instrumente war, trägt zur Validität des Erhebungsinstruments bei. Da das Konstrukt der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial bis jetzt noch nicht in anderen Arbeiten erfasst wird, kann eine vollständige Validität nicht garantiert werden. Dies wird zu einem späteren Zeitpunkt noch genauer diskutiert.

⁴Bei dem Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials erfolgt teilweise eine Orientierung an den Kategorien von Jordan et al. (2006) und Hugener et al. (2006). Die Items zum fachdidaktischen und fachlichen Wissen entstammen der COACTIV-Studie (Baumert et al., 2009).

6.3. Überblick über die Instrumente und wesentliche Entscheidungen

Überblick Fragebogen
Personenbezogene Daten
Einführung
Unit 1
Beschreibung Unterrichtssituation inkl. Lernziel, zwei Aufgaben Analyse (Begründung) Setting 1 (Wahl; offen) Aufgabenauswahl Erkennen lernzielspezifisches Aufgabenpotenzial Begründung Wahl (geschlossen)
Unit 2
wie Unit 1, nur andere Unterrichtssituation
Unit 3
Beschreibung Unterrichtssituation inkl. Lernziel, zwei Aufgaben Analyse (Begründung) Setting 2, Aufgabe 1 Analyse (Begründung) Setting 2, Aufgabe 2 Aufgabenauswahl
Unit 4
Beschreibung Unterrichtssituation inkl. Lernziel, zwei Aufgaben Analyse (Begründung) Setting 2, Aufgabe 1 Analyse (Begründung) Setting 2, Aufgabe 2 Aufgabenauswahl Erkennen lernzielspezifisches Aufgabenpotenzial Begründung Wahl (geschlossen)
Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) 1
Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) 2
Erkennen generelles Aufgabenpotenzial
Test zu fachdidaktischem Wissen (4 Items)
Test zu fachlichen Wissen (6 Items)

Abbildung 6.2.: Überblick über den Aufbau des Fragebogens

Mithilfe der explorativen Interviewstudie (Kapitel 5) wurde versucht, wesentliche Anforderungen im Umgang mit Aufgaben zu identifizieren. Darauf aufbauend ist eines der Ziele der Hauptstudie, Zusammenhänge und Strukturen der Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, der Planungsergebnisse und dem professionellen Wissen von Lehrkräften zu untersuchen. Zu deren Analyse eignen sich vor allem quantitative Methoden (Bortz & Döring, 2006), weswegen für die Hauptstudie ein Fragebogen im Paper-Pencil-Design entwickelt wurde.

Den Großteil des Fragebogens bilden vier *Aufgabenunits*. In jeder Unit werden Fragen zu jeweils zwei Aufgaben beantwortet. In diesen Units wird erfasst, inwieweit Lehrkräfte das Aufgabenpotenzial erkennen und analysieren. Mit der Aufgabenauswahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation werden Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben erhoben. Abschließend folgen Fragen zum fachdidaktischen und fachlichen Wissen. Abbildung 6.2 gibt einen Überblick über den Aufbau des Fragebogens mit den verschiedenen Instrumenten.

6.4. Vorstellung der Instrumente

In diesem Kapitel werden die Instrumente des Fragebogens vorgestellt.

6.4.1. Personenbezogene Daten

Vor der Bearbeitung des Hauptteil des Fragebogens wurden die Lehrkräfte nach persönlichen Angaben gefragt. Neben persönlichen Informationen wie dem Alter und dem Geschlecht, finden sich Fragen zum Studium (unterrichtetes/studiertes Zweitfach und Schulart), zur allgemeinen Qualifikation (Jahre der Berufserfahrung und zusätzliche didaktische Qualifikationen beziehungsweise Semesteranzahl und abgeleitete Praktika), und zur Unterrichtserfahrung zum Thema Bruchaddition (Häufigkeit des Unterrichtens beziehungsweise spezielles fachdidaktisches Wissen aus universitären Veranstaltungen). Insgesamt erhielten die Studierenden sieben und die Lehrkräfte acht Fragen zu ihrem persönlichen Hintergrund.

6.4.2. Einführung

Nach Haertel (1991) bieten Untersuchungen in einer alltäglichen Unterrichtssituationen ein hohes Maß an Augenscheinvalidität (vgl. Lindmeier, 2011). Da das Verhalten in „realen“ Situationen schwer kontrollierbar und vergleichbar ist, ergibt sich ein Reliabilitätsproblem. Allein die Rahmenbedingungen, in denen die Planung abläuft, sind je nach Lehrkraft sehr unterschiedlich (wann wird wie lange wofür was geplant? z. B. Tebrügge, 2001). Deswegen wurde für die vorliegende Studie ein Kompromiss gefunden, um vergleichbare Bedingungen zu schaffen und trotzdem die Arbeit mit einer „realen“ Anforderung umzusetzen: Als einführende Gedanken zur Bearbeitung sollten Lehrkräfte die Planung einer Unterrichtseinheit zur Addition ungleichnamiger Brüche antizipieren. Hierfür wurde ein grobes Lernziel vorgegeben (Erlangen eines fundierten Verständnisses der Addition ungleichnamiger Brüche), eine grobe Charakterisierung der Lerngruppe (heterogene Klassenzusammensetzung, durchschnittliches mittleres Niveau) und eine Einbettung der Unterrichtseinheit. Als schon behandelte Themen wurden vorgegeben:

- Erweitern und Kürzen von Brüchen
- Gemischte Zahlen
- Größenvergleich von Brüchen
- Darstellung von und die Arbeit mit Brüchen am Kreis- und am Rechteckmodell
- Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche

Um die Antworten auf die Unterrichtsplanung (und nicht auf die mögliche Implementation) zu fokussieren und vergleichbare Ergebnisse zu gewährleisten, sollen sich die Lehrkräfte bei der Beantwortung aller Items, immer auf die vorgestellte Aufgabe beziehen und nicht darauf, wie sie die Aufgabe eventuell für den Unterricht verändern würden. Aus Zeitgründen wiederholen sich teilweise die Aufgaben im Fragebogen zu verschiedenen Items. Dies hat eine gezielte Anordnung der Items zur Folge sowie den Verweis, dass ein Zurückblättern während der Bearbeitung nicht gestattet ist.

6.4.3. Planungsprozess

Im folgenden Abschnitt wird vorgestellt, wie die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials als wesentliches Element des Planungsprozesses im Umgang mit Aufgaben operationalisiert wird.

Der Fragebogen ist größtenteils in Aufgabenunits organisiert. Nach einer Aufgabenunit, welche man auch als mehrstufigen Itemblock betrachten kann, folgt eine weitere Aufgabenunit. In jeder Unit werden die Aufgaben in eine konkrete Unterrichtssituation eingebettet. Dazu wird das Vorwissen der fiktiven Lerngruppe erläutert (z. B. „Gehen Sie davon aus, dass die Addition ungleichnamiger Brüche zuvor mit dem Rechteckmodell erarbeitet wurde.“) und das Ziel, das mit der Aufgabe erreicht werden soll, vorgegeben. Die Ziele der vier Units sind:

- Erarbeitung der wesentlichen Zusammenhänge der Bruchaddition ungleichnamiger Brüche.
- Weitere Vertiefung des Verständnisses für das Vorgehen bei der Bruchaddition.
- Diskussion typischer Schülerfehler oder Fehlkonzepte.
- Förderung des Aufbaus heuristischer Strategien, die zur Lösung komplexer Probleme notwendig sind.

Erkennen des Aufgabenpotenzials

Mit dem Instrument wird unter anderem erfasst, ob und inwieweit Lehrkräfte das Aufgabenpotenzial erkennen. Die Lehrkräfte wurden aufgefordert, verschiedene vorgegebene Beschreibungen des Aufgabenpotenzials („Prompts“) einzuschätzen. Es wird zwischen dem Erkennen des *lernzielspezifischen* und des *generellen* Aufgabenpotenzials unterschieden. Bei ersterem steht das Erkennen, ob und inwieweit die Lernenden gegebene Lernziele bei selbstständiger Aufgabenbearbeitung erreichen können im Fokus. Dafür wurden für drei der vier Units sehr detaillierte und inhaltspezifische Lernziele für die einzelnen Aufgaben ausgearbeitet. Die Einschätzung jedes Lernziels erfolgt für beide Aufgaben der jeweiligen Unit mithilfe einer Ratingskala. Die Skala weist einen fünfstufigen Differenzierungsgrad auf und ist bipolar aufgebaut. Die Antwortalternativen wurden folgendermaßen benannt: *stimme nicht zu*, *stimme eher nicht zu*, *neutral*, *stimme eher*

zu, *stimme voll zu*. Die vorgegebenen Lernziele sollen gut zwischen den beiden Aufgaben differenzieren. Im Fokus des Erkennens steht nicht die eigenständige, wissensbasierte (Re-)Produktion der Merkmale.

Die Items zur Operationalisierung des Erkennens des *generellen* Aufgabenpotenzials erfassen, inwieweit sowohl die Art der zur Lösung der Aufgabe notwendigen Denkprozesse und Tätigkeiten sowie didaktischen Merkmale der Aufgabe, als auch der Komplexitätsgrad der Denkprozesse beziehungsweise das Niveau der Tätigkeiten und didaktischen Merkmale der Aufgabe erkannt wird. Dafür werden Merkmale des generellen Aufgabenpotenzials beschrieben, welche bezüglich ihrer Komplexität beziehungsweise ihres Niveaus ausdifferenziert werden. Diese Beschreibungen sind angelehnt an schon entwickelte Kategorisierungsschemata (Hugener et al., 2006; Jordan et al., 2006, s. a. Kapitel 3.1.2). Die Merkmale, deren ausführliche Beschreibung sich im Anhang C befindet, sind:

- Mathematische Darstellungen
- Mathematisches Argumentieren
- Modellieren
- Kognitive Anforderungen
- Sprachliche Anforderungen
- Schülerorientierung
- Multiple Lösungswege⁵
- Fehler

Die gewählten Merkmale erfassen sowohl kognitive Prozesse als auch didaktische Merkmale der Aufgaben (vgl. Abschnitt 3.1.3). Die Merkmale der kognitiven Prozesse wurden der Aufgabenkategorisierung der COACTIV-Studie zur Beschreibung mathematischer Tätigkeiten und der sprachlichen Anforderungen entnommen (Jordan et al., 2006) und sprachlich vereinfacht. Die Kategorie *Schülerorientierung* wurde in Anlehnung an Hugener et al. (2006) entwickelt. Die Merkmale *Multiple Lösungswege* und *Fehler* sind Eigenentwicklungen.

Das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials bildet einen eigenständigen Block im Fragebogen. Nachdem alle Units sowie Impulse bearbeitet wurden, sollen die Lehrkräfte zu jeder Aufgabe des Fragebogens zu den jeweils vorgegebenen Merkmalen ihre Einschätzung treffen. Sie erhalten dafür folgende Instruktion:

Uns interessieren im Folgenden die Denkprozesse und Tätigkeiten, die die Lernenden bewältigen müssen, wenn sie die Aufgaben selbsttätig bearbeiten. Beziehen Sie sich bitte für die Beantwortung der Fragen immer auf die Ihnen vorgestellte Aufgabe und nicht darauf, wie Sie die Aufgabe eventuell für

⁵Musste für die Auswertung ausgeschlossen werden, da die Bildung einer Expertennorm aufgrund variierender Einschätzungen nicht möglich war.

den Unterricht verändern würden. Kreuzen Sie an, welche der vorgegebenen Beschreibungen für eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe zutreffen beziehungsweise nicht zutreffen. Es können auch mehrere Aussagen zutreffen.

Pro Aufgabe enthält der Fragebogen zwei bis drei Merkmale mit jeweils drei bis vier Ausdifferenzierungen zur Einschätzung, so dass gewährleistet ist, dass jedes Merkmal des generellen Aufgabenpotenzials mindestens zwei Mal eingeschätzt wird. Diese Ausdifferenzierung orientiert sich an üblichen Stufungen, wie sie beispielsweise in der Kategorisierung von Jordan et al. (2006) vorgenommen wird. Die Einschätzung ist nicht exklusiv, es können also mehrere Ausdifferenzierungen für eine Aufgabe zutreffen. Um eine bewusste Entscheidung für oder gegen jede einzelne Ausdifferenzierung zu gewährleisten, soll für jede einzelne Stufe eine dichotome Einschätzung (*trifft zu*, *trifft nicht zu*) getroffen werden. Ein Itembeispiel zeigt Abbildung 6.3.

Kreuzen Sie an, welche der vorgegebenen Beschreibungen für eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe zutreffen bzw. nicht zutreffen. Es können auch mehrere Aussagen zutreffen.		
Mathematische Darstellungen:		
<i>Der Begriff der „Darstellungen“ bezieht sich hier auf Bilder (Graph, Tabelle, etc.), Symbole und Material, die zur Aufgabebearbeitung notwendig sind.</i>	<i>trifft nicht zu</i>	<i>trifft zu</i>
Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...		
... die Verwendung mathematischer Darstellungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... Darstellungen mittels gegebener Information anzufertigen oder Informationen aus einer gegebenen Darstellung zu entnehmen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... Zusammenhänge zwischen Darstellungen zu analysieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... Darstellungen zu beurteilen oder zu reflektieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Schülerorientierung	<i>trifft nicht zu</i>	<i>trifft zu</i>
Die Aufgabe bietet den Lernenden die Möglichkeit, eigenständig mathematisch zu arbeiten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Aufgabe bietet den Lernenden Wahlmöglichkeiten in der Art der Aufgabebearbeitung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Aufgabe kann Lernenden unterschiedlicher Leistungsniveaus Lerngelegenheiten bieten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung 6.3.: Itembeispiel zur Einschätzung des generellen Aufgabenpotenzials

Analyse des Aufgabenpotenzials

Zur professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial gehört neben dem Erkennen auch die Analyse und Begründung, warum Aufgaben das ihnen zugewiesene Potenzial haben, warum sie sich also z. B. eignen, verschiedene Lernprozesse anzuregen. Das Aufgabenpotenzial beinhaltet eine generelle und eine lernzielspezifische Komponente (Abschnitt 3.1.3). Vor allem das lernzielspezifische Aufgabenpotenzial ist abhängig von der jeweiligen Situation, in der die Aufgabe eingesetzt wird. Auch das generelle Potenzial ist in dem Sinne situationsabhängig, dass eine Aufgabe bezüglich eines Merkmals ein generelles Potenzial (z. B. Modellieren) haben kann, dieses aber für eine gewisse Situation nicht von Bedeutung ist, sondern die Förderung einer anderen Komponente des generellen Potenzials im Vordergrund steht. Die Erfassung der Begründung des Aufgabenpotenzials bedarf folglich der Einbettung der Aufgabe in eine konkrete Unterrichtssituation. Im Fragebogen geschieht dies für jede Unit, indem das Vorwissen der fiktiven Lerngruppe erläutert (z. B. „Gehen Sie davon aus, dass die Addition ungleichnamiger Brüche zuvor mit dem Rechteckmodell erarbeitet wurde.“) und das Ziel, das mit der Aufgabe erreicht werden soll, vorgegeben wird.

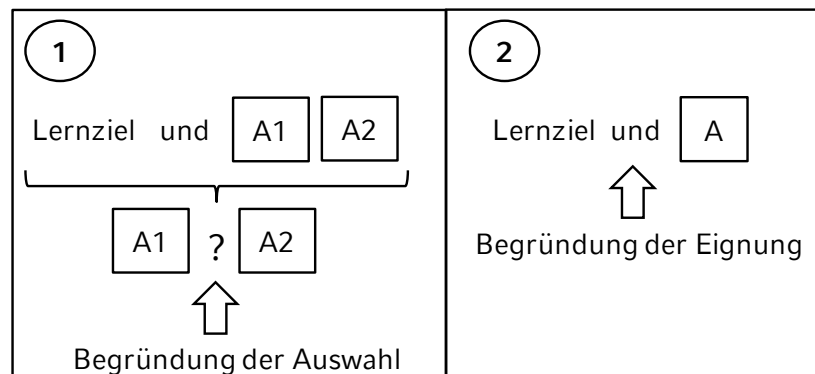


Abbildung 6.4.: Schematische Darstellung der beiden Itemtypen zur Erfassung der Analyse (Begründung) des Aufgabenpotenzials

Vor allem das Potenzial einer Aufgabe zur kognitiven Aktivierung steht im Zusammenhang mit einem erfolgreichen Lernen. Deswegen liegt der Fokus der Erhebung explizit auf dem Lernprozess. Ziel ist es, unter anderem zu untersuchen, inwieweit Lehrkräfte qualitativ hochwertige, auf den Lernprozess bezogene, Begründungen bezüglich des Aufgabenpotenzials angeben.

Abbildung 6.4 stellt schematisch die zwei Itemtypen vor, die die Begründung des Aufgabenpotenzials erfassen. Die beiden Typen beinhalten Substrate alltäglicher Unterrichtssituationen, weswegen die Begründung für nur eine beziehungsweise maximal zwei Aufgaben erforderlich ist. Die Annahme ist, dass diese beiden Itemtypen die Kernanforderung jeder, die Auswahl von Aufgaben betreffende, Unterrichtsvorbereitung darstellen. Dabei variieren sie in der Offenheit der Fragestellung und des Antwortformats.

Itemtyp 1 (insgesamt zwei Items) gibt ein Lernziel vor und zwei Aufgaben. Lehrkräfte sollen eine der beiden Aufgaben auswählen, die ihrer Meinung nach besser ge-

eignet ist, um das vorgegebene Lernziel zu erreichen. Die Instruktion lautet: „Nennen Sie die Aufgabenmerkmale, die Sie für Ihre Entscheidung in Betracht ziehen und geben Sie an, warum diese für Ihre Entscheidung wichtig sind. Hierbei sind vorrangig diejenigen Merkmale von Interesse, die relevant für den angestrebten Lernprozess sind.“ Die Begründungen sollen an konkreten Aufgabenmerkmalen festgemacht werden. Diese Einschränkung ist unter anderem notwendig, da die explorative Interviewstudie und Pilotierung zeigte, dass ohne eine Fokussierung, Begründungen zur Auswahl sehr breit werden können, also zum Beispiel über einzelne, konkrete Schülerinnen und Schüler oder die ganz genau mögliche Aufgabenimplementation. Zur Vermeidung von Antworten im Schlagwortformat, wird außerdem pro Aufgabenmerkmal eine Begründung explizit eingefordert („Warum ist das für Ihre Auswahl wichtig?“). Das Beispielim in Abbildung 6.5 zeigt diese Umsetzung⁶. Insgesamt ist die Angabe von bis zu fünf Begründungen möglich.

Sie sollen im Folgenden nun eine der beiden Aufgaben auswählen, die Ihrer Meinung nach besser geeignet ist, um ... (Lernziel).

Nennen Sie die Aufgabenmerkmale, die Sie für Ihre Entscheidung in Betracht ziehen und geben Sie an, warum diese für Ihre Entscheidung wichtig sind.
Hierbei sind vorrangig diejenigen Merkmale von Interesse, die relevant für den angestrebten Lernprozess sind.

Aufgabenmerkmal	Warum ist das für Ihre Auswahl wichtig?	Aufgabe weist Merkmal auf		Spricht eher für die Wahl von Aufgabe		
		1	2	1	neutral	2
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung 6.5.: Überblicksdarstellung des Itemformats zur Erfassung der Begründung der Aufgabenauswahl

Als Ergänzung dieser beiden offenen Items des ersten Itemtyps werden anschließend im Fragebogen verschiedene Kriterien im geschlossenen Format vorgegeben, die bei der Aufgabenauswahl für das gegebene Lernziel relevant sein können. Die Lehrkräfte sollen auf einer vierstufigen Likert-Skala von *unwichtig* bis *sehr wichtig* angeben, wie wichtig ihnen die jeweiligen Kriterien bei der Entscheidung für die Auswahl einer Aufgabe waren. Die Kriterien orientieren sich an den Ergebnissen der explorativen Interviewstudie. Diese Items dienen mitunter zur Überprüfung der Validität der offenen Items.

⁶Die ergänzenden anderen Einschätzungen, die im Item zu sehen sind, sind nicht Fokus der Fragestellungen dieser Arbeit und werden an dieser Stelle nicht genauer erläutert.

Itemtyp 2 (insgesamt vier Items) gibt ein konkretes Ziel und *eine* Aufgabe vor. Die Instruktion lautet beispielsweise: „*Geben Sie möglichst viele verschiedene Argumente an, warum Aufgabe 1 geeignet sein kann, um typische Schülerfehler und Fehlkonzepte zu diskutieren. Bitte nummerieren Sie Ihre Argumente.*“ Die beschriebene Situation ist im Vergleich zu Itemtyp 1 offener, da kein direkter Aufgabenvergleich erforderlich ist. Auch das Antwortformat ist offener gestaltet, da zum Beispiel keine gezielte Nachfrage („*Warum ist das für Ihre Auswahl wichtig?*“) wie in Itemtyp 1 für die angegebenen Argumente erfolgt.

Zusammenfassend sind die Items zur Operationalisierung der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial geprägt durch eine klare Beschreibung und Beschränkung der Ausgangssituation sowie des Ziels. Absicht ist unter anderem die Antwortmöglichkeiten zu fokussieren sowie zu beschränken und somit die Kodierung zu erleichtern. Die entwickelten Items sollen bestmöglich die Anforderungen erfassen, die für das Konstrukt der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials (Abschnitt 4) relevant sind.

6.4.4. Planungsergebnisse

Zentrale Frage dieser Arbeit ist, welche aufgabenbezogenen Planungsprozesse einen kompetenten Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften beeinflussen. Anforderungen für einen erfolgreichen Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung sind zum Beispiel die Auswahl geeigneter Aufgaben und eine lernförderliche Vorbereitung der Implementation von Aufgaben. Die Operationalisierung dieser beiden Anforderungssituationen wird im Folgenden dargestellt.

Aufgabenauswahl

Die Auswahl von Aufgaben für ein bestimmtes Lernziel ist eine alltägliche Situation in der Unterrichtspraxis von Mathematiklehrkräften. Den Lehrkräften steht im Schulalltag eine große Bandbreite an Aufgaben zur Verfügung. Wie im Forschungsstand dargelegt, ist die Auswahl von Aufgaben mit hohem Potenzial bedeutend für den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler. Hohes Potenzial bedeutet in diesem Zusammenhang insbesondere, dass die Aufgabe zum Erreichen des Lernziels beiträgt. Abhängig vom Lernziel bedarf es somit eines hohen Niveaus in verschiedenen Facetten des Aufgabenpotenzials (3.1.3), wie beispielsweise bezüglich bestimmter kognitiver Prozesse oder lernzielspezifischer Facetten des Potenzials. Die konkreten, vor allem inhaltlichen Lernziele der Unterrichtsstunde, müssen von der Lehrkraft selbst definiert werden. Der Lehrplan und die Bildungsstandards geben hierfür nur eine grobe Orientierung. Die Offenheit dieser Anforderungen und Situationen führt zu einer Fülle an Handlungsalternativen und kombinatorischen Möglichkeiten für die Unterrichtsplanung und insbesondere für die Auswahl von Aufgaben und Vorbereitung deren Implementation⁷.

⁷Dass Lehrkräfte bei der Unterrichtsplanung eine Vielzahl unterschiedlicher Aufgaben wählen, hat unter anderem die in dieser Arbeit vorgestellte explorative Interviewstudie verdeutlicht.

Um die Aufgabenauswahl mit einem reliablen Instrument erfassen zu können, wird durch verschiedene Eingrenzungen der Rahmenbedingungen ein Kompromiss getroffen, auch wenn das die Inhaltsvalidität einschränkt: Die Aufgabenanzahl für jede Auswahl wird auf zwei Aufgaben beschränkt. Außerdem wird das Lernziel klar umgrenzt vorgegeben. Um dieses Lernziel umzusetzen, soll im Fragebogen eine geeignete Aufgabe aus den beiden gegebenen ausgewählt werden. Das Item zur Aufgabenauswahl folgt anschließend an das Item zur Erfassung der Analyse des Aufgabenpotenzials. Somit wird gewährleistet, dass sich die Lehrkräfte vor ihrer Aufgabenauswahl vertieft mit den Aufgaben auseinandergesetzt haben. Jede Aufgabenunit enthält ein Item zur Aufgabenauswahl, somit gibt es vier Items zur Aufgabenauswahl im Fragebogen. Ein Beispielitem zeigt Abbildung 6.6.

Zusammenfassend, welche Aufgabe ist Ihrer Meinung nach besser geeignet, um die wesentlichen Zusammenhänge der Bruchaddition ungleichnamiger Brüche zu erarbeiten?

Wählen Sie eine Aufgabe.

- Aufgabe 1 Aufgabe 2

Abbildung 6.6.: Beispiel eines Items zur Erfassung der Aufgabenauswahl aus Unit 1

Vorbereitung der Aufgabenimplementation

Als zweite Anforderungssituation neben der Aufgabenauswahl und als Indikator für ein erfolgreiches Planungsergebnis, wurde die Fähigkeit von Lehrkräften, geeignete Impulse für eine Aufgabe und ein Lernziel zu formulieren, gewählt. Also zum Beispiel bei Problemen der Aufgabenbearbeitung adäquate Hilfestellungen zu geben. Die Adäquatheit eines Impulses zeichnet sich dabei nicht nur dadurch aus, dass er inhaltlich korrekt und aus fachdidaktischer Sicht für das vorliegende Lernziel geeignet ist, sondern auch dadurch, dass die Art des Impulses passend ist. Ein Beispielitem, das erfasst, inwieweit Lehrkräfte die Aufgabenimplementation mit Impulsen vorbereiten, ist in Abbildung 6.7 dargestellt.

6.4.5. Fachdidaktisches und fachliches Wissen

Um die Prozesse und Ergebnisse in die bisher untersuchten Aspekte der professionellen Kompetenzen von Lehrkräften einzuordnen, also um Zusammenhänge mit Maßen fachdidaktischen und fachlichen Wissens zu untersuchen, enthält der Fragebogen außerdem vier Items zum fachdidaktischen und sechs Items zum fachlichen Wissen. Diese Items wurden der COACTIV-Studie entnommen, die das fachdidaktische und fachliche Wissen von Mathematiklehrkräften mit einem umfangreichen Instrument analysiert (Baumert et al., 2009). Auf Basis der vorhandenen Referenzdaten und persönlicher Gespräche mit

Wie könnte man mit dem Rechteckmodell $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ berechnen?

Erkläre deine Lösung, indem du ein Papier geeignet faltest und einfärbst.

Denke dir weitere Aufgaben aus!

Sie möchten mit dieser Aufgabe die wesentlichen Zusammenhänge der Bruchaddition ungleichnamiger Brüche erarbeiten. Gehen Sie davon aus, dass die Lernenden Brüche graphisch darstellen und aus Graphiken ablesen können.

Bitte geben Sie kurz möglichst viele verschiedene Impulse an, die Sie den Lernenden geben könnten, **wenn Probleme bei der Aufgabenbearbeitung** auftreten (*bitte nummerieren Sie Ihre Impulse*).

Abbildung 6.7.: Beispiel eines Items zur Erfassung der Vorbereitung der Aufgabenimplementierung mit Impulsen

einer der hauptverantwortlichen Personen der COACTIV-Studie fand die Itemauswahl statt. Die gewählten Items weisen in der COACTIV-Studie eine hohe Trennschärfe auf, deswegen wurde angenommen, dass sie für eine Differenzierung zwischen verschiedenen Niveaus des professionellen Wissens geeignet sind. Die Beantwortung der Items wurde nach dem COACTIV-Codebook für den Test zum fachdidaktischen und fachlichen Wissen mit einer dichotomen Skala kodiert.

6.5. Formale und organisatorische Entscheidungen

Die Bearbeitungszeit des Fragebogens wurde auf 90 Minuten beschränkt. Der zeitliche Rahmen ergibt sich unter anderem angesichts der Konzentrationsleistung, welche aufgrund des anspruchsvollen Fragebogens, der Durchführung der Studie am Nachmittag eines normalen Schultages und zeitlich vor dem Stattfinden einer Fortbildung nicht überbelastet werden sollte. Der Fragebogen enthält als Itemformate Multiple-Choice und offene Fragen, um die Komponenten der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials umfassend und durch verschiedene Ansätze zu erfassen. Den Hauptteil des Fragebogens bildet die Einschätzung und Auswahl von Aufgaben, sowie die Begründung der Einschätzung beziehungsweise Auswahl. Es wird angenommen, dass ein häufiger Aufgabenwechsel im Fragebogen eine hohe kognitive Leistung erfordert, da daraus ein häufiger Fokuswechsel resultiert. Deswegen wird die Anzahl der im Fragebogen verwendeten Aufgaben angesichts der vorgegebenen Zeit begrenzt. Zur Gewährleistung einer ausreichenden Itemanzahl wiederholen sich die Aufgaben teilweise in den verschiedenen Itemformaten, nicht aber innerhalb einer Skala. Die Items sind aber unabhängig voneinander lösbar. Damit die Itembeantwortung nicht durch Items beeinflusst wird,

die vorher gelöst wurden, wurden die Items speziell angeordnet. Wie bereits berichtet, bilden den Großteil des Fragebogens vier *Aufgabenunits*, in denen zu jeweils zwei Aufgaben Fragen beantwortet werden sollen. Am Beginn der Units befinden sich offene Items, anschließend folgen geschlossenen Items. So können beispielsweise keine Antwortmöglichkeiten der Multiple-Choice Fragen als Lösung für das offene Item verwendet werden, da ein Zurückblättern im Fragebogen bei der Bearbeitung verhindert wurde.

Verwendete Aufgaben in den Units

Die Aufgaben sind zum Teil Eigenentwicklungen, zum Großteil entstammen sie gängigen Schulbüchern oder sind Abwandlungen davon (z. B. Brunnermeier, 2005; Eisentraut & Schätz, 2004). Die Aufgaben sollen möglichst aus der alltäglichen Unterrichtspraxis der Lehrkräfte kommen, um eine reale Anforderungssituation zu gewährleisten. In den Units werden jeweils immer zwei Aufgaben in eine konkrete Unterrichtssituation eingebettet. Verdeutlicht wird dies an folgendem Aufgabenbeispiel der ersten Unit (Abbildung 6.8). Die Einbettung der Unit lautete:

In Ihrer Unterrichtsplanung suchen Sie eine zentrale Aufgabe, mit der Sie die wesentlichen Zusammenhänge der Bruchaddition ungleichnamiger Brüche erarbeiten können. Zur Auswahl stehen die nachfolgenden zwei Aufgaben. Bemerkung: Gehen Sie davon aus, dass die Lernenden Brüche grafisch darstellen und aus Grafiken ablesen können.

Aufgabe 1
Kim und ihre Freundin gehen Pizza essen. Kim isst eine Drittel Pizza Salami und zwei Siebtel Pizza Schinken. Lisa isst drei Fünftel Pizza Salami und zwei Drittel Pizza Schinken. Wer hat am meisten Pizza gegessen? Arbeite mit Bruchscheiben und denke dir weitere Aufgaben aus!
Aufgabe 2
Wie könnte man mit dem Rechteckmodell $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ berechnen? Erkläre deine Lösung, indem du ein Papier geeignet faltest und einfärbst. Denke dir weitere Aufgaben aus!

Abbildung 6.8.: Aufgabenbeispiele zur ersten Unit

Mögliche Darstellungsformen für Brüche sind zum Beispiel neben dem Streifenmodell, das Kreis-Modell und das Rechteckmodell (Padberg, 2009). Betrachtet man die beiden

Aufgaben in Abbildung 6.8 bezüglich ihrem generellen Aufgabenpotenzial, ergibt sich für die Verwendung mathematischer Darstellung ein vergleichbares Niveau, da hier Zusammenhänge zwischen verschiedenen Darstellungen analysiert werden sollen. Für das konkrete Lernziel der Erarbeitung grundlegender Ideen der Bruchaddition lässt sich aus fachdidaktischer Sicht argumentieren, dass sich die Rechteckmodellvariante besser eignet. Die Lernenden können erkennen, dass das Aufsuchen einer gemeinsamen Unterteilung im Modell einem Gleichnamigmachen der Brüche entspricht. Es besteht zusätzlich die Möglichkeit, diesen Zusammenhang durch das geeignete Falten von Papier selbst zu entdecken. Verfolgt man das Ziel, dass die Lernenden das Ergebnis der Bruchaddition abschätzen können oder dass sie die *Notwendigkeit* erkennen, dass sie bei der Addition ungleichnamiger Brüche eine gemeinsame Unterteilung finden müssen, wäre die Aufgabe mit dem Kreismodell eher geeignet. Auf vergleichbare Art und Weise variieren die insgesamt acht Aufgaben der vier Units.

Verwendeter Inhaltsbereich - Brüche

Brüche sind ein zentrales mathematisches Inhaltsgebiet in der Unterstufe und stellen einen wesentlichen Teil des Lehrplans dar. Die Bedeutung dieses mathematischen Inhaltsbereichs ist vor allem im Zusammenhang mit der Entwicklung der Verhältnisvorstellung und späteren mathematischen Inhalten wie der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Algebra zu sehen (Clarke, Sukenik, Roche & Mitchell, 2006). Es zeigt sich aber, dass viele Schülerinnen und Schüler - nicht nur in Deutschland - Schwierigkeiten mit der Bruchrechnung haben (Baumert & Köller, 2000; Fazio & Siegler, 2012; ISB, 2001; Wartha, 2007). Diese Probleme werden unter anderem auf Fehlvorstellungen zurückgeführt. Um diesen Problemen und Fehlvorstellungen zu begegnen, wird empfohlen, konzeptuelles Verständnis aufzubauen.

Die Wahl dieses Inhaltsgebiets für die Studie ist insbesondere auch auf seinen fundierten theoretischen sowie empirischen Forschungsstand zurückzuführen (z. B. Fazio & Siegler, 2012; Obersteiner, Dooren, van Hoof & Verschaffel, 2013; Padberg, 2009; Wartha & Güse, 2009). Daraus ergibt sich die Möglichkeit, normative Entscheidungen für die Bewertung festzulegen. Des Weiteren wurde davon ausgegangen, dass der Bereich der Bruchaddition für die meisten Teilnehmer ein vertrautes Thema ist und somit sowohl die Lehrkräfte, die Referendare als auch die Studierenden über die Basiswissenskomponente (Lindmeier, 2011) zu einem gewissen Maß verfügen, beziehungsweise diese wenigstens in Fachdidaktikveranstaltungen kennengelernt haben. Für die vorliegende Arbeit wird eine inhaltliche Begrenzung auf den Bereich der Addition ungleichnamiger Brüche vorgenommen. Die starke inhaltliche Eingrenzung ist für eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse und eine fokussierte, am konkreten Lernziel orientierte Betrachtung notwendig. Mitunter schon in der explorativen Vorstudie zeigte sich diese Notwendigkeit, insbesondere bei der für die Datenauswertung notwendigen Kodierung.

Stoffdidaktischer Überblick - Bruchrechnung

Im Folgenden wird ein kurzer stoffdidaktischer Überblick zum Thema *Bruchrechnung* vorgestellt. Der Bereich der Bruchrechnung ist ein auch aus didaktischer Sicht sehr

umfassender Bereich, der hier nicht in seiner Gesamtheit dargestellt wird. Es wird auf die wesentlichen Konzepte zur Behandlung der Bruchrechnung und die grundlegenden Ansätze zur Förderung eines konzeptuellen Verständnisses eingegangen. Damit soll ein Eindruck über den stoffdidaktischen Hintergrund gegeben werden, der Basis für die Entwicklung des Erhebungsinstruments und damit verbundener Entscheidungen war.

Es wird zwischen vier Bruchrechnungskonzepten unterschieden (Padberg, 2009):

- Größenkonzept (Bruch ist eine Größe)
- Operatorkonzept (Bruch ist eine Funktion)
- Gleichungskonzept (Bruch ist Lösung einer linearen Gleichung)
- Äquivalenzklassenkonzept (Bruch ist eine Äquivalenzklasse)

Mit den Konzeptualisierungen hängen unterschiedliche Vorstellungen von Bruchzahlen zusammen (Bruchzahlaspekte). Diese weisen unterschiedliches Potenzial auf, das Verständnis der Bruchzahlen zu erarbeiten. Viele Vorteile werden bei der Erarbeitung anhand des Größenkonzepts gesehen. Dieses ist die vorwiegend verwendete Methode in der Unterrichtspraxis (Padberg, 2009). Bei dem Größenkonzept wird von konkreten Brüchen ($\frac{1}{2}$ Stunde, $\frac{3}{4}$ Liter) oder konkreten Anteilen ($\frac{1}{2}$ von 6 Birnen) ausgegangen. Daraus können Anteile in Bezug auf eine feste, abstrakte Größe erarbeitet werden (das Ganze oder die Einheit). Die angesprochenen Vorteile werden dabei vor allem im Zusammenhang mit der Erarbeitung des Erweitern und Kürzen, der Anordnung und auch der Erarbeitung der Addition und Subtraktion von Brüchen gesehen.

Bei der Erarbeitung von Brüchen wird betont, auf Vorerfahrungen der Lernenden aufzubauen. Schon früh können Kinder ein intuitives Verständnis von Bruchkonzepten entwickeln. Ein erstes Verständnis für die Anordnung, verschiedene Äquivalenzrelationen (großes Kind in großem Bett), oder ein Verständnis für das Konzept des Teilens als Division oder als Verhältnis, ist oft schon im Kindergarten vorhanden. Diese Vorstellungen sind aber meist an Größenbereiche gebunden und beziehen sich auf einfache Brüche (z. B. $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$) (Padberg, 2002).

Aus der Arbeit mit natürlichen Zahlen haben Schülerinnen und Schüler Vorstellungen erworben, die zum Teil für Bruchzahlen nicht mehr gelten. Eine Übergeneralisierung der Schemata kann zu Problemen bei der Entwicklung eines tragfähigen Verständnisses der Bruchrechnung führen. Im Folgenden werden einige Umbrüche und Fehlvorstellungen dargestellt (Fazio & Siegler, 2012; Padberg, 2009; Vamvakoussi & Vosniadou, 2004):

- Nicht-eindeutige Zahldarstellung; Beispiel einer Fehlvorstellung: Kürzen verringert Wert des Bruchs
- Zwei Informationen sind zur Zahlerfassung notwendig; Beispiel einer Fehlvorstellung: Zähler und Nenner werden als separate ganze Zahlen betrachtet; „kleinerer Nenner bedeutet größerer Bruch“
- Zwischen zwei Bruchzahlen findet sich stets eine weitere (Dichte der Bruchzahlen); Beispiel einer Fehlvorstellung: Es gibt zu jeder Bruchzahl einen Nachfolger
- Übergeneralisierung der Bruchaddition; Beispiel einer Fehlvorstellung: Zähler bleibt bei Multiplikation gleich

Fazio und Siegler (2012) empfehlen, die *Grundvorstellungsumbrüche* genauso wie die Fehlvorstellungen zu Brüchen konkret im Unterricht zu thematisieren. Ein weiterer häufiger Fehler bei der Bruchaddition ist die Strategie „Zähler plus Zähler und Nenner plus Nenner“, auch oft problematisch ist die Arbeit mit gemischten Zahlen.

Zum Aufbau eines konzeptuellen Verständnisses von Brüchen ist der Rückgriff auf verschiedene Repräsentationen von Brüchen förderlich (z. B. Ainsworth, Bibby & Wood, 2002; Fazio & Siegler, 2012; Padberg, 2009):

- Rechteckmodell - bietet die Möglichkeit für zwei unabhängige Unterteilungen; Es sind beliebige Unterteilungen möglich
- Kreismodell - es sind prinzipiell beliebige Unterteilungen möglich (Pizza, Zeichenuhr)
- Längenmodell - es sind beliebige Unterteilungen möglich (auch Zahlenstrahl)

Bei der Arbeit mit den verschiedenen Bruchdarstellungen sollte im Unterricht insbesondere thematisiert werden, was den Zähler, den Nenner und das Ganze darstellt. Es wird außerdem empfohlen, zwischen den Darstellungen zu übersetzen (*intermodaler Transfer*). Die verschiedenen Repräsentation können neben dem Aufbau eines konzeptuellen Verständnisses auch zur Arbeit an den Fehlvorstellungen eingesetzt werden.

Für ein fundiertes Verständnis von Brüchen ist die Entwicklung einer Zahl- und Größenvorstellung von Brüchen notwendig. Vorstellungen zu Brüchen können zum Beispiel mit Tätigkeiten wie dem Schätzen von Größen entwickelt werden (Fazio & Siegler, 2012). Mit dem Schätzen kann sich insbesondere auch ein vertieftes Verständnis der Bruchrechnung aufbauen und Fehler bei der Bruchrechnung vermieden werden. Auch beispielsweise die An- und Einordnung von Brüchen am Zahlenstrahl unterstützt die Entwicklung von Größenvorstellungen und bereitet Strategien zum Bruchzahlvergleich vor (Padberg, 2009).

Im Folgenden wird abschließend auf die Addition ungleichnamiger Brüche eingegangen, welche thematischer Inhalt der in den Studien verwendeten Aufgaben war. Es wird als zentral angesehen, bei der Einführung der Bruchaddition auf anschauliche Vorkenntnisse zurückzugreifen, was zum Beispiel mit Hilfe der intuitiven Vorstellung der Addition von *Größen* geleistet werden kann (Padberg, 2009). Basierend auf der Addition von Brüchen mit gleichen Nennern, kann die Addition ungleichnamiger Brüche mit Hilfe verschiedener Repräsentationen erarbeitet werden. Dabei steht vorerst die Einsicht im Vordergrund, dass eine gemeinsame Unterteilung gefunden werden muss, um die Brüche addieren zu können. Damit kann das bekannte Vorgehen der Addition gleichnamiger Brüche angewandt werden. Der Fokus liegt vorerst noch nicht darauf, wie der passende Nenner gefunden wird. Mit Längendarstellungen und dem Maßzahlaspekt können auch gemischte Zahlen übersichtlich dargestellt werden. Das Rechteckmodell ist - im Vergleich zum Kreismodell - eine gute Möglichkeit, die Unterteilung für beide Brüche gleichzeitig und eine Verfeinerung der Unterteilung darzustellen.

Basierend auf diesem stoffdidaktischen Hintergrund wurden die Aufgaben ausgewählt und die zur Kodierung der Daten notwendige fachdidaktische Norm ausgearbeitet.

6.6. Kodierung und Auswertung

Im Folgenden wird vorgestellt, wie die verschiedenen vorher beschriebenen Instrumente des Fragebogens kodiert und ausgewertet werden.

6.6.1. Planungsprozess

Erkennen des Aufgabenpotenzials

Expertenbefragung Der Einschätzung des Aufgabenpotenzials liegt eine theoretische Basis zu Grunde. Um objektive Bewertungskriterien und somit eine Bezugsnorm für das *Erkennen des Aufgabenpotenzials* zu erhalten, wurde ein Abgleich mit Experten vorgenommen. Dazu wurde eine Expertenbefragung durchgeführt, die die Überprüfung meiner, aus der fachdidaktischen Literatur entwickelten, vorgegebenen Norm und die Bildung einer Expertennorm zum Ziel hatte. Palmer, Stough, Burdenski und Gonzales (2005) schlagen verschiedene Kriterien zur Auswahl von Experten vor, dazu zählen unter anderem eine langjährige Erfahrung, gesellschaftliche Anerkennung oder die Zugehörigkeit zu einer professionalisierten Gruppe. Nach Charlin, Roy, Brailovsky, Goulet und van der Vleuten (2000) hängt die Definition eines Experten außerdem von dem Inhalt der Anforderungssituation ab. Die Experten zur Bildung einer Expertennorm für die Hauptstudie sind insgesamt zehn Professorinnen und Professoren der Mathematikdidaktik. Dabei wurden Professorinnen und Professoren ausgewählt, die einen Arbeitsschwerpunkt im Bereich Aufgaben und/oder professioneller Kompetenz von Lehrkräften haben. Ich gehe davon aus, dass sie die Kriterien der Expertenauswahl erfüllen und durch ihren theoretischen und praktischen Wissens- und Erfahrungshintergrund über fundiertes mathematikdidaktischen Wissen zur Einschätzung des Aufgabenpotenzials verfügen. Die Anzahl von zehn Personen ist, um eine ausreichende Antwortvariabilität jedes Items zu erhalten und eine Expertennorm bilden zu können, nach Studien und Empfehlungen von Charlin et al. (2000) sehr gut (vorgeschlagen werden fünf bis zehn). Die Befragungen fanden deutschlandweit mit Professorinnen und Professoren unterschiedlicher Universitäten statt und dauerten zwischen ein und eineinhalb Stunden. In den von mir geführten Einzelgesprächen wurden allen Experten die geschlossenen Items des Fragebogens vorgelegt, die das Erkennen des lernzielspezifischen und generellen Aufgabenpotenzials erfassen. Die Befragten füllten die Items aus und kommentierten sie jeweils. Für ein valides Erhebungsinstrument ist es zum einen erforderlich, dass die für die Arbeit angenommene fachdidaktische Norm der Expertenmeinung entspricht und zum anderen die Experten untereinander eine größtenteils einheitliche Meinung vertreten.

Auch Experten zeigen nicht immer ein ähnliches Antwortverhalten, was z. B. Studien aus der Medizin ergeben (Elstein et al., 1986). Für die Festlegung der Norm und der Bewertung geht man davon aus, dass jede Expertenmeinung anerkannt wird, auch wenn andere Experten darin nicht übereinstimmen (Charlin et al., 2000). Nach Empfehlungen von Charlin et al. (2000) werden für die vorliegende Arbeit die Scores für jedes Item aus den Häufigkeit der Experteneinschätzung gebildet, woraus gewichtete Scores entwickelt werden: Für die Hauptexpertenmeinung (Antwort, die von den meisten Experten gewählt wird) wird der Wert 1 vergeben. Die anderen Werte entstehen anteilig zu der

Hauptexpertenmeinung. Dazu wird für jede genannte Antwort die Häufigkeit der Experten, die diese Antwort wählen in Beziehung gesetzt mit der Anzahl der Experten, die die Hauptexpertenmeinung teilen. Dies soll an einem Beispiel erläutert werden. Angenommen es wählen von den zehn Experten sieben bei einem Item den Wert 5 (*stimme voll zu*), ist das folglich die Hauptexpertenmeinung und Teilnehmer, die das Item genauso beantworten, erhalten den Score 1. Zwei von den Experten wählen den Code 4 (*stimme zu*), was für diese Antwort zum Score $\frac{2}{7}$ führt, der anteilig zur Hauptexpertennorm gebildet wird. Entscheidet sich ein Experte für den Wert 3 (*stimme eher nicht zu*), erhalten Teilnehmer, die mit dieser Meinung übereinstimmen, den Score $\frac{1}{7}$. Alle anderen Werte werden mit dem Score 0 kodiert. Auf diese Weise wurden für alle Items der Lernzielanalyse und der generellen Analyse Scores vergeben.

Ein Merkmal des generellen Potenzials (*unterschiedliche Lösungswege*) musste als Resultat der Expertenbefragung für die Auswertung ausgeschlossen werden. Die Itemformulierung beziehungsweise -interpretation war nicht eindeutig, was daran gelegen haben könnte, dass in den Beschreibungen der Einsatz der Aufgabe im Unterricht miteinbezogen wurde. Das Item enthält z. B. die Formulierung „Mehrere Lösungswege sind möglich. Diese sind für den Unterricht von Interesse“. Die Einschätzung der Merkmale des generellen Aufgabenpotenzials ist in einzelne Blöcke untergliedert, die wiederum in Unteritems gegliedert sind. Nach Überprüfung der Skalenkennwerte wurden für die Auswertung die Scores der Unteritems zu den jeweiligen Merkmalen über die Bildung der Mittelwerte zusammengefasst. Auf diese Weise wurde auch die Ratewahrscheinlichkeit möglichst gering gehalten. Folglich ergibt sich für jedes Merkmal des generellen Potenzials ein Wert. Die Ergebnisse der Expertenbefragung befinden sich im Abschnitt 8.1.2.

Analyse des Aufgabenpotenzials

Die Frage nach der Analyse des Aufgabenpotenzials wird neben dem Erkennen in der vorliegenden Arbeit als Möglichkeit gesehen, die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials zu erfassen.

Analyse Niveau Es wird erhoben, auf welchem Niveau die Teilnehmer Aufgaben analysieren. Die Operationalisierung erfolgt mit zwei verschiedenen Itemtypen: Die Begründung der Auswahl einer Aufgabe aus zwei Alternativen für ein gegebenes Lernziel (zwei Items) und die Begründung der Eignung einer Aufgabe für ein Lernziel. Die einzelnen Begründungen für jedes Item werden in Bezug auf die Qualität kodiert. Dafür steht ein, auf der Basis der Theorie zur professionellen Wahrnehmung, eigenentwickeltes, übergeordnetes Kategorisierungsschema zur Verfügung, welches in Tabelle 6.1 dargestellt ist. Es orientiert sich bezüglich der Niveaustufen an den drei theoretisch vorgeschlagenen Komponenten der professionellen Wahrnehmung (Code 1: Beschreiben, Code 2: Erklären, Code 3: Vorhersagen Sherin & van Es, 2009; Seidel et al., 2010) und ist für jedes einzelne Item, also für jedes Aufgabenformat und jede Aufgabe, angepasst und ausgearbeitet. Da ein höheres Begründungsniveau als Indikator einer tiefergehenden Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials angenommen wird, werden die Begründungsniveaus mit Scores ($\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, 1) bewertet. Pro Item wird jede einzelne Begründung kodiert. Für jedes der sechs

Items wird jeweils aus den Score-Werten der einzelnen Begründungen ein Wert für den Score des Begründungsniveaus gebildet (Mittelwert).

Analyse Adäquatheit Jede Begründung wird außerdem bezüglich ihrer fachdidaktischen Adäquatheit auf einer dichotomen Skala (0, 1) kodiert. Damit wird die Kohärenz zwischen der Begründung, der Aufgabe und dem Lernziel aus fachdidaktischer Sicht beurteilt. Es wird also bewertet, ob die Begründung für das vorgegebene Lernziel entscheidend für die Auswahl ist oder zur Umsetzung des Lernziels beiträgt. Da diese Variable sehr inhaltsspezifisch ist, war es schwierig, ein Kategorisierungsschema zu erstellen, welches für jede Kategorie eine Definition, ein entsprechendes Beispiel und die Kodierregeln beinhaltet. Das übergreifende Kodiermanual für die Adäquatheit der Begründungen ist in Tabelle 6.2 dargestellt. Um eine reliable Erfassung zu ermöglichen, wurde eine Doppelkodierung durchgeführt. Ergeben sich bei der Doppelkodierung vergleichbare Ergebnisse, ist dies ein Maß für die Reliabilität der Variablen. Wie schon für das Begründungsniveau wird für jedes der sechs Items jeweils ein Wert für die Begründungsadäquatheit aus den Norm-Werten⁸ der einzelnen Begründungen gebildet (Mittelwert).

Tabelle 6.1.: Übergeordnetes Kodiermanual für das Niveau der Analyse mit Beispielen

Name und Beschreibung	Beispiele
Beschreiben Aufgabenmerkmal oder Aspekt wird beschrieben.	<ul style="list-style-type: none"> • In der Aufgabe muss man Schätzen. • Die Aufgabe hat einen Alltagsbezug. • In der Aufgabe werden Darstellungen verwendet.
Erklären Aufgabenmerkmal oder Aspekt wird beschrieben und es erfolgt eine Einbettung in den Arbeits-/Lernprozess.	<ul style="list-style-type: none"> • Das Schätzen ermöglicht eine Fehlerkorrektur. • Der Alltagsbezug ist motivierend. • An dieser Aufgabe können folgende typische Schülerfehler gemacht werden: . . . • Das Modell bietet die Möglichkeit, Fehler zu korrigieren. • Es ist wichtig, dass die Schüler begründen können.
Vorhersagen Aufgabenmerkmal oder Aspekt wird beschrieben und es wird vorhergesagt, welche Wirkung dieser auf (weitere) Lehr-Lernprozesse hat.	<ul style="list-style-type: none"> • Das Schätzen ermöglicht neben der Fehlerkorrektur eine Entwicklung von Größenvorstellungen. • Alltagsbezug ist motivierend, deswegen können die Schüler besser in die Aufgabe einsteigen. • Die Lernenden sollen begründen können, da dies die Grundlage für ein vertieftes Verständnis darstellt. • Rechteckmodell als Möglichkeit, den Grund des Fehlers zu verstehen und daraus zu lernen.

⁸ *Norm-Wert*: Wert, der aus fachdidaktischer Sicht adäquat ist.

Tabelle 6.2.: Übergeordnetes Kodiermanual für die Adäquatheit der Analyse

	Beschreibung
Nicht adäquate Begründung	Die gegebene Aussage stellt keine adäquate Begründung dar. Aussage, die entweder nicht sachbezogen ist (z. B. „weiß ich nicht“). . . . ein Schlagwort oder eine Umschreibung der Aufgabenstellung ist. . . . nicht auf das Lernziel bezogen ist. . . . inhaltlich fehlerhaft ist. . . . aus fachdidaktischer Sicht fehlerhaft ist. . . . auf allgemeine Aufgabenmerkmale oder Lernprinzipien bezogen ist, [] aber nicht für die gegebene Situation expliziert wird (z. B. „Motivation“, „Anwenden“).
Adäquate Begründung	Begründung, die aufgabenspezifisch, sowie . . . inhaltlich und fachdidaktisch korrekt ist und . . . sich auf das gegebene Lernziel bezieht.

Berücksichtigte Aufgabenmerkmale Es wird außerdem erfasst, welche Aufgabenmerkmale die Teilnehmer bei ihrer Begründung heranziehen und inwieweit sich diese Aufgabenmerkmale auf Aspekte der Unterrichtsqualität beziehen. Dafür werden nur die beiden Items von Itemtyp 1 verwendet, da dort bei den Begründungen explizit nach Aufgabenmerkmalen gefragt wird, die für die Auswahl einer Aufgabe herangezogen werden. Um die genannten Begründungen analysieren zu können, wurde ein Kodierungsschema entwickelt, das eine Weiterentwicklung des Manuals der Interviewstudie darstellt. Die Entwicklung der Kategorien war theoriegeleitet und basierte auf Ergebnissen der Interviewstudie. Vereinzelt wurden induktiv Kategorien aus dem Datenmaterial ergänzt, welche in der Arbeitsgruppe diskutiert wurden. Die Ergebnisse des Kodiermanuals zeigt Tabelle 6.3). Hiermit wurden die einzelnen Begründungen bezüglich Dimensionen von Unterrichtsqualität (z. B. kognitive Aktivierung, Vernetzung, konstruktive Lernerunterstützung) und weiteren Aspekten, die für die Auswahl relevant sind (z. B. Organisatorisches, Üben), von einer unabhängigen Kodiererin und mir kodiert.

Von besonderem Interesse ist, inwieweit sich die Art der Begründung der Aufgabenauswahl auf Aspekte des Lernprozesses bezieht. Es wird ein Zusammenhang zwischen der Begründungsart und den Planungsergebnissen angenommen. Dazu wird die Anzahl der in den Begründungen genannten Merkmale, die sich konkret auf den Lernprozess beziehen, erfasst. Neben der kognitiven Aktivierung werden für diese Variable auch zwei weitere Merkmale mitaufgenommen, die im engen Zusammenhang mit dem Lernprozess stehen⁹ (Vernetzung und lernzielspezifische inhaltliche Begründung). Dafür wird im Folgenden der Begriff *lernprozessbezogene Begründung* oder *Begründung mit lernprozessbezogenen Merkmalen* verwendet. Für die Anzahl der Merkmale der Begründungen

⁹Aspekte bezüglich einer konstruktiven Lernerunterstützung werden hier nicht mit aufgenommen. Aussagen zur konstruktiven Lernerunterstützung beziehen sich häufig auf Aspekte der Motivation. Es zeigen sich in verschiedenen Studien keine einheitlichen Ergebnisse bezüglich eines Zusammenhangs zwischen der Motivation und dem Lernprozess von Schülerinnen und Schülern (vgl. 1.2).

zur Aufgabenauswahl, die sich auf den Lernprozess beziehen, wird ein Index gebildet (Summenwert).

Tabelle 6.3.: Kodiermanual für die berücksichtigten Aufgabenmerkmale zur Aufgabenauswahl mit Beispielen

Kategorie	Aspekte und Beispiele
Kognitive Aktivierung	Fokus auf Bearbeitungsprozesse oder konkrete mathematische Tätigkeiten, die zur Aufgabenbearbeitung notwendig sind. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „Argumentationsprozesse sind erforderlich“ • „Verschiedene Lösungswege und ein Austausch darüber sind möglich“ • „Visualisierung mit Darstellungen wird gefordert“
Lernzielspezifische inhaltliche Begründung	Fokus auf konzeptuelle oder inhaltliche Einsichten, die mit der Aufgabe gewonnen werden können und sich auf das vorgegebene Lernziel beziehen. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „Aufbau von Größenvorstellungen zu Brüchen“ • „Ansprechen typischer Fehler der Bruchaddition“ • „Bewusstmachen verschiedener Nenner“ • „Entwicklung der Vorstellung <i>Teil vom Ganzen</i>“
Vernetzung	Fokus auf Vernetzung, zu der die Aufgabe beitragen soll. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „später an Aufgabe anknüpfen“ • „vorher erarbeitete Modelle wiederaufgreifen“ • „Vorbereitung für späteren Unterricht“
Klarheit und Struktur	Fokus auf Merkmale der Aufgabe, die zu klarem und strukturiertem Unterricht beitragen. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „Das Wesentliche der Aufgabe ist klar“ • „Schüler wissen genau, um was es geht/was zu tun ist“ • „Konzentration aufs Wesentliche / auf die mathematische Tätigkeit“ • „Keine Belastung durch Lösen der Aufgabe“
Konstruktive Lernerunterstützung	Fokus auf Merkmale einer konstruktiven Lernerunterstützung mit Hilfe der Aufgabe. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „Förderung starker und schwacher Schüler,“ • „Ansprechen verschiedener Lerntypen“ • „Aufzeigen der Alltagsrelevanz“ • „Ermöglichung von Erfolgserlebnissen“
Üben und Ergebnisse sichern	Nennung allgemeiner Tätigkeiten, die auf keine spezifische math. Tätigkeit hinweisen; keine differenzierte Beschreibung der Tätigkeit. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „Sichern“ • „Festigung“ • „Vertiefung“ • „Anwenden“ • „Üben und Wiederholen“

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle 6.3 – Fortsetzung von vorheriger Seite

Kategorie	Aspekte und Beispiele
Komplexität	Fokus auf den Grad an Komplexität der Aufgabe. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • Verweis auf den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe • „Reichhaltiges Beispiel“ • „als Einstieg einfache Aufgabe“
Organisatorisches	Verweis auf Rahmenbedingungen oder zeitliche Aspekte. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • „(nicht) vorhandenes Material an Schule oder Klassenzimmer“ • „nicht so viel Zeit für Knobelaufgaben“
Sonstiges	Verweis auf allgemeine Aufgabenmerkmale oder Ziele, die mit Aufgabe erreicht werden sollen. Beispiele: <ul style="list-style-type: none"> • Verweis auf Aufgabenformat • „Schöne Aufgabe“ • „Förderung von Kreativität“ • „Schulung motorischer Fähigkeiten“

6.6.2. Planungsergebnisse

Aufgabenauswahl

Für die Auswertung der Aufgabenauswahl wurde für jedes Item, wie schon in Abschnitt 6.6.1 für das Erkennen des Aufgabenpotenzials dargestellt wurde, eine Expertennorm gebildet. Diese Norm legt den Score für jede Auswahl fest. Die Aufgabe, die von den meisten Experten gewählt wird (Hauptexpertenmeinung), erhält den Score 1. Der Score für die andere Aufgabe entsteht anteilig zur Hauptexpertenmeinung. Dazu wird die Häufigkeit der Experten, die diese Aufgabe wählen, in Beziehung gesetzt mit der Anzahl der Experten, die die Hauptexpertenmeinung teilen. Die Werte der einzelnen Auswahlen werden anschließend zu einem normativen Index zusammengefasst (Mittelwert), der durch die Ergebnisse der Expertenbefragung gewichtet wird¹⁰.

Vorbereitung der Aufgabenimplementation

Wie schon in Abschnitt 6.4.4 beschrieben wurde, wird zusätzlich zur Aufgabenauswahl erfasst, wie sich die Teilnehmer auf die Aufgabenimplementation vorbereiten, also wie sie zum Beispiel auf Probleme der Aufgabenbearbeitung mit adäquaten Impulsen reagieren. Die Impulse pro Item wurden einzeln analysiert. Zum einen wurde die Art des Impulses kodiert. Es wurde dabei unterschieden, ob der gegebene Impuls ein prozeduraler, problemorientierter, konzeptueller, allgemeiner Strategieimpuls, oder ein Impuls zur Selbstregulation war. Dazu wurde in Orientierung an Zech (2002) ein Kategorisierungsschema auf Makroebene entwickelt, welches in Tabelle 6.4 dargestellt ist. Dieses wurde

¹⁰ Ein Index stellt einen Messwert für ein komplexes Merkmal dar und ist eine Zusammenfassung mehrerer einzelner Indikatoren zu einer Variablen (Bortz, 2005). Dieses methodische Vorgehen erfolgte nach Diskussion mit dem statistischen Beratungslabor STABLAB der LMU unter Leitung von Prof. Dr. Küchenhoff.

für die zwei Items auf Mikroebene ausdifferenziert. Abhängig von der im Item präsentierten Unterrichtssituation sind einzelne Impulsarten mehr oder weniger gut geeignet, wofür Scores (0, $\frac{1}{2}$, 1) vergeben wurden. Angenommen es steht als Ziel die Förderung heuristischer Strategien im Vordergrund. Ein Impuls, der auf eine mögliche Problemlösestrategie abzielt, die bei diesem Problem hilfreich sein könnte, wird für dieses konkrete Lernziel als kohärenter erachtet (Score 1) als ein konzeptueller Impuls (Score $\frac{1}{2}$).

Außerdem wurde mit einer dichotomen Skala eingestuft, ob die Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) inhaltlich und fachdidaktisch adäquat war oder nicht (Score 1 bzw. 0). Als tragfähig wurde ein Impuls eingeschätzt, wenn er für Lernende hilfreich sein kann, um an der Lösung der Aufgabe weiterzuarbeiten oder er höchstwahrscheinlich Einsichten oder Umstrukturierungen ermöglicht, die zur Identifikation von Lösungsschritten führen können. Das zugrunde liegende Kodiermanual ist in Tabelle 6.5¹¹ dargestellt. Nach der Reliabilitätsanalyse wurde für jedes der beiden Items jeweils ein Wert für den Score der Art des Impulses und der Adäquatheit aus den Werten der einzelnen Impulse gebildet (Mittelwert).

Für das Item in Abbildung 6.7 wurden beispielsweise folgende Impulse als nicht adäquat kodiert:

- Greife auf die Multiplikation zurück.
- Man kann das Papier auf verschiedene Arten dritteln und vierteln.
- Unterteile die Brüche noch einmal.
- Das Vorgehen entspricht einfachem Auszählen.
- Zeichne die Brüche in ein Kreis-Diagramm.
- Stell die Brüche in Dezimalbrüchen dar.

Adäquate Impulse für dieses Item waren zum Beispiel:

- Welche Bedeutung haben die Streifen und Spalten des Rechteckmodells?
- Wenn du das Blatt gleichzeitig in 2 Richtung faltest – Was bedeutet das für die Brüche?

¹¹Das Kodierverfahren wurde aufbauend auf dem übergreifenden Kodiermanual von Lindmeier (2011, S. 147) zur Erfassung der Komponenten der professionellen Kompetenz entwickelt

Tabelle 6.4.: Übergeordnetes Kodiermanual für die Art der Impulse

Art des Impulses	Aspekte und Beispiele
Kein Impuls	Die gegebene Aussage stellt keinen Impuls dar.
Prozeduraler Impuls oder Schlagwort	Nur die Lösung bzw. konkrete Lösungsschritte oder ein entsprechendes Schlagwort werden genannt.
Konzeptueller Impuls	<p>Impuls, der aufgabenspezifisch ist und entweder . . .</p> <ul style="list-style-type: none"> • . . . auf ein mögliches Verständnisproblem abzielt, ohne dass eine Lösung präsentiert wird, oder • . . . Lernende zur Denkleistung herausfordert, oder • . . . auf die Reflexion von konzeptuellen Zusammenhängen abzielt, die zu einem bestimmten Lösungsschritt führen können. <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Welche Bedeutung haben die Streifen und Spalten des Rechteckmodells? • Wenn du das Blatt gleichzeitig in 2 Richtung faltest – Was bedeutet das für die Brüche?
Problemlösestrategie Impuls	<p>Impuls, der . . .</p> <ul style="list-style-type: none"> • . . . auf eine mögliche Problemlösestrategie, die bei diesem Problem hilfreich sein könnte, hinweist, und • . . . keinen konkreten Lösungsschritt angibt. <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mache eine Skizze. • Erstelle eine Tabelle. • Schätze ab oder überschlage. • Probiere geschickt und kombiniere.
Allgemein strategischer Impuls	<p>Impuls regt eine allgemeine Bearbeitungsstrategie an, die für die Aufgabenbearbeitung hilfreich sein kann, die aber nicht spezifisch für diese Aufgabe ist, sondern darüber hinaus anwendbar ist.</p> <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Welche Darstellungen eignen sich gut um Mehrheiten darzustellen? • Lies den Aufgabentext nochmal. • Schlage Begriffe nach. • Wie bekommt man benötigte Daten? • Prüfe, ob das was du machst, dich gerade weiterführt.
Impuls zur Selbstregulation oder Motivation	<p>Impuls, der eine Motivationshilfe darstellt oder eine informierende Rückmeldung zum bisherigen Ergebnis in Form einer allgemeinen Beurteilung gibt.</p> <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bleib dran! • Denk nochmal nach! • Wo im Lösungsprozess bist du gerade und was fehlt dir noch?

Tabelle 6.5.: Übergeordnetes Kodiermanual für die Adäquatheit der Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit Impulsen

	Beschreibung
Nicht adäquater Impuls	Die gegebene Aussage stellt keinen adäquaten Impuls dar. Aussage, die entwedernicht sachbezogen ist (z. B. „weiß ich nicht“) oder ...ein Schlagwort oder eine Umschreibung der Aufgabenstellung ist, oder ...eine mögliche Lösung oder konkrete Lösungsschritte darstellt, oder ...inhaltlich fehlerhaft ist, oder ...aus fachdidaktischer Sicht fehlerhaft ist.
Adäquater Impuls	Impuls, der entwederhilfreich ist, um an der Lösung der Aufgabe weiterzuarbeiten, oder ...höchstwahrscheinlich Einsichten oder Umstrukturierungen, die zur Identifikation von Lösungsschritten führen können, ermöglicht, oder ...auf ein mögliches Verständnisproblem abzielt, ohne dass eine Lösung präsentiert wird.

6.6.3. Pilotierung

Die entwickelten Items wurden mit einer kleinen Stichprobe ($N = 8$) erprobt, auch mit Einzelinterviews. Somit wurden Verständnisschwierigkeiten hinsichtlich einzelner Formulierungen identifiziert und vorgegebene Bearbeitungszeiten der verschiedenen Fragebogenteile überprüft. Es folgte eine Anpassung und vereinzelte Neuentwicklung der Items beziehungsweise eine Abänderung der zu analysierenden Aufgaben. Eine anschließende weitere Pilotierung mit $N = 29$ Studierenden bestätigt mit Hilfe der Item- und Skalenkennwerte die Eignung der Items. Einzelne Items mussten nach der Pilotierung aufgrund mangelnder Reliabilität ausgeschlossen werden.

Ein Überblick über den zeitlichen Ablauf aller im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Studien befindet sich im Anhang A

6.6.4. Fehlende Werte

Fehlende Daten im Fragebogen werden mit 0 bewertet. Basierend auf Ergebnissen zu Bearbeitungszeiten aus der Pilotierungsstudie und der für alle Teilnehmer gleichen Bearbeitungszeit für einzelne Blöcke des Fragebogens wird von vergleichbaren Ergebnissen, für die ausreichend Zeit zur Verfügung stand, ausgegangen.

6.7. Stichprobe und Erhebungsdesign

Das entwickelte Instrument zur Erhebung der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und der Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben in der Sekundarstufe I wurde bei $N = 97$ praktizierenden und zukünftigen Mathematiklehrkräften eingesetzt. Die Teilnahme an der Untersuchung war freiwillig. Die Stichprobe setzt sich

aus 50 Gymnasiallehrkräften zusammen (im Alter von 26 bis 64 Jahren, im Mittel 41.1 Jahre, 26 waren weiblich), aus 19 Referendarinnen und Referendaren (im Alter von 25 bis 34, im Mittel 27.7 Jahre, 9 waren weiblich) und 28 Studierenden für das Lehramt Mathematik der Sekundarstufe I (im Alter von 21 bis 28, im Mittel 22.8 Jahre, 18 waren weiblich, 24 Studiengang für Gymnasiallehramt, 4 Studiengang für Realschullehramt). Zweiundzwanzig der 50 Gymnasiallehrkräfte geben an, dass sie eine über die erste und zweite Phase der Lehrerbildung hinausgehende Qualifikationen im Bereich Mathematikdidaktik aufweisen können, wie zum Beispiel die Teilnahme an Fortbildungen, Fach- oder Seminarbetreuung oder das Mitwirken am Verfassen eines Schulbuchs. Die Mehrzahl der Studierenden befand sich im Hauptstudium, so kann davon ausgegangen werden, dass alle einführenden Veranstaltungen zur Mathematikdidaktik absolviert wurden und ein Grundstock an fachdidaktischem Wissen vorhanden ist. Bis auf zwei der Studierenden geben alle an, dass sie spezielles fachdidaktisches Wissen zu den rationalen Zahlen haben, also entweder schon mit dem Thema konfrontiert wurden, oder eine Veranstaltung zum Thema besucht haben. Bei den Referendarinnen und Referendaren war die Mehrheit ($N = 11$) im zweiten Ausbildungsabschnitt, eine Person befand sich im ersten, die restlichen sieben Personen im dritten Abschnitt. Tabelle 6.6 gibt weitere Details der Stichprobe an.

Zwei praktizierende Lehrkräfte mussten die Untersuchung frühzeitig verlassen und füllten weniger als ein Drittel des Fragebogens aus. Somit verbleibt eine Stichprobe von insgesamt $N = 95$ Teilnehmern, mit 48 praktizierenden Lehrkräften, 19 Referendaren und 28 Studierenden. Der besseren Lesbarkeit halber wird im Folgenden von „Teilnehmern“ gesprochen.

Die Studie hat nicht den Anspruch einer repräsentativen Beschreibung des Umgangs mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung in Deutschland. Die Stichprobe umfasst Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsphasen, um eine größerer Bandbreite verschiedener Planungsprozesse im Umgang mit Aufgaben feststellen zu können.

Die Erhebung fand während regulären Schulwochen am Nachmittag an vier Schulen beziehungsweise der Universität statt. Als Dank für die Teilnahme erhielten die Teilnehmer (mit Ausnahme der Studierenden) eine kostenlose Lehrerfortbildung zum Thema „Auswahl und Analyse von Aufgaben in der Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften“. Die Fortbildung fand im Anschluss an die Erhebung statt. Zur Gewährleistung bestmöglicher Objektivität erhielten alle Teilnehmer die gleiche Einführung zum organisatorischen Ablauf der Fragebogenbearbeitung. Nach dieser Instruktion bearbeiteten die Teilnehmer den Fragebogen selbstständig. Dieser war in verschiedene Bearbeitungsteile aufgegliedert, wofür alle Teilnehmer die gleiche Zeit zur Verfügung hatten. Die Erhebungsdauer lag bei insgesamt 90 Minuten.

Tabelle 6.6.: Ergänzende Beschreibung der Stichprobe

Variable	Wert	<i>N</i>	Prozentualer Anteil
Praktizierende Lehrkräfte (<i>N</i> = 48)			
Zweites Unterrichtsfach	Bereich Naturwissenschaften	30	62.5%
	anderer Bereich	18	37.5%
Berufserfahrung (Jahre)	≤ 1	7	14.1%
	2 – 5	13	27.1%
	6 – 10	13	27.1%
	11 – 20	9	18.8%
	> 20	6	12.5%
Bruchaddition unterrichtet	≤ 1	19	39.6%
	2 – 5	19	39.6%
	> 5	10	20.8%
Referendare (<i>N</i> = 19)			
Zweites Unterrichtsfach	Bereich Naturwissenschaften	4	21.1%
	anderer Bereich	15	78.9%
Studierende (<i>N</i> = 28)			
Zweites Unterrichtsfach	Bereich Naturwissenschaften	9	32.1%
	anderer Bereich	19	67.9%

7. Statistische Methoden

Die Qualität eines Fragebogens wird insbesondere von den Itemtypen und deren Zusammensetzung bestimmt. Mithilfe einer Itemanalyse kann die Qualität des Fragebogens überprüft werden. Deskriptive Statistikverfahren ergeben Kennwerte zur Bewertung von Gütekriterien (6.2). Die Auswertung der erhobenen Daten erfolgt sowohl mit einer an die qualitative Inhaltsanalyse angelehnte Untersuchung der Interviewstudie und der Kodierung der offenen Antworten als auch mit quantitativen Methoden der klassischen Testtheorie, wie sie zum Beispiel bei Backhaus (2011), Bortz (2005), Bühner (2011) sowie Lienert und Raatz (1998) beschrieben sind. Zu Beginn werden die für den Ergebnisteil relevanten statistischen Methoden kurz vorgestellt. Diese Darstellung bietet einen Überblick über die verschiedenen verwendeten Methoden und Kennwerte, ist aber keine vertiefte Darlegung der statistischen Verfahren.

Itemschwierigkeit

Die Itemschwierigkeit wird im Allgemeinen mit einem Index beschrieben, der der Lösungsrate des Items, also dem Anteil derjenigen Personen aus der Stichprobe, die das Item richtig gelöst haben, entspricht (Bortz & Döring, 2006). Sie stellt den Itemmittelwert der Itemantworten aller N Personen νi der Stichprobe dar (7.1, (Bühner, 2011)).

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{\nu=1}^N x_{\nu i}}{N} \quad (7.1)$$

Damit eine Fähigkeit differenziert erfasst und mit anderen Fähigkeiten verglichen werden kann, ist eine breite Streuung der Itemschwierigkeiten erstrebenswert (Bortz & Döring, 2006).

Trennschärfe

Die Trennschärfe ist definiert als Korrelation der Itembeantwortung mit der verbleibenden Skala des zu messenden Konstrukts. Eine Korrelation des Items mit der gesamten Skala (inklusive des betrachteten Items) würde dazu führen, dass die Korrelation künstlich erhöht wird. Gewöhnlich werden deswegen korrigierte Trennschärfekoeffizienten berechnet, die um den Anteil des zu messenden Items bereinigt wurden (Bortz & Döring, 2006; Bühner, 2011). Die Trennschärfe (bzw. der Trennschärfekoeffizient) beschreibt, wie gut ein einzelnes Item das mit der Skala gemessene Konstrukt repräsentiert. Bortz und Döring (2006) fassen die Bedeutung der Trennschärfe so zusammen: „Der Begriff 'Trennschärfe' ist so zu verstehen, dass Personen, die im Gesamtergebnis einen hohen Wert erreichen, auf einem trennscharfen Einzelitem ebenfalls eine hohe Punktzahl aufweisen. Umgekehrtes gilt für Personen mit niedrigem Testergebnis. Nach diesem Verständnis

lässt sich an einem trennscharfen Einzelitem bereits ablesen, welche Personen bezüglich des betrachteten Konstrukts hohe oder niedrige Ausprägungen besitzen.“

Nach den von Bortz und Döring (2006, S. 220) genannten Richtlinien für den Trennschärfekoeffizienten gelten Werte zwischen 0.3 und 0.5 als mittelmäßig und Werte größer als 0.5 als hoch. Bühner (2011) diskutiert die Angabe feststehender statistischer Grenzwerte zur Entfernung von Items aus einer Skala kritisch. Schwerpunkt der Itemauswahl sollten vorwiegend inhaltliche Gründe sein. Inhaltliche Überlegungen können sich daran orientieren, inwieweit ein Item dazu beiträgt, das zu erfassende Konstrukt abzubilden. Auch Lienert und Raatz (1998, S.114) betonen, dass ein rein schematisches Vorgehen nach vorgegebenen Richtlinien generell nicht für die Itemselektion geeignet ist. Die Trennschärfe allein stellt kein „optimales [Entscheidungs-] Instrument“ für die Auswahl von Items dar (Bühner, 2011, S. 255). Zum Beispiel durch die Abhängigkeit der Trennschärfe von der Itemschwierigkeit kann bei sehr leichten und sehr schwierigen Items eine möglichst hohe Trennschärfe teilweise nicht gewährleistet werden. Trotzdem stellt die Trennschärfe ein erstes Maß zur Einschätzung und Bewertung von Items dar.

Reliabilitätsanalyse

Nach Bortz und Döring (2006, S. 196) beschreibt die Reliabilität eines Tests den Genauigkeitsgrad, mit dem das geprüfte Merkmal gemessen wird. „Formal entspricht der Alphakoeffizient der mittleren Testhalbierungsreliabilität eines Tests für alle möglichen Testhalbierungen“ (Bortz & Döring, 2006, S. 198). Die interne Konsistenz der Skalen wird mit dem Reliabilitätskoeffizienten Cronbach's Alpha (α) angegeben. Mit dessen Hilfe können Aussagen darüber getroffen werden, inwieweit die Items eine reliable Skala bilden und damit einheitlich das Konstrukt messen. Cronbach's Alpha wird durch die Homogenität (inwieweit sind die Instruktion und Itemformate des Instruments einheitlich) und die Skalenlänge beeinflusst (Cortina, 1993). Es gibt unterschiedliche Vorschläge für akzeptable α -Werte, welche von 0.70 bis 0.95 reichen (Bland & Altman, 1997; Tavakol & Dennick, 2011). Einige Studien diskutieren α -Grenzwerte ab 0.60 bei Skalen mit einer geringen Itemanzahl (Schmitt, 1996). Der Kennwert *Cronbach's alpha, wenn Item weggelassen* dient als weiterer Kennwert der Itemanalyse. Dieser Wert eines Items gibt an, ob die interne Konsistenz einer Skala verbessert wird, wenn das Item aus der Skala entfernt wird.

Lineare Regressionsanalyse

Die Regressionsanalyse ist eines der zentralen statistischen Verfahren, um Zusammenhänge zwischen einer abhängigen und einer oder mehreren unabhängigen Variablen (Prädiktoren) zu untersuchen. Das Ziel ist Kausalbeziehungen zu beschreiben und erklären. Das Vorhandensein einer Kausalbeziehung beruht auf Vermutungen und bedarf deswegen einer Plausibilitätsprüfung. Diese wird in vorliegender Arbeit durch den theoretischen Hintergrund und das zugrunde gelegte Arbeitsmodell gewährleistet. Darlegungen zu möglichen Zusammenhängen mit weiteren, in dieser Arbeit nicht untersuchten Faktoren, finden sich teilweise schon im theoretischen Hintergrund beziehungsweise werden

am Ende der Arbeit diskutiert. Korrelationen beschreiben die Stärke eines Zusammenhangs zwischen zwei Variablen. Mit Hilfe der Regressionsrechnung wird versucht, diesen Zusammenhang zu charakterisieren. Das Ziel dabei ist, Formeln zu finden, „nach denen man aus der Kenntnis des Wertes der einen Variablen den zu erwartenden Wert der anderen (abhängigen) Variablen bestimmen kann“ (Zöfel, 2003, S. 167). Die Vorhersagevariablen (Prädiktoren) werden bei der multiplen Regression mit Regressionskoeffizienten (β) gewichtet. Außerdem gibt das Bestimmtheitsmaß R^2 an, inwieweit die Prädiktoren die Varianz der Kriteriumsvariable aufklären. Es wird das korrigierte R^2 angegeben, um die durch die Mitaufnahme mehrerer Prädiktoren möglicherweise entstehenden Fehler zu reduzieren (Backhaus, 2011). „Sollen Fragestellungen der Vorhersage von Zusammenhängen beleuchtet werden, bietet sich ein theoriegeleitetes schrittweises Vorgehen bei den Regressionsanalysen, um diejenigen Variablen zu selektieren, die das gewählte Kriterium [...] am besten vorhersagen. [...] Außerdem kann der Anteil der durch die Prädiktoren gemeinsam aufgeklärten Varianz bestimmt werden. Ergänzend [ist es möglich] [...] über einen Vergleich der Varianzaufklärung der spezifischen [...] Prädiktoren an den unspezifischen [...] die Spezifität des jeweiligen Prädiktors [festzulegen] [...]“ (Dornheim, 2008, S.274). Insgesamt ist die Regressionsanalyse ein für metrisch skalierte Variablen anwendbares Verfahren, für welches verschiedene Voraussetzungen (z. B. die Forderung nach normalverteilten Variablen) erfüllt sein müssen. Anzumerken ist, dass die Regressionsanalyse auch bei Verletzung dieser Voraussetzungen ein robustes Verfahren darstellt, um Zusammenhänge zu untersuchen (Backhaus, 2011; Bortz & Döring, 2006).

Clusteranalyse

Die Clusteranalyse ist ein Verfahren, mit dem die Frage untersucht werden kann, ob zwischen Untersuchungsobjekten Ähnlichkeiten bestehen. Ziel der Clusteranalyse ist die Zusammenfassung zu Gruppen, welche zum einen bezüglich des Untersuchungsobjekts (also z.B. ihrem Antwortverhalten bei mehreren Skalen) innerhalb der Gruppe ähnlich sind (Homogenität), zum anderen sich aber von den anderen Gruppen bezüglich dieses Merkmals substantiell unterscheiden (Heterogenität). Die Clusteranalyse ist ein exploratives Verfahren der Datenanalyse, das anfangs unbekannte Gruppen im vorhandenen Datensatz zu identifizieren versucht. Für eine detaillierte Beschreibung siehe zum Beispiel Backhaus (2011).

8. Empirische Ergebnisse der Hauptstudie

8.1. Evaluation der Instrumente

In dem nächsten Kapitel werden Item - und Skalenanalysen dargestellt, in denen die Schwierigkeiten und Trennschärfen der im Fragebogen der Hauptstudie verwendeten Items, sowie die Reliabilität und Werteverteilung der entsprechenden Skalen betrachtet werden. In die Auswertung gingen die Daten von $N = 95$ Teilnehmern ein.

8.1.1. Interraterreliabilitäten

Aussagen über die Objektivität des Erhebungsinstruments beziehungsweise der beobachteten Ergebnisse lassen sich unter anderem über die Unabhängigkeit der Ergebnisse vom Beobachter treffen. Die Interraterreliabilität ist ein Maß dafür, inwieweit die Ergebnisse der Einschätzungen zweier unabhängiger Beobachter übereinstimmen. Für die Hauptstudie wurden die Daten von zwei unabhängigen Kodierern¹ doppelt kodiert (insgesamt 10% aller Fragebögen). Um die Übereinstimmung zwischen den beiden Ratern zu beurteilen, wurde Cohen's Kappa² berechnet und für jede der fünf Skalen gemittelt. Die Ergebnisse werden in der Tabelle 8.1 dargestellt. Es ergeben sich Werte, die nach Landis und Koch (1977) als beachtliche bis hohe durchschnittliche Interraterreliabilitäten zu bezeichnen sind.

Tabelle 8.1.: Gemittelte Interraterreliabilitäten über die einzelnen Skalen

Skala	κ
Art des Merkmals der Begründung	.83
Analyse (Begründung) Niveau	.73
Analyse (Begründung) Adäquatheit	.78
Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) Art	.80
Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) Adäquatheit	.75

¹Kodierer waren eine geschulte studentische Hilfskraft und ich.

²Es gibt verschiedene Maße zur Bestimmung der Interraterreliabilität. Da der Fragebogen unter anderem kategoriale Variablen enthält, wird Cohen's Kappa verwendet. Es erfolgt außerdem eine Überprüfung mit anderen Maßen (Pearson Korrelationskoeffizient (siehe z. B. Bortz & Lienert, 2008)), die die dargestellten Ergebnisse bestätigen.

8.1.2. Ergebnisse der Expertenbefragung

Für die Überprüfung, inwieweit die für die Arbeit angenommene fachdidaktische Norm mit der Expertenmeinung übereinstimmt, wird für jedes Item jeweils die für die Arbeit angenommenen fachdidaktischen Norm mit der gemittelten Expertenmeinung und den Minimal- und Maximalwerten der Expertenmeinung paarweise verglichen. Es zeigt sich eine, deskriptiv betrachtet, gute Übereinstimmung.

Als Übereinstimmungsmaß der Experten untereinander wird der Intraklassenkorrelationskoeffizient verwendet, welcher bei mehr als zwei Beobachtern berechnet wird und dessen Werte wie Cohen's Kappa zu interpretieren sind. Häufig wird in der Literatur als Übereinstimmungsmaß für nominale Daten bei mehreren Beobachtern Fleiss Kappa vorgeschlagen. Fleiss Kappa ist häufigkeitsabhängig und kann, vor allem wenn sich die Beobachter bei der Einschätzung überwiegend einig sind, nur sehr begrenzt interpretiert werden (Viera, Garrett et al., 2005). Deswegen wird der allgemeingültigere Intraklassen-Korrelationskoeffizient (ICC) gewählt³. Für die Berechnung des ICC werden jeweils für die beiden Skalen des Erkennens sowie für die Aufgabenauswahl die Einzelwerte der Experten miteinander verglichen. Mit Ausnahme der Einschätzung des generellen Potenzials bezüglich der Schülerorientierung (ICC = .38) ergaben sich beachtliche bis fast vollkommene Übereinstimmungen. Die Werte liegen zwischen .81 und .93.

8.1.3. Deskriptive Beschreibung auf Itemniveau

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse der selbst entwickelten Items vorgestellt. Die Skalenanalyse im nächsten Abschnitt (8.1.4) enthält dann ebenso die Skalen zum fachlichen und fachdidaktischen Wissen.

Tabelle 8.2 gibt die Item-Skala Statistiken der Items zu den verschiedenen Skalen zur Erfassung der Analyse und des Umgangs mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung an: Itemschwierigkeit, korrigierte Item-Skala-Korrelation (Trennschärfe) und Cronbach's alpha, wenn das Item aus der jeweiligen Skala weggelassen wird. Diese werden im Folgenden für jede einzelne Skala vorgestellt und thematisiert, wobei Detailanalysen unterstützend herbeigezogen werden. Insgesamt weist der Fragebogen ein zufriedenstellend breites Spektrum an Itemschwierigkeiten auf. Die Itemschwierigkeiten reichen insgesamt von mittleren bis zu leichten Werten, sehr schwierige Items finden sich wenig. Das Erhebungsinstrument ermöglicht somit eine Differenzierung vor allem im mittleren und unteren Bereich des Schwierigkeitsspektrums.

Die Fragestellungen der deskriptiven Analyse sind insbesondere:

- Inwieweit erkennen die Teilnehmer das Potenzial von Aufgaben im Vergleich zu der Einschätzung von Experten?
- Auf welchem Niveau analysieren die Teilnehmer Aufgaben?
- Mit welchen Impulsen bereiten die Teilnehmer die Implementation der Aufgaben vor? Inwieweit sind die Impulse aus fachdidaktisch-normativer Sicht geeignet?

³Dieses Vorgehen wurde mit der Statistikberatung Stablab der LMU unter Leitung von Prof. Dr. Küchenhoff abgesprochen.

Tabelle 8.2.: Itemstatistiken der fünf Skalen: Itemschwierigkeiten, korrigierte Item-Skala-Korrelationen und Cronbach's Alpha, wenn Item aus der jeweiligen Skala weggelassen wird

Skala	Items	Item-schwierigkeit	Korrigierte Item-Skala-Korrelation (Trennschärfe)	Cronbach's alpha, wenn Item weggelassen
Erkennen - generelles Potenzial ($\alpha = .76$)	Math. Darstellungen	.83	.46	.74
	Modellieren	.74	.56	.71
	Math. Argumentieren	.71	.44	.74
	Kognitive Anforderungen	.85	.55	.72
	Fehler	.64	.53	.72
	Math. Texte	.74	.59	.71
	Schülerorientierung	.74	.23	.78
Erkennen - lernzielspezifisches Potenzial ($\alpha = .68$)	Lernziel1 U1 A2	.54	.20	.68
	Lernziel1 U2 A1	.70	.25	.67
	Lernziel2 U2 A1	.49	.12	.69
	Lernziel3 U2 A1	.72	.36	.66
	Lernziel2 U2 A2	.36	.24	.67
	Lernziel3 U2 A2	.45	.28	.67
	Lernziel4 U2 A2	.40	.23	.68
	Lernziel2 U4 A1	.75	.51	.64
	Lernziel3 U4 A1	.39	.20	.68
	Lernziel4 U4 A1	.69	.38	.65
	Lernziel5 U4 A1	.74	.16	.68
	Lernziel1 U4 A2	.66	.40	.66
	Lernziel2 U4 A2	.71	.29	.67
	Lernziel3 U4 A2	.46	.29	.67
	Lernziel4 U4 A2	.59	.40	.65
Lernziel5 U4 A2	.76	.34	.66	
Analyse Niveau ($\alpha = .59$)	Beg. Niveau U3 A1	.54	.39	.51
	Beg. Niveau U3 A2	.47	.33	.55
	Beg. Niveau U4 A1	.43	.20	.59
	Beg. Niveau U4 A2	.46	.47	.47
	Beg. Niveau U1	.76	.21	.59
	Beg. Niveau U2	.79	.38	.53
Analyse Adäquatheit ($\alpha = .48$)	Beg. Adäquat U3 A1	.62	.24	.43
	Beg. Adäquat U3 A2	.54	.27	.42
	Beg. Adäquat U4 A1	.54	.21	.45
	Beg. Adäquat U4 A2	.62	.21	.45
	Beg. Adäquat U1	.50	.27	.42
	Beg. Adäquat U2	.51	.26	.43
Vorbereitung der Aufgabenimplementation ($\alpha = .78$)	Impulse Art Adäquat U1	.60	.72	.65
	Impulse Art Adäquat U4	.60	.53	.76
	Impulse Adäquat U1	.59	.56	.75
	Impulse Adäquat U2	.69	.57	.73

Beg. Begründung, U Unit, A Aufgabe

Erkennen des Aufgabenpotenzials

Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials Sieben verschiedene Merkmale des generellen Aufgabenpotenzials werden von den Teilnehmern eingeschätzt. Die Itemschwierigkeiten der Merkmale geben hierbei ein Maß an, inwieweit die Teilnehmer mit der fachdidaktisch-normativen Einschätzung übereinstimmen. Das Instrument differenziert vor allem im unteren Leistungsspektrum, schwierige Items finden sich nicht.

Die leichtesten Items sind die zu den Einschätzungen der *kognitiven Anforderungen* (.85) und der *mathematischen Darstellungen* (.83).

Unit 1 - Aufgabe 2	Unit 3 - Aufgabe 1																																	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>Wie könnte man mit dem Rechteckmodell $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ berechnen?</p> <p>Erkläre deine Lösung, indem du ein Papier geeignet faltest und einfärbst.</p> <p>Denke dir weitere Aufgaben aus!</p> </div> <p>Kreuzen Sie an, welche der vorgegebenen Beschreibungen für eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe zutreffen bzw. nicht zutreffen. Es können auch mehrere Aussagen zutreffen.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Mathematische Darstellungen: <small>Der Begriff der „Darstellungen“ bezieht sich hier auf Bilder (Graph, Tabelle, etc.), Symbole und Material, die zur Aufgabebearbeitung notwendig sind.</small></th> <th style="text-align: center;">trifft nicht zu</th> <th style="text-align: center;">trifft zu</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... die Verwendung mathematischer Darstellungen.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... Darstellungen mittels gegebener Information anzufertigen oder Informationen aus einer gegebenen Darstellung zu entnehmen.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... Zusammenhänge zwischen Darstellungen zu analysieren.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... Darstellungen zu beurteilen oder zu reflektieren.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Mathematische Darstellungen: <small>Der Begriff der „Darstellungen“ bezieht sich hier auf Bilder (Graph, Tabelle, etc.), Symbole und Material, die zur Aufgabebearbeitung notwendig sind.</small>	trifft nicht zu	trifft zu	Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... die Verwendung mathematischer Darstellungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... Darstellungen mittels gegebener Information anzufertigen oder Informationen aus einer gegebenen Darstellung zu entnehmen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... Zusammenhänge zwischen Darstellungen zu analysieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... Darstellungen zu beurteilen oder zu reflektieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>Berechne überschlagsmäßig und prüfe dann dein Ergebnis, indem du die Lösung berechnest. Wenn du dir nicht sicher bist, verwende dafür das Rechteckmodell.</p> <p>a. $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ d. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ g. $\frac{3}{5} + \frac{3}{4}$</p> <p>b. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ e. $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ h. $1\frac{3}{5} + \frac{6}{7}$</p> <p>c. $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$ f. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ i. $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$</p> </div> <p>Kreuzen Sie an, welche der vorgegebenen Beschreibungen für eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe zutreffen bzw. nicht zutreffen. Es können auch mehrere Aussagen zutreffen.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Kognitive Anforderungen</th> <th style="text-align: center;">trifft nicht zu</th> <th style="text-align: center;">trifft zu</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... bekannte Verfahren anzuwenden.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... verschiedene bekannte Verfahren zu kombinieren.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>... selbstständig neue Verfahren zu entwickeln oder Verfahren zu reflektieren.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Kognitive Anforderungen	trifft nicht zu	trifft zu	Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... bekannte Verfahren anzuwenden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... verschiedene bekannte Verfahren zu kombinieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	... selbstständig neue Verfahren zu entwickeln oder Verfahren zu reflektieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mathematische Darstellungen: <small>Der Begriff der „Darstellungen“ bezieht sich hier auf Bilder (Graph, Tabelle, etc.), Symbole und Material, die zur Aufgabebearbeitung notwendig sind.</small>	trifft nicht zu	trifft zu																																
Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... die Verwendung mathematischer Darstellungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... Darstellungen mittels gegebener Information anzufertigen oder Informationen aus einer gegebenen Darstellung zu entnehmen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... Zusammenhänge zwischen Darstellungen zu analysieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... Darstellungen zu beurteilen oder zu reflektieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
Kognitive Anforderungen	trifft nicht zu	trifft zu																																
Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... bekannte Verfahren anzuwenden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... verschiedene bekannte Verfahren zu kombinieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																
... selbstständig neue Verfahren zu entwickeln oder Verfahren zu reflektieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																

Abbildung 8.1.: Itembeispiele niedriger Schwierigkeit der Skala Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials (*mathematischen Darstellungen* und *kognitiven Anforderungen*)

Abbildung 8.1 gibt dazu zwei Itembeispiele des Fragebogens an, mit den Beschreibungen zur Einschätzung dieser beiden Merkmale zum Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials. Die Teilnehmer stimmen großteils mit der Meinung, die von den meisten Experten geteilt wurde, überein, dass in Aufgabe 2 der Unit 1 (links) bis auf *Darstellungen zu beurteilen oder zu reflektieren* alle vorgegebenen Beschreibungen für eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe zutreffen. Durch die Verwendung des Rechteckmodells (inklusive Falten mit Papier) und der Erklärung der Vorgehensweise, ist es für die Aufgabe nicht nur erforderlich mathematische Darstellungen anzufertigen, sondern auch Zusammenhänge zwischen Darstellungen zu analysieren (z. B. zwischen der symbolischen Darstellung der Brüche und ihrer Darstellung am Rechteckmodell). Ein ähnliches Ergebnis bezüglich der Übereinstimmung mit der Expertenmeinung findet man bei Aufgabe 1 der Unit 3 (rechts) für die Einschätzung der kognitiven Anforderungen der Aufgabe. Der mittlere Schwierigkeitsindex (.83) zeigt, dass ein Großteil der Teilnehmer übereinstimmt, dass für die Aufgabe alle Beschreibungen bis auf die letzte (*selbstständig neue Verfahren zu entwickeln oder Verfahren zu reflektieren*) zutreffen.

Am wenigsten Übereinstimmung mit der vorgegebenen Norm zeigt sich bei den Items zu den Merkmalen *Fehler* (.64) und *mathematisches Argumentieren* (.71). Dazu wird in Abb. 8.2 ein Beispiel gegeben. Die Bearbeitung der Aufgabe 2 aus Unit 2 erfordert aus fachdidaktischer Sicht⁴ keine mathematischen Argumentationsprozesse. Es ist le-

⁴Für die folgenden Analysen wird immer die Einschätzung, die von den meisten Experten getroffen wird, herangezogen.

Unit 2 - Aufgabe 2		
<p>Andrea erklärt Bernd, wie man zwei Brüche mit unterschiedlichen Nennern addiert. Sie sagt: „Nachdem ich den Hauptnenner gefunden habe, ...“</p> <p>Ergänze Andreas Satz. Wende diese Regel anschließend auf folgende Aufgaben an:</p>		
a. $\frac{1}{2} + \frac{5}{7}$	d. $\frac{5}{7} + 2\frac{2}{3}$	g. $\frac{4}{5} + \frac{1}{2}$
b. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$	e. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$	h. $\frac{4}{9} + \frac{5}{12}$
c. $1\frac{3}{4} + \frac{3}{5}$	f. $\frac{5}{8} + \frac{7}{12}$	
<p>Kreuzen Sie an, welche der vorgegebenen Beschreibungen für eine tragfähige Bearbeitung der gesamten Aufgabe zutreffen bzw. nicht zutreffen. Es können auch mehrere Aussagen zutreffen.</p>		
Mathematisches Argumentieren	<i>trifft nicht zu</i>	<i>trifft zu</i>
Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...		
... die Nutzung bekannter und einfacher Standardargumente.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... die Entwicklung von überschaubaren, aber mehrschrittigen Argumentationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... die Entwicklung komplexer Argumentationen oder die Beurteilung von Argumentationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fehler	<i>trifft nicht zu</i>	<i>trifft zu</i>
Die Aufgabe eignet sich typische Fehler gezielt anzusprechen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Aufgabe ermöglicht es, eigene Fehler selbst zu erkennen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Aufgabe ermöglicht es, eigene Fehler zu korrigieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung 8.2.: Aufgabenbeispiel (Unit 2, Aufgabe 2). Die Merkmale Fehler und mathematisches Argumentieren des generellen Aufgabenpotenzials weisen eine hohe Schwierigkeiten auf

diglich die Wiedergabe der Regel zur Addition ungleichnamiger Brüche gefordert und die Berechnung verschiedener Aufgaben zur Bruchaddition. Der Aussage, dass für die Aufgabe komplexe Argumentationen oder die Beurteilung von Argumentationen erforderlich sind, stimmen 90% der Teilnehmer nicht zu. Größere Unterschiede zur fachdidaktischen Meinung ergeben sich dahingegen bei den folgenden zwei Beschreibungen: 80% der Teilnehmer geben an, dass die Nutzung bekannter und einfacher Standardargumente erforderlich sind. 38% sehen die Entwicklung von überschaubaren, aber mehrschrittigen

Argumentationen notwendig für die Lösung der Aufgabe. Aus fachdidaktischer Sicht wird die Aufgabe bezüglich ihres Potenzials mathematische Argumentationsprozesse zu fördern von den Teilnehmern überschätzt. Ähnliches gilt für das Potenzial der Aufgabe, typische Fehler zu diskutieren, zu erkennen oder zu korrigieren. Aus fachdidaktischer Sicht ist die Aufgabe nur dazu geeignet, typische Fehler gezielt anzusprechen, da mehrere verschiedene Aufgabenstellungen gegeben sind (80% der Teilnehmer stimmen damit überein)⁵. Eigene Fehler selbst zu erkennen oder zu korrigieren ist nach der Experten-einschätzung bei dieser Aufgabe nicht möglich. Diese Aspekte werden jedoch von 47% (Fehler erkennen) beziehungsweise 45% (Fehler korrigieren) der Teilnehmer in dieser Aufgabe gesehen.

Die Unterschiede in den Schwierigkeiten können teilweise mit den Begrifflichkeiten zusammenhängen. Die Begriffe der eher leicht einzuschätzenden Merkmale werden zum Teil im Vorhinein geklärt (*Darstellungen*) beziehungsweise können auch ohne vertieftes fachdidaktisches Wissen verstanden werden. Aufgaben werden hinsichtlich des Potenzials mathematische Argumentationsprozesse anzuregen, tendenziell überschätzt, was mit einer Fehlvorstellung des Begriffs *mathematisches Argumentieren* zusammenhängen kann. Aus fachdidaktischer Sicht wird beispielsweise das Vervollständigen eines Merksatzes nicht als mathematische Argumentation betrachtet. Ein anderes Ergebnis ist vorstellbar, wenn der Begriff vorher geklärt werden würde. Ein schwierig einzuschätzendes didaktisches Merkmal ist die Kategorie *Fehler*. Es wird angenommen, dass hierfür nicht nur Wissen über den reinen Lösungsprozess der Aufgabe erforderlich ist, sondern auch Wissen darüber, was typische Schülerfehler sind. Eine weitere Vermutung ist, dass hier die Implementation verstärkt mitgedacht wird, wie beispielsweise dass die Korrektur von Fehlern häufig durch die Lehrkraft (und weniger durch die Lernenden selbst) geschieht und dass die Diskussion von Fehlern eher im Unterrichtsgespräch stattfindet – unter anderem um Lernende nicht mit Fehlern allein zu lassen. Trotz der Bedeutsamkeit, typische Schülerfehler im Unterrichtsdiskurs zu thematisieren, sind Aufgaben notwendig, die selbsttätig bearbeitet werden können und eine eigenständige Auseinandersetzung mit Fehlern ermöglichen. Es braucht Lerngelegenheiten, die Schülerinnen und Schüler dazu anregen, ihren eigenen Lern- und Arbeitsprozess kontinuierlich zu evaluieren und neu auszurichten.

Insgesamt sind die Trennschärfen der Items der Skala zum Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials bis auf das Item *Schülerorientierung* (.23) mit Werten von .44 bis .59 in einem akzeptablen bis guten Bereich. Zusätzlich zeigt eine explorative Faktorenanalyse, dass das Items zur Einschätzung der Schülerorientierung weniger mit den anderen Merkmalen korreliert und damit weniger zur Skala beiträgt. Die Einschätzung der Schülerorientierung unterscheidet sich auch aus inhaltlicher Sicht von den anderen Items, da es sich weniger auf den inhaltlichen Lösungsprozess bei der Aufgabenbearbeitung bezieht, sondern auf die motivationalen Aspekte des Aufgabenpotenzials (z. B. *Die Aufgabe kann Lernenden unterschiedlicher Leistungsniveaus Lerngelegenheiten bieten*). Trotzdem wird die Einschätzung der Schülerorientierung als bedeutender Aspekt

⁵Generell könnte das Potenzial der Aufgabe bezüglich dieses Aspekts noch verbessert werden, indem gezielt Aufgaben ausgewählt werden, die typische Schülerfehler ansprechen. Dies trifft für diese Aufgabe nur bei entsprechender Implementation zu.

des Erkennens betrachtet. Aus Gründen der Inhaltsvalidität wird das Item beibehalten, auch wenn sein Ausschluss eine leichte Erhöhung der Reliabilität der Skala (Cronbach's Alpha) zur Folge hätte (Bühner, 2011).

Erkennen des lernzielspezifischen Aufgabenpotenzials Die Schwierigkeitsindizes der Items der Skala zum Erkennen des lernzielspezifischen Aufgabenpotenzials variieren zwischen .36 und .76, sie differenzieren somit gut im mittleren Leistungsbereich. Sehr leichte und sehr schwierige Items sind nicht zu finden. Die Trennschärfen sind mit Werten zwischen .20 und .51 akzeptabel, mit Ausnahme zweier Items. Zwei der Items haben eine sehr geringe Trennschärfe. Das Item Lernziel5 U4 A1 (*Die Lernenden kennen die Strategie 'ein Diagramm zeichnen'.*) ist eines der beiden leichtesten Items und weist eine geringe Varianz auf, was die geringe Trennschärfe (.16) erklären kann. Das Item Lernziel2 U2 A1 (*Die Lernenden können bei der Hauptnernerbildung strategisch geschickt vorgehen.*) wird aufgrund seiner Inhaltsvalidität beibehalten (Trennschärfe .12). Die Einschätzung des gleichen Lernziels für die andere Aufgabe stellt das schwierigste Item dar. Da die Lernziele immer paarweise für beide Aufgaben eingeschätzt werden, und das schwierigste Item der Skala erhalten bleiben sollte, wurde auch das Item Lernziel2 U2 A1 beibehalten. Zwei der am schwierigsten einzuschätzenden Lernziele beziehen sich auf Aufgabe 2 der Unit 2 (Abb. 8.2): Nach der Experteneinschätzung kann mit der Bearbeitung der Aufgabe nur wenig zu den beiden Lernzielen *Die Lernende können bei der Hauptnernerbildung strategisch geschickt vorgehen* und *Die Lernenden können erklären, warum ein Hauptnerner gebildet werden muss* beigetragen werden. Die hohe Itemschwierigkeit entsteht durch die geringe Übereinstimmung vieler Teilnehmer mit dieser Meinung. Aus fachdidaktischer Sicht weist dies darauf hin, dass Teilnehmer – vergleichbar zur Einschätzung des generellen Aufgabenpotenzials – auch das lernzielspezifische Aufgabenpotenzial überschätzen.

Zusammenfassend Insgesamt scheint die Einschätzung und Schwierigkeit der Items nicht unbedingt von der Aufgabe abzuhängen, sondern von einem spezifischen Lernziel. Zwar sind alle Items zu Aufgabe 2 aus Unit 2 eher schwierige Items, für andere Aufgaben findet man dahingegen sowohl schwierige als auch leichte Items. Zusammenfassend zeigt sich für das generelle als auch für das lernzielspezifische Aufgabenpotenzial eine Tendenz, dass das Potenzial überschätzt wird. Das bedeutet, dass die Teilnehmer Aufgaben ein hohes Potenzial in bestimmten Aspekten zusprechen, obwohl diese aus fachdidaktischer Sicht ein niedrigeres Potenzial aufweisen.

Analyse des Aufgabenpotenzials

Analyse Niveau Die Koeffizienten der Trennschärpen der Skala *Analyse Niveau* nehmen Werte zwischen .20 und .38 an (Tabelle 8.2). Die erste Aufgabe von Unit 4 stellt bezüglich des Niveaus der Begründung das schwierigste Item der Skala dar, dessen Varianz im Vergleich zu den anderen Items geringer ist. 72% der Begründungen wurden mit Niveau 1 kodiert. Inhaltlich stellt die erste Aufgabe dieser Unit die aus fachdidaktischer Sicht weniger geeignete Aufgabe dar. Es liegt die Vermutung nahe, dass tiefergehende Argumente deswegen eher schwierig zu finden sind. Diese Faktoren können zu der niedrigen Trennschärfe (.20) des Items beitragen. Um die Inhaltsvalidität zu gewährleisten und eine angemessene Anzahl von Items beizubehalten, wird dieses Item ebenso wie das Item zur Unit 1 (Trennschärfe .21) nicht aus der Skala entfernt (Bühner, 2011).

Zur Erfassung der Analyse (Begründungen) standen zwei Itemformate mit insgesamt sechs Items zur Verfügung (Abbildung 6.4). Das Itemformat zur Begründung einer Aufgabenauswahl ist bezüglich der Instruktion und des Antwortformats etwas enger gefasst und fordert gezielt zu einer Erklärung der Begründung auf (Abbildung 6.5). Im Mittel werden bei Setting 1 (Auswahl) 3,3 ($SD = .81$) und bei Setting 2 (Eignung) 2,1 ($SD = .73$) Begründungen angegeben. Es wird angenommen, dass aufgrund der expliziten Nachfrage das mittlere Begründungsniveau der Items von Setting 1 und somit der erreichte Score allgemein etwas höher sind im Vergleich zu Setting 2. Tabelle 8.3 zeigt die prozentuale mittlere Häufigkeit der verschiedenen Analyseniveaus (jeweils pro gesamter Anzahl an Begründungen) für die beiden Erhebungsformate. Erwartungsgemäß sind nur 10% aller Begründungen bei Setting 1 Beschreibungen, was für diese Items meistens Antworten mit einem Wort (Schlagwort) entspricht.

Tabelle 8.3.: Prozentuale mittlere Häufigkeit der drei Niveaus (jeweils gemessen an der gesamten Anzahl an Begründungen) für die beiden Erhebungsformate

Itemformat	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Analyse Setting 1 (Auswahl)	10%	46%	44%
Analyse Setting 2 (Eignung)	52%	40%	8%

Die Begründungen der Teilnehmer wurden hinsichtlich ihres Niveaus auf einer dreistufigen Skala kodiert und abhängig von der Stufe mit unterschiedlichen Scores bewertet (Stufe 1: Beschreiben, Score $\frac{1}{3}$; Stufe 2: Erklären, Score $\frac{2}{3}$, Stufe 3: Vorhersagen, Score 1). Der mittlere Begründungsscore des ersten Settings (Auswahl) beträgt .77 ($SD=.14$) im Vergleich zum zweiten Setting (Eignung) mit .47 ($SD=.15$).

In Abbildung 8.3 sind im rechten Antwortbeispiel exemplarisch Begründungen auf Niveau 2 und 3 zu sehen. Die zweite Begründung wurde mit Niveau 2 kodiert, da das Aufgabenmerkmal *Offenheit* erklärt wird, aber keine weiterführenden Hinweise auf mögliche Wirkungen auf den Lernprozess gegeben werden. Dies geschieht dahingegen bei der ersten und dritten Begründung schon, weswegen diese mit dem Niveau 3 kodiert wurden. Das linke Beispiel zeigt die oben erwähnten Antworten im Schlagwort Format auf Niveau 1. Weitere Begründungen auf Niveau 1 für die in beide Spalten (Aufgabenmerkmal - Warum ist das für Ihre Auswahl wichtig?) Einträge angegeben wurden, sind zum

Beispiel „Anschaulichkeit - sich etwas vorstellen können“ oder „zielorientiert - Aufgabe soll zum Lernziel führen“.

Aufgabenmerkmal	Warum ist das für Ihre Auswahl wichtig?	Aufgabenmerkmal	Warum ist das für Ihre Auswahl wichtig?
		Eigenständiges Erkunden/ Vergleichen	Eigenständiges Erarbeiten, Nachhaltigkeit, bleibt länger im Gedächtnis
Verständlichkeit		Stufarbeit Offenheit	Schüler können selbst ent- scheiden, welcher Weg für Sie am einfachsten ist
Argumentieren		Argumentieren	S sollen begründen, warum sie sich für bestimmten Weg entschieden haben → Vertiefung findet auf unterschiedlichen Ebenen statt

Abbildung 8.3.: Beispielhafte Begründungen der Aufgabenauswahl von praktizierenden Lehrkräften auf Niveau 1 (Unit 1; links) sowie Niveau 2 und 3 (Unit2; rechts; Niveau 3, 2 und 3, von oben nach unten)

Abbildung 8.4 zeigt die Antwort eines Teilnehmers zur zweiten Aufgabe der vierten Unit (Begründungssetting 2, Lernziel: Fördern des Aufbaus heuristischer Strategien, die zur Lösung komplexer Probleme beitragen können). Die erste und die vierte Begründung stellen Beschreibungen der Aufgabensituation dar (Niveau 1). Die zweite Begründung wurde als Erklärung kodiert (Niveau 2). Der Teilnehmer geht auf anspruchsvolle Anteile der Aufgabe ein, die die Schüler zur Aufgabebearbeitung anspornen sollen. Die Aussage wurde nicht als Vorhersage kodiert, da die Antwort „nicht so fad“ als Ergänzung zu den anspruchsvollen Aufgabenanteilen gesehen wird und nicht als deren Erklärung. Die dritte Begründung wurde als Vorhersage kodiert (Niveau 3). Die Aufgabeneigenschaft „Abgleich mit Realität möglich“ wird durch die Aussage, dass ein Vergleich mit bekannten Darstellungen z. B. aus dem Fernsehen möglich ist, erklärt. Die restlichen Aussagen sind Vorhersagen auf beziehungsweise Vernetzungen mit möglichen und weiterführenden Lernprozessen. Es wird auf Verbindungsmöglichkeiten des mathematischen Inhalts mit anderen Fächern oder der Realität hingewiesen.

Die verschiedenen Itemformate zur Erfassung des Niveaus der Analyse weisen akzeptable Trennschärfen auf. Es sind Unterschiede im Analyseniveau feststellbar. Diese Unterschiede könnten vor allem auf das Itemformat und das Setting zurückzuführen sein. Durch das tabellarische Format und die explizite Nachfrage ist eine Konzentration auf eine lernprozessorientierte Begründung bereits teilweise vorgegeben. Die Idee der fokussierten Nachfrage mit einem speziellen Setting entwickelte sich aus der Interviewstudie. Die offenere Frage, warum eine Aufgabe für ein bestimmtes Lernziel geeignet sei, ergibt weniger Begründungen, die Auswirkungen auf den weiteren Lernprozess vor-

- 1) verschiedene Lösungswege möglich (und nicht vorgegeben)
- 2) aussprachsvollere Anteile; nicht so „faded“ → mehr Anreize
- 3) Abgleiche mit Realität möglich → fächerübergreifend,
Allgemeinwissen fördernd,
ausgehend zur Aufmerksamkeit
für Zusammenhänge von
Mathematik und Realität
Vgl. mit „Lösungen“ in
Zeitungen und TV
(„Sitzverteilung“)
- 4) HA - Stellung weiterführend schon möglich

Abbildung 8.4.: Beispielhafte Begründungen einer praktizierenden Lehrkraft auf Niveau 1, 2, 3 und 1, von oben nach unten (Aufgabe 2, Unit 4)

hersagen (Niveau 3). Das Ergebnis des Settings 1 (Auswahl) lässt vermuten, dass eine ergänzende explizite Nachfrage zu mehr Begründungen auf Niveau 3 führen könnte.

Analyse Adäquatheit Als weiterer Indikator der Prozessqualität wurde kodiert, inwieweit die angegebenen Begründungen aus inhaltlicher und fachdidaktischer Sicht adäquat bezüglich der Aufgabe und des mit der Aufgabe verbundenen Lernprozesses sind. Die Schwierigkeitsindizes zeigen, dass eine Differenzierung der Ergebnisse vor allem im mittleren Bereich möglich ist (Tabelle 8.2). Die Trennschärfekoeffizienten sind mit Werten von .21 bis .27 eher niedrig, ein Ausschluss einzelner Items erfolgt aber nicht. Die niedrigen Trennschärfen könnten ein Hinweis auf heterogene Items sein. Die Verteilung der Schwierigkeitsindizes von heterogenen Items, also Items die einen breiten Bereich eines Konstrukts abdecken und die eine im Allgemeinen geringe Trennschärfe aufweisen, sollte eher schmalgipflig sein, was für dieses Instrument zutrifft (Lienert & Raatz, 1998, S.115).

Die Antworten in Abbildung 8.3 im linken Beispiel wurden als nicht adäquat kodiert, da die Aufgabenmerkmale sich nicht auf einen tatsächlichen Unterschied zwischen den beiden Aufgaben beziehen. Die Antworten des rechten Beispiels wurden dahingegen alle als fachdidaktisch adäquat eingestuft. In Abbildung 8.4 wurden alle Begründungen bis auf die letzte als fachdidaktisch adäquat eingestuft. Es soll begründet werden, warum sich die Aufgabe zur Förderung heuristischer Strategien eignet. Die letzte Antwort (weiterführende Hausaufgabenstellung ist möglich) stellt aus fachdidaktischer Sicht kein Argument dafür dar.

Vorbereitung der Aufgabenimplementation

Als Ergebnis des Planungsprozesses wird die Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit der Frage nach möglichen Impulsen für etwaige Probleme bei der Aufgabenbearbeitung operationalisiert. Die Teilnehmer geben im Mittel 2,4 Impulse ($SD = 1,3$) an. Trotz der kurzen Skalenlänge von vier Items sind die Trennschärfekoeffizienten mit Werten von .53 bis .72 als gut zu bezeichnen (Tabelle 8.2). Die Impulse sind in 65% der Fälle aus fachdidaktischer Sicht inhaltlich korrekt und hilfreich um an der Lösung der Aufgabe weiterzuarbeiten. Für das Item zur Aufgabe mit dem Rechteckmodell der Bruchaddition (U1) werden weniger richtige Antworten gegeben. Dies könnte damit zusammenhängen, dass das Rechteckmodell von einigen Teilnehmern als weniger bekannt als das Kreismodell angegeben wurde.

Insgesamt zielen inhaltlich für die beiden Units mehr als die Hälfte der Impulse (57%) auf die Reflexion konzeptueller Zusammenhänge ab, die zu einem Lösungsschritt führen können. Bei weiteren 28% beziehen sich die Teilnehmer auf Problemlösestrategien, die zur Lösung der Aufgabe hilfreich sein können. In 8% der Fälle werden ganz konkrete Lösungsschritte oder schon die Lösung der Aufgabe genannt. In weiteren 5% gehen die Teilnehmer auf allgemeine Bearbeitungsstrategien ein, die für die Aufgabenbearbeitung hilfreich sein können, die aber nicht spezifisch für diese Aufgabe sind, sondern darüber hinaus anwendbar. Nur 2% der Aussagen beziehen sich auf Impulse zur Selbstregulation oder Motivation. Abbildung 8.5 stellt dar, wie häufig die einzelnen Impulse für die Aufgaben aus Unit 1 und Unit 4 genannt werden. Es zeigt sich ein Unterschied vor allem in den konzeptuellen und Problemlösestrategie Impulsen.

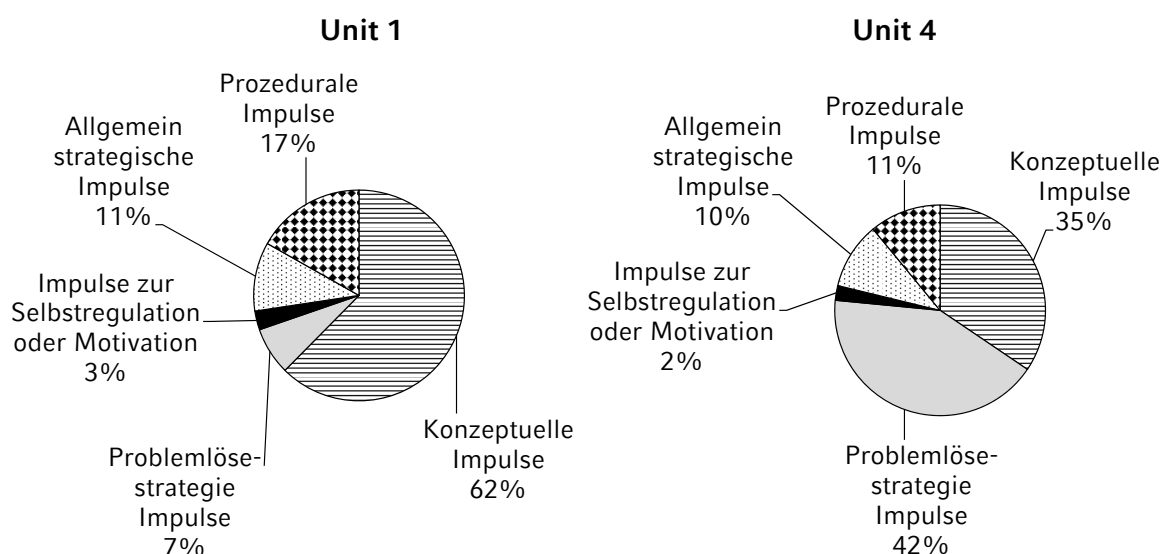


Abbildung 8.5.: Art der genannten Impulse für die Aufgaben aus Unit 1 und Unit 4

8.1.4. Deskriptive Beschreibung der Skalen

Im Folgenden werden die Skalen deskriptiv beschrieben. In der Tabelle 8.4 ist zu jeder Skala die Skalenlänge, den Wert von Cronbach's alpha, die Minimal- und Maximalwerte, Mittelwerte und Standardabweichungen angegeben. Insgesamt zeigen die Werte der einzelnen Skalen, dass das Erhebungsinstrument eine breite Erfassung des Erkennens und der Analyse von Aufgabenpotenzial, der Planungsergebnisse und der Wissenskomponenten ermöglicht. Das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials und das Niveau der Analyse haben die größten Mittelwerte auf Skalenebene. Die interne Konsistenz der Skalen ist mit Werten für Cronbach's Alpha von .59 bis .78 akzeptabel, insbesondere in Anbetracht der teils geringen Skalenlängen und des explorativen Ansatzes der Studie.

Tabelle 8.4.: Deskriptive Beschreibung der Skalen des Erhebungsinstruments: Skalenlänge, Cronbach's Alpha, Minimal- und Maximalwert, Mittelwert und Standardabweichung

Skala ($N = 95$)	Skalenlänge	Cronbach's alpha	Min	Max	M	SD
Erkennen - generelles Potenzial	7	.76	.30	.91	.75	.11
Erkennen - lernzielspez. Potenzial	16	.68	.06	.91	.59	.15
Erkennen - Aufgabenpotenzial gesamt	23	.74	.22	.86	.67	.11
Anzahl Merkmale bzgl. Lernprozess	2		0	8	2.81	1.65
Analyse (Begründung) Niveau	6	.59	.33	.87	.64	.10
Analyse (Begründung) Adäquatheit	6	.48	.00	1.00	.55	.20
Analyse gesamt	12	.72	.21	.92	.60	.14
Aufgabenauswahl	4		.19	1.00	.63	.20
Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse)	4	.78	.00	1.00	.63	.27
Fachwissen	6	.59	.00	1.00	.52	.25
Fachdidaktisches Wissen (Anzahl richtiger Antworten)	4	.34	0	1.00	.47	.19
Fachdidaktisches Wissen (Anzahl richtiger Antworten und mittlere Qualität)	6	.78	-1.45	2.32	.00	.69

Eine Ausnahme stellt die Skala zur Analyse Adäquatheit dar. Trotz der Schwierigkeiten bei der Entwicklung eines übergreifenden Kategoriensystems zur Kodierung der Adäquatheit, wurde mit dem Instrument versucht, die Adäquatheit als möglichen Indikator qualitativer Planungsprozesse zu erfassen. Der zufriedenstellende Wert der Interraterreliabilität bestätigt diesen Versuch. Trotz der guten Interraterreliabilität dieser Skala von $\kappa = .78$, zeigt sich mit dem geringen Cronbach's-Alpha Wert ($\alpha = .48$) nur eine niedrige interne Konsistenz. Ergebnisse bezüglich der Adäquatheit müssen entsprechend sehr vorsichtig interpretiert werden. In weiteren Forschungsarbeiten müssten Maßnahmen zur Verbesserung der Skala getroffen werden. Später wird die interne Konsistenz dieser Skala noch genauer diskutiert.

Eine weitere Ausnahme bildet die Skala zur Erfassung des fachdidaktischen Wissens. Die Items wurden dem in der COACTIV-Studie entwickelten und mehrfach erprobten Test entnommen (Baumert et al., 2009; Krauss et al., 2004). Deswegen wurde davon ausgegangen, dass sie eine valide und reliable Erfassung des fachlichen und fachdidaktischen

Wissens ermöglichen. In den einzelnen Items sollten mehrere Begründungen angegeben werden, die jeweils nach dem COACTIV-Codebook⁶ dichotom bewertet wurden. Der Score für jedes Item ist die Summe aus den Einzelscores, also die Summe der richtigen Antworten. Obwohl die Itemauswahl im Vorhinein mit einem der Hauptverantwortlichen der COACTIV-Studie abgesprochen wurde, weist die sich daraus ergebende Skala ein sehr niedriges Cronbach's Alpha von $\alpha = .34$ auf. Dieser Wert könnte durch die Aufnahme weiterer Items zum fachlichen und fachdidaktischen Wissen optimiert werden. Dies war jedoch aufgrund der begrenzten Zeit in diesem Fragebogen nicht möglich. Um die interne Konsistenz der Skala zu verbessern, wurde neben der Anzahl der richtigen Antworten auch noch die mittlere Qualität der Antworten mit aufgenommen, was zu einer Verbesserung des Cronbach's Alphas führte ($\alpha = .78$). Die Berechnung des Cronbach's Alpha erforderte aufgrund der unterschiedlichen Skalenformate eine z-Standardisierung⁷ der Variablen. Für die Skalenbildung werden folglich aus einem Item zwei Variablen herangezogen (Anzahl und mittlere Qualität), die zu einem gewissen Maße zusammenhängen. An dieser Stelle könnte kritisiert werden, dass allein dieser Zusammenhang zu einer Erhöhung des Cronbach's Alphas führt, obwohl durch die Aufnahme der Variablen kein substantieller Beitrag zur Reliabilität des Instruments geleistet wird. Diesem Argument kann entgegengehalten werden, dass von einem inhaltlichen Standpunkt betrachtet, die Anzahl an gegebenen Antworten nicht per se ein mit der durchschnittlichen Antwortqualität zusammenhängendes Maß ist. Die später vorgestellten Analysen wurden für beide Varianten durchgeführt. Trotz der unterschiedlichen Skalenbildung ergeben sich ähnliche Ergebnisse. Zu betonen ist, dass die in der Arbeit verwendete Skala (mit dem höheren Cronbach's Alpha) zu keinen künstlichen Zusammenhängen führt, beziehungsweise Ergebnisse überschätzt. Damit ist gemeint, dass die Analysen mit der längeren Skala keine Zusammenhänge oder Ergebnisse liefern, die sich bei der kürzeren Skala nicht auch zeigen. Die Ergebnisse müssen zwar vor diesen Einschränkungen kritisch betrachtet werden, können aber einen ersten Eindruck zu Zusammenhängen liefern.

Das Erkennen erfasst die Übereinstimmung mit der Expertenmeinung bei der Einschätzung des Potenzials der Aufgabe bei reiner, selbsttätiger Aufgabenbearbeitung (unabhängig von der Implementation). Die zugrunde liegende Annahme ist, dass ein Erkennen der theoretisch innewohnenden Eigenschaften der Aufgabe eine adäquate Einschätzung des Aufgabenpotenzials während der Implementation und eine lernförderliche Nutzung des Aufgabenpotenzials im Unterricht ermöglicht⁸. Das Erkennen des generellen Potenzials weist einen höheren Mittelwertscore auf ($M = .75$, $SD = .11$) als das Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials ($M = .59$, $SD = .15$). Die Einschätzung des generellen Potenzials erfordert vorwiegend die Analyse kognitiver Problemlöseprozesse, die ein Wissen über bestimmte Begrifflichkeiten (z. B. mathematisches Argumentieren) und die Aufgabenstruktur wie die Schritte beim Lösungsprozess erfordern. Die Einschätzung des lernzielspezifischen Potenzials ist inhaltlich orientiert und fokussiert

⁶nicht veröffentlicht

⁷Der Mittelwert wird bei der Standardisierung auf 0 festgelegt, negative Skalenkennwerte entsprechen erreichten Scores unterhalb des Mittelwerts.

⁸Die theoretische orientierte fachdidaktische Ausbildung an Universitäten baut weitgehend auf diesem Zusammenhang auf.

konkrete Wissensbildungsprozesse. Es zeigten sich teilweise Überschätzungen des Aufgabenpotenzials. Dies kann ein Hinweis darauf sein, dass eine Einschätzung des Potenzials, die unabhängig von der Implementation und der Klassensituation ist, vor allem für praktizierende Lehrkräfte eher schwieriger ist. Es ist davon auszugehen, dass die Kompetenz zum Erkennen des Aufgabenpotenzials im Zusammenhang mit dem konkreten Unterrichtskontext auf der Kompetenz zum Erkennen des alleinigen Aufgabenpotenzials (unabhängig vom Unterrichtskontext) aufbaut.

Im Vergleich mit der Analyse des Aufgabenpotenzials ($M = .60$, $SD = .14$), scheint das Erkennen tendenziell für die Teilnehmer etwas leichter zu sein ($M = .67$, $SD = .11$).

Für die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale in den Begründungen zur Aufgabenauswahl wurde ein Index gebildet (Summenwert). Dazu zählen neben Aussagen zur kognitiven Aktivierung auch Begründungen zur Vernetzung mathematischer Ideen und inhaltliche Begründungen. In den beiden Items werden in den Begründungen insgesamt im Mittel 2.81 ($SD = 1.65$) lernprozessbezogene Merkmale angegeben. Die Spannweite der Anzahl ist breit (0 bis 8). Für die beiden Units ist die Anzahl vergleichbar. Die Variable, die die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale erfasste, hat eine andere Skala (Zählskala) als die beiden anderen Variablen, die die Begründungsqualität erfassen (Mittelwertbildung bei Niveau, Adäquatheit). Außerdem ergibt eine explorative Faktorenanalyse (Hauptachsenfaktorenanalyse, Varimax) Hinweise auf eine mehrdimensionale Struktur. Aus diesen beiden Gründen wird die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale nicht mit in die Analyseskala mit aufgenommen, sondern separat betrachtet. Aus inhaltlicher Sicht erfasst die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale eher die Breite der in den Begründungen identifizierten Merkmale.

Für die Items zur Erfassung einer aus fachdidaktisch-normativer Sicht geeigneten Aufgabe wird ebenfalls ein Index gebildet (Mittelwertbildung, siehe 6.6.2). Die Kennwerte zeigen, dass die Schwierigkeit des zusammengefassten Index im mittleren Bereich liegt ($M = .63$, $SD = .20$). Diese ist vergleichbar mit der Schwierigkeit der Items zur Vorbereitung der Aufgabenimplementation ($M = .63$, $SD = .27$).

Mit Hilfe des Kolmogorov-Smirnov-Tests wurden die empirischen Verteilungen der Skalenwerte auf Übereinstimmung mit der Normalverteilung geprüft. Erwartungsgemäß zeigen sich signifikante Abweichungen von der Normalverteilung bei einzelnen Skalen. Eine ergänzende visuelle Überprüfung der Histogramme und QQ-Plots verweist jedoch auf annähernd normalverteilte Daten. Allein die Verteilung der Impulsskala ist rechtssteil, ein Deckeneffekt zeigt sich jedoch nicht. Anzumerken ist, dass die zentralen Auswertungsmethoden dieser Arbeit für Stichprobengrößen größer als 40 als robust gegenüber Verletzungen der Normalverteilungsannahme angenommen werden können (t-Test, siehe Bortz (2005, S. 94); Regressionsanalyse, siehe Backhaus (2011, S. 97)).

Zusammenfassend ergibt die Skalenanalyse, dass die Items des Fragebogens ein größtenteils reliables Erhebungsinstrument bilden. Auch die zusammengefassten Skalen zum Erkennen ($\alpha = .74$) und zur Analyse ($\alpha = .72$) des Aufgabenpotenzials liefern zufriedenstellende Ergebnisse. Einige Ausnahmen bezüglich der internen Konsistenz müssten in weiteren Untersuchungen verbessert werden, um ein reliables und valides Instrument hinsichtlich möglichst vieler Aspekte des Planungsprozesses, Planungsergebnissen und möglicher Einflussfaktoren zu erhalten.

8.1.5. Art der zur Begründung der Aufgabenauswahl herangezogenen Merkmale

Wie in Kapitel 5 beschrieben, zeigte die explorative Interviewstudie mit 17 Lehrkräften, dass sich Lehrkräfte bei der Begründung ihrer Aufgabenauswahl für den Unterricht unter anderem auf Merkmale von Unterrichtsqualität beziehen. In diesem Zusammenhang sollen mit den Daten der Hauptstudie im Folgenden noch die beiden Fragen geprüft werden:

- Welche Aufgabenmerkmale ziehen die Teilnehmer für die Begründung ihrer Aufgabenauswahl heran?
- Inwieweit beziehen sich die Teilnehmer hierbei auf lernwirksame Merkmale?

Die Teilnehmer geben bei der Frage, welche Merkmale für sie bei der Auswahl der vorgegebenen Aufgabe bedeutend sind, im Mittel 3,3 (SD = 0.82) Begründungen an. Abbildung 8.6 stellt die Art der zu den Begründungen der Aufgabenauswahl herangezogenen Merkmale dar. Insgesamt 38% der genannten Merkmale, beziehen sich auf die für die Aufgabenbearbeitung relevanten kognitiven Prozesse. Um dabei eine differenziertere Betrachtung derjenigen Merkmale zu erhalten, die sich direkt auf den Lernprozess beziehen, wird zwischen einer eher allgemein auf den Lernprozess fokussierten (Kognitive Aktivierung, 33%) und einer inhaltsorientierten Kategorie (inhaltliche Begründung, 5%) differenziert. Bei ersterer werden zum Beispiel Bearbeitungsprozesse oder konkrete mathematische Tätigkeiten genannt, die zur Aufgabenbearbeitung notwendig sind und die mit der Aufgabe gefördert werden können. Bei der zweiten werden konzeptuelle oder inhaltliche Einsichten angegeben, die mit der Aufgabe gewonnen werden können und sich auf das vorgegebene Lernziel beziehen. Das zweithäufigste Kriterium für die Aufgabenauswahl bilden mit 26% Aspekte, die auf eine konstruktive Lernerunterstützung verweisen - zum Beispiel, dass mit der Aufgabe differenziert, oder selbstständig gearbeitet werden kann. Als weitere lernwirksame Merkmale, die von den Studienteilnehmerinnen und -teilnehmern genannt werden, zählen Aspekte, wie die Vernetzung mathematischer Ideen (5%) und die Klarheit und Struktur der Aufgabe (4%). Daneben wird auf eher generelle mathematische Tätigkeiten, wie Üben oder Ergebnisse sichern (11%), verwiesen. Jeweils weitere 5% entfallen auf Äußerungen, in denen Organisatorisches oder die Komplexität der Aufgabe (5%) angesprochen wird. Es lässt sich zusammenfassen, dass sich die Teilnehmer bei ihrer Auswahl auf lernwirksame Merkmale beziehen. Das Ergebnis der Interviewstudie kann somit durch die Hauptstudie bestätigt werden.

Merkmale, die für die Begründung der Aufgabenauswahl herangezogen werden, wurden anschließend an die offene Begründung auch noch in einem geschlossenen Format erhoben. Mit diesem geschlossenen Format werden als Hauptkriterien für die Aufgabenauswahl die kognitive Aktivierung und die konstruktive Lernerunterstützung identifiziert. Damit repliziert sich das Ergebnis der offenen Items, was darauf schließen lässt, dass die Items reliabel erhoben wurden.

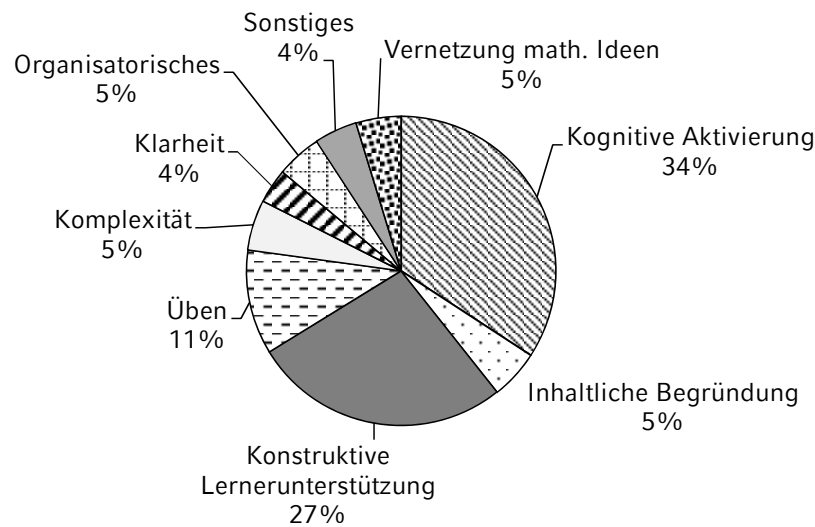


Abbildung 8.6.: Art der zur Begründung der Aufgabenauswahl herangezogenen Merkmale

Tabelle 8.5 zeigt die Minimal- und Maximalwerte sowie die Mittelwerte der prozentualen sowie absoluten Häufigkeiten der Nennungen der jeweiligen Merkmale. Die Absolutwerte im Vergleich zu den prozentualen Werten deuten darauf hin, dass sich die Teilnehmer bezüglich der Merkmale, die sie für ihre Aufgabenauswahl identifizieren, unterscheiden. So gibt es zum Beispiel Teilnehmer, die ihre Aufgabenauswahl zu 83% mit Aspekten begründen, die sich auf die kognitive Aktivierung beziehen, oder solche, die ihre Aufgabenauswahl zu 80% auf die konstruktive Lernerunterstützung stützen. Demgegenüber stehen Teilnehmer, bei denen für die Aufgabenauswahl in 60% der Begründungen organisatorische Aspekte im Umgang mit Aufgaben entscheidend sind. Dass sich die Teilnehmer in den für die Begründung ihrer Aufgabenauswahl identifizierten Merkmalen unterscheiden, hat sich schon in der explorativen Interviewstudie angedeutet.

Tabelle 8.5.: Minimal- und Maximalwert, Mittelwert (M) und Standardabweichung (SD) des prozentualen Anteils der Merkmale für die Aufgabenauswahl von der Gesamtzahl der Merkmalsnennungen. Außerdem für die Clusteranalyse verwendeter χ^2 -Wert und entsprechendes Signifikanzniveau p der Variablen

Merkmal	Min	Max	M	SD	$\chi^2(2)$	p
Kognitive Aktivierung	0	0.83	0.33	0.18	38.12	.000
Inhaltliche Begründung	0	0.33	0.05	0.09	0.52	.772
Vernetzung	0	0.33	0.05	0.09	12.67	.002
Lernerunterstützung	0	0.80	0.26	0.19	49.73	.000
Üben und Ergebnisse sichern	0	0.43	0.11	0.12	32.45	.000
Klarheit und Struktur	0	0.20	0.04	0.05	8.19	.017
Schwierigkeitsgrad	0	0.43	0.05	0.10	3.77	.152
Organisatorisches	0	0.60	0.05	0.13	7.51	.023
Sonstiges	0	0.38	0.04	0.09	2.77	.250

8.2. Unterschiedsanalysen

In der explorativen Vorstudie wurde das Vorgehen in der Unterrichtsplanung von regulären Lehrkräften mit dem von gezielt ausgewählten Lehrkräften mit zusätzlichen Qualifikationen verglichen. Die Studie ergibt Hinweise auf Unterschiede in Art und Qualität der Begründungen der Aufgabenauswahl zwischen Mathematiklehrkräften mit regulären und zusätzlichen Qualifikationen. Dieses Ergebnis ist vor allem unter der Annahme interessant, dass ein Fokus auf lernprozessbezogene Merkmale bei den Begründungen der Aufgabenauswahl als Prädiktor für erfolgreiche Planungsergebnisse gesehen werden kann.

In diesem Kapitel wird in diesem Zusammenhang auf folgende Fragestellungen eingegangen:

- Lassen sich Teilnehmergruppen identifizieren, die sich in der Art der Begründung ihrer Aufgabenauswahl unterscheiden?
- Unterscheiden sich Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsniveaus bezüglich der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial?
- Unterscheiden sich Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsniveaus bezüglich den Planungsergebnissen, also der Aufgabenauswahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation?

8.2.1. Begründungsprofile

Die Analyse der für die Begründung der Aufgabenauswahl herangezogenen Merkmale zeigt, dass die Teilnehmer unter anderem auf lernprozessbezogene Merkmale verweisen. Außerdem deuten die Daten in Tabelle 8.5 darauf hin, dass sich die Teilnehmer bezüglich der Art der für ihre Begründung herangezogenen Merkmale unterscheiden. Die Frage, ob man hierbei Gruppen identifizieren kann, die sich an gemeinsamen beziehungsweise unterschiedlichen Merkmalen bei der Aufgabenauswahl orientieren, wurde mit einer hierarchischen Clusteranalyse untersucht. Die Clusteranalyse erfolgte unter Verwendung der quadrierten euklidischen Distanz, welche zu den weit verbreiteten Distanzmaßen der empirischen Forschung gezählt wird (Backhaus, 2011, S. 411). Nach einer Ausreißerkontrolle mit dem Single-Linkage-Verfahren wurde zur Klassifizierung der Gruppen das Ward-Verfahren verwendet, welches in der Literatur aufgrund seines guten Findens von Partitionen als „sehr guter Fusionierungsalgorithmus“ beschrieben wird (Backhaus, 2011, S. 431). Dabei wurden alle neun Variablen aus Tabelle 8.5 verwendet. Diese erfassen die Merkmale, welche die Teilnehmer bei der Begründung ihrer Aufgabenauswahl angeben. Da nicht für alle Variablen eine Normalverteilung vorliegt, wurde mit dem Kruskal-Wallis Test geprüft, welche der neun Variablen signifikant zur Clusterbildung beisteuern. In Tabelle 8.5 werden die Ergebnisse des Kruskal-Wallis Test mit dem $\chi^2(2)$ -Wert und dem Signifikanzniveau p angegeben. Es zeigt sich, dass sechs der neun Variablen signifikant zur Clusterbildung beitragen ($p < .05$) und somit für die Beschreibung und Interpretation der einzelnen Cluster herangezogen werden können. Ein Grund für den

nicht signifikanten Unterschied der drei Variablen kann das ähnliche Antwortverhalten oder die breite Streuung in diesen Kategorien sein.

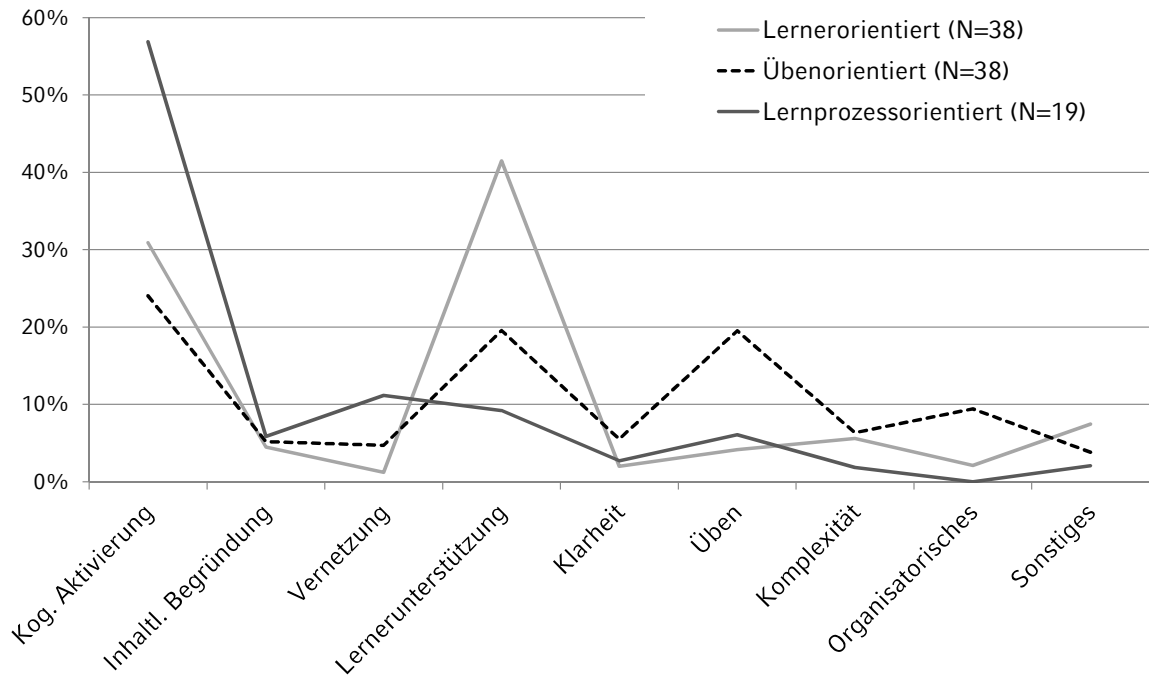


Abbildung 8.7.: Begründungsprofile der drei Cluster

Mit Hilfe der Clusteranalyse und des entsprechenden Dendogramms können drei Profile identifiziert werden, die sich bezüglich der Begründungen unterscheiden. Zur besseren Lesbarkeit werden diese drei Gruppen inhaltlich benannt und anhand eines Profilverlaufs dargestellt. Abbildung 8.7 zeigt den Profilverlauf der drei Gruppen. Die Mittelwerte und Standardabweichung der herangezogenen Merkmale bei der Begründung der Aufgabenauswahl werden in der Tabelle 8.6 angegeben. Die *lernprozessorientierte* Gruppe ($N = 19$) zeichnet sich durch eine im Vergleich zu den anderen beiden Gruppen starke Orientierung an kognitiven Prozessen und auch an der Vernetzung mathematischer Ideen aus. Teilnehmer der *lernerorientierten* Gruppe ($N = 38$) hingegen thematisieren in 41% der Begründungen Aspekte, die zum Beispiel die Steigerung der Motivation durch den Aufgabenkontext, die Möglichkeit einer Differenzierung mit der Aufgabe oder das Ermöglichen von Erfolgserlebnissen in den Vordergrund der Aufgabenauswahl stellen. Charakteristisch für die *überorientierte* Gruppe ($N = 38$) ist der Schwerpunkt auf generelle mathematische Tätigkeiten, wie Üben und Ergebnisse sichern. Hier werden ebenso mathematische Tätigkeiten angesprochen, welche aber nicht differenziert und eher auf eine allgemeine Weise dargestellt werden. Des Weiteren kennzeichnet diese Gruppe ihre signifikant häufigere Orientierung an organisatorischen Aspekten, die mit der Aufgabe verbunden sind. Außerdem wird die Klarheit und Struktur der Aufgabenstellung von dieser Gruppe im Vergleich zu den anderen beiden Gruppen am häufigsten genannt.

Tabelle 8.6.: Mittelwerte und Standardabweichung der herangezogenen Merkmale bei der Begründung der Aufgabenauswahl

	Lernerorientiert ($N = 38$)		Übenorientiert ($N = 38$)		Lernprozessorientiert ($N = 19$)	
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
Kognitive Aktivierung	.31	.14	.24	.14	.57	.13
Inhaltliche Begründung	.05	.09	.05	.09	.06	.09
Vernetzung	.01	.04	.05	.08	.11	.14
Lernerunterstützung	.41	.15	.20	.13	.09	.10
Klarheit	.02	.04	.06	.06	.03	.04
Üben	.04	.08	.19	.12	.06	.09
Komplexität	.06	.11	.06	.10	.02	.06
Organisatorisches	.02	.06	.09	.18	.00	.00
Sonstiges	.07	.12	.04	.09	.02	.05

Zusammenfassend zeigt sich, dass sich Teilnehmer in der Art der Begründung ihrer Aufgabenauswahl für ein gegebenes Lernziel unterscheiden: Mit einer Clusteranalyse ergeben sich drei Begründungsprofile. Daraus kann nicht gefolgert werden, dass die Teilnehmer die nicht genannten Merkmale der Aufgaben nicht erkannt haben. Trotzdem ist dieses Ergebnis vor dem Hintergrund meiner Hypothese interessant, dass eine Orientierung an lernprozessbezogenen Merkmalen zumindest in gewissen Maßen in einem Zusammenhang mit einem erfolgreichen Planungsergebnis steht. Diese Hypothese wurde mit einer MANOVA überprüft, deren Ergebnisse in Tabelle 8.7 angegeben werden. Dazu sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Gruppen, der F-Wert und die Effektstärke (η^2) dargestellt. Insgesamt kann der Unterschied im Planungsergebnis in Abhängigkeit vom Begründungsprofil nur tendenziell abgesichert werden. Für die Aufgabenauswahl zeigt sich ein Unterschied in den Begründungsprofilen mit einem mittleren Effekt ($\eta^2 = .07$). Dabei ergibt der Post-Hoc-Test (Bonferroni) einen signifikanten Unterschied zwischen der lernprozessorientierten und der übenorientierten Gruppe. Die Unterschiedsannahme kann für die Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) ($p = .27$) nicht bestätigt werden. Es scheint, als hängt das Identifizieren lernprozessbezogener Merkmale in den Begründungen mit der Auswahl einer besser geeigneten Aufgabe zusammen. Ein Zusammenhang mit der Vorbereitung der Aufgabenimplementation ergibt sich nicht, was damit zusammenhängen könnte, dass für die Vorbereitung der Aufgabenimplementation andere Prozesse der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial erforderlich sind. Diese Annahmen werden in Kapitel 8.3 geprüft.

Tabelle 8.7.: Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD) sowie F-Werte und Effektstärken (η^2) der Varianzanalysen von Gruppenunterschieden (Begründungsprofil) in den Planungsergebnissen

	Lerneror. ($N = 38$)		Übenor. ($N = 38$)		Lernprozessor. ($N = 19$)		F	η^2
	M	SD	M	SD	M	SD		
Aufgabenauswahl	.64	.20	.58	.20	.73	.20	3.38*	.07
Vorbereitung AI	.59	.29	.62	.22	.71	.31	1.32	.03

* $p < .05$ AI Aufgabenimplementation

8.2.2. Spezifische Unterschiedsanalysen

In diesem Abschnitt wird die Frage untersucht, ob sich Teilnehmer verschiedener Ausbildungsniveaus bezüglich der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials und den Planungsergebnissen unterscheiden. Dazu sind in Tabelle 8.8 die Mittelwerte und Standardabweichungen der untersuchten Skalen für die Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsniveaus, sowie die Ergebnisse der MANOVA (F-Wert und Effektstärke) zur Untersuchung von Unterschieden zwischen den Gruppen abgebildet. Das Ergebnis der Varianzanalyse zeigt, dass nur ein geringer Teil der Varianz der Variablen durch die Gruppenzugehörigkeit aufgeklärt werden kann. Der größte Effekt ergibt sich für das fachdidaktische Wissen ($\eta^2 = .08$). Neben diesem mittleren Effekt sind sonst nur schwache Effekte festzustellen, die nicht bedeutsam sind. Ein Post-Hoc-Test mit der Bonferroni-Methode ergibt signifikante Unterschiede zwischen Lehrkräften und Studierenden im fachdidaktischen Wissen. Zusammenfassend lassen sich in der Stichprobe keine Unterschiede zwischen den Gruppen unterschiedlicher Berufserfahrung im fachlichen Wissen, in den Komponenten der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials und in den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben feststellen.

Tabelle 8.8.: Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD) sowie F-Werte und Effektstärken (η^2) der MANOVA von Gruppenunterschieden (Ausbildungsniveau) in den untersuchten Variablen

	Lehrkräfte ($N = 48$)		Referendare ($N = 19$)		Studierende ($N = 28$)		F	η^2
	M	SD	M	SD	M	SD		
PCK	.12	.66	.13	.69	-.30	.69	3.83*	.08
CK	.57	.25	.45	.22	.48	.27	2.03	.04
Erkennen AP	.68	.12	.67	.09	.66	.12	.21	.01
Analyse AP	.58	.15	.59	.13	.62	.14	.63	.01
Aufgabenauswahl	.66	.21	.63	.22	.59	.18	1.10	.02
Vorbereitung der AI	.66	.26	.53	.25	.62	.29	.18	.04

* $p < .05$, AP Aufgabenpotenzial, PCK fachdidaktisches Wissen, CK Fachwissen, AI Aufgabenimplementation

8.2.3. Validierungsuntersuchung

Um die Validität der Konstrukte zu untersuchen, wurde eine weitere Untersuchung durchgeführt, in der das bisherige Ergebnis mit dem Ergebnis der Bearbeitung des Instruments von einer Kontrastgruppe verglichen wird⁹. Wenn man davon ausgeht, dass das Instrument tatsächlich Prozesse und Ergebnisse misst, die für den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung relevant sind und von denen man annimmt, dass sie in der Ausbildung von Lehrkräften entwickelt werden, lassen sich Hypothesen über das Ergebnis der Instrumentbearbeitung einer Kontrastgruppe formulieren. Für die Validierungsuntersuchung wählte ich Studierende des Lehramts für die Sekundarstufe ($N = 24$) zu Beginn ihres Studiums. Die Erhebung fand in der ersten Semesterwoche statt, somit war davon auszugehen, dass die Studierenden noch über keine fundierten fachdidaktischen Kenntnisse verfügen. Basierend auf der Deliberate Practice Theorie (Berliner, 2001; Ericsson et al., 1993; Sternberg & Horvath, 1995, s.a. 2.2.3) ist die Annahme, dass sich die Studierenden zu Beginn ihres Studiums von allen anderen Teilnehmern (Studierende im Hauptstudium, Referendare und praktizierende Lehrkräfte) in den Ergebnissen der Bearbeitung des Instruments unterscheiden. Ein signifikanter Unterschied dieser Gruppe zu den bisher untersuchten Gruppen wäre demnach ein Hinweis auf die Konstruktvalidität.

Für die Validierungsstudie wurden die Daten von zwei unabhängigen Ratern doppelt kodiert (insgesamt 10 der 24 Fragebögen). Um die Übereinstimmung zwischen den beiden Ratern zu beurteilen, wurde Cohen's Kappa berechnet und pro Skala gemittelt. Die Ergebnisse werden in der Tabelle 8.1 dargestellt. Es ergeben sich Werte, die nach Landis und Koch (1977) als beachtliche bis hohe durchschnittliche Interraterreliabilitäten zu bezeichnen sind.

Tabelle 8.9.: Gemittelte Interraterreliabilitäten der Validierungsuntersuchung über die einzelnen Skalen

Skala	κ
Art des Merkmals der Begründung	.93
Analyse (Begründung) Niveau	.92
Analyse (Begründung) Adäquatheit	.80
Vorbereitung der Aufgabenimplementation Art	.88
Vorbereitung der Aufgabenimplementation Adäquat	.80

In Tabelle 8.10 werden die Mittelwerte und Standardabweichungen der untersuchten Skalen für die Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsniveaus, sowie die Ergebnisse der MANOVA (F-Wert und Effektstärke) zur Untersuchung von Unterschieden zwischen den Gruppen abgebildet. Das Ergebnis der MANOVA zeigt, dass ein großer Teil der Varianz der Variablen durch die Gruppenzugehörigkeit aufgeklärt werden kann. Bis auf das Erkennen des Aufgabenpotenzials ergeben sich für alle Variablen große Effekte. Neben diesen großen Effekten ist für das Erkennen nur ein sehr schwacher Effekt zu

⁹Dieses Vorgehen wurde auch in der COACTIV-Studie angewandt (Krauss et al., 2008)

verzeichnen, der nicht bedeutsam ist ($\eta^2 = .005$). Per Post-Hoc-Test (Bonferroni) ergeben sich signifikante Unterschiede in allen Variablen (außer dem Erkennen) zwischen Studierenden des ersten Semesters und allen anderen Gruppen¹⁰. Diese Ergebnisse lassen sich in die Resultate der COACTIV- und MT21-Studie einordnen, die feststellen konnten, dass das erhobene fachliche und fachdidaktische Wissen während des Studium stark ansteigt, in der Phase nach der Universität aber kaum. Geht man von den vorliegenden Daten aus, zeigt sich ein ähnliches Muster. Alle Variablen, bis auf das Erkennen des Aufgabenpotenzials, weisen einen signifikanten Zuwachs während des Studiums auf, wobei sich in der Zeit anschließend an das Studium keine Veränderungen nachweisen lassen. Hervorzuheben ist jedoch, dass auch wenn sich keine signifikanten Unterschiede im Erkennen zwischen den Teilnehmern zeigen, das Erkennen des Aufgabenpotenzials substantiell zur Varianzaufklärung der Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben beiträgt. Dies wird unter anderem im nächsten Kapitel dargestellt.

Tabelle 8.10.: Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD) sowie F-Werte und Effektstärken (η^2) der Varianzanalysen von Gruppenunterschieden (Ausbildungsniveau) in den untersuchten Variablen der Validierungsuntersuchung

	Lehrkräfte ($N = 48$)		Referendare ($N = 19$)		Stud. (HS) ($N = 28$)		Stud. (ES) ($N = 24$)		F	η^2
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD		
Fachdidaktisches Wissen	.33	.65	.33	.67	-.08	.67	-.82	.36	20.88***	.35
Fachliches Wissen	.57	.25	.45	.22	.48	.27	.13	.14	19.68***	.34
Erkennen AP	.68	.12	.67	.09	.66	.12	.66	.07	.18	.005
Analyse AP	.58	.15	.59	.13	.62	.14	.36	.10	19.50***	.34
Aufgabenauswahl	.66	.21	.63	.22	.59	.18	.49	.18	4.23**	.10
Vorbereitung AI	.66	.26	.53	.25	.62	.29	.27	.26	11.67***	.23

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$ AP Aufgabenpotenzial, HS Hauptstudium, ES Erstes Semester
AI Aufgabenimplementation

¹⁰Für die Aufgabenauswahl zeigte sich im Post-Hoc-Test nur zwischen den Erstsemesterstudierenden und den praktizierenden Lehrkräften ein signifikanter Unterschied.

8.3. Zusammenhangsanalysen

Hauptziel der Arbeit ist die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Voraussetzungen für die Unterrichtsplanung (fachliches und fachdidaktisches Wissen), dem Planungsprozess (professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial) und Planungsergebnissen (gewählte Aufgaben, Vorbereitung der Aufgabenimplementation). Dabei steht die Frage im Fokus, welche Zusammenhänge sich auf Basis des Materials abbilden lassen. Es wird angenommen, dass das professionelle Wissen eine Voraussetzung für die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial ist. Außerdem wird von einem Zusammenhang zwischen der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials und dem Planungsergebnis ausgegangen, was bedeuten würde, dass die professionelle Wahrnehmung substantielle Relevanz für die benötigten Anforderungen im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung hat. Eine weitere Hypothese ist, dass die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial eine medierende Rolle zwischen dem professionellen Wissen und dem Planungsergebnis in der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben einnimmt, die professionelle Wahrnehmung wäre dann eine Voraussetzung für erfolgreiche Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben. Im nachfolgenden Abschnitt werden diese Annahmen mit Unterstützung statistischer Methoden untersucht.

8.3.1. Struktur der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

Zu Beginn wird die empirische Struktur der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial überprüft. Theoretische Arbeiten gehen davon aus, dass die beiden Komponenten der professionellen Wahrnehmung, das Erkennen und die Analyse, interagieren (Blomberg et al., 2011; Sherin, 2007). Dabei wird angenommen, dass eine hohe Kompetenz im Analysieren eine hohe Kompetenz im Erkennen voraussetzt. Das was der Teilnehmer wahrnimmt, kann die Analyse beeinflussen. Darüber hinaus können die Erwartungen und das Wissen eines Teilnehmers sein Erkennen beeinflussen. Erste empirische Untersuchungen aus der *Unterrichtsbeobachtung* können aber nur einen schwachen Zusammenhang zwischen den beiden Komponenten feststellen. Aus diesen Erkenntnissen wurde die Hypothese abgeleitet, dass das Erkennen und Analysieren trennbare Prozessindikatoren darstellen (König et al., 2014).

Zur Untersuchung der Fragestellung, welche Zusammenhänge zwischen den Komponenten der professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial bestehen, werden die Interkorrelationen der einzelnen Komponenten betrachtet, die in der Tabelle 8.11 zu sehen sind. Im Streudiagramm in Abbildung 8.8 sind die Wertepaare des Erkennens und der Analyse des Aufgabenpotenzial dargestellt. Der theoretisch vermutete Zusammenhang zwischen dem Erkennen und der Analyse zeigt sich nicht völlig deutlich. Es ergibt sich ein positiver schwacher bis mäßiger Zusammenhang zwischen den beiden Komponenten ($r = .27$, $p < .01$). Das Erkennen und die Analyse wurden im Instrument unabhängig voneinander erfasst, es wurden aber dieselben Aufgaben verwendet. Die Items zum Erkennen umfassen sehr breit die verschiedenen Facetten des Aufgabenpotenzials. Bei der offen erhobenen Analyse (operationalisiert mit Begründungen)

werden von dem Teilnehmer punktuell identifizierte Aufgabenmerkmale begründet und nicht das Erkennen der gesamten Potenzialbreite erfasst. Somit wäre das Erkennen des gesamten Aufgabenpotenzials nicht zwingend erforderlich für die Analyse. Das Ergebnis des Streudiagramms bestätigt diese Vermutung. Es gibt folglich Teilnehmer die ihre identifizierten Aufgabenmerkmale auf hohem Niveau begründen, trotzdem aber einen Teil des Aufgabenpotenzials nicht erkannt haben.

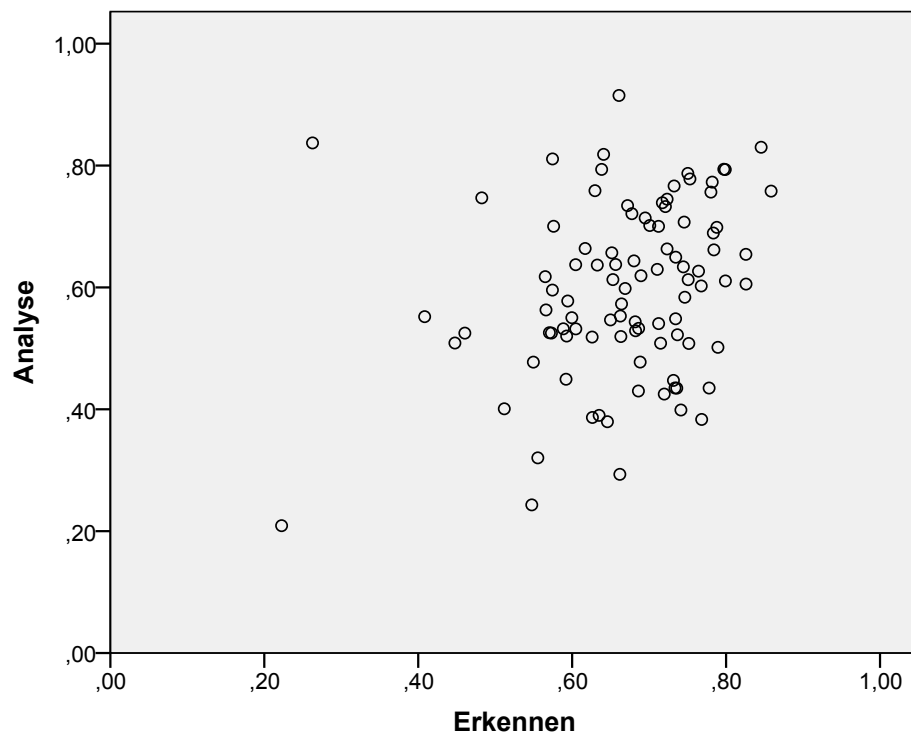


Abbildung 8.8.: Streudiagramm: Darstellung der Wertepaare des Erkennens und der Analyse des Aufgabenpotenzials

Betrachtet man den Zusammenhang zwischen der Analyse des Aufgabenpotenzials (Begründungen, die sich auf ein gegebenes Lernziel beziehen) mit den beiden Facetten des Erkennens, zeigt sich, dass die Begründungen schwach bis mäßig (und signifikant) mit dem Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials zusammenhängen ($r = .27$, $p < .01$). Im Vergleich ergeben die Daten einen geringen Zusammenhang zwischen dem Erkennen des generellen Potenzials und der Analyse ($r = .17$, $p = .11$). Bei dem generellen Aufgabenpotenzial stehen kognitive Problemlöseprozesse im Vordergrund. Dies steht im Zusammenhang damit, dass das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials es insbesondere erfordert die Struktur und das kognitive Niveau der notwendigen Lösungsprozesse zu erkennen. Wohingegen das Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials eher einen inhaltlichen Fokus hat: es geht darum, welches Lernziel mit der Aufgabe gefördert werden kann. Vorrangig sind hier Wissensbildungsprozesse gemeint. Die Daten deuten darauf hin, dass das Erkennen von Aufgabenpotenzial für inhaltliche Lernprozesse enger mit den Begründungen für ein gegebenes Lernziel zusammenhängt. Dieses Ergebnis ist

ein erstes Indiz dafür, dass sich eine theoretische Annahme des Arbeitsmodells bestätigt: Identifizierte Aufgabenmerkmale können auf hohem Niveau begründet werden, obwohl ein Teil des Aufgabenpotenzials nicht erkannt wird (Abbildung 4.3).

8.3.2. Zusammenhänge zwischen den Konstrukten

Neben der strukturellen Betrachtung der Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, werden nun folgende Fragen analysiert:

- Inwiefern bestehen Zusammenhänge zwischen dem fachdidaktischen sowie fachlichen Wissen und den Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial?
- Inwiefern bestehen Zusammenhänge zwischen den Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben?
- Bleiben etwaige Zusammenhänge der Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial mit den Planungsergebnissen unter Kontrolle des professionellen Wissens erhalten?

Zur Untersuchung dieser Fragen werden die Daten mit linearen Regressionen analysiert. Als Basis dafür dienen die Interkorrelationen zwischen den Variablen, welche in Tabelle 8.11 angegeben sind.

Tabelle 8.11.: Interkorrelationen (Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson) der Wissensfacetten, der Facetten der professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und der Planungsergebnisse ($N = 95$)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(1) Fachdidaktisches Wissen	-							
(2) Fachliches Wissen	.38**	-						
(3) Vorbereitung AI	.22*	.22*	-					
(4) Aufgabenauswahl	.28*	.01	.12	-				
(5) Erkennen generelles AP	.16	.08	.38**	.11	-			
(6) Erkennen lernzielspez. AP	.34**	.23*	.37**	.40**	.39**	-		
(7) Analyse (Begründung) Niveau	.21*	.13	.38**	.28**	.10	.27*	-	
(8) Analyse (Begründung) Adäquatheit	.17	.01	.33**	.29**	.19	.25*	.76**	-
(9) Anzahl lernprozessbez. Merkmale	.22*	.11	.25*	.25*	-.07	.02	.28*	.39**

** $p < .01$, * $p < .05$, AP Aufgabenpotenzial, AI Aufgabenimplementation

Zusammenhänge zwischen professionellem Wissen und Planungsprozess

Die Items zur Erfassung des fachdidaktischen und fachlichen Wissens wurden dem COACTIV-Test entnommen (Baumert et al., 2009). Die COACTIV-Studie zeigt einen hohen latenten statistischen Zusammenhang ($r = .79$) zwischen dem fachdidaktischen und dem fachlichen Wissen (Krauss et al., 2008)¹¹. Dieser hohe Zusammenhang kann mit den Daten der vorliegenden Studie nicht repliziert werden, es zeigt sich ein mittelstarker Zusammenhang zwischen dem fachlichen und dem fachdidaktischen Wissen ($r = .38$, $p < .01$). Dies könnte mitunter auf die geringe Itemzahl zurückzuführen sein. In der vorliegenden Studie dienen die Items zu dem fachdidaktischen und fachlichen Wissen als Kontrollvariablen und es werden dafür vier beziehungsweise sechs Items verwendet. Im COACTIV-Test werden 22 Items für das fachdidaktische Wissen und 13 für das fachliche Wissen verwendet.

Des Weiteren ist ein Zusammenhang zwischen dem fachdidaktischen sowie fachlichen Wissen und der Variablen, die die Planungsergebnisse erfassen (3 und 4), festzustellen, wobei kein Zusammenhang zwischen dem fachlichen Wissen und der Aufgabenauswahl zu verzeichnen ist.

Der Untersuchung des Zusammenhangs zwischen dem fachdidaktischen sowie dem fachlichen Wissen und der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial liegt die Hypothese zu Grunde, dass vor allem das fachdidaktische Wissen das Erkennen und die Analyse des Aufgabenpotenzials erleichtert. Die theoretische Annahme der COACTIV-Studie ist, dass sich das fachdidaktische Wissen in dem Wissen über die Vermittlung von Inhalten sowie den Prozessen der Inhaltsvermittlung und dem Wissen über Aufgaben zeigt. Die Annahme der vorliegenden Arbeit ist, dass sich dies auch durch ein Wissen über mathematische Inhalte und Lernziele, die mit Aufgaben vermittelt werden können, und in diesem Zusammenhang insbesondere durch fundierte Erkennens- und Analyseprozesse ausdrückt.

Zur Untersuchung, inwieweit das professionelle Wissen mit der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial zusammenhängt, werden die Korrelationskoeffizienten herangezogen. Es zeigt sich ein geringer Zusammenhang zwischen dem fachlichen Wissen und der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. Es ergibt sich aber für das Erkennen ein höherer Zusammenhang als für die Analyse ($r_{Erkennen} = .20$, $p = .052$; $r_{Analyse} = .06$, $p = .59$). Ein bedeutsamer Zusammenhang ist nur zwischen dem fachlichen Wissen und dem Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials festzustellen ($r = .23$, $p < .05$). Für das fachdidaktische Wissen zeigt sich insgesamt ein größerer Zusammenhang mit dem Erkennen ($r = .32$, $p < .01$) als mit der Analyse ($r = .20$, $p = .055$). Bedeutsame Zusammenhänge sind insbesondere mit dem Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials ($r = .34$, $p < .01$) und dem Niveau der Analyse (Begründung) ($r = .21$, $p < .05$) zu verzeichnen.

Zusammenfassend ist eine Beziehung zwischen dem fachdidaktischen sowie teils dem fachlichen Wissen und der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial zu beobachten. Es zeigt sich, dass nur ein Teil der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial mit den Wissensfacetten zusammenhängt. Bedeutsame Zusammenhänge

¹¹Bei der MT21-Studie ergibt sich eine latente Korrelation von $r = .81$ (Blömeke et al., 2008c)

ergeben sich mit dem Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials und dem Niveau der Analyse. Dass das professionelle Wissen nur mit einzelnen Facetten der professionelle Wahrnehmung zusammenhängt, macht deutlich, dass es bei der Betrachtung von Zusammenhängen notwendig ist, die professionelle Wahrnehmung differenziert, mit all ihren Einzelfacetten, zu betrachten. Und nicht nur zwischen den Komponenten des Erkennens und der Analyse zu unterscheiden. Damit ist es möglich, die Indikatoren der Prozessqualität und deren Zusammenhänge mit dem professionellen Wissen umfassend und differenziert zu analysieren. Für das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials und die Analyse Adäquatheit zeigt sich in den Daten nur ein sehr geringer, nicht bedeutsamer Zusammenhang mit dem professionellen Wissen. Trotzdem kann man davon ausgehen, dass die beiden Facetten der professionellen Wahrnehmung ein sinnvolles Maß darstellen - die späteren Ergebnisse zeigen einen Zusammenhang dieser Facetten mit den Planungsergebnissen. Die dieser Arbeit zugrunde liegende Annahme ist, dass die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials, als Teil des Planungsprozesses, Bindeglied zwischen dem professionellen Wissen und den Planungsergebnissen ist (4). Geht man von diesem Zusammenhang aus, deuten die Ergebnisse darauf hin, dass das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials und die Analyse Adäquatheit mit anderen Qualitätsmaßen der Voraussetzungen der Lehrkräfte zusammenhängen. Zum Beispiel unterscheiden sich die in Abschnitt 8.1.5 identifizierten Begründungsprofile in der Adäquatheit ihrer Begründungen: die lernprozessorientierte Gruppe analysierte das Aufgabenpotenzial signifikant häufiger mit adäquaten Begründungen als die überorientierte Gruppe ($F(2, 92) = 4.96, \eta^2 = .10$).

Der geringe Zusammenhang des fachlichen Wissens mit der professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial könnte auf die Schwierigkeit des Fragebogens zurückzuführen sein. Der Fachwissenstest der COACTIV-Studie erfasst das Wissen von Mittelstufenstoff bis hin zu Aufgaben, die ein vertieftes inhaltliches Verständnis erfordern (Krauss et al., 2008b). Der fachlich-inhaltliche Anspruch des Fragebogens (zur professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial) hingegen ist nicht sehr schwierig, die Aufgaben beschäftigen sich mit der Einführung der Addition ungleichnamiger Brüche. Bei hier komplexer gewählten Aufgabeninhalten wäre ein stärkerer Zusammenhang vorstellbar. Das fachdidaktische Wissen hat vor allem Einfluss auf das Erkennen des lernzielspezifischen Aufgabenpotenzials. Dieser Zusammenhang (beziehungsweise der geringere Zusammenhang mit den anderen Facetten) sollte vor dem Hintergrund der Operationalisierung des fachdidaktischen Wissens diskutiert werden: Die Items zur Erfassung des fachdidaktischen Wissens sind sehr eng an konkreten mathematischen Inhalten orientiert, es wird dabei kaum allgemeines fachdidaktisches Wissen erhoben. Würde man das fachdidaktische Wissen breiter erfassen, wäre auch ein Zusammenhang mit anderen Facetten außer dem Erkennen des lernzielspezifischen Aufgabenpotenzials denkbar, ist dafür doch auch fachdidaktisches Wissen hilfreich (zum Beispiel bei dem Geben aus fachdidaktischer Sicht adäquater Begründungen).

Zusammenhänge zwischen Planungsprozess und Planungsergebnissen auch unter Kontrolle des professionellen Wissens

Bevor der Frage nachgegangen wird, ob eine Beziehung zwischen dem Planungsprozess und den Planungsergebnissen vorliegt, wird geklärt, inwieweit ein Zusammenhang zwischen den beiden Outcome-Variablen (Planungsergebnisse) festzustellen ist. Die vorliegenden Daten zeigen keine signifikante Korrelation zwischen der Auswahl einer geeigneten Aufgabe und der adäquaten Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit Impulsen ($r = .12$, $p = .25$). Dieses Ergebnis muss vorsichtig interpretiert werden, da das Instrument, unter anderem durch die begrenzte Stichprobengröße von $N = 95$ sowie der Verletzung von Voraussetzungen für verschiedene Analyseverfahren, nur eine begrenzte Teststärke aufweist. Darüber hinaus ist aus der Empirie bekannt, dass das Aufgabenpotenzial häufig während der Implementation verändert wird (z.B. Stein & Lane, 1996). Die alleinige Aufgabenauswahl einer aus normativer Sicht geeigneten Aufgabe reicht folglich nicht aus für eine erfolgreiche Aufgabenimplementation. Es liegt die Vermutung nahe, dass dafür eine weitere Kompetenzfacette im Umgang mit Aufgaben notwendig ist. Die Ergebnisse dieser Studie geben einen ersten Hinweis auf unterschiedliche Kompetenzfacetten, was sich in dem geringen Zusammenhang der beiden Outcome-Variablen ausdrückt. Der Unterschied könnte damit erklärt werden, dass sich die Vorbereitung der Aufgabenimplementation schon an der antizipierten Aufgabenimplementation orientieren.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Untersuchung, inwieweit Zusammenhänge zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen bestehen, präsentiert. Mit Hilfe von multiplen linearen Regressionen wurde analysiert, inwieweit die verschiedenen Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial zur Varianzaufklärung der Aufgabenauswahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation beitragen. Dabei werden die Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial als die Prädiktoren und die Aufgabenauswahl beziehungsweise die Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) jeweils als Kriteriumsvariable verwendet.

Aufgabenauswahl Tabelle 8.12 stellt die Ergebnisse der linearen Regressionsanalyse zur Vorhersage der Aufgabenauswahl auf der Basis der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial dar. Es wurde für die lineare Regression zum einen die Methode *Einschluss* (links) und zum anderen die Methode *Schrittweise* (rechts) gewählt. Durch das Erkennen und die Analyse des Aufgabenpotenzials können 19% der Varianz der Aufgabenauswahl aufgeklärt werden. Insgesamt ergibt sich für die Aufgabenauswahl nur ein mäßiger Einfluss der Analyse und dem Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials. Bei der schrittweisen linearen Regression¹² klärt das Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials ($\beta = .39$, $p < .01$) neben der Anzahl der genannten lernprozessbezogenen Merkmale ($\beta = .24$, $p < .05$) am meisten Varianz auf. Mit

¹²Bei der schrittweisen Regression werden die Signifikanzen der Variablen als Cut-Off Kriterium verwendet.

diesen beiden Facetten der professionellen Wahrnehmung können 20% der Varianz der Aufgabenauswahl aufgeklärt werden.

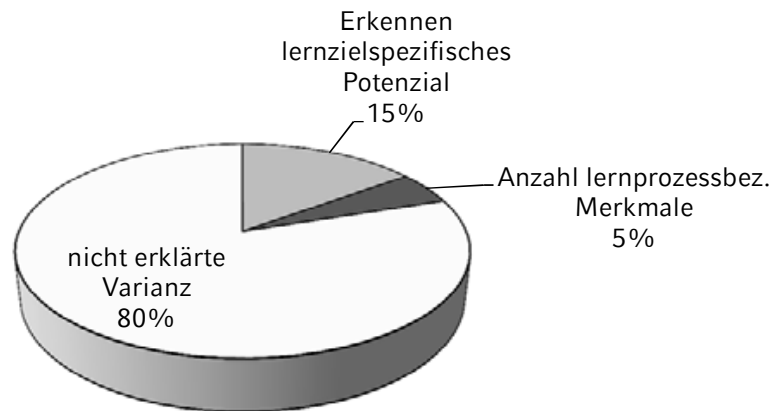
Tabelle 8.12.: Ergebnisse der linearen Regressionsanalyse (Methode: Einschluss (links); Schrittweise (rechts)) zur Vorhersage der Aufgabenauswahl auf der Basis der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

AV: Aufgabenauswahl				
	Beta _{Einschluss} <i>p</i>		Beta _{Schrittweise} <i>p</i>	
Erkennen generelles Aufgabenpotential	-.05	.64		
Erkennen lernzielspezifisches Aufgabenpotenzial	.38	.001	.39	.000
Analyse (Begründung) Niveau	.06	.68		
Analyse (Begründung) Adäquatheit	.09	.57		
Anzahl lernprozessbezogener Merkmale	.19	.07	.24	.01
<i>R</i> ² (korrigiert)	.19		.20	

Abbildung 8.9 stellt die Varianzanteile der Facetten der professionellen Wahrnehmung bei der Vorhersage der Aufgabenauswahl aufgeteilt nach spezifischen, konfundierten (gemeinsam erklärten) und nicht erklärten Varianzanteilen dar (Cooley & Lohnes, 1976; Schneider, 1994). Zur Berechnung der unterschiedlichen Anteile wurden lineare Regressionen mit blockweisem Einschluss der signifikanten, varianzaufklärenden Variablen durchgeführt und die Änderungen des korrigierten R^2 der verschiedenen Modelle verglichen. Daraus ergibt sich, dass das Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials mit 15% einen spezifischen Beitrag zur Varianzaufklärung leistet. Die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale vermögen 5% aufzuklären. Eine konfundierte Varianzaufklärung ist nicht zu beobachten. Die verbleibenden 80% der Gesamtvarianz der Aufgabenauswahl werden nicht durch die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial aufgeklärt. Es scheint, als beeinflusst vor allem die richtige Einschätzung, inwieweit sich eine Aufgabe für ein gegebenes Lernziel eignet, die aus normativer Sicht richtige Aufgabenauswahl für ein gegebenes Lernziel. Auch der Bezug auf lernprozessbezogene Merkmale bei der Begründung der Auswahl erklärt einen Teil der Varianz. Dieser Zusammenhang wurde schon in vorherigen Analysen (vgl. Abschnitt 8.2) angenommen und kann mit diesem Ergebnis bestätigt werden.

Des Weiteren wurde untersucht, ob die berichteten Zusammenhänge unter Kontrolle des fachdidaktischen Wissens erhalten bleiben. Es können keine Zusammenhänge zwischen dem fachlichen Wissen und der Aufgabenauswahl festgestellt werden ($r = .01$). Aus diesem Grund wird das fachliche Wissen nicht in die Regressionsmodelle aufgenommen.

Tabelle 8.13 zeigt die Ergebnisse der linearen Regression zur Vorhersage der Aufgabenauswahl auf der Basis von dem fachdidaktischen Wissen und der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. In einem ersten Block wurde das fachdidaktische Wissen eingegeben. So kann der über das fachdidaktische Wissen hinausgehende Anteil der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, der zur Varianzaufklärung der Aufgabenauswahl beiträgt, identifiziert werden. Da die Aufgabenauswahl mit dem fachdidaktischen Wissen signifikant zusammenhängt ($r = .28$,



Varianzaufklärung durch prof. Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial: 20 %

Abbildung 8.9.: Varianz der Aufgabenauswahl, aufgeteilt nach spezifischen und nicht erklärten Varianzanteilen, Vorhersage durch Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

$p < .01$), ist das fachdidaktische Wissen im ersten Block signifikant (Modell 1). In einem zweiten Block erfolgte die schrittweise Aufnahme der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, wobei die statistische Signifikanz als Aufnahmekriterium diente (Modell 2). Der Zusammenhang der Aufgabenauswahl mit dem Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials und der Anzahl lernprozessbezogener Merkmale bleibt unter Kontrolle des fachdidaktischen Wissens bestehen und bedeutsam. Das fachdidaktische Wissen leistet keinen signifikanten Beitrag mehr, die Gesamtaufklärung der Varianz von $R^2 = .20$ ändert sich durch die Mitaufnahme des fachdidaktischen Wissens nicht.

Tabelle 8.13.: Ergebnisse der linearen Regression zur Vorhersage der Aufgabenauswahl auf der Basis von fachdidaktischem Wissen (1. Block, Einschluss, Modell 1) und der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial (2. Block, schrittweise, Modell 2)

AV: Aufgabenauswahl

	Modell 1		Modell 2	
	Beta	p	Beta	p
Fachdidaktisches Wissen	.28	.007	.11	.30
Erkennen lernzielspezifisches Aufgabenpotenzial			.36	.000
Anzahl lernprozessbezogener Merkmale			.22	.02
R^2 (korrigiert)	.07		.20	

Vorbereitung der Aufgabenimplementation Der Arbeit lag außerdem die Hypothese zu Grunde, dass ein Zusammenhang zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation (Impulse) besteht. Ein Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials erfordert ein Erkennen der kognitiven Prozesse, die für die Aufgabenbearbeitung notwendig sind und auf welchem Ni-

veau diese Prozesse bei der Bearbeitung stattfinden. Es wird angenommen, dass durch ein erfolgreiches Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials antizipiert werden kann, bei welchen Schritten des Lösungsprozesses Probleme auftreten könnten. Damit könnten gezieltere Impulse, die sich auf den Lösungs- und Lernprozess beziehen, in der Unterrichtsplanung vorbereitet werden. Ebenso zeigt sich ein fundiertes Verständnis über den Lernprozess zum Beispiel im Niveau der Begründung in der Analyse des Aufgabenpotenzials.

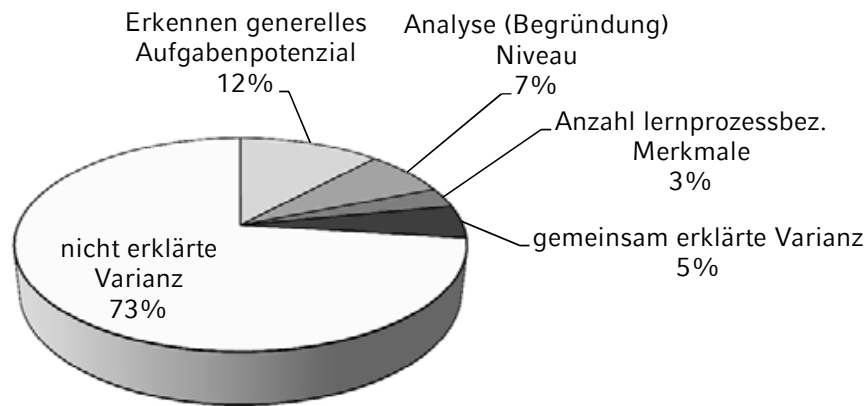
In Tabelle 8.14 werden die Ergebnisse der linearen Regressionsanalyse zur Vorhersage der Vorbereitung der Aufgabenimplementation auf der Basis der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial präsentiert. Die lineare Regressionsanalyse mit Einschluss (links) aller Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial ergibt, dass durch die professionelle Wahrnehmung 29% der Varianz an der Vorbereitung der Aufgabenimplementation erklärt werden. Dabei gehen sowohl das Erkennen als auch die Analyse des Aufgabenpotenzials mit ein. Die schrittweise lineare Regression (rechts) zeigt, dass die Varianz an der Vorbereitung der Aufgabenimplementation vor allem durch das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials ($\beta = .36$, $p < .01$) und das Analyse Niveau ($\beta = .29$, $p < .01$) aufgeklärt wird. Einen zusätzlichen Beitrag liefert die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale ($\beta = .19$, $p < .05$).

Tabelle 8.14.: Ergebnisse der linearen Regressionsanalyse (Methode: Einschluss (links); Schrittweise (rechts)) zur Vorhersage der Vorbereitung der Aufgabenimplementation auf der Basis der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

AV: Vorbereitung der Aufgabenimplementation				
	Beta _{Einschluss} p		Beta _{Schrittweise} p	
Erkennen generelles Aufgabenpotenzial	.30	.002	.36	.000
Erkennen lernzielspezifisches Aufgabenpotenzial	.19	.053		
Analyse (Begründung) Niveau	.32	.021	.29	.002
Analyse (Begründung) Adäquatheit	-.10	.47		
Anzahl lernprozessbezogener Merkmale	.21	.03	.19	.044
R^2 (korrigiert)	.29		.27	

Um die Varianzanteile der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial bei der Vorhersage der Vorbereitung der Aufgabenimplementation aufgeteilt nach spezifischen, konfundierten und nicht erklärten Varianzanteilen beschreiben zu können, wurden, wie schon oben bei der Aufgabenauswahl erläutert, mehrere Regressionsanalysen mit blockweisem Einschluss der signifikanten Einzelvariablen durchgeführt. Das Ergebnis wird in Abbildung 8.10 zusammengefasst. Spezifische Varianz wird durch das Analyse Niveau mit 7% und durch das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials mit 12% erklärt. Die spezifische Varianz, die durch die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale an der Vorbereitung der Aufgabenimplementation erklärt wird, ist mit 3% gering. Der gemeinsam erklärte (konfundierte) Varianzanteil der drei Variablen beträgt 5%, so ergeben sich 73% nicht erklärte Varianz durch die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial an der Vorbereitung der Aufgabenimplementation. Interessant

ist, dass die Analyse Adäquatheit kaum Varianz aufklärt, was sich auch für die Aufgabenauswahl zeigt.



Varianzaufklärung durch prof. Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial: 27 %

Abbildung 8.10.: Varianz der Vorbereitung der Aufgabenimplementation, aufgeteilt nach spezifischen, konfundierten und nicht erklärten Varianzanteilen, Vorhersage durch Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

Außerdem wurde untersucht, ob die berichteten Zusammenhänge unter Kontrolle des fachdidaktischen und fachlichen Wissens erhalten bleiben. Tabelle 8.15 zeigt Ergebnisse der linearen Regression zur Vorhersage der Vorbereitung der Aufgabenimplementation auf Basis von fachdidaktischem und fachlichem Wissen und der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. Im ersten Block der linearen Regression wurde dafür das fachdidaktische Wissen eingegeben (Modell 1), im zweiten Block das fachliche Wissen (Modell 2). So kann der über das professionelle Wissen hinausgehende Anteil der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, der zur Varianzaufklärung der Vorbereitung der Aufgabenimplementation beiträgt, berechnet werden. Fachdidaktisches und fachliches Wissen korrelieren mit der Vorbereitung der Aufgabenimplementation ($r_{PCK} = .22, p < .05$; $r_{CK} = .22, p < .05$), dies zeigt sich in der Signifikanz des fachdidaktischen Wissen im ersten Block. Fügt man im zweiten Block das fachliche Wissen hinzu, zeigt sich zwar insgesamt eine signifikante Varianzaufklärung durch das Modell ($p = .038$), das fachdidaktische und fachliche Wissen tragen aber gemeinsam nicht mehr bedeutsam zur Varianzaufklärung bei. In einem dritten Block wurden die Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial schrittweise aufgenommen, wobei die statistischen Signifikanzen der Variablen als Cut-Off Kriterium verwendet wurden und als Aufnahmekriterium dienten (Modell 3). Es ist festzustellen, dass der Zusammenhang der Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit dem Erkennen des generellen Potenzials und des Analyse Niveaus unter Kontrolle des fachlichen und fachdidaktischen Wissens bestehen und bedeutsam bleibt. Für die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale kann unter Einbezug des professionelle Wissens keine signifikante Varianzaufklärung an der Vorbereitung der Aufgabenimplementation mehr verzeichnet werden. Sowohl das fachliche als auch das fachdidaktische Wissen leisten mit Aufnahme der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Auf-

gabenpotenzial keinen signifikanten spezifischen Beitrag mehr. Die Gesamtaufklärung der Varianz verringert sich sogar geringfügig durch die Mitaufnahme des fachlichen und fachdidaktischen Wissens.

Tabelle 8.15.: Ergebnisse der linearen Regression zur Vorhersage der Vorbereitung der Aufgabenimplementation auf der Basis von fachdidaktischem (1. Block, Einschluss, Modell 1) und fachlichem Wissen (2. Block, Einschluss, Modell 2) und der Facetten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial (3. Block, schrittweise, Modell 3)

AV: Vorbereitung der Aufgabenimplementation						
	Modell 1		Modell 2		Modell 3	
	Beta	<i>p</i>	Beta	<i>p</i>	Beta	<i>p</i>
Fachdidaktisches Wissen	.22	.03	.16	.15	.05	.64
Fachliches Wissen			.16	.15	.13	.18
Erkennen generelles Aufgabenpotenzial					.33	.001
Analyse (Begründung) Niveau					.32	.001
<i>R</i> ² (korrigiert)		.04		.05		.25

9. Diskussion

Der bedeutende Einfluss von Aufgaben auf den Lernprozess (z. B. Baumert et al., 2010) macht diese, und das nicht erst seit kurzem, zu einem aktuellen Thema der mathematikdidaktischen Forschung sowie der Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften. Nach Studien wie TIMSS oder PISA wurde ein Ruf nach einer „neuen Aufgabekultur“ laut, woraufhin mehrere Aufgabenpools entwickelt wurden (ISB, MADABA, SINUS, SMART). Auch in verschiedenen Modellen zur Qualität von Unterricht spielen Aufgaben im Zusammenhang mit der kognitiven Aktivierung eine bedeutende Rolle (Helmke, 2009; Meyer, 2004). Aufgaben sind folglich ein zentrales Element im Mathematikunterricht und in dessen Vorbereitung (Hiebert et al., 2003; Bromme, 1981). Ein Blick in die Unterrichtspraxis ergibt jedoch, dass das Aufgabenpotenzial oft niedrig ist, Aufgaben von der Lehrkraft häufig nicht auf die intendierte Weise eingesetzt werden und somit ein Teil des Potenzials der Aufgaben ungenutzt bleibt (Jordan et al., 2008; Stein & Lane, 1996). Die Unterrichtsplanung ist bedeutender Einflussfaktor der Implementation und gilt als wesentlich für die Gestaltung erfolgreicher Lernprozesse. Damit gewinnt insbesondere die Frage nach der professionellen Kompetenz von Lehrkräften, Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu analysieren, für den Unterricht auszuwählen und deren Implementation vorzubereiten, besondere Bedeutung. Daher ist es erstaunlich, dass bislang nur wenig untersucht wurde, wie Lehrkräfte in der Unterrichtsplanung mit Aufgaben umgehen. Insbesondere ist unklar, welche Überlegungen eine aus fachdidaktisch-normativer Sicht geeignete Aufgabenauswahl und eine am Lernprozess orientierte Vorbereitung der Aufgabenimplementation beeinflussen.

Die vorliegende Arbeit greift diese Forschungslücke auf und liefert Erkenntnisse zum Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung als Teil der professionellen Kompetenz von Lehrkräften. Mit einem explorativen Ansatz wurde dazu die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials und deren Zusammenhänge mit Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben sowie individuellen Voraussetzungen untersucht. Im theoretischen Teil der Arbeit wird in diesem Zusammenhang der Umgang mit Aufgaben als Teil der professionellen Kompetenz einer Lehrkraft erörtert. Eine wesentliche Entscheidung in der theoretischen Konzeption war, dass Ideen aus der Forschung zur professionellen Wahrnehmung (vgl. Seidel et al., 2010; van Es & Sherin, 2002) auf den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung übertragen wurden. In Kapitel 4 wurden Ergebnisse der theoretischen Darlegungen in ein Modell integriert, die konzeptionelle Umsetzung der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials aufgezeigt und die der Arbeit zugrunde liegenden Annahmen begründet. Die schematische Darstellung (Abbildung 4.1) zeigt die in der Arbeit angenommen Zusammenhänge und Prozesse zwischen den individuellen Voraussetzungen der Lehrkraft (professionelles Wissen), der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials als Teil des Planungsprozesses und den

Planungsergebnissen (Aufgabenauswahl und Vorbereitung der Aufgabenimplementati-
on). Diese Prozesse und Zusammenhänge wurden auf eine kontextualisierte Weise mit
verschiedenen methodischen Ansätzen, wie der explorativen Interviewstudie und der
Fragebogenstudie in der Hauptuntersuchung, erfasst.

Die Untersuchung der Prozesse und der beschriebenen Zusammenhänge hatte insbe-
sondere das Ziel, die täglichen Anforderungen im Umgang mit Aufgaben in der Un-
terrichtsplanung besser zu verstehen. Eine Annahme der Arbeit war, dass ein besseres
Verständnis der Prozesse, deren Qualität und Zusammenhänge ein umfassenderes Kom-
petenzbild zum Umgang mit Aufgaben liefern sowie die Konzeption von Lehrerausbil-
dung und Fortbildung in diesem Bereich ermöglichen kann.

Die Ziele der Arbeit waren:

- Theoretische Beschreibung von Prozessen einer aufgabenbezogenen Unterrichts-
planung, insbesondere aus der Perspektive professioneller Wahrnehmung.
- Entwicklung geeigneter Instrumente zur Erfassung von Prozessen und Ergebnissen
der Unterrichtsplanung im Umgang mit Aufgaben.
- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen individuellen Voraussetzungen (pro-
fessionelles Wissen), dem Prozess (professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpo-
tenzial) und dem Planungsergebnis im Umgang mit Aufgaben (Aufgabenauswahl,
Vorbereitung der Aufgabenimplementati-
on).

Im Folgenden wird die Qualität der Erhebungsinstrumente der Hauptstudie (9.1) dis-
kutiert. Daraus lassen sich Schlüsse auf die Generalisierbarkeit und Gültigkeit von In-
terpretationen der Ergebnisse ziehen. Anschließend werden zentrale Befunde der Arbeit
zusammengefasst und diskutiert und im Gesamten bewertet (9.2). Abschließend werden
in einem Ausblick Ideen für weitere Forschungsvorhaben und mögliche Implikationen
gegeben (9.3).

9.1. Kritische Reflexion der Untersuchung

Im Rahmen der Arbeit wurden sowohl deskriptive Facetten und Indikatoren für die Qua-
lität des Planungsprozesses im Hinblick auf die professionelle Wahrnehmung von Aufga-
benpotenzial als auch Indikatoren für die Qualität von Planungsergebnissen theoretisch
beschrieben und operationalisiert. Komponenten, an denen die Qualität der Prozesse
festgemacht wurde, waren das Erkennen und die Analyse des Aufgabenpotenzials. Es
wurde ein erstes Erhebungsinstrument entwickelt, das diese Prozessqualitäten und deren
Zusammenhänge mit professionellem Wissen einer Lehrkraft und dem Planungsergebnis
erfasst hat.

9.1.1. Gütekriterien - Qualität der Instrumente

Die Items des Fragebogens der Hauptstudie wurden neu entwickelt. Nach Bortz und Döring (2006) sollte ein selbst entwickeltes Instrument bestimmten Minimalanforderungen genügen. Im Folgenden wird der entwickelte Fragebogen anhand der wichtigsten dieser Anforderungen analysiert.

Objektivität

Um die Objektivität zu gewährleisten, wurde zum Ablauf der Interviews in der Vorstudie ein Leitfaden erstellt und angewandt. Die Teilnehmer der Hauptstudie erhielten alle die gleiche Instruktion, sie hatten für die Bearbeitung der einzelnen Blöcke des Fragebogens alle die gleiche Zeit zur Verfügung und die Studie wurde unter vergleichbaren Bedingungen an den Schulen beziehungsweise der Universität durchgeführt¹. Es wurde außerdem ein ausführliches Kodiermanual entwickelt, das eindeutige Vorschriften und typische Beispiele zur Auswertung enthielt. Diese Maßnahmen garantierten eine möglichst vergleichbare Durchführung der Studien und eine objektive Interpretation der Daten. Aus der Erkenntnis, inwieweit Ergebnisse unabhängig vom Beobachter sind, lassen sich auch Aussagen über die Objektivität des Erhebungsinstruments ableiten. In diesem Zusammenhang wurden die Daten von zwei unabhängigen Ratern kodiert und deren Übereinstimmung mit Cohen's Kappa berechnet. Es zeigten sich gute Übereinstimmungsmaße (8.1.1).

Reliabilität

Für eine hohe Reliabilität sollten Anzahl und Formulierung der Items gewährleisten, dass die Merkmalsausprägung möglichst verlässlich erfasst wird (Bortz & Döring, 2006). Dafür wurde die interne Konsistenz der verschiedenen Skalen angegeben (8.1.4). Da das Erhebungsinstrument neu entwickelt wurde, keine vergleichbaren Arbeiten vorlagen und die Länge der Skalen teilweise gering war, wurden auch niedrige Werte für Cronbach's Alpha akzeptiert ($\geq .60$; bei zwei von acht Skalen wurde auch ein Wert von $.59$ akzeptiert). Ausnahmen bildeten die Skalen zur Adäquatheit der Analyse und zum fachdidaktischen Wissen (8.1.4).

Insgesamt müssen die Ergebnisse bezüglich des fachlichen und fachdidaktischen Wissens vorsichtig interpretiert werden. Im Vergleich zur COACTIV-Studie wurde aus pragmatischen Gründen eine stark reduzierte Anzahl an Items zum fachlichen und fachdidaktischen Wissen verwendet, die teilweise mit einer nicht optimalen Reliabilität einherging. Um die interne Konsistenz der Skala zum fachdidaktischen Wissen zu verbessern, wurden neben den Anzahlen der richtigen Antworten auch noch die mittlere Qualität der Antworten aufgenommen, was das Cronbach's Alpha verbesserte. Um Zusammenhänge mit den Wissensfacetten weiter abzusichern, ist für zukünftige Untersuchungen zu empfehlen, mehr Items zu verwenden und damit eine verbesserte Reliabilität anzustreben.

¹Die Vorstudie verfolgte einen explorativen Ansatz, weswegen keine Zeitbegrenzung vorgegeben war und jeweils auch die von den Lehrkräften verwendeten Schulbücher genutzt werden konnten.

Die Skala zur Adäquatheit der Analyse zeigte trotz der guten Interraterreliabilität von $\kappa = .78$ nur eine geringe interne Konsistenz mit einem niedrigen Cronbach's-Alpha Wert ($\alpha = .48$). Die Adäquatheit der Begründungen bei den verschiedenen Items ist Merkmal eines Problemlöseprozesses, der aus der Interaktion des Teilnehmers und seiner vorliegenden Disposition mit spezifischen Anforderungen in einer bestimmten Situation entsteht. Die Adäquatheit wurde als Indikator für die Qualität des Planungsprozesses angenommen. Insgesamt ist der Planungsprozess eher ein ungerichteter, weniger systematisierter (im Vergleich zu den Planungsergebnissen) Vorgang - auch innerhalb des Prozesses können sich beispielsweise neue Ideen entwickeln. Es wird davon ausgegangen, dass der Prozess keine überdauernde Disposition abbildet, sondern spezifisch für die jeweilige Situation von der Disposition abhängt. Grundsätzlich ist es dabei folglich zunächst² nicht relevant, ob über mehrere Teilnehmer systematisch höhere Prozessqualitäten generell bei bestimmten Items gezeigt werden. Ausgehend von dieser Sichtweise wird nicht notwendigerweise ein latentes Konstrukt für Merkmale spezifischer Planungsprozesse angenommen. Daraus kann gefolgert werden, dass der Prozess nicht genauso reliabel sein muss, wie die Planungsergebnisse. Von den Planungsergebnissen wird angenommen, dass für ihre erfolgreiche Bewältigung eine stabile Disposition – die Kompetenz im Umgang mit Aufgaben – erforderlich ist, die unabhängig von der spezifischen Situation ist. Aus diesen genannten Gründen und in Anbetracht der guten Interraterreliabilität wurde die Skala *Analyse Adäquatheit* nicht ausgeschlossen.

Die verwendeten Skalen erfüllten teilweise nicht alle Voraussetzungen, die für die verwendeten Analyseverfahren notwendig sind. Die zentralen Auswertungsmethoden dieser Arbeit können aber als robust gegenüber Verletzungen dieser Voraussetzungen angenommen werden (Backhaus, 2011; Bortz, 2005). Als weiteres Argument, dass die Ergebnisse aller Skalen interpretiert werden können, werden die Überlegung von Nussbaum (2014) vorgestellt: Die Verletzung bestimmter Voraussetzungen (z. B. Annahme der Normalverteilung) kann die Teststärke bedeutsam reduzieren und damit wird die Wahrscheinlichkeit eines β -Fehlers erhöht. Vermutlich wird deshalb ein Ergebnis als nicht-signifikant interpretiert, obwohl eigentlich ein bedeutsames Ergebnis vorliegt. Für eine Verbesserung der Reliabilität und der Teststärke sollten in weiteren Forschungsvorhaben beispielsweise mehr Items verwendet, geschlossene Items entwickelt und eine größere Stichprobe gewählt werden.

Validität

Inhaltsvalidität Die theoretische Ausarbeitung in den ersten vier Kapiteln bildete die Grundlage für die Instrumententwicklung. Die Operationalisierung, basierend auf theoretischen Überlegungen, gewährleistete, dass das Instrument tatsächlich das Konstrukt misst, was es zu messen beansprucht (Bühner, 2011). Beispielsweise wurden im theoretischen Teil der Arbeit Kategorien herausgearbeitet, die das Potenzial kognitiv anspruchsvoller Aufgaben beschreiben. Diese Kategorien fanden sich sowohl in den deduktiv gewonnenen Kategorien der Interviewstudie als auch in den thematisierten Aufgabenmerkmalen der Begründungen wieder. Diese Übereinstimmung kann als inhaltliche Validität

²in diesem explorativen Ansatz.

des Erhebungsinstruments interpretiert werden. Außerdem ergab sich in den Daten ein Zusammenhang zwischen der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials sowohl mit individuellen Voraussetzungen der Lehrkraft (professionelles Wissen) als auch mit dem Outcome-Maß (Aufgabenauswahl und Vorbereitung der Aufgabenimplementierung). Man kann somit davon ausgehen, dass für das Planungsergebnis die professionelle Wahrnehmung von Relevanz ist und sich die Ergebnisse in die Forschung zur professionellen Kompetenz von Lehrkräften einordnen lassen.

Für die offenen Items sollten mehrere Begründungen oder Impulse angegeben werden. Die einzelnen Antworten wurden anschließend bezüglich ihrer Qualität kodiert, daraus wurde ein Mittelwert für jedes Item gebildet. Alternativ wäre es auch möglich gewesen, einen Summenscore zu bilden. Es wurde aber angenommen, dass es aus didaktischer Sicht wertvoller ist, gute Antworten anzugeben, wenn auch möglicherweise weniger, als viele Antworten, die aber von niedrigerem Niveau sind. Dieser Überlegung wurde die Mittelwertbildung besser gerecht als die Bildung des Summenscores³.

Bewertung der Expertenbefragung Der Einschätzung des Aufgabenpotenzials liegt eine theoretische Basis zu Grunde. Mit Hilfe einer Expertenbefragung wurde abgesichert, dass meine ausgangs angenommene fachdidaktische Norm (beispielsweise, welche der beiden gegebenen Aufgaben sich aus fachdidaktischer Sicht besser für ein bestimmtes Lernziel eignet) konform mit der Meinung einer im Bereich der Mathematikdidaktik professionalisierten Gruppe ist. Es zeigten sich gute Übereinstimmungen. Als Maß für die Qualität des Erkennens des Aufgabenpotenzials wurden die Antworten der Teilnehmer mit der fachdidaktisch-normativen Einschätzung (Expertennorm) verglichen. Auch bei der Arbeitsgruppe Seidel zum Projekt *Observer* findet man im Zusammenhang mit der professionellen Unterrichtswahrnehmung eine Expertennorm (Seidel et al., 2010). Neu an der vorliegenden Arbeit ist, dass für die Bildung der Expertennorm eine große Anzahl (zehn) externer Experten herangezogen wurde.

Um der Frage nachzugehen, ob eine Expertennorm überhaupt zur validen Einschätzung der Antworten herangezogen werden kann, wurde untersucht, inwieweit die Einschätzungen der Experten einheitlich sind. Eine Analyse in Abschnitt 8.1.2 ergab diesbezüglich eine gute Übereinstimmung innerhalb der Experten, was als Hinweis für eine valide Kompetenzmessung interpretiert wird. Da als Experten Professorinnen und Professoren ausgewählt wurden, die einen Arbeitsschwerpunkt im Bereich Aufgaben und/oder professioneller Kompetenz von Lehrkräften haben, ging ich davon aus, dass sich die befragten Experten intensiv mit mathematischen Lernprozessen, inhaltlichen Analysen, didaktischen Konzepten und Aufgaben aus theoretischer Sicht auseinandergesetzt haben. Für die Bildung der Expertennorm wurden die Meinungen sowohl von Experten mit umfangreicher als auch mit geringer Praxiserfahrung verwendet. Dieses Vorgehen könnte hinsichtlich Shulman's Idee des *Wisdom of Practice* kritisiert werden (Shulman & Wilson, 2004). Er kommentiert zur Professionalität: „To become a professional, one must learn not only to think in certain ways but also to perform particular skills, and to practice or act in ways consistent with the norms, values, and conventions

³Eine Doppeltauswertung zeigte, dass die Ergebnisse mit der Mittelwertbildung zu keiner Überschätzung der Ergebnisse führten.

of the profession. Thus, to learn to be a lawyer, one needs to think like a lawyer, perform like a lawyer, and act like a lawyer“ (Shulman, 2002, S. 39). Ich ging aber davon aus, dass auch die Meinung von Experten mit wenig Praxiserfahrung nützlich für die Bildung einer Expertennorm ist, da das Erhebungsinstrument nicht die Analyse von Aufgaben während der Implementation erforderte, sondern die Analyse theoretisch möglicher Aktivitäten und Prozesse bei der selbstständigen Aufgabenbearbeitung durch Schülerinnen und Schüler.

Validierungsuntersuchung In der Stichprobe der Hauptstudie zeigten sich keine Unterschiede zwischen den Teilnehmern unterschiedlicher Unterrichtserfahrung im fachlichen Wissen, in der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und in den Planungsergebnissen. Es wurde eine weitere Erhebung durchgeführt, in der die Resultate mit dem Ergebnis der Bearbeitung von einer Kontrastgruppe verglichen wurden, um die Validität der Konstrukte zu untersuchen. Für diese Validierungsuntersuchung wählte ich als Kontrastgruppe Studierende des Lehramts für die Sekundarstufe am Beginn ihres Studiums ($N = 24$). Es zeigte sich, dass ein großer Teil der Varianz der untersuchten Variablen durch die Gruppenzugehörigkeit aufgeklärt werden konnte. Bis auf das Erkennen des Aufgabenpotenzials ergaben sich für alle Variablen große Effekte. Neben diesen großen Effekten ist für das Erkennen nur ein sehr schwacher nicht bedeutsamer Effekt zu verzeichnen.

Zusammenfassung

Mit geringen Einschränkungen wurden psychometrische Gütekriterien zufriedenstellend erfüllt, welche im Detail in Abschnitt 8.1 diskutiert wurden. Zusammenfassend ist es mit der Arbeit gelungen, ein reliables Erhebungsinstrument zu entwickeln, das die Qualität von Planungsprozessen (beziehungsweise Indikatoren dafür) und Planungsergebnissen in Bezug auf Aufgaben erfasst. Dies war eines der wesentlichen Ziele der Arbeit.

9.1.2. Grenzen der Erhebung

In Abschnitt 9.1.1 wurden Grenzen der Erhebung vor allem bezüglich der Instrumente diskutiert. Abschließend wird noch auf Einschränkungen aufgrund des Designs eingegangen.

Einen begrenzenden Faktor, nicht nur bezüglich der Itemanzahl, stellte die zur Verfügung stehende Bearbeitungszeit des Fragebogens dar (90 Minuten). Ein häufiger Wechsel zwischen verschiedenen Formaten und mathematischen Inhalten würde insbesondere aufgrund des ständigen Fokuswechsels eine hohe kognitive Kapazität erfordern. Dies sollte in Anbetracht der langen gesamten Erhebungszeit und der sich anschließenden Fortbildung vermieden werden. Außerdem zeigte die Pilotierung, dass eine sehr offene Fragestellung zu einem breiten, schwer fassbaren Antwortspektrum führt. Aus diesen Gründen wurde die Anzahl der zu analysierenden Aufgaben, die Art der mathematischen Inhalte und die der Itemformate begrenzt. Die Aussagen können daher nur bedingt verallgemeinert

werden. Trotz der Reduktion ermöglicht diese Beschränkung auf wenige Aufgaben zu einem mathematischen Inhalt eine tiefergehende Auseinandersetzung mit Aufgaben.

Wie gerade beschrieben, wurde die Anzahl der Aufgaben, die im Fragebogen analysiert wurden, begrenzt. Um reliable Skalen zu erhalten, mussten aber mehrere Items pro Skala vorhanden sein. Dies wurde dadurch gelöst, dass sich die Aufgaben in den verschiedenen Skalen wiederholten. Eine vollständige Unabhängigkeit aller Items konnte deswegen nicht gewährleistet werden. Diese Abweichung von den Gütekriterien wurde folgendermaßen relativiert: Eine gezielte Anordnung der Aufgaben (vgl. Abschnitt 6.5) vermied eine Beeinflussung durch vorher bearbeitete Items. An einigen Stellen war dahingegen eine vorherige Reflexion über eine Aufgabe explizit gewünscht, um von einer schon stattgefundenen, tiefergehenden Auseinandersetzung mit der Aufgabe für die Folgeteile ausgehen zu können (deswegen erfolgte beispielsweise die offene Begründung vor dem Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials).

Der Fragebogen erfasste den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu *einem* mathematischen Inhalt (Addition ungleichnamiger Brüche). Es ist noch nicht geklärt, inwiefern die Ergebnisse auf andere mathematische Inhaltsbereiche übertragbar sind. Da Kompetenzen, insbesondere auch die professionelle Wahrnehmung, situations- und domänenspezifisch sind (Blomberg et al., 2011; Hartig & Klieme, 2006; Kersting et al., 2010; Weinert, 2001), kann man annehmen, dass sich die Struktur der Zusammenhänge zwischen den Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, den Planungsergebnissen und dem professionellen Wissens innerhalb eines mathematischen Inhaltsbereichs replizieren lassen. Weitere Einschränkungen ergeben sich aufgrund des Labor-Settings. Die Analyse der Aufgaben erfolgte bezogen auf Schülerinnen und Schüler einer fiktiven Klasse, die genau beschrieben wurde, um vergleichbare Bedingungen zu gewährleisten. Damit diese hypothetische Situation realitätsnah eingebettet war, wurde eine genaue Unterrichtssituation vorgegeben (Vorwissen der Lernenden, Einbettung in eine Unterrichtseinheit), Lernziele konkretisiert und mit konkreten Aufgaben gearbeitet. Für die Erfassung von Kompetenzen sind authentische Situationen und Anforderungen notwendig, welche in dieser Arbeit, zum Beispiel durch die Arbeit mit Aufgaben aus der täglichen Unterrichtspraxis, angestrebt wurden. Im Unterrichtalltag werden aber zum Beispiel keine Richtlinien für konkrete Lernziele vorgegeben⁴ und bei der Auswahl von Aufgaben stehen mehr als zwei zur Verfügung. Die Validität wird durch diese genannten Einschränkungen teilweise begrenzt.

Bei der Fragebogenbearbeitung mussten die Teilnehmer die Aufgaben an sich nicht lösen⁵. Damit wäre es aber möglich, das Wissen eines Teilnehmers zur Aufgabenlösung zu erfassen. Zusätzlich hätten die Teilnehmer eine Möglichkeit zur Reflexion über die Lösungsschritte, wenn sie die Aufgabe lösen würden. Dem kann entgegen gehalten werden, dass das im Fragebogen verwendete Thema - Bruchaddition - ein aus mathematischer Sicht eher einfacher Fachinhalt ist. Angesichts der geringen Komplexität des Inhalts wurde angenommen, dass die Lösungsschritte für die Teilnehmer überschaubar sind und eine explizite Aufgabenlösung nicht zwingend erforderlich machen. Außerdem wurde mit Hilfe des Tests zum fachlichen Wissen die Fähigkeit, Aufgaben auf Schulniveau zu lösen,

⁴Nur allgemein über die Lehrplaninhalte.

⁵Diese Entscheidung wurde angesichts der begrenzten Zeit getroffen.

indirekt erfasst.

Die Stichprobe umfasste 95 Teilnehmer (Studierende, Referendare, praktizierende Lehrkräfte) und ist keine reine Zufallsstichprobe. Es erfolgte keine Überprüfung der Stichprobe gesamt und in den einzelnen Gruppen hinsichtlich ihrer Repräsentativität. Die Ergebnisse müssen deswegen bezüglich ihrer Verallgemeinerbarkeit vorsichtig interpretiert werden⁶. Außerdem waren die Teilnehmer fast ausschließlich Gymnasiallehrkräfte oder Studierende des Lehramts an Gymnasien⁷. Gymnasiallehrkräfte unterscheiden sich in ihrem fachlichen und fachdidaktischen Wissen von Nicht-Gymnasiallehrkräften. Die Gymnasiallehrkräfte weisen ein höheres professionelles Wissen auf (Krauss et al., 2008b). In einer Untersuchung von Dreher und Kuntze (2015a), bei der die professionelle Wahrnehmung von Gymnasiallehrkräften mit der von Hauptschullehrkräften bei der Einschätzung von Aufgaben mit verschiedenen mathematischen Darstellungen verglichen wurde, ergab sich, dass Gymnasiallehrkräfte Aufgaben besser einschätzten als die Hauptschullehrkräfte. Die Daten der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Studie zeigten einen Zusammenhang der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial mit dem professionellen Wissen einer Lehrkraft. Für weitere Forschungsvorhaben wäre es interessant für Nicht-Gymnasiallehrkräfte zu prüfen, ob sich auch Unterschiede in der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und deren Zusammenhang mit dem professionellen Wissen zeigen.

Die im Rahmen der Arbeit durchgeführte Studie ist die erste ihrer Art. Es werden Prozesse und Planungsergebnisse erhoben und deren Struktur sowie Zusammenhänge analysiert. In diesem Zusammenhang leistet die Arbeit einen wichtigen Beitrag zur Erfassung professioneller Kompetenzen von Lehrkräften. Die genannten Einschränkungen sind auch auf die Neuartigkeit der Studie zurückzuführen und stellen einen weiteren Forschungsbedarf dar.

9.2. Zusammenfassende Diskussion der Ergebnisse

Neben der Entwicklung eines Erhebungsinstrument war das zweite Hauptziel der Arbeit die Untersuchung von Prozessen, welche einen professionellen Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung ausmachen. Insbesondere wurden im Planungsprozess die Struktur der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials und die Begründungen der *Aufgabenauswahl* genauer untersucht. Anschließend an die Diskussion dieser beiden Aspekte werden die Zusammenhänge des professionellen Wissens, der Prozesse und Ergebnisse eingeordnet und diskutiert (Abbildung 9.1).

⁶Eine größere Stichprobe würde auch die Verwendung weiterer statistischer Verfahren ermöglichen. Eine latente Modellierung würde beispielsweise messfehlerbereinigte Ergebnisse liefern.

⁷bis auf vier Studierende des Lehramts an Realschulen.

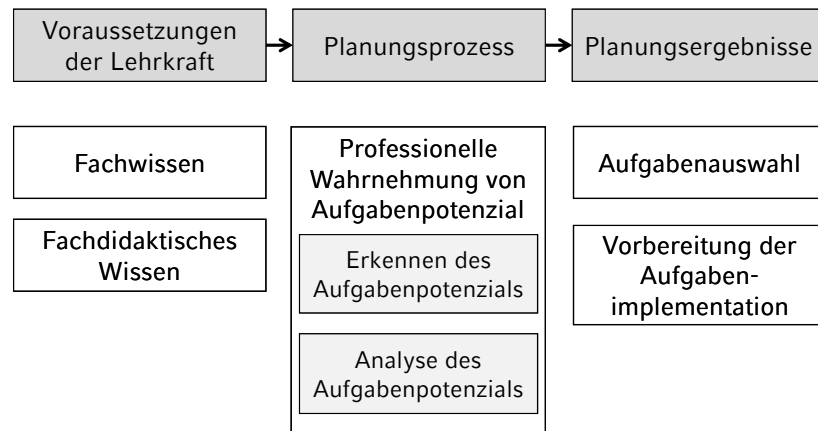


Abbildung 9.1.: Modell: Zusammenhänge zwischen dem Planungsprozess und den Planungsergebnissen unter Berücksichtigung von individuellen Lehrkraftvoraussetzungen

9.2.1. Professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial

Erkennen und Analyse des Aufgabenpotenzials

Die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials wurde mit den Aspekten *Erkennen* und *Analyse* des Aufgabenpotenzials operationalisiert. Die Annahme war, dass die Fähigkeit, das den Aufgaben innewohnende Potenzial zu erkennen und zu analysieren, Indikator für die Qualität des Planungsprozesses ist und im Zusammenhang mit erfolgreichen Planungsergebnissen steht. Um die Analyse des Aufgabenpotenzials im Planungsprozess zu erfassen, wurden die Teilnehmer nach einer Begründung ihres Vorgehens gefragt. Üblichen Modellen der professionellen Wahrnehmung folgend wurde die Begründungsqualität über die Begründungstiefe beschrieben, also über das Niveau, auf welchem die Aufgabenmerkmale bezüglich verständnisvoller Lernprozesse reflektiert werden (vgl. hierzu die Ebenen der Beschreibung, Erklärung und Vorhersage; Sherin und van Es (2009), Seidel et al. (2010), s. a. Abschnitt 2.3). Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit weisen darauf hin, dass die Teilnehmer prinzipiell dazu fähig sind, das Potenzial von Aufgaben zu erkennen und auch auf einem hohen Niveau zu analysieren. Trotzdem gibt es auch eine substantielle Anzahl an Teilnehmern, die Einschätzungen treffen und Begründungen angeben, die nicht mit einer fachdidaktisch-normativen Sicht übereinstimmen.

In der vorliegenden Arbeit wurde außerdem die empirische Struktur der Komponenten der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials (Erkennen und Analyse) untersucht. Theoretische Überlegungen zur professionellen Wahrnehmung von Unterricht gehen von einer Interaktion dieser beiden Komponenten aus (Blomberg et al., 2011; Sherin, 2007). In vorliegender Hauptstudie ergab sich ein positiver schwacher Zusammenhang zwischen dem Erkennen und der Analyse des Aufgabenpotenzials, die theoretisch angenommenen Zusammenhänge zeigten sich also nicht eindeutig. Es ist aber eine Einordnung in Ergebnisse anderer Studien möglich. König et al. (2014) untersuchten mit Methoden der probabilistischen Testtheorie die Struktur der professionellen Wahrnehmung von *Unterricht*. Das Erkennen wurde dabei vergleichbar zur vorliegenden Arbeit

mit geschlossenen, die Begründungen mit offenen Items erhoben. Die Ergebnisse von König et al. (2014) zeigen, dass die Fähigkeit einer Lehrkraft, Unterrichtssituationen wahrzunehmen und zu begründen zweidimensional ist und die beiden Komponenten nur schwach zusammenhängen. Auch die Ergebnisse von Schäfer und Seidel (2015) im Rahmen des Projekts *Observer* weisen nur einen schwachen Zusammenhang zwischen dem Erkennen und Begründen auf. Bezüglich der Struktur der beiden Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial scheint es, als repliziere die vorliegende Arbeit Ergebnisse anderer Studien zur professionellen Wahrnehmung von Unterricht.

In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob es für eine hochwertige Analyse (Begründung) des Aufgabenpotenzials nicht Voraussetzung ist, dass das Aufgabenpotenzial erkannt wird. Die Items zur Erfassung des Erkennens umfassten sehr breit die verschiedenen Facetten des Aufgabenpotenzials. Dahingegen wurden von den Teilnehmern bei der offen erhobenen Analyse des Aufgabenpotenzials punktuell identifizierte Aufgabenmerkmale begründet und nicht alle erkannten Merkmale analysiert. Es wäre folglich nicht zwingend erforderlich, dass das gesamte Aufgabenpotenzial erkannt wird, um hochwertige Begründungen zu geben. Das Erkennen kann somit nicht allein über die Erhebung der Analyse des Aufgabenpotenzials erfasst werden. Diese Vermutung konnte durch die Daten bestätigt werden: Es gab neben Teilnehmern, die einen großen Teil des Aufgabenpotenzials erkannten, aber keine hochwertigen Begründungen angeben konnten, auch Teilnehmer, die einen Teil des Aufgabenpotenzials nicht treffsicher erkannten, die erkannten Facetten aber auf einem sehr hohen Niveau begründeten. Fallanalysen zeigten, dass diese Teilnehmer für ihre Begründungen Argumente angaben, die sich nicht in den geschlossenen formulierten Items zum Erkennen des Aufgabenpotenzials wiederfanden. Auffällig war bei diesen Einzelfallanalysen, dass die Teilnehmer zwar auf hohem Niveau begründeten, aber ein sehr niedriges fachdidaktisches und/oder fachliches Wissen aufwiesen. Die einzelnen Fälle von Teilnehmern, die das Aufgabenpotenzial sehr treffsicher erkannten, dafür aber nur auf niedrigem Niveau begründen konnten, wiesen ein auffallend hohes fachdidaktisches und/oder fachliches Wissen auf. Es ließen sich auch Teilnehmer identifizieren, die das Potenzial von Aufgaben erkannten und hochwertige Begründungen angeben konnten. Dieser geringe Zusammenhang zwischen dem Erkennen und der Analyse könnte damit zusammenhängen, dass das Wissen über verschiedene Facetten des Aufgabenpotenzials nur bruchstückhaft vorhanden ist, oder (noch) nicht mit einer konkreten Aufgabensituation vernetzt werden kann, was sich in einer niedrigen Begründungsqualität zeigen würde (Berliner, 2001; Putnam & Borko, 2000). Aus diesen Erkenntnissen kann die Hypothese abgeleitet werden, dass das Erkennen und die Analyse des Aufgabenpotenzials eigene Kompetenzfacetten darstellen, die die Bewältigung unterschiedlicher Anforderungen erfordern⁸.

Kritisch anzumerken ist, dass das Erkennen und die Analyse von Aufgabenpotenzial mit verschiedenen Itemformaten erhoben wurde, unterschiedliche Resultate aufgrund des Itemformats konnten somit nicht kontrolliert werden. Zur genaueren Untersuchung der Struktur der Komponenten der professionellen Wahrnehmung bedarf es einer Un-

⁸Eine methodisch besser abgesicherte Prüfung dieser Annahme (z. B. mit SEM) war mit den Daten der Arbeit aufgrund der zu kleinen Stichprobengröße nicht möglich.

tersuchung der Dimensionalität des Konstrukts der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials in weiteren Studien.

Begründungen der Aufgabenauswahl

In der Arbeit wurden außerdem die für die Begründung einer Aufgabenauswahl herangezogenen Aufgabenmerkmale untersucht. Hintergrund war die Annahme, dass ein Schwerpunkt auf lernprozessbezogene Merkmale (kognitive Aktivierung, Vernetzung, lernziel-spezifische inhaltliche Begründung) Indikator für die Qualität des Planungsprozesses ist. Auch Bromme (1981) untersuchte die Unterrichtsplanung von 15 Mathematiklehrkräften mit der Methode des lauten Denkens und kam zu einem ähnlichen Ergebnis. Lehrkräfte zogen bei der Aufgabenauswahl in der Unterrichtsplanung folgende Aspekte heran: *Klarheit*, *Motivation*, benötigte *Zeit*, im Unterricht verwendete *Methoden* und welche *Aktivitäten* und Prozeduren mit der Bearbeitung der Aufgabe erfolgen sollen. Bromme beschränkte sich auf die Beschreibung des Vorgehens bei der Unterrichtsplanung und arbeitete die Auswahl von Aufgaben als wesentliches Element der Unterrichtsplanung heraus. Eine explizite Schwerpunktsetzung auf lernprozessbezogene Merkmale, unter anderem mit dem Ziel, Zusammenhänge mit dem Handeln in der Unterrichtsplanung zu untersuchen, findet man bei ihm nicht. Bausch (2015) entwickelte basierend auf ihrer Studie ein Modell zur Planung und Gestaltung von Unterricht. Dabei konzentrierte sie sich nicht speziell auf die Auswahl von Aufgaben sondern allgemein auf die Unterrichtsplanung von Mathematiklehrkräften. Für das Modell arbeitete sie folgende Kategorien heraus: *Kognitive Aktivierung*, *Üben und Ergebnisse sichern*, *Differenzierung*, *Motivierung*, *Zielorientierung* und *Methodisches*. In vorliegender Arbeit konnte gezeigt werden, dass bei der Begründung der Aufgabenauswahl sowohl lernprozessbezogene Merkmale (kognitive Aktivierung, Vernetzung, inhaltsbezogene Begründung) als auch Merkmale, die sich auf eine konstruktive Lernerunterstützung beziehen (Motivation, Differenzierung, ...), für Lehrkräfte eine bedeutende Rolle spielen. Daneben wurden eher an der Oberflächenstruktur von Unterricht orientierte Merkmale genannt (Üben, Organisatorisches, allgemeine Aufgabenmerkmale). Diese Resultate replizieren die Ergebnisse von Bausch (2015) und Bromme (1981). Sie ordnen sich damit in den bisherigen Forschungsstand zur allgemeinen Unterrichtsplanung und auch zur Aufgabenauswahl von Mathematiklehrkräften ein.

Basierend auf den eben vorgestellten Ergebnissen wurde in der vorliegenden Arbeit untersucht, ob sich Teilnehmer unterschiedlicher Qualifikationen und Ausbildungsniveaus in der Art der für die Begründung herangezogenen Merkmale unterscheiden. Andere Studien ergaben, dass sich Lehrkräfte in den Kriterien zur Aufgaben*beschreibung* unterscheiden (Arbaugh & Brown, 2005; Boston, 2013). Diese Unterschiede zeigten sich in Merkmalen der Oberflächen- und der Tiefenstruktur von Aufgaben: Experten beziehungsweise Lehrkräfte, die an einer spezifischen Fortbildung zum Umgang mit Aufgaben teilgenommen hatten, beschrieben Aufgaben vor allem mit Merkmalen der Tiefenstruktur. Novizen beziehungsweise Lehrkräfte vor der Fortbildung konzentrierten sich auf Oberflächenmerkmale der Aufgaben. Ein Unterschied in der Begründung der Aufgabenauswahl zwischen Lehrkräften unterschiedlicher Qualifikationen war auch in der im

Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Interviewstudie festzustellen. Lehrkräfte unterschiedlicher Qualifikationen zeigten spezifische Muster in den Argumenten, die sie für die Begründung einer Aufgabenauswahl heranzogen. Lehrkräfte mit zusätzlichen Qualifikationen⁹ begründeten ihre Aufgabenauswahl signifikant häufiger mit den Aspekten kognitive Aktivierung, Vernetzung und Zielklarheit, als Lehrkräfte mit regulären Qualifikationen. Von diesen Aspekten geht man davon aus, dass sie stärker Charakteristika von Unterricht beschreiben, die Lernprozesse unterstützen (Seidel & Shavelson, 2007). In der Hauptstudie konnten mit Hilfe einer Clusteranalyse drei Begründungsprofile identifiziert werden. Die Teilnehmer der drei Gruppen konzentrierten sich bei der Auswahl von Aufgaben jeweils auf unterschiedliche Dimensionen der Unterrichtsqualität: *lernprozessorientierte Gruppe*, *lernerorientierte Gruppe* und *übenorientierte Gruppe*. Die Unterschiede der Gruppen zeigten sich insbesondere in Merkmalen der Tiefenstruktur: Die lernprozessorientierte Gruppe ($N = 19$) zeichnete sich durch eine im Vergleich zu den anderen beiden Gruppen starke Orientierung an kognitiven Prozessen und der Vernetzung mathematischer Ideen aus. Bei der *lernerorientierten* Gruppe ($N = 38$) hingegen spielte die konstruktive Unterstützung der Lernenden eine entscheidende Rolle. Die *übenorientierte* Gruppe ($N = 38$) orientierte sich, was den konkreten Lernprozess betrifft, eher an Merkmalen der Oberflächenstruktur von Unterricht. Der Schwerpunkt lag eher auf motivationalen Aspekten des Lernens, auf einer klaren Aufgabenstellung und organisatorischen Aspekten, wie zum Beispiel Zeitmangel. Zusammenfassend ist festzustellen, dass sich die Teilnehmer in der Art der Begründung ihrer Aufgabenauswahl unterschieden. In den anfangs beschriebenen Studien wurden *Experten* vor der Studiendurchführung festgelegt, eine Überprüfung ihres professionellen Wissens erfolgte nicht (Arbaugh & Brown, 2005; Boston, 2013). In der Hauptstudie dieser Arbeit wurde auch das fachdidaktische und fachliche Wissen der Teilnehmer erhoben. Die drei in der Hauptstudie identifizierten Gruppen unterschieden sich aber nicht bedeutsam bezüglich ihres fachdidaktischen und fachlichen Wissens. Es konnten auch keine Unterschiede im Ausbildungsabschnitt (Studierende im Hauptstudium, Referendare, praktizierende Lehrkräfte) festgestellt werden. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass das professionelle Wissen für die *Art* der Begründung nicht entscheidend ist.

Es ist bislang unklar, welche Faktoren zu den unterschiedlichen Begründungsprofilen führen. Chapman (2013) vermutet, dass im Analyse- und Auswahlprozess von Aufgaben Beliefs zum Lehr-Lern-Prozess und dabei insbesondere zu Aufgaben (beispielsweise über die Wirksamkeit von Aufgaben) eine Rolle spielen könnten. Erste Untersuchungen dazu liefern die Studien von Wilhelm (2014) und Carson (2010). In der vorliegenden Arbeit orientierte sich ein großer Teil der untersuchten Teilnehmer an der Motivation der Schülerinnen und Schüler. Auch wenn dies sicherlich ein wertvolles und notwendiges Ziel von Unterricht ist, sollte dieser Aspekt als alleiniges Ziel von Unterricht doch kritisch hinterfragt werden und weitere Kriterien für die Aufgabenauswahl aufgezeigt werden¹⁰. Eine

⁹Zusätzliche Qualifikation: Zuständig für die Lehre von Mathematikdidaktik an der Universität, Mitarbeit bei der Lehrplanerstellung, Verantwortlichkeit für die Fachbetreuung an der Schule, langjährige Unterrichtserfahrung. Reguläre Qualifikation: abgeschlossenes Referendariat, keine zusätzlichen Verantwortlichkeiten für die mathematische Bildung an der eigenen Schule oder darüber hinaus.

¹⁰Dies ist vor allem vor dem Hintergrund interessant, dass ein Zusammenhang zwischen der Begründung

erklärende Hypothese könnte sein, dass hinter der Auswahl von Aufgaben verschiedene Motive und Beliefs stehen, beziehungsweise verschiedene Ziele unterschiedlich gewichtet werden (Remillard, 1999, 2005; Thompson, 1992). Die Beliefs der Teilnehmer wurden in der vorliegenden Arbeit nicht untersucht. Es bleibt an dieser Stelle die offene Frage, inwieweit die Begründungsprofile sowie weitere Aspekte der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials mit den Beliefs der Teilnehmer zusammenhängen.

Um den bisherigen Forschungsstand zu ergänzen, wurde der Frage nachgegangen, ob eine Orientierung an Aspekten der Unterrichtsqualität zumindest in gewissen Maßen im Zusammenhang mit einem erfolgreichen Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung (Aufgabenauswahl und vorbereitete Aufgabenimplementation) steht. Dazu wurde untersucht, ob sich die Teilnehmer der oben beschriebenen Begründungsprofile in ihren Planungsergebnissen unterscheiden. Insgesamt konnte der Unterschied im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung in Abhängigkeit vom Begründungsprofil nur tendenziell abgesichert werden. Teilnehmer des Profils *lernprozessorientierte Gruppe* begründeten die Aufgabenauswahl mit Facetten des Aufgabenpotenzials, von denen angenommen wird, dass sie im engen Zusammenhang mit dem Lernprozess der Schülerinnen und Schüler stehen (*kognitive Aktivierung, Vernetzung*). Sie wählten im Vergleich zu den anderen beiden Profilen häufiger die aus fachdidaktisch-normativer Sicht besser geeignete Aufgabe aus. Die Unterschiedsannahme konnte für die vorbereitete Aufgabenimplementation nicht bestätigt werden. Es scheint, als sei allein die Begründung einer Aufgabenauswahl mit lernprozessbezogenen Merkmalen nicht ausreichend für die erfolgreiche Vorbereitung der Aufgabenimplementation. Ansätze aus der allgemeinen Didaktik schlagen vor, die Unterrichtsplanung am Lernprozess der Schülerinnen und Schüler auszurichten, um im Unterricht gehaltvolle Lerngelegenheiten zu gestalten (Kiper & Mischke, 2009). Die Ergebnisse der Arbeit weisen darauf hin, dass die Teilnehmer teilweise diesem Vorschlag folgen und dies auf der Ebene der Unterrichtsplanung auch Effekte hat.

9.2.2. Zusammenhänge zwischen dem professionellen Wissen, dem Planungsprozess und den Planungsergebnissen

Im Folgenden werden die Ergebnisse zu den untersuchten Zusammenhängen zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, den Planungsergebnissen und den Voraussetzungen, die die Unterrichtsplanung beeinflussen, vorgestellt.

Professionelles Wissen und Planungsergebnisse

Es wurde untersucht, inwieweit das professionelle Wissen der Teilnehmer mit den Planungsergebnissen zusammenhängt. Mit der COACTIV-Studie konnte zwischen dem fachdidaktischen Wissen und dem Aufgabenpotenzial zur kognitiven Aktivierung ein positiver Zusammenhang festgestellt werden (Baumert et al., 2010). Für die vorliegende Hauptstudie wurde das Aufgabenpotenzial vereinfacht erfasst, es ging um die Auswahl einer aus fachdidaktischer Sicht geeigneten Aufgabe.

der Aufgabenauswahl mit lernprozessbezogenen Merkmalen und der Auswahl einer Aufgabe, die aus didaktischer Sicht wahrscheinlicher zu einem erfolgreichen Lernprozess beiträgt, besteht.

Es zeigte sich ein Zusammenhang zwischen dem fachdidaktischen Wissen und den Planungsergebnissen (Aufgabenauswahl und Vorbereitung der Aufgabenimplementati-on). Bezüglich des fachlichen Wissens ergab sich in der COACTIV-Studie nur ein sehr geringer Einfluss auf das Potenzial der gewählten Aufgaben (Baumert et al., 2010). In der Hauptstudie war diesbezüglich ein Zusammenhang des fachlichen Wissens mit der Vorbereitung der Aufgabenimplementation, nicht aber mit der Aufgabenauswahl fest-zustellen. Zusammenfassend zeigt die vorliegende Arbeit, dass insbesondere das fachdi-daktische Wissen von Bedeutung für die Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben ist.

Professionelles Wissen und Planungsprozess

Darüber hinaus wurde in der Hauptstudie untersucht, inwieweit ein Zusammenhang zwischen den individuellen Voraussetzungen der Teilnehmer und dem Planungsprozess, operationalisiert als professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, besteht. Ar-beiten von Lindmeier (2011), Knievel et al. (2015) stellten eine Verbindung zwischen dem Basiswissen (fachliches und fachdidaktisches Wissen) und der reflexiven Kompetenz fest. Man kann argumentieren, dass für das Erkennen von Aufgabenpotenzial Wissen darüber vorhanden sein muss, welche Aufgabenmerkmale überhaupt zu einem erfolgreichen Lern-prozess beitragen. Außerdem ist es vor allem bei den Begründungsprozessen *Erklären* und *Vorhersagen* notwendig, Verbindungen zwischen den wahrgenommenen Merkmalen und dem Wissen über Lehr-Lern-Prozesse herzustellen.

Das fachliche Wissen hatte geringen Einfluss auf die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. Der Teil des Fachwissenstest aus der COACTIV-Studie erfasste ein vertieftes Verständnis der Lehrplaninhalte der Sekundarstufe im Bereich Mathematik (Krauss et al., 2008b). Der fachlich-inhaltliche Anspruch der Aufgaben des Fragebogens (zur professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials) war dahingegen nicht sehr hoch - es ging um die Addition ungleichnamiger Brüche. Der geringe Einfluss des fach-lichen Wissens könnte somit unter anderem auf die geringe Schwierigkeit der Aufgaben zurückzuführen sein. In weiteren Forschungsvorhaben wäre ein Abgleich des inhaltlichen Komplexitätsniveaus der zu analysierenden Aufgaben mit den Items aus dem Fachwis-senstest hilfreich. Eine weitere Interpretation des Resultats ist, dass der Test zum fach-lichen Wissen nicht die Kompetenzen erfasst, die für die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial notwendig gewesen wären.

Das fachdidaktische Wissen hatte vor allem Einfluss auf das Erkennen des lernzielspe-zifischen Aufgabenpotenzials und kaum auf die Analyse (Begründungen). Dieser Zusam-menhang (beziehungsweise der geringe Zusammenhang mit den anderen Facetten) wird vor dem Hintergrund der Operationalisierung des fachdidaktischen Wissens diskutiert: Die Items zur Erfassung des fachdidaktischen Wissens waren eng an konkrete mathe-matische Inhalte gebunden, zur Lösung ist kaum allgemeines fachdidaktisches Wissen notwendig. Eine erklärende Hypothese könnte sein, dass die Teilnehmer vorwiegend in-haltsspezifisches und fachdidaktisches Wissen benötigen, um das Aufgabenpotenzial zu erkennen. Offenbar ist eher übergreifendes beziehungsweise allgemeines Wissen notwen-dig, damit eine Lehrkraft Aufgaben adäquat und auf hohem Niveau analysieren kann.

Gestützt wird diese Annahme durch Ergebnisse der Studie von König et al. (2014), die einen Zusammenhang zwischen dem generellen pädagogischen Wissen und der Analyse sowie Interpretation von Unterrichtssituationen, nicht aber mit dem Erkennen relevanter Unterrichtssituationen feststellen konnten. Zusammenfassend zeigen die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit, dass vor allem das fachdidaktische Wissen mit dem Erkennen des Aufgabenpotenzials zusammenhängt. Für die anderen Facetten der professionellen Wahrnehmung und das fachliche Wissen ergaben sich nur sehr schwache Zusammenhänge.

Bisherige Studien haben Aufgaben vorwiegend als Tool betrachtet, um Aussagen über das fachdidaktische Wissen treffen zu können. Im Gegensatz dazu wurde in dieser Arbeit die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial als eigenständiges Konstrukt aufgefasst und ihr Zusammenhang mit professionellem Wissen untersucht. Die Ergebnisse dieser Arbeit ergaben einen Zusammenhang zwischen dem professionellen Wissen und der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. Das fachdidaktische und fachliche Wissen hingen aber nur mit bestimmten Facetten der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials zusammen. Daraus ergibt sich, dass interindividuelle Unterschiede in der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials in den beiden Komponenten (Erkennen und Analyse) nicht allein durch das professionelle Wissen erklärt werden können. Für weitere Forschungen zur professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial wäre es ratsam, neben dem fachlichen und fachdidaktischen Wissen noch weitere Charakteristika der Teilnehmer in Betracht zu ziehen, wie pädagogisches Wissen, oder eher allgemeines fachdidaktisches Wissen. Mit zweiterem ist gemeint, dass nicht nur inhaltsbezogene Aspekte des fachdidaktischen Wissens (wie es in den Items der COACTIV-Studie der Fall war) erfasst werden, sondern eben auch allgemeine Aspekte wie beispielsweise das Wissen über hilfreiche mathematische Repräsentationen, aussagekräftige Analogien, Beispiele oder Begründungen (vgl. Shulman, 1986).

Planungsprozess und Planungsergebnisse

Boston und Kollegen (2009, 2013) stellten fest, dass Lehrkräfte nach der Teilnahme an einer Fortbildung zum Umgang mit Aufgaben mehr kognitiv anspruchsvolle Aufgaben auswählten. Die Forschergruppe leitete die Hypothese ab, dass Lehrkräfte in der Fortbildung gelernt haben, anspruchsvolle Aufgaben zu erkennen und zu analysieren. In der vorliegenden Arbeit wird die Hypothese von Boston und Kollegen aufgegriffen und der Zusammenhang zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben untersucht. Es bestätigt sich die Vermutung, dass Lehrkräfte Kompetenzen in der Einschätzung und Wahrnehmung von Aufgaben entwickeln müssen, um adäquat Unterricht zu planen. Ergebnisse der deskriptiven Analyse zeigten (Clusteranalyse), dass Teilnehmer, die ihre Aufgabenauswahl mit lernprozessbezogenen Aufgabenmerkmalen begründeten, auch geeignete Aufgaben auswählten.

Des Weiteren war festzustellen, dass beide Komponenten der professionellen Wahrnehmung, das Erkennen und die Analyse, einen Beitrag zur Varianzaufklärung der Aufgabenauswahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation leisteten. Die beiden

Komponenten Erkennen und Analyse wurden differenziert erfasst. Damit konnte nachgewiesen werden, dass abhängig von der Anforderung des Planungsergebnisses (Aufgabenauswahl oder Vorbereitung der Aufgabenimplementation) unterschiedliche Aspekte der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial beeinflussen: Zur Varianzaufklärung für die Auswahl einer geeigneten Aufgabe trugen das Erkennen des lernzielspezifischen Potenzials und die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale bei. Es scheint, als beeinflusse vor allem die richtige Einschätzung, inwieweit sich eine Aufgabe für ein gegebenes Lernziel eignet, die aus fachdidaktisch-normativer Sicht richtige Aufgabenauswahl. Auch der Bezug auf lernprozessbezogene Merkmale bei der Begründung der Auswahl erklärt einen Teil der Varianz. Für die Vorbereitung der Aufgabenimplementation wird spezifische Varianz durch das Erkennen *und* die Analyse des Aufgabenpotenzials aufgeklärt: Das Analyse Niveau, das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials und die Anzahl der lernprozessbezogenen Merkmale tragen zur Varianzaufklärung bei. Die Ergebnisse der Hauptstudie deuten darauf hin, dass die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial eine notwendige Voraussetzung für die Auswahl aus fachdidaktischer Sicht geeigneter Aufgaben und einer lernwirksamen Vorbereitung der Aufgabenimplementation ist.

Zusammenfassend

Außerdem wurde in der Arbeit untersucht, inwieweit die gefundenen Zusammenhänge zwischen Prozessen und Ergebnissen unter Kontrolle des professionellen Wissens bestehen bleiben. Damit leistet die Arbeit einen Beitrag zu Forderungen von Blömeke et al. (2015). Sie regen an, das beobachtbare Verhalten von Lehrkräften (hier die Planungsergebnisse) mit den Voraussetzungen der Lehrkraft über die Betrachtung von Prozessen zu verbinden. Es zeigte sich, dass die Zusammenhänge zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen unter Kontrolle des fachlichen und fachdidaktischen Wissens bestehen bleiben. Dies deutet darauf hin, dass der Einfluss des fachlichen und fachdidaktischen Wissens auf die Planungsergebnisse zu einem gewissen Teil durch die Qualität der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials erklärt werden kann.

9.2.3. Unterschiedsanalysen

In der Arbeit wurde untersucht, ob sich Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsniveaus bezüglich der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und den Planungsergebnissen unterscheiden. Nach Ergebnissen der COACTIV- und MT21-Studie steigt das fachliche und fachdidaktische Wissen während des Studiums stark an (Blömeke et al., 2008a; Krauss et al., 2008). Für die Zeit nach dem Referendariat konnten *keine* Zusammenhänge zwischen den erfassten Wissensfacetten und der Anzahl an Jahren der Unterrichtserfahrung einer praktizierenden Lehrkraft festgestellt werden (Brunner et al., 2006b; Krauss et al., 2008b).

Wie oben schon beschrieben, zeigten sich in der Hauptstudie keine Unterschiede zwischen den Gruppen unterschiedlicher Berufserfahrung im fachlichen Wissen, in der professionellen Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials und in den Planungsergebnissen. Im

Rahmen einer Validierungserhebung wurden die Ergebnisse der Teilnehmern der Hauptstudie mit denen einer Kontrastgruppe (Studierende des Lehramts für die Sekundarstufe am Beginn ihres Studiums) verglichen. Es zeigte sich, dass ein großer Teil der Varianz der untersuchten Variablen durch die Gruppenzugehörigkeit aufgeklärt werden konnte. Bis auf das Erkennen des Aufgabenpotenzials ergaben sich für alle Variablen große Effekte. Neben diesen großen Effekten war für das Erkennen nur ein sehr schwacher, nicht bedeutsamer Effekt zu verzeichnen.

Aussagen zu Entwicklungsprozessen bezüglich eines kompetenten Umgangs mit Aufgaben sind mit den Daten der Quasi-Längsschnittstudie bislang nur begrenzt möglich. Akzeptiert man diese Einschränkungen, zeigt sich mit den Daten der Hauptstudie ein ähnliches Muster wie in der COACTIV- und MT21-Studie. Alle Variablen, bis auf das Erkennen des Aufgabenpotenzials, weisen einen signifikanten Zuwachs während des Studiums auf, wobei sich in der Zeit anschließend an das Studium keine Veränderungen nachweisen lassen. Es scheint, als würde sich die Fähigkeit, Aufgabenpotenzial professionell wahrzunehmen und erfolgreiche Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben zu erzielen, vor allem im Verlauf des Studiums entwickeln. Nach der Deliberate Practice Theorie ist vor allem die Qualität der Berufs- oder Praxiserfahrung entscheidend für professionelle Kompetenz, nicht die Berufserfahrung allein. Vielmehr ist die Motivation und die Reflexion über die Praxiserfahrung, bestenfalls kombiniert mit differenziertem Feedback, entscheidend. Im Zusammenhang mit dieser Arbeit würde das beispielsweise bedeuten, dass eine praktizierende Lehrkraft zwar Erfahrungen im unterrichtlichen Handeln hat aber nicht unbedingt in der systematischen Analyse von Aufgabenpotenzial¹¹. Auch wenn die Interpretation auf Querschnittsdaten beruht, kann dieses Ergebnis als Hinweis dafür gedeutet werden, dass in der universitären Lehrerbildung angehende Lehrkräfte sowohl erfolgreich bezüglich der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, der Aufgabenauswahl, der Vorbereitung der Aufgabenimplementation, als auch bezüglich des fachlichen und fachdidaktischen Wissens ausgebildet werden. Interessant wäre hierbei, wie der Erwerb genau stattfindet, wozu eine Interventionsstudie oder auch Längsschnittstudie notwendig wäre.

Die Teilnehmer der Hauptstudie und die Erstsemesterstudierenden unterschieden sich nicht signifikant im Erkennen des Aufgabenpotenzials. Die Daten verweisen darauf, dass angehende und praktizierende Lehrkräfte vorgegebene Beschreibungen des Aufgabenpotenzials, egal ob lernzielspezifisch oder generell, ähnlich einschätzen. Dieses Ergebnis wird im folgenden kurz vor dem methodischem Hintergrund erörtert. Um eine prototypische Situation der Unterrichtsplanung zu realisieren und somit eine hohe Augenscheinvalidität zu gewährleisten, wurden bei der Fragebogenkonstruktion Aufgaben gewählt, die den Teilnehmern vertraut waren. Es könnte sein, dass unabhängig vom Ausbildungsgrad, die im Fragebogen verwendeten Aufgaben und deren Implementation vielen Teilnehmern, auch schon aus der eigenen Schulzeit, bekannt waren. Außerdem waren die Aufgaben bezüglich ihrer Komplexität nicht sehr anspruchsvoll. Die Vorhersagekraft des Instruments auf andere mathematische Inhaltsbereiche, die den Teilnehmern weniger vertraut sind, ist somit eingeschränkt. Es ist vorstellbar, dass sich bei einem komplexeren mathematischen Inhalt andere Ergebnisse zeigen. Außerdem waren alle Items,

¹¹... weil eventuell keine geeigneten Lerngelegenheiten zur Verfügung standen.

die das Erkennen des Aufgabenpotenzials erfassten, im geschlossenen Format. Inwieweit eine Untersuchung des Erkennens des Aufgabenpotenzials mit einem offeneren Format vergleichbare Ergebnisse liefert, konnte in dieser Studie nicht geklärt werden. Hervorzuheben ist jedoch, dass auch wenn sich keine signifikanten Unterschiede im Erkennen zwischen den Teilnehmern der Hauptstudie und den Erstsemesterstudierenden zeigten, das Erkennen des Aufgabenpotenzials substantiell zur Varianzaufklärung der Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben beiträgt.

9.2.4. Einordnung der Ergebnisse

Mit der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial konnten insbesondere Indikatoren für Prozesse erfasst werden, die die Planungsergebnisse bedingen und eine Verbindung mit dem professionellen Wissen der Teilnehmer herstellen. Dadurch können nicht nur Informationen über die Prozesse und die Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben an sich gewonnen werden, sondern auch darüber, welche Prozessmerkmale die Planungsergebnisse auf welche Weise beeinflussen.

Aufgaben weisen im Mathematikunterricht häufig ein sehr niedriges kognitives Aktivierungspotenzial auf (Jordan et al., 2008; Neubrand et al., 2011). Baumert et al. (2010) konnten nachweisen, dass die Aufgabenauswahl vom fachdidaktischen Wissen abhängt, was auch die Ergebnisse meiner Hauptstudie zeigen. Danach scheint dieser Zusammenhang wesentlich durch das Erkennen des lernzielspezifischen Aufgabenpotenzials vermittelt zu werden: adäquat einzuschätzen, inwieweit eine Aufgabe für bestimmte Lernziele geeignet ist, hängt nach den Ergebnissen der Hauptstudie mit der Auswahl einer geeigneten Aufgabe für ein gegebenes Lernziel zusammen. Fraglich ist, ob es für eine geeignete Auswahl nicht auch erforderlich ist, das generelle Aufgabenpotenzial zu erkennen – die Auswahl sollte doch auch Schritte und Prozesse während der Aufgabenbearbeitung berücksichtigen. Dieser Zusammenhang konnte mit den Daten der Studie nicht gezeigt werden. Mögliche Gründe hierfür könnten sein, dass es aufgrund der niedrigen inhaltlichen Komplexität der Aufgaben keine große Herausforderung für die Teilnehmer darstellte, die Lösungsschritte einzuschätzen. Ein anderes Ergebnis wäre bei der Einschätzung inhaltlich anspruchsvoller Aufgaben denkbar. Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Studien liefern Beiträge, um die vermittelnden Zusammenhänge zwischen professionellem Wissen und der Aufgabenauswahl zu erklären.

Der Einsatz von Aufgaben mit hohem kognitiven Niveau ist eine notwendige Bedingung für einen gehaltvollen Mathematikunterricht, da der Einsatz von Aufgaben mit niedrigem kognitiven Anforderungsniveau nur selten Lernaktivitäten auf hohem Niveau zur Folge hat (Smith & Stein, 1998; Stein & Lane, 1996). Vor diesem Hintergrund ist die Auswahl geeigneter Aufgaben für einen gehaltvollen Mathematikunterricht notwendig, auch wenn sich keine Zusammenhänge der Aufgabenauswahl mit der Analyse des Aufgabenpotenzials zeigten. Dafür ergaben sich aber für die Aufgabenauswahl Zusammenhänge mit anderen Indikatoren der Prozessqualität, wie beispielsweise dem Erkennen des lernzielspezifischen Aufgabenpotenzials.

Neben dem Erkennen ist die Analyse des Aufgabenpotenzials und dabei insbesondere das Analyse-Niveau wesentlicher Indikator für Prozessqualitäten in der Unterrichtsplana-

nung. Die Indikatoren stehen offenbar in Verbindung mit den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben. Außerdem wurde angenommen, dass hohe Prozessqualität in der Planung über erfolgreiche Planungsergebnisse eine lernwirksame Aufgabenimplementa-tion bewirkt. Die Auswahl geeigneter Aufgaben scheint aber kaum von der Analyse des Aufgabenpotenzials abzuhängen. Dieses Ergebnis stellt einen Gegensatz zum bisherigen Forschungsstand dar, in dem die Auswahl von Aufgaben (und deren Sequenzierung) häufig als wesentliche Komponente der Unterrichtsplanung und zentrale „teaching task“ genannt wird. Unter der gerade beschriebenen Annahme, könnte der nicht festzustel-lende Zusammenhang zwischen den hier erhobenen, hohen Prozessqualitäten (Erkennen *und* Analyse des Aufgabenpotenzials) und der Aufgabenauswahl folgendermaßen in-terpretiert werden: *allein* die Auswahl kognitiv anspruchsvoller Aufgaben scheint nicht ausreichend dafür zu sein, gehaltvolle Lernprozesse auszulösen (Stein et al., 1996; Stig-ler & Hiebert, 2004; Hiebert et al., 2003). Daraus ergibt sich das Desiderat, weitere Komponenten im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung zu identifizieren, die erfolgreiche Lernprozesse im Unterricht bewirken können.

Neben der Aufgabenauswahl wurde auch die Vorbereitung der Aufgabenimplemen-tation untersucht. Stein et al. (2008) stellten die Bedeutsamkeit der Vorbereitung der Aufgabenimplementation durch Impulse für die Unterrichtsplanung heraus. Im Gegen-satz zur Auswahl geeigneter Aufgaben hängt nach den Daten dieser Studie die Fähigkeit, lernwirksame Impulse zu formulieren, mit einer höheren Prozessqualität, also beispiele-weise einem höheren Begründungsniveau bei der Analyse von Aufgabenpotenzial zusam-men. Insofern könnte dies ein Hinweis darauf sein, dass sich die Prozessqualität weniger über die Qualität der gewählten Aufgaben, sondern eher darüber, wie die Bearbeitung dieser Aufgaben antizipiert wird, auf den Unterricht auswirkt. Bestätigt sich in weite-ren Untersuchungen der Zusammenhang der Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit der Aufgabenimplementation selbst, müsste eine starke Fokussierung auf die Aus-wahl von Aufgaben als zentrale Anforderung im Umgang mit Aufgaben hinterfragt und gegebenenfalls durch die Vorbereitung der Aufgabenimplementation ergänzt werden.

Die Qualität der im Unterricht ablaufenden Lernprozesse ist sehr wahrscheinlich meis-tens abhängig von der Aufgabenimplementation (Stein & Lane, 1996; Stein et al., 1996). Mit den Ergebnissen dieser Arbeit konnte ein Zusammenhang zwischen der Vorberei-tung der Aufgabenimplementation durch Impulse mit hochwertigen Planungsprozessen festgestellt werden. Dieses Resultat bekräftigt die Annahme, dass auch erfolgreiche Pla-nungsergebnisse, die sich insbesondere in der Vorbereitung der Aufgabenimplementation zeigen, wesentlich zur Nutzung und Aufrechterhaltung des Aufgabenpotenzials im Un-terricht beitragen können.

9.3. Ausblick und Implikationen

9.3.1. Bedeutung für theoretische Modelle zu Lehrerkognitionen

In der vorliegenden Arbeit wurde angestrebt, neben Wissen auch Performanz in Praxi-sanforderungen und dabei insbesondere den Umgang mit Aufgaben in der Unterrichts-planung als Indikator der professionellen Kompetenz von Lehrkräften zu erfassen (vgl.

Kniewel et al., 2015; Lindmeier, 2011). Dieser erweiterte kriterielle Ansatz geht davon aus, dass die erfolgreiche Bewältigung spezifischer Anforderungen und Situationen ein Maß für die Kompetenz ist. In anderen theoretischen Ansätzen, mit denen sich auch die vorliegende Arbeit vernetzt, wird der Frage nachgegangen, welche *Prozesse* die Disposition einer Lehrkraft mit dem beobachtbaren Verhalten verbinden (Blömeke et al., 2015). Dabei soll die Analyse der Prozesse zwischen den individuellen Voraussetzungen (Disposition) einer Lehrkraft und ihrer Performanz eine umfassende Beurteilung und ein ganzheitliches Verständnis des latenten Kompetenzkonstrukts ermöglichen, als die reine Betrachtung der Disposition, die zur Bewältigung der kompetenzdefinierenden Anforderungen und Situationen beiträgt.

Dazu wird in dieser Arbeit neben dem professionellen Wissen ein weiterer Aspekt der kognitiven Komponente der Disposition einer Lehrkraft betrachtet: das Konstrukt der professionellen Wahrnehmung. Diese gilt als wichtige Voraussetzung erfolgreichen unterrichtlichen Handelns. Die professionelle Wahrnehmung wird in dieser Arbeit als eine bestimmte Qualität professionellen Wissens aufgefasst, die eng mit dem fachlichen, fachdidaktischen und pädagogischen Wissen verwoben ist. Das latente Konstrukt der professionellen Wahrnehmung wirkt als professioneller Wahrnehmungsprozess. Dieser Prozess ist damit Bindeglied zwischen individuellen Voraussetzungen und Performanz (vgl. Blömeke et al., 2015). Das Konzept der professionellen Wahrnehmung wurde bislang vorwiegend im Bereich der Unterrichtsbeobachtung untersucht (z. B. Seidel et al., 2010; van Es & Sherin, 2002). Für diese Arbeit wurde es als professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial auf die Unterrichtsplanung übertragen. Es kann festgestellt werden, dass die Übertragung auf die Unterrichtsplanung gelungen ist: die Komponenten der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial konnten ähnlich wie in der Unterrichtsbeobachtung operationalisiert und untersucht werden (König et al., 2014; Seidel et al., 2010). Eine Übertragung der professionellen Wahrnehmung auf andere Bereiche als die Unterrichtsbeobachtung ist somit prinzipiell möglich. Des Weiteren wurde in der Arbeit ein fachspezifischer Ansatz der professionellen Wahrnehmung herausgearbeitet. Dadurch wird der aktuelle Forschungsstand, in dem versucht wird, neben einem allgemeinen, domänenübergreifenden auch einen domänenspezifischen Aspekt der professionellen Wahrnehmung zu berücksichtigen, ergänzt (Kersting et al., 2010; Star & Strickland, 2008).

Basierend auf dem vorgestellten Kompetenzkonzept wurde der Arbeit ein Modell zugrunde gelegt, das Annahmen über Zusammenhänge zwischen individuellen Voraussetzungen, Planungsprozessen und -ergebnissen postuliert. Das Modell war in den einzelnen Komponenten operationalisierbar. Die Zusammenhänge zwischen den Komponenten des Modells wurden in der Hauptstudie untersucht und bestätigt. Es zeigte sich eine Evidenz für den Zusammenhang von Planungsprozessen mit den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben: die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial hatte substantielle Relevanz für die Planungsergebnisse. Außerdem ergab sich ein Zusammenhang zwischen dem professionellen Wissen der Lehrkraft und den Planungsergebnissen, welcher über die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial vermittelt wurde.

Zur Analyse des Zusammenhangs zwischen individuellen Voraussetzungen einer Lehrkraft und den Planungsergebnissen sowie den ablaufenden Planungsprozessen wurden als

Voraussetzungen der Lehrkraft das fachliche und fachdidaktische Wissen untersucht. Der festgestellte Zusammenhang des professionellen Wissens einer Lehrkraft und ihrer professionellen Wahrnehmung bekräftigt die Annahme, dass die professionelle Wahrnehmung ein wissensbasierter Prozess ist (vgl. auch Jahn et al., 2014). Weitere Faktoren wie zum Beispiel die Beliefs zu Lehr-Lernprozessen oder das pädagogische Wissen blieben hier zunächst unberücksichtigt, obwohl in der Literatur ein Zusammenhang vermutet wird (König et al., 2014; Olson et al., 1996; Schoenfeld, 1998). Einige Ergebnisse der vorliegenden Arbeiten deuten auf diese Verbindung zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial sowie den Planungsergebnissen im Umgang mit Aufgaben und den Beliefs zu Lehr-Lernprozessen und dem allgemein pädagogischen Wissen hin. So wäre beispielsweise ein Zusammenhang sowohl zwischen den Beliefs zu Lehr-Lernprozessen und den drei Begründungsprofilen zur Aufgabenauswahl als auch zwischen dem Begründungsniveau bei der Analyse von Aufgabenpotenzial und dem allgemein pädagogischen Wissen vorstellbar. Es ist anzunehmen, dass eine Ergänzung weiterer Studien zum professionellen Umgang mit Aufgaben um die Faktoren *Beliefs* und *allgemein pädagogischen Wissen* eine noch umfassendere Einbettung in die professionelle Kompetenz von Lehrkräften liefern kann.

Für einen erfolgreichen Umgang mit Aufgaben ist davon auszugehen, dass dafür neben der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial und dem professionellen Wissen auch eine Bandbreite weiterer Kompetenzen notwendig ist. Das Erhebungsinstrument deckt einen Ausschnitt dieser Kompetenzen ab. Weiterführende Fragestellungen wären insbesondere, inwiefern die erfasste professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial beispielsweise mit der Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben, der Erzeugung multipler Aufgabenlösungen oder der Variation von Aufgaben zusammenhängt. Bei diesen Anforderungen könnte vor allem das Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials und das fachliche Wissen eine besondere Bedeutung haben, da dafür beispielsweise die Einschätzung der Komplexität der benötigten Denkprozesse erforderlich ist. Mit einer Untersuchung der beschriebenen Zusammenhänge wäre es außerdem möglich, die Verbindung zwischen den erfassten Konstrukten und einem Teil der *diagnostischen Kompetenz* einer Lehrkraft zu untersuchen, zu der eben unter anderem die Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben gezählt wird (Baumert et al., 2009; Hosenfeld, Helmke & Schrader, 2002; Schrader, 1989).

Zusammenfassend war es möglich, die kognitive Komponente der professionellen Kompetenz und, allgemeiner formuliert, den kriteriellen Ansatz des Kompetenzkonstrukts theoretisch und empirisch zu erweitern. Natürlich müssen die Ergebnisse in Anbetracht der Stichprobengröße vorsichtig interpretiert werden. Trotzdem unterstützen sie das Vorhaben, Lehrerkognition über das professionelle Wissen hinaus weiter zu untersuchen. Dabei scheint insbesondere eine Betrachtung der Prozesse, die mit der Bewältigung von tatsächlichen Unterrichtssituationen verbunden sind, hilfreich. Die Arbeit stellt eine Bestätigung Blömekes (2015) Annahme dar, dass ein erweiterter Blick auf Lehrerkognitionen unter anderem unter Berücksichtigung von Prozessen (zwischen Disposition und Performanz) die Forschung zu fachspezifischem, professionellen Wissen von Lehrkräften ergänzen kann.

Ein nächster wichtiger Schritt für weitere Forschungsvorhaben zur Überprüfung der

Evidenz der Planung wäre die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, den Planungsergebnissen und der *Qualität der Aufgabenimplementation* sowie dem *Wissenszuwachs der Schülerinnen und Schüler*. Verschiedene Studien stellten fest, dass das Aufrechterhalten des kognitiven Anspruchs von Aufgaben während des Mathematikunterrichts vom professionellen Wissen der Lehrkraft abhängt (Charalambous, 2008; Sullivan et al., 2010; Wilhelm, 2014, s. a. 3.3.3). Nach Daten der vorliegenden Arbeit zeigte sich eine Verbindung der Aufgabenauswahl und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation mit dem professionellen Wissen, wobei diese Zusammenhänge wesentlich durch die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial vermittelt wurden. Eine Wirkungskette auf die Aufgabenimplementation und den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler, ausgehend von professionellem Wissen sowohl über das Erkennen des Aufgabenpotenzials und die Auswahl einer geeigneten Aufgabe, als auch über das Erkennen und die Analyse des Aufgabenpotenzials und der Vorbereitung der Aufgabenimplementation ist folglich denkbar. Die Überprüfung dieser Wirkungskette wäre außerdem eine Möglichkeit zur Überprüfung der Verallgemeinerbarkeit der hier gefundenen Zusammenhänge.

9.3.2. Bedeutung für Lerngelegenheiten in der Lehrerausbildung

Teil der Ausbildung von Mathematiklehrkräften ist, Aufgaben hinsichtlich verschiedener Qualitätskriterien, der Kompetenzen der Bildungsstandards oder beispielsweise verschiedener Lernziele zu analysieren und auszuwählen (z. B. Büchter & Leuders, 2007; Meyer, 2007; Reiss & Hammer, 2013; Stein & Smith, 1998). Außerdem „erfüllen Aufgaben [in der Hochschullehre] den Zweck einer Situierung fachdidaktischer Theorie und Praxis (Leuders, 2015, S. 436). Hintergrund dieser Schwerpunktsetzung ist unter anderem folgende Zielsetzung und Annahme:

„Das Ziel kompetenzorientierter Bildungspläne ist die Fokussierung von Unterricht auf den Wissenserwerb der einzelnen Schülerinnen und Schüler. Hierfür müssen Lehrkräfte eine klare Vorstellung von dem zu erwerbenden Wissen, dem Weg dorthin und den Möglichkeiten der Zielerreichung haben. Aufgaben spielen in diesem Zusammenhang eine zentrale Rolle. Um entscheiden zu können, ob eine Aufgabe den Erwerb einer bestimmten Kompetenz fördern kann oder sich für die Diagnostik einer bestimmten Kompetenz eignet, sollten Lehrkräfte genau analysieren können, welches Wissen auf welchem Niveau für die Bearbeitung zu aktivieren ist.“ (Maier et al., 2014, S. 340)

Auch die Auswahl von Aufgaben als zentrale „teaching task“ und die bedeutende Rolle von Aufgaben im Unterricht und dessen Planung erklären mitunter den Fokus auf Aufgaben in der universitären Lehrerausbildung. Bislang war aber weitgehend unklar, wie Aufgaben von (angehenden) Lehrkräften hinsichtlich ihres Potenzials analysiert werden und ob überhaupt ein Zusammenhang mit einer erfolgreichen Bewältigung der Anforderung im Umgang mit Aufgaben besteht – oder ob allein das professionelle Wissen ausreichend ist. In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass der Zusammenhang zwischen

dem professionellen Wissen der Teilnehmer und den erfolgreichen Planungsergebnissen, zumindest zum Teil, vermittelt wird über die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial. Für die Lehrerbildung sollte also nicht nur der Aufbau fachlichen und fachdidaktischen Wissens relevant sein, sondern auch die Entwicklung einer *professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial* und die Umsetzung in erfolgreiche Prozesse und Handlungen.

Ergebnisse der Hauptstudie zeigten Unterschiede in der professionellen Kompetenz zwischen Studierenden zu Beginn ihres Studiums und Studierenden im Hauptstudium¹². Es stellt sich die Frage, worauf diese Unterschiede zurückzuführen sind. Kunter, Kleichmann, Klusmann und Richter (2011) integrieren in einem *Erwerbsmodell professioneller Kompetenz* verschiedene Ansätze, die die Entwicklung professioneller Kompetenz beschreiben. Schwerpunkt dieses Modells ist die Vorstellung, dass professionelles Verhalten eine Konsequenz professioneller Kompetenz ist, welches wiederum Schülerergebnisse und Lehrerverhalten beeinflusst. Professionelle Kompetenz wird in Lernprozessen erworben und „explizit geschaffene Lerngelegenheiten, wie sie in der Phase der Lehrerbildung und später in der Weiterbildung zu finden sind, [stellen] die wichtigsten Grundlagen für diese Veränderungsprozesse dar [...]“ (Kunter et al., 2011, S. 60).

Bezüglich der Entwicklungsprozesse eines kompetenten Umgangs mit Aufgaben sind mit der Quasi-Längsschnittstudie dieser Arbeit bislang nur begrenzte Aussagen möglich. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass sich die Fähigkeit, Aufgabenpotenzial professionell wahrzunehmen und erfolgreiche Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben zu erzielen, vor allem während der *universitären* Ausbildung entwickelt. Es bleibt eine offene Frage, *wie* diese Entwicklung genau stattfindet. Trotzdem können aus den Ergebnissen der Hauptstudie, insbesondere aus den Zusammenhängen zwischen den Planungsprozessen und -ergebnissen, Ideen für die Unterstützung der Entwicklung der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial gewonnen werden. Eine Möglichkeit zur Förderung und zum Trainieren der professionellen Wahrnehmung wäre die Verbalisierung und Reflexion bei deren Umsetzung in Prozesse und Handlungen. Dafür könnte die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, wie sie durch den Fragebogen erfasst wurde, nicht nur im Rahmen des Erhebungsinstruments verwendet, sondern auch als Tool in der Lehrerbildung eingesetzt werden (Stürmer, Könings & Seidel, 2013). Mit dem Einschätzen der geschlossenen Items und der Verbalisierung und Reflexion bei den offenen Items ist es für Lehrkräfte möglich, eigene Probleme bei der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial selbst zu erkennen und in nachfolgenden Situationen bewusster zu agieren. Die Ergebnisse der Expertenmeinung dienen dabei als Richtlinie oder Feedback und unterstützen damit die (angehenden) Lehrkräfte in ihrer Entwicklung, das Aufgabenpotenzial erfolgreich zu analysieren und mit Aufgaben lernförderlich umgehen zu können. Diese Idee wird im Folgenden in einen allgemeineren Kontext eingebunden.

Ein anregender Unterricht ist nicht nur im Schulkontext, sondern auch in der Ausbildung von Lehrkräften wichtig (vgl. Lonka & Ahola, 1995; Schäfer, 2015). Lonka und Ahola (1995, S. 355) schlagen in diesem Zusammenhang ein Rahmenmodell einer „acti-

¹²Unterschiede zwischen Studierenden im Hauptstudium, Referendaren und praktizierenden Lehrkräften waren nicht festzustellen.

vating instruction“ vor, welches entwickelt wurde, um Ausbildern an der Hochschule zu helfen, den Unterricht, insbesondere auch aus der Sicht der Studierenden, wahrzunehmen. Orientieren sich Ausbilder von Studierenden an Merkmalen der Unterrichtsqualität wie beispielsweise der kognitiven Aktivierung, sollte dies mitunter eine Schwerpunktsetzung auf die Denk- und Lernprozesse der Studierenden beinhalten. Dieses Rahmenmodell basiert auf allgemeinen Theorien zum Lehr- und Lernprozess (z. B. Vygotsky, 1978b) und wurde in einem explorativen Ansatz mit Studierenden der Psychologie erprobt (Lonka & Ahola, 1995). Es ergab sich ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der gewählten *aktivierenden* Kurse und dem Erfolg in Abschlussarbeiten. Ich werde im Folgenden einen Vorschlag machen, wie sich das Rahmenmodell auf die Förderung einer professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial übertragen ließe. Für einen erfolgreichen Lernprozess wird empfohlen, zu Beginn die Qualität und das Niveau möglicher (Fehl-)Vorstellungen der Studierenden zu identifizieren und Vorwissen zu aktivieren. Im Hinblick auf die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial könnte dafür der in der Arbeit vorgestellte Fragebogen, beziehungsweise Teile daraus, hilfreich sein. Ein weiteres Element im vorgeschlagenen Rahmenmodell ist die Förderung von Lern- und Reflexionsprozessen. Dies kann vor allem dadurch erreicht werden, dass die Studierenden vorhandene Strategien und Wissen diskutieren. Bezieht man diesen Schritt wieder auf die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial, könnten einzelne Units des Fragebogens und dabei insbesondere die offenen Fragestellungen als Ausgangssetting für eine derartige Diskussion hilfreich sein. In diesen wird auch explizit die Verbalisierung der eigenen Vorgehensweise gefordert. Als Abschluss wird es als wichtig erachtet, „that students get feedback from both their peers and from the teacher. After the course is over, it is important to make clear what has been the basis of evaluation and how the student might enhance study habits and approaches in order to make the performance better in the future“ (Lonka & Ahola, 1995, S. 355). Wie schon im vorherigen Abschnitt beschrieben, wäre im Zusammenhang mit der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial ein Feedback mit der Expertenmeinung, oder auch mit dem in der Arbeit verwendeten Kodiermanual als Basis denkbar.

Wie im obigen Zitat von Maier et al. (2014) angesprochen, werden Aufgaben im Mathematikunterricht von Lehrkräften nicht nur zur Unterstützung von Lernprozessen sondern auch zur Evaluation des Lern- und Leistungsstands eingesetzt (Neubrand, 2002). Diese Thematik spiegelt sich auch in der Lehrerausbildung wieder (Büchter & Leuders, 2007; Leutner, Fischer, Kauertz, Schabram & Fleischer, 2008; Shimizu, Kaur, Huang & Clarke, 2010). Es ist eine offene Frage, inwieweit professionelle Wahrnehmung von Leistungsaufgaben beispielsweise mit der Auswahl dieser Aufgaben oder Aufgaben zur Evaluation des Lernstands zusammenhängt. Um dieser Frage nachzugehen, wäre anfangs zu klären, welche Merkmale eine „gute“ Testaufgabe charakterisieren, wie sich Qualitätsmerkmale des Planungsprozesses und der Planungsergebnisse beschreiben lassen und schließlich, wie eine mögliche Operationalisierung gelingen könnte. Zum Teil könnten Ideen der dargestellten Studien übernommen werden, da ähnliche Anforderungen im Vergleich zur professionellen Wahrnehmung des Potenzials von Lernaufgaben erforderlich sind: Für eine gegebene Leistungsaufgabe muss ein geeignetes, prüfbares Ziel ermittelt werden oder es müssen Aufgaben gefunden werden, die das Potenzial haben,

bestimmte Ziele zu prüfen. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit war die professionelle Wahrnehmung des Aufgabenpotenzials von Lernaufgaben. Ob sich die Ergebnisse auch bezüglich Leistungsaufgaben replizieren lassen, ist noch zu prüfen.

9.4. Resümee

Fragt man (angehende) Lehrkräfte in ihrer Unterrichtsplanung, warum sie eine bestimmte Aufgabe auswählen, erhält man stellenweise die Antwort „weil die Aufgabe schön ist“ oder „weil mir die Aufgabe gefällt“. Eine Frage der Arbeit war, was diese Antworten über einen reflektierten Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung, also über qualitativ hochwertige Planungsprozesse und am Lernprozess orientierte Planungsergebnisse, aussagen. Dazu wurde theoretisch und empirisch untersucht, welche Prozesse in der Unterrichtsplanung die Aufgabenauswahl und die Vorbereitung der Aufgabenimplementation beeinflussen. Die Beantwortung dieser Fragen ist für die theoretische Beschreibung und Untersuchung professioneller Kompetenz, aber auch im Hinblick auf die konzeptionelle Gestaltung der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften von besonderer Bedeutung: Um Lehrkräfte in der Gestaltung reichhaltiger Lerngelegenheiten für ihren Unterricht optimal zu unterstützen, müssen – sicher neben der Vermittlung, was eine reichhaltige Lerngelegenheit ausmacht – Prozesse bekannt sein, die beispielsweise die Auswahl von Aufgaben als bedeutende Lerngelegenheiten beeinflussen.

Mit der vorliegenden Arbeit ist es gelungen, Instrumente zur Beschreibung von aufgabenbezogenen Planungsprozessen zu entwickeln und zu validieren. Es war möglich, Zusammenhänge zwischen diesen Prozessen, dem professionellen Wissen einer Mathematik Lehrkraft und den Planungsergebnissen nachzuweisen. Somit konnten nicht nur Informationen über die Planungsprozesse, sondern darüber hinaus über die Planungsergebnisse erhalten werden, die Indikatoren einer professionellen Kompetenz im Umgang mit Aufgaben sind. Zusammenfassend waren die drei untersuchten Konstrukte das professionelle Wissen von Lehrkräften, die professionelle Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial als Prozess und die Planungsergebnisse im Umgang mit Aufgaben. Je besser man die Zusammenhänge zwischen diesen drei Konstrukten (und schlussendlich der Aufgabenimplementation) versteht, desto reichhaltiger kann die Beurteilung eines kompetenten Umgangs mit Aufgaben sein und desto besser können (angehende) Lehrkräfte in der Entwicklung eines professionellen Umgangs mit Aufgaben unterstützt werden. Diese Arbeit leistet mit den theoretischen und empirischen Ergebnissen einen wesentlichen Beitrag für die aktuelle Forschung zur professionellen Kompetenz von Lehrkräften, gibt Ideen für die Konzeption von Lehrerausbildung und Fortbildung und stellt heraus, dass eine intensive Auseinandersetzung mit Aufgaben lohnenswert für erfolgreiche Planungsergebnisse ist.

Literatur

- Aebli, H. (1983). *Zwölf Grundformen des Lehrens: eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Aebli, H. (1993). *Denken: das Ordnen des Tuns: Kognitive Aspekte der Handlungstheorie*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Affolter, W., Beerli, G., Hurschler, H., Jaggi, B., Jundt, W., Krummenmacher, R., Nydegger, A., ... Wieland, G. (2009). *Mathbu.ch, Arbeitsheft 8+*. Bern: Klett und Balmer.
- Ainsworth, S., Bibby, P. & Wood, D. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 25–61.
- Arbaugh, F. & Brown, C. (2005). Analyzing Mathematical Tasks: A Catalyst for Change? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(6), 499–536.
- Astleitner, H. (2008). Die lernrelevante Ordnung von Aufgaben nach der Aufgabenschwierigkeit. In J. Thonhauser (Hrsg.), (S. 65–80). Münster: Waxmann.
- Ausubel, D., Novak, J. & Hanesian, H. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart und Winston.
- Backhaus, K. (2011). *Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung* (13.Aufl.). Berlin: Springer.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bandura, A. (1976). *Social Learning Theory* (1st ed.). New York: Prentice Hall.
- Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung. *Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht*, 158–170.
- Baumert, J. (1997). Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. *Bonn: Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung*.
- Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Dubberke, T., Jordan, A., Klusmann, U., ... Neubrand, M. (2009). *Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz (COACTIV): Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Berlin: Max-Planck-Inst. für Bildungsforschung.
- Baumert, J. & Köller, O. (2000). Unterrichtsgestaltung, verständnisvolles Lernen und multiple Zielerreichung im Mathematik- und Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe. In J. Baumert (Hrsg.), *TIMSS-III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung*

- am Ende der Schullaufbahn. 2. Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe. (S. 271–315). Opladen: Leske u. Budrich.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9(4), 469–520.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2011a). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 29–54). Münster: Waxmann.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2011b). Das mathematikspezifische Wissen von Lehrkräften, kognitive Aktivierung im Unterricht und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 115–132). Münster: Waxmann.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., ... Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180.
- Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M., Schmitz, B., Clausen, M., Hosenfeld, I., ... Neubrand, J. (1997). *TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich: Deskriptive Befunde*. Opladen: Leske + Budrich.
- Bausch, I. (2015). *Mathematikdidaktisches Wissen mit TELPS erfassen und fördern: Ein Instrument zur Unterstützung der Kompetenzdiagnose im Lehramtsstudiengang*. Wiesbaden: Springer VS.
- Berliner, D. (1986). In pursuit of the expert pedagogue. *Educational Researcher*, 15(7), 5–13.
- Berliner, D. (2001). Learning about and learning from expert teachers. *International journal of educational research*, 35(5), 463–482.
- Binder-Vondran, U., Golenia, J. & Nieberle, G. (2004). *Mathematik 5 / Hauptschule Bayern*. Braunschweig: Westermann.
- Bland, J. & Altman, D. (1997). Statistics notes: Cronbach's alpha. *BMJ*, 314(7080), 572.
- Blomberg, G., Stürmer, K. & Seidel, T. (2011). How pre-service teachers observe teaching on video: Effects of viewers' teaching subjects and the subject of the video. *Teaching and Teacher Education*, 27(7), 1131–1140.
- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E. & Shavelson, R. (2015). Beyond dichotomies. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3–13.
- Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (2010a). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Sekundarstufen-I-Lehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser, M. Döhrmann & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008: Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 197–238). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (2010b). TEDS-M 2008 Sekundarstufe I: Ziele, Untersuchungsanlage und zentrale Ergebnisse. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008: Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten*

- ten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 11–37). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Schwarz, B., Lehmann, R., Seeber, S., Müller, C. & Felbrich, A. (2008a). Entwicklung des fachbezogenen Wissens in der Lehrerbildung. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare ; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung* (S. 135–169). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Schwarz, B., Seeber, S., Lehmann, R., Felbrich, A. & Müller, C. (2008b). Fachbezogenes Wissen am Ende der der Lehrerbildung. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare ; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung* (S. 89–104). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Paine, L., Houang, R., Hsieh, F.-J., Schmidt, W., Tatto, M., . . . Schwille, J. (2008). Future teachers' competence to plan a lesson: first results of a six-country study on the efficiency of teacher education. *ZDM*, *40*(5), 749–762.
- Blömeke, S., Risse, J., Müller, C., Eichler, D. & Schulz, W. (2006). Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im Unterrichtsfach Mathematik. *Unterrichtswissenschaft*, *34*(4), 330–357.
- Blömeke, S., Seeber, S., Lehmann, R., Kaiser, G., Schwarz, B., Felbrich, A. & Müller, C. (2008c). Messung des fachbezogenen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare ; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung* (S. 49–88). Münster: Waxmann.
- Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler: Mit 242 Tabellen* (6. Aufl.). Berlin: Springer.
- Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4. Aufl.). Berlin: Springer.
- Bortz, J. & Lienert, G. (2008). *Kurzgefasste Statistik für die klinische Forschung*. Heidelberg: Springer Medizin Verlag Heidelberg.
- Boston, M. (2013). Connecting changes in secondary mathematics teachers' knowledge to their experiences in a professional development workshop. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(1), 7–31.
- Boston, M. & Smith, M. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(2), 119–156.
- Boston, M. & Smith, M. (2011). A 'task-centric approach' to professional development: enhancing and sustaining mathematics teachers' ability to implement cognitively challenging mathematical tasks. *ZDM*, *43*(6-7), 965–977.

- Bromme, R. (1981). *Das Denken von Lehrern bei der Unterrichtsvorbereitung: Eine empirische Untersuchung zu kognitiven Prozessen von Mathematiklehrern*. Weinheim: Beltz.
- Bromme, R. (1986). Die alltägliche Unterrichtsvorbereitung des (Mathematik-) Lehrers im Spiegel empirischer Untersuchungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 7(1), 3–22.
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte. Zur Psychologie des professionellen Lehrerwissens*. Bern: Huber.
- Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. *Psychologie des Unterrichts und der Schule*, 3, 177–212.
- Bromme, R., Seeger, F. & Steinbring, H. (1990). *Aufgaben als Anforderungen an Lehrer und Schüler*. Köln: Aulis.
- Brophy, J. & Good, T. (1986). Teacher behavior and student achievement. In M. Wittrock (Hrsg.), *Handbook of research on teaching* (S. 328–375). New York: Macmillan.
- Bruckmaier, G., Krauss, S., Blum, W. & Neubrand, M. (2012). Zur Auswahl und Anordnung von Mathematik-Aufgaben-Eine Untersuchung im Rahmen der COACTIV-Studie. *Beiträge zum Mathematikunterricht*.
- Bruder, R. (1988). *Grundfragen mathematikmethodischer Theoriebildung unter besonderer Berücksichtigung des Arbeitens mit Aufgaben*. (Nicht veröffentlichte Habilitationsschrift). Potsdam.
- Bruder, R. (2006). Erläuterungen zu Modul 1–Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht.
- Bruder, R. (2010). Lernaufgaben im Mathematikunterricht. In H. Kiper (Hrsg.), *Lernaufgaben und Lernmaterialien im kompetenzorientierten Unterricht*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Bruder, R., Leuders, T. & Büchter, A. (2008). *Mathematikunterricht entwickeln: Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bruner, J., Oliver, R. & Greenfield, P. (1988). *Studien zur Kognitiven Entwicklung: Eine kooperative Untersuchung am Center for Cognitive Studies der Harvard-Universität* (2. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.
- Brunner, M., Kunter, M., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Dubberke, T., ... Neubrand, M. (2006a). Welche Zusammenhänge bestehen zwischen dem fachspezifischen Professionswissen von Mathematiklehrkräften und ihrer Ausbildung sowie beruflichen Fortbildung? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9(4), 521–544.
- Brunner, M., Kunter, M., Krauss, S., Klusmann, U., Baumert, J., Blum, W., ... Löwen, K. (2006b). Die professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften. Konzeptualisierung, Erfassung und Bedeutung für den Unterricht. *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms*, 54–82.
- Brunnermeier, A. (2005). *Fokus Mathematik* (Gymnasium Bayern). Berlin: Cornelsen.
- Büchter, A. & Leuders, T. (2007). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln: lernen fördern - leistung überprüfen*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bühner, M. (2011). *Einführung in die test- und fragebogenkonstruktion* (3. Aufl.). München: Pearson Studium.

- Burger, T., Frohn, S., Maier-Nierer, B., Münch, H. & Muffert, S. (2005). *Kopf oder Zahl 6*. Troisdorf: Wolf.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L. & Empson, S. (2000). *Cognitively Guided Instruction: A Research-Based Teacher Professional Development Program for Elementary School Mathematics. Research Report*. Madison: NCISLA, Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin.
- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P., Chiang, C.-P. & Loeff, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: an experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499–531.
- Carson, R. (2010). *High school mathematics teacher's thinking regarding exploratory learning activities*. (Nicht veröffentlichte Masterarbeit). University of Calgary.
- Carter, K., Sabers, D., Cushing, K., Pinnegar, S. & Berliner, D. (1987). Processing and using information about students: a study of expert, novice, and postulant teachers. *Teaching and Teacher Education*, 3(2), 147–157.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 1–6.
- Charalambous, C. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the unfolding of tasks in mathematics lessons: Integrating two lines of research. In *Proceedings of the 32nd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Bd. 2, S. 281–288).
- Charlin, B., Roy, L., Brailovsky, C., Goulet, F. & van der Vleuten, C. (2000). The Script Concordance test: a tool to assess the reflective clinician. *Teaching and learning in medicine*, 12(4), 189–195.
- Christiansen, B. & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Hrsg.), *Perspectives on mathematics education* (S. 243–307). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Clarke, D., Sukenik, M., Roche, A. & Mitchell, A. (2006). Assessing fraction understanding using task-based interviews. In J. Moraová, H. Krátká & M. Stehlíková (Hrsg.), *Proceedings 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Bd. 2, S. 337–344). Prag: PME.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B. & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 3–29.
- Cooley, W. & Lohnes, P. (1976). *Evaluation research in education*. New York: Irvington Publishers.
- Cortina, J. M. (1993). What is coefficient alpha? An examination of theory and applications. *Journal of applied psychology*, 78(1), 98.
- Deci, R., Edwardand Ryan. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. New York: Plenum.
- Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of the reflective thinking to the educative process*. Boston: Heath.
- DMV, G. (2008). Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen von DMV, GDM und MNU, Juni 2008. *Mitteilungen der DMV*, 16, 149–159.

- Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM*, 44(3), 325–340.
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von rechenleistung und rechenschwäche: der beitrage von zahlen-vorwissen und allgemein-kognitiven fähigkeiten*. Berlin: Logos-Verlag.
- Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of educational research*, 53(2), 159–199.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23(2), 167–180.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015a). Teachers facing the dilemma of multiple representations being aid and obstacle for learning: evaluations of tasks and theme-specific noticing. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(1), 23–44.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015b). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Dreyfus, H., Dreyfus, S. & Athanasiou, T. (1986). *Mind over machine: The power of human intuition and expertise in the era of the computer*. New York: Free Press.
- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit: Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Münster: Waxmann.
- Einsiedler, W. (1997). Unterrichtsqualität und Leistungsentwicklung: Literaturüberblick. In F. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 225–240). Weinheim: Psychologie Verlags Union.
- Eisentraut, F. & Schätz, U. (2004). *Delta 6 Mathematik für Gymnasien*. Bamberg: Buchner.
- Elstein, A., Holzman, G., Ravitch, M., Metheny, W., Holmes, M., Hoppe, R., . . . Rovner, D. (1986). Comparison of physicians' decisions regarding estrogen replacement therapy for menopausal women and decisions derived from a decision analytic model. *The American journal of medicine*, 80(2), 246–258.
- Ericsson, K., Krampe, R. & Tesch-Römer, C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological review*, 100(3), 363.
- Ericsson, K. & Simon, H. (1980). Verbal reports as data. *Psychological review*, 87(3), 215.
- Fazio, L. & Siegler, R. (2012). *Teaching fractions*. Genf: International Academy of Education.
- Franke, M., Carpenter, T., Levi, L. & Fennema, E. (2001). Capturing Teachers' Generative Change: A Follow-Up Study of Professional Development in Mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653–689.
- Frederiksen, J., Sipusic, M., Sherin, M. & Wolfe, E. (1998). Video portfolio assessment: creating a framework for viewing the functions of teaching. *Educational Assessment*, 5(4), 225–297.
- Funke, J. (1996). Methoden der kognitiven Psychologie. In E. Erdfelder, R. Mausfeld, T. Meiser & G. Rudinger (Hrsg.), *Handbuch Quantitative Methoden* (S. 515–528). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

- Gebler, E. (2015). *Unterrichtsqualitätsmerkmale und deren Einbezug von Lehrkräften bei der Beurteilung von Aufgabensequenzen zur Bruchaddition mittels persönlicher Konstrukte*. (Nicht veröffentlichte Zulassungsarbeit). LMU München.
- Gonschorek, G. & Schneider, S. (2005). *Einführung in die Schulpädagogik und die Unterrichtsplanung* (4. Aufl.). Donauwörth: Auer.
- Goodenow, C. (1993). Classroom Belonging among Early Adolescent Students: Relationships to Motivation and Achievement. *The Journal of Early Adolescence*, 13(1), 21–43.
- Goodwin, C. (1994). Professional vision. *American Anthropologist*, 96(3), 606–633.
- Grouws, D., Smith, M. & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practices of United States mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman, F. Lester & C. Brown (Hrsg.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessments of the national assessment of educational progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gruehn, S. (2000). *Unterricht und schulisches Lernen. Schüler als Quellen der Unterrichtsbeschreibung*. Münster: Waxmann.
- Haertel, E. (1991). New forms of teacher assessment. *Review of research in education*, 3–29.
- Hammer, S. & Ufer, S. (2015). Aufgaben in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht. In W. Blum, C. Druke-Noe, S. Vogel & A. Roppelt (Hrsg.), *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II* (S. 160–170). Braunschweig: Schroedel.
- Hartig, J. & Klieme, E. (2006). Kompetenz und Kompetenzdiagnostik. In K. Schweizer (Hrsg.), *Leistung und Leistungsdiagnostik* (S. 127–143). Berlin: Springer.
- Helmke, A. (2007). Lernprozesse anregen und steuern. Was wissen wir über Klarheit und Strukturiertheit? *Pädagogik*, 59(6), 44–47.
- Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. (1. Aufl.) (F. Weinert, Hrsg.). Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Helmke, A. & Weinert, F. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie. Bd.3. Psychologie des Unterrichts und der Schule* (S. 71–176). Göttingen: Hogrefe.
- Henningsen, M. & Stein, M. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524–549.
- Hidi, S. (1990). Interest and its contribution as a mental resource for learning. *Review of Educational Research*, 60(4), 549–571.
- Hidi, S. & Renninger, K. (2006). The four-phase model of interest development. *Educational Psychologist*, 41(2), 111–127.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J., ... Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study*. Washington, DC: NCES.
- Hiebert, J., Stigler, J., Jacobs, J., Givvin, K., Garnier, H., Smith, M., ... Gallimore, R. (2005). *Mathematics Teaching in the United States Today (and Tomorrow):*

- Results From the TIMSS 1999 Video Study. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 27(2), 111–132.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393–425.
- Hiebert, J., Gallimore, R. & Stigler, J. (2002). A Knowledge Base for the Teaching Profession: What Would It Look Like and How Can We Get One? *Educational Researcher*, 31(5), 3–15.
- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.
- Hill, H., Rowan, B. & Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Hill, H., Schilling, S. & Ball, D. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11–30.
- Hosenfeld, I., Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2002). Diagnostische Kompetenz. Unterrichts- und lernrelevante Schülermerkmale und deren Einschätzung durch Lehrkräfte in der Unterrichtsstudie SALVE. In *Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen* (S. 65–82). Weinheim: Beltz.
- Hugener, I., Pauli, C. & Reusser, K. (2006). *Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis*. 3. Videoanalysen. Frankfurt, Main: GPF.
- ISB. (2001). *Handreichung für den Mathematikunterricht am Gymnasium. Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur*. München: Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung.
- Jackson, K., Garrison, A., Wilson, J., Gibbons, L. & Shahan, E. (2013). Exploring relationships between setting up complex tasks and opportunities to learn in concluding whole-class discussions in middle-grades mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(4), 646–682.
- Jacobs, J., Garnier, H., Gallimore, R., Hollingsworth, H., Givvin, K., Rust, K., ... Stigler, J. (2003). Third International Mathematics and Science Study 1999 Video Study Technical Report: Volume 1–Mathematics. Technical Report. NCEES 2003-012. *National Center for Education Statistics*.
- Jacobs, J. & Morita, E. (2002). Japanese and american teachers' evaluations of videotaped mathematics lessons. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 154–175.
- Jacobs, V., Lamb, L. & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Jahn, G., Stürmer, K., Seidel, T. & Prenzel, M. (2014). Professionelle Unterrichtswahrnehmung von Lehramtsstudierenden. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, 46(4), 171–180.

- Jordan, A. & Leiß, D. (2006). Rolling Bones—Kompetenzförderung und Lernfreude im Mathematikunterricht. *mathematik lehren*, 135, 47–51.
- Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M., ... Baumert, J. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(2), 83–107.
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Löwen, K., ... Kunter, M. (2006). Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenklassifikation im COACTIV-Projekt. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Jüttner, M., Spangler, M. & Neuhaus, B. (2009). Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Bereichen des Professionswissens von Biologielehrkräften. *Erkenntnisweg Biologiedidaktik*, 8.
- Kaiser, G., Blömeke, S., Lehmann, R., Döhrmann, M., König, J., Buchholtz, N. & Suhl, U. (2012). Empirische Studien zur Wirksamkeit der Mathematiklehrerausbildung. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012*.
- Kersting, N., Givvin, K., Sotelo, F. & Stigler, J. (2010). Teachers' analyses of classroom video predict student learning of mathematics: further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61(1-2), 172–181.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R. & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *American Educational Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Kiper, H. & Mischke, W. (2009). *Unterrichtsplanung*. Weinheim: Beltz.
- Kleickmann, T. & Anders, Y. (2011). Lernen an der Universität. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 305–315). Waxmann.
- Klein, F. (1933). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Teil 1: Arithmetik, Algebra, Analysis*. (4. Aufl.). Berlin: Springer.
- Kleinknecht, M., Bohl, T., Maier, U. & Metz, K. (2011). Aufgaben und Unterrichtsplanung. In *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik 1(1)* (S. 59–75).
- Klieme, E., Lipowsky, F., Rakoczy, K. & Ratzka, N. (2006). Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunterricht. *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule, Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms*, 127–146.
- Klieme, E. (2004). Was sind Kompetenzen und wie lassen sie sich messen? *Pädagogik*, 56, 10–13.
- Klieme, E., Schümer, G. & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: Aufgabenkultur "und Unterrichtsgestaltung. *TIMSS-Impulse für Schule und Unterricht*, 43–57.
- KMK. (2004a). Standards für die Lehrerbildung: Bericht der Arbeitsgruppe. *Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland*.

- KMK. (2004b). Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. *Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland*.
- KMK. (2008). Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung. *Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland*.
- Knievel, I., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2015). Beyond Knowledge: Measuring Primary Teachers' Subject-Specific Competences in and for Teaching Mathematics with Items Based on Video Vignettes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 309–329.
- Knoll, S. (2003). *Verwendung von Aufgaben in Einführungsphasen des Mathematikunterrichts*. Marburg: Tectum Verlag.
- Kobarg, M., Seidel, T. et al. (2007). Prozessorientierte Lernbegleitung-Videoanalysen im Physikunterricht der Sekundarstufe I. *Unterrichtswissenschaft*, 35(2), 148–168.
- Köller, O., Baumert, J. & Schnabel, K. (2001). Does Interest Matter? The Relationship between Academic Interest and Achievement in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(5), 448–470.
- König, J., Blömeke, S., Klein, P., Suhl, U., Busse, A. & Kaiser, G. (2014). Is teachers' general pedagogical knowledge a premise for noticing and interpreting classroom situations? A video-based assessment approach. *Teaching and Teacher Education*, 38, 76–88.
- König, J. & Lee, J. (2015). Measuring classroom management expertise (CME) of teachers: A video-based assessment approach and statistical results. *Cogent Education*, 2(1).
- Krapp, A. (2002a). 18: An Educational-Psychological Theory of Interest and Its Relation to SDT. In E. Deci & R. Ryan (Hrsg.), *Handbook of self-determination research* (S. 405–427). University of Rochester Press.
- Krapp, A. (2002b). Structural and dynamic aspects of interest development: Theoretical considerations from an ontogenetic perspective. *Learning and instruction*, 12(4), 383–409.
- Krauss, S. (2011). Das Experten-Paradigma in der Forschung zum Lehrerberuf. In E. Terhart, H. Bennewitz & M. Rothland (Hrsg.), *Handbuch der Forschung zum Lehrerberuf* (S. 171–191). Münster: Waxmann.
- Krauss, S., Baumert, J. & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *ZDM*, 40(5), 873–892.
- Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M. & Jordan, A. (2008a). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology*, 100(3), 716–725.
- Krauss, S., Kunter, M., Brunner, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., ... Löwen, K. (2004). COACTIV: Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz. *Bildungsqualität von Schule : Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung*.

- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M. & Jordan, A. (2008b). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3-4), 233–258.
- Kunter, M. (2005). *Multiple Ziele im Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.
- Kunter, M., Brunner, M. & Baumert, J. (2005). Der Mathematikunterricht der PISA-Schülerinnen und -Schüler. Schulformunterschiede in der Unterrichtsqualität. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 8(4), 502–520.
- Kunter, M., Kleichmann, T., Klusmann, U. & Richter, D. (2011). Die Entwicklung professioneller Kompetenz von Lehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. (S. 56–68). Münster: Waxmann.
- Kunter, M., Klusmann, U. & Baumert, J. (2009). Professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften: Das COACTIV-Modell. In O. Zlatkin-Troitschanskaia, K. Beck, D. Sembill, R. Nickolaus & R. Mulder (Hrsg.), *Lehrprofessionalität : Bedingungen, Genese, Wirkungen und ihre Messung*. (S. 153–179). Weinheim: Beltz.
- Kunter, M. & Voss, T. (2011). Das Modell der Unterrichtsqualität in COACTIV: Eine multikriteriale Analyse. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. (S. 85–113). Münster: Waxmann.
- Landis, J. & Koch, G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33(1), 159–174.
- Lenné, H. (1969). *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Stuttgart: Klett.
- Leuders, T. (2015). Aufgaben in Forschung und Praxis. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 435–460). Berlin Heidelberg: Springer.
- Leutner, D., Fischer, H., Kauertz, A., Schabram, N. & Fleischer, J. (2008). Instruktionspsychologische und fachdidaktische Aspekte der Qualität von Lernaufgaben und Testaufgaben im Physikunterricht. In J. Thonhauser (Hrsg.), *Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen* (S. 169–182). Münster: Waxmann.
- Lienert, G. & Raatz, U. (1998). Testaufbau und Testanalyse. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.
- Lindmeier, A. (2011). *Modeling and measuring knowledge and competencies of teachers: A threefold domain-specific structure model for mathematics*. Münster: Waxmann.
- Lindmeier, A., Heinze, A. & Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(1), 99–119.
- Lipowsky, F. (2006). Auf den Lehrer kommt es an. Empirische Evidenzen für Zusammenhänge zwischen Lehrerkompetenzen, Lehrerhandeln und dem Lernen der Schüler. In *Kompetenzen und Kompetenzentwicklung von Lehrerinnen und Lehrern* (Bd. 51, S. 47–70). Weinheim: Beltz.
- Lipowsky, F., Rakoczy, K., Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Klieme, E. & Reusser, K. (2009). Quality of geometry instruction and its short-term impact on students'

- understanding of the pythagorean theorem. *Learning and Instruction*, 19(6), 527–537.
- Lonka, K. & Ahola, K. (1995). Activating instruction: How to foster study and thinking skills in higher education. *European Journal of Psychology of Education*, 10(4), 351–368.
- Maier, U., Bohl, T., Driike-Noe, C., Hoppe, H., Kleinknecht, M. & Metz, K. (2014). Das kognitive Anforderungsniveau von Aufgaben analysieren und modifizieren können: Eine wichtige Fähigkeit von Lehrkräften bei der Planung eines kompetenzorientierten Unterrichts. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 32(3), 3420–358.
- Maier, U., Kleinknecht, M., Metz, K. & Bohl, T. (2010). Ein allgemeindidaktisches Kategoriensystem zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 28(1), 84–96.
- Mayer, R. (2004). Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? *American Psychologist*, 59(1), 14.
- Messner, R. & Reusser, K. (2006). Aebli's Didaktik auf psychologischer Grundlage im Kontext der zeitgenössischen Didaktik. In M. Baer, M. Fuchs, K. Füglistner P. and Reusser & H. Wyss (Hrsg.), *Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung* (S. 52–73). Bern: h.e.p. Verlag.
- Meyer, H. (2004). *Was ist guter Unterricht?* Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Meyer, H. (2007). *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung: [der neue Leitfaden]* (1. Aufl.). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- NCTM. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen. Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie*. Hildesheim: Franzbecker.
- Neubrand, M., Jordan, A., Krauss, S., Blum, W. & Löwen, K. (2011). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Einblicke in das Potenzial für kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. (S. 115–132). Münster: Waxmann.
- Nussbaum, M. (2014). *Categorical and nonparametric data analysis: choosing the best statistical technique*. Florence: Taylor and Francis.
- Obersteiner, A., Dooren, W., van Hoof, J. & Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction*, 28, 64–72.
- Olson, J., Roese, N. & Zanna, M. (1996). Expectancies. In E. Higgins & A. Kruglanski (Hrsg.), *Social psychology: Handbook of basic principles* (S. 211–238). New York: Guilford Press.
- Oser, F., Heinzer, S. & Salzmann, P. (2010). Die Messung der Qualität von professionellen Kompetenzprofilen von Lehrpersonen mit Hilfe der Einschätzung von

- Filmvignetten. Chancen und Grenzen des advokatorischen Ansatzes. *Unterrichtswissenschaft*, 38(1), 5–28.
- Oser, F. & Patry, J.-L. (1990). *Choreographien unterrichtlichen Lernens. Basismodelle des Unterrichts*. Freiburg, Schweiz: Pädag. Inst. der Univ. Freiburg.
- Padberg, F. (2002). Anschauliche Vorerfahrungen zum Bruchzahlbegriff zu Beginn der Klasse 6. *PM : Praxis der Mathematik in der Schule*, 112–117.
- Padberg, F. (2009). *Didaktik der Bruchrechnung: für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung*. Heidelberg: Spektrum, Akademie Verlag.
- Palmer, D., Stough, L., Burdenski, J. T. & Gonzales, M. (2005). Identifying teacher expertise: An examination of researchers' decision making. *Educational Psychologist*, 40(1), 13–25.
- Pekrun, R. (2006). The Control-Value Theory of Achievement Emotions: Assumptions, Corollaries, and Implications for Educational Research and Practice. *Educational Psychology Review*, 18(4), 315–341.
- Pekrun, R., Götz, T., Jullien, S., Zirngibl, A., von Hofe, R. & Blum, W. (2002). Skalenhandbuch PALMA 1. Messzeitpunkt (5. Klassenstufe). Universität München: Institut für Pädagogische Psychologie.
- Peterssen, W. (2000). *Handbuch Unterrichtsplanung: Grundfragen, Modelle, Stufen, Dimensionen* (9. Aufl.). München: Oldenbourg.
- Piaget, J. (1928). *The language and thought of the child*. New York: Hartcourt Brace.
- Pintrich, P., Marx, R. & Boyle, R. (1993). Beyond Cold Conceptual Change: The Role of Motivational Beliefs and Classroom Contextual Factors in the Process of Conceptual Change. *Review of Educational Research*, 63(2), 167–199.
- Prenzel, M., Rost, J., Senkbeil, M., Häußler, P. & Klopp, A. (2001). Naturwissenschaftliche Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider, ... M. Weiß (Hrsg.), *PI-SA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 191–248). Opladen: Leseke & Buldrich.
- Putnam, R. & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4–15.
- Reiss, K. & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Springer Basel und Imprint: Birkhäuser.
- Remillard, J. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: a framework for examining teachers' curriculum development. *Curriculum Inquiry*, 29(3), 315–342.
- Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Remillard, J. & Bryans, M. (2004). Teachers' Orientations toward Mathematics Curriculum Materials: Implications for Teacher Learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 352–388.
- Renkl, A. (1991). *Die Bedeutung der Aufgaben- und Rückmeldungsgestaltung für die Leistungsentwicklung im Fach Mathematik*. (Nicht veröffentlichte Dissertation). Universität Heidelberg.

- Reusser, K. (2006). Konstruktivismus – vom epistemologischen Leitbegriff zur Erneuerung der didaktischen Kultur. In M. Baer, M. Fuchs, K. Füglistner P. ans Reusser & H. Wyss (Hrsg.), *Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr-und Lernforschung* (S. 151–168). Bern: h.e.p. Verlag.
- Reusser, K. (2009). Empirisch fundierte Didaktik — didaktisch fundierte Unterrichtsforschung. In M. Meyer, M. Prenzel & S. Hellekamps (Hrsg.), *Perspektiven der Didaktik* (S. 219–237). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Rimmele, R. (2008). Videograph-Multimedia-Player zur Kodierung von Videos. Kiel: IPN.
- Rittle-Johnson, B. & Star, J. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, 99(3), 561–574.
- Rowan, B., Chiang, F.-S. & Miller, R. (1997). Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievement. *Sociology of Education*, 70(4), 256–284.
- Schäfer, S. (2015). *Pre-Service Teachers' Cognitive Learning Processes with regard to Specific Teaching and Learning Components in the Context of Professional Vision – A Mixed-Methods Exploration*. (Nicht veröffentlichte Dissertation). TUM School of Education, München.
- Schäfer, S. & Seidel, T. (2015). Noticing and reasoning of teaching and learning components by pre-service teachers. *Journal for Educational Research Online*, 7(2), 34–58.
- Schmidt, W. H., Tatto, M. T., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., Cogan, L., ... Paine, L. (2007). *The preparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries*. Mathematics Teaching in the 21st Century, Center for Research in Mathematics and Science Education, Michigan State University.
- Schmitt, N. (1996). Uses and abuses of coefficient alpha. *Psychological assessment*, 8(4), 350.
- Schneider, W. (1994). Methodische Ansätze der empirischen Erziehungs-und Sozialisationsforschung. In K. Schneewind (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Themenbereich D, Praxisgebiete, Serie I Pädagogische Psychologie, Bd. 1 Psychologie der Erziehung und der Sozialisation* (S. 73–103). Hogrefe.
- Schoenfeld, A. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1–94.
- Schoenfeld, A. (2011). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. New York: Routledge.
- Schrader, F.-W. (1989). *Diagnostische Kompetenzen von Lehrern und ihre Bedeutung für die Gestaltung und Effektivität des Unterrichts*. Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Schukajlow, S. & Krug, A. (2013). Considering multiple solutions for modelling problems – design and first results from the multima-project. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. Brown (Hrsg.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (S. 207–216). Dordrecht, the Netherlands: Springer.
- Schwindt, K. (2008). *Lehrpersonen betrachten Unterricht*. Münster: Waxmann.

- Seidel, T., Blomberg, G. & Stürmer, K. (2010). „Observer“ – Validierung eines videobasierten Instruments zur Erfassung der professionellen Wahrnehmung von Unterricht. *Zeitschrift für Pädagogik*, 56. Beiheft, 296–306.
- Seidel, T. & Prenzel, M. (2007). Wie Lehrpersonen Unterricht wahrnehmen und einschätzen – Erfassung pädagogisch-psychologischer Kompetenzen bei Lehrpersonen mit Hilfe von Videosequenzen. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Sonderheft 8*, 201–216.
- Seidel, T., Prenzel, M., Rimmele, R., Dalehefte, I. M., Herweg, C., Kobarg, M. & Schwindt, K. (2006). Blicke auf den Physikunterricht. Ergebnisse der IPN Videostudie. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52(6), 799–821.
- Seidel, T., Rimmele, R. & Prenzel, M. (2005). Clarity and coherence of lesson goals as a scaffold for student learning. *Learning and Instruction*, 15(6), 539–556.
- Seidel, T. & Shavelson, R. (2007). Teaching Effectiveness Research in the Past Decade: The Role of Theory and Research Design in Disentangling Meta-Analysis Results. *Review of Educational Research*, 77(4), 454–499.
- Seidel, T. & Stürmer, K. (2014). Modeling and measuring the structure of professional vision in preservice teachers. *American Educational Research Journal*, 51(4), 739–771.
- Shavelson, R. (1983). Review of research on teachers' pedagogical judgments, plans, and decisions. *The Elementary School Journal*, 392–413.
- Shavelson, R. (2010). On the measurement of competency. *Empirical research in vocational education and training*, 2(1), 41–63.
- Sherin, B. & Star, J. (2011). Reflections on the study of teacher noticing. In M. Sherin, V. Jacobs & R. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (S. 66–94). New York: Routledge.
- Sherin, M. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and instruction*, 20(2), 119–150.
- Sherin, M. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. *Video research in the learning sciences*, 383–395.
- Sherin, M., Jacobs, V. & Philipp, R. (2011). Situating the study of teacher noticing. In M. Sherin, V. Jacobs & R. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (S. 3–13). New York: Routledge.
- Sherin, M. & van Es, E. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.
- Shimizu, Y. (1999). Studying sample lessons rather than one excellent lesson: A Japanese perspective on the TIMSS videotape classroom study. *ZDM*, 31(6), 190–194.
- Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R. & Clarke, D. (2010). *Mathematical tasks in classrooms around the world*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23.
- Shulman, L. (2002). Making Differences: A Table of Learning. *Change: The Magazine of Higher Learning*, 34(6), 36–44.

- Shulman, L. & Wilson, S. (2004). *The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach* (1st ed.). San Francisco: Jossey-Bass.
- Smith, M. (2000). Balancing Old and New: An Experienced Middle School Teacher's Learning in the Context of Mathematics Instructional Reform. *The Elementary School Journal*, 100(4), 351–375.
- Smith, M. & Stein, M. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(5), 344–350.
- Smith, M., Stein, M., Arbaugh, F., Brown, C. & Mossgrave, J. (2004). Characterizing the cognitive demands of mathematical tasks: A task-sorting activity. In G. Bright & R. Rubenstein (Hrsg.), *Professional development guidebook for perspectives on the teaching of mathematics: Companion to the sixty-sixth yearbook* (S. 45–72). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Son, J. (2008). *Elementary Teachers' Mathematics Textbook Use in Terms of Cognitive Demands and Influential Factors: A Mixed Method Study*. Nicht veröffentlichte Dissertation. Michigan State University.
- Stankov, L., Lee, J., Luo, W. & Hogan, D. (2012). Confidence: A better predictor of academic achievement than self-efficacy, self-concept and anxiety? *Learning and Individual Differences*, 22(6), 747–758.
- Star, J. & Strickland, S. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107–125.
- Stefanou, C., Perencevich, K., DiCintio, M. & Turner, J. (2004). Supporting Autonomy in the Classroom: Ways Teachers Encourage Student Decision Making and Ownership. *Educational Psychologist*, 39(2), 97–110.
- Stein, M. (2000). *Implementing Standards-based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.
- Stein, M. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development* (2nd ed.). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics und Teachers College Press.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M. & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Stein, M., Grover, B. & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455–488.
- Stein, M. & Kaufman, J. (2010). Selecting and supporting the use of mathematics curricula at scale. *American Educational Research Journal*, 47(3), 663–693.
- Stein, M. & Lane, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50–80.
- Stein, M. & Smith, M. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research To Practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268–275.

- Sternberg, R. & Horvath, J. (1995). A prototype view of expert teaching. *Educational Researcher*, 24(6), 9–17.
- Stigler, J., Gonzales, P., Kwanaka, T., Knoll, S. & Serrano, A. (1999). The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States. A Research and Development Report.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership*, 61(5), 12–17.
- Storz, R. (2009). *Fachdidaktik - Seminar Mathematik*. Berlin: Pro Business.
- Stürmer, K., Könings, K. & Seidel, T. (2013). Declarative knowledge and professional vision in teacher education: Effect of courses in teaching and learning. *British Journal of Educational Psychology*, 83(3), 467–483.
- Sullivan, P., Clarke, D. & Clarke, B. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4(4), 133–142.
- Sullivan, P. & Mousley, J. (2001). Thinking Teaching: Seeing Mathematics Teachers as Active Decision Makers. In F.-L. Lin & T. Cooney (Hrsg.), *Making sense of mathematics teacher education* (S. 147–163). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Sztajn, P. (2003). Adapting Reform Ideas in Different Mathematics Classrooms: Beliefs Beyond Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6(1), 53–75.
- Tatto, M., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. & Rowley, G. (2008). *Teacher education and development study in mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics : conceptual framework*. East Lansing, MI: Teacher Education.
- Tavakol, M. & Dennick, R. (2011). Making sense of cronbach's alpha. *International journal of medical education*, 2, 53.
- Tebrügge, A. (2001). *Unterrichtsplanung zwischen didaktischen Ansprüchen und alltäglicher Berufsanspruch: eine empirische Studie zum Planungshandeln von Lehrerinnen und Lehrern in den Fächern Deutsch, Mathematik und Chemie* (Diss.).
- Terhart, E. (2002). *Standards für die Lehrerbildung: eine Expertise für die Kultusministerkonferenz*. Münster: Institut für Schulpädagogik und Allgemeine Didaktik Westfälische Wilhelms-Universität Münster.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics* (S. 127–146). New York: Macmillan.
- Thorndike, E. (1913). *The psychology of learning*. New York: Teachers College, Columbia University.
- Turner, J., Meyer, D., Cox, K., Logan, C., DiCintio, M. & Thomas, C. (1998). Creating contexts for involvement in mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 90(4), 730–745.
- Ufer, S., Heinze, A. & Lipowsky, F. (2015). Unterrichtsmethoden und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebecker, B. Schmidt-Thieme & H. Weigand (Hrsg.), *Handbuch Mathematikdidaktik* (S. 411–434). Rotterdam: Springer.

- Ufer, S. & Leutner, D. (in Vorbereitung). Kompetenzen als latentes Konstrukt - Begriffsklärungen und Herausforderungen. In A. Südkamp & A.-K. Praetorius (Hrsg.), *Diagnostische Kompetenz von Lehrkräften*. Münster: Waxmann.
- Ulm, V. (2008). *Gute Aufgaben Mathematik: Heterogenität nutzen ; 30 gute Aufgaben für die Klassen 1 bis 4 ; [mit Kopiervorlagen ; mit CD-ROM]* (V. Ulm, Hrsg.). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Vamvakoussi, X. & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: a conceptual change approach. *Learning and Instruction*, 14(5), 453–467.
- van Es, E. (2009). Participants' roles in the context of a video club. *Journal of the Learning Sciences*, 18(1), 100–137.
- van Es, E. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In M. Sherin, V. Jacobs & R. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (S. 134–151). New York: Routledge.
- van Es, E. & Sherin, M. (2002). Learning to Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.
- van Es, E. & Sherin, M. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276.
- Viera, A. J., Garrett, J. M. et al. (2005). Understanding interobserver agreement: the kappa statistic. *Family Medicine*, 37(5), 360–363.
- Voss, T., Kleickmann, T., Kunter, M. & Hachfeld, A. (2011). Überzeugungen von Mathematiklehrkräften. In *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 235–257). Waxmann.
- Vygotsky, L. (1978a). Interaction between learning and development. *Readings on the development of children*, 23(3), 34–41.
- Vygotsky, L. (1978b). *Mind in society: the development of higher mental process*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Walther, G. (1985). Zur Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Franzbecker Verlag, Hildesheim, 28–42.
- Wartha, S. (2007). *Längsschnittliche Untersuchungen zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs*. Hildesheim: Franzbecker.
- Wartha, S. & Güse, M. (2009). Zum Zusammenhang zwischen Grundvorstellungen zu Bruchzahlen und arithmetischem Grundwissen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 30(3-4), 256–280.
- Watzlawick, P. (1995). *Die erfundene Wirklichkeit. Wie wissen wir, was wir zu glauben wissen? Beiträge zum Konstruktivismus*. München: Piper Verlag.
- Weideneder, S. & Ufer, S. (2013). Which kinds of tasks do mathematics teachers select for instruction, and why? In A. Lindmeier & A. Heinze (Hrsg.), *Proceedings of the 37th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Bd. 4, S. 385–392). Kiel: PME.
- Weinert, F. (1997). *Entwicklung im Grundschulalter*. Weinheim: Beltz, PsychologieVerlagsUnion.
- Weinert, F. (1999). *Konzepte der Kompetenz*. Paris: OECD.

- Weinert, F. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen-eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–32). Weinheim: Beltz.
- Wengert, H. G. (1989). *Untersuchungen zur alltäglichen Unterrichtsplanung von Mathematiklehrern* Untersuchungen zur alltäglichen Unterrichtsplanung von Mathematiklehrern: eine kognitionspsychologische Studie. Frankfurt/Main: Lang.
- Wentzel, K. R. (1997). Student motivation in middle school: The role of perceived pedagogical caring. *Journal of educational psychology*, 89(3), 411.
- Wilhelm, A. G. (2014). Mathematics Teachers' Enactment of Cognitively Demanding Tasks: Investigating Links to Teachers' Knowledge and Conceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(5), 636–674.
- Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik* (10. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Zöfel, P. (2003). *Statistik für Psychologen: Im Klartext*. München: Pearson Studium.
- Zohar, A. & Dori, Y. (2003). Higher order thinking skills and low-achieving students: Are they mutually exclusive? *The Journal of the Learning Sciences*, 12(2), 145–181.

Abbildungsverzeichnis

1.1. Angebots-Nutzungs-Modell nach Helmke	10
2.1. Modellierung von Kompetenz als Kontinuum	18
2.2. Kompetenzmodell der COACTIV-Studie	22
2.3. TEDS-M Modell zum Kompetenzerwerb	24
3.1. Ausgewählte Kategorien zur Aufgabenklassifikation aus COACTIV	47
3.2. Überblick Aufgabenpotenzial	51
3.3. Theoretisches Modell von Stein	56
3.4. Beispielitem aus der COACTIV-Studie	65
3.5. Angenommene Zusammenhänge Wissen und Umgang mit Aufgaben	68
3.6. Rahmenmodell ESP-Projekt	72
3.7. Beispielitem Task Sort Activity	73
4.1. Modell der Arbeit	77
4.2. Übertragung professionelle Unterrichtswahrnehmung auf Aufgaben	80
4.3. Modellhafte Darstellung des spontanen Erkennens bei der professionellen Wahrnehmung von Aufgabenpotenzial	82
5.1. Aufgabenbeispiel zu Schätzen und informelle Vorerfahrungen	91
5.2. Aufgabenbeispiel zu Strukturen, Zusammenhänge und Muster	92
5.3. Aufgabenbeispiel zu Fehler	93
5.4. Arbeitsfläche Videograph	98
5.5. Prozentuale Verteilungen der Begründungen bezüglich kognitiver Akti- vierung	100
5.6. Prozentuale Verteilungen der Begründungen bezüglich Lernerunterstüt- zung und allg. Aufgabenmerkmale	100
5.7. Gründe für die Aufgabenauswahl der Gruppen RQ und ZQ	101
5.8. Begründungsqualität und Aufgabenpotenzial für die Aufgabenauswahl beider Lehrkraft-Gruppen	102
6.1. Arbeitsmodell gekürzt	110
6.2. Aufbau des Fragebogens	114
6.3. Itembeispiel Einschätzung generelles Aufgabenpotenzial	118
6.4. Schematische Darstellung Itemtyp 1 und 2	119
6.5. Überblicksdarstellung Erfassung der Begründung der Aufgabenauswahl . . .	120
6.6. Beispielitem Aufgabenauswahl	122
6.7. Beispielitem Vorbereitung Aufgabenimplementation	123
6.8. Aufgabenbeispiele erste Unit	124

8.1. Itembeispiele niedriger Schwierigkeit der Skala Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials	145
8.2. Schwierige Itembeispiele Erkennen generelles Aufgabenpotenzial	146
8.3. Beispielantworten Analyse Niveau - Auswahl	150
8.4. Beispielantworten Analyse Niveau - Eignung	151
8.5. Art der genannten Impulse	152
8.6. Art der Begründungsmerkmale für die Auswahl	157
8.7. Begründungsprofile aller Cluster	159
8.8. Streudiagramm Erkennen und Analyse	165
8.9. Varianz der Aufgabenauswahl	171
8.10. [Varianz der Vorbereitung der Aufgabenimplementation	173
9.1. Modell	183
A.1. Zeitlicher Ablauf der durchgeführten Studien	226
B.1. Fragestreifen Interviewstudie	230

Tabellenverzeichnis

3.1. Aufgabenkodierung nach Stein	45
3.2. Überblick Aufgabenpotenzial	49
3.3. Unterrichtsplanung und Aufgaben nach Kleinknecht	53
3.4. Einflussfaktoren auf Aufgabenpotenzial in der Implementation	58
3.5. KMK Standards	60
3.6. MT21 Anforderungen	64
5.1. Kodiermanual Aufgabenpotenzial Eigenentwicklung - Interviewstudie . .	94
5.2. Kodiermanual Begründungstyp - Interviewstudie	96
5.3. Beispiel aus Kodiermanual zur Begründungsqualität - Interviewstudie . .	97
5.4. Mittelwerte Begründungstypen Aufgabenauswahl	99
5.5. Ergebnisse des Vergleichs der RQ und ZQ Gruppe	101
6.1. Kodiermanual Analyse Niveau	130
6.2. Kodiermanual Adäquatheit der Analyse	131
6.3. Kodiermanual Merkmale für Begründung der Aufgabenauswahl	132
6.4. Kodiermanual Art der Impulse	135
6.5. Kodiermanual Adäquatheit der Impulse	136
6.6. Stichprobenbeschreibung	138
8.1. Interraterreliabilitäten	142
8.2. Itemstatistiken	144
8.3. Begründungsniveaus Setting 1 und Setting 2	149
8.4. Deskriptive Beschreibung der Skalen	153
8.5. Deskriptive Beschreibung der Merkmale für die Aufgabenauswahl	157
8.6. Mittelwerte (SD) der Merkmale bei Begründung der Aufgabenauswahl .	160
8.7. Zusammenhang Begründungsprofil und Planungsergebnisse	161
8.8. Vergleich der Teilnehmer unterschiedlicher Ausbildungsniveaus	161
8.9. Interraterreliabilitäten der Validierungsuntersuchung	162
8.10. Vergleich der Teilnehmer mit Erstsemestern	163
8.11. Interkorrelationen	166
8.12. Lineare Regression Aufgabenauswahl	170
8.13. Lineare Regression Aufgabenauswahl mit PCK	171
8.14. Lineare Regression (Einschluss) Impulse	172
8.15. Lineare Regression Impulse mit PCK und CK	174
B.1. COACTIV-Kodiermanual für das Aufgabenpotenzial	230

B.2. Ergänzende Kategorien des Kodiermanuals für das Begründungsniveau - Interviewstudie	233
C.1. Itembeschreibungen zur Einschätzung des generellen Aufgabenpotenzials	235

Anhang

A. Zeitlicher Ablauf der durchgeführten Studien

März 2012	Pilotierung Interviewstudie (N=2)
März 2012 – April 2012	Durchführung Interviewstudie (N=17)
April 2014	Pilotierung Haupterhebung (N=29)
Juni 2014 - Juli 2014	Durchführung Haupterhebung (N=97)
Oktober 2014 – Dezember 2014	Expertenbefragungen (N=10)
Oktober 2015	Durchführung Validierungserhebung (N=25)

Abbildung A.1.: Zeitlicher Ablauf der durchgeführten Studien

B. Ergänzungen zur explorativen Vorstudie

B.1. Interviewleitfaden

1. Begrüßung

2. Einführung

Herzlichen Dank, dass Sie mich bei meiner Arbeit unterstützen, indem Sie an diesem Interview mitwirken.

Bei dem nachfolgenden Interview geht es um die Unterrichtsplanung von Lehrkräften. Man konnte feststellen, dass dies vor allem mit Hilfe von Aufgaben geschieht, also dass Lehrkräfte an Hand von Aufgaben Unterricht planen. Ich untersuche in meiner Promotion, wie Mathematiklehrkräfte Unterricht vorbereiten und interessiere mich besonders dafür, welche Aufgaben wie, warum und auch in welcher Reihenfolge eingesetzt werden. Ich würde die ganze Befragung gerne aufzeichnen, da ich mir davon einen zusätzlichen Zugang zu Ihrer Vorgehensweise erhoffe. Die Aufzeichnung wird natürlich anonymisiert, sodass niemand aus meiner Arbeit auf Sie zurückschließen kann. Ich werde die Kamera so einstellen, dass nur Ihre Hände zu sehen sein werden. Sind Sie damit einverstanden?

→ *Kamera an*

3. Lehrerfragebogen

Bevor wir anfangen, bräuchte ich noch ein paar allgemeine Informationen zu Ihrer bisherigen Tätigkeit als Lehrkraft für Mathematik.

Wie lange sind/waren Sie schon MathematiklehrerIn (ohne Referendariat)?

Nachfolgend wird es um das Thema *Addition von ungleichnamigen Brüchen* gehen. Welche Erfahrungen haben Sie in diesem Bereich? Haben Sie die *Addition ungleichnamiger Brüchen* schon einmal unterrichtet? Wenn ja, wie oft? Haben Sie sonstige spezielle Qualifikationen zu diesem Thema? (Fortbildungen, Ausarbeitungen.)

4. Einbettung

Der wichtigste Teil des Interviews wird daraus bestehen, dass Sie sich vorstellen eine Unterrichtseinheit zu planen, die Sie selbst halten würden. Mir geht es dabei darum, welche Aufgaben im Rahmen der Unterrichtsplanung ausgewählt werden und warum. Wir konzentrieren uns im Interview nur auf diesen Teil der Unterrichtsplanung.

Damit wir die Interviews in der Auswertung vergleichen können, werden wir nicht über eine Ihrer tatsächlichen Klassen sprechen, sondern über eine Klasse, die wir uns vorstellen. Es handelt sich also um eine fiktive Klasse.

→ *Flipchart aufstellen mit Informationen zur Klasse und curricularer Einbettung*

Für diese fiktive Klasse soll Folgendes gelten:

- Klasse 6
- Gleich viele Jungen und Mädchen
- heterogene Klassenzusammensetzung
- Niveau der Klasse: durchschnittlich: Es gibt SchülerInnen, die relativ schnell Ideen in den Unterricht einbringen. Die weiteren SchülerInnen lassen sich auf Nachfrage auch motivieren. Zwei SchülerInnen zeigen unterdurchschnittliche Leistungen in Mathematik. Insgesamt ist etwa die Hälfte der Klasse an Mathematik soweit interessiert, dass sie sich auf interessante Problemstellungen und Schüleraktivitäten gerne einlassen.

Curriculare Einbettung: Was wurde schon vorher behandelt?

- Erweitern/Kürzen von Brüchen
- Größenvergleich von Brüchen
- Rechteck- und Kreismodell zur Darstellung von Brüchen

Allgemeines Lernziel Ihrer Unterrichtseinheit soll das Erlangen eines fundierten Verständnisses der Addition ungleichnamiger Brüche sein (ohne gemischte Zahlen).

Haben Sie noch Fragen zur Lerngruppe oder zum Kontext der Unterrichtseinheit?

5. Planung

(1) AUSWAHL: Ich möchte Sie jetzt bitten, sich vorzustellen, diese Unterrichtseinheit zu planen. Im Folgenden ist für mich interessant, welche Aufgaben sie dazu auswählen würden. Um Ihre Planung besser nachvollziehen zu können, wäre es für mich hilfreich, wenn Sie im lauten Denken vorgehen könnten.

Ich habe eine Auswahl von Aufgaben mitgebracht. Dazu gehören Einführungsaufgaben, Einstiegsaufgaben, Übungsaufgaben, Aufträge für Schülerarbeitsphasen, Probleme, die Sie mit der Klasse bearbeiten möchten. . . . Dabei sollen Sie keine Hausaufgaben-Aufträge vergeben. Es handelt sich rein um den von Ihnen durchgeführten Unterricht.

→ *Karten mit Aufgaben präsentieren*

Sie müssen sich aber nicht auf diese Aufgaben beschränken, sondern dürfen gerne die Aufgaben abändern, Aufgaben aus dem Schulbuch verwenden oder ganz eigene Aufgaben einbringen.

Änderungen können Sie gleich mit Folienstift auf die Kärtchen eintragen, eigene Aufgaben würde ich gern fotografieren.

→ *Folienstift bereitlegen*

Bitte wählen Sie eine Ihnen angemessen scheinende Anzahl von Aufgaben aus um die Unterrichtseinheit zu gestalten.

Damit ich ein wenig mehr Einblick in ihre Planung bekomme, würde ich Sie bitten zu jeder von Ihnen gewählten Aufgabe einen solchen Streifen auszufüllen.

→ *Streifen präsentieren* (Abbildung B.1)

Sagen Sie aber bitte gerne auch alles, was Sie für wichtig halten, damit ich besser verstehen kann, wieso Sie Aufgaben auswählen oder auch nicht auswählen. Ich möchte Sie bitten zu sagen, was Sie denken und was Ihnen durch den Kopf geht.

(2) ANORDNUNG: Vielen Dank erst einmal. Jetzt möchte ich mit Ihnen ansehen, in welcher Reihenfolge Sie die Aufgaben in der Unterrichtseinheit einsetzen möchten. Bringen Sie bitte die Aufgabenstreifen in die Reihenfolge, in der Sie sie einsetzen würden, falls Sie das nicht schon sind.

Sagen Sie auch hier bitte wieder laut, was Sie denken und was Ihnen durch den Kopf geht.

→ *Foto von Anordnung machen*

Damit ich besser nachvollziehen kann, warum Sie die Aufgaben an der entsprechenden Stelle einsetzen wollen, möchte ich Sie bitten, auch noch die letzte Spalte auszufüllen.

→ *Spalte des Streifens umklappen*

Auch jetzt können Sie die von Ihnen gewählte Reihenfolge noch abändern.

→ *Foto von Anordnung machen*

Wie viel Zeit würden Sie für diese Aufgabensequenz einplanen?

6. Prinzipien

Gibt es ein Prinzip, nach dem Sie die Aufgaben angeordnet haben?

Wir haben in der Vergangenheit oft die folgenden Prinzipien gesehen:

- Von Leicht nach schwer
- Vom Anschaulichen zum Abstrakten
- Erkennbarer Wechsel von Mathematik und Realitätsbezug
- Am Schluss kommt Festigung/Übung
- Komplexer Einstieg, dann Durcharbeitung
- Motivierendes Einstiegsbeispiel
- Stofflich kleinschrittiger Aufbau
- Wechselspiel zwischen Erarbeitungs- und Reflexionsphasen

Welche der genannten Prinzipien sind Ihnen vertraut?

Gibt es noch andere Prinzipien, nach denen Sie Aufgaben anordnen? Wenn ja, beschreiben Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

Wann und in welchen Situationen gehen Sie nach diesem Prinzip vor?

Welche der anfangs genannten Prinzipien sind ihrer persönlichen Meinung nach die wichtigsten? Erstellen Sie eine Rangliste.

7. Verabschiedung/Dank/Ausblick

B.2. Fragestreifen zur Interviewstudie

# Aufgabe	Anforderungs-niveau	Lernziel	Implementation/ Methodik	Begründung der Aufgabenauswahl Potenzial/Besonderheit der Aufgabe	Anordnung						
	Bitte schätzen Sie ein und kreuzen Sie an.	Welchen Erkenntnisgewinn, welche neuen Einsichten, welche Lernfortschritte erwarten Sie?	Wie würden Sie die Aufgabe im Unterricht einsetzen?	Warum genau diese Aufgabe?	Warum an dieser Stelle?						
	<table border="1"> <tr> <td>Niedrig</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Mittel</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Hoch</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	Niedrig	<input type="checkbox"/>	Mittel	<input type="checkbox"/>	Hoch	<input type="checkbox"/>				
Niedrig	<input type="checkbox"/>										
Mittel	<input type="checkbox"/>										
Hoch	<input type="checkbox"/>										

Abbildung B.1.: Fragestreifen zur Fokussierung der Interviews

B.3. Kodiermanual für das Aufgabenpotenzial

Die Kategorien des Aufgabenpotenzials wurden dem Kodiermanual von Jordan et al. (2006) entnommen.

Tabelle B.1.: Kodiermanual für das Aufgabenpotenzial von Jordan et al. (2006) ergänzend zur Eigenentwicklung aus Tabelle 5.1

Name	Beschreibung	Code
Außermathematisches Modellieren...		
... nicht notwendig		0
... auf niedrigem Niveau	Übersetzungen, die unmittelbar ausgeführt werden können, da das Modell explizit gegeben ist oder unmittelbar nahe liegt und die Interpretation direkt möglich ist.	1
... auf mittlerem Niveau	Überschaubare Übersetzungen, die nicht unmittelbar ausführbar sind (z.B. müssen verschiedene Gegenstände miteinander in Beziehung gesetzt oder beim Mathematisieren mehrere Schritte durchgeführt werden).	2
... auf hohem Niveau	Verwendete mathematische Modelle (wie Formeln, Gleichungen, Darstellungen von Zuordnungen, Zeichnungen, Ablaufpläne) vergleichen, reflektieren, kritisch beurteilen. Modell-Ergebnisse validieren. Komplexe mathematische Modelle entwickeln.	3
Innermathematisches Modellieren...		

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite

Name	Beschreibung	Code
... nicht notwendig	Bei der Stufe 0 sind zwei Ausprägungen möglich: (a) Es handelt sich um eine außermathematische Aufgabe. Hierbei wird nach dem Übersetzen in die Mathematik nur noch Basiswissen benötigt (bloßes Faktenwissen oder einfache Fertigkeiten/Arbeitstechniken). (b) Es handelt sich um eine technische Aufgabe, bei der der abzuarbeitende Ansatz bereits in der Aufgabe vorgegeben ist oder direkt aus dem „Wissensrepertoire“ abgerufen werden kann.	0
... auf niedrigem Niveau	Der Lösungsansatz ist nicht unmittelbar aus dem „Wissensrepertoire“ abrufbar. Er wird jedoch durch die Aufgabenstellung nahe gelegt und benötigt zur vollständigen Entwicklung nur die Kenntnis des in der Aufgabe betrachteten mathematischen Gegenstandes. Es wird nur ein konkreter Gegenstand betrachtet oder es ist nur ein Modellierungsschritt (Standardmodellierung) zur Lösung nötig.	1
... auf mittlerem Niveau	Für den Lösungsansatz sind zuerst Verbindungen herzustellen, die über den in der Aufgabe angesprochenen Gegenstand hinausgehen. Der Lösungsansatz ist ebenfalls nicht unmittelbar aus dem „Wissensrepertoire“ abrufbar. Zur Entwicklung werden Kenntnisse aus anderen mathematischen (Teil-)Gebieten benötigt, das heißt, es müssen verschiedene mathematische Gegenstände betrachtet werden oder mehrere Modellierungsschritte ausgeführt werden.	2
... auf hohem Niveau	Zur Lösung der Aufgabe ist es notwendig, eine umfassende Strategie zu entwerfen und umzusetzen, oder über eine ganze Klasse von mathematischen Gegenständen nachzudenken. Die Aufgabe erfordert es, allgemeine Aussagen zu treffen oder über den Lösungsweg kritisch zu reflektieren (metakognitive Aktivitäten).	3
Mathematisches Argumentieren...		
... nicht notwendig		0
... auf niedrigem Niveau	Bloße Wiedergabe von Standardargumentationen. Argumentationen durchführen, für die Alltagswissen genügt. Einschrittige oder rein rechnerische Argumente entwickeln.	1
... auf mittlerem Niveau	Überschaubare mehrschrittige, auch begrifflich geprägte mathematische Argumente entwickeln und schriftlich darlegen oder gegebenenfalls solche nachvollziehen.	2
... auf hohem Niveau	Komplexe mathematische Argumente (Begründungen, Beweise, Strategien, Verallgemeinerungen) entwickeln und schriftlich darlegen oder gegebenenfalls solche nachvollziehen. verschiedene Arten von mathematischen Argumentationen oder deren Effizienz vergleichen oder bewerten.	3
Gebrauch mathematischer Darstellungen...		
... nicht notwendig		0
... auf niedrigem Niveau	Informationen aus gegebenen Darstellungen (Tabelle, Graph oder Diagramm) entnehmen. Standarddarstellungen mittels gegebener Informationen anfertigen oder fortsetzen.	1

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite

Name	Beschreibung	Code
... auf mittlerem Niveau	Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen. Zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln (Übersetzen). Zusammenhänge zwischen gegebenen Darstellungen herstellen.	2
... auf hohem Niveau	Gegebene Darstellungen beurteilen und reflektieren.	3
Aufgabentypen		
Technische Aufgabe	Aufgaben, die nur technisches Wissen außerhalb jeglicher Kontextanbindungen erfordern.	1
Rechnerische Modellierungs- und problembe- zogene Aufgabe	Inner- und außermathematische Aufgaben, die Modellierungen erfordern und bei denen vorwiegend prozedurales Denken in der Phase der Verarbeitung nötig ist.	2
Begriffliche Modellierungs- und problembe- zogene Aufgabe	Inner- und außermathematische Aufgaben, die Modellierungen erfordern und bei denen vorwiegend konzeptuelles Denken in der Phase der Verarbeitung nötig ist.	3

B.4. Kodiermanual für die Qualität der Begründungen in der explorativen Vorstudie

Tabelle B.2.: Ergänzende Kategorien des Kodiermanuals für das Begründungsniveau zu Tabelle 5.3

Beschreibung	Beispiele	Code
Erkennen von Strukturen, Zusammenhängen oder Mustern in Übungsaufgaben...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	Verweis auf Aufgabentyp/prototypische Aufgaben zum operativen Üben „Bildung von Nachbaraufgaben“ „Muster finden“	1
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	Die Aufgabe dient dem Herstellen, Erkennen und Anwenden von Beziehungen, Abhängigkeiten, Zusammenhänge und Strukturen „Mit der gezielten Variation der Zahlen können die Lernenden verstehen, dass ein Bruch als Teil eines Ganzen zu sehen ist.“	2
Exploration oder Aktivierung von Vorwissen und Ermöglichung informeller Vorerfahrungen...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	Verweis auf Vorwissen und Vorerfahrungen. „Rückgriff auf schon Bekanntes“ „Wiederholung“ Verweis auf Handlungsorientierung („Basteln“, „etwas anmalen/selber herstellen lassen“; „etwas in der Hand haben“). Aufgabe wird über Intuition gelöst.	1
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	In der Begründung wird klar, dass das Vorwissen und die Vorerfahrung Ausgangsbasis für die weitere Wissenskonstruktion sind. „Schaffung von Lernvoraussetzungen“ „Beim Arbeiten mit Material können die SuS Zusammenhänge selbst entdecken und damit weiterarbeiten.“	2
Herstellen kognitiver Konflikte...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	Verweis auf Aufgabentyp/prototypische Aufgaben... ... „Finde den Fehler“ ... „Geht es auch anders/einfacher/schneller?“	1

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.2 – Fortsetzung von vorheriger Seite

Beschreibung	Beispiele	Code
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	„Aufbau von Abwehrmechanismen gegen Fehlerstrategien“ Möglichkeit der Entwicklung negativen Wissens (Wissen was falsch ist) Verweis auf ungewöhnliche Lösungswege Verweis auf Bedeutung verschiedener Lösungswege für den Lernprozess	2
Außermathematisches (oder innermathematisches¹) Modellieren...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	„Informationen sollen aus Aufgabe herausgelesen werden.“	1
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	„Übersetzungsprozesse sind bei der Aufgabe notwendig.“ „Bei Textaufgaben Sinn begreifen und umsetzen.“	2
Mathematisches Argumentieren...		
... wird nicht genannt		0
... wird genannt; keine Begründung oder Begründung bezieht sich nicht explizit auf Lernprozess	Verweis auf Schätzen oder Überschlagsrechnen ohne genauere Erläuterung. „In der Aufgabe muss man schätzen.“	1
... wird genannt und Begründung bezieht sich auf Lernprozess	Zusammenhang zwischen Argumentieren und der Förderung von Verständnis, ... der Entwicklung von Begründungskompetenz oder ... der Möglichkeit selbst Verständnisschwierigkeiten zu entdecken ... wird in der Begründung deutlich.	2

¹Innermathematisches Modellieren kommt in den Begründungen der Lehrkräfte nicht vor. Außermathematisches Modellieren kaum.

C. Ergänzungen zur Hauptstudie

Itembeschreibungen zum Erkennen des generellen Aufgabenpotenzials

Tabelle C.1.: Itembeschreibungen zur Einschätzung des generellen Aufgabenpotenzials

Name	Beschreibung
Mathematische Darstellungen	<p>Der Begriff der „Darstellungen“ bezieht sich hier auf Bilder (Graph, Tabelle, etc.), Symbole und Material, die zur Aufgabenbearbeitung notwendig sind.</p> <p>Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...</p> <ul style="list-style-type: none">... mathematische Darstellungen zu verwenden.... Darstellungen mittels gegebener Information anzufertigen oder Informationen aus einer gegebenen Darstellung zu entnehmen.... Zusammenhänge zwischen Darstellungen zu analysieren.... Darstellungen zu beurteilen oder zu reflektieren.
Modellieren	<p>Modellieren bezeichnet das Übersetzen einer Sachsituation in eine mathematische Formulierung (Modell).</p> <p>Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden ...</p> <ul style="list-style-type: none">... die Verwendung mathematischer Modelle.... die Verwendung vertrauter oder direkt erkennbarer mathematischer Modelle.... die Verwendung mehrschrittiger oder bisher unbekannter mathematischer Modelle.... eine Reflexion oder Validierung von mathematischen Modellen.
Mathematisches Argumentieren	<p>Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden ...</p> <ul style="list-style-type: none">... mathematisches Argumentieren.... die Nutzung bekannter und einfacher Standardargumente.... die Entwicklung von überschaubaren, aber mehrschrittigen Argumentationen.... die Entwicklung komplexer Argumentationen oder die Beurteilung von Argumentationen.
Kognitive Anforderungen	<p>Eine tragfähige Bearbeitung der Aufgabe erfordert von den Lernenden, ...</p> <ul style="list-style-type: none">... bekannte Verfahren anzuwenden.... verschiedene bekannte Verfahren zu kombinieren.... selbstständig neue Verfahren zu entwickeln oder Verfahren zu reflektieren.
Sprachliche Anforderungen	<p>Der Umgang mit mathematikhaltigen Texten ist erforderlich.</p> <p>Der Text ist direkt verständlich. Alle wesentlichen Informationen sind direkt zu entnehmen.</p> <p>Einzelne implizite Informationen müssen entnommen werden.</p>

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle C.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite

Name	Beschreibung
	Um den Text zu verstehen, muss die Reihenfolge der Informationen umorganisiert werden.
Schülerorientierung	
	Die Aufgabe bietet den Lernenden die Möglichkeit, eigenständig mathematisch zu arbeiten.
	Die Aufgabe bietet den Lernenden Wahlmöglichkeiten in der Art der Aufgabenbearbeitung.
	Die Aufgabe kann Lernenden unterschiedlicher Leistungsniveaus Lerngelegenheiten bieten.
Multiple Lösungswege	
	Es ist nur ein Lösungsweg möglich, der den Lernenden zugänglich ist.
	Mehrere Lösungswege sind möglich. Aber es ist vor allem einer für den Unterricht von Interesse.
	Mehrere Lösungswege sind möglich. Diese sind für den Unterricht von Interesse.
	Mehrere Lösungswege sind möglich. Eine Reflexion und/oder Beurteilung dieser Lösungswege ist für den Unterricht von Interesse.
Fehler	
	Die Aufgabe eignet sich, typische Fehler gezielt anzusprechen.
	Die Aufgabe ermöglicht es, eigene Fehler selbst zu erkennen.
	Die Aufgabe ermöglicht es, eigene Fehler zu korrigieren.

Erklärung zur Dissertation

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt, nicht anderweitig zu Prüfungszwecken vorgelegt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Sämtliche wissenschaftlich verwendete Textauschnitte, Zitate oder Inhalte anderer Verfasser wurden ausdrücklich als solche gekennzeichnet.

München, den 1. Dezember 2015

Sabine Hammer