

三维表面裂纹扩展试验及理论分析

黎立云¹, 黄凯珠², 韩智超¹, 李海云¹, 刘一¹

(1. 中国矿业大学 力学与建筑工程学院, 北京 100083; 2. 香港理工大学 土木与环境工程学院, 香港)

摘要: 通过双轴压力作用下岩石三维表面裂纹断裂试验, 利用数字散斑技术, 观察裂纹的翼形扩展、反向扩展, 得出对应的时间和荷载。试验发现, 三维表面裂纹的翼形扩展一般都先于反向裂纹, 反向裂纹最先在远离裂纹尖端区域出现, 而后快速与原裂纹尖端汇合。通过有限元计算得到三维裂纹试件整体应力场和裂纹前缘各点应力强度因子。通过复合型断裂判据, 对裂纹翼形扩展的三维形态进行分析, 试验结果与最大周向拉应力 $\sigma_{\theta_{\max}}$ 及最大周向拉应变 $\varepsilon_{\theta_{\max}}$ 判据的理论预示结果吻合较好。对反向裂纹萌生区域进行强度破坏分析, 反向裂纹的萌生与莫尔-库仑强度理论的理论预示结果基本相符。从试验及理论 2 个方面分析三维表面裂纹扩展直至破坏的全过程。

关键词: 岩石力学; 三维表面裂纹; 翼形扩展; 反向扩展; 数值分析; 断裂判据; 莫尔-库仑强度理论

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2012)02-0311-08

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ANALYSES OF THREE-DIMENSIONAL SURFACE CRACK PROPAGATION

LI Liyun¹, WONG R H C², HAN Zhichao¹, LI Haiyun¹, LIU Yi¹

(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China;

2. School of Civil and Environmental Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

Abstract: An experimental investigation on three-dimensional(3D) surface crack under biaxial compression is conducted to investigate the growth of wing crack and anti-wing crack. A digital speckle camera is used to record the growth process of cracks during loading process. The images captured from the digital speckle camera are used for digital speckle correlation analysis to study the strain field of 3D surface crack. From the experiments, it is observed that the anti-wing crack initiates away from the crack tip region and then propagates towards the crack tip. The stress and the stress intensity factors along crack front are analyzed by using the finite element method. 3D wing crack growth pattern is revealed by the mixed-model fracture criteria. The theoretical analyses indicate that the wing crack propagation can be predicted by the maximal circumferential stress criterion $\sigma_{\theta_{\max}}$ and maximal circumferential strain criterion $\varepsilon_{\theta_{\max}}$. The strength failure analysis is also conducted in the anti-wing crack area. The anti-wing initiation and propagation can be predicted by the Mohr-Coulomb strength theory. The whole fracture and failure process of the 3D surface crack is analyzed by both experiments and theories.

Key words: rock mechanics; three-dimensional(3D) surface crack; wing crack propagation; anti-wing crack propagation; numerical analysis; fracture criteria; Mohr-Coulomb strength theory

1 引言

对三维复合型裂纹扩展规律的研究是近年来岩

石断裂力学界比较关注的问题, 其与地球表面断裂带的稳定及地震作用机制相关, 也与岩石边坡稳定性相关。对于岩石表面三维裂纹, 即裂纹尖端曲线上各点同时存在着应力强度因子 K_I , K_{II} 和 K_{III} 的表

收稿日期: 2011-08-12; **修回日期:** 2011-10-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41072242); 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2011CB201201, 2010CB226802)

作者简介: 黎立云(1959-), 女, 1982年毕业于中南大学力学专业, 现任教授, 主要从事岩石断裂与强度方面的教学与研究工作。E-mail: lly@cumtb.edu.cn

面嵌入式裂纹,在受到裂纹周边压应力作用后,裂纹尖端会发生初始扩展,反映到试件表面表现为裂纹的翼形扩展。三维裂纹的翼形扩展机制与哪一力学量密切相关,也即与哪一种理论判据比较相符,目前尚无这方面的系统分析,但这是岩石断裂力学研究必须面对的问题。岩石三维表面裂纹有时还会产生沿翼形裂纹扩展方向相反的反向扩展裂纹。1998年的台湾集集地震,从初始地应力主方向与该区域断裂带的相对位置来看,可确定该裂隙发生了反向扩展,使得扩展带两边的建筑物倒塌,造成了人民生命、财产的损失。因此,需要对裂纹反向扩展这一现象作力学方面的分析。目前,由于三维表面裂纹尖端的曲线形状、裂纹深嵌试件内部以及裂纹尖端同时含有 K_I , K_{II} 和 K_{III} 等因素,使得理论与试验观察都比较困难。A. Bobet^[1]专门就压应力作用下平面穿透裂纹的第二次扩展做过研究,认为在试验中能够经常观察到与初始裂纹共面或近似共面的剪切裂纹(二次扩展裂纹),但是反向裂纹(反翼形扩展)的例子却比较少见。A. Bobet^[1]认为,传统的裂纹扩展准则只适合于对张拉裂纹进行预测,不能充分预测第二裂纹的扩展,因此他改进了最大切应力准则,通过详细的数值计算发现,对于实验室所观察到的第二次裂纹扩展,大都由最大剪应力方向和大小决定。三维裂纹可分为三维内部裂纹和三维表面裂纹。A. V. Dyskin 等^[2-4]就单向压力作用下三维内部圆片裂纹扩展机制做过研究,利用松香、水泥和水泥砂浆3种材料研究了三维圆片裂纹的扩展情况,发现斜置的圆片状中心裂纹在单向压力作用下只会发生与平面穿透裂纹相似的翼形裂纹,因其受到了周围压应变的限制,这种翼形裂纹也不会扩展到足以使试件达到极限破坏。R. H. C. Wong 等^[5-7]对低温下的有机玻璃 PMMA 表面斜裂纹试件进行了单向加压试验,发现裂纹端部都会有花瓣状或张拉型裂纹出现,没有反向裂纹产生,但在大理石试件的相同试验中却经常发现裂纹的反向扩展。

笔者及所在课题组对房山花岗岩表面裂纹试件进行了重复性双压试验,观察到了翼形裂纹的萌生,也发现了反向裂纹的萌生,同时记录了这2种现象发生时对应的荷载,以便于后期的有限元计算和理论分析。试验观察到:翼形裂纹扩展到一定程度以后,反向裂纹才开始产生,反向裂纹初期远离裂纹尖端,而后才与原始裂纹尖端汇合,此时荷载通常接近裂纹试件的破坏荷载,翼形裂纹稍有闭合,变

得不清晰。当反向裂纹汇合过程很快时,观察者常会认为原始裂纹只发生了反向扩展,而没有先期的翼形扩展;其实通过重复性试验发现,翼形裂纹扩展总会发生,并总先反向裂纹扩展。本文的有限元数值计算及理论分析表明,三维表面裂纹翼形扩展(初始扩展)的荷载及方向都比较符合最大拉应力及最大拉应变理论判据的预示结果,而常用的 M. A. Hussain 等^[8]的最大能量释放率判据及 G. C. Sih^[9]的最小应变能密度判据与试验偏离较大。利用岩土材料中广泛应用的莫尔-库仑准则可以对反向裂纹的萌生荷载及方位做出较好的预示。

2 试验研究

本文试验是在中国地震局地质研究所地震动力学重点实验室进行的^[10],所采用的岩石为房山花岗岩闪长岩,其力学参数见表1。试件尺寸为 300 mm×200 mm×50 mm(长×宽×高),试件中部用砂轮刀片切割出一条与纵轴成 45°的局部圆片形(或称弓片形)裂纹,裂纹尖端为圆弧形,半径 $R = 75$ mm,未穿透试件。试件尺寸如图1所示,为表面三维裂纹试件,三维裂纹在表面的长度 $a = 85$ mm。

表1 房山花岗岩闪长岩力学参数

Table 1 Mechanical parameters of Fangshan granodiorite

| E/MPa | ν | σ_c/MPa | σ_t/MPa | $K_{IC}/(MPa \cdot mm^{1/2})$ |
|---------|-------|----------------|----------------|-------------------------------|
| 63 800 | 0.27 | 201.5 | 16.1 | 36.1 |

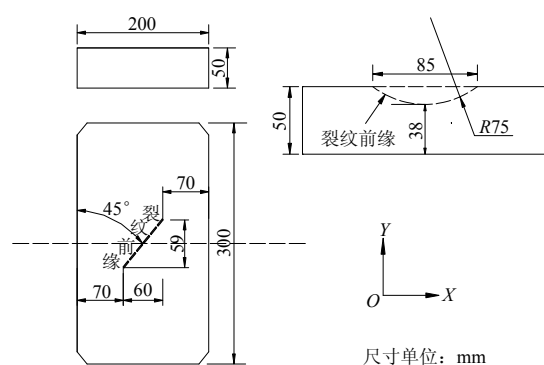


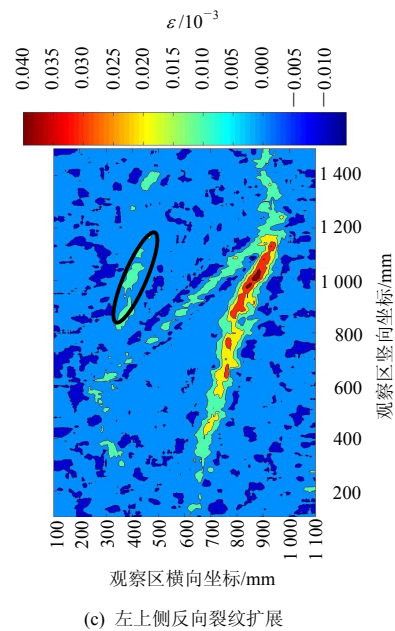
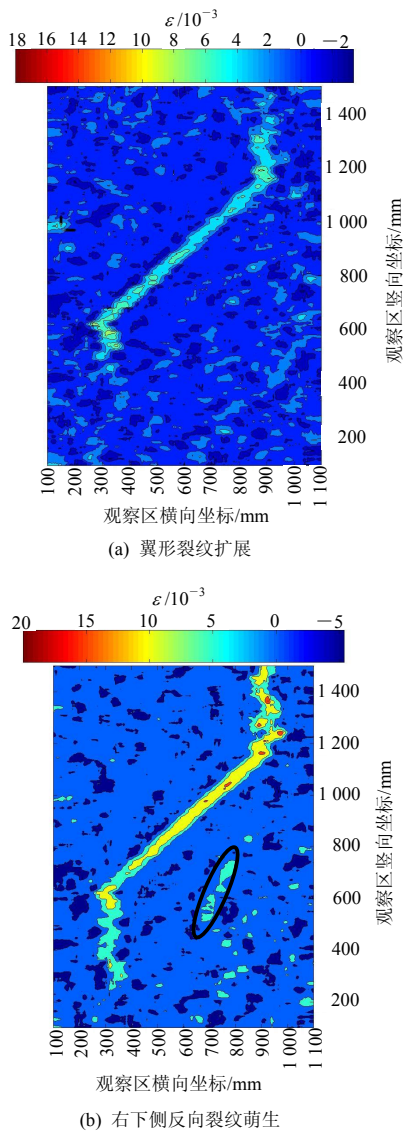
图1 试件尺寸

Fig.1 Size of specimen

试验方案为:双向加压,首先沿 X 方向以 300 N/s 速率加载, Y 方向以 200 N/s 速率加载,使 X 和 Y 方向都快速达到 3 MPa 的等值围压后,维持 X 方向压力不变, Y 方向改为以 2 μ m/s 的位移控制速率继续

加载，当 Y 方向荷载达到 800 kN 后，为了能准确、细致地观察和记录试验中的各种现象，加载速率放慢至 1 μm/s，直到试件基本破坏。为了能准确地观测到各阶段裂纹起裂变化对应的时间和荷载，采用数字散斑方法^[11]测得的应变 ε 作为辅助观测手段。

当荷载达到试件破坏荷载的 50% 左右时，可观察到翼形裂纹开始萌生，并以一种稳定的方式沿纵轴方向扩展，两翼形裂纹关于原始裂纹呈对称状态，如图 2(a)所示；同时，当 Y 方向荷载达到试件破坏荷载的 80% 左右时，在原始裂纹的右下侧，反向裂纹开始出现，如图 2(b)所示；当 Y 方向荷载达到试件破坏荷载的 90% 左右时，在原始裂纹的左上侧，另一反向裂纹开始出现，两者关于原始裂纹呈对称状态，如图 2(c)所示。翼形裂纹缓慢增长的同时也伴随着反向裂纹向裂尖扩展。从图 2 可以看出，反向裂纹的充分发育对翼形裂纹有闭合效果，翼形裂



(c) 左上侧反向裂纹扩展

图 2 裂纹扩展数字散斑图

Fig.2 Digital speckle drawings of crack propagation

纹由原来的很清晰，变得不清晰甚至消失。若加载速度很快，这一过程很短暂，用肉眼观察，就好像这个三维表面裂纹首先发生了反向扩展，其实不然，在本试验中翼形裂纹是先于反向裂纹出现的。

3 数值计算

3.1 模型的建立

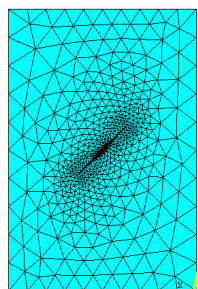
为对翼型裂纹扩展及反向裂纹萌生进行定量分析，本文进行了有限元计算。三维裂纹尖端一般都分布在同一条曲线上，尖端上每点的应力状态都为三维状态，都具有应力强度因子 K_I 、 K_{II} 与 K_{III} 。对双向压力下的三维表面弓片状裂纹试件，其应力与应变场目前还没有解析解，因此数值计算成为后续理论分析必备的工作。

为了提高裂纹尖端邻域的计算精度，本文采用了局部细分网格的子模型技术；同时为了提高总的计算速度，其他区域则使用了较粗糙的单元。整体模型网格与分割的子模型网格如图 3 所示。

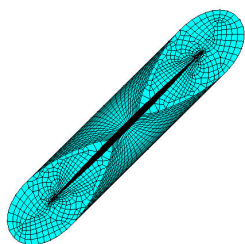
3.2 应力强度因子计算

应力强度因子 SIF 是分析裂纹初始扩展必需的力学量，通过有限元方法计算出开裂荷载下裂纹前缘各点的应力后，用裂纹尖端应力场的渐近解表达式可推导出裂纹尖端的应力强度因子 K_I 、 K_{II} 与 K_{III} ^[12-16]分别为

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_z \Big|_{\theta=0} \quad (1)$$



(a) 整体模型



(b) 分割的子模型

图3 整体模型和子模型网格

Fig.3 Grids of entire model and submodel

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{zx} \Big|_{\theta=0} \quad (2)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{zy} \Big|_{\theta=0} \quad (3)$$

式中： σ_z 为垂直于裂纹面的正应力； τ_{zx} 、 τ_{zy} 分别为沿裂纹端部圆弧的法向和切向剪应力； x 、 y 、 z 为直角坐标(见图4)； r 、 θ 为极坐标(见图5)。

根据对称性，只需计算裂纹右上半部应力强度因子即可。如图4所示，取裂纹前缘圆弧对应的圆心角的一半，再将1/2圆心角均分成4份，得到裂纹前缘上的5个尖端计算点*i*($i = 1, 2, 3, 4, 5$)，以每一个尖端计算点*i*为坐标原点建立局部坐标系 $oxyz$ ，其中， x 轴沿圆弧的法线， y 轴沿圆弧的切线， z 轴的指向与坐标轴 x 、 y 符合右手螺旋法则。

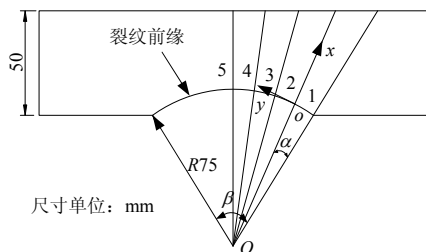


图4 裂纹前缘计算点

Fig.4 Calculation points in crack front

图5为裂纹尖端单元应力微元，将图5中 x 轴上各点的 r 值和应力值代入式(1)~(3)，通过数值外

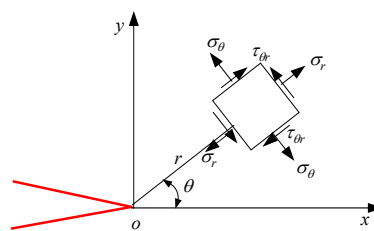


图5 裂纹尖端单元应力微元

Fig.5 Stress micro-element near crack tip

推得到的极限值即为应力强度因子。式(1)~(3)既可用于平面裂纹计算也可用于三维裂纹计算。

根据式(1)~(3)计算得出的裂纹前缘上半圆弧的应力强度因子 *SIF* 见表2，表中应力强度因子计算值的正负号与弹性力学中对应力正负号的规定相同。由表2和图4可知，从点1~5， K_I 由小变大， K_{II} 由逐步增大为0， K_{III} 逐步增大，该变化规律与A. V. Dyskin等^[4]的计算规律一致。

表2 开裂荷载下上半圆弧的应力强度因子

Table 2 Stress intensity factors in up-half circular crack tips

| 计算点编号 | 位置角 $\alpha/(\circ)$ | $K_I/$ (MPa·mm ^{1/2}) | $K_{II}/$ (MPa·mm ^{1/2}) | $K_{III}/$ (MPa·mm ^{1/2}) |
|-------|-------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 1 | 0.0 | -86.5 | -32.6 | 52.8 |
| 2 | 8.4 | -87.3 | -25.4 | 57.4 |
| 3 | 16.8 | -88.1 | -18.2 | 63.1 |
| 4 | 25.2 | -98.2 | -7.8 | 72.3 |
| 5 | 33.5 | -121.7 | 0.0 | 79.8 |

4 裂纹初始扩展分析

翼形裂纹的扩展机制一般都为张拉机制，但对于具体的扩展方向及扩展荷载值，仍需通过理论判据才能得出定量结论。目前公认的脆性断裂理论判据有4种，即最大周向拉应力 $\sigma_{\theta_{max}}$ 、最大周向拉应变 $\epsilon_{\theta_{max}}$ 、最大能量释放率 $G_{\theta_{max}}$ 及最小应变能密度 $S_{\theta_{min}}$ 判据。本文裂纹的翼形扩展与哪一种判据比较相符，需通过理论计算才能得知。

依照线弹性断裂力学理论，如果裂纹前沿未闭合，即 $K_I \neq 0$ ，须考虑压应力奇异性对裂纹尖端应力场的影响(见图5)，当 $K_I < 0$ 时，为I-II-III复合型裂纹。4个判据理论表达式分别如下：

(1) 最大周向拉应力 $\sigma_{\theta_{max}}$ 因子判据^[14]：

$$\sigma_{\theta_{max}} = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta] = K_{IC} = \sigma_c \quad (4)$$

式中： K_{IC} 为 I 型断裂韧度， σ_c 为临界断裂周向拉应力因子。

(2) 最大周向拉应变 $\varepsilon_{\theta_{max}}$ 因子判据^[16]：

$$\varepsilon_{\theta_{max}} = \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} (1 - 3\nu + \cos \theta + \nu \cos \theta) - K_{II} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta + 3\nu \sin \frac{\theta}{2} \cos \theta - \nu \sin \frac{\theta}{2} \right) \right] = 2(1 - \nu)K_{IC} = \varepsilon_c \quad (5)$$

式中： ν 为材料的泊松比， ε_c 为临界断裂周向拉应变因子。

(3) 最大能量释放率 $G_{\theta_{max}}$ 因子判据^[8, 14]：

$$G_{\theta_{max}} = 4 \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \theta / \pi}{1 + \theta / \pi} \right)^{\theta / \pi} [(1 + 3 \cos^2 \theta)K_I^2 + 8 \sin \theta \cos \theta K_I K_{II} + (9 - 5 \cos^2 \theta)K_{II}^2] = K_{IC}^2 = G_c \quad (6)$$

式中： G_c 为临界断裂能量释放率因子。

(4) 最小应变能密度 $S_{\theta_{min}}$ 因子判据^[9, 14]：

$$S_{\theta_{min}} = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + 4K_{III}^2 = 2(k - 1)K_{IC}^2 = S_c \quad (7)$$

其中，

$$a_{11} = (1 + \cos \theta)(k - \cos \theta) \quad (8)$$

$$a_{12} = \sin \theta [2 \cos \theta - (k - 1)] \quad (9)$$

$$a_{22} = (k - 1)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1) \quad (10)$$

$$k = \begin{cases} \frac{3 - \nu}{1 + \nu} & (\text{平面应力状态}) \\ 3 - 4\nu & (\text{平面应变状态}) \end{cases} \quad (11)$$

式中： S_c 为临界断裂应变能密度因子。

在使用 $S_{\theta_{min}}$ 因子判据时，对裂纹尖端表面上的点 1 (见图 4) 作平面应力考虑，对内部的点 2~5 作平面应变考虑。

将表 2 中应力强度因子分别代入式(4)~(7)中第一个等号的右边，通过求导得到极值发生的角度 θ 后，再代回第一个等号的右边进行计算，将计算值与各式的开裂临界值(见表 3)进行比较，从理论上判断圆弧裂纹尖端各点是否为翼形开裂。当该点的计算值与临界值之比大于或等于 1 时，表明该点已开裂；当该点的计算值与临界值之比小于 1 时，表明该点尚未开裂。各判据计算结果见图 6。

由图 6 可看出，在 $K_I \neq 0$ 的条件下，只有 $\varepsilon_{\theta_{max}}$ 判据表明在 $\alpha = 0$ 的表面已达到临界值，而 $\sigma_{\theta_{max}}$ 判据表明还远未达到临界值，2 个判据预示的开裂角

表 3 各判据开裂临界值及表面($\alpha = 0^\circ$)开裂角理论值
Table 3 Crock critical values of four criteria and fracture angle on surface

| 判据 | 表达式 | 开裂临界值 | 开裂角/(°) | |
|------------------------------|------------------------------------|---------|--------------|-----------|
| | | | $K_I \neq 0$ | $K_I = 0$ |
| $\sigma_{\theta_{max}}$ | $\sigma_c = K_{IC}$ | 36.1 | 110 | 70.5 |
| $\varepsilon_{\theta_{max}}$ | $\varepsilon_c = 2(1 - \nu)K_{IC}$ | 52.7 | 100 | 68.0 |
| $G_{\theta_{max}}$ | $G_c = K_{IC}^2$ | 1 303.2 | 51 | 74.0 |
| $S_{\theta_{min}}$ | $S_c = 2(k - 1)K_{IC}^2$ | 2 979.8 | 30 | 80.0 |

注： $\sigma_{\theta_{max}}$ 、 $\varepsilon_{\theta_{max}}$ 判据开裂临界值单位为 $\text{MPa} \cdot \text{mm}$ ； $G_{\theta_{max}}$ 、 $S_{\theta_{min}}$ 判据开裂临界值单位为 $\text{MPa}^2 \cdot \text{mm}^2$ 。

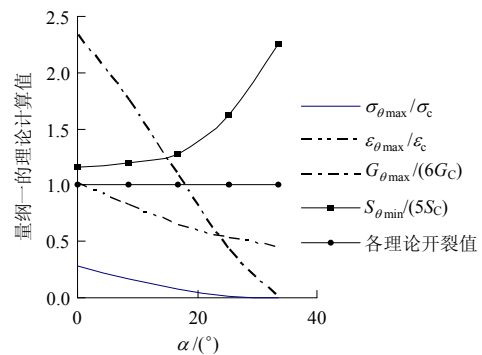


图 6 开裂荷载下 $K_I \neq 0$ 时量纲一的理论值随裂尖位置 α 变化情况($0^\circ \leq \alpha \leq 33.5^\circ$)

Fig.6 Dimensionless theoretical value v.s α under crack load when $K_I \neq 0$ ($0^\circ \leq \alpha \leq 33.5^\circ$)

与试验相差较大(见表 3 和图 7)。 $G_{\theta_{max}}$ 和 $S_{\theta_{min}}$ 判据则表明早已超过临界值，与试验也相差较远。需要注意的是，图 6 中这 2 个判据理论的曲线在量纲一处理时除了多倍临界值，特别是 $S_{\theta_{min}}$ 判据的变化趋势与试验相反；但这 2 个判据预示的开裂角与试验值相差较小(见表 3 和图 7)。总之，若令 $K_I \neq 0$ ，这时理论值与试验值吻合程度不高。

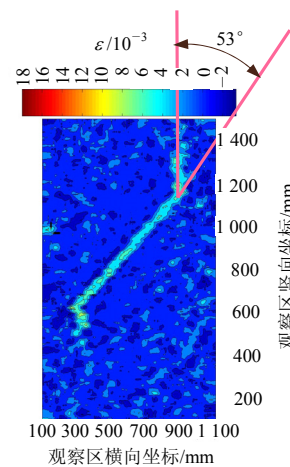


图 7 翼形裂纹扩展角度

Fig.7 Angle of wing crack propagation

设裂纹前沿压缩闭合, 则 $K_I = 0$, 为 II - III 复合型裂纹, 取裂尖圆周上的 σ_θ , ε_θ , G_θ 的极大值和 S_θ 的极小值作为开裂指标, 当达到 I 型断裂韧度对应的 σ_C , ε_C , G_C 和 S_C 值时^[15-16](见表 3), 裂纹开裂。重复上述计算过程, 可判断圆弧裂纹尖端各点是否产生翼形开裂, 计算结果见图 8。

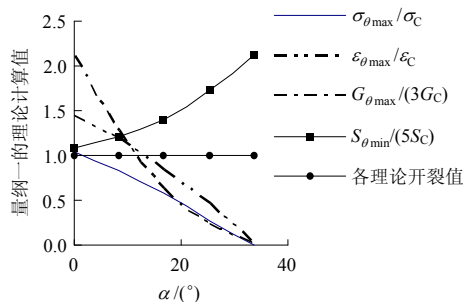


图 8 开裂荷载下 $K_I = 0$ 时量纲一的理论值随裂尖位置 α 变化情况 ($0^\circ \leq \alpha \leq 33.5^\circ$)

Fig.8 Dimensionless theoretical value v.s α under crack load when $K_I = 0$ ($0^\circ \leq \alpha \leq 33.5^\circ$)

由图 8 可看出, 当 $K_I = 0$ 时, 在 4 种判据中, $\sigma_{\theta_{max}}$ 判据和 $\varepsilon_{\theta_{max}}$ 判据表明, 在 $\alpha = 0$ 的表面已达到或刚超过临界值; 而 $G_{\theta_{max}}$ 判据和 $S_{\theta_{min}}$ 判据则表明早已超过临界值, 特别是 $S_{\theta_{min}}$ 判据的变化趋势与试验相反。但由表 3 与图 7 可以看出, 4 种判据预示的表面开裂角都与试验比较接近。由此可知, 若令 $K_I = 0$, 则理论值与试验值吻合程度较高。

由图 6 和 8 可以看出, 在由翼形开裂产生的荷载下, 由 $\sigma_{\theta_{max}}$, $\varepsilon_{\theta_{max}}$ 和 $G_{\theta_{max}}$ 判据计算得出的理论开裂程度为由表 ($\alpha = 0$) 及里 ($\alpha = 33.5^\circ$) 逐步减小, 也即靠近表面开裂严重, 往里逐步开裂轻微甚至未产生。这与 R. H. C. Wong 等^[5-7]的低温有机玻璃表面裂纹试验结果相吻合(见图 9)。而 $S_{\theta_{min}}$ 判据理论预示的趋势为里面开裂严重, 靠近表面开裂轻微, 与试验结果相反, 且理论预示值远高于实测值, 因此, 尽管此判据能同时考虑 3 种应力强度因子的影响,



图 9 低温有机玻璃中表面圆片裂纹的翼形开裂^[5-7]

Fig.9 Wing crack propagation in organic glass under low temperature^[5-7]

但其对三维表面裂纹的应用效果较差。 $G_{\theta_{max}}$ 判据的理论预示值也远高于实测值, 只有 $\sigma_{\theta_{max}}$ 判据和 $\varepsilon_{\theta_{max}}$ 判据无论从接近临界值的程度还是从开裂角来看, 都基本与试验结果相符。

5 反向裂纹形成分析

基于反向裂纹萌生时的荷载, 对反向裂纹萌生区域进行了有限元计算和应力分析, 分别计算了各单元的第一、三主应力 σ_1 , σ_3 和主单元方位角 α_0 , 采用莫尔 - 库仑强度理论, 对破坏面倾角 θ' 进行了计算(见图 10), 与试验观察到的反向裂纹萌生角度基本吻合(见图 2), 初步证实了表面层反向裂纹的压剪萌生机制。

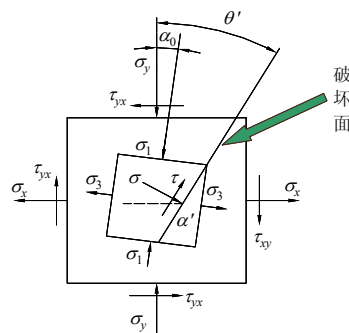


图 10 破坏面受力分析

Fig.10 Force analysis for failure surface

图 10 表明了该应力分析的过程, 设 α' 为 σ_3 所在平面与剪切面之间的夹角, 则该平面上的正应力 σ 和剪应力 τ 可分别表示为

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos(2\alpha') \tag{12}$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(2\alpha') \tag{13}$$

由莫尔 - 库仑强度准则可知, $\sin(2\alpha') = \cos \varphi$, $\cos(2\alpha') = -\sin \varphi$, 其中 φ 为材料内摩擦角。对于花岗闪长岩^[17-18], 取 $\varphi = 45^\circ$, $c = 26 \text{ MPa}$, 则由式(12), (13)可求得: $\sigma = 2.0416 \text{ MPa}$, $\tau = 33.45 \text{ MPa}$ 。因此有

$$\tau = 33.45 \text{ MPa} > c + \sigma \tan \varphi = 28.0416 \text{ MPa} \tag{14}$$

由式(14)可知, 岩石在该区域会发生剪切破坏。由应力分析可求得 $\alpha_0 = 7^\circ$ (见图 10), 由于 $\alpha' = 45^\circ - \varphi / 2 = 22.5^\circ$, 因此有 $\theta' = \alpha' + \alpha_0 = 29.5^\circ \approx 30^\circ$, 也就是说滑动面与纵轴的夹角大致为 30° , 这与试验中所观察到的破坏面相接近(见图 10, 11)。若发生张

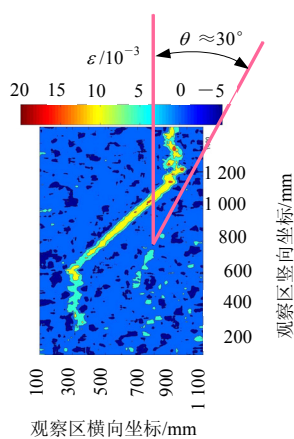


图 11 反向裂纹扩展

Fig.11 Propagation of anti-wing crack

拉破坏, 则破坏面角度应该为 $\alpha_0 = 7^\circ$, 此破坏面几乎与纵轴平行。

以上分析是基于原始裂纹试件在反向裂纹萌生荷载作用下的有限元计算结果, 没有考虑翼形裂纹的产生对边界条件的影响, 所以试验中反向裂纹的萌生机制是否完全符合剪切或张拉机制或两者的综合影响^[11], 有待以后的进一步分析。因为图 11 所示的反向裂纹萌生区域是一条应变集中带^[11], 剪应变和拉应变都比较大。

需要指出的是, 由试验过程中的声发射信号定位点的堆积过程(见图 12)可知, 在高压应力作用下, 翼形裂纹会往反向裂纹萌生区进一步扩展, 最后贯通, 造成原裂纹两边的岩块呈贝壳状进出^[10]。

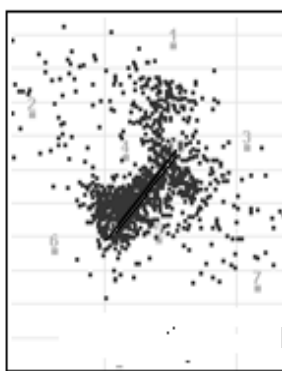


图 12 声发射信号定位

Fig.12 Locations of acoustic emission signal

6 结 论

(1) 通过双向压缩试验的数值散斑观察及有限

元计算可知, 本文岩石三维表面裂纹的正向(即翼形)扩展先于反向裂纹的形成, 而反向裂纹的萌生引起的应力松弛又影响了表层翼形裂纹的进一步扩展, 甚至引起它的闭合。

(2) 随着外加压力的增加, 翼形裂纹会进一步往深处扩展, 与表层萌生的反向裂纹破裂区汇合贯通, 最后裂纹两旁岩块进出, 试件破坏。

(3) 最大拉应力 $\sigma_{\theta_{\max}}$ 断裂判据和最大拉应变 $\varepsilon_{\theta_{\max}}$ 断裂判据的预示结果与三维表面裂纹的翼形扩展现象吻合较好。最小应变能密度 $S_{\theta_{\min}}$ 判据和最大能量释放率 $G_{\theta_{\max}}$ 判据与试验现象相差较远。

(4) 反向裂纹的萌生机制在一定程度上与莫尔-库仑强度准则的计算结果比较相符。萌生后的反向裂纹与原裂纹尖端快速汇合, 也与由深部扩展过来的翼形裂纹汇合贯通。

(5) 本文试验及理论分析结果, 对岩土工程中结构面稳定性分析及锚固方案确定、地球表面断裂带稳定性判断及地震机制分析等都具有一定的参考价值。

致谢 感谢香港理工大学科研基金(PolyU5024/09P)和中国地震局地质研究所地震动力学重点实验室基金(LED0501)资助! 衷心感谢刘力强研究员、刘培洵研究员、郭彦双博士及北京理工大学马少鹏副教授在试验方面给予的大力支持和帮助!

参考文献(References):

- [1] BOBET A. The initiation of secondary cracks in compression[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2000, 66(2): 187 - 219.
- [2] DYSKIN A V, SAHOURYEH E, JEWELL R J, et al. Influence of shape and locations of initial 3D cracks on their growth in uniaxial compression[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, 70(15): 2 115 - 2 136.
- [3] HUANG Y, EGLINTON G, INESON P, et al. The mechanism of 3D crack growth in compression: the role of non-singular terms[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(3): 352 - 352.
- [4] DYSKIN A V, GERMANOVICH L N, USTINOV K B. A 3D model of wing crack growth and interaction[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1999, 63(1): 81 - 110.
- [5] WONG R H C, LAW C M, CHAU K T, et al. Crack propagation from 3D surface fractures in PMMA and marble specimens under uniaxial

- compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(1): 37 - 42.
- [6] WONG R H C, LAW C M, CHAU K T, et al. Crack propagation from 3D surface fractures in PMMA and marble specimens under uniaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(1): 37 - 42.
- [7] WONG R H C, HUANG M L, JIAO M R, et al. The mechanism of crack propagation from surface 3D fracture under uniaxial compression[J]. Key Engineering Materials, 2004, 261(1): 219 - 224.
- [8] HUSSAIN M A, PU S L, UNDERWOOD J H, et al. Strain energy release rate for a crack under combined mode I and "I and II" [R]. ASTM STP560, 1974: 2 - 28.
- [9] SIH G C. Mechanics of Fracture-method of analysis and solutions of crack problems[M]. [S. l.]: NoordHoff Int., 1973: 189 - 195.
- [10] 刘力强, 刘培洵, 黄凯珠, 等. 断层三维扩展的实验研究[J]. 中国科学 D 辑: 地球科学, 2008, 38(7): 833 - 841.(LIU Liqiang, LIU Peixun, WONG R H C, et al. Experimental investigation on 3D crack propagation[J]. Science in China Series D: Earth Science, 2008, 38(7): 833 - 841.(in Chinese))
- [11] 马少鹏. 数字散斑相关方法在岩石破坏测量中的发展与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(8): 1 410.(MA Shaopeng. Development and application of digital speckle correlation method of failure measurement for rock materials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(8): 1 410.(in Chinese))
- [12] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 401 - 402. (FAN Tianyou. Fracture theoretical foundation[M]. Beijing: Science Press, 2003: 401 - 402.(in Chinese))
- [13] 匡震邦, 马法尚. 裂纹端部场[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001: 125 - 132.(KUANG Zhenbang, MA Fashang. Crack tip field[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001: 125 - 132.(in Chinese))
- [14] 何庆芝, 酆正能. 工程断裂力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1993: 96 - 118.(HE Qingzhi, LI Zhengneng. Engineering fracture mechanics[M]. Beijing: Beihang University Press, 1993: 96 - 118.(in Chinese))
- [15] 贾学明, 王启智. 标定 ISRM 岩石断裂韧性新型试样 CCNBD 的应力强度因子[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(8): 1 227 - 1 233. (JIA Xueming, WANG Qizhi. Calibration of stress intensity factor for new type of fracture toughness specimen CCNBD suggested by ISRM[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(8): 1 227 - 1 233.(in Chinese))
- [16] 黎立云, 黎振兹, 孙宗硕. 岩石的复合型断裂试验与分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(2): 134 - 140.(LI Liyun, LI Zhenzi, SUN Zongqi. Experiment research and theoretical analysis in brittle fracture of rock under mixed-mode loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1994, 13(2): 134 - 140.(in Chinese))
- [17] 黄醒春, 陶连金, 曹文贵. 岩石力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 58 - 62.(HUANG Xingchun, TAO Lianjin, CAO Wengui. Rock mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005: 58 - 62.(in Chinese))
- [18] 李先炜. 岩块力学性质[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1983: 77 - 80. (LI Xianwei. Rock mechanical properties[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1983: 77 - 80.(in Chinese))