

# 数字高程模型地形描述精度的研究

王光霞<sup>1</sup>, 朱长青<sup>1, 2</sup>, 史文中<sup>3</sup>, 张国芹<sup>2</sup>

(1. 解放军信息工程大学 测绘学院, 河南 郑州 450052; 2. 中国科学院 测量与地球物理研究所, 湖北 武汉 430077; 3. 香港理工大学 土地测量与地理资讯学系空间信息研究中心, 香港)

## The Further Study on the Accuracy of DEM Terrain Representation

WANG Guang-xia<sup>1</sup>, ZHU Chang-qing<sup>1, 2</sup>, SHI Wen-zhong<sup>3</sup>, ZHANG Guo-qin<sup>2</sup>

(1. Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, Zhengzhou 450052, China; 2. Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Science, Wuhan 430077, China; 3. Advanced Research Centre for Spatial Information Technology, Department of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hongkong Polytechnic University, Hong Kong, China)

**Abstract:** The relation between DEM terrain representation error ( $E_t$ ) and the variation of DEM resolution ( $R$ ) and mean profile curvature ( $V$ ) is studied. And a new formula on the relation for RMS  $E_t$ ,  $R$  and  $V$  is described as:

$$\text{RMSE}_t = (0.006\ 1\ V + 0.002\ 7)\ R + 0.001\ 0\ V^2 - 0.064\ 9\ V + 0.569\ 5$$

On the other hand, a formula on the relation for RMS  $E_t$ ,  $R$  and slope  $W$  is described as:

$$\text{RMSE}_t = (0.000\ 1\ W^2 + 0.003\ 1\ W + 0.030\ 1)\ R + 0.000\ 8\ W^2 - 0.050\ 8\ W + 0.355\ 9$$

The analysis of the formulae shows that there is high accuracy by the developed formulae.

**Key words:** DEM; error; space resolution; mean profile curvature; slope

**摘 要:** 对数字高程模型(DEM)的地形描述误差( $E_t$ )与空间分辨率( $R$ )和平均剖面曲率( $V$ )的关系进行研究,得到地形描述误差的均方差值与  $R$ 、 $V$  的函数关系公式:  $\text{RMSE}_t = (0.006\ 1\ V + 0.002\ 7)\ R + 0.001\ 0\ V^2 - 0.064\ 9\ V + 0.569\ 5$ 。进一步,还得到地形描述误差的均方差值与  $R$ 、坡度  $W$  的函数关系公式:  $\text{RMSE}_t = (0.000\ 1\ W^2 + 0.003\ 1\ W + 0.030\ 1)\ R + 0.000\ 8\ W^2 - 0.050\ 8\ W + 0.355\ 9$ 。分析结果表明,所得公式具有好的效果。

**关键词:** DEM; 误差; 空间分辨率; 平均剖面曲率; 坡度

## 1 引 言

数字高程模型(DEM)是地形表面形态等多种信息的数字表示,其精度影响涉及 DEM 的使

用者和生产者,具有十分重要的意义。关于 DEM 的精度,已有很多研究,如 Monckton<sup>[1]</sup> 等对 DEM 误差的量化、检测方法和空间分布等进行了研究。Kidner<sup>[2]</sup> 等系统地研究了 DEM 精度的数学模型。

收稿日期: 2003-07-21; 修回日期: 2003-11-30

基金项目: 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室资助项目(WKL(01)0101); 中科院百人计划; 国家自然科学基金资助项目(40176032, 40174006)

作者简介: 王光霞(1962-), 女, 河南新乡人, 教授, 主要研究方向为地图学、空间数据处理。

特别地, 汤国安<sup>[3]</sup> 等研究了空间分辨率与地形复杂度对 DEM 精度的影响。并以地形描述误差概念为基础, 采用比较分析的方法, 研究数字高程模

型地形描述误差  $E_t$  的成因、影响因素、量测方法及误差的数学模拟途径, 得到了 6 种地貌类型  $E_t$  的均方差值(RMSE)与分辨率的线性回归方程

$$RMSE_t = \begin{cases} y=0.2139x-0.4278 & (\text{高山}, P=34.80, S=27.5) \\ y=0.1334x-0.3101 & (\text{中山}, P=21.24, S=20.7) \\ y=0.0999x-0.2253 & (\text{丘陵}, P=15.47, S=15.1) \\ y=0.0551x+0.1094 & (\text{低丘}, P=8.87, S=7.15) \\ y=0.0378x+0.2063 & (\text{平原}, P=5.96, S=2.42) \\ y=0.1181x-0.2770 & (\text{混合地形}, P=18.48, S=14.3) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $P$  为剖面曲率,  $S$  为平均坡度。方程(1)看为  $y = ax + b$ , 对系数  $a, b$  分别进行线性回归, 分别得到拟合方程

$$a = 0.0063V + 0.0066 \quad (2)$$

$$b = -0.022V + 0.2415 \quad (3)$$

基于这 2 个系数与平均剖面曲率的线性关系公式, 进而得到了 DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率关系公式

$$RMSE_t = (0.0063V + 0.0066)R - 0.022V + 0.2415 \quad (4)$$

上面公式可改写为

$$R = (RMSE_t + 0.022V - 0.2415) / (0.0063V + 0.0066) \quad (5)$$

由此, 可根据 DEM 的误差的限定指标直接推算适宜的 DEM 分辨率。

但是, 对公式(4)作进一步分析计算表明, 上述公式与原始数据存在较大的误差。例如, 对低丘地貌, 原始实验数据(表 1 和表 2)与公式(4)计算的  $E_t$  结果如图 1 所示。这里为后面比较起见, 也列出了根据下节公式推导的结果。

表 1 试验区主要地形因子及 DEM 精度<sup>[1]</sup>

Tab. 1 Major topographic variables and the accuracy of original DEMs

	平原	低丘	丘陵	中山	高山	混合类型	
地理位置	关中平原	东北漫岗	江南丘陵	北京军都山	秦岭首阳山	陕西骊山	
试验区地形因子	平均高程/m	425	224	227	824	2 614	662
	平均坡度/m	2.42	7.15	15.1	20.7	27.5	14.3
	剖面曲率/°	5.96	8.87	15.47	21.24	34.80	18.48
原始 DEM 精度	均方差/m	0.39	0.64	1.15	1.52	2.82	1.35
	标准差/m	0.28	0.57	1.04	1.41	2.16	1.23
	平均误差/m	0.24	0.41	0.91	1.03	2.09	1.11

表 2 不同地貌类型区  $E_t$  均方差值(RMSE)统计表<sup>[1]</sup>

Tab. 2 RMSE  $E_t$  of different terrain types

分辨率 / m	平原	低丘	丘陵	中山	高山	混合类型
10	0.599	0.678	0.856	1.012	1.378	0.938
20	0.975	1.237	1.831	2.350	3.571	2.102
30	1.350	1.796	2.805	3.687	5.763	3.226
40	1.726	2.355	3.779	5.025	7.955	4.431
50	2.101	2.914	4.754	6.363	10.148	5.595
60	2.476	3.474	5.728	7.701	12.340	6.759
70	2.852	4.033	6.703	9.039	14.533	7.924
80	3.227	4.592	7.677	10.376	16.725	9.088
90	3.602	5.151	8.651	11.714	18.917	10.252
100	3.978	5.710	9.626	13.052	21.110	11.417

从图 1 可见, 若取  $RMSE_t$  为 3, 则从公式(4)中得到应取空间分辨率为 40, 但从原始实验数据上看, 分辨率为 50 即可。对其他地貌类型, 也有类似的误差。因此, 公式(4)及公式(5)有必要进行进一步的研究。

笔者根据表 1、表 2 数据, 通过对公式(2)特别是公式(3)的分析, 提出了新的系数拟合数学模型, 进而得到新的 DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率关系公式, 并推导了 DEM 误差与空间分辨率和平均坡度关系公式。对得到的公式进行精度比较分析后, 表明所提出的公式具有更好的效果。

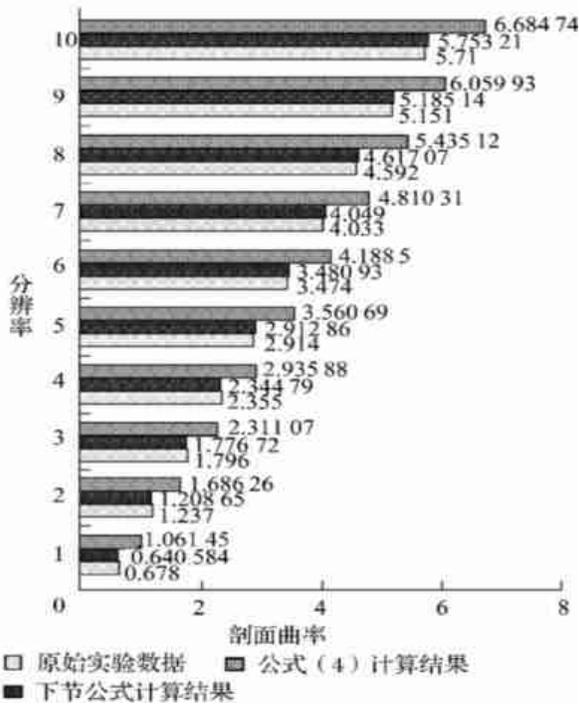


图1 低丘地形 DEM 统计数据与公式(4)计算结果  
Fig.1 The calculated result by formula (4) and statistic data for terrain

## 2 DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率关系公式

通过对公式(4)和公式(5)的分析,推导出新的DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率关系公式,并对结果进行分析比较。

### 2.1 公式推导

公式(4)及公式(5)是通过公式(1)中系数  $a, b$  分别进行线性回归得到的。因此,回归公式的精度将决定公式(4)及公式(5)的准确性。图2和图3分别表示公式(1)中系数  $a, b$  与平均剖面曲率位置关系。

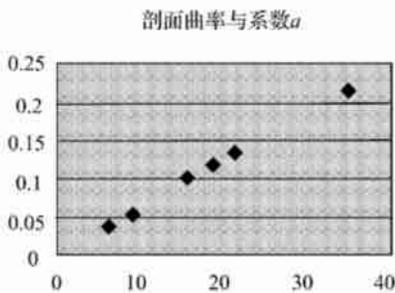


图2 剖面曲率与系数  $a$  之间关系  
Fig. 2 The relation between profile curvature and coefficient  $a$

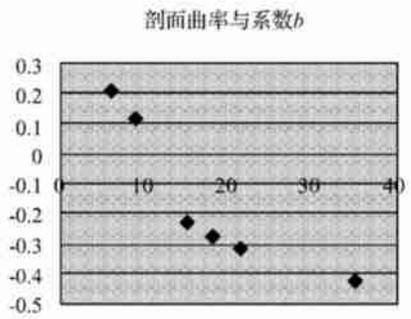


图3 剖面曲率与系数  $b$  之间关系  
Fig. 3 The relation between profile curvature and coefficient  $b$

从图2可见,系数  $a$  与剖面曲率具有良好的线性关系,因此利用线性回归可以得到拟合直线方程

$$a = 0.0061V + 0.0027 \quad (6)$$

但从图3可见,系数  $b$  与剖面曲率的线性相关性并不好,利用直线拟合势必产生较大的误差,进而影响 DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率的关系。实际上,从图3可见,系数  $b$  与剖面曲率存在较好的二次函数关系,因而利用二次函数进行拟合更为适宜。利用最小二乘原理,得到系数  $b$  与剖面曲率的二次函数关系式为

$$b = 0.0010V^2 - 0.0649V + 0.5695 \quad (7)$$

图4显示了用一次和二次函数对系数  $b$  与剖面曲率拟合的曲线。

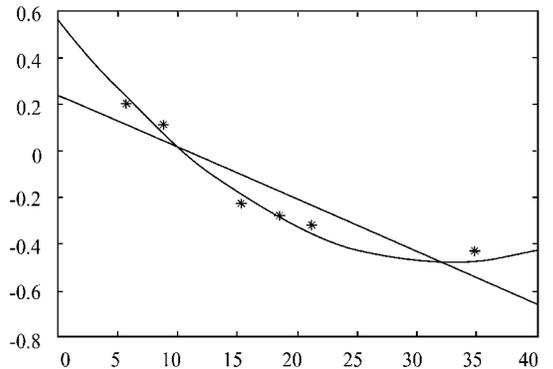


图4 系数  $b$  与剖面曲率的拟合图(直线是线性拟合结果,曲线是二次拟合结果)

Fig. 4 The approach of profile curvature against coefficient  $b$ (the straight line is the linear approach, and the curve is the square approach)

利用公式(6),公式(7),结合公式(1),可以得到DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率新的关系公式

$$RMS E_t = (0.006 1 V + 0.002 7) R + 0.001 0 V^2 - 0.064 9 V + 0.569 5 \quad (8)$$

及改写公式

$$R = (RMSE_t - 0.001 0 V^2 + 0.064 9 V - 0.569 5) / (0.006 1 V + 0.002 7) \quad (9)$$

由此, 可以根据 DEM 的误差的限定指标直接推算适宜的 DEM 分辨率。

### 2.2 精度分析

从图 4 可见, 二次曲线对系数  $b$  与剖面曲率的拟合效果好于直线对系数  $b$  与剖面曲率的拟合效果。下面, 对得到公式的结果进一步利用相关系数及中误差进行分析与评价。

首先, 计算公式(6), 公式(7)的相关系数。结果见表 3。

表 3 方程系数与剖面曲率之间的相关系数

Tab. 3 The correction coefficient of regression against profile curvature

	系数 $a$ 与剖面曲率	系数 $b$ 与剖面曲率
文献[1]中的方法	0.989 9	0.842 5
本文方法	0.998 9	0.988 2

从表 3 可见, 与公式(2)、(3)相比, 公式(6)特别是公式(7)具有更好的相关性。

表 5 公式(4)和公式(8)与原始数据比较结果

Tab. 5 The comparison result for formula (4) and (8) with the original data

	平原	低丘	丘陵	中山	高山	混合类型
公式(4)	0.313 9	0.344 9	0.428 1	0.502 5	0.680 1	0.464 4
公式(8)	0.089 1	0.025 8	0.098 1	0.123 1	0.159 2	0.120 5

从表 5 可见, 本文提出的方法得到的 DEM 误差与空间分辨率和平均剖面曲率公式相比较具有更好的效果, 尤其在平原、低丘和丘陵地区中误差提高了一个数量级。

### 3 DEM 误差与空间分辨率和坡度关系公式

利用公式(1), 推导出 DEM 误差与空间分辨率和不同坡度关系的公式。

#### 3.1 公式推导

对公式(1)中系数  $a, b$  分别与不同地貌类型对应的坡度进行回归分析。

进而, 分析公式(2)、(3)及公式(6)、(7)的拟合误差, 结果用中误差表示。中误差公式为

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_i - h_i')^2$$

式中,  $h_i$  为原始数据,  $h_i'$  是根据公式计算的结果,  $N$  是拟合点的个数。

表 4 分别给出了公式(2), 公式(3)与公式(6), 公式(7)的拟合误差。从表 4 可见, 公式(6)特别是公式(7)具有更好的拟合效果。

表 4 拟合曲线误差

Tab. 4 The error of approach curve

	系数 $a$ 与剖面曲率	系数 $b$ 与剖面曲率
文献[1]中的方法	0.003 0	0.040 4
本文方法	0.000 8	0.014 3

另外, 利用表 2 得到不同地貌类型区  $E_t$  均方差值, 对公式(8)及文献[1]中公式(4)进行计算分析。图 1 显示了低丘地区原始数据及公式(4)和公式(8)的计算结果, 从图 1 中可见, 公式(8)结果较好。对其他地貌类型, 也有类似的结果。

此外, 这里还评价了各种地貌类型在不同分辨率下利用公式(4)及公式(8)计算的值与原始数据的比较结果, 结果用中误差表示(表 5)。

系数  $a$  与坡度, 利用线性回归可以得到拟合直线方程

$$a = 0.006 8 W + 0.011 2 \quad (10)$$

进而, 利用二次函数进行拟合, 得到相应的拟合公式

$$a = 0.000 1 W^2 + 0.003 1 W + 0.030 1 \quad (11)$$

对于系数  $b$  与坡度, 进行同样的回归, 分别得到拟合直线方程和拟合二次函数方程

$$b = -0.026 6 W + 0.231 9 \quad (12)$$

$$b = 0.000 8 W^2 - 0.050 8 W + 0.355 9 \quad (13)$$

图 5, 图 6 分别显示了一次和二次曲线对系数与坡度的拟合曲线。

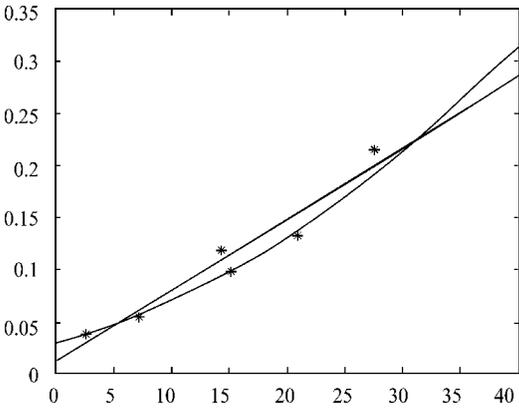


图 5 系数  $a$  与坡度的拟合曲线

Fig. 5 The approach of slope against coefficient  $a$

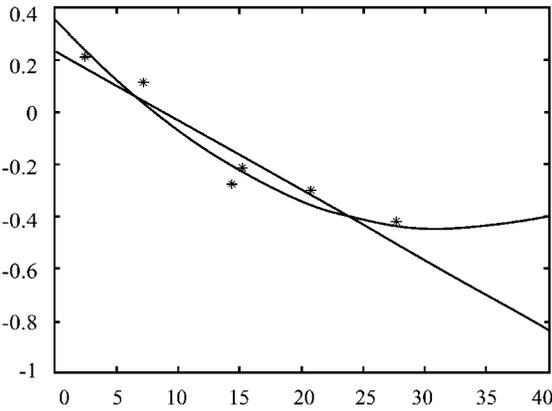


图 6 系数  $b$  与坡度的拟合曲线

Fig. 6 The approach of slope against coefficient  $b$

从表 5, 图 6 可见, 二次拟合比线性拟合具有

表 7 公式 (14) 与原始数据比较结果

Tab. 7 The contact result for formula (14) in this paper with the original data

	平原	低丘	丘陵	中山	高山	混合类型
公式 (14)	0.052 8	0.042 3	0.066 8	0.183 8	1.429 4	1.320 0

由表 7 可见, 公式 (14) 在平原、低丘、丘陵、中山情况下与原始数据有较好的表示效果, 但混合类型和高山情形结果较差。结果不是很好的原因还在于系数  $a, b$  与坡长之间的拟合或相关性不是很好。

### 4 结论

通过对 DEM 精度的地形描述误差与空间分辨率和平均剖面曲率关系的进一步分析, 提出了新的系数拟合数学模型, 进而得到新的 DEM 误差与空间分辨率与平均剖面曲率关系公式。公式

更好的效果。因此, 这里利用系数与坡度的二次拟合方程得到如下的 DEM 误差与空间分辨率和坡度关系公式

$$RMSE_t = (0.000\ 1\ W^2 + 0.003\ 1\ W + 0.030\ 1)R + 0.000\ 8\ W^2 - 0.050\ 8\ W + 0.355\ 9 \quad (14)$$

另外, 由式 (14) 有

$$R = (RMSE_t - 0.000\ 8\ W^2 + 0.050\ 8\ W - 0.355\ 9) / (0.000\ 1\ W^2 + 0.003\ 1\ W + 0.030\ 1) \quad (15)$$

由此, 可以根据 DEM 的误差的限定指标直接推算适宜的 DEM 分辨率。

### 3.2 精度分析

为了比较拟合效果, 分别计算公式 (10) ~ 公式 (13) 的相关系数, 结果见表 6。

表 6 相关系数

Tab. 6 The correction coefficient of regression against slope

	系数 $a$ 与坡度	系数 $b$ 与坡度
线性拟合	0.949 1	0.903 0
二次函数拟合	0.969 9	0.958 3

表 6 进一步表明, 二次拟合比线性拟合具有更好的效果。

进而, 利用表 2 得到不同地貌类型区  $E_t$  均方差值, 对公式 (14) 进行计算分析。表 7 给出了各种地貌类型在不同分辨率下利用公式 (14) 计算的值与原始数据的比较结果, 结果用中误差表示。

表明, 利用新的公式得到的结果与原始数据比较, 取得了较精确的效果。另外, 还对地形描述误差的均方差值与空间分辨率  $R$ 、坡度  $W$  的关系进行了研究, 得到了相应的函数关系公式, 所得公式具有较高的精度。

本文所得的公式, 可以较高精度地确定 DEM 误差与空间分辨率及平均剖面曲率、坡度之间的关系, 为 DEM 应用及误差分析提供了更为可靠的理论依据。但从试验结果也说明, 对于高山和混合类型地貌, 公式还应该作进一步的改进。

### 参考文献:

[ 1 ] MONCKTON C. An Investigation into the Spatial Structure of Error in Digital Elevation Data[ M]. London: Taylor and Francis, 1994.

[ 2 ] KIDNER D B. High-order Interpolation of Regular Grid Digital Elevation Models[ J]. International Journal of Remote Sensing, 2003, 21(14):2 981-2 987.

[ 3 ] TANG Guo-an, GONG Jian-ya *et al.* A Simulation on the Accuracy of DEM Terrain Representation[ J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2001, 30 (4): 361-365. (in Chinese)

[ 4 ] WU Gong-fu, AN Wan-fu, Liu Jing-hai. Data Analysis Method[ M]. Beijing: China Statistics Press, 1992. (in Chinese)

### 英文摘要的几点要求

对于科技期刊的文章, 文摘主要由三部分组成, 即: 研究的问题、过程和方法、结果。文摘只有写得正确, 写的好, 才能起到帮助读者了解原文的作用。因此必须对文献进行认真的主题分析, 找出文献的主题概念, 正确地组织好这些主题内容, 简明准确完整地写出文摘来。

文摘最好要有具体内容, 如果有可能, 要把具体的“过程”, “变化规律”和“有效措施”写出来。文摘长度一般不超过 150 words。少数情况下允许例外, 视原始文献而定。在不遗漏主题概念的前提下, 文摘应尽量简洁。

#### 缩短文摘方法

- 取消不必要的字句: 如“ It is reported...”, “ Extensive investigations show that ...”, “ The author discusses ...”, “ This paper concerned with ...”; 文摘开头的“ In this paper, ” 一些不必要的修饰词, 如“ in detail”, “ briefly”, “ here”, “ new”, “ mainly” 也尽量不要。
- 对物理单位及一些通用词可以适当进行简化;
- 取消或减少背景信息(Background Information); 一篇文摘的背景信息如果过长或占文摘篇幅的比例过大, 则往往伴随着对作者所做的工作描述过于笼统和简单。
- 限制文摘只表示新情况, 新内容, 过去的研究细节可以取消;
- 不说无用的话, 如“ 本文所谈的有关研究工作是对过去老工艺的一个极大的改进”, “ 本工作首次实现了...”, “ 经检索尚未发现与本文类似的文献” 等词句切不可进入文摘;
- 作者在文献中谈及的未来计划不纳入文摘;
- 尽量简化一些措辞和重复的单元, 如:

不用	而用
at a temperature of 250 °C to 300 °C	at 250 °C— 300 °C
at a high pressure of 2000 psig	at 2000 psig
at a high temperature of 1500 °C	at 1500 °C
discussed and studied in detail	discussed

- 文摘第一句应避免与题目(Title)重复。

#### 文体风格

- 文摘叙述要完整, 清楚, 简明;
- 尽量用短句并避免句形单调;
- 用过去时态叙述作者工作, 用现在时态叙述作者结论; 如“ The structure of dislocation cores in GaP was investigated by weak-beam electron microscopy. The dislocations are dissociated into two Shockley partials with separations of 80 ± 10 and 40 ± 10 Å in the pure edge and screw cases respectively. The results show that ...”
- 能用名词做定语不要用动词做定语, 能用形容词做定语就不要用名词做定语。

例如: 用 measurement accuracy 不用 measuring accuracy; 用 experimental results 不用 experiment results. 可直接用名词或名词短语作定语的情况下, 要少用 of 句型。

例如: 用 measurement accuracy 不用 accuracy of measurement; 用 camera curtain shutter 不用 curtain shutter of camera; 用 equipment structure 不用 structure of equipment.

- 可用动词的情况尽量避免用动词的名词形式;
- 例如: 用 Thickness of plastic sheets was measured 不用

Measurement of thickness of plastic sheet was made.

- 注意冠词用法, 不要误用, 滥用或随便省略冠词。

7. 避免使用一长串形容词或名词来修饰名词, 可以将这些词分成几个前置短语, 用连字符连接名词组, 作为单位形容词(一个形容词)。

如应用 The chlorine-containing propylene-based polymer of high melt index 代替 The chlorine containing high melt index propylene based polymer.

- 尽量用主动语态代替被动语态;
- 尽量用简短、词义清楚并为人们熟知的词;
- 慎用行话和俗语;

- 语言要简练, 但不得使用电报型语言;

如 Adsorption nitrobenzene on copper chromite investigation 应为 Adsorption of nitrobenzene on copper chromite was investigated.

12. 文词要纯朴无华, 不用多姿多态的文学性描述手法

13. 组织好句子, 使动词尽量靠近主语; 例如:

不用: The decolorization in solutions of the pigment in dioxane, which were exposed to 10 hr of UV irradiation, was no longer irreversible. 而用: When the pigment was dissolved in dioxane, decolorization was irreversible after 10hr of UV irradiation.

14. 删繁从简;

如用 increased 代替 has been found to increase; 用 the results show 代替 from the experimental results it can be concluded that.

15. 文摘中涉及其他人的工作或研究成果时, 尽量列出他们的名字及文献出处;

16. 文摘词语拼写, 用英美拼法都可以, 但在每篇文章中须保持一致。

17. 文摘中不能出现“图××”, “方程××”和“参考文献××”等句子。

#### 几点注意事项

1. 不要用 home made 表示“国产”这个概念, home made 实际上表示的是“家庭制造”这一概念。

2. 如果不会引起误解, 可数名词尽量用复数。

3. 注意中英文不同的表达方法。不要简单地逐字直译。例如, 不要将 because 放在句首表达“因为”这一概念, because 表示原因语气用在文摘中过强。不要用“XX are analyzed and studied (discussed)”。来直译“分析研究(讨论)”这一中文概念。用“XX are analyzed”就可以了。尽量不要使用 not only ...but also 直译中文“不但”...“而且”这一概念, 用 and 就行了。

4. 文摘中的特殊字符。特殊字符主要指各种数学符号、上下脚标及希腊字母, 它们无法直接输入计算机, 因此都需转成键盘上有的字母和符号。因此尽量少用特殊字符及由特殊字符组成的数学表达式以免影响文摘本身的准确性和可读性, 改用文字表达或文字叙述。

5. 缩写字及首字母缩写词 (Abbreviations and Acronyms)。对那些已经为大众所熟悉的缩写词, 如 radar, laser, CAD 等, 可以直接使用。对于那些仅为同行所熟悉的缩略语, 应在题目、文摘或关键词中至少出现一次全称。