

# 非正交曲面参数网下的曲率适配在五坐标端铣加工复杂曲面中的应用

叶少林<sup>1</sup>, 刘鹤然<sup>2</sup>, 林小禾<sup>2</sup>, C.Y.Chan<sup>3</sup>

(1.湖南交通职业技术学院, 湖南 长沙 410004; 2.浙江科技学院 机电系, 浙江 杭州 310012; 3.香港理工大)

摘要: 提出的内凹的盘铣刀铣可加工凹曲面又加工凸曲面。通过改变刀盘曲轴与曲面的截线和刀盘半径有相同的曲率和曲率导数。

关键词: 盘铣刀; 曲面; 曲率; 干涉

中图分类号: TH721

文献标识码: A

文章编号: 1006-0316(2005)10-0057-02

## The curvature match of the tool and surface in the non-vertical coordinate system

YE Shao-lin<sup>1</sup>, LIU Hu-ran<sup>2</sup>, LIN Xiao-he<sup>2</sup>, C.Y.Chan<sup>3</sup>

(1.Hunan communication polytechnic, Changsha 410004; 2.Dept. of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China; 3. The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

Abstract: This paper presents a new method in which the disc cutter always has the same curvature and the curvature differential with that of the surfaces being machined.

Key words: disk miller; surfaces; curvature; interference

在五坐标联动机床上用盘铣刀端铣加工复杂曲面是 CAD/CAM 中的一个热点。本文提出的内凹的盘铣刀铣可加工凹曲面又加工凸曲面。通过改变刀盘曲轴与曲面的截线和刀盘半径有相同的曲率。但问题并非如此简单, 如果曲面直线与刀盘周围有相同的曲率, 但曲率的导数不同, 刀尖的轨迹就将进入理论曲面的尖体体之内, 既发生过切或曲率干涉。不过可通过调整切线在切面内的方向, 使得沿某方向不仅曲率相同, 且曲率导数也相同。由于周围的曲率为常数, 其导数为 0, 故要求曲面截线导数也为 0。但求曲率导数很繁杂, 本文提出工程适用方法。

### 1 曲面的三阶近似

设曲面的  $r=r(u,v)$

按马克劳森级数开:

$$\bar{\partial\gamma} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!(n-i)!} \cdot \frac{\partial^n r}{\partial u^i \partial v^{(n-i)}} \Delta u^i \Delta v^{(n-i)}$$

与法矢  $n$  点乘:

$$n \cdot \bar{\partial\gamma} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!(n-i)!} \cdot \frac{n \cdot \partial^n r}{\partial u^i \partial v^{(n-i)}} \Delta u^i \Delta v^{(n-i)}$$

收稿日期: 2005-03-07

基金项目: 省基础研究基金“曲面原理与应用”资助

$$\text{由 } \frac{\partial r}{\partial u} \cdot n = 0, \frac{\partial r}{\partial v} \cdot n = 0$$

$$\text{故有: } \Delta = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!(n-i)!} \cdot \frac{n \cdot \partial^n r}{\partial u^i \partial v^{(n-i)}} \Delta u^i \Delta v^{(n-i)}$$

一般情况下展开到三阶, 3 阶近似曲面可示为

$$Z = ax^2 + bx'y + cy^2 + dx^3 + ex^2y + fx'y^2 + gx'y^3$$

在  $z=0$  处既原曲面被加工点, 曲面曲率外常接近于其近似曲面曲率。

### 2 法截线曲率

众所周知, 曲面沿任一方向的法曲率就等于法截线曲率, 但对一般曲面求法截线再求法截线曲率未必方便, 有时甚至无法得到复函数的形式。由于上文已将曲面近似的表示成 3 阶抛物面, 故直接用法截线求曲率就很方便。设沿某方向  $y=kx$ ,  $k$  为待定系数:

$$Z = (a' + b'k + c'k^2)x^2 + (d + ek + fk^2 + gk^3)x^3 = p(k)x^2 + q(k)x^3$$

图 1 为点到切平面的距离。

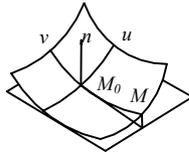


图1 点到切平面的距离

即沿 k 方向法截线为 3 次抛物线。法截线曲率

$$R = \frac{(1+z'^2)^{\frac{3}{2}}}{z''} \Big|_{x,y=0} = \frac{1}{z''} \Big|_{x=0} = \frac{1}{2p} = \frac{1}{2(a+bk+ck^2)}$$

### 3 法截线曲率的导数

图 2 为刀盘曲率与截线曲率,图 3 为曲线坐标。

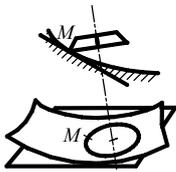


图2 刀盘曲率与截线曲率

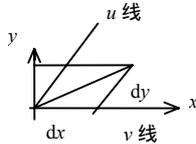


图3 曲线坐标

$$R' = 3z'(z'')^2 - z'''(1+z'^2) \Big|_{x,y=0}$$

由于圆盘刀尖轨迹曲率的导数为 0,为使它们之间更贴切,也应使法截线曲率导数为 0。故有:

$$z''' = 0 \quad \partial q = 0$$

由上式确定法截线曲率等于 0 的方向 k,再由

$$c_{13} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

刀具的轴线方向:  $[0 \ 0 \ 1]^T$

$$(l' \ m' \ n')^T = C_{93}(0 \ 0 \ 1)^T = (\sin \alpha \sin \beta \ -\sin \alpha \cos \beta \ \cos \alpha)^T$$

变换到坐标系  $x_1, y_1, z_1$ :

为使机床调整的刀具方向与高阶切削所要求的轴线方向一致,应有

$$\frac{l}{l'} = \frac{m}{m'} = \frac{n}{n'}$$

由此求  $\alpha, \beta$ .

### 5 结论

本文的简化方法通过改变刀盘曲轴线与曲面的截线和刀盘半径有相同的曲率和曲率导数。

默压埃定理:

$$R \sin \eta = R_c \quad \sin \eta = \frac{R_c}{R}$$

式中:  $R_c$  为刀具半径;  $\eta$  为刀具轴线倾角。

值得指出的是,  $x'$  和  $y'$  不一定要正交。故要确定实际曲面上所取的法截线方向与  $\Delta y/\Delta x=k$  的斜率之间关系。如图所示,由正弦定理:

$$\frac{\Delta x'}{\sin(\gamma - \beta)} = \frac{\Delta y'}{\sin \beta}$$

式中:  $\gamma$  为  $ax'$  与  $ay'$  之夹角;  $\beta$  为所去法截线方向与  $u$  线之夹角。由上式得:

$$R = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{\sin \beta}{\sin(\gamma - \beta)}$$

### 4 加工方法的实现

如何根据上述刀具轴线方向和刀具中心坐标来约束机床的运动呢?现在以二汽进口的西班牙 Kelingenberg 五轴数控模具铣床为例,设机床刀轴方向是这样控制的,先过刀心建立与机床移动轴平行的  $x_1, y_1, z_1$  坐标系,先绕  $z_1$  轴旋转  $\beta$  角得  $x_2, y_2, z_2$  坐标系,其中  $z_2$  与  $z_1$  重合,再绕  $x_2$  轴转  $\alpha$  角,得  $x_3 y_3 z_3$  坐标系,其中  $x_3$  与  $x_2$  重合,  $z_3$  轴便是刀具轴线方向,坐标变换矩阵:

### 参考文献:

[1] Susan X li. 5-axis Machining of sculptured surfaces with a flat-end cutter. Computer\_Aided Design.vol1994, 26 (3): 165 - 178.

[2] Lee Yuan-shin Non-isoparametric tool path planning by machining strip evaluation for 5-axis sculptured surface machining. 1998, 30(7): 559-570.

[3] Yuan-Shin Lee. Admissible tool orientation control of gouging avoidance for 5-axis complex surface. Aided Design1997.29, (3): 507 - 521.

[4] B K Vhoi. Cutter-location data optimization in 5-axis surface machining. Computer\_Aided Design. 1993, 25 (6): 377 - 386.

[5] B H Kim. Effect of cutter mark on surface roughness and scallop height in sculptured surface Computer\_Aided Design. 1994, 26(3): 179 - 188.

[6] Xiong-Wei Liu. Five-axis NC cylindrical milling of sculptured surfaces. Computer\_Aided Design. 1995, 27 (3): 887 - 894.