

由桥梁动力响应识别过桥汽车参数的灵敏度方法

卜建清¹, 王 扬¹, 罗韶湘²

(1. 石家庄铁道学院 交通工程分院, 河北 石家庄 050043 2 香港理工大学 土木与结构工程系, 香港)

摘要: 为了识别通过桥梁汽车的参数, 提出了在灵敏度分析的基础上由简支梁桥动力响应识别过桥汽车参数的方法。将汽车抽象为两自由度五参数模型, 用有限元方法计算桥梁的动力响应。从对未知参数的猜测值开始, 由测试或模拟计算的动力响应用最小二乘法和规则化技巧识别过桥汽车参数, 用邻近两次识别参数的百分相对误差 (RPE) 控制迭代过程的终止。由数值模拟结果可知, 识别得到的汽车参数是令人满意的, 其中质量的识别精度最高, 表明该方法识别过桥汽车参数可行。

关键词: 参数识别; 灵敏度分析; 规则化方法; 迭代

中图分类号: O327 U311 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-3226(2006)03-0001-05

在诸如预测和分析车辆或桥梁的动力响应、汽车与桥面或路面之间的接触力以及乘坐舒适度评价和车桥“友好性”评价等方面, 识别汽车的参数具有重要的意义。车-桥接触力将汽车和桥梁振动耦合在一起, 桥梁的动力响应由不断变化的接触力产生, 同时又反过来影响接触力, 从而影响汽车的振动。车-桥接触力由车辆质量 (惯性力)、刚度 (弹性力) 和阻尼 (阻尼力) 综合形成, 由桥梁的动力响应识别汽车参数是可以进行尝试的。许多科技工作者在这方面作了大量的工作, 也总结了一些方法^[1~5]。Jiang和 Au^[6,7]等在遗传算法的基础上用多阶段优化法由连续梁桥的动力响应识别过桥汽车参数。提出了在灵敏度分析的基础上由简支梁桥的动力响应识别过桥汽车参数的方法。将汽车等效为两自由度五参数模型, 用有限元方法计算桥梁的动力响应。从对未知参数的猜测值开始, 由测试或模拟计算的动力响应用最小二乘法和规则化技巧识别过桥汽车参数。

1 桥梁响应对汽车参数的灵敏度分析

如图 1 所示, 桥梁被等分为 $m - 1$ 个欧拉梁单元, 采用三次插值形函数, 根据瑞利 (Rayleigh) 阻尼假

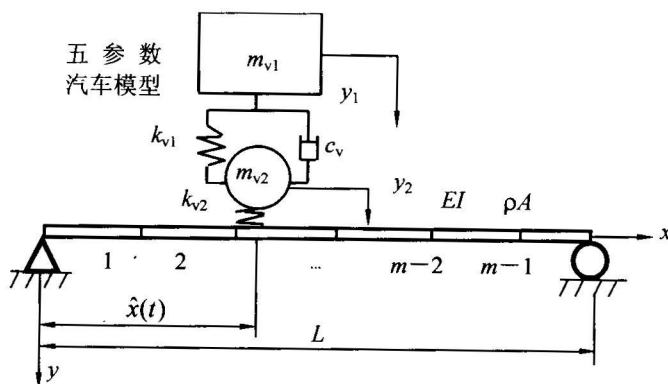


图 1 汽车-桥梁系统模型

收稿日期: 2005-12-16

作者简介: 卜建清 男 1968年出生 副教授

基金项目: 河北省自然科学基金项目 (E200600394), 香港研究发展资助局项目 (PolyU 5043/02E)

©1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

设, 桥梁的振动控制方程为

$$M_b \ddot{R} + C_b \dot{R} + K_b R = H P_{\text{int}} \quad (1)$$

式中, M_b, C_b, K_b 为桥梁的质量、阻尼和刚度矩阵; \ddot{R}, \dot{R}, R 为节点加速度、速度和位移列向量; P_{int} 为车桥接触点处的作用力; H 为 $N \times 1$ 列向量, 车轮所在单元节点自由度对应的元素为非零, 其余元素均为零, N 为考虑了桥梁边界条件之后总的自由度数量。

图 1 所示的五参数汽车模型, 由上部质量 m_{v1} 、下部质量 m_{v2} 、悬挂系统阻尼 c_v 、悬挂系统弹簧刚度 k_{v1} 和汽车轮胎刚度 k_{v2} 五个部分组成, 其振动方程为

$$m_{v1} \ddot{y}_1 + c_v (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_{v1} (y_1 - y_2) = 0 \quad (2a)$$

$$m_{v2} \ddot{y}_2 - c_v (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) - k_{v1} (y_1 - y_2) + k_{v2} [y_2 - (w(x(t)) + r(x(t)))] = 0 \quad (2b)$$

式中, $y_1, y_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \ddot{y}_1$ 和 \ddot{y}_2 分别为汽车上部质量 m_{v1} 、下部质量 m_{v2} 的位移、速度和加速度响应; $w(x(t))$ 表示 t 时刻车桥接触点 $x(t)$ 处桥梁的垂向挠度。

车桥接触点处的作用力可以表示为

$$P_{\text{int}} = (m_{v1} + m_{v2})g + k_{v2} [y_2 - (w(x(t)) + r(x(t)))] = (m_{v1} + m_{v2})g - m_{v1} \ddot{y}_1 - m_{v2} \ddot{y}_2 \quad (3)$$

式中, g 为重力加速度。把 (3) 代入 (1) 中, 然后将方程 (1) 和 (2) 组合在一起, 整理得到车桥耦合振动方程

$$\begin{bmatrix} M_b & Hm_{v1} & Hm_{v2} \\ 0 & m_{v1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{v2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{R} \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b & 0 & 0 \\ 0 & c_v & -c_v \\ 0 & -c_v & c_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{R} \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_b & 0 & 0 \\ 0 & k_{v1} & -k_{v1} \\ -k_{v2}H^T & -k_{v1} & k_{v1} + k_{v2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R \\ y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H(m_{v1} + m_{v2})g \\ 0 \\ k_{v2}r(\tilde{x}(t)) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

方程 (4) 两边对汽车参数 $m_{v1}, m_{v2}, k_{v1}, k_{v2}$ 和 c_v 取一阶导数后整理有

$$M \dot{S}_{m_{v1}} + C S_{m_{v1}} + K S_{m_{v1}} = P_{m_{v1}} \quad (5a)$$

$$M \dot{S}_{m_{v2}} + C S_{m_{v2}} + K S_{m_{v2}} = P_{m_{v2}} \quad (5b)$$

$$M \dot{S}_{c_v} + C S_{c_v} + K S_{c_v} = P_{c_v} \quad (5c)$$

$$M \dot{S}_{k_{v1}} + C S_{k_{v1}} + K S_{k_{v1}} = P_{k_{v1}} \quad (5d)$$

$$M \dot{S}_{k_{v2}} + C S_{k_{v2}} + K S_{k_{v2}} = P_{k_{v2}} \quad (5e)$$

$$\text{式中, } M = \begin{bmatrix} M_b & Hm_{v1} & Hm_{v2} \\ 0 & m_{v1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{v2} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} C_b & 0 & 0 \\ 0 & c_v & -c_v \\ 0 & -c_v & c_v \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} K_b & 0 & 0 \\ 0 & k_{v1} & -k_{v1} \\ -k_{v2}H^T & -k_{v1} & k_{v1} + k_{v2} \end{bmatrix}; \dot{S}_{m_{v1}} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\ddot{R}_1}{\dot{m}_{v1}} & \frac{\ddot{R}_2}{\dot{m}_{v1}} & \dots & \frac{\ddot{R}_N}{\dot{m}_{v1}} & \frac{\ddot{y}_1}{\dot{m}_{v1}} & \frac{\ddot{y}_2}{\dot{m}_{v1}} \end{bmatrix}^T; P_{m_{v1}} = \begin{bmatrix} Hg - H\dot{y}_1 \\ -\ddot{y}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, P_{m_{v2}} = \begin{bmatrix} Hg - H\dot{y}_2 \\ 0 \\ -\ddot{y}_2 \end{bmatrix}, P_{c_v} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_2 - y_1 \\ y_1 - y_2 \end{bmatrix}, P_{k_{v1}} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ y_2 - y_1 \\ y_1 - y_2 \end{bmatrix}, P_{k_{v2}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H^T R - y_2 + r(x(t)) \end{bmatrix}; \dot{S}_{m_{v2}}, \dot{S}_{c_v}, \dot{S}_{k_{v1}}, \dot{S}_{k_{v2}}, \dot{S}_{m_{v1}}, \dot{S}_{m_{v2}}, \dot{S}_{c_v}, \dot{S}_{k_{v1}}, \dot{S}_{k_{v2}} \text{ 和 } \dot{S}_{m_{v1}}, \dot{S}_{m_{v2}}, \dot{S}_{c_v}, \dot{S}_{k_{v1}}, \dot{S}_{k_{v2}} \text{ 与}$$

$\dot{S}_{m_{v1}}$ 有相同的形式, 分别为桥梁节点和车辆的加速度、速度和位移等动力响应对汽车参数的一阶灵敏度。

方程 (4) 和 (5) 均为时变二阶偏微分方程, 用 Newmark 方法求解即可。桥梁任意位置 x 处 t 时刻的垂向挠度、速度和加速度为

$$w(x, t) = H(x)R(t) \quad (6a)$$

$$\dot{w}(x, t) = H(x)\dot{R}(t) \quad (6b)$$

$$\ddot{w}(x, t) = H(x)\ddot{R}(t) \quad (6c)$$

式中, $H(x)$ 为 x 处的形函数, 除了对应 x 所在单元的节点自由度的元素之外, 其余均为零。

2 汽车参数识别

2.1 由测试应变识别汽车参数

根据(6a)式,桥梁 x 处 t 时刻的应变可以写成如下形式

$$\varepsilon(x, t) = -z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} = -z \frac{\partial^2 (H(x)R(t))}{\partial x^2} \quad (7)$$

式中, z 为中性轴距梁底的距离。式(7)可以写为

$$\varepsilon(x, t) = \varphi R \quad (8)$$

式中, $\varphi = -H''(x)$, $H''(x)$ 为 $H(x)$ 对 x 的二阶导数。

应变还可以近似地用广义正交函数^[8] $T(t)$ 表示为

$$\varepsilon(x, t) = \sum_{i=1}^{N_f} T_i(t) C_i(x) \quad (9)$$

式中, $\{T_i(t), i=1, 2, \dots, N_f\}$ 为广义正交函数; N_f 为广义正交函数所取的阶数; $\{C_i(x), i=1, 2, \dots, N_f\}$ 是系数向量。 N_s 个测点的应变可以表示为

$$\varepsilon = CT = \Phi R \quad (10)$$

式中, $T = \{T_0(t), T_1(t), \dots, T_{N_f}(t)\}^T$; $\varepsilon = \{\varepsilon(x_1, t), \varepsilon(x_2, t), \dots, \varepsilon(x_{N_s}, t)\}^T$; $C = \begin{bmatrix} C_{10}(x_1) & C_{11}(x_1) & \dots & C_{1N_f}(x_1) \\ C_{20}(x_2) & C_{21}(x_2) & \dots & C_{2N_f}(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{N_s0}(x_{N_s}) & C_{N_s1}(x_{N_s}) & \dots & C_{N_sN_f}(x_{N_s}) \end{bmatrix}$; $\Phi = -z \begin{bmatrix} H''(x_1) \\ H''(x_2) \\ \vdots \\ H''(x_{N_s}) \end{bmatrix}$ 为 $N_s \times N$ 阶矩阵, $\{x_1, x_2, \dots, x_{N_s}\}$ 为应变测点

位置向量。根据最小二乘法,可以求得系数矩阵为

$$C = \varepsilon T^T (T T^T)^{-1} \quad (11)$$

由式(10),再次使用最小二乘法,可以求得节点位移为

$$R = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T C T \quad (12)$$

节点速度 \dot{R} 和加速度 \ddot{R} 可以由式(12)直接求得 $\dot{R} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T C \dot{T}$, $\ddot{R} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T C \ddot{T}$ 。

假设汽车参数的初始值向量为 p_1 ,可以求得相应的应变 ε_1 和灵敏度 S_1 ,根据 ε_1 与测试(或真实)应变之间的差值 $\Delta\varepsilon = \varepsilon_m - \varepsilon_1$,由式(10)可以得到节点位移的差值 ΔR ,汽车参数 Δp 可以由下式确定

$$S_0 \Delta p = \Delta R \quad (13)$$

式中, ΔR 是用于识别的节点响应的差值,为 $(N_t \times N_r) \times 1$ 阶向量, S_1 是与 ΔR 对应的 $(N_t \times N_r) \times N_p$ 阶灵敏度矩阵, N_t 为时间点数, N_r 是选择用于识别的节点响应的数量, N_p 是参数个数, Δp 为 $N_p \times 1$ 阶向量。

根据新得到的参数 $p_2 = p_1 + \Delta p$,可以计算新的应变 ε_2 灵敏度 S_2 。重复以上各步直至邻近两次得到的参数差值足够小,认为最后一次得到的参数为汽车参数的识别值。用邻近两次得到的参数差值的相对百分比 (RPE) 作为判定迭代结束的标准,在下面的数值模拟和试验数据分析中取 $RPE = 1.0 \times 10^{-3}$ 。

如果测试得到的是桥梁任意点的垂向挠度、速度或加速度响应,应使用最小二乘法将测试响应转化为节点响应,然后根据上面的步骤相类似地识别汽车参数。但如果选择节点的速度或加速度响应识别

时,应该相应地选择速度或加速度响应的灵敏度矩阵 \dot{S} 或 \ddot{S} 。

2.2 规则化方法

通常情况下,(13)为超定方程组,用最小二乘法直接求解,得到的解是不稳定的。规则化方法^[8]可以通过加入规则化参数 λ 解决识别结果过分振荡的问题

$$J(\Delta p, \lambda) = \|S \Delta p - \Delta R_j\|^2 + \lambda \|\Delta p\|^2 \quad (14)$$

式中, λ 是非负的规则化参数,对应于最小相对百分误差(数值模拟中为识别值相对于真实值的误差,试验分析中为相邻两个 λ 所对应识别值的相对误差)。这样,求解超定方程组(13)可以转变为用阻尼最小

二乘法求解下面的方程组

$$\Delta p = (S^T S + \lambda I)^{-1} S^T \Delta R_j \quad (15)$$

式中, I 为单位矩阵。矩阵的广义逆可用奇异值分解方法求得, 规则化参数 λ 可通过 L 曲线法^[9] 确定。

3 数值模拟

桥梁的参数为: 长 $l = 30 \text{ m}$, 刚度 $EI = 2.5 \times 10^{10} \text{ Nm}^2$, 单位长度质量 $\rho A = 5.0 \times 10^3 \text{ kg/m}$, 阻尼比 $\xi = 0.02$ 中性轴至梁底的距离 $z = 1.0 \text{ m}$ 。五参数模型汽车: 上部质量 $m_{v1} = 1.0 \times 10^4 \text{ kg}$ 下部质量 $m_{v2} = 1.0 \times 10^3 \text{ kg}$ 悬挂系统阻尼 $c_v = 1.0 \times 10^3 \text{ N s/m}$; 悬挂系统弹簧刚度 $k_{v1} = 1.0 \times 10^5 \text{ N/m}$, 汽车轮胎刚度 $k_{v2} = 1.0 \times 10^4 \text{ N/m}$ 。

车速为 25 m/s 采样频率为 200 Hz N_i 为从汽车进桥到出桥的采样点数, α 为开始假设汽车参数与真实参数的比。将桥梁划分为 12 个等长的欧拉梁单元, 分别测试 1 个节点 (跨中)、3 个节点 (1/4 跨、1/2 跨和 3/4 跨) 和 5 个节点 (1/6 跨、1/3 跨、1/2 跨、2/3 跨和 5/6 跨) 的垂向挠度、速度和加速度响应, 并选用相应的节点响应灵敏度识别汽车参数, 识别结果列于表 1 中。

表 1 由桥梁响应识别得到的汽车参数相对真实值的百分误差

α	响应类型	测点个数	相对百分误差 $\%$				
			m_{v1}	m_{v2}	c_v	k_{v1}	k_{v2}
0.2	垂向位移	1	-7.67×10^{-6}	-1.60×10^{-5}	1.50×10^{-4}	1.23×10^{-4}	3.12×10^{-5}
		3	-7.67×10^{-6}	-1.60×10^{-5}	1.60×10^{-4}	1.25×10^{-4}	3.15×10^{-5}
		5	-7.67×10^{-6}	-1.60×10^{-5}	1.60×10^{-4}	1.25×10^{-4}	3.15×10^{-5}
	垂向速度	1	-3.06×10^{-5}	-1.11×10^{-5}	5.43×10^{-4}	4.00×10^{-4}	5.04×10^{-5}
		3	-3.06×10^{-5}	-1.11×10^{-5}	5.38×10^{-4}	4.03×10^{-4}	4.67×10^{-5}
		5	-3.06×10^{-5}	-1.11×10^{-5}	5.40×10^{-4}	4.03×10^{-4}	4.67×10^{-5}
	垂向加速度	1	-6.10×10^{-5}	-2.22×10^{-5}	7.10×10^{-4}	5.90×10^{-4}	6.09×10^{-5}
		3	-6.10×10^{-5}	-2.55×10^{-5}	7.00×10^{-4}	5.93×10^{-4}	6.11×10^{-5}
		5	-6.10×10^{-5}	-2.22×10^{-5}	7.04×10^{-4}	5.94×10^{-4}	6.11×10^{-5}
5.0	垂向位移	1	9.49×10^{-5}	2.56×10^{-5}	7.65×10^{-3}	6.11×10^{-4}	6.86×10^{-5}
		3	9.49×10^{-5}	2.56×10^{-5}	7.60×10^{-3}	6.11×10^{-4}	6.86×10^{-5}
		5	9.49×10^{-5}	2.56×10^{-5}	7.59×10^{-3}	6.11×10^{-4}	6.86×10^{-5}
	垂向速度	1	9.49×10^{-5}	2.56×10^{-5}	8.80×10^{-3}	7.92×10^{-4}	8.44×10^{-5}
		3	9.48×10^{-5}	2.54×10^{-5}	8.78×10^{-3}	7.92×10^{-4}	8.44×10^{-5}
		5	9.48×10^{-5}	2.54×10^{-5}	8.79×10^{-3}	7.92×10^{-4}	8.44×10^{-5}
	垂向加速度	1	9.54×10^{-5}	2.66×10^{-5}	9.87×10^{-3}	8.41×10^{-4}	8.87×10^{-5}
		3	9.54×10^{-5}	2.66×10^{-5}	9.88×10^{-3}	8.42×10^{-4}	8.88×10^{-5}
		5	9.54×10^{-5}	2.56×10^{-5}	9.88×10^{-3}	8.42×10^{-4}	8.88×10^{-5}

由表 1 可知, 不论是由 1 个、3 个或 5 个测点的垂向位移、速度还是加速度响应识别得到的五个汽车参数结果都很精确, 而且可以在真实值上下足够大的范围内选择参数的初始值, 其中质量的识别精度最高, 阻尼的识别精度最低, 说明桥梁动力响应对汽车质量参数变化最敏感, 而对汽车阻尼参数变化最不敏感。

表 2 给出了由不同噪声水平的跨中应变响应得到的汽车参数, 其中被噪声污染的测试响应由计算得到的响应加入白噪声模拟 $W = W_{\text{calculated}} (1 + Ep * \text{Noise})$ 。其中, W 是用于荷载识别的模拟被污染的测试响应; Ep 表示噪声水平; Noise 为符合标准正态分布具有零均值标准偏差的随机数值组成的一个列向量, $W_{\text{calculated}}$ 为计算挠度或应变响应。

表 2 由不同噪声水平的应变响应得到的汽车参数

噪声水平	迭代次数	相对百分误差 $\%$				
		m_{v1}	m_{v2}	c_v	k_{v1}	k_{v2}
1	26	0.46	0.54	1.23	0.55	0.63
5	28	1.88	2.02	4.81	2.65	2.96
10	27	4.02	4.67	6.51	5.55	5.88

分析表 2 可知, 识别结果的误差随着噪声水平的提高而增加, 而且识别得到的质量参数精度仍然最

高,而阻尼的识别精度仍然最低,迭代次数与噪声水平几乎没有关系。

4 结语

用五参数模型一个、三个或五个测点的位移、速度或加速度响应识别得到的汽车参数都是很准确的,初始值的取值范围很大,说明该方法具有较好的应用前景。分析数值模拟结果表明,识别得到的质量精度最高,桥梁的动力响应对汽车质量的变化最敏感,使用被噪声污染的模拟动力响应识别得到的结果仍然是可以令人满意的。与文献[7]相比,物理概念明确,思路简洁,方法简单,更容易理解和接受。

参 考 文 献

- [1] Schlegelmilch R, Railey M. System identification comparison study[C]. Proceedings of 21st Annual Pittsburgh Conference Part 5 Pittsburgh 1990. 2 269~2 273
- [2] Kyongsu Y, Hedrick K. Observer based identification of non linear system parameters[J]. Journal of Dynamic System, Measurement and Control Transactions of the ASME 1995 117(2): 175~182
- [3] Deradji D A, Mort N. Multivariable adaptive control using artificial neural networks[A]. Proceedings of 1996 UKACC International Conference on Control Part 2 UK, 1996 889~893
- [4] Michele Berger R, Bokor J, Keresztes A, et al. Identification of a multi variable linear model for road vehicle dynamic from test data[J]. International Journal of Vehicle Design 1987 8(1): 96~114
- [5] Goheen K R, Jefferys E R. The application of alternative modeling techniques to ROV dynamics[A]. Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation Cincinnati OH, 1990 1 302~1 309
- [6] Jiang R J, Au F T K, Cheung Y K. Identification of vehicles moving on continuous bridges with rough surface[J]. Journal of Sound and Vibration 2004 274(3~5): 1 045~1 063
- [7] Au F T K, Jiang R J, Cheung Y K. Parameter identification of vehicles moving on continuous bridges[J]. Journal of Sound and Vibration 2004 269(1~2): 91~111
- [8] Zhu X Q, Law S S. Orthogonal function in moving loads identification on a multi span bridge[J]. Journal of Sound and Vibration 2001 245(2): 329~345
- [9] Gorman G H, Heath M. Generalized cross validation as a method for choosing a good ridge parameter[J]. Technometrics 1979 21(2): 215~223

Sensitivity Method of Vehicle Parameters Identification through Dynamic Responses of Bridge

Bu Jianqing¹, Wang Yang¹, Law Siuseong²

(1 School of Transportation Engineering Shijiazhuang Railway Institute Shijiazhuang 050043 China

2 Civil and Structure Engineering Department Hong Kong Polytechnic University Hong Kong)

Abstract In order to estimate the parameters of the vehicle, this paper describes the parameters identification of vehicle moving on simply supported bridge based on sensitivity analysis using dynamic response. The moving vehicle is modeled as a two-degree of freedom system with five parameters. The finite element method is used to calculate the responses of the bridge. Starting with an initial guess for the unknown parameters value, the identification can be realized based on least square method and regularization technique from measured responses, which finds the best estimates of parameters by minimizing the RPE (Relative Percent Error) between two adjacent iterations. Study results indicate that the identified results are satisfactory, and the identified mass value is the best to match the real parameter, which verifies that the method is effective to identify parameters of vehicle moving on the bridge.

Key words parameter identification; sensitivity analysis; regularization technique; iteration