

从机构的动态静力分析确定飞轮转动惯量

郑州轻工学院(450000) 宋学谦

香港理工大学 C. Y. Chan

上海电机高专(200240) 刘鹤然

摘要: 本文提出在作机构动态静力分析的同时确定飞轮转动惯量的简便方法。

关键词: 飞轮 动态 静态 惯性

The Determination of Flywheel by the Dynamic-static Analysis of Mechanism

Son Xue-qian C. Y. Chan Liu Gu-ran

Abstract: This paper fined a new method to detemnin the rrotation inertial of flyw heel, in which the dynamic-static analysis of mecha-nism is acheived at the same time.

Key words: flyw heel; dynamic; static; inertial

1 引言

众所周知,通常的一般教材介绍的飞轮设计方法(如密查洛夫法),是先由驱动力和阻力变化求动能坛量曲线,再作等效转动惯量曲线 $j_e(\varphi)$ 和 $\frac{1}{2}j_e(\varphi)\omega_m^2$ 曲线,然后将两曲线相减,再找出对应飞轮动能最大最小值。但实际工程中(如牛头刨等机床设计)以及我校学生多年沿袭的方法却是由动态静力分析开始,求出作用在飞轮轴上的平衡力矩变化,据此确定飞轮转动惯量,两种方法结果一样,但多年来居然没有人从理论上证明它们之间的一致性,本文解决了此问题。

2 从机构的动态静力分析确定飞轮转动惯量

如图所示,假定曲柄以平均角速度转动,依次求出导杆,连杆滑块在一系列位置的角速度和角加速度,以及各构件上的惯性力,再作出构件在一系列位置的动态静力分析,求出运动体反力及主动件上的平衡力和平衡力矩,再作动态等效阻力矩曲线和阻力功曲线及盈亏功曲线,则曲线的最高值与最低值之差就是设计飞轮的最大盈亏功 ΔW_{\max} 。

3 本方法的证明和推理过程

3.1 虚位移原理与平衡力

由虚位移原理,作用与系统中的阻力及平衡力所需作的虚功之和为0。

$$M_i d\varphi_i + M_{bi} d\varphi = 0$$

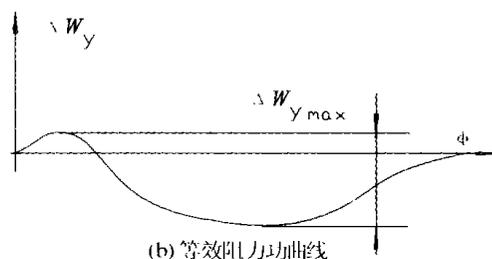
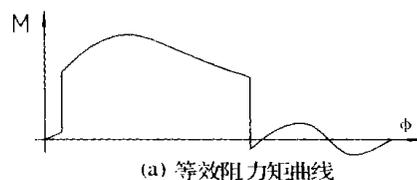
式中: $M_i d\varphi_i$ 分别为第 i 个构件上力矩与位移;

$M_{bi} d\varphi$ 分别为平衡构件上的平衡力矩与位移。

由上式:

$$M_i \omega_i + M_{bi} \omega = 0$$

$$M_{bi} = -\frac{\omega_i}{\omega} M_i$$



如果有不止一个构件上作用了外力矩,则:

$$M_{bi} = \sum (-\frac{\omega_i}{\omega}) M_i$$

3.2 达朗伯原理与惯性力的等效力

根据达朗伯原理,构件的惯性力作为假想的力作用于构件,动力学问题转化为静力学问题,惯性力等效为:

$$M_{bi}^j = -J_i \varepsilon_i, j_i$$

ε_i 分别为转动惯量和角加速度。

$$M_{bi}^j = \frac{\omega_i}{\omega} J_i \varepsilon_i$$

惯性力的等效力所做的功,等于构件动能的改变。

$$\begin{aligned} \int M_{bi}^j d\phi &= \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \varepsilon_i d\varphi = \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \frac{d\omega_i}{dt} d\varphi = \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \frac{d\omega_i}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} d\varphi \\ &= \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \omega d\omega_i \frac{d\varphi}{d\varphi_i} = \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \omega d\omega_i \frac{\omega}{\omega_i} \\ &= J_i \int \omega_i d\omega_i = \frac{1}{2} J_i \omega_i^2 \Big|_{\omega_{i0}}^{\omega_i} \quad (\text{下转第 62 页}) \end{aligned}$$

作者简介:宋学谦,男(1964—),华中科技大学在读硕士,讲师,研究工程力学及机械中应用。

收稿日期:2003—4—14

关于冲击减振系统的分叉与混沌需要进一步解决的问题有:

- (a). 研究系统的倍周期冲击响应与分叉向混沌的演化, 进一步探索系统由分叉转变为混沌的其它可能途径, 系统 Lyapunov 指数, 系统的奇怪吸引子 (strange attractor) 性态等;
- (b). 复杂分叉、高维分叉、特别是多自由度的分叉问题;
- (c). 建立冲击减振系统产生混沌的严格理论 (过去一般限于近似模型、数值仿真与实验验证)。

由于冲击消振器广泛的工程应用和冲击消振系统的复杂非线性本质, 吸引众多学者对其进行研究。它涉及力学、材料、物理、机械等多个领域, 它的一些根本问题的解决必将大大推进非线性学科的发展。因此建立一套符合实际的冲击消振理论并形成更加完备和更加坚实的理论体系而广泛地应用于工程实际既有重要的实际意义又有深刻的理论意义。

参考文献

- 1 夏季, 廖伯瑜. 振动台上冲击消振器垂直双面冲击运动的研究. 力学与实践, 1992, 3.
- 2 夏季. 垂直主振系冲击消振理论初探. 力学与实践, 1993, 3.
- 3 赵登峰, 夏季. 垂直主振系冲击消振系统的简谐激励响应分析. 振动与冲击, 1, 2004.
- 4 秉镜. 减振理论. 清华大学出版社, 1988, 7.
- 5 龙运佳. 混沌振动研究方法与实践. 清华大学出版社, 1997, 4.
- 6 罗冠炜等. 高维映射的 hopf 分岔分析及其在冲击振动系统中的应用.

- 振动工程学报, 1999, 9.
- 7 罗冠炜. 冲击消振器的概周期碰振运动分析. 爆炸与冲击, 2003, 7.
- 8 戚作涛. 冲击减振系统的概率密度函数. 四川大学学报, 1999, 6.
- 9 黄文虎等. 一般力学 (动力学、振动与控制) 最新进展. 科学出版社, 1994, 5.
- 10 徐志伟等. 垂直冲击减振系统的仿真研究. 西安交通大学学报, 1999, 7.
- 11 李伟等. 单冲体冲击减振器的计算机模拟. 西安交通大学学报, 1998, 2.
- 12 杨学军. 冲击减振器基本参数的确定. 安徽建筑工业学院学报, 1997, 6.
- 13 S. Chatterjee, A. K. Malik and A. Ghosh. On Impact Dampers for Non-linear Vibrating Systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 187(3): 403~420.
- 14 R. P. S. Han and A. C. J. Luo. Chaotic Motion of A Horizontal Impact Pair[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 181(2): 231~250.
- 15 Aamir S. Butt and Fred A. Akl. Experimental Analysis of Impact-Damped Flexible Beams. Journal of Engineering Mechanics, April/1997/381.
- 16 Aamir S. Butt and Fred A. Akl. Numerical Model of Impact-Damped Continuous Systems. Journal of Engineering Mechanics, April/1997.
- 17 Michael Yu Wang. Efficient Computation of Particle Motions in Discrete Element Modeling of Particle Damping.
- 18 Peterka Frantis ek. More Detail View on the Dynamics of The Impact Damper. Mechanics, Automatic Control and Robotics, Vol. 3 No14 2003, pp. 907~920.

(上接第 52 页)

$$= \frac{1}{2} J_i (\omega_i^2 - \omega_{i0}^2)$$

$$= \frac{1}{2} J_{ei} (\omega^2 - \omega_0^2)$$

J_{ei} 为第 i 个构件的等效转动惯量。

上式说明惯性力做的功等于等效转动惯量的动能之改变。若不止一个构件, 则:

$$\frac{1}{2} J_{ei} (\omega^2 - \omega_0^2) = \sum \frac{1}{2} J_i (\omega_i^2 - \omega_{i0}^2)$$

3.3 本方法正确性的证明

由于外力所作的功等于系统动能的增量, 设飞轮的转动惯量为 J_F :

$$\frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 + \frac{1}{2} j_e(\varphi) \omega^2 - \frac{1}{2} j_e(\varphi_0) \omega_0^2 = E_{驱} - E_{阻}$$

$$\frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 = E_{驱} - \left\{ E_{阻} + \left[\frac{1}{2} j_e(\varphi) \omega_m^2 - \frac{1}{2} j_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\}$$

$$\text{设 } \Delta E = \frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2$$

$$= E_{驱} - \left\{ E_{阻} + \left[\frac{1}{2} j_e(\varphi) \omega_m^2 - \frac{1}{2} j_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\}$$

当 $\omega = \omega_{max}$ 时 $\Delta E = \Delta E_{max}$; 当 $\omega = \omega_{min}$ 时 $\Delta E = \Delta E_{min}$, 相应地方程右边也取最大或最小值。

$E_{驱}$ 、 $E_{阻}$ 、 $j_e(\varphi)$ 的变化是可知的, 但 ω 的变化规律不知,

故密查洛夫法假定 $\omega = \omega_m$ 平均角速度:

$$\Delta E = \frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2$$

$$\approx E_{驱} - \left\{ E_{阻} + \left[\frac{1}{2} j_e(\varphi) \omega_m^2 - \frac{1}{2} j_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\}$$

4 此方法的优点意义和特色

- 4.1 本方法相当于密查洛夫法和“修正密查洛夫法”的精度。
- 4.2 在设计飞轮的同时, 就求出了支反力。
- 4.3 提出惯性力的等效力的概念。
- 4.4 利用虚位移原理和达朗伯原理是为了求平衡力时避开支反力, 本文从支反力分析入手求平衡力, 利用两个原理证明这样得到的等效盈亏曲是一致的。
- 4.5 由于 ω 为变量, 实际机构真实动能曲线无法绘出, 必须采用偏微分方程才能得到真实曲线。采用此方法就避免了求真实动能曲线, 而又能达到精确计算。
- 4.6 其他方法虽然也能求飞轮转动惯量。但然后还要作真实运动下支反力的计算。而此方法同时得到, 且可以在飞轮惯量求出之前就预先知道支反力真实大小。

参考文献

- 1 机械工程手册 (第 30 篇飞轮部分). 机械工业出版社, 1979.
- 2 贵锡凯. 机械原理. 人民教育出版社, 1981.