

## 由状态变量识别板梁桥上移动荷载

卜建清<sup>1</sup> 罗韶湘<sup>2</sup> 朱信群<sup>2</sup>

(1.石家庄铁道学院交通工程系, 石家庄 050043;

2.香港理工大学土木与结构工程系, 香港)

**摘要** 将板梁桥等效为正交异性板, 车辆等效为等间距常速度在正交异性板上移动的一组荷载。根据弹性板理论、Hamilton's 原理和模态叠加原理, 得到了系统状态方程, 并基于规则化技巧推导了状态空间移动荷载识别方法。数值模拟和试验结果表明, 该方法用挠度或应变识别车辆的轴重和轮载都是有效、可行的。

**关键词:** 板梁桥, 移动荷载, 正交异性板, 状态空间, 荷载识别

**中图分类号:** 0327; TU311; U441

**文献标识码:** A

## 0 引言

车辆作用于桥梁或路面的荷载对桥梁与道路设计和管理都很重要, 而直接测量容易引起车辆驾驶者反感, 并且有时候不方便, 结果也不够准确, 特别是动荷载, 直接测量几乎是不可能的。所以, 由桥梁动响应识别<sup>[1-13]</sup>车-桥或车-路的接触力的手段越来越为研究者、设计者以及管理者的关注。

由桥梁的响应识别桥上移动荷载的研究这些年进展很快, 其中包括时域方法<sup>[2-8]</sup>、频-时域方法<sup>[3]</sup>, 有限元方法<sup>[7]</sup>和基于准确解的方法<sup>[1, 9]</sup>等; 桥梁模型有欧拉梁、铁木辛科梁模型<sup>[2-4]</sup>和正交异性板模型<sup>[5-8]</sup>, 有简支梁<sup>[2-3]</sup>和多跨连续梁模型<sup>[4]</sup>; 车辆模型一般为固定间距的移动荷载<sup>[9]</sup>或悬挂质量、阻尼、刚度组成的系统<sup>[1]</sup>; 为了得到稳定的结果采用规则化方法求解病态移动荷载识别问题<sup>[9-14]</sup>。用于识别移动荷载的桥梁响应有应变、挠度、速度、加速度等或者是其中几类响应的组合<sup>[2-8]</sup>, 不论采用哪一种响应各有优缺点, 实际采用时应根据实际情况和要求决定。

将桥梁等效为正交异性板模型, 车辆等效为等间距常速度在正交异性板上移动的一组荷载。根据弹性板理论、Hamilton's 原理和模态叠加原理, 得到了系统状态方程, 并基于规则化技巧推导了用状态变量识别移动荷载的方法。

## 1 系统状态方程

将板梁桥抽象为两边简支( $x=0$  和  $x=\alpha$ ) 两边自由的正交异性板, 承受一组移动荷载的正交异性板如图 1 所示。

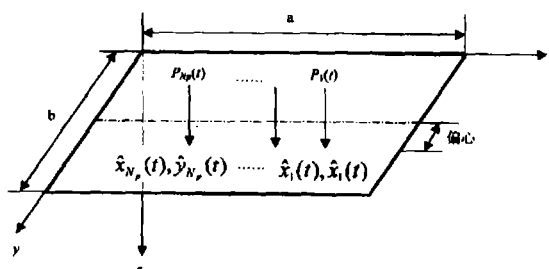


图1 承受一组移动荷载的正交异性板

正交异性板的应变能为

$$U = \frac{1}{2} \iint_D [D_x \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + (D_x v_{xy} + D_y v_{yx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{xy} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2] dx dy \quad (1)$$

其中  $v_{xy}$  和  $v_{yx}$  是  $y$  方向和  $x$  方向的泊松比,  $D_x$  和  $D_y$

为  $x$  方向和  $y$  方向的弯曲刚度,  $D_k = \frac{G_{xy} h^3}{12}$ ,  $G_{xy}$  为剪

切模量,  $h$  是正交异性板的等效厚度。

正交异性板的动能为

$$T = \frac{1}{2} \iint_D \dot{w}(x, y, t) \rho h dx dy \quad (2)$$

其中  $\dot{w}(x, y, t) = \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t}$ ,  $\rho$  为密度,  $a$  和  $b$  分别是正交异

性板的长度和宽度。

外力对正交异性板做功可以表示为

$$W = \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^{N_f} p_i(t) \delta(x - \bar{x}_i(t)) \delta(y - \bar{y}_i(t)) w(x, y, t) dx dy \quad (3)$$

其中  $p_l(t)$  ( $l=1,2,\dots,N_p$ ) 是作用在正交异性板上的一组移动荷载,  $\bar{x}_l(t), \bar{y}_l(t)$  表示荷载  $p_l(t)$  在板上位置,  $\delta(x), \delta(y)$  是狄拉克函数,  $N_p$  为移动荷载数量。

阻尼力对正交异性板做功可以表示为

$$W_c = - \int_0^a \int_0^b w(x, y, t) c_d \dot{w}(x, y, t) dx dy \quad (4)$$

其中  $c_d$  是正交异性板的阻尼系数。

根据模态叠加原理, 正交异性板的挠度可以写成如下形式:

$$w(x, y, t) = \sum_{i,j} \phi_{ij}(x, y) q_{ij}(t) = \sum_{i,j} \psi_i(x) \varphi_j(y) q_{ij}(t) \quad (5)$$

其中  $\psi_i(x), \varphi_j(y)$  ( $i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$ ) 是相应边界条件下板的正则化模态,  $m$  和  $n$  是对应  $x$  方向和  $y$  方向的弯曲模态阶数,  $q_{ij}(t)$  是对应的模态位移。

将(5)式写成矩阵形式为

$$w(x, y, t) = \phi Q \quad (6)$$

其中  $\phi$  是  $1 \times m \cdot n$  阶向量,  $Q$  是  $m \cdot n \times 1$  阶向量, 还有

$$\phi = \{ \psi_1(x) \varphi_1(y), \psi_1(x) \varphi_2(y), \dots, \psi_1(x) \varphi_n(y), \psi_2(x) \varphi_1(y), \dots, \psi_m(x) \varphi_n(y) \} \quad (7)$$

$$Q = \{ q_{11}(t), q_{12}(t), \dots, q_{1n}(t), q_{21}(t), \dots, q_{mn}(t) \}^T \quad (8)$$

由(5)式还可以得到点  $(x, y)$  在  $x$  方向  $t$  时刻的应变  $\varepsilon_x(x, y, t) = \theta Q$

$$\theta = \{ z_i \ddot{\psi}_1(x) \varphi_1(y), z_i \ddot{\psi}_1(x) \varphi_2(y), \dots, z_i \ddot{\psi}_1(x) \varphi_n(y), z_i \ddot{\psi}_2(x) \varphi_1(y), \dots, z_i \ddot{\psi}_m(x) \varphi_n(y) \} \quad (10)$$

其中  $z_i$  是中性轴到桥梁下底面的距离,  $\ddot{\psi}_i(x)$  是  $\psi_i(x)$  对  $x$  的二阶导数,  $y$  方向的应变  $\varepsilon_y(x, y, t)$  可以据此类似得到。

将式(5)代入(1)至(4)式中并应用 Hamilton's 原理

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} W_c dt = 0 \quad (11)$$

得到如下振动控制方程

$$M \ddot{Q} + C \dot{Q} + K Q = P \quad (12)$$

其中  $M, C$  和  $K$  是  $m \cdot n \times m \cdot n$  阶的模态质量、阻尼和刚度矩阵,  $P$  是  $m \cdot n \times 1$  阶模态力向量,  $Q, \dot{Q}$  和  $\ddot{Q}$  是  $m \cdot n \times 1$  阶模态位移、模态速度和模态加速度向量。

$$M = \int_0^a \int_0^b \rho h \phi^T \phi dx dy \quad (13)$$

$$C = \int_0^a \int_0^b \phi^T C_d \phi dx dy \quad (14)$$

$$K = \int_0^a \int_0^b \left[ D_x \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right]^T \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] + \left[ D_x \nu_{xy} + D_y \nu_{yx} \right] \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right]^T \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + D_y \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right]^T \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + 4 D_k \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right]^T \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right] \right] dx dy \quad (15)$$

力向量  $P$  可以写为

$$P = \phi_p P \quad (16)$$

$$\text{其中 } \phi_p = \left[ \phi(\bar{x}_1(t), \bar{y}_1(t))^T \quad \phi(\bar{x}_2(t), \bar{y}_2(t))^T \quad \dots \quad \phi(\bar{x}_{N_p}(t), \bar{y}_{N_p}(t))^T \right]_{m \cdot n, N_p} \quad (17)$$

$$\text{和 } P = \left[ p_1(t) \quad p_2(t) \quad \dots \quad p_{N_p}(t) \right]^T \quad (18)$$

方程(12)写成状态方程形式为:

$$Z = \bar{K} Z + f \quad (19)$$

$$\text{其中 } Z = \begin{bmatrix} Q \\ \dot{Q} \end{bmatrix}_{2 \cdot m \cdot n}; \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{2 \cdot m \cdot n, 2 \cdot m \cdot n}; \quad (20)$$

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}P \end{bmatrix}_{2 \cdot m \cdot n, 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}_{2 \cdot m \cdot n, m \cdot n} \phi_p P$$

由指数方法将方程(19)可以转换为下面的离散方程形式

$$Z_{j+1} = T Z_j + B \phi_{pj} P_j \quad (j=1,2,\dots,N_T) \quad (21)$$

其中  $N_T$  为采样点数,  $\tau$  为状态变量  $Z_{j+1}$  与  $Z_j$  之间的时间间隔, 且

$$T = \exp(\bar{K} \tau); \quad B = \bar{K}^{-1}(T - I) \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

在状态空间求解方程(21), 可以得到准确且稳定的模态响应。

## 2 基于状态变量的移动荷载识别

根据式(5)将点  $(x, y)$  处时刻  $t$  的挠度  $w(x, y, t)$  写成矩阵形式  $w(x, y, t) = \phi Q$

其中  $Q$  是由  $q_{ij}(t)$  组成的矩阵,

$$\phi = \{ \phi_{11}(x, y), \phi_{12}(x, y), \dots, \phi_{1n}(x, y), \phi_{21}(x, y), \dots, \phi_{mn}(x, y) \} \quad (24)$$

$$\text{对于 } N_s \text{ 个测点有 } W = \phi Q \quad (25)$$

$$\text{其中 } W = [w(x_1, y_1, t), w(x_2, y_2, t), \dots, w(x_{N_s}, y_{N_s}, t)]^T \quad (26)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_{11}(x_1, y_1) & \phi_{12}(x_1, y_1) & \dots & \phi_{m1}(x_1, y_1) \\ \phi_{11}(x_2, y_2) & \phi_{12}(x_2, y_2) & \dots & \phi_{m1}(x_2, y_2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{11}(x_{N_s}, y_{N_s}) & \phi_{12}(x_{N_s}, y_{N_s}) & \dots & \phi_{m1}(x_{N_s}, y_{N_s}) \end{bmatrix}_{N_s, m \cdot n} \quad (27)$$

$N_s$  为测点数量。

由方程(25)用最小二乘法可以得到模态位移表达式

$$Q = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T W \quad (28)$$

由测试应变求解模态位移与式(28)类似确定。

$$Q = (\theta^T \theta)^{-1} \theta^T \varepsilon \quad (29)$$

其中  $\theta$  可由式(10)得到, 形式与(27)类似。

由测得桥梁的挠度或应变, 速度或应变速度可以由动态规划<sup>[15]</sup>、正交函数<sup>[16]</sup>或函数逼近法<sup>[17]</sup>得到, 然后根据式(28)或(29)计算模态位移和模态速度。

将由测试应变或挠度得到的模态位移和模态速度代入方程(21)中构成以下方程

$$S_j = C_j P_j \quad (j=1,2,\dots,N_T-1) \quad (30)$$

其中  $S_j = Z_{j+1} - T Z_j, C_j = B \phi_{pj}, N_T$  为采样点数。

为了得到稳定的结果, 求解超定方程组(30), 可以根据规则化方法<sup>[10]</sup>转变为用阻尼最小二乘法求解下面的方程组

$$p_j = (C_j^T C_j + \lambda I)^{-1} C_j^T S_j \quad (31)$$

其中  $\lambda$  是一个非负的规则化参数, 其最优值对应由式(33)计算得到的最小百分比误差<sup>[10,11,13,15]</sup>。对应各个采样点的识别荷载值都可得到, 即为移动荷载时程。

### 3 数值模拟

将如图2所示的混凝土板和5片I形截面钢梁组成的组合桥梁结构, 简化为沿  $x=0$  和  $x=a$  两边简支另外两边自由的正交异性板, 结构的物理参数列于表1, 由参考文献[8]中的公式得到正交异性板的等效刚度为  $D_x=2.415 \times 10^9 \text{Nm}$ ,  $D_y=2.181 \times 10^7 \text{Nm}$  和  $D_k=5.385 \times 10^7 \text{Nm}$ , 对应于各阶模态的阻尼比为 0.02。桥梁上面设有3个车道, 1#车道对应偏心  $3b/8$ , 2#车道对应偏心  $b/8$ , 3#车道对应偏心 0。

由计算得到的响应加入白噪声模拟被噪声污染的测试响应

$$W = W_{\text{calculated}}(1 + Ep * \text{Noise}) \quad (32)$$

其中  $W$  是用于荷载识别的模拟被污染的测试响应,  $EP$  表示噪声水平,  $\text{Noise}$  为符合标准正态分布具有零均值标准偏差的随机数值组成的一个列向量,  $W_{\text{calculated}}$  为计算挠度或应变响应。识别结果的相对误差由(33)计算, 其中  $\|\cdot\|$  表示对矩阵取模,  $P_{\text{identified}}$  和  $P_{\text{True}}$  分别为识别荷载时程和真实荷载过程。

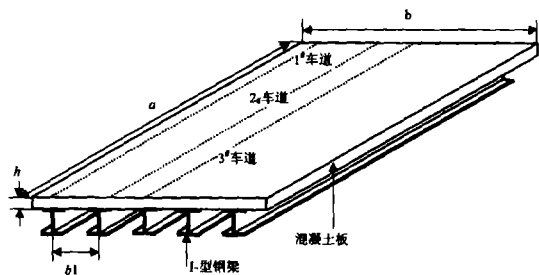


图2 混凝土板-钢梁组合桥示意图  
(从左往右分别为1#、2#、3#、4#和5#梁)

$$RPE = \frac{\|P_{\text{identified}} - P_{\text{True}}\|}{\|P_{\text{True}}\|} \times 100\% \quad (33)$$

为了验证方法的有效性, 这里用一个轴距 4.26m、轮距 1.829m 的两轴车作为移动荷载, 其四个轮载分别

为:

$$\begin{cases} P_1(t) = 3134(1.0 + 0.1\sin(10\pi t) - 0.1\sin(20\pi t) + 0.05\sin(40\pi t)) \text{kg}; \\ P_2(t) = 6166(1.0 - 0.1\sin(10\pi t) + 0.1\sin(20\pi t) - 0.05\sin(40\pi t)) \text{kg}; \\ P_3(t) = 3134(1.0 + 0.1\sin(10\pi t) + 0.1\sin(20\pi t) + 0.05\sin(40\pi t)) \text{kg}; \\ P_4(t) = 6166(1.0 - 0.1\sin(10\pi t) - 0.1\sin(20\pi t) - 0.05\sin(40\pi t)) \text{kg}; \end{cases}$$

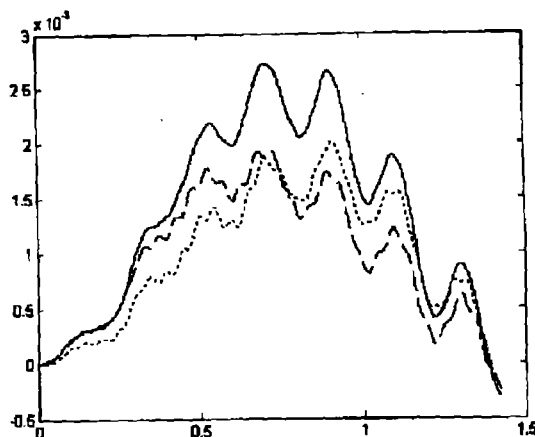


图3 3#梁上的计算挠度(---  $a/4$ , —  $a/2$  ...  $3a/4$ )

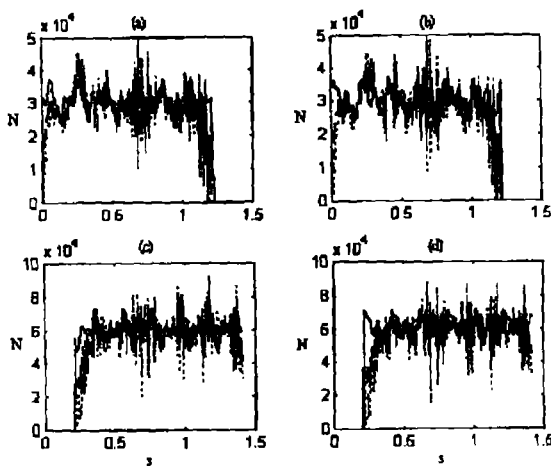


图4 有9个挠度加5%噪声的识别移动荷载的结果  
(— 真实荷载, --- 对应3#车道, ..... 对应1#车道;  
(a) 一第一车轮荷载, (b) 一第三车轮荷载,  
(c) 一第二车轮荷载, (d) 一第四车轮荷载)

表1 桥梁的物理参数

混凝土板	I-型钢梁	横隔板
长度 $a=24.325\text{m}$	间距 $b_1=2.743\text{m}$	间距 $d=4.865\text{m}$
宽度 $b=13.715\text{m}$	腹板厚度 $w_f=0.01111\text{m}$	截面积 $A=0.001548\text{m}^2$
高度 $h=0.2\text{m}$	腹板高度 $w_h=1.490\text{m}$	截面惯矩 $I_y=0.707 \times 10^{-6}\text{m}^4$
弹性模量 $E_x=4.1682 \times 10^{10}\text{N/m}^2$	翼板宽度 $f_w=0.405\text{m}$	截面惯矩 $I_z=2 \times 10^{-6}\text{m}^4$
弹性模量 $E_y=2.9733 \times 10^{10}\text{N/m}^2$	翼板厚度 $f_t=0.018\text{m}$	极惯性矩 $J=1.2 \times 10^{-7}\text{m}^4$
密度 $\rho=3000\text{kg/m}^3$	密度 $\rho=7800\text{kg/m}^3$	密度 $\rho=7800\text{kg/m}^3$
泊松比 $\nu_{xy}=0.3$	弹性模量 $E_y=2.1 \times 10^{11}\text{N/m}^2$	
泊松比 $\nu_{yz}=0.3$	泊松比 $\nu=0.3$	

其中  $p_1(t)$  和  $p_3(t)$  是对应前进方向的前轴左右轮载,  $p_2(t)$  和  $p_4(t)$  后轴的左右轮载。荷载以 20 m/s 的速度由左往右行进, 时间步长取为 0.005s, 相应的采样频率为 200Hz。在响应计算和荷载识别中取 9 阶模态 ( $m=3, n=3$ ), 9 个测点均匀地分布在 2#, 3# 和 4# I-型钢梁梁底。3# 梁的四分之一跨、二分之一跨和四分之三跨处的挠度时程曲线如图 3 所示。当移动荷载沿 1# 和 3# 车道移动时, 用 9 个位移加 5% 的噪声识别得到的移动荷载如图 4 所示。可见, 移动荷载沿 1# 和 3# 车道移动所对应的识别结果均可以接受, 沿 3# 车道移动所对应的识别结果要好于沿 1# 所对应的识别结果, 这可能是因为大的偏心导致信噪比较小的原因所致。

#### 4 试验及结果分析

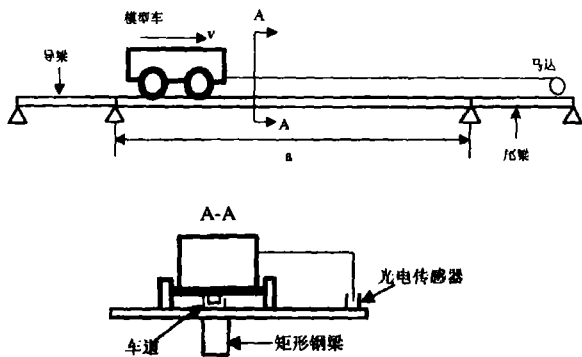


图5 试验装置示意图

##### 4.1 试验设计

用于试验的车-桥系统如图 5 所示, 桥面由钢板 (2.834 m×1.219 2 m×6.35 mm) 下面焊接 5 个纵向的矩形钢梁 (25.4 mm×12.5 mm) 构成, 用螺栓固定于地面的 I-型钢梁作为两端的简支支座, 两端的导梁和尾梁分别用于模型车加速和减速。在桥面上粘贴 3 个 U 型铝合金槽作为车道引导模型车运行, 模型车用绳子系住由电动机牵引, 9 个光电传感器沿直线等距离均匀布置在车道的一侧用于检查车速的变化情况, 20 个应变传感器分布在矩形梁底面如图 6 所示。模型车有两个轴, 轴距为 0.457 m, 每个轴有两个橡胶车轮, 轮距 0.2 m, 前轴轴重 5.2 kg, 后轴轴重 14.7 kg。桥梁等效为

正交异性板的等效刚度为:  $D_x=7.367 \times 10^4 \text{ Nm}$ ,  $D_y=4.269 \times 10^3 \text{ Nm}$ ,  $D_{xy}=8.601 \times 10^3 \text{ Nm}$ 。采集响应的采样频率为 1 000 Hz。

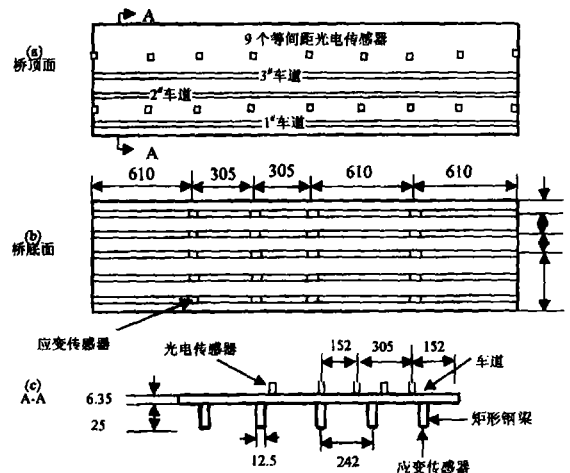
##### 4.2 车辆轮载和轴载识别

试验中的真实荷载  $p_{true}$  是不知道的, 识别荷载的相对误差用下式确定

$$RPE = \frac{|f_{j+1}^{identify} - f_j^{identify}|}{|f_j^{identify}|} \times 100\% \quad (34)$$

其中  $f_j^{identify}$ ,  $f_{j+1}^{identify}$  分别是对应  $\lambda_j$  和  $\lambda_j + \Delta\lambda$  的识别。

由于识别移动荷载时只用到较低的几阶模态, 而实验中使用的采样频率高与实际需要的采样频率, 所以对测试应变重新用 0.005s 的时间间隔采样, 即采样频率为 200Hz, 模型车以 1.11 m/s 的平均速度依次在 3# 车道 (相应的偏心为 0) 2# 车道 (相应的偏心为  $b/8$ ) 和 1# 车道 (相应的偏心为  $3b/8$ ) 上行驶。用 5 个梁上 1/4, 1/2 和 3/4 跨处共 15 个测试应变以及 15 阶模态 ( $m=3, n=3$ ) 识别移动荷载。模型车行驶于 3# 车道由 15 个应变识别的轮载和轴载以及总重示于图 7 和 8, 1#, 3# 和 5# 梁上 3/8 跨处的测试应变与识别荷载反算应变示于图 9 至 11, 模型车行驶于 1#, 2# 和 3# 车道的相关系数列于表 2 中。



(从左往右依次为 1#、2#、3#、4# 和 5# 梁, 图中单位为毫米)

图6 传感器及车道布设

表 2 由识别荷载计算应变与测试应变之间的相关系数 (3/8 跨处)

车道 (偏心)	1# 梁	2# 梁	3# 梁	4# 梁	5# 梁
3# 车道 (0)	0.9328	0.9807	0.9864	0.9635	0.9512
2# 车道 ( $b/8$ )	0.9066	0.9397	0.9554	0.9515	0.9412
1# 车道 ( $3b/8$ )	0.3595	0.7371	0.9452	0.9496	0.9340

从图 7-8 和表 2 可以知道,识别的轴重结果比轮重的识别效果好,在车辆刚进入桥梁和离开桥梁的时候误差较大,中间部分效果较好,这与数值模拟具有相同的结论。由图 9-11 可知,1#、3# 和 5# 梁上 3/8 跨处测试的应变与由识别荷载反算的应变吻合得很好,说明识别得到的移动荷载是可以接受的。

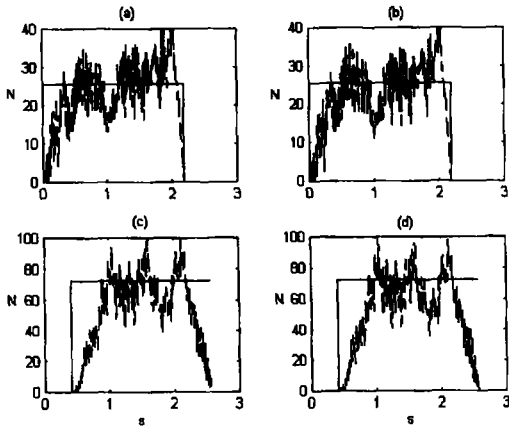


图 7 模型车行驶于 3# 车道时用 15 个应变识别的轮载结果 (—静载,---识别荷载;(a)—第一车轮荷载,(b)—第三车轮荷载,(c)—第二车轮荷载,(d)—第四车轮荷载)

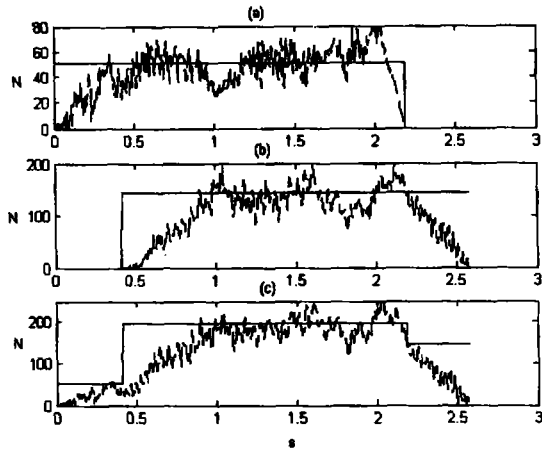


图 8 模型车行驶于 3# 车道时用 15 个应变识别的轴重和总重 (—静载,---识别荷载;(a)—第一轴轴重,(b)—第二轴轴重,(c)—总重)

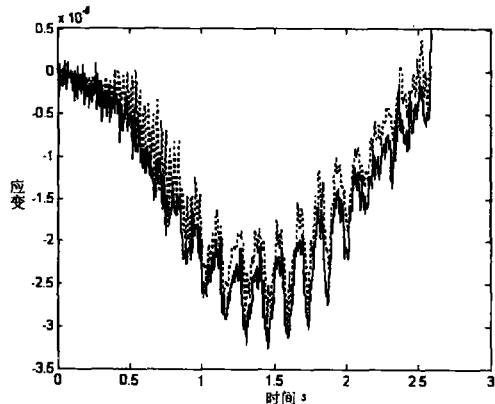


图 9 1# 梁 3/8 跨处测试应变与由识别荷载计算应变 (—测试应变,.....反算应变)

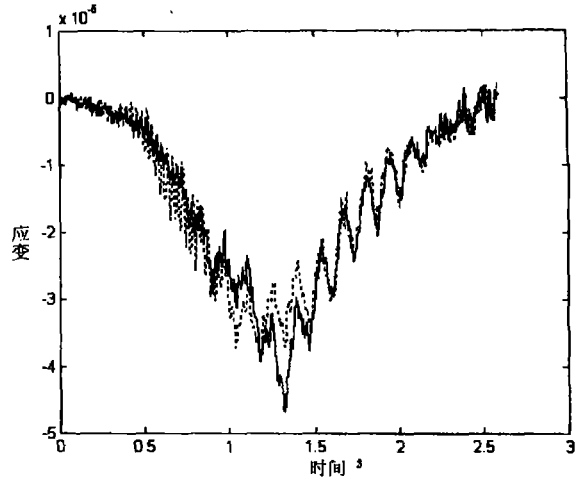


图 10 3# 梁 3/8 跨处测试应变与由识别荷载计算应变 (—测试应变,.....反算应变)

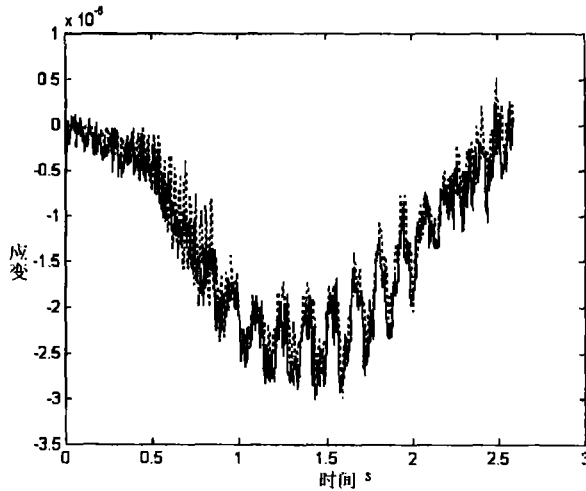


图 11 5# 梁 3/8 跨处测试应变与由识别荷载计算应变 (—测试应变,.....反算应变)

### 5 结论

通过数值模拟和试验研究表明,在荷载移动偏心不是很大的情况下,用文中的移动荷载识别方法通过挠度和应变识别得到的单个轮载和轴载均可以接受,识别所得轴载结果好于轮载结果,而且运算效率高,计算时间仅为文献 [8] 的三分之一。

#### 参考文献

- 1 Zhu X Q, Law S S. Identification moving interaction forces with incomplete velocity information. *Mechanical System and Signal Processing*,2003,17(2):1349-1366
- 2 Law S S, Chan T H T, Zeng Q H. Moving Force Identification-Time Domain Method. *Journal of Sound and Vibration*,1997,201(1):1-22
- 3 Law S S, Chan T H T, Zeng Q H. Moving force identification-A Frequency and Time Domains Approach. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control ASME*. 1999,121(3):394-401

(下转第 13 页)

vibration by piezoelectric ceramic-polymer composite materials. Mater. Sci. 1995,30:2648

- 43 成国祥,沈 锋. 铅钛酸铅/高分子复合膜的吸声特性. 高分子材料科学与工程, 1999, 15(3): 133
- 44 晏 雄, 张慧萍. 应用压电陶瓷的减振复合材料研究. 中国

纺织大学学报, 2000, 26(2): 29

- 45 晏 雄. 复合材料的现状与发展(第十一届全国复合材料学术会议论文集). 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2000
- 46 蒋幼夫, 杨亲民. 新材料与功能材料的战略地位、研发概况与发展趋势. 功能材料, 2004, 35(增刊): 44

#### (上接第5页)

- 4 Zhu X Q, Law S S. Moving force identification on a multi-span continuous bridge. Journal of Sound and Vibration, 1999, 228(2):377-396
- 5 袁响荣, 陈恩利, 杨韶普. 由正交异性板的响应识别移动荷载. 振动、测试与诊断, 1998, 18(3), 201-205
- 6 Zhu X Q, Law S S. Dynamic load on continuous multi-lane bridge deck from moving vehicles. Journal of Sound and Vibration. 2002, 251(4), 697-716
- 7 Zhu X Q, Law S S. Time Domain Identification of Moving Loads on Bridge Deck. Journal of Vibration and Acoustics, 2003, 125(2):187-198
- 8 Zhu X Q, Law S S. Identification of moving loads on an Orthotropic Plate. Journal of Vibration and Acoustics, 2001, 123(2):238-244
- 9 Jer-Nan Juang. Applied system Identification. New Jersey, 1994
- 10 Law S S, Chan T H T, Zhu X Q, Zeng Q H. Regularization in moving force identification. Journal of Engineering

Mechanics, ASCE, 2001, 127(2):136-148

- 11 Busby H R, Trujillo D M. Optimal Regularization of an Inverse Dynamics Problem. Computers & Structures, 1997, 63(2): 243-248
- 12 Trujillo D M, Busby H R. Practical Inverse Analysis in Engineering, Boca Roton, 1997, New York.
- 13 J. Carlos Santamarina, Dante Fratta. Introduction to Discrete Signals and Inverse Problems in Civil Engineering. 1998, Reston, Virginia
- 14 Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solution of ill-Posed problems, 1977, Wiley, New York
- 15 Trujillo D M, Busby H R. Practical Inverse Analysis in Engineering, Boca Roton, New York, 1997
- 16 Zhu X Q, Law S S. Orthotropic function in moving Loads Identification on a Multi-span Bridge. Journal of Sound and Vibration, 2001, 245(2):329-345
- 17 袁向荣, 卜建清, 满洪高等. 移动荷载识别的函数逼近法. 振动与冲击, 2000, 19(1):58-60

#### (上接第8页)

性刚度的增大而减小;通过图5的比较,进一步说明软非线性刚度有利于旋转系统的冲击减振。图6和图7分别说明在相同初始条件下,角加速度随转子转动惯量和柔性联轴器阻尼的增大而减小。

## 4 结论

通过以上的计算分析可以看出,在旋转机械中使用柔性联轴器能有效地降低冲击扰动对旋转系统的作用。但在柔性联轴器的扭转刚度设计时,应避免硬非线性刚度的存在。软非线性刚度虽有利于冲击作用的减

小,但会使扭转振动的角位移增大。另外,设法增大柔性联轴器的阻尼和旋转系统的转动惯量,也有利于对冲击扭转振动的降低。因此,在旋转机械中应使用具有阻尼的线性刚度或具有软非线性刚度的柔性联轴器。

#### 参 考 文 献

- 1 马建敏,张 文,郑铁生. 柔性驱动对旋转冲击运动的控制. 机械工程学报, 2002, 38(7):41-44
- 2 王 杰,赵 玫. 高弹联轴节轴系在简谐激励下非线性振动的稳态解. 噪声与振动控制. 1996, (2):18-20
- 3 周纪卿,朱因远. 非线性振动. 西安:西安交通大学出版社, 1998

## MOVING LOADS IDENTIFICATION ON SLAB-ON-GIRDER BRIDGE BY USE OF STATE VARIABLES

*Bu Jianqing<sup>1</sup> Luo Shaoxiang<sup>2</sup> Zhu Xinqun<sup>2</sup>*

(1.Shijiazhuang Railway Institute,Shijiazhuang 050043;

2.Hong Kong Polytechnic University,Hunghom,Hong Kong)

**Abstract** The slab-on-girder bridge is modeled as orthotropic plate, and the vehicles are modeled as a group of loads moving on top of the bridge deck at fixed distance and constant speed. The state equation of the system is obtained on the basis of theory of elastic plate, Hamilton's principle and the superposition principle. Based on the regularization technique a load identification method is developed in state space. Both the numerical simulation and laboratory tests show that the method is effective to identify the axle loads and the individual wheel loads by strains or displacements.

**Key words:** slab-on-girder bridge, moving load, orthotropic plate, state space, load identification

## INFLUENCE OF NONLINEAR STIFFNESS OF FLEXIBLE COUPLING ON TORSIONAL VIBRATION

*Ma Jianmin Ray P.S. Han*

(Department of Mechanics & Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433)

**Abstract** In rotating machinery system, the flexible coupling not only plays a part in transmitting the torque, but also in reducing the torsional impact. The stiffness and damping of flexible coupling affect the natural characteristics of rotating system and the efficiency of reduction of torsional vibration directly. In this paper, the non-linear motion equations of rotating system coupled by flexible coupling with nonlinear stiffness are established under the action of impact moment. Solving the non-linear motion equations, the torsional vibration responses of rotating system are obtained. Through the numerical simulations in which rotor's angular acceleration varies with nonlinear stiffness, damping and mass moment of inertia, it is found that the impact angular acceleration increases along with the enlarging of hardening nonlinear stiffness and decreases along with the enlarging of softening nonlinear stiffness of flexible coupling, but decreases as the rotor's mass moment of inertia and damping increase. In addition, non-linear stiffness of flexible coupling can change the natural frequencies of the rotating system.

**Key words:** flexible coupling, nonlinear stiffness, rotary system, torsional vibration

## VIBRATION CONTROL TECHNOLOGY AND DAMPING MATERIALS BASED ON PIEZOELECTRICITY

*He Jiangping Zhong Fachun*

(Institute of chemical materials, CAEP, Sichuan Mianyang 621900)

**Abstract** Piezoelectric material is a kind of important functional materials, by which the energy transformation between mechanical energy and electric energy can be realized. In this paper, the research results of struc-