

# 永磁直线电机的模型参考自适应控制\*

陈渊睿<sup>1</sup> 吴捷<sup>1</sup> Norbert C. Cheung<sup>2</sup>

(1. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510640; 2. 香港理工大学 电机工程学系, 香港)

**摘要:** 推导永磁直线电机的简化数学模型, 运用 Lyapunov 稳定性理论设计一个模型参考自适应控制器, 最后进行计算机仿真研究. 结果表明, 与传统 PID 调节器相比, 该方法能使系统具有更好的动态性能及较高的稳态精度, 并对电机参数和外界扰动具有很强的鲁棒性.

**关键词:** 永磁直线电机; Lyapunov 理论; 模型参考自适应系统

**中图分类号:** TM 359.4; TP 273.2

**文献标识码:** A

随数字电路、电子计算机、控制理论和新材料技术的发展, 直线电机正越来越多地应用于精密加工、电子装配线和仪器仪表业生产实践中. 与利用旋转电机和中间转换装置产生直线运动相比, 直线电机因采用直接驱动, 具有反应速度快、灵敏度高、随动性好等优点, 不存在反向间隙带来的非线性影响, 还能简化装置, 节省空间, 减小系统惯性, 降低整个系统成本. 因此, 关于直线电机的应用研究越来越多.

这里讨论一个永磁直线电机用于电子装配线中物料输送系统的例子. 由于电机的负荷经常介于空载与满载之间, 即运动部分的质量经常发生变化, 致使系统受到的摩擦力等阻力也会改变. 因此, 需要设计一个具有鲁棒性能的控制, 使系统对质量、阻力的变化不敏感, 在任何负载情况下均能稳定运行. 显然, 采用传统的 PID (Proportional Integral Differential) 控制器, 很难达到上述要求, 甚至在某些情况下难以使系统稳定. 如采用线性系统理论, 则要求系统有准确的数学模型, 而质量、阻力等的变化却使模型参数有较大范围的变化. 采用模型参考自适应控制, 允

许实际系统存在一定的不确定性, 控制器能强制系统跟随参考模型的输出响应, 因此它在控制工程实践上具有很大的实用性.

本文从分析永磁直线电机的动态特性入手, 根据实际采用的控制策略作适当的简化, 推导出其状态空间模型, 然后运用 Lyapunov 稳定性理论, 设计出一个模型参考自适应控制器, 最后对系统进行仿真分析, 与传统的 PID 调节器相对照, 对外界扰动及参数变化时系统的动态性能进行比较, 说明了设计出的控制器的有效性.

## 1 系统动态模型的建立

直线电机可以看作是由旋转电机沿径向剖开, 然后拉直演变而成的<sup>[1]</sup>. 它的运行原理与旋转电机一样, 都是利用导体在磁场中要受到电磁力的作用这一基本原理. 这样, 直线电机的行走速度、行走距离分别与旋转电机的转速、角位移相对应, 而旋转电机的旋转磁场、转矩在直线电机中分别变成了平移磁场、推(拉)力. 因此, 在分析直线电机时, 可以利用现有的对旋转电机的研究成果, 将直线电机的一些物理量“折合”到旋转电机的方程中去.

在推导永磁直线电机的动态数学模型之前, 我们先作如下假设<sup>[2]</sup>: (1) 忽略磁饱和现象, 它可在参数变化中加以考虑; (2) 感应电动势是正弦波形, 由电枢绕组开路时实验测得的结果也确实是这样的; (3) 涡流和磁滞损耗可忽略不计; (4) 不存在励

收稿日期: 2002-07-11

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174023); 华南理工大学自然科学基金资助项目(E5323288); 香港理工大学研究基金资助项目(A-PB-26)

作者简介: 陈渊睿(1969-), 男, 博士, 主要从事自适应控制、鲁棒控制、电机与电力电子装置控制研究.

磁电流动态;(5)永磁动子上没有鼠笼或短路环.实际上,以上假设跟实际情况非常接近,因而是合理的.根据电机统一理论,永磁直线电机的动态特性经过适当的坐标变换之后可以用与动子同步运动的  $d$ - $q$  轴系下的 Park 方程来表示.

$$u_q = Ri_q + p\Psi_q + \omega_s\Psi_d \quad (1)$$

$$u_d = Ri_d + p\Psi_d - \omega_s\Psi_q \quad (2)$$

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (3)$$

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_{af} \quad (4)$$

式中:  $u_d$ ,  $u_q$  为直轴 ( $d$ -) 和交轴 ( $q$ -) 的定子电压;  $i_d$ ,  $i_q$  为直轴和交轴的定子电流;  $R$  为定子电阻;  $p$  为微分算子  $d/dt$ ;  $\Psi_d$ ,  $\Psi_q$  为直轴和交轴的定子磁链;  $\omega_s$  为折合同步“角速度”;  $L_d$ ,  $L_q$  为直轴和交轴的定子电感;  $\Psi_{af}$  为永磁铁产生的磁链. 式中的  $d$ - $q$  轴系下的变量是由  $a$ - $b$ - $c$  轴系下的变量经过下面的 Park 变换得到的:

$$\begin{bmatrix} u_q \\ u_d \\ u_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos(\theta+2\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta+2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中  $\theta$  为折合“电角度”, 而  $a$ - $b$ - $c$  轴系下的变量可由  $d$ - $q$  轴系下的变量经如下 Park 反变换得到:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta+2\pi/3) & \sin(\theta+2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q \\ u_d \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

上述变换关系对于电流和磁链也适用. 这样电机的总输入功率在两个坐标系下的表达式有如下关系:

$$P_1 = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c = 3(u_d i_d + u_q i_q)/2 \quad (7)$$

电机的电磁推力和机械运动方程分别为

$$F_c = 3N_p(\pi/\tau)(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d)/2 =$$

$$3N_p(\pi/\tau)[\Psi_{af} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]/2 \quad (8)$$

$$F_c = F_L + B_v v + mpv \quad (9)$$

式中:  $F_c$  为电磁推力;  $N_p$  为极对数;  $\tau$  为极距;  $F_L$  为负载摩擦力;  $v$  为机械运动速度;  $B_v$  为与速度有关的阻尼系数;  $m$  为运动部分的质量.

在推导电磁推力表达式时, 运用电磁功率守恒原则, 将直线运动“折合”为旋转运动,  $\omega_r$  为折合的“机械角速度”, 有  $\omega_r = v\pi/\tau$  和  $\omega_s = N_p \omega_r$ .

为使控制目标更加明确, 把式(1)~(4), (8), (9)整理成状态空间的形式, 选取  $i_d$ ,  $i_q$  和  $v$  为状态

变量, 得到下面的式子:

$$p i_d = (u_d - Ri_d + N_p \pi L_q i_q v/\tau)/L_d \quad (10)$$

$$p i_q = (u_q - Ri_q - N_p \pi L_d i_d v/\tau - N_p \pi \Psi_{af} v/\tau)/L_q \quad (11)$$

$$pv = \{3N_p(\pi/\tau)\Psi_{af} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q\}/2 - F_L - B_v v/m \quad (12)$$

注意到式(10)和(11)中分别含有速度  $v$  与电流  $i_q$ ,  $i_d$  的乘积项, 故电机模型是非线性的. 为简化分析, 同时也为了获得最大的推力电流比, 拟采用  $i_d^* = 0$  的控制策略, 即始终使直轴电流为零,  $i_d = 0$ , 于是电机模型可进一步简化为

$$p i_q = (-Ri_q - K_t v + u_q)/L_q \quad (13)$$

$$pv = (1.5K_t i_q - B_v v - F_L)/m \quad (14)$$

式中  $K_t = N_p \pi \Psi_{af}/\tau$ . 写成状态方程的形式为

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (15)$$

$$y = Cx \quad (16)$$

式中  $x$  为状态向量,  $x = [i_q \ v]^T$ ,  $u = [u_q]$ ,  $y = v$ ,  $F_L$  作为扰动项,

$$A = \begin{bmatrix} -R/L_q & -K_t/L_q \\ 1.5K_t/m & -B_v/m \end{bmatrix},$$

$$B = [1/L_q \ 0]^T, C = [0 \ 1].$$

图1是此简化模型的结构框图. 这是一个单输入单输出(SISO)的二阶线性系统. 注意到质量、电感和电阻等的变化将引起系统矩阵  $A$ ,  $B$  的变化.

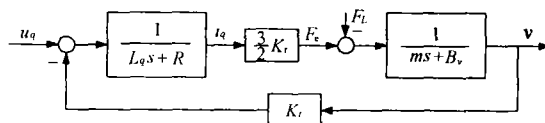


图1 永磁直线电机简化框图

Fig. 1 Simplified block diagram of permanent magnet linear motor

## 2 自适应控制器的设计

下面我们运用 Lyapunov 稳定性理论来设计一个模型参考自适应控制器, 使电机的动态性能与参考模型尽量保持一致, 对参数变化和外界扰动不敏感, 并使稳态误差为零. 设计过程将按以下步骤来进行<sup>[3,4]</sup>: 首先根据性能指标要求, 确定一个合适的参考模型, 然后找出控制器结构, 导出误差方程, 最后设计一个 Lyapunov 函数, 并用它来推导参数自适应律, 使误差趋于零.

根据电机模型具有式(15)的形式, 我们假设参考模型如下:

$$\frac{dx_m}{dt} = A_m x_m + B_m u_c \quad (17)$$

为补偿被控对象参数的变化, 引进可调的前馈增益矩阵  $K_1$  和反馈矩阵  $K_2$ , 得到如下控制律:

$$u = K_1 u_c - K_2 x \quad (18)$$

这样的模型参考自适应控制系统如图2所示。

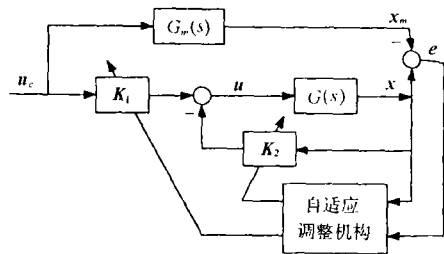


图2 模型参考自适应系统框图

Fig. 2 Block diagram of MRAS

图2中  $G_m(s)$  为参考模型的传递函数,  $G(s)$  为被控对象的传递函数.  $K_1, K_2, G(s)$  组成了一个可调系统, 它以  $u_c$  作为输入, 此时可调系统方程变为

$$\frac{dx}{dt} = (A - BK_2)x + BK_1 u_c = A_c(\kappa)x + B_c(\kappa)u_c \quad (19)$$

其中的矩阵  $A_c$  和  $B_c$  依赖于参数  $\kappa, \kappa$  为  $K_1$  和  $K_2$  的某种组合形式, 如在任何时候都可使式(19)等于式(17), 则可调系统此时能完全跟踪参考模型  $G_m(s)$ . 完全跟踪的一个充分条件是存在参数  $\kappa^0$  使

$$\begin{cases} A_c(\kappa^0) = A_m \\ B_c(\kappa^0) = B_m \end{cases} \quad (20)$$

引入广义误差向量  $e$ , 定义如下:

$$e = x - x_m \quad (21)$$

式(15)减去式(17), 得

$$\frac{de}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dx_m}{dt} = Ax + Bu - A_m x_m - B_m u_c \quad (22)$$

在式(22)右边加上和减去  $A_m x$  项, 得

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= A_m e + (A - A_m - BK_2)x + (BK_1 - B_m)u_c = \\ &= A_m e + (A_c(\kappa) - A_m)x + (B_c(\kappa) - B_m)u_c = \\ &= A_m e + \Phi(\kappa - \kappa^0) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)是在满足精确模型跟踪条件时得到的. 为导出参数调整率, 引入函数:

$$V(e, \kappa) = \frac{1}{2} (\gamma e^T P e + (\kappa - \kappa^0)^T (\kappa - \kappa^0)) \quad (24)$$

式中  $P$  为正定矩阵, 函数  $V$  显然是正定的, 若其对时间的导数是非正定的, 则它就是一个 Lyapunov 函数. 为此, 对  $V$  求时间的导数

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{\gamma}{2} e^T Q e + \gamma (\kappa - \kappa^0)^T \Phi^T P e + (\kappa - \kappa^0)^T \frac{d\kappa}{dt} = \\ &= -\frac{\gamma}{2} e^T Q e + (\kappa - \kappa^0)^T \left( \frac{d\kappa}{dt} + \gamma \Phi^T P e \right) \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $Q$  是正定矩阵, 它满足

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (26)$$

根据 Lyapunov 理论, 只要  $A_m$  是稳定的,  $P$  和  $Q$  这样的正定矩阵总是存在的.

如果选取参数调整率如下:

$$\frac{d\kappa}{dt} = -\gamma \Phi^T P e \quad (27)$$

则有

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\gamma}{2} e^T Q e \quad (28)$$

即 Lyapunov 函数对时间的导数是半负定的. 根据 Lyapunov 稳定性定理, 这时实际系统与参考模型的输出误差将趋于零, 系统是渐近稳定的. 因此式(27)就是基于 Lyapunov 理论的模型参考自适应系统的参数调整律.

### 3 仿真结果

永磁直线电机的参数示于表1中.

表1 永磁直线电机的参数

Table 1 Parameters of the permanent magnet linear motor

永磁直线电机参数	参数值
相电阻 $R/\Omega$	8.6
交轴同步电感 $L_q/mH$	6.0
永磁体磁链 $\Psi_{af}/(V \cdot s)$	0.35
极距 $\tau/m$	0.031
极对数 $N_p$	1
空载时运动部分质量 $m/kg$	1.635
粘性阻尼系数 $B_v/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	0.1
总摩擦系数 $\mu/(N \cdot kg^{-1})$	1

本例中, 根据系统性能指标要求并考虑可实现性<sup>[5,6]</sup>, 选取参考模型如下:

$$G_m(s) = \frac{100}{s^2 + 16s + 100}$$

它具有较快的响应及较小的超调量. 在模型参考自适应控制系统中, 输入量为速度参考值, 控制律即由该参考值的前馈以及速度输出值的反馈组合而成. 由于速度参考值和速度输出值均为标量, 故控制律中的矩阵  $K_1$  和  $K_2$  也退化为标量. 根据以上分析的满足 Lyapunov 稳定性理论的参数调整率选取原则,  $K_1$  和  $K_2$  按下面表达式来进行参数更新:

$$\frac{dK_1}{dt} = -10\,000 u_c e, \quad \frac{dK_2}{dt} = -10\,000 y e.$$

本文将自适应控制与PID调节器的性能进行对比研究,PID调节器的3个参数经挑选分别取值如下: $K_p = 2, K_i = 220, K_d = 2.5$ . 仿真结果分别示于图3至图8中.

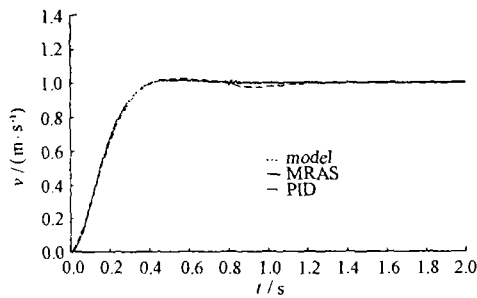


图3 参考模型、实际系统和PID调节系统的阶跃响应曲线  
Fig.3 Step response waveforms of the model, MRAS and PID tuning system

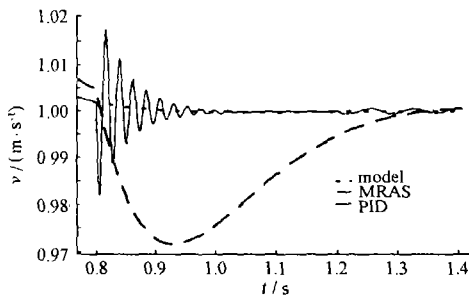


图4 加入扰动以及参数变化后的响应曲线局部放大图  
Fig.4 Zoom of the response waveforms when disturbance and parameter variation occur

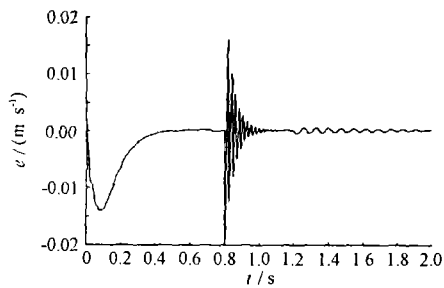


图5 实际系统与参考模型之间的输出偏差  
Fig.5 Waveform of output error between the MRAS and the model

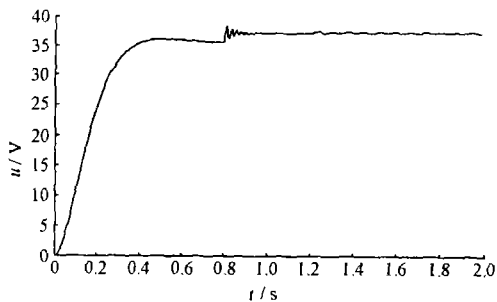


图6 实际系统的输入量  
Fig.6 The input of the MRAS

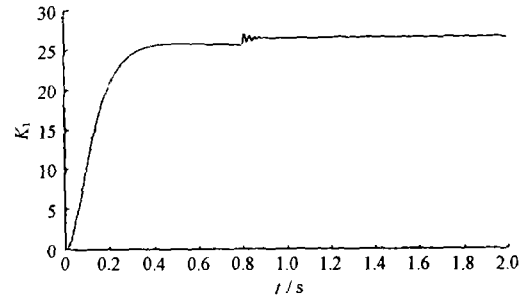


图7 自适应控制律参数  $K_1$  的调整过程  
Fig.7 Tuning of the parameter  $K_1$  of the adaptive control law

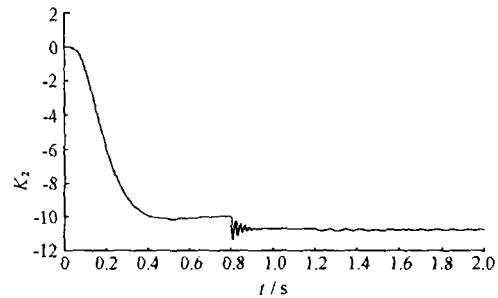


图8 自适应控制律参数  $K_2$  的调整过程  
Fig.8 Tuning of the parameter  $K_2$  of the adaptive control law

在仿真中,考察了系统的抗外界扰动和参数变化的能力.首先,系统在零初始状态下,电机能很好地跟随参考模型从静止迅速起达到稳态,然后,在0.8s时,负载  $F_L$  由0突加到10N,模型参考自适应系统有轻微的振荡,但很快就能稳定下来,最后,在1.2s时,运动部分的质量  $m$  突然增加到原值的10倍,这个参数变化对系统的影响几乎可以忽略不计.而对于本被控对象,此时若用PID调节器来作控制器,系统的抗干扰能力明显更差,且调整时间很长,根本无法满足快速性要求.图3为参考模型和实际系统以及采用PID调节器的系统阶跃响应输出波形,由图可以看出,模型参考系统比PID调节系统具有更好的动态性能,表现在调节时间更短,超调量更小.图4为加入负载扰动以及系统参数发生变化后的响应曲线局部放大图,模型参考系统在扰动下偏离稳态值有小幅振荡,但很快能稳定下来,而PID调节结果却对稳态值有较大的偏离,调整时间也明显更长.图5为实际系统与参考模型在整个过程的输出偏差,由图可知它们之间的偏差主要在起动阶段以及扰动加入后的调整阶段,在稳态时它们之间的偏差为零.图6为实际系统的输入量,即电机的交轴电压.图7和图8分别示出了自适应控制律

的参数  $K_1$  和  $K_2$  的更新过程, 由图可知系统在受到外界扰动及参数变化时控制律可自动调节。

#### 4 结 论

本文推导了永磁直线电机的简化数学模型, 在此基础上运用基于 Lyapunov 稳定性理论模型参考自适应系统设计了一个自适应控制器, 并与传统的 PID 调节器进行比较分析, 仿真结果表明, 用 Lyapunov 理论设计的模型参考自适应系统是鲁棒稳定的, 并且它比 PID 调节系统具有更好的动态性能和更强的抗扰能力。自适应律与对象参数无关, 易于实现。因此这种方法是有效的。

#### 参考文献:

[1] 丁志刚, 蒋黔麟, 陶志鹏. 微特直线电机及其控制

[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1987.

- [2] Pillay P, Krishnan R. Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, Part I: The permanent-magnet synchronous motor drive [J]. IEEE Trans Ind Appl, 1989, 25(2):265-273.
- [3] Astrom K J, Wittenmark B. Adaptive control [M]. 2nd ed. New York: Addison-Wesley, 1995.
- [4] Liu T H, Cheng C P. Adaptive control for a sensorless permanent-magnet synchronous motor drive [J]. IEEE Trans Aero Electron Sys, 1994, 30(3):900-909.
- [5] 吴捷, 姜智坚, 钱来. 感应电机调速系统新型滑动模解耦与自校正控制 [J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(1):1-5.
- [6] 吴捷, 薛峰, 杨金明, 等. 基于滑动模控制的感应电动机增益自适应锁相环速度控制 [J]. 电工技术学报, 2000, 15(2):54-60.

## Model Reference Adaptive Control for Permanent Magnet Linear Motor Drives

Chen Yuan-rui<sup>1</sup> Wu Jie<sup>1</sup> Norbert C. Cheung<sup>2</sup>

(1. College of Electric Power, South China Univ. of Tech., Guangzhou 510640, China;

2. Department of Electrical Engineering, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong SAR, China)

**Abstract:** The simplified mathematical model of the permanent magnet linear motor is deduced in this paper. A model reference adaptive controller is designed by applying the Lyapunov stability theory. Then the controller is evaluated by computer simulation. The results show that the model reference adaptive system (MRAS) is superior to the conventional PID controller in dynamic performance and steady accuracy. The MRAS is robust to the parameter variation and external disturbance.

**Key words:** permanent magnet linear motor; Lyapunov theory; model reference adaptive system