

KERETSZERKEZETEK RÚDKERESZTMETSZETEINEK KÖZELÍTŐ FELVÉTELE

DR. KOLLÁR LAJOS

1. BEVEZETÉS

A tartószerkezetek tervezésének egyik lényeges lépése a rúdkeresztmetszetek méreteinek felvétele. Ez nem szokott problémát okozni a két- vagy többtámaszú tartók esetében, de a keretszerkezetek igénybevételeit általában kénytelenek vagyunk önkényesen felvett rúdkeresztmetszetekkel, számítógéppel – esetleg többször is – kiszámítani ahhoz, hogy meghatározhassuk a rudak keresztmetszeti méreteit. Csak ily módon kaphatunk választ arra a kérdésre is, hogy egyáltalán lehet-e keretet tervezni, vagy merevítőfalak (is) szükségesek az állékonyság biztosítására.

A következőkben először igyekszünk röviden és szemléletesen bemutatni a keretszerkezetek erőjátékát, majd egy közelítő módszert javasolunk az igénybevételek (és ezzel együtt a rúdkeresztmetszetek) gyors meghatározására.

2. A KERETEK ERŐJÁTÉKÁNAK SZEMLÉLETES ISMERTETÉSE

A keretszerkezetekben általában a vízszintes terhek, elsősorban a szélerek okozzák a mértékadó igénybevételeket. A vízszintes erőkből származó erőjátékot az jellemzi, hogy a külső teherből az oszlopokra jutó nyomatók egy részét a gerendák – saját hajlításuk révén – az oszlopokban működő húzó-nyomó (derék-)erőkké alakítják át. Minél merevebbek a gerendák az oszlopokhoz képest, annál nagyobb része alakul át a nyomatókknak derékerőkké, és ennek megfelelően annál nagyobb mértékben csökkennek az oszlopok hajlítónyomatókai. Ezzel egyidejűleg természetesen megnőnek a gerendákban a nyomatók.

Láthatjuk tehát, hogy az oszlopok és a gerendák merevségének arányával befolyásolhatjuk a bennük ébredő nyomatók nagyságát. Ahhoz azonban, hogy ezt megtehesük, szükségünk van egy egyszerű, áttekinthető, közelítő módszerre, amellyel gyorsan meghatározhatjuk ezeket a nyomatókat, és amely megmutatja: mit és milyen mértékben kell változtatnunk ahhoz, hogy megfeleljenek a rúdkeresztmetszetek. Ezért egy célszerű modellt kell választanunk a keretszerkezetekhez.

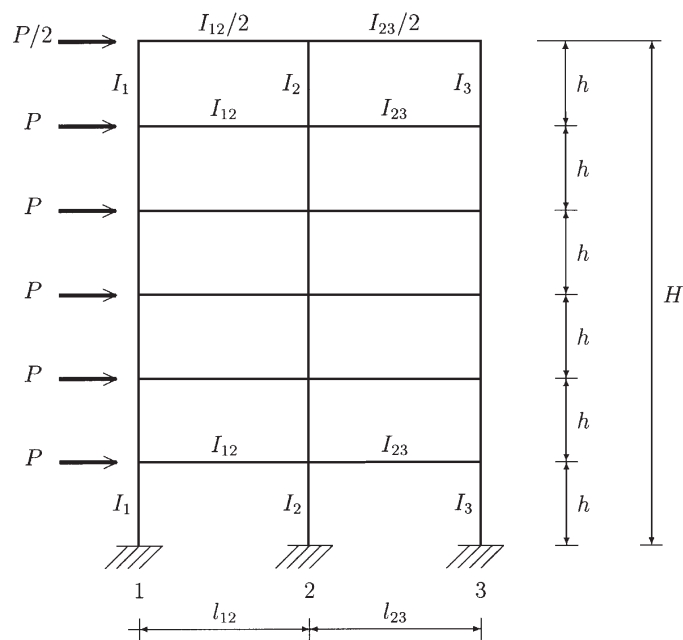
Ebben a dolgozatban nem kívánunk a stabilitási kérdésekkel foglalkozni (a nyomóerők okozta nyomatéknövekedéstől is eltekintünk), és az oszlopokat összenyomhatatlanoknak tekintjük. Nem vesszük figyelembe a gerendák nyírási alakváltozását.

Az oszlopokban ébredő nyomóerők kiszámítását sem részletezzük, mivel a függőleges terhekből származókat igen könnyű megkapni, a szélteherből keletkezők pedig ezekhez képest általában kicsik.

3. A KERETSZERKEZETEK SZÁMÍTÁSÁHOZ ALKALMAZHATÓ EGYSZERŰ MÓDSZER

A keretszerkezetekhez célszerűen alkalmazható egyszerű módszer Csonka P. két dolgozatán [1], [2] alapul. Alkalmazhatóságának feltételei a következők:

- az egyes oszlopok keresztmetszete állandó;
- az egymás fölött lévő gerendák merevsége minden szinten azonos, kivéve a legfelsőt, amelynek hajlítási merevsége a többiekének fele (1. ábra);
- az emeletmagasságok is azonosak;



1. ábra

- az oszlopok mereven be vannak fogva az alapba;
- a keret „arányos”, azaz az oszlopok és a gerendák merevségi arányai olyanok, hogy az egyes oszlopok kilendülés közben azonos deformációt szenvednek. Ez akkor teljesül, ha az egyes oszlopok merevsége úgy aránylik egymáshoz, mint a hozzájuk csatlakozó gerendavégek merevségeinek összege. Az *I. ábrán* vázolt háromlábú keret esetében ez az oszlopok és a gerendák merevségeinek alábbi arányát kívánja meg:

$$\frac{I_1/h}{I_{12}/l_{12}} = \frac{I_2/h}{I_{12}/l_{12} + I_{23}/l_{23}} = \frac{I_3/h}{I_{23}/l_{23}}. \quad (1)$$

Ha a vizsgált keret merevségei nem felelnek meg az arányos keretekre előírtaknak, akkor eredményeink annál pontatlanabbak lesznek, minél inkább eltérnek a merevségek az arányos keretekre megadottaktól.

A Csonka-féle módszerhez alkalmazott modell előállításához először is a keret oszlopait egyetlen helyettesítő oszloppá fogjuk össze, melynek I inercianyomatéka az egyes oszlopok inercianyomatékainak összege. A gerendavégek hajlítási merevségeit ugyancsak összegezzük egy-egy szinten, és egyenletesen elosztjuk („elkenjük”) az oszlop hossza mentén. Ily módon egy olyan „kontinuum-oszlopot” kapunk, amely elfordulás ellen folytonosan rugalmasan van ágyazva, és alul az alaptestbe mereven be van fogva. Először ennek a kontinuum-oszlopnak az erőjátékát határozzuk meg, majd figyelembe vesszük, hogy a gerendák a valóságban nem elosztottan, hanem összpontosan (koncentráltan) fogják meg az oszlopokat.

Ennek a modellnek a segítségével Csonka zárt képleteket adott meg a gerendákról az oszlopokra ható (összpontos) nyomatékok meghatározására. Ezek ismeretében a keretszerkezet oszlopainak nyomatékait Csonka szerint úgy határozhatjuk meg, hogy működtetjük az oszlopokra a szélerőket és a gerendákról leadódó összpontos nyomatékokat, majd ezekből az oszlop nyomatékait a statika szabályai szerint számítjuk ki.

Közelítően azonban úgy is meghatározhatjuk az oszlopnyomatékokat, hogy a kontinuum-oszlopra kiszámított folytonos nyomatékábrához minden gerendaszinten hozzáadjuk (ill. levonjuk belőle) a gerenda által leadott összpontos nyomaték felét, és az így kapott pontokat egyenesekkel összekötjük. (Ez azért közelítés, mert a valóságban a gerendanyomatékoknak nem pontosan a felét kell levonni, ill. hozzáadni a folytonos nyomatékábrához.) A legfelső gerenda helyén természetesen a gerendáról leadódó teljes nyomatékot kell az oszlopra működtetnünk. E módosított, közelítő módszer előnyeit a következőkben vázoljuk.

A Csonka-féle modell előnye egyszerűsége és szemléletessége. Az egyszerűség abban áll, hogy szélteher esetében zárt képleteket lehet megadni mind a legalsó ke-

resztmetszetben, mind az oszlop közepetáján ébredő legnagyobb oszlopnymomatékra, valamint a legnagyobb gerendanyomatéokra. A vázlattervezés során többre általában nincs is szükségünk. Ha pedig az oszlopnymomatékokat az imént említett módon, vagyis a kontinuum nyomatókabrájának és a gerendanyomatékok felének összegezésével állítjuk elő, akkor a módszer szemléletesen mutatja a keret erőjátékának alakulását mind a végtelen merev, mind a zérus merevségű gerendák esetében: a modell mind a két szélsőséges esetben szemmel látható módon átmegy a pontos megoldásba. A végtelen merev gerendás esetben a kontinuum-oszlop nyomatókai zérussá válnak és csak a (merev) gerendákkal megfogott oszlop nyomatókai maradnak meg, amit azonnal fel tudunk írni; a zérus merevségű gerendák esetében viszont eltűnnek a gerendák megfogó nyomatókai és csupán a kontinuum-oszlop nyomatókai maradnak meg: ezek most egy alul befogott szabad oszlop nyomatókaival lesznek egyenlők. (Szabatosan véve ily módon nem kapjuk meg pontosan a végtelen merev gerendáknak megfelelő nyomatókakat, mivel ehhez nem megfelelni kellene a gerendanyomatékokat, de az így elkövetett hiba kicsiny.)

A következőkben a Csonka-féle módszer főbb eredményeit fogjuk összefoglalni, majd bemutatjuk a módszer továbbfejlesztését:

- megvizsgáljuk a fentemlített közelítést, vagyis a gerendanyomatékok felének a kontinuum nyomatókabrájához való hozzáadását, ill. a belőle történő kivonását;
- ugyanezzel a közelítéssel meghatározzuk az oszlop közepe táján keletkező, helyi maximumot adó nyomatók helyét;
- meghatározzuk a keret felső pontjának vízszintes eltolódását;
- ahol lehet, kiküszöböljük a képletekből a nagy számok kis különbségét;
- megvizsgáljuk: milyen feltételek mellett maradnak érvényesek a képletek a magasság mentén változó oszlop- és gerendamerevségek esetében.

4. A KERET ERŐJÁTÉKA A FÜGGŐLEGES MENTÉN EGYENLETESEN MEGOSZLÓ VÍZSZINTES TEHERRE

Csonka [1], [2] zárt képleteket adott meg a magasság mentén egyenletesen megoszló erővel terhelt keretek igénybevételeire. Mi ezeket az eredményeket ki fogjuk egészíteni a keret felső pontjának Szerémi L.-tól [4] származó kifejezésével. Megadjuk az oszlop közepetáján ébredő, helyi maximumot adó oszlopnymomaték helyét és nagyságát is. Ezenkívül – Szerémi L. [4] alap gondolatát követve – úgy fogjuk átalakítani a képleteket, hogy ahol csak lehet, kiküszöböljük belőlük a nagy számok kis különbségét adó, hiperbolikus függvényekből álló kifejezéseket. E cél-

ból ezeket a hiperbolikus függvényeket, jól ismert definíciós képletüket felhasználva, átalakítjuk e^x és e^{-x} típusú függvényekké.

Először Csonka eredeti képleteit fogjuk közölni, majd utána a fentiek szerint átalakított kifejezéseket.

A szélteherről feltételezzük, hogy intenzitása a magasság mentén nem változik. Ha a keretszerkezetes épület szélessége állandó, akkor a szélteher a magasság mentén egyenletesen megoszlónak tekinthető. A keretre a szélteher a födémek magasságában egyenlő nagyságú $P = ph$ koncentrált erők formájában hat (kivéve a legfelső gerendát, amelyre csak feleekkora erő működik), mivel a falszerkezet általában födémtől-födémig hordja át a szélterhet és a keretre a födémek adják át az erőket, a kontinuum-modellre azonban egyenletesen megoszló terhet vehetünk fel. Vizsgáljuk meg, milyen eredményeket ad a Csonka-modell erre a terhelési esetre.

4.1. MEGOLDÁS A MAGASSÁG MENTÉN ÁLLANDÓ OSZLOPKERESZTMETSZETEK ÉS GERENDAMEREVSÉGEK ESETÉRE

Abból a célból, hogy egyszerű képleteket kapjunk, az alábbi közelítésekkel fogunk élni:

$$\sinh \alpha H \approx \cosh \alpha H \approx \frac{e^{\alpha H}}{2}, \quad (2)$$

valamint

$$\sinh \frac{\alpha h}{2} \approx \frac{\alpha h}{2}, \quad (3)$$

$$\cosh \frac{\alpha h}{2} \approx 1. \quad (4)$$

A (2)–(4) összefüggésekkel elkövetett hiba mintegy 5%, ha

$$\alpha H > 1,5, \quad \text{ill.} \quad \alpha h < 0,6, \quad (5)$$

és mintegy 10%, ha

$$\alpha H > 1,2, \quad \text{ill.} \quad \alpha h < 1,2. \quad (6)$$

(Pontosabban fogalmazva: $\alpha h = 1,2$ -nél a (3) képlet hibája 6%, a (4) képleté 15%.) Az α mennyiséget a (10) képlet definiálja.

Az igénybevételek kiszámításához szükségünk lesz néhány segédmennyiségre, ill. összefüggésre.

Mivel a gerendák a keret kilendülő alakváltozása során antimetrikus alakváltozást szenvednek, ezért pl. az i és k oszlopok között elhelyezkedő gerenda egyik végének hajlítási merevsége

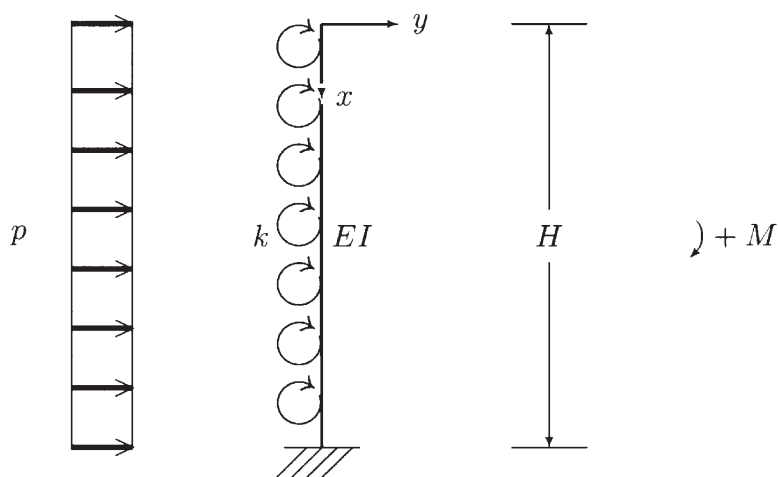
$$K_{ik} = \frac{6EI_{ik}}{l_{ik}}, \quad (7)$$

a gerendák befogó hatását helyettesítő folytonos befogás k merevsége pedig

$$k = \frac{\sum K_{ik}}{h}, \quad (8)$$

ahol az összegezést egy emelet valamennyi gerendavégére kell kiterjeszteni. A kontinuum-oszlop (2. ábra) I inercianyomatéka az egyes i oszlopok inercianyomatékainak összege:

$$I = \sum I_i. \quad (9)$$



2. ábra

A kontinuum-oszlop nyomatékábráját Csonka az

$$\alpha = \sqrt{\frac{k}{EI}} \quad (10)$$

merevségi arány segítségével a következőképpen írta fel:

$$M_{\text{kont}}(x) = \frac{p}{\alpha^2} \left(\frac{\alpha H - \sinh \alpha H}{\cosh \alpha H} \sinh \alpha x + \cosh \alpha x - 1 \right). \quad (11a)$$

A képletet a korábban mondottak szerint átalakítva:

$$M_{\text{kont}}(x) = \frac{p}{\alpha^2} \left[\frac{2\alpha H}{e^{\alpha H}} \sinh \alpha x + e^{-\alpha x} - 1 \right]. \quad (11b)$$

A gerendákról az oszlopra átadódó összpontos nyomaték Csonka szerinti kifejezése (amely csak a gerendák helyén, azaz $x = h, 2h, 3h, \dots$ -nál érvényes):

$$M_{\text{ger}}(x) = -\frac{ph}{\alpha} \frac{\sinh \frac{\alpha h}{2}}{\frac{\alpha h}{2}} \left(\frac{\alpha H - \sinh \alpha H}{\cosh \alpha H} \cosh \alpha x + \sinh \alpha x \right) + phx. \quad (12a)$$

Átalakítva:

$$M_{\text{ger}}(x) = -\frac{ph}{\alpha} \left[\frac{2\alpha H}{e^{\alpha H}} \cosh \alpha x - e^{-\alpha x} \right] + phx. \quad (12b)$$

A legfelső gerendára eltérő képlet vonatkozik. Csonka szerint:

$$M_{\text{ger}}(0) = -\frac{p}{\alpha^2} \left(\frac{\alpha H - \sinh \alpha H}{\cosh \alpha H} \sinh \frac{\alpha h}{2} + \cosh \frac{\alpha h}{2} - 1 \right) + \frac{ph^2}{8}. \quad (13a)$$

Átalakítva:

$$M_{\text{ger}}(0) = -\frac{p}{\alpha^2} \left[\frac{2\alpha H}{e^{\alpha H}} \sinh \frac{\alpha h}{2} + e^{-\frac{\alpha h}{2}} - 1 \right] + \frac{ph^2}{8}. \quad (13b)$$

Az oszlop legalsó keresztmetszetében ébredő, maximális nyomaték nagysága Csonka szerint:

$$M_{\text{oszl.}}^{\text{max}}(H) = \frac{p}{\alpha^2} \left[\frac{\alpha H - \sinh \alpha H}{\cosh \alpha H} \sinh \alpha \left(H - \frac{h}{2} \right) + \cosh \alpha \left(H - \frac{h}{2} \right) - 1 \right] +$$

$$+p \left(\frac{Hh}{2} - \frac{h^2}{8} \right) \quad (14a)$$

Átalakítva:

$$M_{\text{oszl.}}^{\max}(H) = \frac{p}{\alpha^2} \left(\frac{\alpha H}{e^{\frac{\alpha h}{2}}} - 1 \right) + \frac{p}{2} \left(Hh - \frac{h^2}{4} \right) \quad (14b)$$

A gerendákra ható legnagyobb nyomaték helye Csonka szerint:

$$x_k(M_{\text{ger}}^{\max}) = H - \frac{1}{\alpha} \ln(\alpha H), \quad (15)$$

nagysága pedig:

$$M_{\text{ger}}^{\max} = ph \left\{ H - \frac{1}{\alpha} [1 + \ln(\alpha H)] \right\}. \quad (16)$$

Ezt a két képletet nem szükséges átalakítani, mivel Csonka már felhasználta előállításukhoz az említett közelítéseket, és ezeken kívül még feltételezte, hogy nemcsak H -ra, hanem x -re is érvényesek a közelítő (2) összefüggések. $x_k(M_{\text{ger}}^{\max})$ általában nem esik pontosan egy gerenda helyére, de mivel egy függvény a maximumának környezetében csak lassan változik, az így kiszámított nyomatékot érvényesnek vehetjük a legközelebbi gerendára.

Az oszlop közepe táján ébredő, helyi maximumot adó, az alsó, befogási keresztmetszetben fellépővel ellenkező előjelű oszlopnymomaték kiszámításához összegezzük a kontinuum-oszlop (11b) nyomatékát és a gerendákról leadódó (12b) nyomaték felét:

$$M_{\text{oszl.}} = \frac{p}{\alpha^2} \left[\frac{\alpha H}{e^{\alpha x}} e^{\alpha x} + e^{-\alpha x} - 1 \right] + \frac{ph}{2\alpha} \left[\frac{\alpha H}{e^{\alpha x}} e^{\alpha x} + e^{-\alpha x} \right] - \frac{phx}{2}. \quad (17)$$

Ennek x szerinti deriváltját zérussal egyenlővé téve a következő másodfokú egyenletet kapjuk $e^{\alpha x}$ -re

$$\left(\frac{H}{e^{\alpha x}} + \frac{\alpha h H}{2e^{\alpha x}} \right) e^{2\alpha x} - \frac{h}{2} e^{\alpha x} + \left(\frac{h}{2} - \frac{1}{\alpha} \right) = 0. \quad (18)$$

(A gyök előtti negatív előjel nem ad valós eredményt, így nem vesszük figyelembe.) Ebből:

$$x_k = \frac{1}{\alpha} \ln \left\{ \frac{\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} - 4 \left(\frac{H}{e^{\alpha H}} + \frac{\alpha h H}{2e^{\alpha H}} \right) \left(\frac{h}{2} - \frac{1}{\alpha} \right)}}{\frac{2H}{e^{\alpha H}} + \frac{\alpha h H}{e^{\alpha H}}} \right\}. \quad (19)$$

Az így kapott x_k -val a (17) képletből számíthatjuk ki a helyi maximumot adó oszlopnyomatékot.

Az oszlop közepe táján ébredő nyomaték mindig kisebb az oszlop alsó keresztmetszetére ható (14) nyomatéknál, de változó oszlopkeresztmetszet esetében (l. a 4.2. pontban) mégis szükségünk lehet rá.

A fentiekben megadott nyomatékok a teljes keretre működnek. Az egyes oszlopokra ható nyomatékokat úgy kapjuk meg, hogy a fenti oszlopnyomatékokat szétosztjuk az egyes oszlopok merevségeinek arányában:

$$M_i = \frac{I_i}{I} M_{\text{oszl.}}, \quad (20)$$

az egyes gerendavégekre ható nyomatékok előállításához pedig a (12), (13), ill. (16) képlettel megadott gerendanyomatékot az illető gerendavég-merevségnek és az egy szinten összegezett gerendavég-merevségeknek az arányában osztjuk szét:

$$M_{ik} = \frac{k_{ik}}{\sum k_{ik}}. \quad (21)$$

Végül megadjuk a keret felső pontja vízszintes eltolódásának közelítő kifejezését:

$$y(0) = \frac{1}{EI} \frac{p}{\alpha^2} \left[\frac{1 - \alpha H}{\alpha^2} + \frac{H^2}{2} \right] \left(1 + \frac{kh^2}{12EI} \right). \quad (22)$$

Itt a képlet első fele a kontinuum-oszlop eltolódását adja meg Szerémi dolgozata [4] alapján, amit úgy is megkaphatunk, hogy a (11a) képletet kétszer integráljuk, meghatározzuk az integrálási állandókat a peremfeltételekből, és felhasználjuk a (2) közelítéseket. A második zárójeles kifejezés az oszlopoknak a gerendák közötti többletkilendülését veszi közelítően figyelembe [3] szerint. E többletkilendülést a valódi keretre és a kontinuum-oszlopokra ható nyomatékokra különbsége okozza,

amely emeletenként egy-egy „fűrészfog-alakú” nyomatékábrarészből áll, l. a 4. ábrát. Ezt az oszlopra ható megoszló nyomatékok ellentettjei és a gerendákról ténylegesen ható összpontos nyomatékok okozzák. [3]-ban ebből a fűrészfog-alakú nyomatékábrából számítottuk ki a többletkilendülést, a számítás egyszerűsítése céljából a kontinuum-oszlopra ható megoszló nyomatékokat egy emeletmagasságon belül konstansnak tekintve, nagyságukat egyenlőnek véve az emeletmagasság felében működő megoszló nyomaték intenzitásával, és feltételezve, hogy az emeletenként jelentkező fűrészfog-nyomatékára alsó és felső ordinátája egymással egyenlő.

4.2. MEGOLDÁS LEFELÉ NÖVEKVŐ OSZLOP- ÉS GERENDAMEREVSÉGEK ESETÉRE

Amennyiben a közelítő számítás szerint akár az oszlopok, akár a gerendák keresztmetszete nem felel meg, akkor megnövelhetjük az oszlopok, ill. a gerendák keresztmetszetét. Ekkor megváltozik a k/EI arány, és ezért újra el kell végeznünk a számítást, azaz iterálnunk kell. Itt érdemes meggondolnunk a következőket.

Ha növeljük a gerendák hajlítási merevségét az oszlopokéhoz képest, akkor ezek a külső hajlítónyomatékból egyre többet alakítanak át az oszlopokban működő derékerőkké, azaz egyre jobban tehermentesülnek az oszlopok a hajlás szempontjából. Ez pedig előnyös lehet, mivel a derékerőket az oszlopok sokkal könnyebben fel tudják venni, mint a nyomatékokat. Ebből rögtön levonhatjuk azt a következtetést, hogy ha csökkenteni akarjuk az oszlop-keresztmetszeteket, akkor a gerendák merevségét kell növelnünk. A gerendák merevségének növelésével azonban az oszlopnyomatékokat legfeljebb a végtelen merev gerendákkal bíró kereten fellépő oszlopnyomatékok szintjére tudjuk leszállítani, ennél tovább nem tudjuk őket csökkenteni.

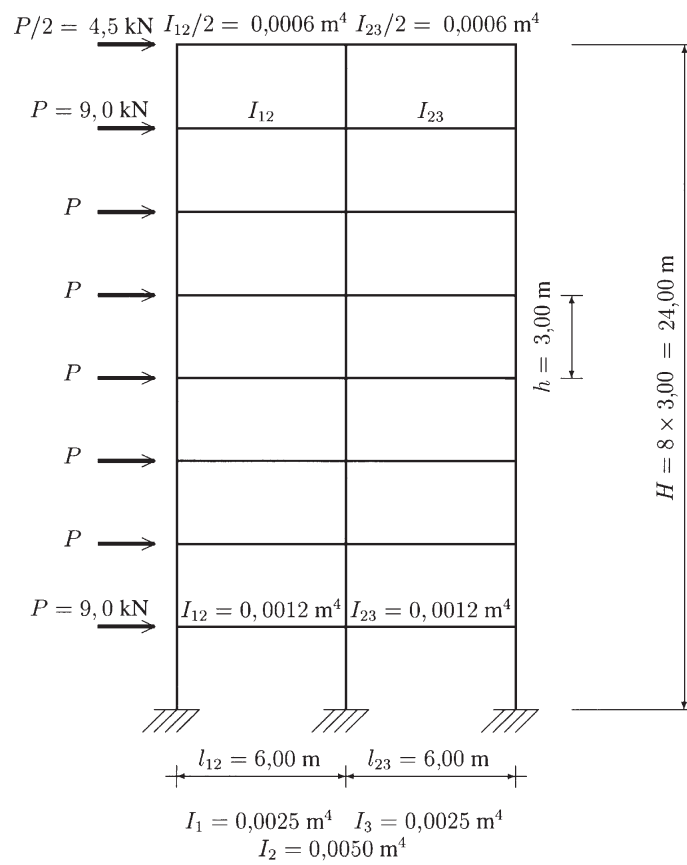
Eljárhatunk azonban másképp is. Az előző pontban láttuk, hogy mind a kontinuum-oszlop nyomatékai, mind a gerendákról az oszlopokra átadódó nyomatékok csupán a k/EI aránytól, azaz a gerendák és az oszlopok merevségének egymáshoz viszonyított nagyságától függenek. Ebből következik, hogy ha mind a gerendák, mind az oszlopok merevségét ugyanolyan módon változtatjuk a magasság mentén (pl. lineárisan növeljük lefelé), akkor a k/EI arány állandó marad, és érvényesek maradnak az állandó gerenda- és oszlopkeresztmetszetű keretek nyomatékaira az előzőkben megadott képletek. (Megváltozik viszont az alakváltozások kifejezése.)

Ha tehát a közelítő számítás azt mutatja, hogy a keretoszlopoknak akár a legalsó, akár a középtáji keresztmetszete nem felel meg, vagy a gerendák túlságosan gyengék, akkor megtehetjük azt is, hogy az oszlopok és a gerendák merevségét a magasság mentén tetszőlegesen, de egymással arányosan megnöveljük. Ekkor ugyanis nem változik meg a magasság mentén állandó oszlop- és gerendamerevsé-

gekre kiszámított nyomatékok értéke és így feleslegessé válik az iteráció. Ez a me-revség-változtatás lehet folyamatos (pl. a magasság mentén lineáris), de lehet lép-csőztes is.

5. SZÁMPÉLDA

A következőkben Csonka [1], [2] számpéldáját vesszük alapul (3. ábra). Amikor megvizsgáljuk, mekkora hibát követünk el azzal a közelítéssel, hogy a kontinuum-oszlop nyomatékábrájához hozzáadjuk (ill. levonjuk belőle) a gerendákról az osz-

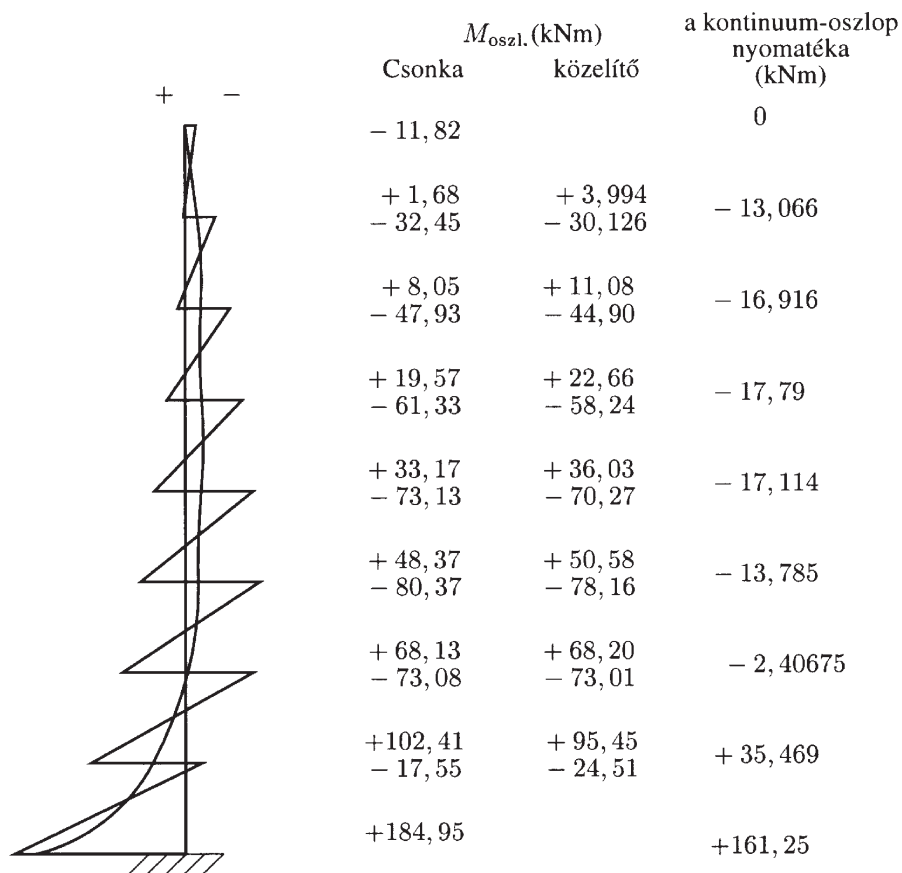


3. ábra

lopra átadódó nyomatékok felét, a Csonka által kiszámított értékeket tekintjük pontosnak. Az ábrán nem szereplő adatok:

$$\begin{aligned} p &= 3,0 \text{ kN/m} \\ E &= 22,5 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 \\ I &= 0,010 \text{ m}^4 \\ k &= 0,016E \text{ m}^2 \\ \alpha &= 0,4 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

A keret nyomatékait a 4. ábrán tüntettük fel. Az utolsó oszlopban szerepelnek a kontinuum-oszlop nyomatékai, amelyeket segédmennyiségeknek tekinthetünk.



4. ábra

A magasság közepétáján ébredő, helyi maximumot adó oszlopnymomaték helye a (19) képlet szerint: $\alpha H = 9,6$; $e^{\alpha H} = 14765$;

$$x_k = \frac{1}{0,4} \ln \frac{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} - 4 \left(\frac{24}{14765} + \frac{1,2 \cdot 24}{2 \cdot 14765} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{0,4} \right) \right)}}{\frac{48}{14765} + \frac{1,2 \cdot 24}{14765}} = 15,90 \text{ m}$$

a nyomaték nagysága pedig a (17) képletből:

$$\alpha x_k = 6,3586; \quad e^{6,3586} = 577,44;$$

$$M_{\text{oszl.}}(x) = \frac{3}{0,16} \left[\frac{9,6}{14765} 577,44 + \frac{1}{577,44} - 1 \right] +$$

$$+ \frac{3 \cdot 3}{0,8} \left[\frac{9,6}{14765} 577,44 - \frac{1}{577,44} \right] - \frac{3 \cdot 3 \cdot 15,90}{2} = -79,00 \text{ kNm.}$$

Csonka szerint a legnagyobb (negatív) oszlopnymomaték $x = 15$ m-nél ébred, nagysága $-80,37$ kNm.

A keret legfelső pontjának vízszintes eltolódása a (22) képletnek megfelelően:

$$y(0) = \frac{1}{22500 \cdot 0,010} \frac{3,0}{0,4^2} \left[\frac{1 - 9,6}{0,4^2} + \frac{24^2}{2} \right] \left(1 + \frac{0,0016 \cdot 3,0^2}{12 \cdot 0,010} \right)$$

$$= 0,022 \text{ m} = 2,2 \text{ cm.}$$

Láthatjuk, hogy a javasolt közelítéssel mindenütt csak kis hibát követünk el. Ezek alapján ajánlhatjuk a közelítő módszer alkalmazását a keretek méretfelvételéhez. A végleges méretezéshez természetesen pontosabb módszerre van szükség, amelyben nem szerepelnek az itt alkalmazott elhanyagolások és közelítések, és amely megadja az oszlopokban működő nyomóerők nagyságát is.

IRODALOM

- [1] Csonka P.: Egyszerűsített eljárás szélterheléssel terhelt emeletes keretek számítására. *Az MTA Műszaki Tud. Oszt. Közl.* **35** (1965): 209–219.
- [2] Csonka P.: Szélterheléssel terhelt sokemeletes derékszögű keretek legnagyobb nyomatékai. *Az MTA Műszaki Tud. Oszt. Közl.* **35** (1965): 271–275.
- [3] Kollár L.: Bestimmung der horizontalen Eigenfrequenz von Hochhaus-Stockwerkrahmen. *Die Bautechnik* **44** (1967): 385–388.
- [4] Szerémi L.: Magasházak merevítőrendszerének számítása kontinuum modell alkalmazásával (Tanulmány). Budapest, 1973.

APPROXIMATE DETERMINATION
OF THE BAR CROSS SECTIONS OF FRAME STRUCTURES*Summary*

When designing a frame structure we have to assume its cross sections. To avoid lengthy iterative computer calculations, a simple straightforward method is needed to assess the adequate cross sections of the bars. In this paper such a method is presented, based on the earlier work of P. Csonka, who replaced the frame by a single column whose cross sections are elastically restrained against rotation. A numerical example shows the applicability of the method.