Una contribución para la competencia matemática de los estudiantes

CARMEN SAMPER
csamper@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Docente)

TANIA PLAZAS
tplazas@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Docente)

Resumen. Generalmente, en la enseñanza escolar no se fomenta deliberadamente el desarrollo de algunos procesos propios de las ciencias, como lo son visualizar, conceptualizar y conjeturar. En este taller, los participantes resolverán un problema geométrico abierto de conjeturación, para cuya solución se requerirá el uso de estos procesos. Se presentarán diferentes tareas que ilustran cómo propiciar el desarrollo de la habilidad para realizar estos procesos, los cuales contribuyen a que los estudiantes participen en la clase de matemáticas de manera genuina, relevante y autónoma, es decir con competencia matemática. El fin es proveer ejemplos que el profesor podrá emular.

Palabras clave: Visualizar, conceptualizar, conjeturar, competencia matemática, problemas.

1. Presentación

Tres procesos matemáticos que son importantes en la formación de una persona, y que tal vez no reciben la atención adecuada en el aula, para que los estudiantes adquieran la capacidad de realizarlos son: visualizar, conceptualizar y conjeturar. Entendiendo competencia matemática como ser capaz de resolver problemas, comprender conceptos, procesos y hechos matemáticos, argumentar con base en el saber matemático y no desde creencias, usar el conocimiento para establecer relaciones, entre otras cosas, cualquier aptitud que contribuya a esto es importante.

No es inusual que algunos profesores crean que la visualización es una habilidad que se desarrolla de manera natural y que no requiere intervención didáctica, que la conceptualización es simplemente aprenderse una definición de memoria, y que no tiene sentido que los estudiantes exploren situaciones matemáticas para “descubrir” propiedades y formular conjeturas, pues lo que proponen ya son hechos matemáticos conocidos. En desacuerdo con cada una de las posturas mencionadas anteriormente, proponemos tareas que ilustran cómo propiciar la habilidad para realizar estos procesos en clase y cómo estos contribuyen para el aprendizaje de la matemática y el desarrollo de competencia matemática.

2. Marco teórico

Visualización

No se puede considerar la visualización como simplemente una ayuda para aprender; se debe reconocer como una herramienta real para el aprendizaje pues es un componente clave para: la resolución de problemas, el razonamiento que favorece conexiones teóricas con lo perceptual, y aún para actividades de índole teórico como la demostración (Arcavi, 2003).

Dado que la matemática hace uso de diagramas, figuras, representaciones, íconos, símbolos para comunicar y organizar información, es indiscutible que la capacidad de procesar visualmente, percibir y manipular esas imágenes visuales es esencial para el aprendizaje. La definición que propone Arcavi (p. 217, 2003) de visualización es la siguiente: *La visualización es la habilidad, el proceso y el producto, en nuestra mente, de la creación, interpretación, uso de y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas en papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar sobre y desarrollar ideas previamente desconocidas y avanzar en la comprensión.*[1]

Es innegable que para que la visualización sea elemento incisivo en el aprendizaje es necesario realizar procesos analíticos profundos, capacidad que se debe desarrollar. Según Bishop (1980), la habilidad para visualizar implica tener la capacidad de: (i) interpretar información figural que requiere comprender representaciones visuales, convenciones y el vocabulario asociado y (ii) traducir relaciones abstractas e información que no ha sido dada a través de figuras a términos visuales; incluye la manipulación y transformación de representaciones visuales. Gal y Linchevski (2010) proponen tres fases de la visualización, basados en ideas de Anderson (citado en Gal y Linchevski, 2010): (i) organización que consiste en el momento en que se extraen formas y objetos de la imagen presentada; (ii) reconocimiento o fase en la cual las formas y objetos se reconocen; y (iii) representación o procesamiento mental de información perceptual.

[1] Traducción propia.

Por otro lado, Duval (en Gal y Linchevski, 2010) asegura que si no se realiza aprehensión operativa de figuras, es decir, visualmente hacer reorganizaciones relevantes de las figuras de acuerdo al contexto de una situación dada, se evidencian dificultades para entender conceptos matemáticos tanto básicos como avanzados.

Conceptualización

Por otro lado, los estudiantes deben ir adquiriendo un lenguaje que les permita comunicar ideas geométricas de manera correcta y clara. Adquirir el lenguaje geométrico no es solo aprenderse el vocabulario correspondiente sino comenzar a formar los conceptos que cada término representa.

En matemáticas, definir es asignarle un nombre a un conjunto de propiedades. Pero aun cuando las palabras denotan los conceptos, no los conforman. Así como un niño forma sus primeros conceptos basándose en referentes concretos que son objetos y hechos perceptibles y familiares, parte del proceso de conceptualización es ofrecerles a los estudiantes imágenes y hechos perceptibles relacionados con el concepto. Según Vergnaud (1990, citado en Douek y Scali, 2000), el concepto adquiere significado a través de situaciones en las que se usa ya sean estas teóricas o prácticas. Para él, un concepto consta de un sistema de tres conjuntos: (i) situaciones que le dan sentido al concepto (referencia); (ii) invariantes que hacen posible desarrollar esquemas de uso (significado), y (iii) representaciones lingüísticas o simbólicas (significante). Muchos conceptos se adquieren sin conocer la definición y, como indica Vinner (1991), no es principalmente conociendo la definición que este se forma. Para Douek y Scali (2000), la conceptualización es un proceso complejo que consiste en la construcción del sistema del concepto y la construcción consciente de vínculos del concepto en cuestión con otros.

El nombre del concepto debe evocar la imagen conceptual de este, término que Vinner (1991) define como algo no verbal que asociamos mentalmente con el nombre, ya sea una imagen o el recuerdo de una experiencia relacionada con el concepto. En matemáticas, desarrollar una buena imagen conceptual es indispensable y en ese proceso la definición juega un papel importante pero no es el único elemento que contribuye; se requieren ejemplos y no ejemplos, y diferentes representaciones (significante).

Conjeturación

Darle la oportunidad a los estudiantes para que exploren situaciones especialmente diseñadas con el fin de que “descubran” relaciones entre propiedades matemáticas, permite que aborden de manera comprensiva los elementos teóricos, definiciones, postulados y teoremas, que van conformando un sistema teórico. Una conjetura es una triada compuesta de una afirmación de carácter general, expresada como una condicional, cuyo antecedente reporta las propiedades suficientes para que las propiedades que se mencionan en el consecuente se deriven de ellas, junto con argumentos basados en un sistema de concepciones (Pedemonte, 2007). La conjetura puede convertirse en un teorema, es decir, un enunciado junto con su demostración (argumentos deductivos encadenados) y el sistema teórico que lo sustenta (Mariotti et al., 1997).

El uso de un software de geometría dinámica permite realizar representaciones robustas de situaciones geométricas, es decir figuras que mantienen bajo el arrastre todas las propiedades que se impusieron durante su construcción, al usar las diferentes herramientas de la geometría dinámica (v.g., recta, punto sobre objeto, rectas o segmentos perpendiculares o paralelos, equidistancia, etc.). Además, la geometría dinámica permite arrastrar directamente alguno de los objetos que conforman las figuras, con el fin de explorar la situación, y el movimiento indirecto de otras partes de ellas muestra que existen dependencias entre las partes que componen las figuras (Mariotti, 2012). Particularmente, arrastrar un elemento específico de una figura para que se cumpla alguna relación determinada entre partes de esta, origina el movimiento de otras partes de ella que adquieren o mantienen una propiedad específica. Esta depende entonces de la construcción misma de la figura y de las condiciones impuestas con el arrastre. Descubrir estas dependencias debe llevar a formular la conjetura y, más aún, querer buscar su justificación.

Competencia matemática

Adquirir competencia matemática requiere participar en los acontecimientos de clase de manera genuina, autónoma y relevante (Perry, Samper, Camargo y Molina, 2013). Es decir, el estudiante, por iniciativa propia, se debe involucra en las discusiones y actividades realizadas en clase, y comprometerse con la construcción del conocimiento propio y de los demás miembros de la comunidad de clase (genuino); activar su conocimiento para hacer propuestas, analizar las de otros y argumentar desde la teoría su pertinencia (autónomo); y sus intervenciones deben estar relacionadas con el tema que se está tratando en clase (relevante). Esto se logra a través de problemas abiertos de conjeturación (Samper, Molina, Camargo, Perry y Plazas, 2013) que requieren el uso de geometría dinámica, en los que juegan un papel importante los tres procesos.

3. Descripción de las actividades

A partir de un problema propuesto a los participantes del taller, se identificarán los momentos en que es necesario visualizar matemáticamente y conceptualizar para formular una conjetura que será la solución al problema, si esta se puede justificar. Se hará un paréntesis en cada uno de esos momentos para presentar ejemplos de tareas con las cuales, en un curso de formación inicial de profesores, se fomenta el desarrollo de las habilidades para realizar los procesos. El uso de un software de geometría dinámica permitirá proponer tareas novedosas.

Un ejemplo de problema que permite identificar momentos en los cuales juega un papel importante cada uno de estos procesos es: *Estudie la relación entre el tipo de triángulo y la propiedad "la bisectriz de uno de los ángulos internos coincide con la mediana cuyo extremo es el vértice del mismo ángulo" formule una conjetura y justifíquela*.

4. Conclusiones

Existen diferentes tareas que propician el desarrollo de la habilidad para realizar los procesos matemáticos: visualizar, conceptualizar y conjeturar. Tareas como las propuestas en el taller permiten que el estudiante sea partícipe de actividades matemáticas, de manera genuina, autónoma y relevante, lo cual favorece el aprendizaje.

Este tipo de tareas contribuyen a que los estudiantes ganen en la comprensión de los asuntos matemáticos que subyacen en ellas, porque se están favoreciendo estos procesos que permiten un tratamiento más detallado del asunto. Esto se logra con el uso de la geometría dinámica pues apoya a que se genere un ambiente de indagación, comunicación y justificación, siendo por ello un instrumento que media en el aprendizaje.

Según la propuesta de PISA (Rico, 2006), los estudiantes deben tener la capacidad de: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones, y finalmente usar herramientas y recursos. Las tareas que se proponen en el taller fomentan el desarrollo de las habilidades para visualizar, conceptualizar y conjeturar, las cuales contribuyen a la adquisición de las capacidades que esta prueba internacional identifica como tener competencia matemática.

Referencias bibliográficas

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics. 52: 215-241. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Bishop, A.J. (2008). Spatial abilities and mathematics education - a review.En P. Clarckson y N. Presmeg(Ed.) *Critical Issues in Mathematics Education*. (p. 71-81). Springer US.
- Douek, N., &Scali, E. (2000). About Argumentation and Conceptualization. En Proceedings of PME-XXIV (Vol. 2, pp. 249-256). Hiroshima.
- Gal, H. y Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. Educational Studies in Mathematics. 74:163–183. Springer.
- Mariotti, M. A., Bartolini Bussi, M. G., Boero, P., Ferri, F., & Garuti, M. R. (1997). Approaching Geometry theorems in contexts: from history and epistemology to cognition. Proceeding of the international group for the psychology of mathematics education PME-21, vol. 1, (pp. 180–195). Lahti, Finland.
- Mariotti, M.A. (2012). Proving and proof as an educational task. En , M. Pytlak, T. Rowland, and E. Swoboda (eds) Proceedings of CERME 7, pp. 61- 89. University of Rzeszów, Poland.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? Educ Stud Math (2007) 66:23–41. Springer.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L. y Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario en Samper, C. y Molina, Ó. Geometría Plana: un espacio de aprendizaje. Universidad Pedagógica Nacional.
- Rico, L., (2006). La competencia matemática en PISA. PNA, vol. 1 (2), (p. 47-66).
- Samper, C., Molina, Ó., Camargo, L., Perry, P. y Plazas, T. (2013). Problemas abiertos de conjeturación. Memorias 21° Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. UPN.