

# Probabilidad clásica ligada a la geométrica

---

YEIMY RODRÍGUEZ GARCÍA

yeimy.rodriguez.garcia@gmail.com  
Colegio Nuestra Señora del Pilar (Docente)

PEDRO ROCHA SALAMANCA

pedrorochasalamanca@hotmail.com  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Docente)

**Resumen.** Se presenta una propuesta didáctica centrada en la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad conjugada con elementos de la geometría y el pensamiento métrico, todo ello contenido en una situación problema donde se combina la observación de la obra de “los niños llorones”, los cuadros malditos de Bruno Amadío, con el aprendizaje de la probabilidad.

**Palabras clave:** Diseño, implementación y evaluación, propuesta didáctica, probabilidad, recursos didácticos.

## 1. Contextualización

Se diseña, gestiona y evalúa una secuencia didáctica enfocada en la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad clásica ligada a la geométrica; la propuesta se implementa con estudiantes de grado noveno del colegio Instituto Técnico Distrital Juan del Corral, de la ciudad de Bogotá.

Para la ejecución de la propuesta se usan recursos didácticos de tipo manipulativo, que permiten al alumno pasar por una fase experimental, en la que se trabaja el juego de “tiro al blanco”, con diversas imágenes de la obra de Bruno Amadío, impresas a color, esto con la finalidad de que los estudiantes adquieran una vivencia de lo aleatorio, asociando los eventos a un área de color determinado. Dentro de los conceptos probabilísticos abordados se encuentran: experimento aleatorio, espacio muestral, suceso o evento, y regla de Laplace.

## 2. Marco Conceptual

Se parte de que el empleo de las probabilidades indica que existe algún elemento aleatorio o de incertidumbre relativo a la ocurrencia o no ocurrencia de algún evento futuro. La probabilidad geométrica extiende la idea de que el cálculo de probabilidades está sólo asociado con la enumeración, ya que para calcular probabilidades geométricas hace falta medir. Para la resolución del problema que se plantea a los alumnos en la experiencia de aula, es necesario que ellos expresen relaciones entre áreas, y la probabilidad buscada se determina mediante la siguiente definición:

$$p = \text{área } A / \text{área } S$$

$$p = \text{área de determinado color} / \text{área total del rectángulo.}$$

Para la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad, Godino, J. (2004), propone actividades de experimentación y estimación frecuencial, donde se facilita a los alumnos “dispositivos generadores de resultados aleatorios”, como dados, monedas, fichas, ruletas, etc., con la finalidad de que experimenten y adquieran una experiencia de lo aleatorio. En este proceso se recomienda que el profesor organice la recolección de datos, la representación gráfica de los resultados y la discusión de los mismos, animando a los alumnos a expresar sus creencias previas sobre los fenómenos aleatorios y contrastarlas con los resultados experimentales.

Los adolescentes, pueden hacer juicios probabilísticos, en situaciones sencillas eligiendo aquella que ofrezca más posibilidades, comienzan resolviendo problemas que impliquen comparación de probabilidades de un mismo suceso  $A$  en dos experimentos diferentes sólo en situaciones donde el número de casos favorables o el número de casos no favorables a  $A$  son iguales en ambos experimentos. Posteriormente pasan a resolver problemas en que los casos se pueden poner en correspondencia mediante una proporción. Godino, J. (2004) p. 229.

Por otra parte y en concordancia con lo anterior, Glayman y Varga (1975), citado por Batanero, Cañizares y Godino (1996), recomiendan un proceso de enseñanza de la probabilidad en tres etapas: la experimentación, el razonamiento elemental y la medida de la probabilidad.

En la etapa de *experimentación*, se familiariza al niño con el mundo probabilístico, manipulando material variado (dados, monedas, bolas, etc.), cada experiencia se repite muchas veces en las mismas condiciones y luego se propone a los niños que traten de adivinar el resultado con el objeto de que capten las propiedades inherentes a fenómenos aleatorios. *El razonamiento elemental*, consiste en proponer juegos que permitan comparar cualitativamente las probabilidades de ciertos sucesos. Y *la medida de la probabilidad*, que

implica el uso de fracciones, surgidas de las frecuencias, como medida de la probabilidad, Batanero, C. Cañizares, M. J. y Godino, J., (1996) p.55

Para el estudio del desarrollo del razonamiento probabilístico son relevantes tres etapas: *Preoperatoria, Operaciones concretas, Operaciones abstractas*, Batanero, Cañizares y Godino (1996) p.55

### 3. Marco Metodológico

La metodología bajo la cual se diseña y gestiona secuencia didáctica es la resolución de problemas desde la *Teoría de Situaciones Didácticas* propuesta por Brousseau, donde se plantea de una situación fundamental, que para ser resuelta por los estudiantes, estos debe pasar por cuatro escenarios en el aula: situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización.

Las situaciones didácticas buscan que el alumno construya con sentido un conocimiento matemático a partir de la solución de un problema. Es importante que el maestro realice una serie de modificaciones a la situación didáctica, a medida que el estudiante avanza, y por mera conveniencia para desarrollar el concepto matemático esperado; estas son las denominadas variables didácticas.

### 4. Descripción general de la experiencia

La propuesta está centrada en la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad conjugada con elementos de la geometría y el pensamiento métrico, todo ello contenido en una situación problema. Inicialmente se presenta a los alumnos la leyenda de los cuadros de los niños llorones del pintor Bruno Amadío, para contextualizar la situación fundamental que se presenta a continuación:

***¿A qué color le apostarías?***

*Se tiene una fotografía impresa en una hoja rectangular de un cuadro de la obra “los niños llorones”, de Bruno Amadío, se propone ahora el siguiente experimento aleatorio:*

*“Marcar al azar puntos dentro de la imagen, y establecer la probabilidad de acertar en determinada área de color dentro de ésta”. Ahora bien, si jugaras con un amigo a pronosticar en que color caería el punto al azar, ¿A qué color le apostarías?*



Figura 1.

Para la realización del experimento aleatorio propuesto, cada estudiante cuenta con una imagen impresa a color de un cuadro de la obra “los niños llorones” de Bruno Amadio (figura 1), para marcar puntos al azar en su interior. Ahora bien la actividad propuesta toca la etapa de experimentación, ya que se familiariza al alumno con el mundo probabilístico, llevando a cabo el experimento aleatorio manipulando material concreto. El escolar repite el experimento aleatorio muchas veces en las mismas condiciones, para luego tratar de predecir el resultado, captando las propiedades inherentes a fenómenos aleatorios.

El alumno registra y organiza la información obtenida en tablas o diagramas, estableciendo un sistema de observación que le permita inferir, de manera intuitiva que el color de la imagen que ocupa mayor área es el que tiene mayor probabilidad de salir, que el que ocupa un área media, tendrá una probabilidad intermedia y el color que ocupa menor área en la imagen tendrá menor posibilidad de salir... etc. en esta parte entra en juego la etapa de razonamiento elemental que recomiendan Glayman y Varga (1975), citados por Batanero (1996), para la enseñanza de la probabilidad, en la que los estudiantes comparan cualitativamente las probabilidades de ciertos sucesos.

Por otra parte se cuestiona a los estudiantes sobre la relación que hay entre el área total del rectángulo (en que está contenida la imagen), con cada una de las sub-áreas de colores contenidas en éste, ello teniendo en cuenta los resultados obtenidos del experimento aleatorio ya realizado; aquí el estudiante identifica cuál es el espacio muestral en el experimento aleatorio y cuáles los eventos.

Al establecer que a mayor área mayor probabilidad, se inicia la fase de formulación donde los alumnos hacen una cuantificación de las áreas de color, aplicando conocimientos

enmarcados en el pensamiento métrico y geométrico. En el desarrollo de la actividad los estudiantes definen la paleta de colores de la imagen y calculan las áreas de ocupan cada color, proponiendo diversas formas para segmentar la imagen en figuras planas (triángulos, rectángulos, cuadrados...cuadrículas de uno por uno).

Una vez hechos los cálculos pertinentes, los estudiantes entran a representar los datos obtenidos relacionando el color vs la cantidad de área que ocupa o recubre de la pintura; dicha relación es expresada mediante un diagrama de barras o torta, llegando así a formular la regla de Laplace para calcular la probabilidad de los diferentes eventos de manera formal (ver figura 2).

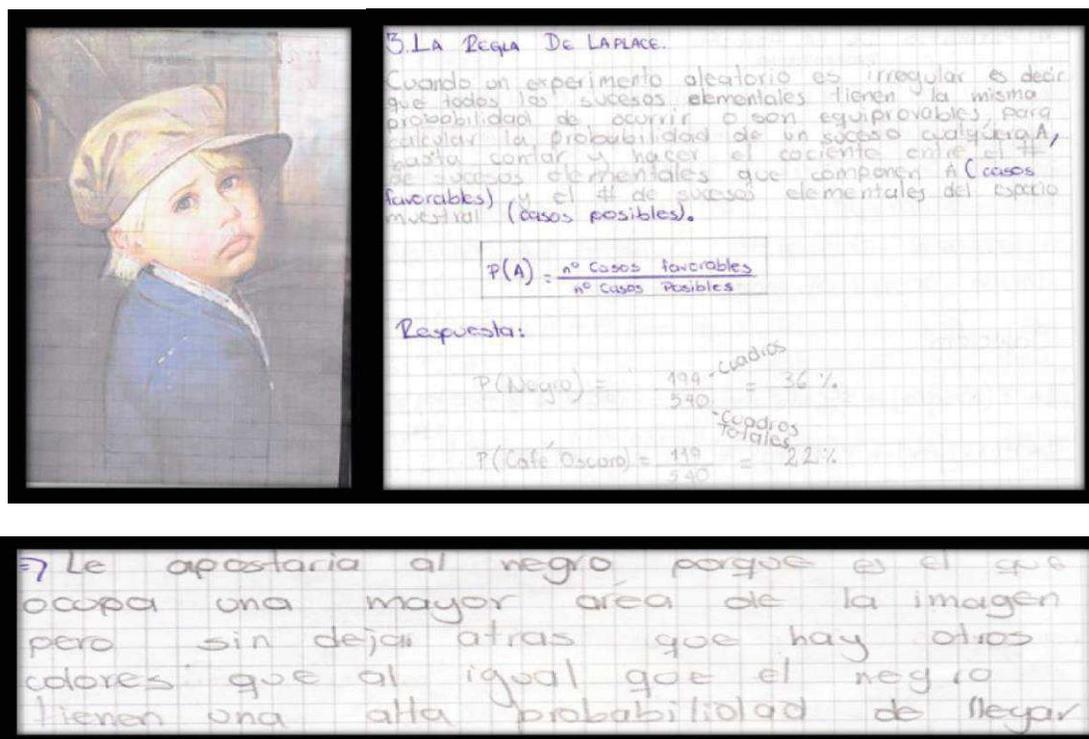


Figura 2.

## 5. Logros y dificultades evidenciadas

A partir de la implementación de la secuencia didáctica se observa que los estudiantes determinan que a mayor parte de área del rectángulo ocupe el color, mayor probabilidad tiene de obtenerse, haciendo una cuantificación de áreas de figuras planas, aplicando conocimientos enmarcados en el pensamiento métrico y geométrico.

Con la determinación de la paleta de colores puestos en la imagen los alumnos identifican que estos están indicando los eventos o sucesos del experimento aleatorio propuesto y además al establecer el área que ocupa cada color lo asocian directamente con la probabilidad de acertar en cada uno de ellos. Reconocen el cardinal del espacio muestral del experimento aleatorio (indicado por el listado de colores puestos en la imagen ó paleta de colores), y suman cada uno de los eventos que forman el conjunto del espacio muestral.

Proponen una representación (gráfica estadística), para simbolizar la relación entre color y área que ocupa en la imagen, logrando así una sistematización y organización de datos; además hacen un análisis de dicha representación identificando cuál evento es más probable o el menos probable. En el trabajo de los alumnos se evidencian algunas dificultades al formular la regla de Laplace para calcular la probabilidad de los diferentes eventos de manera formal.

## 6. Reflexión final

Con la implementación de la propuesta se logró que los estudiantes adquirieran una noción de espacio muestral y evento; la gran mayoría comunica sus conjeturas respecto al problema, identificando así los eventos que tienen mayor o menor probabilidad de ocurrir.

La probabilidad geométrica extiende la idea de que el cálculo de probabilidades no está sólo asociado con la enumeración, ya que para calcular probabilidades geométricas hace falta medir. En el problema que se formula, es necesario expresar relaciones entre áreas. Establecer el área total que ocupa la imagen, sumando cada una de las áreas de ocupa cada uno de los colores. Según Batanero, C. Godino, J. (2001), el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se denomina espacio muestral.

## Referencias bibliográficas

- Batanero, C. Cañizares, M. J. y Godino, J., (1996). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid España. Editorial Síntesis.
- Batanero, C. Godino, J. (2001). *Análisis de datos y su didáctica*. Universidad de Granada, España.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, VII (2), p. 33-115.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada.