

La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno

JOHN GÓMEZ TRIANA

johngomezt@gmail.com
Instituto Técnico Industrial Piloto (Profesor)

JUAN P. CASTAÑEDA

juanpis-c2011@hotmail.com
Instituto Técnico Industrial Piloto (Estudiante)

EDWARD LLORENTE

llorenteedward@gmail.com
Instituto Técnico Industrial Piloto (Estudiante)

YAROD H. REYES

yarold1997@hotmail.com
Instituto Técnico Industrial Piloto (Estudiante)

JOHAN S. YATE

johan09.98@gmail.com
Instituto Técnico Industrial Piloto (Estudiante)

Resumen. En esta experiencia de aula se presenta el trabajo de un grupo de estudiantes de grado décimo que realizaron una actividad en la clase de trigonometría en la que aplicaron conceptos trigonométricos para calcular las medidas de las instalaciones de la institución educativa a la cual pertenecen. El objetivo es mostrar un ejemplo de cómo se puede generar un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes puedan elaborar significados de objetos matemáticos como lo son las razones trigonométricas mediante una labor que permita la aplicación fundamental de la trigonometría realizando mediciones indirectas.

Palabras clave: Trigonometría, elaboración de significados, artefacto, pensamiento métrico.

1. Contextualización

El significado etimológico de la palabra trigonometría es “la medición de triángulos” y es aplicada en el mundo real cuando se requiere obtener mediciones de precisión. En la educación escolar colombiana tradicionalmente se ha dedicado el grado décimo al estudio de los conceptos fundamentales de esta rama de las matemáticas y a sus aplicaciones en la

resolución de problemas concretos. En este sentido, se presenta aquí una experiencia de aula en la que un grupo de estudiantes¹ de grado décimo del colegio distrital Instituto Técnico Industrial Piloto de la ciudad de Bogotá, Colombia, realizaron una actividad de medición de las instalaciones del colegio utilizando un teodolito casero para realizar las mediciones y con ellas aplicar conceptos trigonométricos como las razones trigonométricas y el teorema del seno. El objetivo es presentar el proceso realizado por los estudiantes, y así registrar una evidencia de la efectividad de realizar una experiencia práctica y didáctica en la cual se experimenta la enseñanza y el aprendizaje de una forma más concreta y que permite el trabajo colaborativo entre los participantes. Además, se puede hacer manifiesto como en los estudiantes se evidencia un mayor interés en las actividades y un mejor entendimiento de los conceptos matemáticos utilizados.

Ahora bien, si la trigonometría es utilizada en situaciones en las que se requiere realizar mediciones, resulta conveniente para su enseñanza y aprendizaje diseñar tareas en las que los estudiantes puedan recrear y vivenciar procesos de medición en los que los conceptos trigonométricos se conviertan en la herramienta para realizar cálculos de medición. Es así como en el presente escrito se muestra el desarrollo de un proceso de medición en el que los estudiantes deben utilizar las razones trigonométricas y las relaciones entre ellas para encontrar la medida de una longitud utilizando el teodolito. Es decir, se les presentó a los estudiantes la siguiente situación problema: *Medir la altura de los 4 edificios del colegio y el largo y ancho del patio*. En otras palabras, los estudiantes tenían que responder a dos preguntas 1) ¿Cuál es la medida de la altura de los edificios de las instalaciones del colegio? y 2) ¿Cuál es la medida del largo y el ancho del patio del colegio?

2. Referentes teóricos

Según los estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los estudiantes pertenecientes a la educación media (décimo y once) *deben diseñar estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos* (MEN, 2006, p. 88). Este estándar es planteado en el marco del *pensamiento métrico y sistemas de medidas* expuesto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas elaborados por MEN (1998). En este pensamiento se plantea, entre otras cosas, que históricamente, el pensamiento métrico se perfeccionó con el refinamiento de las unidades de medida de longitud, tomadas al comienzo de partes del cuerpo y por tanto muy diversas en cada región y cultura, que fueron luego estandarizadas para el comercio y la industria. En este contexto resulta importante que durante la

¹ Los cuales son coautores del presente escrito.

enseñanza y el aprendizaje, de las matemáticas, los estudiantes participen en actividades en las que desarrollen procesos de medición que requieran ciertos grados de precisión. Para el caso de esta experiencia de aula, dichos procesos involucran conceptos trigonométricos como lo son, por un lado, las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente y por otro, el teorema del seno.

Por otro lado, para efectos de este escrito, es importante hacer explícita la concepción de aprendizaje que se tiene para sustentar una experiencia como la que aquí se presenta, para tal fin se toma como referente la Teoría Cultural de la Objetivación (TCO), desarrollada por Radford (2006). En esta teoría se plantea que el aprendizaje es una “adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados” (Radford, 2006, p. 105). Uno de los objetivos de la TCO es comprender cómo se realiza la adquisición del saber depositado en la cultura. En esta teoría se postula que el aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento, se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el estudiante en su cultura. La producción del saber es un proceso de elaboración activa de significados. En este caso, el objetivo es que los estudiantes elaboren significados de las razones trigonométrica mediante una actividad que permita simular procesos concretos de medición, en los cuales interviene el uso de un artefacto como parte consustancial de la actividad y requiere que los estudiantes se impliquen en una labor conjunta similar a aquellas que han permitido el desarrollo histórico-cultural de los procesos de medición hacia mecanismos más sofisticados.

3. Descripción general de la experiencia de aula

Esta experiencia de aula² se desarrolló en la clase de trigonometría correspondiente al grado décimo del colegio público Instituto Técnico Industrial Piloto de la ciudad de Bogotá, Colombia. La situación problema a la que se enfrentaron los estudiantes fue la siguiente: *Medir la altura de los 4 edificios del colegio y el largo y ancho del patio*, en otras palabras, tenían que encontrar una forma de medir las longitudes de las instalaciones del colegio (altura de los edificios, largo y ancho del patio) sin acudir a un proceso de medición directo. Para cumplir este objetivo, inicialmente, los estudiantes estudiaron las razones trigonométricas seno, coseno, tangente y el teorema del seno. Es decir, en las sesiones de clase se realizó una aproximación a la aplicación de estos conceptos, haciendo énfasis en

² El departamento de prensa de la Secretaría de Educación Distrital realizó un reportaje de esta experiencia. El reportaje se puede consultar en el siguiente link:
http://www.educacionbogota.edu.co/index.php?option=com_content&view=article&id=3410%3AAla-diferencia-entre-memorizar-y-aprender&catid=49

situaciones en las que se requiere medir longitudes que no se pueden medir directamente y por ende necesitan de procedimientos matemáticos para el cálculo de la medida de dichas longitudes.

La segunda parte de la actividad tenía que ver con la construcción de un instrumento de medición que les permitiera, a los estudiantes, medir los ángulos que se forman con las paredes de los edificios y la superficie del suelo del patio. Este instrumento de medición de ángulos es conocido como teodolito (ver figura 1). El teodolito es un instrumento de medición mecánico-óptico que se utiliza para obtener ángulos verticales y, en el mayor de los casos, horizontales, ámbito en el cual tiene una precisión elevada. Un instrumento como este constituye lo que Radford (2006) denomina artefacto, este autor postula que una de las fuentes de adquisición del saber resulta de nuestro contacto con el mundo material, el mundo de artefactos culturales de nuestro entorno (objetos, instrumentos, etc.) y en el que se encuentra depositada la sabiduría histórica de la actividad cognitiva de las generaciones pasadas.

Durante la actividad los estudiantes realizaron una indagación acerca de los conceptos para abordar la situación problema y de esta manera contaron con bases teóricas para la realización del proceso de medición de las instalaciones del colegio, dicha indagación estuvo acompañada de una serie de interacciones con el profesor titular de la asignatura donde los estudiantes resolvieron todas las dudas acerca de los conceptos necesarios para realizar la medición. Simultáneamente los estudiantes realizaron ejercicios teóricos acerca de la utilización de las razones trigonométricas en problemas que hicieran alusión a la medición de longitudes, de esta manera los estudiantes llegaron al proceso de medición concreta con un conocimiento previo sobre ciertos aspectos matemáticos de las razones trigonométricas. Posteriormente, los estudiantes procedieron a la construcción del teodolito casero, mecanismo con el cual podrían realizar las medidas correspondientes a cada uno de los ángulos requeridos para poder realizar los cálculos necesarios para encontrar las medidas de las longitudes de las instalaciones del colegio.

Figura 1

La actividad siguió con el planteamiento de las siguientes preguntas: ¿Cómo podrían medir su institución educativa implementando lo aprendido previamente en el aula de clase utilizando el teodolito construido como instrumento de medición? ¿Qué ecuaciones necesitarían implementar para resolver la pregunta anterior? a continuación se presentan los momentos vividos por los estudiantes para solucionar las preguntas planteadas.

Momento 1. Inicialmente comenzaron por plantearse cada una de las incógnitas correspondientes a las longitudes de las instalaciones del colegio, es decir, hicieron explícitos que las incógnitas correspondían a la medida de la altura de los edificios y a la medida del ancho y el largo del colegio.

Momento 2. Posteriormente procedieron a tomar las medidas que en su opinión eran necesarias, para ello midieron dos ángulos y una longitud utilizando como referente las razones trigonométricas que habían sido estudiadas en clase (ver figura 2). Para obtener los datos necesarios usaron el teodolito junto con una cinta métrica que les permitió tomar las medidas para aplicar las razones trigonométricas. Las medidas que tomaron los estudiantes fueron utilizadas como datos empíricos para la realización de un informe que posteriormente debían presentar como prueba del ejercicio realizado. Los estudiantes tomaron conciencia que al tomar las medidas desde uno o varios puntos, obtendrían distintos resultados de los ángulos necesarios para obtener las longitudes de la institución educativa. Esto ayudó a que consideraran las diferentes variables implicadas en el ejercicio y de esta forma pudieran contrastar trabajado en el aula de clase con la situación real tal y como se desarrolla en el mundo material.

Figura 2

Momento 3. Con los datos obtenidos previamente los estudiantes procedieron a desarrollar las ecuaciones que creían necesarias para resolver los requerimientos de la situación problema. Tales ecuaciones requerían el planteamiento de las relaciones trigonométricas necesarias para encontrar la medida de la altura de los edificios del colegio y de la longitud del largo y ancho del patio. Las expresiones matemáticas que utilizaron en esta situación

tenían que ver principalmente con la resolución de un triángulo rectángulo que se formaba entre el edificio y el suelo del colegio (ver figura 3). En este caso se tenía que aplicar la razón trigonométrica tangente, ya que la altura del edificio correspondía al cateto opuesto de un triángulo rectángulo y con una cinta métrica se podía encontrar la medida del cateto adyacente, además, con el teodolito ya se había tomado la medida del ángulo que se forma entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

Figura 3

Momento 4. Considerando la inaccesibilidad a la base del objeto a medir, se procede a que los estudiantes realicen el proceso de tal manera que se construya un triángulo obtusángulo (Ver Figura 4) en el que las razones trigonométricas no puedan ser utilizadas y que se haga necesario la utilización del teorema del seno para la resolución del triángulo resultante en este caso. Aquí los estudiantes tenían que tomar la medida de dos ángulos y una longitud. Este hecho hizo que se optimizara el uso del artefacto.

Figura 4

Momento 5. Finalmente, para calcular el largo y el ancho del patio, los estudiantes se toparon con la dificultad para cambiar de dimensión en la que se tomaban las medidas. Para superar tal dificultad acudieron a las experiencias obtenidas en los momentos anteriores para generar los triángulos correspondientes para encontrar la medida del largo y el ancho del patio utilizando las razones trigonométricas y el teorema del seno (ver figura 5).

Figura 5

4. Reflexión final

Posibilitar la creación de este tipo de ambientes de aprendizaje en el que se dispone no solamente del uso de artefactos sino de la necesidad de ser con otros, propulsa formas de acción que se acercan a la lógica cultural de la medición de objetos inaccesibles a través del uso de la trigonometría. Con esta experiencia se evidenció la importancia de dos elementos que desempeñan un papel básico en la adquisición del saber, que son el mundo material y cultural y la dimensión social. La asignación de significados que reposa sobre esas dimensiones tiene una importancia psicológica profunda en la medida en que es, a la vez, toma de conciencia de conceptos culturales y proceso de formación de las capacidades específicas del individuo. Es por eso que se considera que aprender no es simplemente apropiarse de algo o asimilar algo, sino que es el proceso mismo en que se forman nuestras capacidades humanas mediante, por ejemplo, una situación que simula una actividad propia de los seres humanos como lo es medir.

Con esta experiencia los estudiantes manifestaron que actividades concretas y didácticas ayuda de manera significativa a que el aprendizaje sea no solo un deber del estudiante sino que haga parte de su vida cotidiana.

Referencias bibliográficas

- Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). Matemáticas. Estándares de competencias básicas. MEN. Bogotá.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial sobre semiótica, cultura y pensamiento matemático pp. 267-299.