



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Hydrologie, Hydrochimie, Sols, Environnement

Présentée et soutenue par :

M. REMI CLAVIER

le vendredi 6 novembre 2015

Titre :

ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DES PERTES DE
PRESSION LORS DU RENOVAGE D'UN LIT DE DEBRIS

Ecole doctorale :

Sciences de l'Univers de l'Environnement et de l'Espace (SDUEE)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (I.M.F.T.)

Directeur(s) de Thèse :

M. MICHEL QUINTARD

M. FLORIAN FICHOT

Rapporteurs :

M. DIDIER LASSEUX, ENSAM BORDEAUX

M. HAROLD AURADOU, UNIVERSITE PARIS-SUD

Membre(s) du jury :

M. LOUNES TADRIST, UNIVERSITE AIX-MARSEILLE 1, Président

M. FLORIAN FICHOT, CEA CADARACHE, Membre

M. JEAN-PAUL LAURENT, UNIVERSITE JOSEPH FOURIER, Membre

M. MICHEL QUINTARD, INP TOULOUSE, Membre



Thèse réalisée au Laboratoire d'Etudes en Mécanique et Matériaux (LE2M)
Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire
Cadarache
13115 Saint Paul-lez-Durance Cedex

Web : <http://irsn.fr>

Sous la direction de Michel QUINTARD michel.quintard@imft.fr

Co-encadrement Florian FICHOT florian.fichot@irsn.fr
Nourdine CHIKHI nourdine.chikhi@irsn.fr

Financement IRSN - EdF

Résumé

Ce travail de thèse porte sur l'étude des pertes de pression pour des écoulements monophasiques et diphasiques inertiels au travers de milieux poreux. Son objectif est d'aider à la compréhension et à la modélisation des transferts de quantité de mouvement à l'intérieur de lits de particules, en lien avec la problématique de la gestion d'un accident grave dans un réacteur nucléaire. En effet, lors d'un tel accident, la dégradation du cœur du réacteur peut amener celui-ci à s'effondrer pour former un lit de débris, que l'on peut assimiler à un milieu poreux à haute température et dégageant de la chaleur. Ce travail de thèse s'inscrit dans un projet de recherche en sûreté nucléaire visant à prédire la refroidissabilité d'un lit de débris par injection d'eau, ou « renoyage ».

Une étude expérimentale des pertes de pression pour des écoulements monodimensionnels monophasiques et diphasiques à froid est proposée dans des situations représentatives du cas réacteur, en termes de granulométrie, de formes de particules et de vitesses d'écoulement. Les expériences réalisées apportent un complément important aux données existantes, en permettant notamment d'explorer les domaines d'écoulements diphasiques avec nombres de Reynolds liquides non nuls, tout en mesurant le taux de vide, ce qui est essentiel pour une modélisation.

Des modèles prédictifs pour les pertes de pression à l'intérieur d'écoulements monophasiques et diphasiques au travers de lits de particules sont établis à partir des structures d'équations obtenues par une prise de moyenne volumique des équations de conservation locales. L'observation des écoulements monophasiques montre que des lois de type Darcy-Forchheimer avec une correction quadratique en vitesse de filtration sont à même de prédire les pertes de pression avec une précision supérieure à 10 %. Une étude numérique a montré que ce résultat est applicable pour un lit désordonné de particules peu rugueuses. L'étude des écoulements diphasiques montre qu'une structure d'équations de type Darcy-Forchheimer généralisée, incluant des termes supplémentaires pour prendre en compte les effets inertiels et les frottements interfaciaux, permet de reproduire le comportement des pertes de

pression dans cette situation. Un nouveau modèle est proposé, et comparé aux données expérimentales et aux modèles utilisés dans les codes de simulation des accidents graves.

Mots clés : Sûreté nucléaire, Lits de débris, Thermo-hydraulique, Milieu Poreux, Inertiel, Monophasique, Diphasique.

**Experimental study and modelling of
pressure losses during reflooding of
a debris bed**

Abstract

This work deals with single and two-phase flow pressure losses in porous media. The aim is to improve understanding and modeling of momentum transfer inside particle beds, in relation with nuclear safety issues concerning the reflooding of debris beds during severe nuclear accidents. Indeed, the degradation of the core during such accidents can lead to the collapse of the fuel assemblies, and to the formation of a debris bed, which can be described as a hot porous medium. This thesis is included in a nuclear safety research project on coolability of debris beds during reflooding sequences.

An experimental study of single and two-phase cold-flow pressure losses in particle beds is proposed. The geometrical characteristics of the debris and the hydrodynamic conditions are representative of the real case, in terms of granulometry, particle shapes, and flow velocities. The new data constitute an important contribution. In particular, they contain pressure losses and void fraction measurements in two-phase air-water flows with non-zero liquid Reynolds numbers, which did not exist before.

Predictive models for pressure losses in single and two-phase flow through particle beds have been established from experimental data. Their structures are based on macroscopic equations obtained from the volume averaging of local conservation equations. Single-phase flow pressure losses can be described by a Darcy-Forchheimer law with a quadratic correction, in terms of filtration velocity, with a better-than-10 % precision. Numerical study of single-phase flows through porous media shows that this correlation is valid for disordered smooth particle beds. Two-phase flow pressure losses are described using a generalized Darcy-Forchheimer structure, involving inertial and cross flow terms. A new model is proposed and compared to the experimental data and to the usual models used in severe accident simulation codes.

Keywords: Nuclear safety, Debris bed, Porous media, Inertial, Single-phase flow, Multi-phase flow.

Remerciements



Ce mémoire de thèse est le résultat de trois ans de travail, réalisés au Laboratoire d'Etude en Mécanique et Matériaux (IRSN Cadarache), en collaboration avec l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Je tiens à remercier en premier lieu mes trois encadrants, à commencer par mon Directeur de Thèse, Michel Quintard, Directeur de Recherches à l'IMFT, pour ses conseils avisés dans la conduite et l'avancement du sujet, son support scientifique indispensable, et sa patience lors de la relecture du manuscrit. Je souhaiterais ensuite remercier tout particulièrement Nourdine Chikhi, ingénieur-chercheur au LE2M, qui m'a fait l'honneur d'être son premier thésard, pour m'avoir fait confiance initialement en me proposant ce sujet de thèse, pour son aide et son soutien, sa disponibilité et son implication. Je remercie également très chaleureusement Florian Fichot, ingénieur-chercheur au Laboratoire d'Etude de la Physique du Corium (IRSN Cadarache), pour avoir accepté de co-diriger cette thèse, pour ses conseils et ses encouragements.

Messieurs Harold Auradou, du FAST, Didier Lasseux, du TREFLE, et Lounès Tadriss, de l'IUSTI, m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ce travail. Qu'ils en

soient remerciés. Je voudrais également remercier Jean-Paul Laurent, du LTHE de Grenoble, pour avoir accepté de faire partie du jury, et pour notre collaboration très fructueuse lors du développement de la technique de mesure du taux de vide.

Ce travail n'aurait évidemment pas été possible sans le soutien logistique du LE2M. Je tiens par conséquent à remercier Philippe March, Directeur du LE2M, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, pour m'avoir permis d'effectuer ma thèse dans d'excellentes conditions, pour nos discussions fructueuses et son intérêt pour mon travail. Un grand merci également à Serge Belval et Alain Pelletier, responsables fluides et électricité du bâtiment 327, ainsi qu'à Annie Constant, Chef de Service adjointe du SEREX, pour avoir toujours répondu présent lorsque j'ai fait appel à eux. J'adresse également tous mes remerciements à Audrey Maciejewski et Aurélie Loubère pour m'avoir permis de travailler en toute sécurité!

La qualité des résultats expérimentaux présentés dans cette thèse doit beaucoup au travail de Bertrand Lenoir et de Matthieu Repellin, stagiaires des Arts et Métiers. Je les remercie très chaleureusement, et leur souhaite bonne chance pour la suite. Je voudrais remercier aussi Stéphane Eymery, ainsi que toute l'équipe du LR2E, pour leur contribution indispensable dans la partie « acquisition », et pour leur soutien logistique (merci pour l'oscillo!). Un grand merci également à Thierry Garcin, ingénieur du LE2M, pour son aide et ses conseils pratiques dans la réalisation des essais. Et, bien sûr, qu'aurions-nous fait sans Franklin Foubert, unique technicien de l'équipe « renoyage », qui a géré tous les aspects administratifs attachés à l'instrumentation et à l'installation (plannification d'étalonnages, vérifications de l'échaffaudage), et dont l'aide a été précieuse à la fin de la thèse, pour réaliser les dernières manips, ainsi que lors des essais de validation de la sonde à taux de vide.

La partie calculs et simulation n'aurait pas pu se faire sans la contribution de Fabien Duval, ingénieur de recherche au LIE dans l'équipe des développeurs du code CALIF³S. Merci à lui, pour le temps qu'il m'a consacré, pour sa disponibilité, ses explications sur le code, son enthousiasme, ainsi que pour avoir accepté de faire tourner les derniers calculs sur CADUX, pour gagner les quelques jours qui manquaient.

Parce qu'un laboratoire, c'est avant tout une équipe, j'adresse mes plus profonds remerciements à tous les habitants des bâtiments 327 et 328 du centre de Cadarache, et en premier lieu à Pauline, Elodie et Franklin, pour leur bonne humeur

et leur soutien dans les moments difficiles, et pour avoir laborieusement achevé quelques uns des étages du lit ordonné, dans lequel il a fallu placer les cylindres un par un. Je remercie encore Nourdine pour en avoir fait aussi un certain nombre. Le paragraphe 5.3.5 vous est dédié ! Merci aux membres de l'équipe « matériaux », Jean, Séverine, Christian, Doris, Christina, Gaëlle, Anne (désolé pour la poisse que je t'ai apparemment portée avec la SNCF...). Merci à Hervé Mutelle, pour avoir partagé le bureau, m'avoir supporté pendant trois ans, et pour avoir accepté de relire une partie du manuscrit. Merci enfin à Charlie, Laurent, Amadou, Dorel, Elodie, Anne-Cécile, et toute l'équipe du L2EC.

Sur un plan plus personnel, je tiens à remercier ma famille qui, après m'avoir écouté parler de pertes de pression en milieu poreux pendant trois ans, a accepté de faire plusieurs centaines de kilomètres venir m'écouter en parler une dernière fois pendant 45 min+questions. Merci enfin à Matthias Malandin, pour sa relecture indépendante d'une partie du manuscrit.

Merci à tous !

Table des matières

Résumé	v
Abstract	ix
Remerciements	xi
Table des matières	xv
Table des figures	xxv
Liste des tableaux	xxxiii
Introduction	1
1 Contexte général et motivations	5
1.1 Les différentes filières de réacteurs	5
1.1.1 Réacteurs à Eau Pressurisée	6
1.1.2 Réacteurs à Eau Bouillante	8
1.2 Les origines de la puissance nucléaire résiduelle	8
1.3 Accident de Perte de Réfrigérant Primaire et Accidents Graves	9

1.4	Les lits de débris	12
1.4.1	Formation d'un lit de débris	12
1.4.2	Granulométrie et porosité des lits de débris	13
1.4.3	Problématiques de sûreté liées aux lits de débris	15
1.5	Programmes de recherche sur la refroidissabilité des lits de débris	16
1.5.1	Modélisation des écoulements au travers des lits de débris	16
1.5.2	Programmes expérimentaux	18
1.6	Position du problème et objectifs de la thèse	20
2	Ecoulements en milieu poreux	23
2.1	Description d'un milieu poreux	23
2.1.1	Echelles de description	23
2.1.2	Notion de VER	24
2.2	Outils mathématiques pour le changement d'échelle	26
2.2.1	Opérateurs de prise de moyenne	27
2.2.2	Moyenne d'un gradient	28
2.2.3	Décomposition des grandeurs locales	29
2.3	Ecoulements monophasiques	31
2.3.1	Nombre de Reynolds monophasique en milieu poreux	32
2.3.2	Loi de Darcy	34
2.3.3	Déviations non-linéaires à la loi de Darcy	34
2.3.3.1	Forme des déviations	35
2.3.3.2	Approches empiriques des déviations à la loi de Darcy	39

2.3.4	Dérivation théorique de la loi de Darcy-Forchheimer	40
2.3.4.1	Problème moyenné	43
2.3.4.2	Problème de fermeture	44
2.3.4.3	Variables de fermeture	45
2.3.4.4	Equations moyennées fermées	46
2.3.4.5	Mise en évidence de la correction de Forchheimer	48
2.4	Écoulements diphasiques	51
2.4.1	Modèles de type Ergun généralisé	52
2.4.1.1	Modèles sans frottement interfacial	53
2.4.1.2	Modèles avec frottement interfacial	53
2.4.2	Prise de moyenne volumique	56
2.4.2.1	Equations moyennées	58
2.4.2.2	Problème de fermeture	60
2.4.2.3	Variables de fermeture	66
2.4.2.4	Mise en évidence des termes inertiels	67
2.4.2.5	Comparaison avec les modèles d'Ergun généralisés	74
2.5	Conclusions	76
3	Dispositif expérimental	79
3.1	Description générale et objectifs de l'installation	80
3.2	Particules utilisées	80
3.3	Instrumentation	83
3.3.1	Mesure de débit	84

TABLE DES MATIÈRES

3.3.2	Mesure de pression	84
3.3.3	Mesure du taux de vide	84
3.3.3.1	Sonde capacitive	87
3.3.3.2	Relation entre le taux de vide et la permittivité diélectrique : le modèle de Lichtenecker	87
3.3.3.3	Détermination du taux de vide	88
3.4	Détermination des grandeurs finales et des incertitudes	90
3.4.1	Propriétés physiques des fluides	90
3.4.2	Porosité du lit	92
3.4.3	Vitesse d'écoulement	93
3.5	Qualification de l'installation	94
3.5.1	Mesure de taux de vide	94
3.5.1.1	Procédure de validation	94
3.5.1.2	Résultats obtenus	95
3.5.2	Mesure de pression en écoulements diphasiques	96
3.5.2.1	Procédure de validation	98
3.5.2.2	Résultats obtenus	99
3.6	Conduite des essais	99
3.7	Conclusions	102
4	Etude expérimentale des écoulements monophasiques en milieu poreux	105
4.1	Introduction	112
4.2	CALIDE	116
4.2.1	Experimental facility	116

4.2.2	Particle beds	119
4.2.3	Determination of porosity	122
4.3	Identification of single-phase flow regimes in particle beds	123
4.3.1	Darcy regime	123
4.3.2	Weak inertial regime	125
4.3.3	Strong inertial regime	128
4.3.4	Discussion	131
4.4	Single-phase pressure losses correlation in particle beds	132
4.4.1	Ergun constants	134
4.4.2	Non-spherical particles beds	135
4.4.2.1	Permeability	137
4.4.2.2	Passability	138
4.4.3	Multi-sized spherical particles	139
4.4.3.1	Permeability	140
4.4.3.2	Passability	141
4.5	Conclusions	142
4.6	Appendix: effect of gas compressibility	143
5	Microstructure et propriétés macroscopiques : étude numérique des écoulements monophasiques en milieu poreux	147
5.1	Outils et méthodes	148
5.2	Influence de la rugosité des particules sur la perméabilité d'un lit de débris	151
5.2.1	Milieus étudiés	152

5.2.2	Convergence au maillage	153
5.2.3	Influence de l'amplitude des rugosités	154
5.2.4	Influence de la densité des rugosités	155
5.3	Effets de désordre	155
5.3.1	Milieux étudiés	157
5.3.2	Convergence au maillage	159
5.3.3	Quantification du désordre : les variogrammes	159
5.3.3.1	Définitions et propriétés	160
5.3.3.2	Influence du désordre sur l'aspect du variogramme	162
5.3.4	Influence du niveau de désordre sur les propriétés macroscopiques d'un milieu poreux	164
5.3.4.1	Equation de Darcy-Forchheimer adimensionnée	164
5.3.4.2	Influence du désordre sur la perméabilité	165
5.3.4.3	Influence du désordre sur les effets inertiels	165
5.3.5	Etude expérimentale d'un milieu ordonné	169
5.4	Conclusions	171
6	Etude expérimentale des écoulements diphasiques en milieu poreux	173
6.1	Conditions expérimentales	174
6.1.1	Configuration de la section d'essais	174
6.1.2	Volumes de mesure	175
6.1.3	Caractéristiques des lits étudiés	177
6.1.4	Conduite de l'essai	177

6.2	Résultats expérimentaux	179
6.2.1	Billes 4 mm	179
6.2.2	Billes 8 mm	181
6.2.3	Comparaison avec des données issues de la littérature	184
6.3	Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris	186
6.3.1	Vitesse liquide nulle	189
6.3.1.1	Identification de K_{lg}	191
6.3.1.2	Identification de F_{lg}	193
6.3.1.3	Pertes de pression diphasiques à vitesse liquide nulle	195
6.3.1.4	Identification de K_{gg}	201
6.3.1.5	Identification de F_{gg}	202
6.3.1.6	Prédiction du taux de vide	204
6.3.2	Vitesse liquide non nulle	206
6.3.2.1	Identification de F_{ll}	207
6.3.2.2	Identification de K_{gl}	208
6.3.2.3	Identification de F_{gl}	213
6.3.3	Résumé	213
6.3.4	Analyse de l'importance des termes	216
6.3.4.1	Vitesse liquide nulle	217
6.3.4.2	Vitesse liquide importante	217
6.3.5	Validation du modèle : comparaison aux données expérimentales	220
6.3.5.1	Billes de 4 mm	220

6.3.5.2	Billes de 8 mm	221
6.3.5.3	Conclusion	224
6.3.6	Comparaison aux modèles existants	224
6.4	Conclusions	233
	Conclusion générale	235
	Bibliographie	239
	Annexes	255
A	Etablissement de l'équation d'Ergun	257
A.1	Le modèle de Kozeny	257
A.1.1	Pertes de charge dans un faisceau de capillaires	258
A.1.1.1	Régime laminaire	259
A.1.1.2	Régime turbulent	261
A.1.1.3	Expression de la loi d'Ergun	262
B	La méthode de la moyenne volumique : écoulements monophasiques	263
B.1	Rappel des résultats mathématiques importants	263
B.2	Problème local	264
B.3	Etablissement du système moyenné	264
B.3.1	Equation de conservation de la masse	264
B.3.2	Equation de conservation de la QDM	265
B.3.2.1	Membre de gauche	266

B.3.2.2	Membre de droite	268
B.3.2.3	Equation de conservation de la QDM moyennée	272
B.3.3	Problème moyenné	272
B.4	Problème de fermeture	273
B.4.1	Conditions aux limites	273
B.4.1.1	Non glissement aux parois solides	273
B.4.1.2	Traitement de la condition aux entrées et sorties du VER	274
B.4.2	Equation de conservation de la masse	274
B.4.3	Equation de conservation de la QDM	275
B.4.4	Problème de fermeture pour $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$	277
B.4.5	Variables de fermeture	278
B.4.6	Forme fermée de l'équation de conservation de la Quantité De Mouvement moyennée	279
B.5	Mise en évidence de la correction de Forchheimer	282
B.5.1	Décomposition du problème de fermeture	282
B.5.2	Expression des tenseurs de perméabilité et de Forchheimer	283
B.5.3	Estimateur du tenseur de Forchheimer \mathbf{F}	284
C	Utilisation d'une sonde TDR pour la mesure du taux de vide en milieu poreux	289
C.1	Interprétation d'un signal TDR	289
C.2	Détermination du taux de vide	292
C.3	Qualification de la méthode	293

D Développement de la solution de Stokes pour un écoulement annulaire diphasique	295
D.1 Calcul des champs de vitesse	297
D.2 Vitesses moyennes	298
D.3 Termes de perméabilités relatives et termes laminaires croisés	302
E Prédiction de la perte de pression et du taux de vide à partir d'un modèle de perte de charge diphasique	305

Table des figures

1.1	Schéma de fonctionnement d'un Réacteur à Eau Préssurisée	7
1.2	Schéma de fonctionnement d'un Réacteur à Eau Bouillante	8
1.3	Etat final du cœur du réacteur accidenté de Three Mile Island. Deux lits de débris se sont formés dans la partie assemblages et en fond de cuve, contenant respectivement 26 t et 13 t de débris	11
1.4	Formation d'un lit de débris à différents stades de l'accident	13
1.5	Fragmentations axiale et radiale des pastilles (sources : [Lemaignan 03, Coindreau 08])	14
1.6	Modélisation du renoyage d'un lit de débris homogène	19
1.7	Schéma de principe de l'installation PEARL dédiée à l'étude du renoyage d'un lit de débris de grandes dimensions (500 kg de billes)	20
2.1	Echelles de description d'un milieu granulaire	25
2.2	Méthode possible pour la détermination d'un Volume Élémentaire Représentatif	26
2.3	Les différents régimes d'écoulement monophasiques en milieu po- reux et la forme de la déviation à la loi de Darcy	38
2.4	Résumé des principales étapes de la prise de moyenne volumique pour un écoulement diphasique et des hypothèses simplificatrices formulées.	78

TABLE DES FIGURES

3.1	Schéma de principe de l'installation CALIDE	81
3.2	Sonde capacitive Campbell Scientific®CS-616 et son intégration dans la section CALIDE	88
3.3	Méthode de validation de la mesure de taux de vide par une sonde capacitive	96
3.4	Qualification de la mesure de taux de vide avec une sonde capacitive. Résultats obtenus pour $a = 0.4$	97
3.5	Principe de la validation de la mesure de pression en écoulements diphasiques	99
3.6	Validation de la mesure de pression en écoulements diphasiques. Lit de billes 4 mm	100
3.7	Acquisition des débits et pertes de pression. Les parties prises en compte sur chaque palier de débit sont comprises entre les symboles \circ et \square , et correspondent aux 10 dernières secondes de chaque palier pour les écoulements monophasiques et aux 120 dernières secondes pour les écoulements diphasiques.	101
4.1	Comparaison directe de la prédiction de l'équation 4.16 (courbes) aux mesures de gradients de pression (symboles) en écoulement monophasiques à travers les lits complexes étudiés dans ce chapitre.	110
4.2	Schematic view of flow structure in debris beds during reflooding. .	113
4.3	Schematic representation of the CALIDE facility	117
4.4	Evolution of expression 4.28 at low Reynolds number for 4×4 mm prisms in air flow. Its value is constant for $Re < 2.5$	124
4.5	Identification of Darcy regime for beds packed with non-spherical particles and multi-sized spherical particles. For each bed, the value of the permeability identified with least square method is plotted as constant continuous lines. c5 \times 5 means 5 mm \times 5 mm cylinders, p4 \times 4 means 4 mm \times 4 mm prisms, mix1 means mixture n°1 in Table 4.3b, etc.	126
4.6	Normalized deviations to the Darcy's law versus Reynolds number in the case of 4×4 mm prisms in water flow.	128

4.7	Normalized deviations to Darcy's law in Weak Inertial regime versus Reynolds number.	129
4.8	Evolution of expression 4.33 versus Reynolds number for 8×12 mm cylinders in water flow between Weak Inertial regime and maximum flow velocity. Its value is constant for $Re > 80$	130
4.9	Schematical evolution of the behaviour of pressure losses in particle beds.	132
4.10	Identification of Strong Inertial regime	133
4.11	Identification of equivalent diameter for non-spherical particle beds	136
4.12	Identification of equivalent diameter for multi-sized-spherical particle beds	141
5.1	Principe de la méthode de pénalisation	151
5.2	Cylindre avec fente.	151
5.3	Particule rugueuse ($\frac{R_0}{L} = 0.4, \frac{R_{rug}}{R_0} = 0.025, N = 100$)	153
5.4	Raffinement du maillage au voisinage des rugosités	155
5.5	Influence de l'amplitude R_{rug} des rugosités et de leur densité N sur le rayon équivalent des particules	156
5.6	Exemples de réalisation des différents niveaux de désordre	158
5.7	Influence du niveau de désordre sur l'aspect du variogramme directionnel de la fonction indicatrice de phase pour le solide	163
5.8	Perméabilités des milieux désordonnés	166
5.9	Influence du niveau de désordre sur la perméabilité	167
5.10	Illustration de la disparition de l'effet de « channeling » pour les milieux de type « désordre complet ». Comparaison des champs de vitesse dans le régime de Darcy.	168
5.11	Influence du niveau de désordre sur la correction de Forchheimer .	169

5.12	Etude expérimentale d'un lit de cylindres 8×12 mm ordonnés verticalement. Comparaison entre les mesures (symboles \circ) et la prédiction de l'équation 4.16 (ligne continue) dans le régime de Darcy et dans le régime Inertiel fort	170
6.1	Configuration d'un lit de particules pour les essais diphasiques . . .	176
6.2	Caractérisation monophasique des lits étudiés en écoulements diphasiques. Comparaison des mesures (symboles \square et \diamond) avec la loi d'Ergun (ligne continue). Les lignes discontinues correspondent à l'incertitude sur la prédiction de la loi d'Ergun, due aux incertitudes sur la porosité, le diamètre des billes et la vitesse de l'écoulement.	178
6.3	Schéma de conduite et domaines de vitesses étudiés lors des essais en écoulements diphasiques	179
6.4	Mesure du taux de vide et de la perte de pression dans un écoulement diphasique à travers un lit monodisperse de billes de 4 mm de diamètre en fonction des vitesses des phases.	180
6.5	Mesure du taux de vide et de la perte de pression dans par un écoulement diphasique à travers un lit monodisperse de billes de 8 mm de diamètre en fonction des vitesses des phases.	182
6.6	Comparaison des mesures réalisées dans CALIDE avec les données issues de la littérature (influence de la taille de grain sur la perte de pression ou le taux de vide)	185
6.7	Représentation schématique d'un écoulement de Stokes annulaire diphasique	189
6.8	Expressions analytiques et expressions approchées pour les termes visqueux dans le cas d'un écoulement de Stokes annulaire diphasique	190
6.9	Influence cumulée des termes croisés $K_{lg} - F_{lg}$. Comparaison des données expérimentales (symboles \diamond) avec l'équation 6.47 (courbes rouges), les valeurs des coefficients k_{lg} pour chaque lit étant rapportées dans le tableau 6.2. Note : seuls les points mesurés dans CALIDE (billes de 4 mm et 8 mm) sont munis de barres d'incertitude car aucune information n'est donnée sur les incertitudes de mesure dans les travaux de Tutu <i>et al.</i> [Tutu 83].	194

6.10	Comparaison des valeurs expérimentales pour la fonction f_{lg} (symboles) avec le résultat de l'équation 6.51 pour les différentes tailles de particules étudiées.	196
6.11	Comparaison entre la prédiction de l'équation 6.52 aux données expérimentales à vitesse liquide nulle, influence de la taille des particules.	198
6.12	Comparaison de la prédiction de perte de pression à vitesse liquide nulle pour F_{lg} calculé à partir de l'équation 6.54 (courbe bleue) ou de l'équation 6.55 (courbe rouge).	200
6.13	Evolution de l'expression 6.57 en fonction du taux de vide (symboles \diamond) comparée à la corrélation pour K_{gg} (courbes rouges). Note : seuls les points mesurés dans CALIDE (billes de 4 mm et 8 mm) sont munis de barres d'incertitude car aucune information n'est donnée sur les incertitudes de mesure dans les travaux de Tutu <i>et al.</i> [Tutu 83].	203
6.14	Comportement constaté pour la fonction f_{gg} telle que définie par l'équation 6.63, pour chaque taille de particule étudiée.	205
6.15	Prédiction du taux de vide à vitesse liquide nulle à partir de l'inversion du modèle de perte de charge dans la phase gaz. Etude de l'influence de la taille des particules.	206
6.16	Mise en évidence des effets inertiels F_{ll} à partir des mesures de perte de pression et de taux de vide à vitesse liquide non-nulle réalisées dans CALIDE.	209
6.17	Identification du terme F_{ll} à partir de l'étude de la quantité $\frac{F_{ll}}{\langle v_l \rangle}$ en fonction du taux de vide.	210
6.18	Influences cumulées des termes croisés gaz-liquide $K_{gl} - F_{gl}$ en fonction du taux de vide. Le terme croisé visqueux K_{gl} est identifié à partir des données à bas taux de vide (ou basse vitesse)	211
6.19	Identification du terme croisé inertiel F_{gl}	212
6.20	Schéma directeur pour la détermination des termes inconnus dans les équations macroscopiques à partir des données expérimentales .	215
6.21	Poids respectifs des termes des équations 6.79 et 6.80 à vitesse liquide nulle	218

TABLE DES FIGURES

6.22	Poids respectifs des termes des équations 6.79 et 6.80 à grande vitesse liquide	219
6.23	Comparaison directe entre les mesures de perte de pression et de taux de vide et les prédictions du modèle, pour les billes 4 mm . . .	222
6.24	Influence de l'erreur sur le taux de vide sur la prédiction de la perte de pression, pour des billes de 4 mm	223
6.25	Comparaison directe entre les mesures de perte de pression et de taux de vide et les prédictions du modèle, pour les billes 8 mm . . .	225
6.26	Influence de l'erreur sur le taux de vide sur la prédiction de la perte de pression, pour des billes de 8 mm	226
6.27	Comparaison directe entre les mesures de perte de charge et la prédiction du modèle à vitesse liquide nulle, pour les billes de 4 mm	229
6.28	Comparaison directe entre les mesures de perte de charge et la prédiction du modèle à vitesse liquide importante, pour les billes de 4 mm	230
6.29	Prédiction de la perte de pression par les différents modèles en utilisant le taux de vide mesuré	231
A.1	Modèle de Kozeny pour un milieu poreux	259
C.1	Sonde TDR branchée à un générateur de signal (Campbell Scientific®TDR-100)	290
C.2	Réflexion d'un échelon de tension sur une discontinuité d'impédance caractéristique de ligne	290
C.3	Trajet de l'échelon de tension dans le cas d'une sonde entièrement plongée dans le milieu à étudier et signal TDR correspondant . . .	291
C.4	Signal TDR réel	292
C.5	Qualification de la mesure de taux de vide par une sonde TDR. Résultats obtenus pour $a = 0.4$	294
D.1	Vue schématique du problème considéré	296

E.1 Principe de la détermination de la perte de pression et du taux de vide pour deux vitesses $\langle v_l \rangle$ et $\langle v_g \rangle$ données à partir d'un modèle diphasique muni d'une condition de pression capillaire. 306

Liste des tableaux

1.1	Les filières nucléaires actuelles	6
2.1	Quelques corrélations existantes pour les pertes de charge monophasiques en milieu poreux. $f_p = - \left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g \right) \times \frac{d}{\rho \langle v_\beta \rangle^2}$; $Re = \frac{\rho \langle v_\beta \rangle d_{St}}{\mu(1-\varepsilon)}$	41
2.2	Modèles de type Ergun généralisé sans frottement interfacial	54
3.1	Dimensions des particules utilisées dans CALIDE. Les incertitudes données correspondent à l'écart type constaté de l'échantillon mesuré	82
3.2	Instrumentation CALIDE	83
3.3	Valeurs tabulées pour la détermination de la viscosité de l'eau	92
4.1	Instrumentation used on the CALIDE facility	119
4.2	Spherical and non-spherical particles used in CALIDE experiments. Materials are glass for spherical particles and porcelain for non spherical particles	120
4.3	Characteristics of particle beds. Different beds, although packed with the same particles, have been used for air and water experiments, which explains why porosity can be slightly different in air and water flows	121
4.4	Ergun constants best fitting values for each particle size. Standard deviations, which correspond to the uncertainties on the mean values, are less than 10 %	135

4.5	Experimental permeabilities and passabilities of non-spherical particle beds	136
4.6	Experimental permeabilities and passabilities of multi-sized spherical particle beds	140
5.1	Etudes de la sensibilité au maillage de la perméabilité d'un réseau carré de particules rugueuses	154
5.2	Etude de la convergence au maillage d'une cellule unitaire bi-dimensionnelle de côté L_{cell} contenant un cylindre	160
6.1	Caractéristiques des lits utilisés pour les essais diphasiques	177
6.2	Valeurs constatées pour les coefficients k_{lg} dans l'équation 6.47. Une relation linéaire semble exister entre k_{lg} et la perméabilité du lit.	193
6.3	Valeurs de l'exposant n dans l'équation 6.51.	195

Liste des symboles

β	Relatif à une phase fluide de nature indéfinie (gaz ou liquide)
γ	Phase fluide de nature indéfinie, mais différente de β
e	Relatif aux surfaces d'entrée et de sortie du VER
g	Relatif à la phase gaz
l	Relatif à la phase liquide
p	Relatif au milieu poreux
s	Relatif à la matrice solide
α	Taux de vide = $\frac{V_g}{V}$
η_β	Passabilité relative pour la phase β dans un écoulement diphasique et macroscopiquement mono-dimensionnel
γ_β	Fonction indicatrice de phase pour la phase β . Vaut 1 dans la phase β et 0 ailleurs.
τ	Tenseur des contraintes visqueuses
μ_0	Perméabilité magnétique
μ_β	Viscosité dynamique de la phase β
ρ_β	Masse volumique de la phase β
σ_{gl}	Tension superficielle à l'interface gaz-liquide
ε	Porosité d'un milieu poreux
ε_β	Taux de présence de la phase β dans un milieu poreux
\dot{m}_{eau}	Mesure des débitmètres eau (kg/h)
\dot{V}_{air}	Mesure des débitmètres air (Nl/min)

$\mathbf{A}_{\beta\gamma 1}$	Partie visqueuse de $\mathbf{A}_{\beta\gamma}$
$\mathbf{a}_{\beta\gamma 1}$	Partie visqueuse de $\mathbf{a}_{\beta\gamma 1}$
$\mathbf{A}_{\beta\gamma 2}$	Partie inertielle de $\mathbf{A}_{\beta\gamma}$
$\mathbf{a}_{\beta\gamma 2}$	Partie inertielle de $\mathbf{a}_{\beta\gamma 1}$
$\mathbf{A}_{\beta\gamma}$	Tenseur de fermeture de $\tilde{\mathbf{v}}_{\beta}$ sur $\langle \mathbf{v}_{\gamma} \rangle^{\gamma}$ ($\beta = g$ ou l , $\gamma = g$ ou l)
$\mathbf{a}_{\beta\gamma}$	Vecteur de fermeture de \tilde{p}_{β} sur $\langle p_{\gamma} \rangle^{\gamma}$ ($\beta = g$ ou l , $\gamma = g$ ou l)
\mathbf{B}	Partie visqueuse de \mathbf{M}
\mathbf{b}	Partie visqueuse de \mathbf{m}
\mathbf{C}	Partie inertielle de \mathbf{M}
\mathbf{c}	Partie inertielle de \mathbf{b}
\mathbf{F}	Tenseur de correction de Forchheimer
\mathbf{F}	Tenseur de correction de Forchheimer
\mathbf{f}	Force volumique appliquée dans l'équation de conservation du moment, représentant le gradient de pression moyen
$\mathbf{F}_{\beta\beta}$	Tenseur des effets inertiels intrinsèques à la phase β dans un écoulement diphasique
$\mathbf{F}_{\beta\gamma}$	Tenseur des effets inertiels croisés à l'interface $\beta - \gamma$
\mathbf{g}	Accélération due à la pesanteur
\mathbf{I}	Matrice identité
\mathbf{I}	Matrice identité
\mathbf{K}_e	Tenseur de conductivité thermique effectif
\mathbf{K}	Tenseur de perméabilité
\mathbf{K}	Tenseur de perméabilité
$\mathbf{K}_{\beta\beta}$	Tenseur des effets visqueux intrinsèques à la phase β dans un écoulement diphasique
$\mathbf{K}_{\beta\gamma}$	Tenseur des effets visqueux croisés à l'interface $\beta - \gamma$
\mathbf{M}	Tenseur de fermeture de $\tilde{\mathbf{v}}_{\beta}$ sur $\langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle^{\beta}$ dans le problème de Navier-Stokes monophasique moyenné
\mathbf{m}	Vecteur de fermeture de \tilde{p}_{β} sur $\langle p_{\beta} \rangle^{\beta}$ dans le problème de Navier-Stokes monophasique moyenné

\mathbf{n}_β	Normale unitaire à la surface enveloppe de la phase β orientée vers l'extérieur
\mathbf{U}	Vitesse de filtration
\mathbf{v}_β	Champ de vitesse dans la phase β
ψ	Coefficient de sphéricité pour le calcul de la passabilité de lits de particules non-sphériques $\left(\frac{\pi^{1/3}(6v_{part})^{2/3}}{s_{part}} \right)$
$A_{\beta\gamma}$	Surface de contact entre les phases β et γ
A_{part}	Surface totale des particules d'un lit
c	Célérité de la lumière
D	Diamètre de la section d'essais
d	Diamètre des billes
d_η	Diamètre effectif d'un lit de particule pour la passabilité
d_K	Diamètre effectif d'un lit de particule pour la perméabilité
d_S	Diamètre équivalent en surface pour une particule non-sphérique : $\left(\frac{s_{part}}{\pi} \right)^{1/2}$
d_V	Diamètre équivalent en volume pour une particule non-sphérique : $\left(\frac{6v_{part}}{\pi} \right)^{1/3}$
$d_{(l)}$	Diamètre moyen pondéré par les diamètres cumulés pour un mélange de billes de différentes tailles : $\frac{\sum_i d_i^2 n_i}{\sum_i n_i d_i}$
$d_{(n)}$	Diamètre moyen pondéré par le nombre pour un mélange de billes de différentes tailles : $\frac{\sum_i d_i n_i}{\sum_i n_i}$
$d_{(s)}$	Diamètre moyen pondéré par les surfaces pour un mélange de billes de différentes tailles : $\frac{\sum_i d_i^3 n_i}{\sum_i d_i^2 n_i}$
$d_{(v)}$	Diamètre moyen pondéré par les volumes pour un mélange de billes de différentes tailles : $\frac{\sum_i d_i^4 n_i}{\sum_i d_i^3 n_i}$
d_{St}	Diamètre de Sauter
E	Echelle macroscopique
e	Echelle microscopique
F	Correction de Forchheimer dans le cas d'un écoulement monodimensionnel
f	Fréquence mesurée en sortie de la sonde capacitive

LISTE DES TABLEAUX

f_0	Fréquence mesurée en sortie de la sonde capacitive pour un taux de vide nul
f_1	Fréquence mesurée en sortie de la sonde capacitive pour un taux de vide de 1
F_i	Terme de frottements interfaciaux dans les modèles d'Ergun généralisés
f_p	Coefficient de frottements ($f_p = \frac{\partial P}{\partial z} \times \frac{d}{\rho U^2}$)
f_r	Fréquence de résonance d'un circuit RLC
g	Norme de l'accélération due à la pesanteur
H	Courbure de l'interface entre deux phases, ou hauteur du lit de particules
h_β	Enthalpie massique de la phase β
h_η	Constante d'Ergun pour la passabilité
h_K	Constante d'Ergun pour la perméabilité
$h_{\beta\gamma}$	Coefficient d'échanges convectifs à l'interface entre les phases β et γ
K	Perméabilité dans le cas d'un écoulement monodimensionnel, ou permittivité diélectrique (dans le chapitre 3)
K_β	Perméabilité relative pour la phase β dans un écoulement diphasique et macroscopiquement mono-dimensionnel
L	Longueur de la sonde TDR
p_β	Champ de pression dans la phase β
P_β^*	Pression moyenne totale dans la phase β à laquelle est retiré le terme hydrostatique : $P_\beta^* = \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z z$
P_{abs}	Pression absolue, mesurée à l'entrée du lit de particules (bar)
P_{diff}	Pression différentielle, mesurée à l'intérieur du lit de particules (mbar)
q_β	Source volumique de chaleur dans la phase β
q_{osc}	Facteur multiplicatif appliqué à la f_r et propre à la sonde capacitive
r	Echelle du Volume Élémentaire Représentatif
t^*	Constante de temps caractéristique du système
T_β	Température de la phase β
U	Vitesse de filtration dans un écoulement macroscopiquement monodimensionnel

V	Volume total occupé par le milieu poreux
V_β	Volume occupé par la phase β dans le milieu
V_{part}	Volume total des particules d'un lit
Re	Nombre de Reynolds
Bo	Nombre de Bond
Ca	Nombre capillaire
We	Nombre de Weber
$\langle \square \rangle$	Moyenne superficielle
$\langle \square \rangle^\beta$	Moyenne intrinsèque sur la phase β
$\tilde{\square}$	Déviaton de Gray. Désigne l'écart entre la valeur locale d'une grandeur et sa moyenne intrinsèque
$\langle \square \rangle_{gl}$	Moyenne de surface
APRP	Accident de Perte de Réfrigérant Primaire
FIP	Fonction Indicatrice de Phase
LOFT	Loss-of-Fluid Test
LTHE	Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement
PBF	Power Burst Facility
QDM	Quantité de Mouvement
REB	Réacteur à Eau Bouillante
REP	Réacteur à Eau Pressurisée
VDC	Volume De Contrôle
VER	Volume Élémentaire Représentatif

Introduction

De nombreux domaines industriels s'intéressent à la thermohydraulique diphasique dans des milieux poreux. L'optimisation de procédés de séparation de l'air nécessite de comprendre les écoulements gaz-liquide à travers des garnissages de colonnes à distiller [Soulaine 12]. L'extraction pétrolière, la géothermie, ou encore le stockage de CO₂, sont d'autres exemples d'applications où des écoulements multi-phasiques à travers des roches poreuses fissurées doivent être modélisés [Vu 12]. A plus petite échelle, le contrôle thermique des engins spatiaux utilise généralement des caloducs, dans lesquels le fluide caloporteur est transporté par pompage capillaire à travers un milieu poreux [Louriou 10].

Dans le domaine de la sûreté nucléaire, des problématiques liées à l'ébullition et aux écoulements multiphasiques en milieu poreux sont soulevées par l'étude du refroidissement d'un cœur nucléaire endommagé, par injection d'eau, ou « renoyage », au cours d'un accident nucléaire grave. Des outils spécifiques, tels que le code ICARE-CATHARE [Fichot 06], ont été développés à l'IRSN pour simuler de tels renoyages et estimer leurs probabilités de succès en fonction de l'état dans lequel se trouve le cœur. Il subsiste aujourd'hui de grandes incertitudes quant au succès d'un renoyage. Dans l'optique de réduire ces incertitudes, l'objectif de ce travail de thèse est d'améliorer la modélisation des écoulements au cours d'un renoyage, dans le cas où le cœur, très endommagé, se trouve à l'état de lit de débris. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la modélisation des pertes de pression dans cette situation.

Plusieurs échelles de description existent pour modéliser un écoulement dans un milieu poreux : l'échelle *microscopique* (échelle du grain), à laquelle le milieu est de nature discontinue et peut être décrit par une matrice poreuse au travers de laquelle s'écoulent une ou plusieurs phases fluides ; et l'échelle *macroscopique* (échelle

du réacteur), à laquelle des approches continues peuvent être mises en place. Une approche microscopique nécessite une description fine de l'espace poral, ce qui en limite l'applicabilité à des milieux de petites dimensions. Ce type d'approche n'est donc pas adapté aux lits de débris, qui contiennent plusieurs tonnes de particules. Les modèles implémentés dans les codes de calcul des accidents graves utilisent par conséquent des approches continues, décrivant le lit de débris à l'aide de propriétés effectives qui dépendent, en principe, de la microstructure, et caractérisant l'écoulement par des grandeurs macroscopiques : pression moyennes, vitesses moyennes et taux de vide moyen.

Le contexte scientifique entourant cette problématique sera traité dans les deux premiers chapitres. Le chapitre 1 présente de façon détaillée les mécanismes pouvant conduire à la formation d'un lit de débris, ainsi que les enjeux de sûreté nucléaire liées à leur refroidissement. Nous présenterons notamment les caractéristiques des lits de débris (granulométrie, formes, porosité) et les principaux modèles utilisés pour décrire les écoulements au travers de ces milieux. La validité de ces modèles sera discutée dans le chapitre 2. A partir d'une méthode de changement d'échelle, basée sur une prise de moyenne des équations de conservation locales, des structures d'équations macroscopiques pertinentes pour les pertes de pression dans des conditions représentatives d'un renoyage de lit de débris seront établies. Ces structures ne se retrouvent que très partiellement dans les modèles utilisés dans les codes de calcul, ce qui justifie le besoin de recherche pour l'amélioration des modèles existants.

Le chapitre 3 sera consacré à la présentation du dispositif expérimental CALIDE, utilisé lors de cette thèse, conçu pour reproduire, à l'intérieur de milieux poreux représentatifs des lits de débris, les conditions thermohydrauliques caractéristiques d'un renoyage, tout en permettant des mesures des grandeurs nécessaires à la modélisation : pertes de pression, vitesses d'écoulement et taux de vide. Ces essais sont motivés par le manque de données disponibles dans la littérature. En effet, il n'existe aucune mesure simultanée de la perte de pression moyenne, des vitesses moyennes et du taux de vide dans des écoulements diphasiques gaz-liquide, et à vitesse liquide non-nulle.

Les expériences menées dans CALIDE en écoulements monophasiques seront analysées dans le chapitre 4, dans le but d'évaluer la pertinence des propriétés effectives introduites dans les modèles macroscopiques implémentés dans les codes de simulation des accidents graves, et d'établir une correspondance entre leurs valeurs et

les caractéristiques géométriques du lit, notamment la forme des débris et leur distribution en taille. Ce travail permettra l'établissement d'une corrélation prédictive pour les pertes de pression dans des écoulements monophasiques au travers de lits de débris.

Nous chercherons, dans le chapitre 5, à encadrer le domaine de validité de cette corrélation, établie pour une classe de milieu particulière : les lits de débris. Nous étudierons pour cela l'influence de la micro-structure sur les propriétés macroscopiques d'un milieu poreux, en réalisant des simulations numériques d'écoulements monophasiques à travers des milieux poreux modèles.

Enfin, une étude expérimentale des écoulements diphasiques au travers de lits de particules est proposée dans le chapitre 6. Nous étudierons la capacité des équations macroscopiques obtenues au chapitre 2 à reproduire les données expérimentales acquises dans le cadre de cette thèse. Un nouveau modèle sera ainsi proposé pour la prédiction des pertes de pression dans des écoulements diphasiques en situation de renoyage, et sera comparé aux modèles implémentés dans les codes de calcul des accidents graves.

Chapitre 1

Contexte général et motivations

Nous présentons dans ce chapitre introductif les problématiques de sûreté nucléaire liées au renoyage des cœurs dégradés, qui motivent les objectifs de cette thèse.

1.1 Les différentes filières de réacteurs

On désigne par « filière » un ensemble de choix technologiques conduisant à des réacteurs identiques, ou, du moins, de conception très semblable. Une classification possible des filières [Naudet 08] repose sur cinq critères :

- Le combustible nucléaire, c'est-à-dire l'élément fissile utilisé pour produire l'énergie, sa forme chimique, ou encore la conception de l'assemblage combustible ;
- Le modérateur, destiné à thermaliser les neutrons de fission, c'est-à-dire à les ralentir (« modérer » leur vitesse) pour qu'ils puissent à leur tour engendrer des fissions ;
- Le caloporteur, utilisé pour transporter la chaleur produite par les fissions nucléaires vers les organes où elle sera convertie en travail mécanique ;
- Le matériau de gainage, qui constitue la première barrière de confinement des matières radioactives ;
- Les absorbants neutroniques utilisés pour le pilotage, la régulation ou l'arrêt de la réaction en chaîne (barres de contrôle, composés en solution dans le caloporteur).

De par le nombre de matériaux potentiellement utilisables pour ces fonctions, il est possible d’imaginer un très grand nombre de filières différentes, estimé par Claude Bienvenu [Bienvenu 95] à environ 200 000. En pratique, le nombre de filières à avoir été réellement étudiées est bien plus faible, et seules quelques-unes ont atteint le stade de l’industrialisation à grande échelle. Cinq filières restent exploitées dans le monde à l’heure actuelle ; elles sont données dans le tableau 1.1. Dans la suite, nous nous intéresserons à la filière des réacteurs à eau légère, qui représente 85 % de la production mondiale, et qui comprend les *Réacteurs à Eau Pressurisée* (REP) et les *Réacteurs à Eau Bouillante* (REB) .

Filière	Combustible	Modérateur	Caloporteur
UNGG	Uranium naturel	Graphite	CO_2
RBMK	Uranium faiblement enrichi	Graphite	Eau légère
CANDU	Uranium naturel	Eau lourde	Eau lourde
	Uranium faiblement enrichi		Eau légère
Eau légère	Uranium enrichi	Eau légère	Eau légère
RNR	Uranium naturel	-	Gaz
	Uranium de recyclage		Sel fondu
	Plutonium		Métal fondu

TABLE 1.1 – Les filières nucléaires actuelles

1.1.1 Réacteurs à Eau Pressurisée

La filière REP est la plus répandue, tant en termes de nombre de réacteurs qu’en termes de puissance. Elle constitue notamment la totalité du parc nucléaire français. Un cœur de REP est refroidi à l’eau légère (dans laquelle les noyaux d’hydrogène sont uniquement constitués d’un proton), maintenue sous une pression de 155 bar pour rester à l’état liquide, même après son passage dans le cœur. Elle assure également le rôle de modérateur.

La structure générale d’un REP comporte deux circuits principaux, représentés par la figure 1.1 :

- Le circuit primaire comprend le cœur nucléaire, où l'énergie est produite ; un générateur de vapeur, où l'énergie transportée par l'eau primaire est cédée à un circuit secondaire ; et une pompe assurant la circulation de l'eau primaire. La pression primaire est régulée à l'aide d'un pressuriseur.
- Le circuit secondaire assure la conversion de la chaleur produite en travail mécanique. Il comprend le générateur de vapeur, dans lequel l'eau secondaire est vaporisée grâce à l'énergie extraite du cœur ; une turbine, servant à produire du travail mécanique ensuite converti en électricité ; un condenseur et une pompe secondaire. La chaleur est évacuée du condenseur vers une source froide, généralement un fleuve ou une mer, ou encore une tour aéroréfrigérante.

Le combustible REP se présente, de façon très schématique, sous la forme de crayons d'environ 4 mètres de hauteur composés d'un empilement de pastilles cylindriques d'oxyde d'uranium (UO_2) enrichi en uranium 235, entourées par une gaine en alliage de zirconium. Le choix du zirconium est dicté par un impératif de transparence neutronique nécessaire au déclenchement de la réaction en chaîne. Ces crayons sont réunis en grappes de 289 (17×17) crayons maintenus en place par plusieurs grilles en zirconium, pour former des assemblages. Un cœur électrogène Français de 900 MWe comprend plus de 150 assemblages.

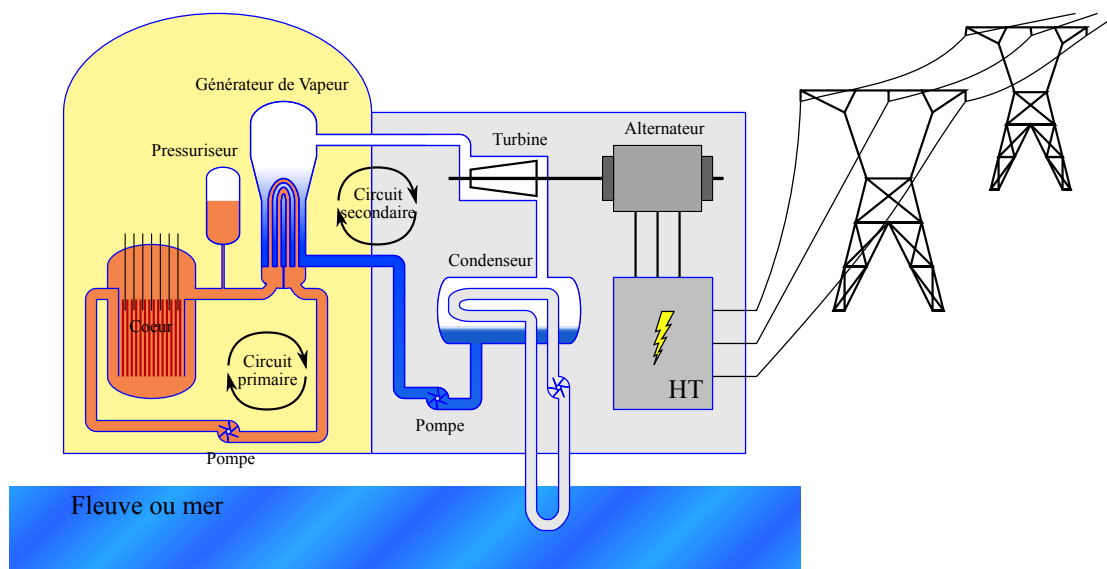


FIGURE 1.1 – Schéma de fonctionnement d'un Réacteur à Eau Pressurisée

1.1.2 Réacteurs à Eau Bouillante

Cette filière n'est pas représentée en France, mais constitue une part importante des parcs des Etats-Unis, de l'Allemagne et du Japon ; les réacteurs accidentés de Fukushima, par exemple, sont des REB. Comme un REP, un REB est refroidi et modéré à l'eau légère. Cependant, alors que l'eau du circuit primaire d'un REP est maintenue à l'état liquide, l'eau du circuit primaire d'un REB bout au contact du cœur. La structure générale d'un REB ne comporte donc qu'un seul circuit principal, le cœur nucléaire tenant également le rôle du générateur de vapeur (voir figure 1.2).

Le combustible REB est de conception très voisine de celui d'un REP, tant en termes de structure (assemblages de crayons) que de matériaux (combustible UO_2 , gainages en alliages de zirconium) et d'enrichissement.

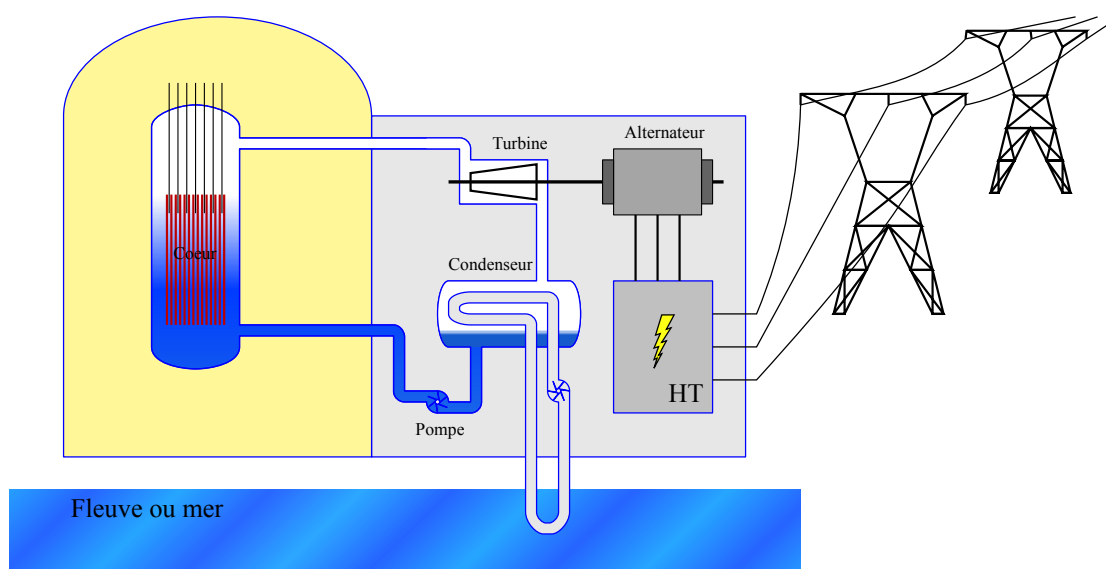


FIGURE 1.2 – Schéma de fonctionnement d'un Réacteur à Eau Bouillante

1.2 Les origines de la puissance nucléaire résiduelle

Une réaction de fission consiste schématiquement à « casser » un noyau lourd (généralement l'uranium 235) de façon à émettre entre 2 et 3 neutrons de haute

énergie, et à générer deux noyaux plus petits, appelés *produits de fission*. Le produit de fission le plus « connu », du fait de son impact radiologique en cas de relâchement dans l'atmosphère, est l'iode 131. Toutefois, les produits de fission sont de natures chimiques très diverses, leurs numéros atomiques Z pouvant varier entre 32 et 67 [Patarin 02].

De manière générale, les produits de fission sont des noyaux très instables, dont les périodes de décroissance vont de quelques secondes à quelques années. Ils se désintègrent donc rapidement après leur formation, libérant une quantité de chaleur faible au regard de l'énergie libérée par la réaction en chaîne, mais suffisamment importante pour nécessiter un refroidissement du cœur, même après l'arrêt automatique du réacteur. Cette chaleur est appelée *puissance nucléaire résiduelle*.

Environ 5 secondes après l'arrêt de la réaction en chaîne, la puissance nucléaire résiduelle est de l'ordre de 5 % de la puissance nominale du réacteur. Pour un cœur électrogène de 3000 MWth, cela représente donc une puissance de l'ordre de 150 MW. Cette puissance décroît avec le temps selon une loi quasi-exponentielle, au fur et à mesure que les produits de fission disparaissent ; ainsi, elle n'est plus que de 1 % de la puissance nominale après deux heures trente [Patarin 02].

Le refroidissement du réacteur reste néanmoins nécessaire sur une période de plusieurs semaines après son arrêt. Ainsi, en cas de défaillance des systèmes de refroidissement, la puissance résiduelle entraîne un échauffement du cœur, dont les conséquences sont décrites dans le paragraphe suivant.

1.3 Accident de Perte de Réfrigérant Primaire et Accidents Graves

L'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP), ou *Loss Of Coolant Accident (LOCA)* en anglais, est caractérisé par une fuite d'eau au niveau du circuit primaire, qui peut notamment être causée par une brèche dans les tuyauteries primaires. Dès la détection d'une telle fuite, les *barres de contrôle de sécurité*, constituées d'absorbants neutroniques, sont insérées dans le cœur pour stopper les réactions de fission. Des systèmes d'injection de sécurité compensent alors la perte d'eau par la brèche et assurent l'évacuation à long terme de la puissance résiduelle que les assemblages continuent de dégager. L'APRP est donc un accident

de dimensionnement, puisque les systèmes d'injection de sécurité sont conçus de façon à ce que le réacteur résiste à un tel accident sans endommagement du cœur nucléaire.

Toutefois, en cas de défaillance des systèmes d'injection de sécurité, la perte d'eau n'est plus compensée. Dans un REP, cela entraîne une diminution progressive de la pression primaire. Lorsque cette pression descend en dessous de la pression de vapeur saturante de l'eau à la température du circuit primaire (soit 115 bar environ), l'eau primaire commence à se vaporiser.

Si cette situation se prolonge, une part importante de l'eau primaire peut être vaporisée, et les assemblages combustibles peuvent être dénoyés. Les échanges convectifs avec la vapeur étant moins efficaces qu'avec l'eau liquide, la puissance nucléaire résiduelle ne peut plus être évacuée : la température du cœur augmente et son état se dégrade. On sort alors du domaine de dimensionnement, et l'accident devient un Accident Grave.

La dégradation du cœur peut aller jusqu'à la fusion totale ou partielle des éléments combustibles, qui forment un mélange très chaud et corrosif appelé *corium*. Une fois formé, le corium coule en fond de cuve et, en l'absence de refroidissement, peut finir par la percer. Il tombe alors dans le puits de cuve, et commence à attaquer le radier en béton qui constitue la dernière barrière de confinement. On estime qu'en l'absence de tout refroidissement, pour une puissance résiduelle de l'ordre de 10 MW, un radier de 3 mètres d'épaisseur peut être percé en moins d'une journée [Guillaumé 08]. Si cela se produit, le corium hautement radioactif est libéré dans l'environnement.

Ce scénario était jugé impossible lors des débuts de l'industrie nucléaire. Cependant, les accidents de Three Mile Island aux Etats-Unis en 1979 [Broughton 89], où un APRP a dégénéré en Accident Grave avec fusion du cœur, et, plus récemment, les événements de Fukushima au Japon en 2011, sont venus ébranler cette certitude, et ont fait prendre conscience de la nécessité d'étudier la phénoménologie des Accidents Graves pour définir les actions adéquates à mener pour stopper leur progression.

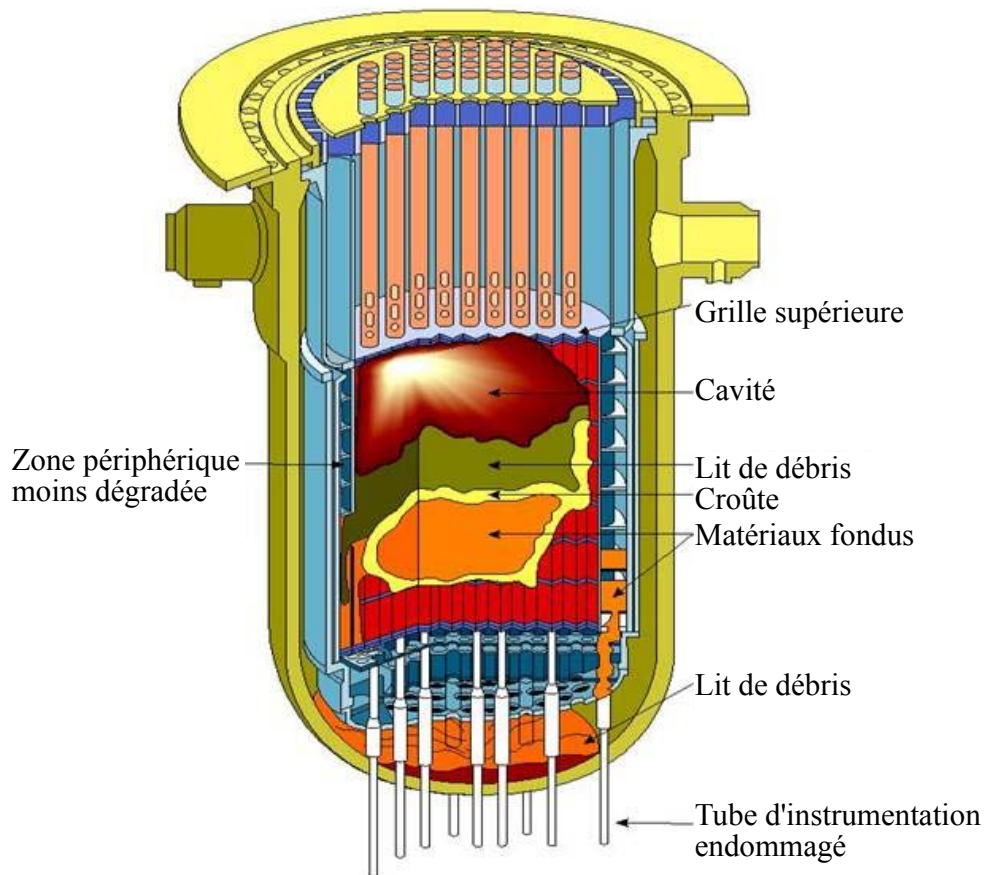


FIGURE 1.3 – Etat final du cœur du réacteur accidenté de Three Mile Island. Deux lits de débris se sont formés dans la partie assemblages et en fond de cuve, contenant respectivement 26 t et 13 t de débris

1.4 Les lits de débris

Le cœur du réacteur accidenté de Three Mile Island (représenté par l'acronyme de TMI dans la suite) a été très gravement endommagé, comme le montre la figure 1.3. Plusieurs années après l'accident, lorsqu'il a été possible d'examiner l'intérieur de la cuve, il a été constaté que plus de la moitié des assemblages combustibles avaient fondu, laissant une cavité en partie haute. En dessous de cette cavité se trouvait une croûte de matériaux re-solidifiés, ainsi qu'un lit de débris constitué de fragments de pastilles combustibles et d'éléments de gainage oxydés. En outre, le corium tombé en fond de cuve y avait formé un second lit de débris.

L'étude de ces lits de débris constitue aujourd'hui un domaine à part entière de la recherche en sûreté nucléaire. Ce travail de thèse s'inscrit dans un programme de recherche dédié à l'étude de leur refroidissement par injection d'eau.

1.4.1 Formation d'un lit de débris

Un lit de débris peut être formé à différents stades de l'accident, selon deux procédés distincts (voir figure 1.4).

À haute température, à partir de 1000 °C environ, le zirconium est oxydé de façon importante par la vapeur d'eau. Ce phénomène entraîne la formation de zircone, un matériau fragile, à la surface des gaines. De plus, la réaction d'oxydation est fortement exothermique : elle libère plus de 1.3 MJ par kilogramme de zirconium [Coindreau 08]. Ainsi, lors de la montée en température des assemblages combustibles dénoyés, les caractéristiques mécaniques des matériaux de gainage sont progressivement dégradées. Une sollicitation mécanique importante, telle qu'un choc thermique consécutif à un renoyage, peut alors les amener à rompre et à libérer le combustible qu'elles maintenaient en place. Ce combustible, sous la forme de fragments de pastilles de tailles millimétriques à centimétriques [Coindreau 08], se relocalise dans les parties inférieures du cœur et forme un lit de débris (figure 1.4a).

Un deuxième type de lit de débris peut être formé dans un second temps, après fusion du cœur (figures 1.4b et 1.4c), lorsque les matériaux fondus chutent dans l'eau résiduelle en fond de cuve, et s'y re-solidifient en fines particules. De façon similaire, un lit de débris peut se former suite au percement de la cuve et à la chute des matériaux fondus dans l'eau contenue dans le puits de cuve.

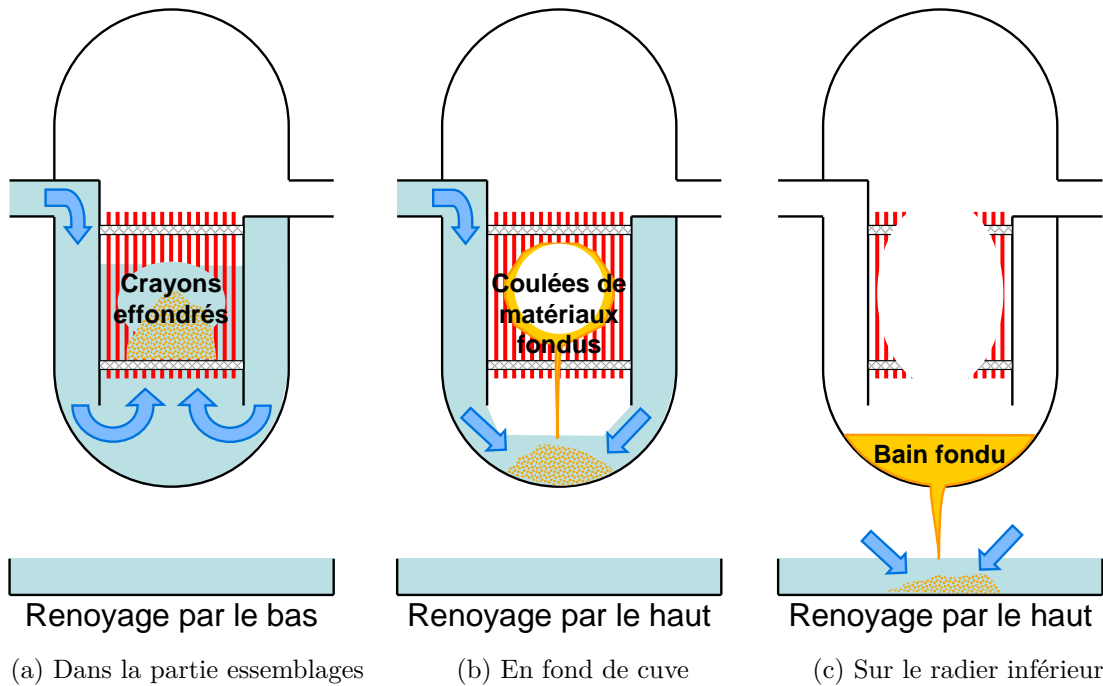


FIGURE 1.4 – Formation d'un lit de débris à différents stades de l'accident

1.4.2 Granulométrie et porosité des lits de débris

Les lits de débris présentent des caractéristiques différentes selon qu'ils se forment par effondrement des assemblages ou par re-solidification d'un jet de corium. Une revue exhaustive de la littérature concernant la granulométrie des lits de débris a été faite par Chikhi *et al.* [Chikhi 14b].

Les pastilles combustibles se fragmentent naturellement durant l'exploitation du réacteur [Olander 90]. En effet, leur faible conductivité thermique, rapportée à la puissance massique générée, entraîne un gradient de température interne très important, donc de fortes contraintes mécaniques. Le nombre, la taille et la forme des fragments dépendent du taux de combustion, mais ils peuvent être considérés en première approximation comme étant de forme globalement prismatique [Oguma 83]. La figure 1.5 illustre la forme générale de ces fragments.

Coindreau *et al.* [Coindreau 08, Coindreau 13, Oguma 83] estiment que leur taille se situe entre 2.4 mm et 3.2 mm pour des taux de combustion inférieurs à 40 GWj/t, et que de fines particules, dont la taille est de l'ordre de 30 μm , apparaissent à fort

taux de combustion. Ces estimations semblent en accord avec les observations du cœur accidenté de TMI, où des débris mesurant entre 300 μm et 4 mm (pour une taille moyenne de 2 mm) ont été retrouvés [Akers 86], ainsi qu'avec les résultats des programmes LOFT [Hobbins 90] et PBF [Petti 89], en partie dédiés à l'étude de la fragmentation du combustible.

Les lits de débris formés suite à la re-solidification de jets de corium ont été étudiés lors de programmes de recherche dédiés à l'explosion vapeur. Si la taille moyenne des particules, qui peut varier entre 1 mm [Huhtiniemi 97] et 5 mm [Huhtiniemi 99], est comparable à celle des fragments de pastilles, la dispersion de leurs tailles est plus importante. Par exemple, lors des essais FARO [Magallon 01], des tailles comprises entre 0.25 mm et plus de 10 mm ont été observées.

Une autre caractéristique importante du lit de débris est sa porosité, c'est-à-dire la part du volume total du lit de débris occupée par l'espace poral. La porosité du lit de débris de TMI a été mesurée entre 35 % et 55 % selon les endroits [Akers 86]. Dans le cas des lits de particules re-solidifiées, la porosité est plus élevée, entre 50 % et 70 % [Chikhi 14b], mais Ma et Dinh [Ma 10] ont souligné que ces particules présentent une porosité interne importante, qui ne doit pas être considérée dans des études d'écoulement en milieu poreux. Nous retiendrons par conséquent comme valeurs de référence les porosités mesurées sur les lits de débris de TMI.

En conclusion, les lits de débris peuvent être caractérisés comme des lits de particules mesurant entre quelques centaines de microns et une dizaine de millimètres, pour une taille moyenne de 2 mm à 4 mm, et présentant une porosité variant de 35 % à 55 %.

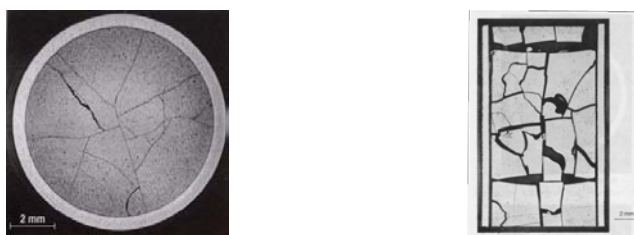


FIGURE 1.5 – Fragmentations axiale et radiale des pastilles (sources : [Lemaignan 03, Coindreau 08])

1.4.3 Problématiques de sûreté liées aux lits de débris

Du point de vue de la sûreté nucléaire, un cœur à l'état de lit de débris est plus facile à refroidir qu'un bain de corium fondu. En effet, le refroidissement d'un bain fondu est problématique car les échanges thermiques ne peuvent avoir lieu qu'à sa surface, qui est très réduite, alors qu'un lit de particules développe une surface spécifique importante et donc est *a priori* plus facile à refroidir, même si la pénétration de l'eau dans le lit est limitée. Néanmoins, si la puissance résiduelle ne peut être extraite du lit de débris, celui-ci finit inévitablement par fondre, et devient par conséquent encore plus difficile à refroidir. Il est donc important d'évaluer la cinétique de refroidissement d'un lit de débris pour déterminer dans quelles conditions il sera possible d'éviter une fusion partielle ou totale du cœur.

En termes de conduite du réacteur en situation accidentelle, la principale action des opérateurs pour éviter la fusion du cœur sera la décision d'un renoyage. Toutefois, l'arrivée d'eau liquide sur le lit de débris peut paradoxalement avoir des conséquences négatives sur la sûreté de l'installation [Chikhi 12c] :

- Une vaporisation massive et brutale de l'eau au contact des débris surchauffés peut entraîner un pic de pression dans la cuve, qui peut endommager le circuit primaire.
- Un refroidissement brutal des parties périphériques du cœur, généralement moins endommagées, peut provoquer un choc thermique et l'effondrement d'autres assemblages.
- L'apport de vapeur dans le cœur peut relancer la réaction d'oxydation du zirconium. La chaleur libérée produit alors une montée en température des assemblages dégradés.
- L'hydrogène généré par la réaction zirconium-vapeur peut provoquer une explosion dans l'enceinte de confinement. De violentes explosions d'hydrogène ont ainsi eu lieu lors des accidents de Tchernobyl et de Fukushima.

Les conséquences potentielles de ces phénomènes dépendent de l'état du cœur, de sa température, de la pression au sein du circuit primaire, ou encore du débit d'injection [Chikhi 12c]. Lorsque l'on cherche à optimiser les chances de succès d'un renoyage, il convient d'évaluer leurs contributions respectives, et de vérifier le bilan dénergie suivant :

$$[\text{Puissance résiduelle}] + [\text{Puissance d'oxydation}] < [\text{Refroidissement par l'eau}]$$

La puissance d'oxydation est directement reliée à la quantité d'hydrogène produite. Son évaluation a été étudiée lors de nombreux programmes de recherche sur la dégradation des grappes en situation accidentelle, notamment lors des essais LOFT [Modro 91], CORA [Hofmann 97] et QUENCH [Steinbrück 10]. Un pic de production intense d'hydrogène a été observé au moment de l'entrée en contact de l'eau de renoyage avec les débris [Chikhi 12c], mais plusieurs études [Steinbrück 10, Chikhi 12a] ont montré qu'un débit d'injection supérieur ou égal à 1 g par seconde et par crayon permet de réduire ce pic, et par conséquent de diminuer le risque hydrogène.

L'évaluation de la puissance évacuée par l'eau nécessite de répondre à deux questions majeures :

- Quelle quantité d'eau pénètre effectivement dans le lit de débris, et en combien de temps ?
- Quels sont les coefficients d'échange thermique entre les débris et l'eau ?

De ces questions découlent des besoins en modélisation pour les transferts thermiques entre les débris et l'eau, et pour les pertes de pression en milieu poreux : la quantité d'eau qui pénètre le lit dépend du champ de pression, lui-même régi par la vitesse de la vapeur produite par l'ébullition de l'eau au contact des débris.

1.5 Programmes de recherche sur la refroidissabilité des lits de débris

1.5.1 Modélisation des écoulements au travers des lits de débris

La phénoménologie d'un renoyage de lit de débris comporte des aspects thermiques et mécaniques liés respectivement aux échanges de chaleur et aux pertes de pression. Une modélisation fine de ces différents phénomènes nécessite une description du milieu à petite échelle, ce qui limite l'applicabilité de ce type d'approche à des domaines très restreints. Dans les codes de simulation de dégradation de cœur, le lit de débris est généralement décrit comme un milieu continu caractérisé par des propriétés effectives calculées à partir d'un nombre restreint de paramètres (figure 1.6), parmi lesquels on trouve la porosité du lit ainsi que le *diamètre effectif*

des grains, c'est-à-dire leur taille « moyenne », définie à partir de la granulométrie du lit.

Les équations mises en œuvre dans le code ICARE/CATHARE, développé et utilisé par l'IRSN, sont obtenues en appliquant la méthode de la moyenne volumique, que nous décrirons plus en détail au chapitre 2, aux équations de conservation locales [Fichot 06] :

— Conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\varepsilon_\beta \rho_\beta \langle h_\beta \rangle^\beta)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \langle h_\beta \rangle^\beta) = & \underbrace{\varepsilon_\beta \rho_\beta q_\beta}_{\text{Source volumique}} + \underbrace{\nabla \cdot (\mathbf{K}_e \cdot \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta)}_{\text{Diffusion } \beta} \\ & + \underbrace{h_{\beta s} A_{\beta s} (\langle T_\beta \rangle^\beta - \langle T_s \rangle^s)}_{\text{Convection } \beta - \text{ solide}} \\ & + \underbrace{h_{\beta \gamma} A_{\beta \gamma} (\langle T_\beta \rangle^\beta - \langle T_\gamma \rangle^\gamma)}_{\text{Convection } \beta - \gamma}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Les notations seront explicitées dans le chapitre 2, et sont référencées dans la nomenclature générale au début de ce mémoire. \mathbf{K}_e représente le tenseur de conductivité effective de la phase β ($\beta = g$ ou l , respectivement pour les phases gazeuse et liquide) dans le milieu. Le diamètre effectif intervient dans le calcul de la conductivité thermique effective \mathbf{K}_e [Fichot 06] et des coefficients d'échanges convectifs intersticiels $h_{\beta s}$ et $h_{\beta \gamma}$ [Bachrata 12], qui caractérisent respectivement les échanges à l'interface entre le solide et la phase β et les échanges à l'interface entre les deux phases fluides ($\gamma = g$ ou $l, \gamma \neq \beta$).

— Conservation de la masse :

$$\rho_\beta \frac{\partial (\varepsilon_\beta)}{\partial t} + \rho_\beta \nabla \cdot (\varepsilon_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) = \underbrace{\dot{m}_\beta}_{\text{Transfert de masse}} \quad (1.2)$$

Cette équation est écrite pour un fluide incompressible.

— Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta = - \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} - \varepsilon_\beta \left(\frac{\mu_\beta}{K \cdot K_\beta} \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon_\beta \frac{\rho_\beta}{\eta \cdot \eta_\beta} |\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta| \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right). \quad (1.3)$$

Tout comme l'équation de conservation de la masse, le fluide est considéré ici comme incompressible. Ce modèle est une généralisation de la loi d'Er-gun, valable pour un écoulement monophasique, au cas diphasique. Il sera décrit plus en détail au chapitre 2. Il fait intervenir le diamètre effectif dans le calcul des paramètres K et η , appelés respectivement *perméabilité* et *passabilité* [Fichot 06, Li 11a, Li 11b, Ozahi 08]. Les paramètres K_β et η_β sont les perméabilité et passabilité *relatives*, qui traduisent le fait que les frottements entre une phase et le lit de débris sont modifiés du fait de la présence de l'autre phase.

Ainsi, le choix de la taille effective de grain est important puisqu'il conditionne la conductivité thermique effective du milieu, les coefficients d'échanges convectifs entre la matrice solide et l'eau, ou encore les paramètres effectifs des modèles de perte de pression. Son évaluation constitue un des objectifs de cette thèse.

Notons que des équations de conservation analogues sont prises en compte pour la matrice solide, ainsi que pour les éventuels matériaux fondus.

1.5.2 Programmes expérimentaux

Les programmes expérimentaux menés sur le renoyage des lits de débris ont deux objectifs principaux : une meilleure compréhension de la phénoménologie du renoyage permettant d'établir des modèles, la production de données pour la validation des codes de simulation.

Les premiers essais ont été menés suite à l'accident de TMI, durant les années 1980. Les expérimentations par Tutu [Tutu 84] puis Ginsberg [Ginsberg 86], ont consisté

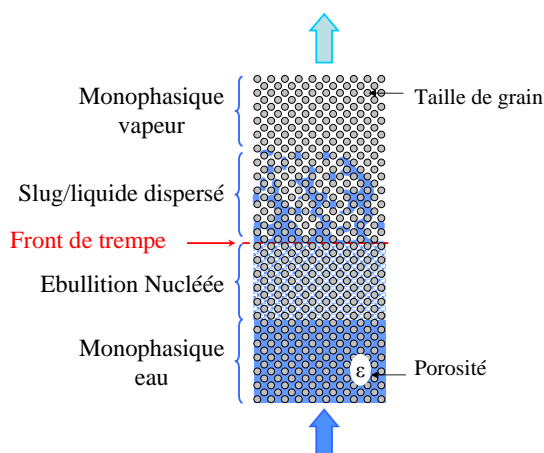


FIGURE 1.6 – Modélisation du renoyage d'un lit de débris homogène

à renoyer des lits *monodisperses*, c'est-à-dire des lits de particules sphériques de diamètre unique, à petite échelle (18 kg de débris) et sans simuler la puissance nucléaire résiduelle : les débris étaient portés à haute température par un écoulement d'air chaud lors d'une phase préliminaire à l'essai puis renoyés. Wang et Dhir [Wang 88] ont tenté de corriger cet écart par rapport aux conditions réelles en simulant la puissance résiduelle par un chauffage par induction.

Au cours des années 2000, des conditions de plus en plus représentatives des conditions réelles ont pu être étudiées. Pour cela, il a fallu atteindre de plus grandes échelles et de plus hautes température, mais également prendre en compte l'hétérogénéité des lits de débris. En effet, les expérimentations décrites ci-avant s'intéressent à des lits de débris macroscopiquement homogènes à section cylindrique, ce qui a pour effet de ramener le problème à un problème monodimensionnel du point de vue thermohydrodynamique. En pratique, un cœur accidenté contenant un lit de débris est un milieu hétérogène, les assemblages périphériques étant généralement moins dégradés, ainsi que cela a pu être observé dans le cœur accidenté de TMI. Lors du renoyage, la zone périphérique, plus perméable que le lit de débris, aura par conséquent tendance à créer un effet de by-pass autour du lit de débris, induisant des effets multi-dimensionnels.

Ainsi, le programme SILFIDE par EDF [Atkhen 06] a permis d'atteindre de plus grandes échelles (70 kg de billes). Plus récemment, les programmes DEBRIS [Rashid 08, Rashid 11], POMECA [Li 11a, Li 11b] puis PRELUDE [Repetto 11, Repetto 13] ont permis d'atteindre des températures supérieures à 1000 °C, et d'étudier les ef-

fets multi-dimensionnels, notamment par la mise en place d'un by-pass latéral plus perméable que le lit de débris lui-même. Aujourd'hui, l'objectif du programme PEARL [Chikhi 14a] (figure 1.7), mené par l'IRSN, est d'atteindre de grandes échelles (plus de 500 kg de billes) et d'étudier l'effet de la pression sur la vitesse de renoyage, ce paramètre pouvant varier considérablement au cours d'un APRP.

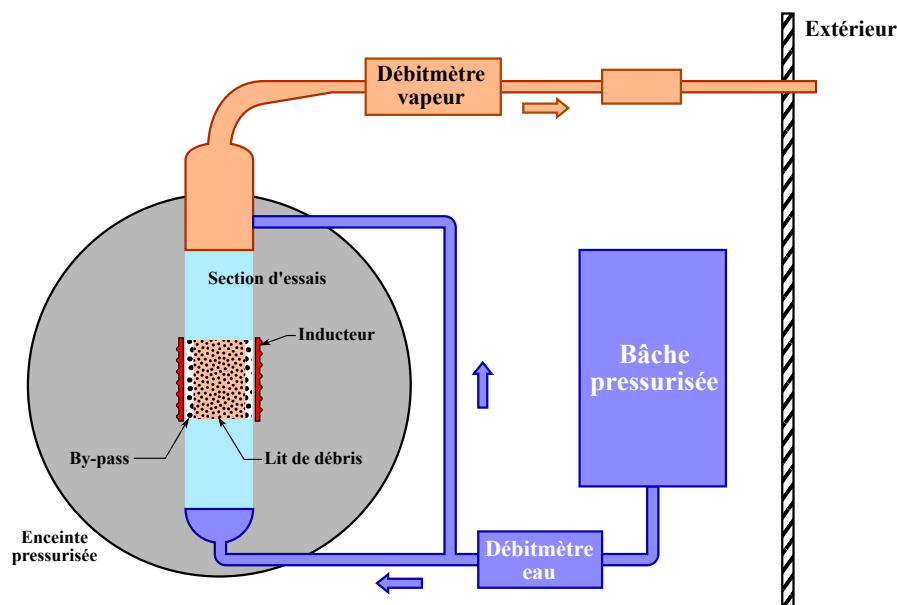


FIGURE 1.7 – Schéma de principe de l'installation PEARL dédiée à l'étude du renoyage d'un lit de débris de grandes dimensions (500 kg de billes)

1.6 Position du problème et objectifs de la thèse

Comme expliqué au paragraphe 1.5.1, l'interprétation des essais de renoyage et leur simulation au moyen de codes de calcul nécessitent des modèles pour les transferts thermiques et pour les pertes de pression au travers des lits de débris, qui peuvent être considérés comme des milieux poreux à haute température.

Pour le traitement des transferts thermiques, des modèles d'ébullition adaptés à cette situation, dits à *non-équilibre thermique local*, ont été développés et validés au cours de plusieurs thèses menées en collaboration entre l'IRSN et l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) [Bachrata 12, Sapin 14].

Ce travail de thèse porte plus spécifiquement sur l'étude des pertes de charge au cours du renoyage. Son objectif est double :

1. Déterminer les propriétés effectives apparaissant dans les équations de conservation de la quantité de mouvement moyennées (équation 1.3), et évaluer la pertinence de la notion de diamètre effectif pour des lits de débris représentatifs ;
2. Déterminer les structures d'équations les plus adaptées à cette situation. Plusieurs auteurs [Schulenberg 87, Tung 88] ont en effet souligné que les équations de type Ergun généralisé ne permettent pas de prendre en compte tous les phénomènes. En particulier, elles considèrent négligeable le frottement interfacial liquide-gaz pour certains régimes, alors que les observations expérimentales laissent penser que cette hypothèse n'est pas valable dans certaines conditions [Tutu 84]

Les aspects théoriques concernant la modélisation des écoulements monophasiques et diphasiques en milieu poreux seront abordés au chapitre 2. Nous présenterons notamment une méthode de changement d'échelle permettant d'établir les structures d'équations adaptées à ces deux types de situations. De façon très générale, les vitesses d'écoulement attendues lors d'un renoyage et les caractéristiques des lits de débris, de perméabilité relativement haute, engendrent des effets inertiels forts, et des frottements eau-vapeur importants dans les parties diphasiques.

Le chapitre 3 sera consacré au dispositif expérimental CALIDE, conçu pour permettre d'explorer ces régimes d'écoulement. Il consiste schématiquement en une boucle diphasique eau-air à pression et température ambiantes contenant une section d'essais dans laquelle se trouve un lit de particules représentatives de débris de combustible en termes de tailles et de formes.

Les résultats obtenus lors des campagnes d'essais en écoulements monophasiques seront présentés et analysés dans le chapitre 4 pour déterminer, dans un premier temps, les différents régimes d'écoulement susceptibles d'être observés lors d'un renoyage. Dans un deuxième temps, nous déterminerons à partir de ces données les propriétés effectives des lits de débris et nous déterminerons des diamètres effectifs pour les particules utilisées.

Du fait de la diversité des milieux poreux, des comportements très divers ont pu être observés pour les pertes de charge, et de nombreuses formes de corrélation ont été proposées. Nous tenterons dans le chapitre 5 de cerner les types de milieux

auxquels peut s'appliquer la corrélation déterminée au chapitre 2, en étudiant par simulation numérique l'effet de la structure interne d'un milieu sur ses propriétés macroscopiques.

Enfin, nous présenterons dans le chapitre 6 des résultats originaux obtenus lors d'une campagne d'essais en écoulements diphasiques, et nous proposerons un nouveau modèle prédictif.

Chapitre 2

Écoulements en milieu poreux

Nous présentons dans ce chapitre les principaux modèles décrivant les écoulements en milieu poreux.

2.1 Description d'un milieu poreux

2.1.1 Echelles de description

Un milieu poreux est composé d'une matrice solide s , au travers de laquelle s'écoulent une ou deux phases fluides l et g . Lorsqu'il s'agit de simuler un écoulement dans ce milieu, une résolution rigoureuse des équations de conservation à l'intérieur de l'espace poral nécessite une description fine de l'interface solide-fluide (et, le cas échéant, des interfaces entre les phases fluides). Ce type d'approche (approche microscopique) est par conséquent limité à des domaines de calculs restreints.

A grande échelle, le milieu poreux peut être considéré comme un milieu continu, dans le sens où les grandeurs caractérisant l'écoulement - pression, vitesse, taux de présence des phases, etc. - sont des fonctions continues de l'espace. Le milieu est alors caractérisé par des propriétés macroscopiques, souvent déterminées par des corrélations empiriques. Ce type d'approche est particulièrement adapté pour

simuler le comportement d'un système de grandes dimensions, comme un lit de débris, mais n'a de sens que dans le domaine de validité des corrélations utilisées.

L'ambition des méthodes de changement d'échelle est de faire le lien entre la physique de l'écoulement à petite échelle et l'échelle macroscopique. Pour cela, il est utile d'introduire une échelle intermédiaire r , définie comme la plus petite échelle à laquelle une description continue du milieu est valable. Nous utiliserons donc une description à trois échelles (voir figure 2.1), à la manière de Quintard et Whitaker [Quintard 94c, Whitaker 86a, Whitaker 96], Lasseux *et al.* [Lasseux 08, Lasseux 11] ou encore Saez [Saez 84] :

- L'échelle *macroscopique* E correspond aux dimensions du milieu poreux. A cette échelle, le milieu est un continuum, mais ses propriétés peuvent éventuellement varier s'il présente des hétérogénéités macroscopiques.
- L'échelle *microscopique* e correspond à la taille de pore.
- Une échelle intermédiaire r .

Ces trois échelles vérifient la relation d'ordre suivante (hypothèse de séparation des échelles) :

$$e \ll r \ll E. \tag{2.1}$$

Cette relation sera utile dans la suite pour estimer les ordres de grandeurs des différents termes qui apparaissent dans les modèles mathématiques, et effectuer les simplifications indispensables aux développements des méthodes de changement d'échelle.

2.1.2 Notion de VER

L'échelle intermédiaire r introduit la notion de *Volume Élémentaire Représentatif* (VER) du milieu poreux. Le VER correspond au plus petit volume sur lequel le milieu peut être considéré comme continu. Très concrètement, une méthode possible pour déterminer le VER consiste à calculer une certaine propriété du milieu, par exemple la porosité, à l'intérieur d'un Volume De Contrôle (VDC), ainsi que représenté sur la figure 2.2, puis à faire croître la taille du VDC. Lorsque la propriété étudiée ne varie plus, la taille du VER est atteinte.

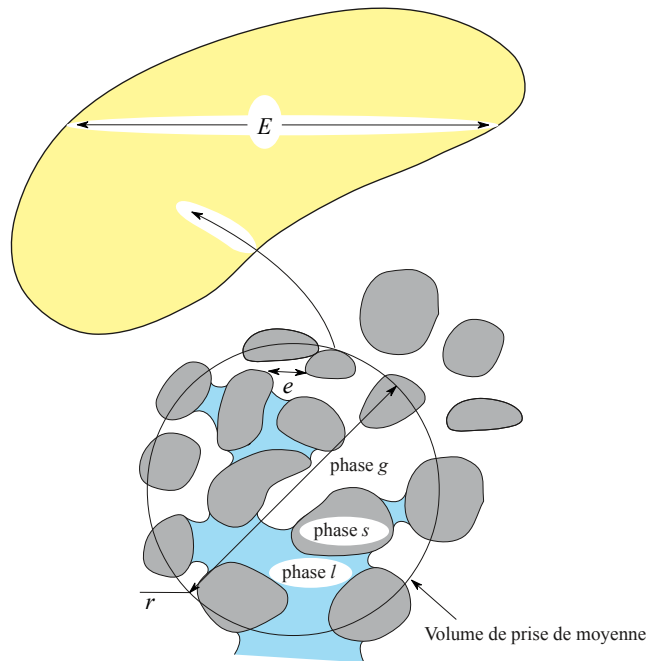


FIGURE 2.1 – Echelles de description d'un milieu granulaire

La figure 2.2 montre un exemple d'application de cette méthode à un lit de billes de taille uniforme, ou lit *monodisperse*. Le VER pour ce type de milieu pourrait être un cube de 6 à 8 diamètres de particules de côté.

La détermination de la taille d'un VER pour un milieu quelconque est toutefois délicate, et il semble impossible de la définir de manière unique. De plus, Al-Raoush et Papadopoulos [Al-Raoush 10] ont montré que le VER n'est pas nécessairement le même selon la propriété observée. Leur étude portant sur des sols sableux a notamment mis en évidence que le VER pour la porosité peut être jusqu'à quatre fois plus petit que le VER pour la distribution de taille ou pour le nombre de coordination moyen (nombre moyen de contacts entre une particule et ses voisines).

Les milieux considérés lors de cette thèse sont très grands devant la taille des particules utilisées, et devraient donc être plus grands que le VER pour les grandeurs étudiées. On peut néanmoins s'interroger sur la validité de cette hypothèse, que nous discuterons dans le chapitre 5.

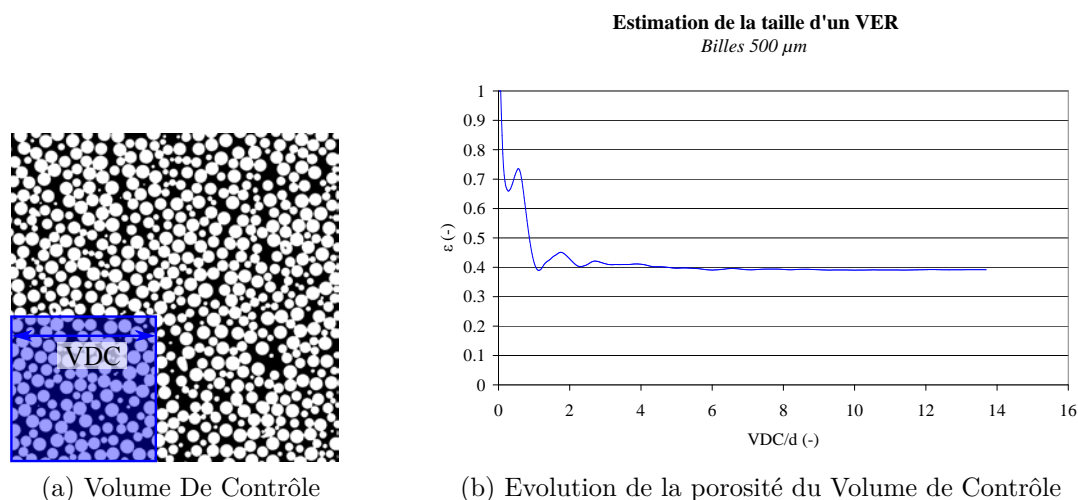


FIGURE 2.2 – Méthode possible pour la détermination d'un Volume Élémentaire Représentatif

2.2 Outils mathématiques pour le changement d'échelle

Plusieurs méthodes de changement d'échelle existent dans la littérature, notamment la méthode dite *par homogénéisation* [Bensoussan 78, Sanchez-Palencia 82, Wodié 91, Balhoff 10] et la méthode de *la moyenne volumique* [Quintard 94a, Quintard 94b, Quintard 94c, Quintard 94d, Quintard 94e], ou encore des approches stochastiques [Dagan 89]. On trouvera dans [Davit 13] des éléments de comparaison entre ces diverses méthodes. Nous nous concentrerons dans ce chapitre sur la méthode de la moyenne volumique, telle que développée par [Whitaker 86a, Whitaker 96, Lasseux 11], pour des écoulements monophasiques, puis étendue par [Whitaker 73, Whitaker 86b, Whitaker 94, Lasseux 96, Lasseux 08] à des écoulements diphasiques. Cette thèse s'appuyant sur ces résultats, nous décrirons dans cette section les principaux outils mathématiques nécessaires à la compréhension des développements utiles à notre travail.

2.2.1 Opérateurs de prise de moyenne

L'objectif du changement d'échelle est de relier les grandeurs microscopiques, observables à l'échelle e , aux grandeurs macroscopiques, à l'échelle E . Pour cela, nous utiliserons deux types de prises de moyenne, à la manière de Whitaker [Whitaker 86a] :

- La *moyenne superficielle* d'une grandeur scalaire ou tensorielle ψ_β à valeur dans la phase β ($\beta = g$ ou l) est définie par :

$$\langle \psi_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV \quad (2.2)$$

où V_β désigne le volume occupé par la phase β , et V le volume de prise de moyenne, incluant les phases fluides et la matrice solide.

- La *moyenne intrinsèque* de la même grandeur ψ_β s'écrit :

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV \quad (2.3)$$

Ces deux types de moyennes sont liés par la relation triviale :

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \varepsilon_\beta \langle \psi_\beta \rangle \quad (2.4)$$

où ε_β représente le taux de présence de la phase β dans le milieu, qui peut être calculé comme la moyenne superficielle de l'indicatrice de phase de la phase β , qui vaut 1 dans la phase β et 0 ailleurs. Dans le cas d'un système gaz/liquide, en notant ε la porosité du milieu et α le taux de vide, on a :

$$\varepsilon_g = \langle \gamma_g \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_g} dV = \frac{V_g}{V} = \varepsilon \alpha \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_l = \langle \gamma_l \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_l} dV = \frac{V_l}{V} = \varepsilon (1 - \alpha) \quad (2.6)$$

Notons que d'autres grandeurs macroscopiques mesurables peuvent être définies à partir de ces prises de moyenne :

- La *vitesse de filtration*, ou *vitesse de Darcy*, est la vitesse qu'aurait le fluide, à débit volumique égal, en l'absence de matrice poreuse. Elle peut être calculée par la moyenne superficielle du champ de vitesse à l'échelle du pore \mathbf{v}_β :

$$\mathbf{U}_\beta = \langle \mathbf{v}_\beta \rangle. \quad (2.7)$$

Dans le cas monophasique, notamment au chapitre 4, nous noterons simplement \mathbf{U} , ou U pour les écoulements monodimensionnels.

- Le gradient de la pression moyenne, quant à lui, est égal au gradient de la moyenne intrinsèque du champ de pression local :

$$\nabla P_\beta = \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta. \quad (2.8)$$

De même que pour la vitesse de filtration, nous noterons simplement ∇P pour les écoulements monophasiques.

2.2.2 Moyenne d'un gradient

Par la suite, nous aurons à manipuler des moyennes de gradients. Nous utiliserons pour cela le *théorème de la moyenne spatiale* (voir [Marle 82] pour une démonstration utilisant la théorie des distributions). En utilisant une notation similaire à celle de [Lasseux 08], ce théorème peut être formalisé par :

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \psi_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \psi_\beta dA \quad (2.9)$$

où $A_{\beta s}$ désigne la surface de contact entre la phase β et la matrice solide, A_{gl} la surface de contact entre les phases fluides, et \mathbf{n}_β le vecteur unitaire normal à la surface enveloppe de la phase β , orienté vers l'extérieur. Notons que dans le cas d'un écoulement monophasique, ce théorème reste valable, l'intégrale sur la surface interfaciale A_{gl} devenant nulle.

Si la grandeur ψ_β est vectorielle ou tensorielle, ce théorème s'écrit :

$$\langle \nabla \cdot \psi_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \psi_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \cdot \psi_\beta dA \quad (2.10)$$

Un résultat immédiat et très utile de ce théorème provient de son application à un champ scalaire uniforme de valeur 1 dans la phase β :

$$\langle \nabla \gamma_\beta \rangle = 0 = \nabla \langle \gamma_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta dA \quad (2.11)$$

et en appliquant les formules 2.5 et 2.6 :

$$\nabla \varepsilon_\beta = -\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta dA \quad (2.12)$$

2.2.3 Décomposition des grandeurs locales

Il est utile, pour faire apparaître les grandeurs moyennées dans les équations, de décomposer les grandeurs locales (scalaires, vectorielles ou tensorielles) en la somme de leur valeur moyenne et d'une déviation. Whitaker [Whitaker 69, Whitaker 73] propose ainsi la formulation suivante, utilisant la moyenne superficielle :

$$\psi_\beta = \langle \psi_\beta \rangle + \tilde{\psi}_\beta.$$

Sur la base de ces travaux, Gray [Gray 75] propose de modifier cette formulation, et d'utiliser la moyenne intrinsèque :

$$\psi_\beta = \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \tilde{\psi}_\beta. \quad (2.13)$$

Cette définition sera ensuite adoptée par [Ruth 92], puis par Whitaker dans des publications ultérieures [Whitaker 94, Whitaker 96], ou encore par Quintard et Whitaker [Quintard 94a, Quintard 94b, Quintard 94c, Quintard 94d, Quintard 94e]. Nous l'utiliserons dans la suite du développement. Dans le cadre de l'hypothèse de séparation des échelles (équation 2.1), la déviation $\tilde{\psi}_\beta$ vérifie approximativement :

$$\langle \tilde{\psi}_\beta \rangle^\beta = 0. \quad (2.14)$$

A partir de cette propriété, la moyenne du produit de deux champs ψ_β et ϕ_β peut être exprimée par :

$$\langle \psi_\beta \phi_\beta \rangle^\beta = \langle (\langle \psi_\beta \rangle^\beta + \tilde{\psi}_\beta) (\langle \phi_\beta \rangle^\beta + \tilde{\phi}_\beta) \rangle^\beta \quad (2.15)$$

$$= \langle \langle \psi_\beta \rangle^\beta \langle \phi_\beta \rangle^\beta \rangle^\beta + \langle \tilde{\psi}_\beta \langle \phi_\beta \rangle^\beta \rangle^\beta + \langle \tilde{\phi}_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta \rangle^\beta + \langle \tilde{\psi}_\beta \tilde{\phi}_\beta \rangle^\beta \quad (2.16)$$

$$= \langle \psi_\beta \rangle^\beta \langle \phi_\beta \rangle^\beta + \langle \tilde{\psi}_\beta \tilde{\phi}_\beta \rangle^\beta. \quad (2.17)$$

Ce résultat sera utile pour faire apparaître les grandeurs macroscopiques dans les équations moyennées. De même, en appliquant le théorème de la moyenne spatiale (équation 2.9), on peut exprimer le gradient de la moyenne d'une grandeur par :

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \psi_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \psi_\beta dA \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} &= \nabla \varepsilon_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta dA \\ &\quad + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA \end{aligned} \quad (2.19)$$

Whitaker [Whitaker 86a] montre que si les échelles vérifient $r^2 \ll E^2$, ce qui est vérifié si l'hypothèse de séparation des échelles (équation 2.1) est valide¹, alors la moyenne intrinsèque $\langle \psi_\beta \rangle^\beta$ peut être linéarisée sur le volume de prise de moyenne. Elle peut donc être sortie de l'intégrale de surface :

1. En réalité, les développements mathématiques sont plus sophistiqués pour tenir compte des difficultés associées à la prise de moyenne volumique simple, comme cela est exposé en détail dans [Quintard 94a, Quintard 94b, Quintard 94c, Quintard 94d, Quintard 94e]

$$\begin{aligned}
 \langle \nabla \psi_\beta \rangle &= \nabla \varepsilon_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \langle \psi_\beta \rangle^\beta \left(\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta dA \right) \\
 &\quad + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
 &= \varepsilon_\beta \nabla \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \langle \psi_\beta \rangle^\beta \nabla \varepsilon_\beta + \langle \psi_\beta \rangle^\beta \left(\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta dA \right) \\
 &\quad + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA.
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

En utilisant alors la relation 2.12, on a :

$$\begin{aligned}
 \langle \nabla \psi_\beta \rangle &= \varepsilon_\beta \nabla \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \langle \psi_\beta \rangle^\beta \nabla \varepsilon_\beta - \langle \psi_\beta \rangle^\beta \nabla \varepsilon_\beta \\
 &\quad + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$= \varepsilon_\beta \nabla \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA, \tag{2.23}$$

ou bien :

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle^\beta = \nabla \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \tilde{\psi}_\beta dA \tag{2.24}$$

2.3 Ecoulements monophasiques

En utilisant les notations et définitions introduites en section 2.2, nous présentons dans cette partie les bases théoriques de l'étude des écoulements monophasiques à travers des lits de particules non consolidés.

2.3.1 Nombre de Reynolds monophasique en milieu poreux

Le principal nombre adimensionnel décrivant un écoulement monophasique est le nombre de Reynolds, qui est défini à partir d'une longueur et d'une vitesse caractéristiques :

$$Re = \frac{d_p v_p \rho_\beta}{\mu_\beta}. \quad (2.25)$$

Le choix de la longueur d_p et de la vitesse v_p est arbitraire et de très nombreuses formulations existent dans la littérature, selon le type de milieu étudié (lits de particules, milieux très polydisperses, milieux fracturés). Cependant, la dimension et la vitesse caractéristiques choisies doivent rendre compte de l'échelle à laquelle ont lieu les phénomènes les plus importants pour la compréhension du comportement macroscopique de l'écoulement. Par exemple, il est clair que la taille du milieu poreux ne peut convenir. Un écoulement à travers un milieu poreux n'est pas commandé par ses dimensions, mais par sa structure à l'échelle du pore. Ainsi, le diamètre moyen des pores d_p et la vitesse interstitielle v_p apparaissent comme des grandeurs caractéristiques pertinentes pour la définition du nombre de Reynolds poreux. Toutefois, la vitesse interstitielle est difficilement mesurable et la définition d'un diamètre de pore n'est ni triviale, ni unique. Tout l'enjeu de la définition d'un nombre de Reynolds poreux est donc de choisir une dimension et une vitesse caractéristiques dépendant de grandeurs mesurables tout en rendant compte de la structure de l'écoulement à l'échelle du pore.

Lorsque le milieu est un lit de particules, un modèle très simplifié consiste à assimiler le milieu poreux à un faisceau de canaux capillaires conservant la porosité du milieu réel et la surface de contact entre la phase fluide β et la matrice solide s . C'est le modèle de Kozeny-Carman [du Plessis 08]. En choisissant comme diamètre de pore le diamètre des capillaires équivalents, et comme vitesse caractéristique la vitesse du fluide qui y circule, et en exprimant ces grandeurs en fonction de la porosité du milieu ε , de la vitesse de filtration et des caractéristiques des particules, on peut montrer (voir annexe A) que le nombre de Reynolds est alors calculé par :

$$Re = \frac{6V_{part}}{A_{part}} \frac{\langle v_\beta \rangle \rho_\beta}{\mu_\beta (1 - \varepsilon)}, \quad (2.26)$$

où V_{part} et A_{part} représentent respectivement le volume total et la surface totale des particules, et ρ_β et μ_β la masse volumique et la viscosité dynamique de la phase β . Le rapport $\frac{6 \cdot V_{part}}{A_{part}}$ est appelé *diamètre de Sauter* des particules et sera noté d_{St} .

Il semble donc pertinent, dans ce contexte, de choisir comme vitesse caractéristique :

$$v_p = \frac{\langle v_\beta \rangle}{1 - \varepsilon} \quad (2.27)$$

et comme dimension caractéristique :

$$d_p = d_{St} = \frac{6 \cdot V_{part}}{A_{part}}. \quad (2.28)$$

Cette définition est utilisée dans le milieu du nucléaire [Li 11a, Li 11b], ou encore en génie chimique [Larkins 61, Saez 86a, Saez 86b]. Toutefois, d'autres choix sont possibles [Huang 06, Yazdchi 12] :

- La vitesse caractéristique est la vitesse de filtration et la longueur caractéristique le diamètre de Sauter des particules qui composent le lit (nombre de Reynolds particulaire) :

$$Re_{part} = \frac{d_{St} \langle v_\beta \rangle \rho_\beta}{\mu_\beta} \quad (2.29)$$

- La vitesse caractéristique est la vitesse interstielle et la longueur caractéristique le diamètre de Sauter (nombre de Reynolds interstitiel) ;

$$Re_i = \frac{d_{St} \langle v_\beta \rangle \rho_\beta}{\mu_\beta \varepsilon} \quad (2.30)$$

- Pour d'autres milieux, pour lesquels il n'y a pas de diamètre de particule, on utilise souvent \sqrt{K} comme longueur caractéristique, avec la vitesse interstielle à la place de la vitesse de filtration :

$$Re_K = \frac{\sqrt{K} \langle v_\beta \rangle^\beta \rho_\beta}{\mu_\beta}. \quad (2.31)$$

Il faut donc garder à l'esprit que le nombre de Reynolds n'est pas défini de manière unique pour un même milieu, et qu'il faut, avant d'interpréter des résultats

de la littérature par exemple, connaître la définition utilisée. De nombreux auteurs [Firdaouss 97, Lasseux 11, Yazdchi 12] ont souligné qu'interpréter des données de la littérature en utilisant une définition du Reynolds différente de celle utilisée par les auteurs originaux pouvait conduire à des conclusions contradictoires, notamment sur l'influence de la porosité. Dans toute la suite de ce travail, nous utiliserons le nombre de Reynolds obtenu à partir du modèle de Kozeny :

$$Re = \frac{d_{St} \langle v_\beta \rangle \rho_\beta}{\mu_\beta (1 - \varepsilon)}. \quad (2.32)$$

car il est souvent utilisé dans la littérature de génie chimique qui est la plus abondante pour notre sujet, sans avaliser, bien sûr, le modèle de tubes capillaires parallèles comme un bon modèle topologique pour un milieu poreux (on sait, par exemple, qu'un tel modèle ne reproduit pas du tout la tortuosité d'un milieu poreux).

2.3.2 Loi de Darcy

Les premières observations d'écoulements monophasiques à travers des milieux sableux [Darcy 56] ont montré qu'il existe, à faible Reynolds, une relation linéaire entre les pertes de charge et la vitesse de filtration de l'écoulement. En utilisant les notations et définitions introduites dans la section 2.2, et dans le cas d'un écoulement en 3 dimensions, cette relation peut s'écrire :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) \quad (2.33)$$

où \mathbf{K} est une caractéristique intrinsèque du milieu appelée *tenseur de perméabilité*, et \mathbf{g} l'accélération de la pesanteur.

2.3.3 Déviations non-linéaires à la loi de Darcy

Peu de temps après sa formulation, des déviations à la loi de Darcy ont été observées lorsque le nombre de Reynolds augmente. Pour prendre en compte ces déviations, il a été proposé d'ajouter à la loi de Darcy un terme non-linéaire en vitesse de filtration :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) - \mathbf{F} (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle, \quad (2.34)$$

\mathbf{F} étant le *tenseur de correction de Forchheimer*, qui dépend de la vitesse. Les déviations à la Loi de Darcy ne sont pas causées initialement par de la turbulence mais par des effets inertiels à l'échelle des pores [Chauveteau 67], ainsi que nous le verrons au paragraphe 2.3.4.

2.3.3.1 Forme des déviations

La forme exacte du tenseur \mathbf{F} dans le cas général (écoulement en 3 dimensions, milieu hétérogène et anisotrope) est complexe et mal connue. Néanmoins, une contribution significative a été faite par Lasseux *et al.* [Lasseux 11] : à partir de la résolution du problème proposé par Whitaker [Whitaker 86a, Whitaker 96], que nous présenterons dans la partie 2.3.4, chaque terme de \mathbf{F} a pu être calculé numériquement pour un milieu poreux modèle. Les influences du nombre de Reynolds, de l'orientation du gradient de pression, de la porosité et du désordre du milieu ont pu être étudiées. Il a pu notamment être montré que le tenseur \mathbf{F} est non-diagonal et asymétrique dans un milieu « ordonné » périodique, ce qui signifie que ce type de milieu présente un comportement anisotrope apparent lié à l'écoulement et que l'amplitude des effets inertiels dépend de l'orientation moyenne de l'écoulement. A l'inverse, pour un milieu désordonné, les termes non-diagonaux deviennent faibles, comparés aux termes diagonaux, et la symétrie du tenseur \mathbf{F} s'améliore. Les lits de débris étant plus proches des milieux désordonnés, de même que les lits de particules que nous étudierons ensuite, nous considérerons dans la suite de ce mémoire que le tenseur \mathbf{F} est sphérique, de même que le tenseur de perméabilité \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & & 0 \\ & K_{yy} & \\ 0 & & K_{zz} \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{xx} & & 0 \\ & F_{yy} & \\ 0 & & F_{zz} \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

avec :

$$K_{xx} = K_{yy} = K_{zz} = K \quad F_{xx} = F_{yy} = F_{zz} = F. \quad (2.36)$$

D'une manière générale, F est exprimé comme une série de termes non linéaires en vitesse de filtration :

$$F = b_1 \langle v_\beta \rangle^{n_1-1} + b_2 \langle v_\beta \rangle^{n_2-1} + b_3 \langle v_\beta \rangle^{n_3-1} + \dots, \quad (2.37)$$

souvent tronquée à son premier ordre :

$$F = b \langle v_\beta \rangle^{n-1}. \quad (2.38)$$

En injectant l'équation 2.38 dans l'équation 2.34, et dans le cas d'un écoulement monodimensionnel ascendant, on a :

$$\langle v_\beta \rangle = -\frac{K}{\mu_\beta} \left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} - \rho_\beta \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z \right) - b \langle v_\beta \rangle^{n-1} \langle v_\beta \rangle \quad (2.39)$$

$$= -\frac{K}{\mu_\beta} \left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} - \rho_\beta \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z \right) - b \langle v_\beta \rangle^n \quad (2.40)$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} - \rho_\beta \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z \right) = \frac{\mu_\beta}{K} \langle v_\beta \rangle + \frac{\mu_\beta}{K} b \langle v_\beta \rangle^n \quad (2.41)$$

La valeur de l'exposant n semble dépendre du nombre de Reynolds et de la structure des pores. Ses différentes valeurs définissent le régime de l'écoulement. La figure 2.3 rassemble les valeurs de n communément admises pour un milieu granulaire désordonné, ainsi que les ordres de grandeurs courants pour les limites des différents régimes.

Les valeurs limites précises font encore débat dans la communauté scientifique, et semblent varier selon les types de milieux, ce qui n'est pas très étonnant puisque décrire l'écoulement par un nombre de Reynolds, quelle que soit sa définition, revient toujours à négliger certains aspects de la géométrie du milieu. Par exemple, dans le cas du nombre de Reynolds que nous utilisons (équation 2.32), deux lits constitués de particules de formes différentes peuvent avoir la même porosité et le même diamètre de Sauter, ce qui conduit à des Reynolds identiques, mais pas nécessairement à la même structure d'écoulement. Il est donc possible d'observer des régimes différents d'un lit à l'autre pour un même Reynolds. Les transitions entre les régimes se font alors à des Reynolds différents.

Néanmoins, l'existence de quatre grands domaines est admise :

Régime de Darcy

Le régime « de Darcy » est le domaine où la loi de Darcy s'applique (la perte de charge dépend linéairement de la vitesse de filtration). Sa limite supérieure diffère selon les auteurs. Chauveteau et Thirriot [Chauveteau 67] la situent aux alentours de $Re = 2$, en s'appuyant sur certains résultats expérimentaux. De manière générale, on considère que la transition a lieu aux alentours de $Re = 1$ (voir par exemple Mei et Auriault [Mei 91]).

Régime inertiel faible

La première correction à la loi de Darcy dépend de manière cubique de la vitesse de l'écoulement ($n = 3$) [Wodié 91, Firdaouss 97]. Ce régime d'écoulement, observé jusqu'à des Reynolds de quelques unités au maximum [Balhoff 10], est dit « inertiel faible ». Son existence est prédite par le calcul en effectuant un développement asymptotique à double échelle des équations de Navier-Stokes (méthode d'homogénéisation) [Mei 91, Wodié 91] dans le cas d'un milieu macroscopiquement isotrope ou d'un écoulement monodimensionnel. Il a pu être observé expérimentalement sur des milieux poreux ordonnés ou faiblement désordonnés [Balhoff 10], et obtenu par simulation [Lasseux 11, Yazdchi 12, Yazdchi. 10]. Pour des milieux fortement désordonnés, par contre, même s'il doit théoriquement exister, l'amplitude de la déviation est si faible qu'elle est noyée dans l'incertitude de mesure, si bien que la loi de Darcy semble rester valable sur ce domaine. C'est la raison pour laquelle il n'apparaît pas dans les premiers modèles de pertes de charge non linéaires [Forchheimer 01], établis de manière empirique.

Régime inertiel fort

Au delà du domaine cubique, la déviation à la loi de Darcy dépend approximativement de manière quadratique de la vitesse de filtration ($n = 2$). C'est le régime « inertiel fort ». Observée expérimentalement par Forchheimer [Forchheimer 01], cette déviation quadratique a longtemps été considérée comme étant un effet de

l'apparition de la turbulence à l'échelle du pore. Il est cependant aujourd'hui admis qu'elle apparaît bien avant la turbulence, provoquée par des effets inertiels à l'échelle du pore, comme cela a été observé en regardant en détail des simulations numériques directes [Ruth 92, Ma 93].

Régimes turbulents

L'apparition de la turbulence se situe à des valeurs variables du Reynolds [Jin 15]. De plus, elle n'apparaît pas uniformément dans chaque pore, mais les gagne progressivement les uns après les autres. Il est donc difficile de définir une limite précise entre le régime inertiel fort et le régime turbulent. Dybbs et Edwards [Dybbs 84] ont même ajouté ici une cinquième zone, qu'ils appellent « laminaire instable », ou des instabilités, d'abord régulières, deviennent de plus en plus aléatoires, avant de devenir véritablement de la turbulence. Le nombre de Reynolds limite à partir duquel l'écoulement est complètement turbulent se situe entre environ 500 [Dybbs 84, Latifi 89] et environ 20000 [Kuwahara 98]. Plusieurs auteurs [Kuwahara 98, Soulaine 12] prédisent une évolution quadratique en vitesse de filtration. D'autres observations, notamment par Lage *et al.* [Lage 97] sur des milieux consolidés, ont montré que les pertes de charge turbulentes peuvent être décrites par un polynôme d'ordre 3, voire par des expressions non-polynômiales [Soulaine 14].

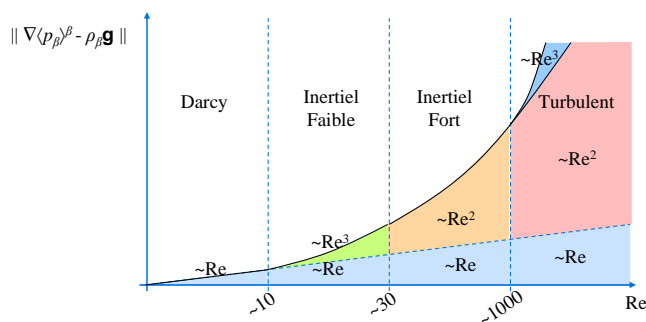


FIGURE 2.3 – Les différents régimes d'écoulement monophasiques en milieu poreux et la forme de la déviation à la loi de Darcy

2.3.3.2 Approches empiriques des déviations à la loi de Darcy

Le physicien autrichien Philipp Forchheimer [Forchheimer 01] fut parmi les premiers à étudier les déviations à la loi de Darcy. Son étude portant sur des milieux granulaires désordonnés (sables), il n'observa pas le domaine inertiel faible, dans lequel la déviation dépend de manière cubique de la vitesse de filtration, mais uniquement le domaine inertiel fort. Il proposa d'écrire les pertes de charge comme la somme de la loi de Darcy et d'un terme quadratique en vitesse de filtration :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g\right) = a\mu_\beta \langle v_\beta \rangle + b\rho_\beta \langle v_\beta \rangle^2, \quad (2.42)$$

où les coefficients a et b sont déterminés expérimentalement. A partir du modèle de Kozeny (voir la deuxième partie de l'annexe A), Ergun [Ergun 52] proposa des expressions pour a et b dans le cas de lits de billes de taille unique. Il aboutit alors à une formule semi-empirique, la loi d'Ergun :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g\right) = h_K \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu_\beta \langle v_\beta \rangle}{d^2} + h_\eta \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{\rho_\beta \langle v_\beta \rangle^2}{d}, \quad (2.43)$$

où ε est la porosité du lit, d le diamètre des billes, et h_K et h_η deux constantes empiriques qu'Ergun évalua à 150 et 1,75 respectivement. Plus tard, Macdonald *et al.* [MacDonald 79], en prenant en compte des résultats expérimentaux plus récents, recommandèrent $h_K = 180$ et $h_\eta = 1,8$ à 4 (selon la rugosité de la surface des billes). De très nombreuses modifications de cette loi ont été proposées dans la littérature, pour mieux décrire certains domaines de Reynolds ou des configurations particulières. Elles sont présentées sous la forme d'un coefficient de frottement :

$$f_p = -\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g\right) \times \frac{d}{\rho_\beta \langle v_\beta \rangle^2}. \quad (2.44)$$

La relation d'Ergun devient alors :

$$f_p = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \left(\frac{150}{Re} + 1,75 \right), \quad (2.45)$$

le nombre de Reynolds étant défini par l'équation 2.32.

Ces corrélations, rassemblées dans le tableau 2.1 (non exhaustif), prennent des formes diverses, parfois très différentes de celle d'Ergun ou de Forchheimer. La dépendance fonctionnelle à la porosité, notamment, n'a rien à voir entre la corrélation d'Ergun et celle de Carpinlioglu *et al.* [?] et encore moins avec celle de Lee et Ogawa [Lee 74]. De même, la dépendance à la vitesse de filtration (ou au nombre de Reynolds) n'est pas toujours quadratique, comme c'est le cas de l'équation de Forchheimer.

Ces relations ne sont que des corrélations empiriques qui constituent des approximations satisfaisantes dans certains domaines (en Reynolds, porosité ou sphéricité). Il faut donc bien se garder de baser sur elles un raisonnement physique, ou d'y voir directement les effets de phénomènes physiques, comme associer le terme quadratique de l'équation de Forchheimer à de la turbulence, par exemple.

2.3.4 Dérivation théorique de la loi de Darcy-Forchheimer

Une prise de moyenne volumique des équations de Navier-Stokes monophasiques à l'échelle du pore permet de retrouver la forme de la loi de Darcy-Forchheimer. Le développement complet, disponible dans l'annexe B, et dans les articles de Whitaker [Whitaker 86a, Whitaker 96], est assez long. Pour cette raison, et puisqu'il ne constitue pas le cœur du sujet, nous n'en présenterons ici que les principales étapes nécessaires à la compréhension du résultat.

Nous nous intéressons à un écoulement monophasique newtonien, incompressible. Le problème local à moyenner comprend donc les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, et deux conditions aux limites qui sont le non-glissement aux parois et une vitesse imposée aux surfaces libres du volume de prise de moyenne :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad (2.46)$$

$$\rho_\beta \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \right) = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2.47)$$

$$\text{CL1} \quad \mathbf{v}_\beta = 0 \quad (\text{sur } A_{\beta s}) \quad (2.48)$$

$$\text{CL2} \quad \mathbf{v}_\beta = \mathbf{f}(\vec{r}, t) \quad (\text{sur } A_{\beta e}). \quad (2.49)$$

Auteur	f_p	Remarques
Ergun [Ergun 52]	$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \times \left(\frac{150}{Re} + 1.75 \right)$	$\varepsilon < 0,8$ $Re < 3000$
Macdonald [MacDonald 79]	$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \times \left(\frac{180}{Re} + b \right)$	$b = 1,8$ (particules lisses) $b = 4$ (particules rugueuses)
Hicks [Hicks 70]	$6,8 \times \frac{(1-\varepsilon)^{1,2}}{\varepsilon^3} \times Re^{-0,2}$	$500 < Re < 60000$
Rose et Rizk [Rose 70]	$1000 \times Re^{-1} + 125 \times Re^{-0,5} + 14$	$1000 < Re < 6000$
Tallmadge [Tallmadge 70]	$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \times \left(\frac{150}{Re} + \frac{4,2}{Re^{1/6}} \right)$	$0,35 < \varepsilon < 0,88$ $0,1 < Re < 10^5$
Lee et Ogawa [Lee 74]	$6,25 \times \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} (29,32 \times Re^{-1} + 1,56 \times Re^{-n} + 0,1)$	$n = 0,352 + 0,1\varepsilon + 0,275\varepsilon^2$ $1 < Re < 10^5$
Ozahi <i>et al.</i> [Ozahi 08]	$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \times \left(\frac{160}{Re \times \Psi^2} + \frac{1,61}{\Psi} \right)$	Particules non sphériques de sphéricité $\Psi = \frac{\pi^{1/3} (6V_{part})^{2/3}}{S_{part}}$ $0,36 < \varepsilon < 0,56$ $800 < Re < 8000$ $0,55 < \Psi < 1$
Montillet <i>et al.</i> [Montillet 07]	$a \times \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \times \left(\frac{D}{d} \right)^{0,20} \times \left(\frac{1000}{Re} + \frac{60}{Re^{0,5}} + 12 \right)$	Lit tassé : $a = 0,061$ Lit non tassé : $a = 0,050$ $4,8 < \frac{D}{d} < 50$ (D : diamètre du lit ; d : diamètre des billes) $10 < Re < 2500$
Carpinioglu <i>et al.</i> [Carpinioglu 09]	$69,785 \times \left(\frac{d}{D} \right) \times \left(Re \frac{d}{D} \varepsilon^7 \right)^{-0,4733}$	(D : diamètre du lit ; d : diamètre des billes) $675 < Re < 7772$
Gibilaro <i>et al.</i> [Gibilaro 85]	$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^{4,8}} \times \left(\frac{17,3}{(1-\varepsilon)Re} + 0,336 \right)$	Valable pour un lit fixe, mais aussi pour un lit fluidisé $0,41 < \varepsilon < 0,94$ $0,01 < Re < 10000$

TABLE 2.1 – Quelques corrélations existantes pour les pertes de charge monophasiques en milieu poreux. $f_p = - \left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle}{\partial z} + \rho_\beta g \right) \times \frac{d}{\rho \langle v_\beta \rangle^2}$; $Re = \frac{\rho \langle v_\beta \rangle d_{St}}{\mu(1-\varepsilon)}$

Dans ces expressions, \mathbf{v}_β est la vitesse locale de la phase β , ρ_β sa masse volumique, et p_β la pression locale. Le vecteur \mathbf{g} représente la pesanteur, et $\boldsymbol{\tau}$ est le tenseur des contraintes visqueuses, qui s'écrit, pour un fluide Newtonien incompressible :

$$\boldsymbol{\tau} = \mu_\beta \left[\nabla \mathbf{v}_\beta + (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t \right]. \quad (2.50)$$

La méthode générale d'obtention des équations macroscopiques peut être résumée en cinq étapes.

1. L'opérateur moyenne superficielle $\langle \square \rangle$ est appliqué au problème local. La décomposition en moyenne et déviation est utilisée, et les équations obtenues sont simplifiées en utilisant les ordres de grandeurs suivants :

$$\nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta = O \left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{E} \right) \quad (2.51)$$

$$\nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta = O \left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{e} \right) \quad (2.52)$$

$$\Rightarrow \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \ll \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \quad (2.53)$$

Ceci permet d'obtenir le *problème moyenné non fermé* qui contient les grandeurs macroscopiques $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ et $\langle p_\beta \rangle^\beta$ et les déviations $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β ;

2. La différence entre le problème moyenné non fermé et le problème local permet d'obtenir le *problème de fermeture* pour les déviations $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β ;
3. Des variables de fermeture sont introduite sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (2.54)$$

$$\tilde{p}_\beta = \mu_\beta \mathbf{m} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta. \quad (2.55)$$

En introduisant ces définitions dans le problème de fermeture, on obtient le problème pour les variables de fermeture ;

4. Les équations 2.54 et 2.55 sont introduites dans le problème moyenné non fermé, les déviations $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β disparaissent, et seules subsistent les grandeurs macroscopiques. Le système est alors dit *fermé*, et la loi macroscopique obtenue ressemble à une loi de Darcy, mais avec une perméabilité dépendant de la vitesse, les variables de fermeture contenant les effets visqueux et inertiels ;

5. Pour faire apparaître une structure de type Darcy-Forchheimer, on décompose les variables de fermeture :

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{B} + \mathbf{C} \\ \mathbf{m} &= \mathbf{b} + \mathbf{c}\end{aligned}$$

où le tenseur \mathbf{A} et le vecteur \mathbf{a} , indépendants de la vitesse, représentent les effets visqueux, et où le tenseur \mathbf{B} et le vecteur \mathbf{b} dépendent de la vitesse. Cette séparation permet de retrouver l'équation 2.34.

2.3.4.1 Problème moyenné

L'opérateur « moyenne superficielle » est appliqué aux équations de conservation locales 2.46 et 2.47. Après simplifications, et utilisation des équations 2.9 et 2.13 (voir section B.3), on obtient les équations de conservation moyennées :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) &= 0 \tag{2.56} \\ \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\ + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle &= - \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\ &+ \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\ &+ \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \tag{2.57}\end{aligned}$$

Soulignons que la déviation $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ ne représente une grandeur turbulente. Il s'agit de l'écart entre la vitesse locale et sa moyenne intrinsèque, qui vérifie, en première approximation :

$$\langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta = 0. \tag{2.58}$$

Les équations 2.56 et 2.57 sont dites *équations moyennées non fermées*, en ce sens qu'elles constituent des relations entre les grandeurs moyennes mais contiennent

encore les déviations $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β , définies à l'échelle microscopique, et pour lesquelles il faut déterminer un *problème de fermeture*.

2.3.4.2 Problème de fermeture

En soustrayant les équations moyennées non fermées (équations 2.56 et 2.57) aux équations locales (équations 2.46 et 2.47), on obtient le problème de fermeture pour $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β qui s'écrit, après réductions (voir section B.4) :

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_\beta = 0 \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta &= -\nabla \tilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \tilde{\mathbf{v}}_\beta \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\text{CL1} \quad \tilde{\mathbf{v}}_\beta = -\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (2.61)$$

$$\text{CL2} \quad \tilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{f}(\vec{r}, t) - \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad \text{sur } A_{\beta e} \quad (2.62)$$

Pour des raisons pratiques lors de la résolution numérique du problème, Whitaker propose de ne le résoudre qu'à l'échelle d'un VER, et en remplaçant la condition aux entrées-sorties du système (équation 2.62) par une condition de périodicité. Toutefois, il convient de noter que cela limite l'applicabilité concrète de cette méthode aux milieux périodiques à petite échelle. On se reportera à [Guibert 15] pour une discussion concernant son application à des milieux non-périodiques, au moins dans le cas du régime darcy.

Avec ces nouvelles conditions aux limites, nous obtenons le problème de fermeture local :

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_\beta = 0 \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta &= -\nabla \tilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \tilde{\mathbf{v}}_\beta \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\text{CL1} \quad \tilde{\mathbf{v}}_\beta = -\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (2.65)$$

$$\text{Périodicité} \quad \tilde{p}_\beta(\mathbf{r} + l) = \tilde{p}_\beta(\mathbf{r}) \quad (2.66)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r} + l) = \tilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r}) \quad (2.67)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta = 0 \quad (2.68)$$

2.3.4.3 Variables de fermeture

Les variables de fermeture permettent de relier les champs microscopiques $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β aux variables macroscopiques. Whitaker propose les formes suivantes :

$$\tilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \mathbf{u} \quad (2.69)$$

$$\tilde{p}_\beta = \mu_\beta \mathbf{m} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \xi \quad (2.70)$$

où \mathbf{M} représente un champ tensoriel, \mathbf{m} et \mathbf{u} deux champs vectoriels, et ξ un champ scalaire. Ces quatre champs peuvent être choisis arbitrairement, mais Whitaker montre qu'il est particulièrement intéressant de définir \mathbf{M} et \mathbf{m} comme solutions du problème suivant :

$$\nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (2.71)$$

$$\underbrace{(\rho_\beta \mathbf{v}_\beta / \mu)}_{\text{source}} \cdot \nabla \mathbf{M} = -\nabla \mathbf{m} + \nabla^2 \mathbf{M} - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\mathbf{m} \mathbf{I} + \nabla \mathbf{M}] dA \quad (2.72)$$

Non glissement : $\mathbf{M} = -\mathbf{I}$ sur $A_{\beta\sigma}$. (2.73)

Périodicité : $\mathbf{m}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{m}(\mathbf{r})$ (2.74)

$\mathbf{M}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{M}(\mathbf{r})$ (2.75)

Moyenne : $\langle \mathbf{M} \rangle^\beta = 0$ (2.76)

En effet, le champ vectoriel \mathbf{u} est alors nul et le champ scalaire ξ est constant, donc filtré par l'opérateur gradient et par l'intégrale de surface. Il ne reste donc que deux variables de fermeture :

$$\tilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (2.77)$$

$$\tilde{p}_\beta = \mu_\beta \mathbf{m} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (2.78)$$

On notera que l'on peut soit utiliser une simulation directe pour le champ \mathbf{v}_β soit remplacer \mathbf{v}_β dans l'équation 2.71 par son expression $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \dots$ (en négligeant les termes d'ordre supérieur), ce qui fournit un problème approché, non-linéaire, pour \mathbf{M} et \mathbf{m} .

2.3.4.4 Equations moyennées fermées

L'injection de ces expressions dans les équations 2.56 à 2.57 nous permet d'écrire l'équation de conservation de la quantité de mouvement moyennée fermée :

$$\begin{aligned}
 & \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \underbrace{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \langle {}^t \mathbf{M} \mathbf{M} \rangle \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta)}_{\text{Effets inertiels macroscopiques}} \\
 & = -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\
 & \quad + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{I} \mathbf{m} + \nabla \mathbf{M}] dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

Par une analyse des ordres de grandeurs (voir section B.4.6), Whitaker montre que le terme inertiel macroscopique peut être négligé (ce qui n'est pas le cas des effets inertiels microscopiques). De plus, en imposant la contrainte suivante sur l'échelle de temps caractéristique du système :

$$\frac{\mu_\beta \cdot t^*}{\rho_\beta \cdot e^2} \gg 1 \quad (2.80)$$

le terme instationnaire peut être négligé. Notons que dans le cas d'un écoulement d'eau ou d'air, et avec un diamètre de pore de l'ordre de 1 mm, cette condition est vérifiée si la constante de temps t^* est au moins de l'ordre de la dizaine de secondes, ce qui signifie qu'un écoulement monophasique à travers un lit de particules ne pourra être considéré comme permanent qu'après une période de plusieurs dizaines de secondes à débit d'injection constant.

Dans ces conditions, l'équation de conservation de la quantité de mouvement moyennée fermée devient :

$$\begin{aligned}
 0 & = -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\
 & \quad + \underbrace{\mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right]}_{\text{Hétérogénéité et frontières du système}} \\
 & \quad + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{I} \mathbf{m} + \nabla \mathbf{M}] dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (2.81)
 \end{aligned}$$

Cette équation ressemble à la loi de Darcy, muni d'un terme de Brinkman rendant compte de l'hétérogénéité et de l'effets des frontières du milieu. Cependant, il faut rappeler que la vitesse à l'échelle du pore \mathbf{v}_β agit comme un terme source pour le problème de fermeture local (équations 2.71 à 2.76). Le terme intégral contenant \mathbf{M} et \mathbf{m} dépend par conséquent de la vitesse, et « contient » donc les effets inertiels.

2.3.4.5 Mise en évidence de la correction de Forchheimer

Pour faire apparaître la loi de Darcy et le tenseur de Forchheimer, Whitaker décompose les variables de fermeture \mathbf{M} et \mathbf{m} en deux parties :

$$\mathbf{m} = \mathbf{b} + \mathbf{c} \quad (2.82)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{B} + \mathbf{C} \quad (2.83)$$

et définit \mathbf{B} et \mathbf{b} comme solutions du problème suivant :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.84)$$

$$0 = -\nabla \mathbf{b} + \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\mathbf{b}\mathbf{I} + \nabla \mathbf{B}] dA \quad (2.85)$$

$$\text{Non glissement :} \quad \mathbf{B} = -\mathbf{I} \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (2.86)$$

$$\text{Périodicité :} \quad \mathbf{b}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{b}(\mathbf{r}) \quad (2.87)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (2.88)$$

$$\text{Moyenne :} \quad \langle \mathbf{B} \rangle^\beta = 0 \quad (2.89)$$

En soustrayant ce système aux équations 2.71 à 2.76, on obtient le problème pour \mathbf{C} et \mathbf{c} :

$$\nabla \cdot \mathbf{C} = 0 \quad (2.90)$$

$$\underbrace{\frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu}}_{\text{source}} \cdot \left(\underbrace{\nabla \mathbf{B}}_{\text{Source}} + \nabla \mathbf{C} \right) = -\nabla \mathbf{c} + \nabla^2 \mathbf{C} - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\mathbf{cI} + \nabla \mathbf{C}] dA \quad (2.91)$$

$$\text{Non glissement :} \quad \mathbf{C} = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (2.92)$$

$$\text{Périodicité :} \quad \mathbf{c}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{c}(\mathbf{r}) \quad (2.93)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{C}(\mathbf{r}) \quad (2.94)$$

$$\text{Moyenne :} \quad \langle \mathbf{C} \rangle^\beta = 0 \quad (2.95)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement moyennée et fermée s'écrit alors :

$$\begin{aligned} 0 = & -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\ & + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\ & + \underbrace{\mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}] dA \right)}_{-\varepsilon \mathbf{K}^{-1}} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\ & + \underbrace{\mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ic} + \nabla \mathbf{C}] dA \right)}_{-\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \end{aligned} \quad (2.96)$$

Remarquons que la vitesse locale \mathbf{v}_β n'apparaît pas dans les équations 2.84 à 2.89. Les variables \mathbf{B} et \mathbf{b} ne dépendent par conséquent que de la géométrie du milieu, via la condition de non glissement à l'interface solide/fluide et l'intégrale de surface dans l'équation 2.85. A l'inverse, les variables \mathbf{C} et \mathbf{c} dépendent de la vitesse. On

identifie donc dans l'équation 2.96 le tenseur de perméabilité \mathbf{K} et le terme de correction de Forchheimer \mathbf{F} :

$$\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}] dA = -\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \quad (2.97)$$

$$\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ic} + \nabla \mathbf{C}] dA = -\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F} \quad (2.98)$$

En réorganisant les termes, on fait alors apparaître une équation de Darcy-Forchheimer contenant des termes supplémentaires de Brinkman et dus à l'hétérogénéité éventuelle du milieu :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = & -\frac{\mathbf{K}}{\mu_\beta} \cdot (\langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g}) - \mathbf{F} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \\ & + \mathbf{K} \cdot [\varepsilon \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta] \end{aligned} \quad (2.99)$$

Le terme $\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$ n'a principalement d'influence qu'aux frontières du milieu. De plus, pour un milieu homogène, au moins en porosité, les termes en $\nabla \varepsilon$ et $\nabla^2 \varepsilon$ sont évidemment nuls. L'équation 2.34 est donc rigoureuse pour un milieu infini et de porosité homogène, à l'approximation venant de la séparation des échelles près. Cette hypothèse sera faite pour tous les milieux considérés dans la suite de ce travail. Dans le cas d'un milieu homogène par morceaux, comme par exemple un lit de débris homogène entouré d'un by-pass d'assemblages non dégradés, il faudra peut-être conserver les termes de Brinkman, à cause des frontières. Cet aspect est cependant peu connu et documenté à ce jour.

Les tenseurs \mathbf{K} et \mathbf{F} peuvent être calculés à partir de la solution des problèmes de fermeture à l'échelle du pore [Lasseux 11], ou bien déterminés expérimentalement. Leur détermination pour des lits de particules représentatifs des lits de débris sera l'objet du chapitre 4.

2.4 Écoulements diphasiques

Il existe un corpus scientifique important autour de la modélisation des écoulements diphasiques satisfaisant aux conditions suivantes :

- effets capillaires prédominants, que l'on peut estimer en introduisant un nombre capillaire :

$$\text{Ca} = \frac{\mu_{ref} v_{ref}}{\sigma},$$

où σ est la tension interfaciale du couple de fluide considéré ;

- effets gravitaires négligés à l'échelle du VER, que l'on peut estimer avec un nombre de Bond :

$$\text{Bo} = \frac{(\delta\rho) g e^2}{\sigma},$$

où la longueur de référence e est caractéristique du VER ;

- effets inertiels négligés ;
- écoulement quasi-statique et quasi-stationnaire au niveau des problèmes de fermeture, ce qui signifie que l'interface bouge suffisamment lentement par rapport à la relaxation des champs de vitesse et de pression dans chaque phase.

Ces hypothèses sont utilisées pour introduire un modèle, toutefois largement heuristique, dit de Darcy généralisé [Muskat 46] très utilisé, notamment en génie pétrolier, et qui peut être écrit dans le cas mono-dimensionnel, comme

$$-\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z = \frac{\mu_l}{K K_l} \langle v_l \rangle, \quad (2.100)$$

$$-\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z = \frac{\mu_g}{K K_g} \langle v_g \rangle, \quad (2.101)$$

où les termes K_β ($\beta = g$ ou l) sont appelés *perméabilités relatives*. Un tel modèle n'est que très partiellement justifié par les méthodes de changement d'échelle [Whitaker 86b, Auriault 87], comme nous le verrons par la suite. Dans tous les cas, les hypothèses de base ne sont pas compatibles avec celles correspondant à des écoulements à nombre de Reynolds élevé dans des milieux très perméables. Pour ce type de problème, de nombreuses propositions de modèles ont été faites, plus ou moins heuristiques. Ces modèles sont présentés et discutés ci-dessous.

2.4.1 Modèles de type Ergun généralisé

Les modèles existants pour décrire les pertes de pression diphasiques durant un renoyage sont basés sur une généralisation de la loi d'Ergun au cas diphasique, en y incluant des termes permettant de prendre en compte les influences réciproques des différentes phases en présence. Ils peuvent tous s'écrire de la façon suivante :

$$-\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z = \frac{\mu_l}{K K_l} \langle v_l \rangle + \frac{\rho_l}{\eta \eta_l} \langle v_l \rangle |\langle v_l \rangle| - \frac{F_i}{1 - \alpha}, \quad (2.102)$$

$$-\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z = \frac{\mu_g}{K K_g} \langle v_g \rangle + \frac{\rho_g}{\eta \eta_g} \langle v_g \rangle |\langle v_g \rangle| + \frac{F_i}{\alpha}, \quad (2.103)$$

Les termes K_β et η_β ($\beta = g$ ou l) sont appelés respectivement *perméabilités relatives* et *passabilités relatives*. Ils dépendent du taux de vide α et traduisent le fait que chaque phase s'écoule à travers un milieu constitué de la matrice solide et de l'autre phase. Le terme F_i représente l'effet du frottement à l'interface liquide-gaz. Les équations 2.102 et 2.103 peuvent être obtenues à partir d'un bilan de forces sur les fluides présents dans une tranche d'épaisseur élémentaire et en postulant la forme des termes d'interaction entre phases [Tutu 83, Schulenberg 87]. Par une approche de type Lockart-Martinelli, Fourar et al. [Fourar 00, Fourar 01b, Fourar 01a] aboutissent à des expressions similaires.

On ajoute généralement à ces équations une relation de pression capillaire :

$$\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l = 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl}, \quad (2.104)$$

sur laquelle nous reviendrons plus en détail dans le paragraphe 2.4.2. Notons seulement, à ce point du développement, que $\langle H \rangle_{gl}$ représente la courbure moyenne de l'interface gaz-liquide, qui est généralement approximée par une fonction du taux de vide seulement. Ainsi, lorsque le taux de vide est homogène, les gradients de pression gaz et liquide sont supposés égaux.

Cette hypothèse est utilisée pour calculer le taux de vide à partir du problème inverse constitué de l'équation 2.103 dans laquelle est introduite la mesure de la pression liquide $\langle p_l \rangle^l$ et de la vitesse $\langle v_g \rangle$ [Tutu 83, Tung 88, Bürger 06]. Nous

discuterons des conditions de sa validité au paragraphe 2.4.2, et nous la vérifierons expérimentalement dans le chapitre 3.

Les différents modèles peuvent être classés en deux catégories, selon qu'ils prennent en compte ou non le frottement interfacial F_i .

2.4.1.1 Modèles sans frottement interfacial

Les trois modèles les plus couramment cités dans la littérature [Li 12, Schmidt 06] ont été établis à partir de l'interprétation d'essais de flux critique d'assèchement dans des lits de particules chauffées. Ils considèrent le terme de frottements interfacial nul et calculent les perméabilités relatives et passabilités relatives comme :

$$K_g = \alpha^m \qquad K_l = (1 - \alpha)^m \qquad (2.105)$$

$$\eta_g = \alpha^n \qquad \eta_l = (1 - \alpha)^n \qquad (2.106)$$

Les valeurs des exposants m et n varient selon les modèles (Tableau 2.2). Lipinski [Lipinski 81] propose $m = n = 3$. L'année suivante, en utilisant ses propres données expérimentales, Reed [Reed 82] modifie l'exposant des passabilités relatives, et propose $n = 5$. Cette valeur sera utilisée ensuite par Lipinski dans une publication ultérieure [Lipinski 84]. Plus récemment, Hu et Theofanous [Hu 91] ont remarqué que certains biais dans la méthode de détection du flux critique d'assèchement dans les expériences de Lipinski et de Reed pouvaient mener à sur-estimer sa valeur. Pour des raisons de conservatisme, ils ont ainsi proposé d'augmenter encore la valeur de n à 6. Ceci conduit en effet à augmenter la perte de charge, donc à diminuer la pénétration de l'eau dans le lit de débris, et donc à abaisser la valeur du flux critique d'assèchement.

2.4.1.2 Modèles avec frottement interfacial

A partir de l'observation d'écoulements eau-air à froid et à débit net de liquide nul ($\langle v_l \rangle = 0$), Tutu *et al.* [Tutu 83] ont souligné l'importance de prendre en compte les frottements à l'interface liquide-gaz. En effet, en l'absence du terme de frottement

Modèle	K_g	η_g	K_l	η_l	F_i
Lipinski [Lipinski 81]	α^3	α^3	$(1 - \alpha)^3$	$(1 - \alpha)^3$	0
Reed [Reed 82]	α^3	α^5	$(1 - \alpha)^3$	$(1 - \alpha)^5$	0
Hu&Theofanous [Hu 91]	α^3	α^6	$(1 - \alpha)^3$	$(1 - \alpha)^6$	0

TABLE 2.2 – Modèles de type Ergun généralisé sans frottement interfacial

interfacial F_i , l'équation 2.102 prédit dans cette situation un gradient de pression liquide égal au terme hydrostatique, ce qui contredit les observations : le gradient de pression liquide dépend de la vitesse du gaz $\langle v_g \rangle$, et cette dépendance ne peut être expliquée que par l'interaction gaz-liquide.

A partir de leurs propres données expérimentales, Schulenberg et Müller [Schulenberg 87] proposent ainsi les corrélations suivantes :

$$K_l = (1 - \alpha)^3 \quad (2.107)$$

$$K_g = \alpha^3 \quad (2.108)$$

$$\eta_l = (1 - \alpha)^5 \quad (2.109)$$

$$\eta_g = \alpha^6 \quad (\text{pour } \alpha < 0.3) \quad (2.110)$$

$$\eta_g = 0.1\alpha^4 \quad (\text{pour } \alpha > 0.3) \quad (2.111)$$

$$F_i = \underbrace{350\alpha(1 - \alpha)^7}_{W(\alpha)} (\rho_l - \rho_g) g \frac{\rho_l K}{\sigma_{lg} \eta} \left(\frac{\langle v_g \rangle}{\alpha} - \frac{\langle v_l \rangle}{1 - \alpha} \right)^2 \quad (2.112)$$

La formulation proposée pour F_i repose sur l'hypothèse que les frottements interfaciaux peuvent être décrits par une loi de type Ergun généralisée où intervient la différence des vitesses de pore de chaque phase, et où les effets visqueux sont négligeables devant les effets inertiels. Cette loi comporte également une fonction empirique W dépendant du taux de vide est identifiée à partir de données expérimentales.

A partir de l'expression pour F_i , et en effectuant des hypothèses sur les formes

des perméabilités relatives (équations 2.107 et 2.108), les passabilités relatives sont identifiées. Les résultats font apparaître deux « régimes » pour la passabilité relative gaz, selon que le taux de vide est inférieur ou supérieur à 0.3. Aucune interprétation physique n'est cependant avancée pour expliquer cette observation.

Notons que le modèle est établi en introduisant des hypothèses sur les formes de certains termes, pour identifier les termes restant à partir des données expérimentales. Cette méthodologie est contestable car elle peut masquer artificiellement des erreurs d'interprétation physique des phénomènes étudiés, en compensant par des fonctions empiriques les erreurs commises sur les termes postulés. Néanmoins, il est bien souvent indispensable de procéder de cette façon, le nombre de paramètres inconnus dans les équations étant plus élevé que le nombre d'équations utilisées pour les identifier.

Une analyse plus détaillée des régimes d'écoulements diphasiques dans un lit de particules a conduit Tung et Dhir [Tung 88] à prendre en compte trois régimes d'écoulement : écoulement à bulles, à slug et annulaire. Ils proposent ainsi des corrélations différentes pour chaque régime. La perméabilité relative et la passabilité relative pour la phase gaz est ainsi calculée par :

$$K_g = \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 - \alpha\varepsilon} \right)^{4/3} \alpha^4 \quad \eta_g = \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 - \alpha\varepsilon} \right)^{2/3} \alpha^4 \quad (\text{régime à bulle et slug}) \quad (2.113)$$

$$K_g = \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 - \alpha\varepsilon} \right)^{4/3} \alpha^3 \quad \eta_g = \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 - \alpha\varepsilon} \right)^{2/3} \alpha^3 \quad (\text{régime annulaire}) \quad (2.114)$$

Ces expressions sont obtenues en considérant que le gaz s'écoule à travers un lit de particules de porosité $\varepsilon\alpha$, et en appliquant cette correction aux corrélations d'Ergun pour la perméabilité et la passabilité.

Pour la phase liquide, la perméabilité relative et la passabilité sont calculées d'après le modèle de Lipinski [Lipinski 81] :

$$K_l = \eta_l = (1 - \alpha)^3 \quad (2.115)$$

Le frottement interfacial F_i est calculé à partir de la vitesse relative des phases gaz et liquide :

$$F_i = A(\alpha) \left(\frac{\langle v_g \rangle}{\alpha} - \frac{\langle v_l \rangle}{1-\alpha} \right) + B(\alpha) \left(\frac{\langle v_g \rangle}{\alpha} - \frac{\langle v_l \rangle}{1-\alpha} \right)^2 \quad (2.116)$$

où la forme des fonctions $A(\alpha)$ et $B(\alpha)$ change avec le régime d'écoulement.

Tous ces modèles, qu'ils incluent ou non un terme de frottement interfacial, ont été établis de manière heuristique, en généralisant des modèles monophasiques sans vraiment prendre en compte la physique à l'échelle locale. Nous verrons néanmoins dans la section suivante qu'un changement d'échelle utilisant la méthode de la moyenne volumique permet tout de même de justifier physiquement des expressions voisines.

2.4.2 Prise de moyenne volumique

La méthodologie de prise de moyenne présentée au paragraphe 2.3.4 peut être appliquée au cas d'un écoulement diphasique. Les écoulements visqueux quasi-statiques (à faible vitesse) ont été étudiés par Whitaker [Whitaker 86b] puis Lasseux *et al.* [Lasseux 96], le résultat de [Whitaker 86b] ayant été également retrouvé par la technique d'homogénéisation [Auriault 87]. Récemment, ce raisonnement a été étendu aux écoulements inertiels par Lasseux *et al.* [Lasseux 08]. La procédure étant analogue au cas monophasique, nous ne la développerons pas intégralement. Nous nous concentrerons sur la présentation des hypothèses formulées, de façon à cerner le domaine d'applicabilité des équations macroscopiques obtenues. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux publications citées.

Nous considérons un écoulement inertiel (non turbulent) de deux fluides Newtoniens incompressibles l et g à travers une matrice solide s sans transferts de matière entre l et g . En reprenant les notations et définitions introduites dans la section 2.2,

le problème local est donc le suivant :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_g = 0 \quad (\text{dans } V_g) \quad (2.117)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_l = 0 \quad (\text{dans } V_l) \quad (2.118)$$

$$\rho_g \left(\frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_g \otimes \mathbf{v}_g) \right) = -\nabla p_g + \rho_g \mathbf{g} + \nabla \cdot \tau_g \quad (\text{dans } V_g) \quad (2.119)$$

$$\rho_l \left(\frac{\partial \mathbf{v}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_l \otimes \mathbf{v}_l) \right) = -\nabla p_l + \rho_l \mathbf{g} + \nabla \cdot \tau_l \quad (\text{dans } V_l) \quad (2.120)$$

$$\text{CL1} \quad \mathbf{v}_g = 0 \quad (\text{sur } A_{gs}) \quad (2.121)$$

$$\text{CL2} \quad \mathbf{v}_l = 0 \quad (\text{sur } A_{ls}) \quad (2.122)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{v}_g = \mathbf{v}_l \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.123)$$

$$\text{CL4} \quad -\mathbf{n}_g p_g + \mathbf{n}_g \cdot \tau_g = -\mathbf{n}_g p_l + \mathbf{n}_g \cdot \tau_l + 2\sigma_{lg} H \mathbf{n}_g \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.124)$$

$$\text{CL5} \quad \mathbf{v}_g = \mathbf{f}(\vec{r}, t) \quad (\text{sur } A_{ge}) \quad (2.125)$$

$$\text{CL6} \quad \mathbf{v}_l = \mathbf{f}(\vec{r}, t) \quad (\text{sur } A_{le}) \quad (2.126)$$

Les conditions aux limites 1, 2, 3, 5 et 6 traduisent le non-glissement aux interfaces et les vitesses imposées aux entrées et sorties du système. La condition 4 rend compte de la discontinuité des contraintes à l'interface liquide-gaz, de rayon de courbure local H , due à la tension de surface σ_{gl} . Les fluides étant Newtoniens, le tenseur des contraintes visqueuses τ_β s'écrit :

$$\tau_\beta = \mu_\beta \left[\nabla \mathbf{v}_\beta + (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t \right]. \quad (\beta = g, l) \quad (2.127)$$

Nous établirons les équations macroscopiques en suivant les mêmes étapes que pour les écoulement monophasiques.

Pour éviter de surcharger les expressions dans la suite du développement, nous écrirons les équations 2.117 et 2.118 comme une seule équation :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad (\text{dans } V_\beta) \quad (2.128)$$

où l'indice β désigne indépendamment la phase l ou la phase g . L'utilisation de la phase générique β permet également de simplifier l'écriture des équations 2.119

et 2.120, des conditions aux limites 2.121 et 2.122 et des conditions aux limites 2.125 et 2.126. Le problème local peut donc être écrit de la façon suivante :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad (\text{dans } V_\beta) \quad (2.129)$$

$$\rho_\beta \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \right) = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_\beta \quad (\text{dans } V_\beta) \quad (2.130)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{v}_\beta = 0 \quad (\text{sur } A_{\beta s}) \quad (2.131)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{v}_g = \mathbf{v}_l \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.132)$$

$$\text{CL4} \quad -\mathbf{n}_g p_g + \mathbf{n}_g \cdot \boldsymbol{\tau}_g = -\mathbf{n}_g p_l + \mathbf{n}_g \cdot \boldsymbol{\tau}_l + 2\sigma_{lg} H \mathbf{n}_g \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.133)$$

$$\text{CL5 et 6} \quad \mathbf{v}_\beta = \mathbf{f}(\vec{r}, t) \quad (\text{sur } A_{\beta e}) \quad (2.134)$$

où $\beta = g$ ou l .

2.4.2.1 Equations moyennées

Les équations moyennées peuvent être obtenues par un raisonnement analogue à celui de la section 2.3.4. L'opérateur moyenne intrinsèque $\langle \square \rangle$ est appliqué aux équations de conservation locales, et les équations obtenues sont simplifiées en raisonnant sur les ordres de grandeurs des différents termes. Au final, les équations de conservation moyennées sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle &= 0 & (2.135) \\
 \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + & \\
 \underbrace{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \varepsilon_\beta^{-1} \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle}_{\text{Termes inertiels macroscopiques}} &= - \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\
 &+ \underbrace{\mu_\beta \left[\varepsilon_\beta^{-1} \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \varepsilon_\beta^{-1} \nabla \varepsilon_\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right]}_{\text{Correction de Brinkman}} \\
 &+ \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \\
 &+ \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA & (2.136)
 \end{aligned}$$

Comme pour les équations monophasiques, la correction de Brinkman dans l'équation 2.139 est négligeable loin des frontières du milieu. Dans l'écriture du problème de fermeture, défini à l'échelle locale seulement, sur un VER situé loin des bords, ce terme sera donc négligé. Lasseux *et al.* [Lasseux 08] soulignent également que les termes inertiels macroscopiques sont négligeables devant les termes intégraux si la condition suivante est respectée :

$$\frac{e}{E} \max_{\beta=g,l} \left(\frac{\rho_\beta \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle\| e}{\mu_\beta \varepsilon_\beta} \right) \ll 1. \quad (2.137)$$

Cette condition signifie que le nombre de Reynolds ne doit pas être trop grand devant 1. Lorsqu'elle est vérifiée, les équations de conservation moyennées peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0 \quad (2.138)$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} &= - \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\ &\quad + \underbrace{\mu_\beta \left[\varepsilon_\beta^{-1} \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \varepsilon_\beta^{-1} \nabla \varepsilon_\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right]}_{\text{Correction de Brinkman}} \\ &\quad + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \\ &\quad + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \end{aligned} \quad (2.139)$$

Notons tout de même que les écoulements qui seront observés expérimentalement (dans chapitre 6) ne vérifient pas forcément cette condition, avec des nombres de Reynolds supérieurs à 100. Ainsi, nous pourrions observer des effets inertiels macroscopiques non négligeables dans certaines conditions.

2.4.2.2 Problème de fermeture

En effectuant la différence entre les équations de conservation moyennées et les équations locales, on obtient le problème de fermeture pour $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \tilde{p}_β :

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_\beta = 0 \quad (2.140)$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta &= - \nabla \tilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \tilde{\mathbf{v}}_\beta \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \end{aligned} \quad (2.141)$$

Notons que ces équations sont obtenues en imposant, d'une part, que le système sur lequel est défini le problème de fermeture est un VER, pour pouvoir négliger la

correction de Brinkman, et en imposant, d'autre part, une contrainte sur la durée d'observation, pour pouvoir négliger les termes instationnaires :

$$t^* \gg \max \left(\max_{\beta=g,l} \left(\frac{e^2 \rho_\beta}{\mu_\beta} \right); \max_{\beta=g,l} \left(\frac{e \varepsilon_\beta}{\|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle\|} \right) \right) \quad (2.142)$$

Pour un lit de billes de 4 mm de diamètre et en présence d'un écoulement eau/air, la constante t^* doit ainsi être très grande devant 16 s. Notons que cette durée est supérieure à la celle obtenue dans le cas monophasique, pour lesquels une durée de stabilisation de l'ordre de la dizaine de secondes est suffisant.

Pour compléter le problème de fermeture, il manque les conditions aux limites. En utilisant la décomposition en moyenne et déviation dans les équations 2.121 à 2.124, on obtient :

— Conditions de non-glissement aux parois

$$\tilde{\mathbf{v}}_\beta = - \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta (\text{sur } A_{\beta s}) \quad (2.143)$$

— Condition de non-glissement à l'interface

$$\tilde{\mathbf{v}}_g = \tilde{\mathbf{v}}_l - \left(\langle \mathbf{v}_g \rangle^g - \langle \mathbf{v}_l \rangle^l \right) (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.144)$$

— Pression capillaire

$$\begin{aligned} -\mathbf{n}_g \tilde{p}_g &= -\mathbf{n}_g \tilde{p}_l + \mathbf{n}_g \left(\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l \right) \\ &\quad - \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \langle \mathbf{v}_g \rangle^g + (\nabla \langle \mathbf{v}_g \rangle^g)^T \right) - \mu_l \left(\nabla \langle \mathbf{v}_l \rangle^l + (\nabla \langle \mathbf{v}_l \rangle^l)^T \right) \right] \\ &\quad - \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_g + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_g^T \right) - \mu_l \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_l + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_l^T \right) \right] \\ &\quad + 2\sigma_{gl} H \mathbf{n}_g \end{aligned} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.145)$$

Et en utilisant la relation 2.53, l'équation précédente peut être simplifiée et devient :

$$\begin{aligned} -\mathbf{n}_g \tilde{p}_g &= -\mathbf{n}_g \tilde{p}_l + \mathbf{n}_g \left(\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l \right) \\ &\quad - \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_g + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_g^T \right) - \mu_l \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_l + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_l^T \right) \right] \\ &\quad + 2\sigma_{gl} H \mathbf{n}_g \end{aligned} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.146)$$

L'équation 2.146 est problématique car elle contient de nombreux termes sources ($\langle p_g \rangle^g$, $\langle p_l \rangle^l$ et H). Afin de la simplifier, Whitaker [Whitaker 86b] propose le raisonnement suivant. En prenant la moyenne surfacique de la projection de l'équation 2.146 sur la normale \mathbf{n}_g , et en considérant les pressions moyennées comme constantes dans le VER, on obtient :

$$\begin{aligned} - \left(\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l \right) &= 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl} + \langle \tilde{p}_g - \tilde{p}_l \rangle_{gl} \\ &\quad - \left\langle \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_g + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_g^T \right) - \mu_l \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_l + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_l^T \right) \right] \cdot \mathbf{n}_g \right\rangle_{gl} (\text{sur } A_{gl}) \end{aligned} \quad (2.147)$$

où $\langle \square \rangle_{gl}$ représente la prise de moyenne surfacique sur A_{gl} :

$$\langle \psi_{gl} \rangle_{gl} = \frac{1}{A_{gl}} \int_{A_{gl}} \psi_{gl} dA \quad (2.148)$$

De plus, l'équation 2.141 permet d'obtenir l'ordre de grandeur suivant pour \tilde{p}_β :

$$\tilde{p}_\beta = O \left(\mu_\beta e \left\| \nabla^2 \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \right) + O \left(\rho_\beta e \left\| \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \right) \quad (2.149)$$

$$= O \left(\mu_\beta \left\| \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \right) + O \left(\rho_\beta e \left\| \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \right) \quad (\beta = g \text{ ou } l) \quad (2.150)$$

En remarquant que les tenseurs visqueux locaux sont également des $O \left(\mu_\beta \left\| \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \right)$, on peut écrire :

$$- \left(\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l \right) = 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl} + \max_{\beta=g,l} \left(O \left(\langle \mu_\beta \left\| \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \rangle_{gl} \right) + O \left(\langle \rho_\beta e \left\| \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \rangle_{gl} \right) \right) \quad (2.151)$$

$$\Rightarrow - \left(\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l \right) = 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl} \left[1 + \max_{\beta=g,l} \left(O \left(\frac{\langle \left\| \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \rangle_{gl}}{\langle H \rangle_{gl} \left\| \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right\|} Ca_\beta \right) \right) \right] \quad (2.152)$$

$$+ O \left(\frac{\langle \left\| \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta \right\| \rangle_{gl} We_\beta}{\langle H \rangle_{gl} \left\| \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right\|^2} \right) \right] \quad (2.153)$$

où Ca_β et We_β désignent respectivement le nombre Capillaire et le nombre de Weber de la phase β :

$$Ca_\beta = \frac{\mu_\beta \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\|}{\sigma} \quad (2.154)$$

$$We_\beta = \frac{\rho_\beta \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\|^2 e}{\sigma} \quad (2.155)$$

En imposant alors les contraintes suivantes :

$$\frac{\langle \|\nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta\| \rangle_{gl}}{\langle H \rangle_{gl} \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\|} Ca_\beta \ll 1 \quad (2.156)$$

$$\frac{\langle \|\mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta\| \rangle_{gl}}{\langle H \rangle_{gl} \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\|^2} We_\beta \ll 1 \quad (2.157)$$

la relation entre les pressions moyennes et la courbure moyenne de l'interface devient :

$$- (\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l) = 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl} \quad (2.158)$$

ce qui correspond à la pression capillaire classique telle que définie au paragraphe 2.4.1 (équation 2.104). Lasseux *et al.* [Lasseux 08] soulignent alors qu'en supposant que la courbure moyenne de l'interface $\langle H \rangle_{gl}$ est au plus de l'ordre de $O(e^{-1})$, on peut écrire :

$$\frac{\langle \|\nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta\| \rangle_{gl}}{\langle H \rangle_{gl} \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\|} \ll 1 \quad (2.159)$$

$$\frac{\langle \|\mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta\| \rangle_{gl}}{\langle H \rangle_{gl} \|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\|^2} \ll 1 \quad (2.160)$$

ce qui veut dire que les contraintes 2.156 et 2.157 sont respectées si les nombres capillaire et les nombres de Weber de chaque phase sont au plus de l'ordre de 1. Cette approximation semble raisonnable si une seule phase fluide est mouillante, et si aucune des phases fluides ne se trouve sous la forme de petites bulles/gouttelettes significativement plus petites que la taille du pore.

La relation de pression capillaire macroscopique (équation 2.104) n'est donc valide que si les nombres Capillaires et les nombres de Weber de l'écoulement sont au plus de l'ordre de 1.

En utilisant l'équation 2.158, la condition aux limites 2.146 peut être ramenée à :

$$-\mathbf{n}_g \tilde{p}_g = -\mathbf{n}_g \tilde{p}_l - \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_g + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_g^T \right) - \mu_l \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_l + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_l^T \right) \right] + 2\sigma_{gl} \left(H - \langle H \rangle_{gl} \right) \mathbf{n}_g. \quad (2.161)$$

Cette équation ne contient plus qu'un terme source, qui est la déviation de la courbure de l'interface locale par rapport à sa valeur moyenne $H - \langle H \rangle_{gl}$. Les conditions dans lesquelles il présente une importance significative ne sont pas encore très bien connues. Dans son article de 1994, Whitaker le conserve dans son développement [Whitaker 94], mais suggère qu'imposer une contrainte sur le nombre de Bond pourrait le rendre négligeable devant les effets visqueux :

$$Bo = \frac{(\rho_l - \rho_g) g e^2}{\sigma} \ll 1. \quad (2.162)$$

Cette restriction est également recommandée par d'autres auteurs [Auriault 87, Lasseux 96]. Toutefois, [Lasseux 08] soulignent que cette condition, bien que nécessaire, n'est peut-être pas suffisante pour pouvoir négliger l'effet de la courbure de l'interface dans l'équation 2.161. Ils utilisent néanmoins cette hypothèse, ce qui ramène la condition aux limites 2.161 à :

$$-\mathbf{n}_g \tilde{p}_g = -\mathbf{n}_g \tilde{p}_l - \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_g + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_g^T \right) - \mu_l \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_l + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_l^T \right) \right] \quad (2.163)$$

Le problème de fermeture devient donc :

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_\beta = 0 \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \quad (2.164)$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta &= -\nabla \tilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \tilde{\mathbf{v}}_\beta \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\tilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \tilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.165)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \tilde{\mathbf{v}}_\beta = - \underbrace{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}_{\text{source}} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.166)$$

$$\text{CL3} \quad \tilde{\mathbf{v}}_g = \tilde{\mathbf{v}}_l - \left(\underbrace{\langle \mathbf{v}_g \rangle^g - \langle \mathbf{v}_l \rangle^l}_{\text{sources}} \right) \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.167)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad -\mathbf{n}_g \tilde{p}_g &= -\mathbf{n}_g \tilde{p}_l \\ &\quad - \mathbf{n}_g \cdot \left[\mu_g \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_g + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_g^T \right) \right] \quad (2.168) \\ &\quad - \mu_l \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}}_l + \nabla \tilde{\mathbf{v}}_l^T \right) \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.169) \end{aligned}$$

De la même façon que dans le cas monophasique, les conditions aux limites 2.125 sont remplacées par des conditions de périodicité sur les déviations :

$$\text{CL5 et 6} \quad \tilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r} + l) = \tilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r}) \quad (2.170)$$

$$\text{CL7 et 8} \quad \tilde{p}_\beta(\mathbf{r} + l) = \tilde{p}_\beta(\mathbf{r}) \quad (2.171)$$

Et, dans l'hypothèse de séparation des échelles, $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ vérifie approximativement :

$$\langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta = 0 \quad (2.172)$$

2.4.2.3 Variables de fermeture

Le problème de fermeture n'est pas homogène, du fait de la présence de deux termes source : $\langle \mathbf{v}_l \rangle^l$ et $\langle \mathbf{v}_g \rangle^g$. Pour cette raison, Lasseux *et al.* [Lasseux 08] proposent de rechercher une solution en fonction de ces sources, ce qui mène à exprimer les variables de fermeture comme :

$$\tilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{A}_{\beta g} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle^g + \mathbf{A}_{\beta l} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle^l \quad (\beta = g, l) \quad (2.173)$$

$$\tilde{p}_\beta = \mu_\beta \left[\mathbf{a}_{\beta g} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle^g + \mathbf{a}_{\beta l} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle^l \right] \quad (\beta = g, l) \quad (2.174)$$

Dans ces équations, des tenseurs additifs sont omis. Mais on montre, de la même façon que dans le cas monophasique, qu'ils sont soit nuls soit constants, et n'ont donc pas d'impact sur les équations macroscopiques, si, d'une part, les tenseurs \mathbf{A}_{gg} , \mathbf{A}_{lg} , \mathbf{a}_{gg} et \mathbf{a}_{gl} sont définis comme solutions du problème suivant :

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta g} = 0 \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \quad (2.175)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu_\beta} \cdot \nabla \mathbf{A}_{\beta g} &= -\nabla \mathbf{a}_{\beta g} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta g} \\ -\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{gs}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta g} + \nabla \mathbf{A}_{\beta g}) dA & \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.176)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{A}_{\beta g} = -\delta_{\beta g} \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.177)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{gg} = \mathbf{A}_{lg} - \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.178)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mu_g \mathbf{n}_g \cdot \left[-\mathbf{I} \mathbf{a}_{gg} + \nabla \mathbf{A}_{gg} + \nabla \mathbf{A}_{gg}^T \right] \\ = \mu_l \mathbf{n}_g \cdot \left[-\mathbf{I} \mathbf{a}_{lg} + \nabla \mathbf{A}_{lg} + \nabla \mathbf{A}_{lg}^T \right] \end{aligned} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.179)$$

$$\text{Périodicité} \quad \mathbf{a}_{\beta g}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{a}_{\beta g}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.180)$$

$$\mathbf{A}_{\beta g}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{A}_{\beta g}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.181)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \mathbf{A}_{\beta g} \rangle^\beta = 0 \quad (\beta = g, l) \quad (2.182)$$

et si, d'autre part, les tenseurs \mathbf{A}_{ll} , \mathbf{A}_{gl} , \mathbf{a}_{ll} et \mathbf{a}_{lg} sont solutions du problème suivant :

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta l} = 0 \quad (\text{dans } V_{\beta}, \beta = g, l) \quad (2.183)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\beta} \mathbf{v}_{\beta}}{\mu_{\beta}} \cdot \nabla \mathbf{A}_{\beta l} &= -\nabla \mathbf{a}_{\beta l} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta l} \\ -\frac{1}{V_{\beta}} \int_{A_{gl} \cup A_{ls}} \mathbf{n}_{\beta} \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta l} + \nabla \mathbf{A}_{\beta l}) dA & \quad (\text{dans } V_{\beta}, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.184)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{A}_{\beta l} = -\delta_{\beta l} \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.185)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{gl} = \mathbf{A}_{ll} + \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.186)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mu_g \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{gl} + \nabla \mathbf{A}_{gl} + \nabla \mathbf{A}_{gl}^T] \\ = \mu_l \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{ll} + \nabla \mathbf{A}_{ll} + \nabla \mathbf{A}_{ll}^T] \end{aligned} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.187)$$

$$\text{Périodicité} \quad \mathbf{a}_{\beta l}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{a}_{\beta l}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.188)$$

$$\mathbf{A}_{\beta l}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{A}_{\beta l}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.189)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \mathbf{A}_{\beta l} \rangle^{\beta} = 0 \quad (\beta = g, l) \quad (2.190)$$

Ces deux problèmes contiennent deux termes source à l'intérieur desquels se trouvent les champs de vitesse locaux de la phase liquide \mathbf{v}_l et de la phase gaz \mathbf{v}_g . L'écriture des équations macroscopiques à partir de ces seules variables de fermeture mène par conséquent, et de la même manière que dans le cas monophasique, à des équation de type Darcy généralisé avec termes croisés, mais dont les coefficients dépendent *a priori* de la vitesse.

2.4.2.4 Mise en évidence des termes inertiels

Afin de faire apparaître une structure d'équation comprenant des termes visqueux et des termes inertiels, on décompose donc les variables de fermeture en une partie intrinsèque, qui ne dépend que de la géométrie du milieu, et une partie inertielle qui dépend des vitesses.

$$\mathbf{A}_{\beta\gamma} = \mathbf{A}_{\beta\gamma 1} + \mathbf{A}_{\beta\gamma 2} \quad (\beta, \gamma = g, l) \quad (2.191)$$

$$\mathbf{a}_{\beta\gamma} = \mathbf{a}_{\beta\gamma 1} + \mathbf{a}_{\beta\gamma 2} \quad (\beta, \gamma = g, l) \quad (2.192)$$

Les quatre tenseurs $\mathbf{A}_{\beta\gamma 1}$ et les quatre vecteurs $\mathbf{a}_{\beta\gamma 1}$ sont calculés à partir des deux problèmes suivants, où les champs de vitesse \mathbf{v}_g et \mathbf{v}_l n'apparaissent pas.

Problème pour $\mathbf{A}_{\beta g 1}$ et $\mathbf{a}_{\beta g 1}$ ($\beta = g, l$)

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta g 1} = 0 \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \quad (2.193)$$

$$\begin{aligned} -\nabla \mathbf{a}_{\beta g 1} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta g 1} = \\ \frac{1}{\bar{V}_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{gs}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta g 1} + \nabla \mathbf{A}_{\beta g 1}) dA \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.194)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{A}_{\beta g 1} = -\delta_{\beta g} \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.195)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{gg 1} = \mathbf{A}_{lg 1} - \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.196)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mu_g \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{gg 1} + \nabla \mathbf{A}_{gg 1} + \nabla \mathbf{A}_{gg 1}^T] \\ = \mu_l \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{lg 1} + \nabla \mathbf{A}_{lg 1} + \nabla \mathbf{A}_{lg 1}^T] \quad (\text{sur } A_{gl}) \end{aligned} \quad (2.197)$$

$$\text{Périodicité} \quad \mathbf{a}_{\beta g 1}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{a}_{\beta g 1}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.198)$$

$$\mathbf{A}_{\beta g 1}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{A}_{\beta g 1}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.199)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \mathbf{A}_{\beta g 1} \rangle^\beta = 0 \quad (\beta = g, l) \quad (2.200)$$

Problème pour $\mathbf{A}_{\beta l1}$ et $\mathbf{a}_{\beta l1}$ ($\beta = g, l$)

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta l1} = 0 \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \quad (2.201)$$

$$\begin{aligned} -\nabla \mathbf{a}_{\beta l1} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta l1} = \\ \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{ls}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta l1} + \nabla \mathbf{A}_{\beta l1}) dA \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.202)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{A}_{\beta l1} = -\delta_{\beta l} \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.203)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{gl1} = \mathbf{A}_{ll1} + \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.204)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mu_g \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{gl1} + \nabla \mathbf{A}_{gl1} + \nabla \mathbf{A}_{gl1}^T] \\ = \mu_l \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{ll1} + \nabla \mathbf{A}_{ll1} + \nabla \mathbf{A}_{ll1}^T] \quad (\text{sur } A_{gl}) \end{aligned} \quad (2.205)$$

$$\text{Périodicité} \quad \mathbf{a}_{\beta l1}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{a}_{\beta l1}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.206)$$

$$\mathbf{A}_{\beta l1}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{A}_{\beta l1}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.207)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \mathbf{A}_{\beta l1} \rangle^\beta = 0 \quad (\beta = g, l) \quad (2.208)$$

Les problèmes pour les 4 tenseurs et les 4 vecteurs restants sont déterminés en effectuant la différence entre les problèmes pour $\mathbf{A}_{\beta\gamma 1}$ et $\mathbf{a}_{\beta\gamma 1}$ et les problèmes pour $\mathbf{A}_{\beta\gamma}$ et $\mathbf{a}_{\beta\gamma}$.

Problème pour $\mathbf{A}_{\beta g2}$ et $\mathbf{a}_{\beta g2}$ ($\beta = g, l$)

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta g2} = 0 \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \quad (2.209)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \mathbf{A}_{\beta g1} + \nabla \mathbf{A}_{\beta g2}) &= -\nabla \mathbf{a}_{\beta g2} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta g2} \\ -\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{gs}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta g2} + \nabla \mathbf{A}_{\beta g2}) dA & \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.210)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{A}_{\beta g2} = -\delta_{\beta g} \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.211)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{gg2} = \mathbf{A}_{lg2} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.212)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mu_g \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{gg2} + \nabla \mathbf{A}_{gg2} + \nabla \mathbf{A}_{gg2}^T] \\ = \mu_l \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{lg2} + \nabla \mathbf{A}_{lg2} + \nabla \mathbf{A}_{lg2}^T] \quad (\text{sur } A_{gl}) \end{aligned} \quad (2.213)$$

$$\text{Périodicité} \quad \mathbf{a}_{\beta g2}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{a}_{\beta g2}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.214)$$

$$\mathbf{A}_{\beta g2}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{A}_{\beta g2}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.215)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \mathbf{A}_{\beta g2} \rangle^\beta = 0 \quad (\beta = g, l) \quad (2.216)$$

Problème pour $\mathbf{A}_{\beta l2}$ et $\mathbf{a}_{\beta l2}$ ($\beta = g, l$)

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\beta l2} = 0 \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \quad (2.217)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \mathbf{A}_{\beta l1} + \nabla \mathbf{A}_{\beta l2}) &= -\nabla \mathbf{a}_{\beta l2} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\beta l2} \\ -\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{gs}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta l2} + \nabla \mathbf{A}_{\beta l2}) dA & \quad (\text{dans } V_\beta, \beta = g, l) \end{aligned} \quad (2.218)$$

$$\text{CL1 et 2} \quad \mathbf{A}_{\beta l2} = -\delta_{\beta l} \mathbf{I} \quad (\text{sur } A_{\beta s}, \beta = g, l) \quad (2.219)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{gl2} = \mathbf{A}_{ll2} \quad (\text{sur } A_{gl}) \quad (2.220)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mu_g \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{gl2} + \nabla \mathbf{A}_{gl2} + \nabla \mathbf{A}_{gl2}^T] \\ = \mu_l \mathbf{n}_g \cdot [-\mathbf{I} \mathbf{a}_{ll2} + \nabla \mathbf{A}_{ll2} + \nabla \mathbf{A}_{ll2}^T] \quad (\text{sur } A_{gl}) \end{aligned} \quad (2.221)$$

$$\text{Périodicité} \quad \mathbf{a}_{\beta l2}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{a}_{\beta l2}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.222)$$

$$\mathbf{A}_{\beta l2}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{A}_{\beta l2}(\mathbf{r}) \quad (\beta = g, l) \quad (2.223)$$

$$\text{Moyenne} \quad \langle \mathbf{A}_{\beta l2} \rangle^\beta = 0 \quad (\beta = g, l) \quad (2.224)$$

Equations macroscopiques

En utilisant les équations 2.191 et 2.192, puis les équations 2.173 et 2.174 dans les équations de quantité de mouvement moyennées (équation 2.139), on obtient les équations macroscopiques suivantes :

$$\begin{aligned}
 \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} &= -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\
 &+ \underbrace{\mu_\beta \left[\varepsilon_\beta^{-1} \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \varepsilon_\beta^{-1} \nabla \varepsilon_\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right]}_{\text{Correction de Brinkman}} \\
 &+ \mu_\beta \underbrace{\left[\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\beta 1} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\beta 1}) dA \right]}_{-\varepsilon_\beta \mathbf{K}_{\beta\beta}^{-1}} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\
 &+ \mu_\beta \underbrace{\left[\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\beta 2} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\beta 2}) dA \right]}_{-\varepsilon_\beta \mathbf{K}_{\beta\beta}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{\beta\beta}} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\
 &+ \mu_\beta \underbrace{\left[\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\gamma 1} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma 1}) dA \right]}_{\varepsilon_\beta \mathbf{K}_{\beta\beta}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\beta\gamma}} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\
 &+ \mu_\beta \underbrace{\left[\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{gl} \cup A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot (-\mathbf{I} \mathbf{a}_{\beta\gamma 2} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma 2}) dA \right]}_{-\varepsilon_\beta \mathbf{K}_{\beta\beta}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{\beta\gamma}} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (2.225)
 \end{aligned}$$

$$(\beta, \gamma = g, l, \beta \neq \gamma)$$

Lorsque la contrainte sur le temps caractéristique du système est vérifiée (équation 2.142), et lorsque l'influence des bords du système est négligeable, le terme instationnaire et la correction de Brinkman sont nuls. Ainsi, les équations macroscopique se réduisent à :

$$\begin{aligned}
 0 &= - \left(\nabla \langle P_l \rangle^l - \rho_l \mathbf{g} \right) \\
 &\quad - \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle - \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{ll} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle \\
 &\quad + \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle - \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle
 \end{aligned} \tag{2.226}$$

$$\begin{aligned}
 0 &= - \left(\nabla \langle P_g \rangle^g - \rho_g \mathbf{g} \right) \\
 &\quad - \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle - \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{gg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle \\
 &\quad + \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle - \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle
 \end{aligned} \tag{2.227}$$

ce qui peut également s'écrire :

$$\begin{aligned}
 \langle \mathbf{v}_l \rangle &= - \frac{\mathbf{K}_{ll}}{\mu_l} \cdot \left(\nabla \langle P_l \rangle^l - \rho_l \mathbf{g} \right) - \mathbf{F}_{ll} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle \\
 &\quad + \mathbf{K}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle - \mathbf{F}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle
 \end{aligned} \tag{2.228}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \mathbf{v}_g \rangle &= - \frac{\mathbf{K}_{gg}}{\mu_g} \cdot \left(\nabla \langle P_g \rangle^g - \rho_g \mathbf{g} \right) - \mathbf{F}_{gg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle \\
 &\quad + \mathbf{K}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle - \mathbf{F}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle
 \end{aligned} \tag{2.229}$$

ou encore :

$$\begin{aligned}
 - \left(\nabla \langle P_l \rangle^l - \rho_l \mathbf{g} \right) &= \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle + \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{ll} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle \\
 &\quad - \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle + \mu_l \mathbf{K}_{ll}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle
 \end{aligned} \tag{2.230}$$

$$\begin{aligned}
 - \left(\nabla \langle P_g \rangle^g - \rho_g \mathbf{g} \right) &= \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle + \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{gg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle \\
 &\quad - \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle + \mu_g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle
 \end{aligned} \tag{2.231}$$

Cette structure correspond aux lois de Darcy-Forchheimer généralisées auxquelles sont ajoutés des termes croisés qui rendent compte des échanges de quantité de mouvement à l'interface liquide-gaz. Les termes \mathbf{K}_{ll} et \mathbf{K}_{gg} représentent les frottements visqueux à l'intérieur des phases liquide et gaz. \mathbf{K}_{lg} et \mathbf{K}_{gl} sont les termes croisés visqueux. Ils peuvent être déterminés en résolvant des problèmes de fermeture où les champs de vitesses n'apparaissent pas. Ils dépendent par contre de la structure à l'échelle du pore et de la répartition des phases, et donc du taux de

vide. Les tenseurs \mathbf{F}_{ll} et \mathbf{F}_{gg} représentent les effets inertiels à l'intérieur de chaque phase, alors que \mathbf{F}_{lg} et \mathbf{F}_{gl} sont les termes croisés inertiels. Contrairement aux tenseurs visqueux, les problèmes de fermeture qui les caractérisent contiennent des termes sources dans lesquels se trouvent les champs de vitesse \mathbf{v}_l ou \mathbf{v}_g . \mathbf{F}_{ll} , \mathbf{F}_{lg} , \mathbf{F}_{gg} et \mathbf{F}_{gl} sont ainsi des fonctions de $\langle \mathbf{v}_l \rangle$ et de $\langle \mathbf{v}_g \rangle$.

2.4.2.5 Comparaison avec les modèles d'Ergun généralisés

Certains éléments des lois d'Ergun généralisées (équations 2.102 et 2.103) se retrouvent dans les équations 2.230 et 2.231.

Perméabilités relatives

Les perméabilités relatives sont identifiées de manière triviale :

$$K_l = \frac{K_{ll}(\alpha)}{K} \quad (2.232)$$

$$K_g = \frac{K_{gg}(\alpha)}{K} \quad (2.233)$$

Les termes visqueux intrinsèques K_{ll} et K_{gg} étant *a priori* des fonctions du taux de vide mais pas des vitesses, les définitions introduites dans le modèle d'Ergun généralisé semblent plausibles.

Passabilités relatives

De la même manière que pour les perméabilités relatives, on peut identifier une relation entre les passabilités relatives et les grandeurs macroscopiques introduites à la fin du développement de la méthode de la moyenne volumique :

$$\eta_l = \frac{\rho_l}{\mu_l} \frac{1}{\eta} \frac{K_{ll}(\alpha)}{F_{ll}(\alpha, \langle v_l \rangle)} \langle v_l \rangle \quad (2.234)$$

$$\eta_g = \frac{\rho_g}{\mu_g} \frac{1}{\eta} \frac{K_{gg}(\alpha)}{F_{gg}(\alpha, \langle v_g \rangle)} \langle v_g \rangle \quad (2.235)$$

Notons que la définition des passabilités relatives comme des fonctions du taux de vide uniquement requiert ici que F_{ll} et F_{gg} dépendent linéairement de $\langle v_l \rangle$ et $\langle v_g \rangle$, en plus du taux de vide. Par analogie avec la discussion pour le cas monophasique, on peut imaginer que cette condition n'est pas toujours satisfaite.

Frottement interfacial

Les corrélations proposées pour le terme de frottement interfacial [Schulenberg 87, Wang 88] ne se retrouvent pas dans les équations 2.230 et 2.231. En effet, ces corrélations postulent implicitement l'existence d'un terme F_i unique qui interviendrait dans les équations pour le gaz et le liquide, ce qui nécessite une identité entre les deux quantités suivantes :

$$\begin{aligned} & - (1 - \alpha) \left[-\mu_l K_{ll}^{-1} \cdot K_{lg} \cdot \langle v_g \rangle + \mu_l K_{ll}^{-1} \cdot F_{lg} \cdot \langle v_g \rangle \right] \\ & = \alpha \left[-\mu_g K_{gg}^{-1} \cdot K_{gl} \cdot \langle v_l \rangle + \mu_g K_{gg}^{-1} \cdot F_{gl} \cdot \langle v_l \rangle \right] = F_i. \end{aligned} \quad (2.236)$$

Si les travaux de Lasseux *et al.* [Lasseux 96] sur les écoulements visqueux établissent que :

$$\mu_g \mathbf{K}_{gl} \cdot \mathbf{K}_{ll} = \mu_l \mathbf{K}_{gg} \cdot \mathbf{K}_{lg}^T \quad (2.237)$$

$$\Rightarrow \mu_l K_{ll}^{-1} \cdot K_{lg} = \mu_g K_{gg}^{-1} \cdot K_{gl} \quad (2.238)$$

rien ne contraint *a priori* les termes croisés inertiels à satisfaire une relation similaire. De plus, il faudrait que le taux de vide et les vitesses moyennes vérifient la relation :

$$1 - \frac{1}{\alpha} = \frac{\langle v_l \rangle}{\langle v_g \rangle} \quad (2.239)$$

ce qui est impossible, la quantité $1 - \frac{1}{\alpha}$ étant systématiquement négative.

2.5 Conclusions

Au cours de ce chapitre, nous avons décrit la modélisation des écoulements monophasiques et diphasiques, inertiels, Newtoniens, à travers des milieux poreux non consolidés et macroscopiquement homogènes. Ce type de milieu peut représenter un lit de débris. En utilisant une méthode de prise de moyenne, nous avons fait le lien entre les phénomènes à l'échelle du pore et les comportements macroscopiques observables à grande échelle.

La méthode de la moyenne volumique montre ainsi que la loi de Darcy-Forchheimer est théoriquement justifiable pour un milieu poreux homogène parcouru par un écoulement monophasique :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) - \mathbf{F} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \quad (\beta = l \text{ ou } g). \quad (2.240)$$

La forme de la dépendance du tenseur de correction de Forchheimer \mathbf{F} à la vitesse moyenne de l'écoulement fait encore débat dans la communauté scientifique, même dans le cas relativement simple d'un milieu isotrope, où il se réduit à un scalaire. Pour un lit de particules désordonnées, il est néanmoins généralement admis qu'une relation linéaire entre F et la vitesse de filtration $\langle v_\beta \rangle$ constitue une bonne approximation.

A partir de données expérimentales acquises sur l'installation CALIDE, qui sera présentée au chapitre 3, nous étudierons la forme de F en fonction de la vitesse d'écoulement (au cours du chapitre 4). Nous déterminerons également une corrélation entre la granulométrie du lit et les valeurs des coefficients de l'équation 2.240.

Les écoulements diphasiques inertiels en milieu poreux restent un domaine d'étude largement ouvert. L'application de la méthode de la moyenne volumique aux écoulements diphasiques en milieu poreux montre que la structure d'équations suivante

semble pertinente, du moins si les hypothèses formulées lors de son développement sont vérifiées :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_l \rangle = & - \frac{\mathbf{K}_{ll}}{\mu_l} \cdot (\nabla \langle p_l \rangle^l - \rho_l \mathbf{g}) - \mathbf{F}_{ll} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle \\ & + \mathbf{K}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle - \mathbf{F}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle \end{aligned} \quad (2.241)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_g \rangle = & - \frac{\mathbf{K}_{gg}}{\mu_g} \cdot (\nabla \langle p_g \rangle^g - \rho_g \mathbf{g}) - \mathbf{F}_{gg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle \\ & + \mathbf{K}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle - \mathbf{F}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle \end{aligned} \quad (2.242)$$

Ces équations peuvent être rapprochées en partie des modèles d'Ergun généralisés, très utilisés dans le domaine du nucléaire. Nous avons toutefois souligné à la fin de la section 2.4 que la prise en compte, dans ce type de modèle, des frottements à l'interface liquide/vapeur est incompatible avec les équations 2.241 et 2.242, dont nous étudierons au chapitre 6 l'applicabilité à notre problématique.

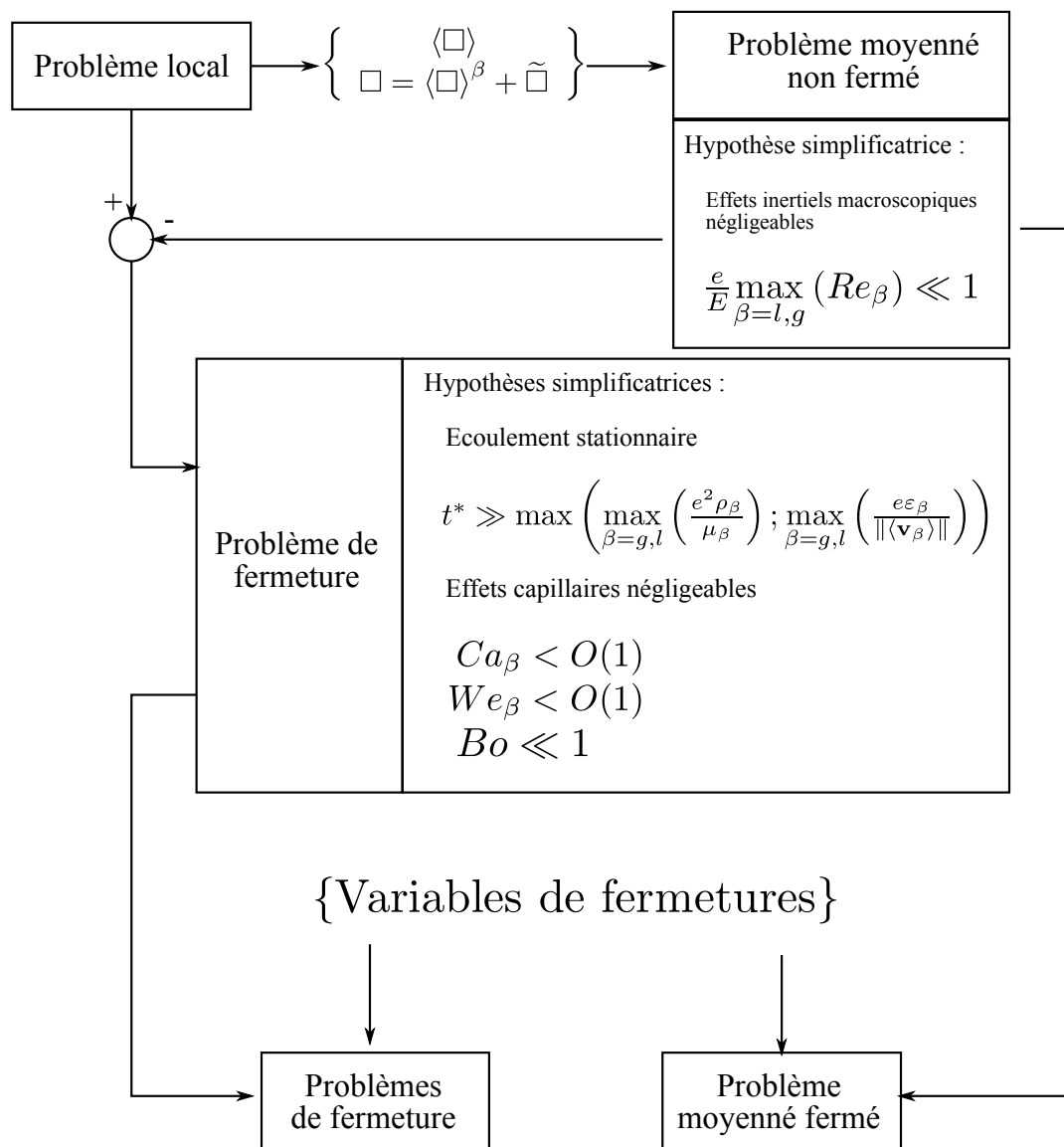


FIGURE 2.4 – Résumé des principales étapes de la prise de moyenne volumique pour un écoulement diphasique et des hypothèses simplificatrices formulées.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

L'installation expérimentale CALIDE (Caractérisation des Lits de Débris) permet de générer des écoulements monophasiques et diphasiques d'eau et d'air à travers un lit de particules représentatif des lits de débris de combustible. Les particules sont placées dans une section cylindrique, et l'écoulement est vertical ascendant, ce qui représente un renoyage par le bas. L'instrumentation permet de mesurer toutes les grandeurs importantes pour la modélisation de l'écoulement, à savoir les vitesses moyennes des phases, le champ de pression moyen, et le taux de vide. La mesure du taux de vide a nécessité la mise au point d'une technique originale, développée en collaboration avec le Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement de Grenoble (LTHE), et qui a fait l'objet d'un dépôt de brevet au cours de la thèse (brevet français n°FR1551375).

L'installation est conçue pour reproduire les conditions caractéristiques d'un renoyage de lit de débris en termes de vitesse d'écoulement. Ces conditions peuvent être définies à partir des études probabilistes de sûreté [Durin 13], qui estiment que la pression primaire la plus probable au moment du renoyage se situe entre 1 et 10 bar. Le circuit d'injection de sécurité d'un REP Français de 1300 MWe peut alors délivrer un débit compris entre 200 m³/h (pour $P = 10$ bar) et 1300 m³/h (pour $P = 1$ bar), ce qui correspond à des vitesses de filtration de 5 mm/s à 32 mm/s, le diamètre de la cuve étant de 3.76 m. La vitesse de la vapeur peut être évaluée à partir des essais PRELUDE, où des vitesses allant jusqu'à 7.2 m/s ont été observées [Repetto 13]. L'installation doit donc pouvoir générer des vitesses de l'ordre de 10 mm/s pour la phase liquide, et de l'ordre de 1 m/s pour la phase gaz.

Un schéma de principe de l'installation est donné par la figure 3.1. L'objet de ce chapitre est de présenter de façon détaillée l'installation, les conditions expérimentales explorées et l'instrumentation utilisée.

3.1 Description générale et objectifs de l'installation

La section d'essai est un tube cylindrique vertical en plexiglas de 620 mm de hauteur et de 94 mm de diamètre intérieur. Cette section est connectée au reste de la boucle par deux brides. Une grille est fixée sur la bride inférieure pour soutenir le lit de particules. La section est pourvue de bossages à différentes élévations pour permettre les mesures de pression en amont, en aval et à plusieurs niveaux du lit. Un repère placé à 499 mm au-dessus de la grille inférieure permet d'ajuster la hauteur du lit avec précision.

L'air provient de bouteilles à 200 bar. Après deux étages de décompression (50 bar puis 5 bar), il pénètre la section par le bas, passe à travers le lit et sort par la coiffe supérieure. La régulation et la mesure du débit d'air sont effectuées par des vannes-débitmètres munies d'une fonction de régulation. Leurs caractéristiques sont rassemblées dans le tableau 3.2.

L'eau est prélevée dans un réservoir, injectée en bas de la section, puis passe à travers le lit et retourne au réservoir. Le débit est mesuré et régulé par deux couples débitmètre-pompe de gammes de mesures différentes ; par souci de lisibilité, un seul de ces couples est représenté sur la figure 3.1. Les caractéristiques des débitmètres utilisés sont détaillées dans le tableau 3.2.

Des capteurs de pression différentiels mesurent la perte de charge entre l'amont et l'aval du lit. Un capteur de pression absolue mesure la pression en amont du lit (en bas de la section). Enfin, un thermocouple de type K mesure la température en sortie.

3.2 Particules utilisées

Les particules sont choisies de façon à former des lits de particules représentatifs des lits de débris de combustible, en termes de granulométrie et de formes. Elles

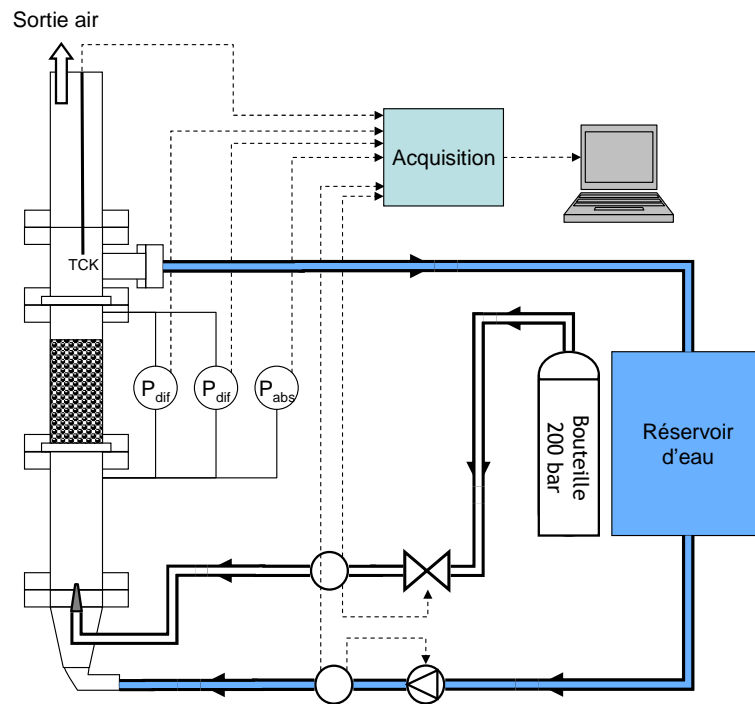


FIGURE 3.1 – Schéma de principe de l'installation CALIDE

ne doivent cependant pas être trop complexes, car leur géométrie doit pouvoir être caractérisée par un faible nombre de paramètres. Ainsi, on utilise des billes de diamètre compris entre 1.5 mm et 8 mm, des cylindres de tailles voisines des pastilles de combustible et des particules prismatiques, représentant des pastilles fragmentées. Dans la suite de ce document, on désignera par « b8 » les billes de 8 mm, « c8×12 » les cylindres de 8 mm de diamètre et 12 mm de hauteur, « p6×6 » les prismes de 6 mm de côté et 6 mm de hauteur, etc.

Leurs dimensions exactes ont été mesurées avec précision (au pied à coulisse) à partir d'échantillons de 30 particules et sont rapportées dans le tableau 3.1. Les incertitudes données correspondent aux écarts-types constatés sur les échantillons testés. Elles sont plus importantes pour les particules non sphériques que pour les billes, ces dernières présentant un meilleur grade.

La masse volumique de la phase solide n'intervient pas dans les lois de pertes de pression, mais elle doit tout de même être mesurée avec précision pour le calcul de la porosité du lit.

Billes	Diamètre (mm)	Masse volumique (kg/m ³)
1,5 mm	1,574 ± 0,031	2574,0 ± 7,4
2 mm	2,086 ± 0,033	2568,0 ± 7,4
3 mm	2,940 ± 0,044	2560,0 ± 7,4
4 mm	4,058 ± 0,031	2560,0 ± 7,4
8 mm	7,877 ± 0,116	2568,0 ± 7,4

Cylindres	Diamètre	Hauteur	Masse volumique
5 × 5 mm	5,13 ± 0,08	4,53 ± 0,23	2572,0 ± 7,4
5 × 8 mm	4,86 ± 0,08	7,39 ± 0,37	3046,0 ± 8,8
8 × 12 mm	7,99 ± 0,10	11,16 ± 0,48	2568,0 ± 7,4

Prismes	Côté	Hauteur	Masse volumique
4 × 4 mm	4,15 ± 0,11	3,84 ± 0,13	2568,0 ± 7,4
6 × 6 mm	6,11 ± 0,15	5,87 ± 0,19	2452,0 ± 7,1

TABLE 3.1 – Dimensions des particules utilisées dans CALIDE. Les incertitudes données correspondent à l'écart type constaté de l'échantillon mesuré

3.3 Instrumentation

Nous décrivons ici l'instrumentation utilisée pour mesurer les vitesses, les pressions et le taux de vide.

Capteur	Type	PE*	PLS**	Précision nominale
\dot{V}_{air} (1)	Bronkhorst® F-201CV	0 – 10 NI/min	-	0,5% × <i>Lecture</i> +0,1% × <i>PE</i>
\dot{V}_{air} (2)	Bronkhorst® F-202AV	0 – 200 NI/min	-	0,5% × <i>Lecture</i> +0,1% × <i>PE</i>
\dot{V}_{air} (3)	Bronkhorst® F-203AV	0 – 1000 NI/min	-	0,5% × <i>Lecture</i> +0,1% × <i>PE</i>
\dot{m}_{eau} (1)	Bronkhorst® Cori-Flow M14	0 – 30 kg/h	-	0,2% × <i>Lecture</i>
\dot{m}_{eau} (2)	Bronkhorst® Cori-Flow M55	0 – 600 kg/h	-	0,2% × <i>Lecture</i>
P_{diff} (1)	Rosemount® 3051	-1 – 7 mbar	14, 19 mbar	0,045% × <i>PLS</i>
P_{diff} (2)	Rosemount® 3051	-10 – 200 mbar	1246 mbar	0,04% × <i>Lecture</i> +0,023% × <i>PLS</i>
P_{abs}	Rosemount® 3051	0 – 10 bar	55, 2 bar	0,025% × <i>PE</i>

*PE : Pleine Echelle
**PLS : Portée Limite Supérieure

TABLE 3.2 – Instrumentation CALIDE

3.3.1 Mesure de débit

Les débits d'air sont compris entre 0 et 1000 Nl/min, ce qui correspond à 20 °C et 1 atm à une vitesse de filtration comprise entre 0 et 2.58 m/s. Afin de conserver une bonne précision sur toute cette gamme, trois débitmètres sont utilisés (voir Tableau 3.2) : 0 → 10 Nl/min, 10 → 200 Nl/min et 200 → 1000 Nl/min.

Les débits d'eau sont compris entre 0 et 600 kg/h, ce qui correspond à des vitesses de filtration comprises entre 0 et 24 mm/s. De la même façon que pour les débits d'air, deux débitmètres sont utilisés pour conserver une bonne précision sur toute cette gamme : 0 → 30 kg/h et 30 → 600 kg/h.

L'installation permet donc d'explorer des régimes d'écoulement similaires à ceux d'un renoyage.

3.3.2 Mesure de pression

Les pertes de charge sont mesurées par des capteurs de pression différentielle. Comme pour les débits, deux capteurs sont utilisés pour conserver une bonne précision sur l'ensemble de la gamme de mesure : 0 → 7 mbar et 7 → 200 mbar. Un dernier capteur mesure la pression absolue en amont de la section ; cette mesure sert à déterminer la masse volumique de l'air, ainsi que sa vitesse moyenne.

3.3.3 Mesure du taux de vide

Dans un écoulement diphasique comportant une phase liquide et une phase gazeuse, le taux de vide, ou saturation en gaz, correspond à la part du volume fluide occupé par le gaz. Formellement, il correspond à la moyenne sur le volume de pore de la Fonction Indicatrice de Phase (FIP) du gaz, qui vaut 1 dans la phase gazeuse et 0 ailleurs :

$$\gamma_g = 1 \quad (\text{dans } V_g) \quad (3.1)$$

$$\gamma_g = 0 \quad (\text{dans } V_l \cup V_s) \quad (3.2)$$

$$\alpha = \frac{1}{V_g + V_l} \int_{V_g \cup V_l} \gamma_g dV = \frac{V_g}{V_g + V_l} \quad (3.3)$$

où les indices g , l et s désignent respectivement le gaz, le liquide et la matrice solide. La saturation en liquide, notée s , est donnée par :

$$s = 1 - \alpha \quad (3.4)$$

D'une manière générale, la mesure du taux de vide est délicate, particulièrement en milieu poreux, et se fait de façon indirecte en exploitant les différences dans les propriétés physiques des phases : densité, absorption ou diffusion de rayonnements, propriétés électriques. On peut distinguer trois grands ensembles de méthodes :

Les méthodes par pesée

Connaissant les masses volumiques des phases en présence, la mesure de la masse d'au moins une des phases permet de connaître son volume, et ainsi la saturation. La mise en œuvre de ce type de méthode nécessite cependant de pouvoir peser en continu la section d'essai, ce qui est réalisable dans des applications impliquant des écoulements ruisselants (gravitaires) [Levec 86] ; en revanche, ce type de méthode n'est pas envisageable pour des écoulements ascendants. Dans cette situation, une autre possibilité consiste, à partir d'une colonne saturée en liquide ($\alpha = 0$), à mesurer la masse d'eau éjectée par le gaz, qui correspond au volume qu'il occupe [Tutu 83, Schulenberg 87]. Cette méthode ne peut fonctionner qu'à débit liquide nul, et à débit de gaz constant.

Les méthodes par absorption

Certaines méthodes utilisent l'atténuation d'un faisceau de rayonnement et exploitent la différence d'absorption de ce rayonnement par les phases en présence. La mesure d'absorption se fait généralement entre une source et un détecteur couplé à un compteur de particules. A émission constante, le comptage des particules transmises, ou la mesure de l'intensité transmise, donne une information sur le

taux de présence de chaque phase. La saturation est ensuite déduite d'un étalonnage. Ce type de méthode a pour avantage d'être applicable à presque tout type de situations, et d'offrir une grande précision. Le choix du rayonnement utilisé doit se faire en fonction des fluides étudiés : les différentes solutions technologiques utilisent des rayonnements infra-rouges [Berhold 94], des rayons X [Geffen 52], des rayons γ [Yano 84], des faisceaux β [Zirnig 78] ou encore des faisceaux de neutrons [Deinert 04]. Des techniques analogues utilisent des ultrasons (voir par exemple la thèse de Bensler [Bensler 90]). Cependant, leur mise en œuvre peut être relativement lourde, certains des rayonnements utilisés pouvant nécessiter des mesures de radioprotection très contraignantes. De plus, la phase d'étalonnage peut s'avérer difficile. On notera également que les temps d'acquisition sont relativement longs ; à l'instar des autres méthodes présentées dans ce chapitre, les méthodes par absorption ne permettent donc pas, en général, d'acquisition pour les phénomènes transitoires.

Les méthodes par mesure de permittivité diélectrique

Une mesure de la permittivité diélectrique d'un mélange diphasique permet, via l'utilisation d'une loi de mélange, de calculer le taux de vide. Ce principe est utilisé en hydrologie pour mesurer la teneur en eau d'un sol. Dans cette situation, les phases sont immobiles, mais, comme nous le verrons plus loin, le principe est transposable aux écoulements.

Une méthode par mesure de permittivité diélectrique semble être le meilleur compromis entre opérabilité, flexibilité et simplicité de mise en œuvre. Deux technologies sont disponibles :

- Les *sondes TDR* (Time Domain Reflectometry) exploitent l'influence de la permittivité diélectrique sur la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu. Un générateur d'échelons de tension envoie une onde de tension se propager dans le milieu le long d'un guide d'onde et mesure le temps mis par l'onde pour revenir. Un étalonnage effectué à saturation connue permet de relier le temps mesuré au taux de vide moyen le long du guide d'onde.
- Les *sondes capacitives* exploitent l'influence de la permittivité diélectrique sur la capacité électrique d'un condensateur formé par le milieu étudié et deux électrodes. Cette capacité est reliée à la saturation au moyen d'une loi de mélange et d'un étalonnage.

La sonde capacitive donnant de meilleurs résultats et étant plus simple d'utilisation, elle a été retenue pour nos expérimentations. Nous présenterons cette technique dans ce chapitre, et nous démontrerons son applicabilité dans le contexte d'un écoulement à forte vitesse dans un milieu poreux. La sonde TDR, son fonctionnement, son utilisation, ses performances et son applicabilité dans le contexte de ces travaux de thèse sont présentés en annexe C.

3.3.3.1 Sonde capacitive

La sonde utilisée est le modèle CS-616 produit par la marque Campbell Scientific®. Cette sonde, représentée en figure 3.2, est composée de deux tiges métalliques insérées dans le lit de débris, formant avec lui une capacité dont la valeur dépend de la permittivité diélectrique du milieu. La tête de sonde contient un oscillateur électronique capable de régler sa fréquence sur la fréquence de résonance d'un circuit RLC série dont l'élément capacitif est constitué des tiges métalliques et du milieu environnant. Un signal carré d'amplitude constante et de fréquence proportionnelle à la fréquence de l'oscillateur (la constante de proportionnalité étant propre à l'oscillateur) est généré dans le fil de sortie mesure. La fréquence de sortie peut ensuite être acquise à l'aide d'un oscilloscope.

La sonde est placée dans la section CALIDE (voir figure 3.1), et un montage étanche permet de relier la sonde à l'oscilloscope. Le lit de débris est ensuite traversé par un écoulement diphasique. Le taux de vide, et donc la fréquence de l'oscillateur, fluctue dans le temps autour d'une valeur moyenne ; l'acquisition s'effectue donc sur un temps suffisamment long pour que la fréquence moyenne soit stable.

3.3.3.2 Relation entre le taux de vide et la permittivité diélectrique : le modèle de Lichtenecker

Le modèle de Lichtenecker [Zakri 98] relie la permittivité diélectrique K d'un mélange aux permittivités diélectriques K_i de ses constituants et à leurs proportions volumiques ε_i :

$$K^a = \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i K_i^a) \quad (3.5)$$

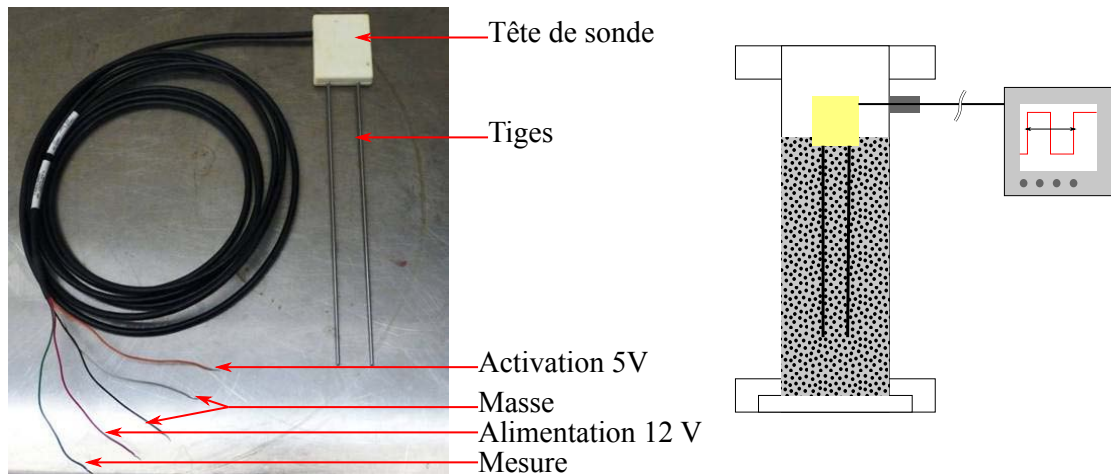


FIGURE 3.2 – Sonde capacitive Campbell Scientific®CS-616 et son intégration dans la section CALIDE

où n désigne le nombre de constituants du mélange et a un coefficient dépendant de la géométrie de l'espace poral et de la répartition des phases. Il est théoriquement compris entre -1 et 1, et est généralement de l'ordre de 0.5 [Zakri 97]. Dans le cas d'un système eau/gaz/matrice solide, l'équation 3.5 s'écrit :

$$K^a = (1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon \alpha K_g^a + \varepsilon (1 - \alpha) K_l^a \quad (3.6)$$

3.3.3.3 Détermination du taux de vide

L'équation 3.6 établit une relation entre le taux de vide et la permittivité diélectrique globale du lit de débris. Il s'agit maintenant d'établir une relation entre la mesure d'une sonde capacitive et la permittivité diélectrique K .

La sonde capacitive forme un circuit RLC dont la capacité est constituée des tiges de la sonde, qui forment les armatures d'un condensateur, et du milieu étudié. Un oscillateur à l'intérieur de la tête de sonde ajuste sa fréquence sur la fréquence de résonance du circuit :

$$f_r = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}} \quad (3.7)$$

et un signal carré d'amplitude constante et de fréquence proportionnelle à f_r est généré et constitue la grandeur de sortie de la sonde :

$$f = q_{osc} f_r \quad (3.8)$$

où q_{osc} est une constante multiplicative propre à l'oscillateur, dont la valeur est de l'ordre de 10^{-3} . Or, la capacité d'un condensateur est proportionnelle à la permittivité diélectrique du milieu qui se trouve entre ses armatures :

$$C = q_{cap} K, \quad (3.9)$$

la constante q_{cap} dépendant de la forme des armatures et de leur éloignement. Ainsi, en combinant les équations 3.7, 3.8 et 3.9, on obtient :

$$f = \frac{2\pi q_{osc}}{\sqrt{q_{cap} L}} \cdot K^{-1/2}. \quad (3.10)$$

Puis, en utilisant l'équation 3.6 :

$$f = \frac{2\pi q_{osc}}{\sqrt{q_{cap} L}} \cdot \left((1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon \alpha K_g^a + \varepsilon (1 - \alpha) K_l^a \right)^{-\frac{1}{2a}} \quad (3.11)$$

$$\Leftrightarrow f^{-2a} = \left(\frac{2\pi q_{osc}}{\sqrt{q_{cap} L}} \right)^{-2a} \left((1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon \alpha K_g^a + \varepsilon (1 - \alpha) K_l^a \right) \quad (3.12)$$

$$= \left(\frac{2\pi q_{osc}}{\sqrt{q_{cap} L}} \right)^{-2a} \left[(\varepsilon K_g^a - \varepsilon K_l^a) \alpha + (1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon K_l^a \right] \quad (3.13)$$

Il y a donc une relation affine entre le taux de vide et f^{-2a} . De nombreux termes restent toutefois inconnus dans l'équation 3.13 : il faut donc étalonner la sonde. A partir de deux mesures de f , lorsque le lit est sec ($\alpha = 1$) et lorsque le lit est entièrement noyé ($\alpha = 0$), on calcule ainsi le taux de vide par la relation :

$$\alpha = \frac{f^{-2a} - f_0^{-2a}}{f_1^{-2a} - f_0^{-2a}} \quad (3.14)$$

où $f_0 = f(\alpha = 0)$ et $f_1 = f(\alpha = 1)$.

3.4 Détermination des grandeurs finales et des incertitudes

L'instrumentation utilisée permet des mesures de débits massiques, pressions différentielles, pression absolue et température. Les grandeurs utiles à la modélisation (vitesses, gradients de pression, propriétés physiques des fluides, etc.) sont déterminées à partir de ces mesures. Les méthodes de calcul des vitesses et des propriétés physiques des fluides sont détaillées ci-après.

Les incertitudes sur ces grandeurs sont déterminées à partir des incertitudes de mesure, elles-mêmes calculées à partir des caractéristiques techniques des capteurs et de la chaîne d'acquisition, par la formule suivante :

$$\sigma = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi_i} \times \sigma_i \right)^2} \quad (3.15)$$

où σ représente l'incertitude sur une grandeur ψ , ϕ_i une variable dont dépend la grandeur ψ , et σ_i l'incertitude sur la valeur de la variable ϕ_i .

3.4.1 Propriétés physiques des fluides

Un thermocouple de type K est placé au-dessus de la section d'essai et mesure la température de l'écoulement. Cette mesure est utilisée pour déterminer les propriétés physiques du ou des fluides en présence (masse volumique et viscosité).

Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air est déterminée à partir de la pression absolue et de la température, en appliquant la loi des gaz parfaits :

$$\rho_g = \frac{P}{rT} \quad (3.16)$$

où P est la pression absolue, $r = 287.20 \pm 0.32 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ la constante spécifique des gaz parfaits pour l'air, et T la température. La constante spécifique, et l'incertitude qui lui est associée, est déterminée à partir de la composition de l'air comprimé annoncée par le fournisseur des bouteilles.

Par application de la formule 3.15 à cette définition, l'incertitude associée est calculée par :

$$\sigma_{\rho_g} = \sqrt{\left(\frac{1}{rT}\sigma_P\right)^2 + \left(\frac{P}{r^2T}\sigma_r\right)^2 + \left(\frac{P}{rT^2}\sigma_T\right)^2} \quad (3.17)$$

Masse volumique de l'eau

La masse volumique de l'eau est déterminée en utilisant une éprouvette graduée de 2 L et vaut :

$$\rho_l = 997.0 \pm 1.2 \text{ kg/m}^3.$$

De nombreuses mesures ont été effectuées pour différentes températures du hall d'essai, sans variation significative du résultat. La masse volumique de l'eau est par conséquent considérée constante durant tous les essais.

Viscosité de l'air

L'eau et l'air sont considérés comme des fluides newtoniens, mais leur viscosité dépend de la température. La viscosité de l'air est calculée par la loi de Sutherland [Lide 90] :

$$\mu_g = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (3.18)$$

où $\mu_0 = 1.715 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$, $T_0 = 273.15 \text{ K}$ et $S = 110 \text{ K}$.

L'incertitude associée est déterminée en appliquant la formule 3.15 à cette loi :

$$\sigma_{\mu_g} = \mu_0 \frac{T_0 + S}{T_0^{3/2}} \frac{\frac{3}{2}T^{1/2}(T + S) - T^{3/2}}{(T + S)^2} \sigma_T \quad (3.19)$$

Viscosité de l'eau

La viscosité de l'eau est déterminée à partir de valeurs tabulées données dans le tableau 3.3, par interpolation linéaire.

$$\mu_l = \frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{T_{i+1} - T_i} (T - T_i) + \mu_i \quad (3.20)$$

$$\sigma_{\mu_l} = \frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{T_{i+1} - T_i} \sigma_T$$

Température (°C)	μ_l (Pa.s)
0	1.79×10^{-3}
20	1.00×10^{-3}
50	5.47×10^{-4}
100	2.82×10^{-4}

TABLE 3.3 – Valeurs tabulées pour la détermination de la viscosité de l'eau

3.4.2 Porosité du lit

La porosité du lit est calculée à partir de la masse d'eau m_w nécessaire pour remplir l'espace poral :

$$\varepsilon = \frac{m_w}{\rho_l \pi \frac{D^2}{4} H} \quad (3.21)$$

où D désigne le diamètre intérieur de la section d'essais, et H la hauteur du lit de particules. L'incertitude est calculée par :

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_l \pi \frac{D^2}{4} H} \sigma_m\right)^2 + \left(\frac{m_w}{\rho_l^2 \pi \frac{D^2}{4} H} \sigma_\rho\right)^2 + \left(\frac{2m_w}{\rho_l \pi \frac{D^3}{4} H} \sigma_D\right)^2 + \left(\frac{m_w}{\rho_l \pi \frac{D^2}{4} H^2} \sigma_H\right)^2} \quad (3.22)$$

3.4.3 Vitesse d'écoulement

Les débitmètres utilisés mesurent les débits massiques d'air et d'eau. Les vitesses de filtration correspondantes doivent être calculées à partir de ces mesures, de la densité des fluides et des dimensions de la section d'essais.

Vitesse de l'air

La vitesse de l'air est déduite de la mesure du débit (en Nl/min) par la relation suivante :

$$\langle v_g \rangle = \frac{4\dot{V}_{norm}}{\pi D^2} \frac{\rho_{norm}}{\rho_g} = \frac{4\dot{V}_{norm}}{\pi D^2} \frac{P_{norm} T}{P T_{norm}} \quad (3.23)$$

où \dot{V}_{norm} désigne la mesure de débit, et ρ_{norm} la masse volumique de l'air à la température normale $T_{norm} = 273.15$ K et à la pression normale $P_{norm} = 1$ atm. La vitesse de l'air dépend donc de trois mesures, qui sont le débit massique, la pression absolue et la température. L'incertitude est calculée par :

$$\sigma_{\langle v_g \rangle} = \frac{4}{\pi} \frac{P_{norm}}{T_{norm}} \sqrt{\left(\frac{T}{D^2 P} \sigma_{\dot{V}_{norm}} \right)^2 + \left(\frac{\dot{V}_{norm} T}{D^2 P^2} \sigma_P \right)^2 + \left(\frac{2\dot{V}_{norm} T}{D^3 P} \sigma_D \right)^2 + \left(\frac{\dot{V}_{norm}}{D^2 P} \sigma_T \right)^2} \quad (3.24)$$

Vitesse de l'eau

La masse volumique de l'eau étant considérée constante, le calcul de sa vitesse est plus simple :

$$\langle v_l \rangle = \frac{4\dot{m}_l}{\pi D^2 \rho_l} \quad (3.25)$$

De même que le calcul de l'incertitude :

$$\sigma_{\langle v_l \rangle} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{D^2 \rho_l} \sigma_{\dot{m}_l}\right)^2 + \left(\frac{\dot{m}_l}{D^2 \rho_l^2} \sigma_{\rho_l}\right)^2 + \left(\frac{2\dot{m}_l}{D^3 \rho_l} \sigma_D\right)^2} \quad (3.26)$$

3.5 Qualification de l'installation

Nous présenterons ici la qualification de l'instrumentation CALIDE. Les capteurs de pression et les débitmètres ont été étalonnés, et des essais de comparaison et de reproductibilité ont démontré l'opérabilité de l'installation en écoulements monophasiques [Chikhi 12b, Clavier 13]. Nous nous concentrerons ici sur la qualification spécifique aux écoulements diphasiques, à savoir la validation de la mesure du taux de vide et les essais de mesure du gradient de pression capillaire, dont nous avons montré au chapitre 2 qu'il doit être nul pour que l'hypothèse d'égalité entre les gradients de pression du liquide et du gaz soit valide.

3.5.1 Mesure de taux de vide

La qualification de la mesure du taux de vide a deux objectifs. Il s'agit, d'une part, de démontrer que la technique, développée pour la mesure de teneur en eau des sols, est transposable au cas d'un écoulement à grande vitesse dans un lit de débris, et, d'autre part, de déterminer la meilleure valeur pour le coefficient a , dont nous ne connaissons *a priori* qu'un ordre de grandeur ($a \approx 0.5$).

3.5.1.1 Procédure de validation

La procédure consiste à comparer la mesure de la sonde capacitive au résultat de la méthode par pesée utilisée par Tutu et Schulenberg [Tutu 83, Schulenberg 87]. La mise en œuvre de cette méthode dans l'installation CALIDE est présentée sur la figure 3.3. La section contenant le lit de débris est initialement noyée en eau, le niveau d'eau étant ajusté sur le haut du lit (figure 3.3a), où se trouve une ouverture dans la section d'essais, de sorte que toute l'eau se trouvant au-dessus de ce point est évacuée vers un récipient pour pesée par la suite.

Un débit d'air constant est ensuite injecté en bas de la section, et repousse une partie de l'eau contenue dans le lit de débris vers l'évacuation (figure 3.3b).

Lorsque le niveau d'eau gonflé est revenu au niveau de l'évacuation (figure 3.3c), le volume d'eau présent dans le récipient correspond au volume occupé par l'air dans le lit de débris et dans la partie inférieure de la section. La fréquence du signal émis par la sonde capacitive est mesurée, le récipient est pesé, puis l'injection d'air est coupée.

On assiste alors à une stratification des phases, dans le lit de débris d'une part, et dans la partie inférieure de la section d'autre part (figure 3.3d) : l'eau présente dans le lit de particules ne redescend pas dans la partie inférieure car l'air qui y est contenue ne peut en sortir, la grille qui soutient le lit étant trop fine pour permettre le passage simultané d'air et d'eau à contre-courant. La mesure du niveau d'eau inférieur h permet ainsi, connaissant l'aire de la section S , de calculer le volume occupé par l'air dans la partie inférieure. Le taux de vide dans le lit de débris peut alors être calculé par :

$$\alpha = \frac{m - hS}{\varepsilon V_{lit}} \quad (3.27)$$

Soulignons que cette méthode n'est utilisable que dans le cas où $\langle v_l \rangle = 0$.

3.5.1.2 Résultats obtenus

La méthode précédente a été appliquée pour différentes particules, sphériques et non-sphériques. Certaines particules ont été testées deux fois, pour étudier la reproductibilité de la mesure. Dans chaque cas, la valeur du coefficient a est déterminée en optimisant l'accord entre la mesure par la sonde et la mesure par pesée. Bien que cette valeur dépende théoriquement de la forme des particules, on constate que $a = 0.4$ permet une bonne comparaison quelles que soient la forme et la taille des particules : l'écart relatif moyen entre les deux mesures pour l'ensemble des particules testées est alors de l'ordre de 10 % (figure 3.4), et ce pour des taux de vide compris entre 0.1 et 0.8.

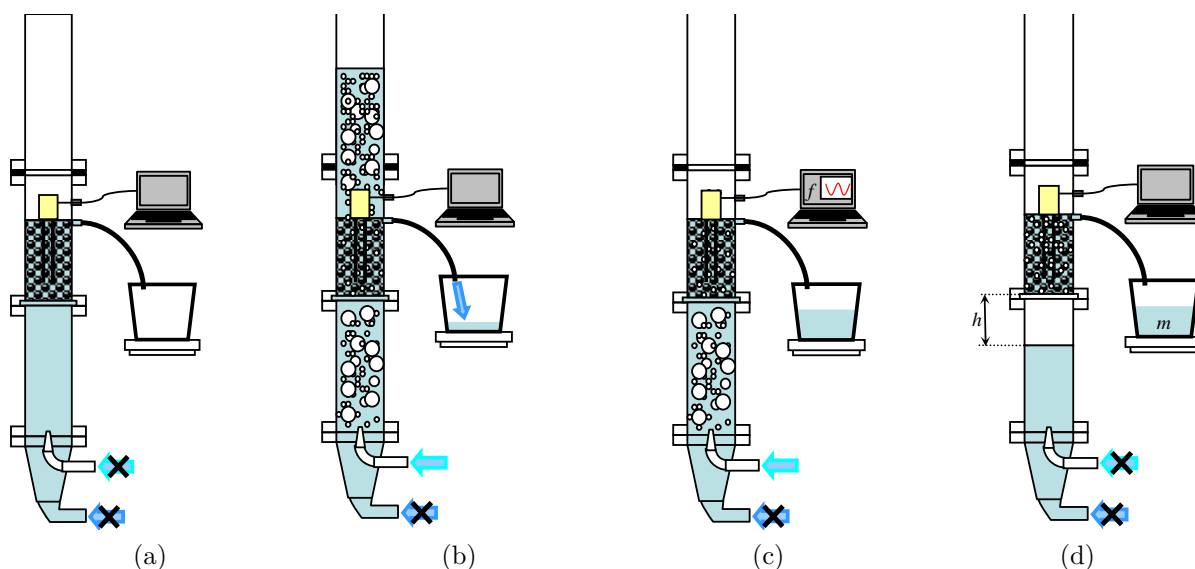


FIGURE 3.3 – Méthode de validation de la mesure de taux de vide par une sonde capacitive

3.5.2 Mesure de pression en écoulements diphasiques

Les pressions moyennes dans la phase liquide et dans la phase gaz sont généralement supposées vérifier une relation de pression capillaire macroscopique :

$$\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l = 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl} \quad (3.28)$$

où $\langle H \rangle_{gl}$ représente la courbure moyenne de l'interface liquide/gaz, qui est supposée être une fonction du taux de vide et de la taille de pore. Ainsi, lorsque le milieu est homogène et le taux de vide uniforme, on peut écrire :

$$\frac{\partial (\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l)}{\partial z} = 0 \quad (3.29)$$

Nous avons montré au chapitre 2 que la vérification de cette relation impose des restrictions sur le nombre de Bond, les nombres capillaires et les nombres de Weber de l'écoulement :

$$Bo = \frac{(\rho_l - \rho_g) g e^2}{\sigma} \ll 1 \quad (3.30)$$

Validation de la mesure de taux de vide
Sonde capacitive

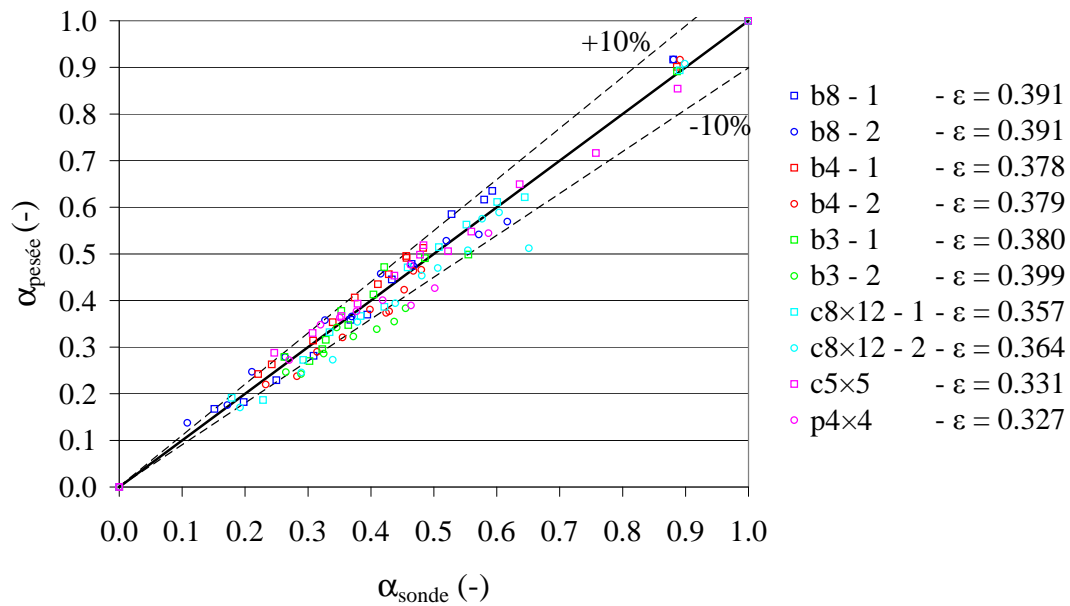


FIGURE 3.4 – Qualification de la mesure de taux de vide avec une sonde capacitive.
Résultats obtenus pour $a = 0.4$

$$Ca_\beta = \frac{\mu_\beta \langle v_\beta \rangle^\beta}{\sigma} = \frac{\mu_\beta \langle v_\beta \rangle}{\sigma \varepsilon_\beta} \leq O(1) \quad (3.31)$$

$$We_\beta = \frac{\rho_\beta (\langle v_\beta \rangle^\beta)^2 e}{\sigma} = \frac{\rho_\beta \langle v_\beta \rangle^2 e}{\sigma \varepsilon_\beta^2} \leq O(1) \quad (3.32)$$

Or, pour le type d'écoulements auxquels nous nous intéressons, à savoir des écoulements d'eau et d'air au travers d'un lit de particules millimétriques à centimétriques, un encadrement du nombre de Bond peut être estimé par :

$$0.13 \leq Bo \leq 13, \quad (3.33)$$

ce qui ne vérifie pas la condition 3.30. De plus, avec $\langle v_l \rangle = 20$ mm/s, $\langle v_g \rangle = 1$ m/s et $\alpha = 0.8$, les nombres capillaires et les nombres de Weber peuvent être estimés à :

$$Ca_l = 3.6 \times 10^{-3} \quad Ca_g = 8.3 \times 10^{-4} \quad (3.34)$$

$$0.97 \leq We_l \leq 9.7 \quad 0.19 \leq We_g \leq 1.9. \quad (3.35)$$

La condition semble donc vérifiée pour les nombres capillaires, mais pas pour les nombres de Weber, bien qu'ils restent comparables à l'unité. En conclusion, la relation 3.29 pourrait donc être fautive dans nos expériences. Il convient donc de la vérifier en mesurant simultanément la perte de pression dans la phase liquide et dans la phase gazeuse.

3.5.2.1 Procédure de validation

La perte de pression dans la phase liquide est mesurée sur le bord de la section d'essai, en utilisant les capteurs de pression présentés dans le tableau 3.2. Ils sont reliés à la section par des conduites remplies d'eau, comme représenté sur la figure 3.5.

La perte de pression dans la phase gazeuse est mesurée sur l'axe de la section d'essais par un deuxième capteur, qui est relié à la section par des cannes métalliques creuses, à l'intérieur desquelles circule un débit d'air qui empêche l'eau d'y

pénétrer. Le débit d'air dans chaque canne est ajusté pour équilibrer les pertes de charges respectives de chaque ligne, de telle sorte que le capteur mesure bien la différence de pression entre les sorties des cannes métalliques.

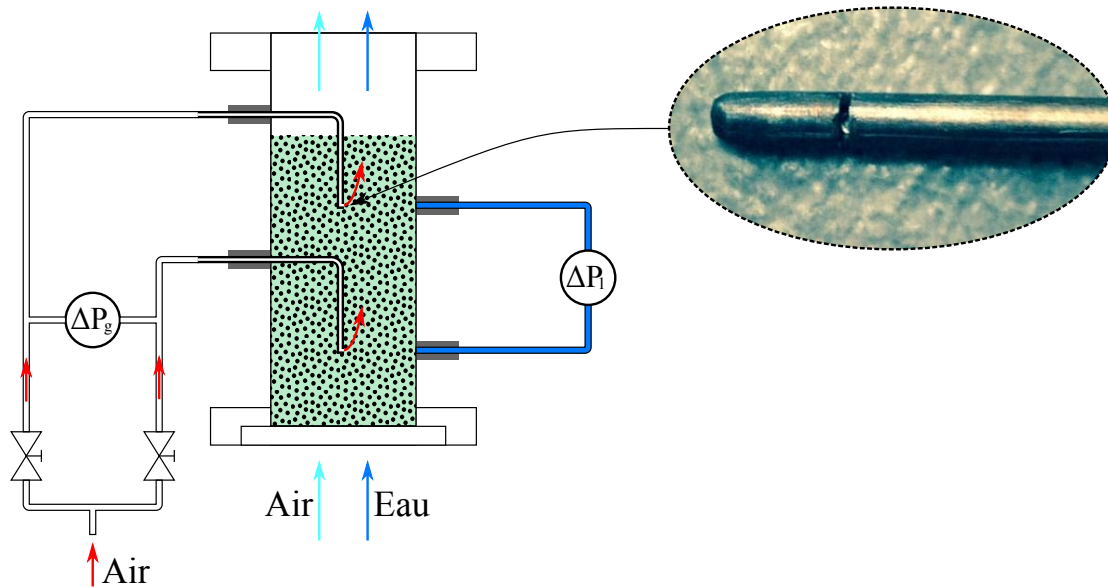


FIGURE 3.5 – Principe de la validation de la mesure de pression en écoulements diphasiques

3.5.2.2 Résultats obtenus

Les pertes de pression dans la phase liquide et la phase gazeuse ont été comparées, pour un lit de billes de diamètre 4 mm (figure 3.6). Aucun écart significatif n'est observé, et ce quelles que soient les conditions étudiées. L'hypothèse d'égalité entre les gradients de pression liquide et gaz semble donc valide, malgré les écarts entre les conditions expérimentales et les conditions de validité des hypothèses qui la soutiennent.

3.6 Conduite des essais

Après avoir déterminé la porosité du lit de particules, selon la méthode présentée au paragraphe 3.4.2, la perte de pression est mesurée pour différentes vitesses.

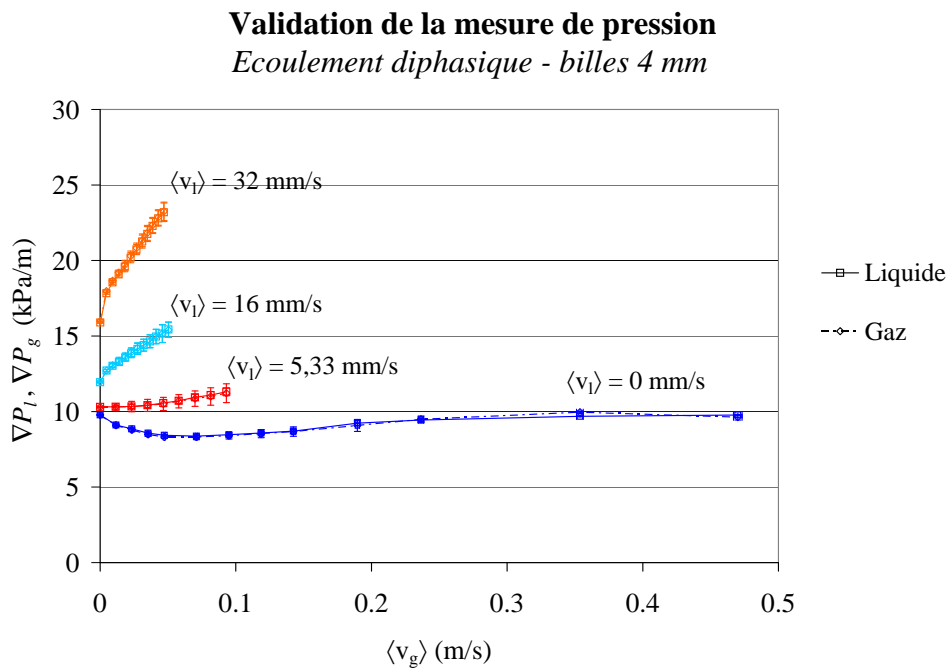


FIGURE 3.6 – Validation de la mesure de pression en écoulements diphasiques. Lit de billes 4 mm

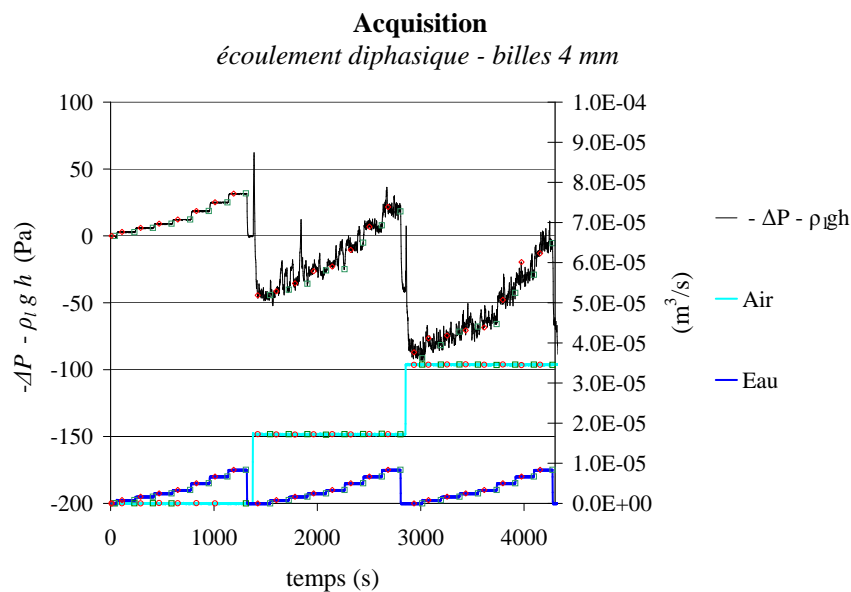
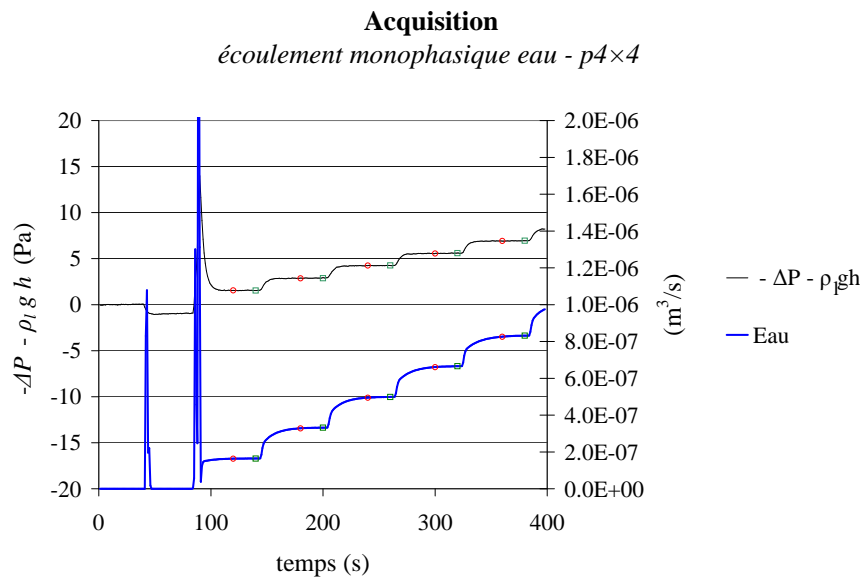


FIGURE 3.7 – Acquisition des débits et pertes de pression. Les parties prises en compte sur chaque palier de débit sont comprises entre les symboles \circ et \square , et correspondent aux 10 dernières secondes de chaque palier pour les écoulements monophasiques et aux 120 dernières secondes pour les écoulements diphasiques.

Chaque point de mesure doit être réalisé en conditions stationnaires, ce qui nécessite d'effectuer des paliers de débit suffisamment longs.

Nous avons montré dans le chapitre 2 que les termes instationnaires dans les équations macroscopiques sont négligeables si l'échelle de temps caractéristique du système, qui correspond à la durée des paliers, est au moins de l'ordre de la dizaine de secondes pour les écoulements monophasiques (paragraphe 2.3.4.4) et est très grand devant 16 s pour les écoulements diphasiques (paragraphe 2.4.2.2). Les paliers réalisés durent donc 30 s pour les essais en écoulements monophasiques d'air, 60 s pour les écoulements monophasiques d'eau, et 180 s pour les écoulements diphasiques. On retient ensuite la moyenne des 10 derniers points de chaque palier en écoulements monophasiques et la moyenne des 120 derniers points de chaque palier en écoulements diphasiques.

3.7 Conclusions

L'installation CALIDE est une boucle diphasique eau-air à pression et température ambiante permettant de générer des conditions hydrodynamiques représentatives d'une phase de renoyage à travers un lit de particules tel que présenté au chapitre 1. Son instrumentation permet de mesurer toutes les grandeurs importantes pour la modélisation de l'écoulement : vitesses moyennes du ou des fluides, pertes de pression, température et taux de vide. Du fait de l'absence d'une technique simple permettant la mesure du taux de vide dans un milieu poreux et dans les conditions hydrodynamiques visées, une technique originale pour la mesure du taux de vide a été développée, qui utilise une sonde capacitive. Cette technique a été validée sur une très large gamme (de 10 % à 80 %), et a fait l'objet d'un dépôt de brevet (brevet français n°FR1551375).

L'installation CALIDE sera utilisée dans les chapitres 4 et 6 afin de remplir les deux objectifs principaux annoncés à la fin du chapitre 1, à savoir la détermination des propriétés effectives d'un lit de débris, et la modélisation des pertes de pression dans des écoulements diphasiques au travers de lits de débris.

Dans le chapitre 4, les pertes de pression macroscopiques à l'intérieur de lits de particules traversés par des écoulements monophasiques inertiels seront caractérisées. Les particules utilisées, à savoir des particules sphériques, cylindriques et

prismatiques, permettront d'étudier les effets de la forme des débris et de leur granulométrie sur les propriétés effectives des lits étudiés. Nous établirons ainsi une corrélation prédictive pour les propriétés effectives des lits de débris prenant en compte ces effets.

Les écoulements diphasiques à travers des lits de particules seront étudiés au chapitre 6. Des mesures de pertes de pression et de taux de vide en fonction des vitesses d'écoulement sur des larges gammes de vitesses seront réalisées, en utilisant les techniques présentées dans ce chapitre. Leur analyse permettra de proposer un nouveau modèle pour les pertes de pression en écoulements diphasiques en milieu poreux, basé sur la structure d'équations macroscopiques établies au chapitre 2 par la méthode de la moyenne volumique.

Chapitre 4

Etude expérimentale des écoulements monophasiques en milieu poreux

Nous avons montré au chapitre 2 que les pertes de pression générées dans un écoulement monophasique à travers un milieu poreux homogène et infini peuvent être formalisées par la loi de Darcy-Forchheimer, qui s'écrit, dans le cas général 3D :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) - \mathbf{F} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle, \quad (4.1)$$

où $\langle p_\beta \rangle^\beta$ représente le champ de pression macroscopique, $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ la vitesse de filtration, ρ_β et μ_β la masse volumique et la viscosité du fluide, et \mathbf{g} l'accélération due à la pesanteur. \mathbf{K} est le tenseur de perméabilité, qui rend compte des frottements visqueux à l'échelle du pore, et \mathbf{F} est le tenseur de correction de Forchheimer, qui est dû aux effets laminaires inertiels à l'échelle du pore, voire à de la turbulence pour des nombres de Reynolds très élevés. Dans le cas des écoulements étudiés dans CALIDE, macroscopiquement mono-dimensionnels, ces tenseurs sont diagonaux et isotropes. De plus, l'écoulement étant vertical et ascendant, nous écrirons la loi de Darcy-Forchheimer comme la projection de l'équation 4.1 le long de l'axe vertical z :

$$\langle v_\beta \rangle = -\frac{K}{\mu_\beta} \left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} - \rho_\beta \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z \right) - F \langle v_\beta \rangle. \quad (4.2)$$

Cette équation peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g \right) = \frac{\mu_\beta}{K} \langle v_\beta \rangle + \frac{\mu_\beta}{K} F \langle v_\beta \rangle, \quad (4.3)$$

où $g = -\mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z = 9.81 \text{ m/s}^2$.

La correction de Forchheimer F dépend de la vitesse $\langle v_\beta \rangle$, mais il n'existe pas de consensus sur sa forme exacte dans la littérature. Pour le type de milieux auxquels nous nous intéressons, on écrit généralement :

$$F \langle v_\beta \rangle = b \times \langle v_\beta \rangle^{n-1} \langle v_\beta \rangle, \quad (4.4)$$

où la valeur de l'exposant n dépend de la géométrie du milieu et du régime d'écoulement. Dans des milieux granulaires, et en régime dit *inertiel fort*, la valeur 2 est généralement admise [Forchheimer 01]. Cependant, certaines situations requièrent des valeurs différentes. Par exemple, la perte de pression dans certains types de garnissages structurés ne peut être décrite qu'en utilisant un exposant égal à 1.5 [Soulaine 12] pour des écoulements faiblement turbulents. On note également une différence de comportement selon le niveau de désordre du milieu, l'exposant n étant plutôt de l'ordre de 3 pour un milieu ordonné [Lasseux 11]. Cette valeur est également recommandée quand la vitesse sort tout juste du domaine de validité de la loi de Darcy [Mei 91, Firdaouss 97, Yazdchi. 10, Yazdchi 12], ce qui correspond au régime dit *inertiel faible*, par opposition au régime inertiel fort.

Un deuxième sujet d'interrogation est l'influence de la granulométrie d'un lit de débris et de la forme des particules qui le composent sur ses propriétés macroscopiques. Dans le cas d'un lit de billes de taille unique, ou lit monodisperse, elles peuvent être raisonnablement estimées à partir de la porosité du lit ε et du diamètre des billes d , par la relation empirique d'Ergun [Ergun 52] :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g \right) = \frac{\mu_\beta}{K} \langle v_\beta \rangle + \frac{\rho_\beta}{\eta} \langle v_\beta \rangle^2 \quad (4.5)$$

où K et η sont deux propriétés macroscopiques du milieu appelées perméabilité et passabilité, calculées par les expressions suivantes :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{h_K (1 - \varepsilon)^2} \quad (4.6)$$

$$\eta = \frac{d \varepsilon^3}{h_\eta (1 - \varepsilon)} \quad (4.7)$$

où h_K et h_η représentent deux constantes empiriques, dont la valeurs varie dans la littérature entre 150 et 180 pour h_K et entre 1.75 et 4 pour h_η , suivant l'état de surface des particules [Ergun 52, MacDonald 79].

Un lit monodisperse peut donc être modélisé par deux grandeurs, qui sont le diamètre des particules et sa porosité. Cette vision simple reste-t-elle pertinente pour un lit de débris, qui est plus complexe qu'un lit monodisperse ? Si oui, peut-on définir un diamètre équivalent pour le lit ? Quelle serait son expression ? L'article qui constitue le cœur de ce chapitre, et qui sera publié dans la revue *Nuclear Engineering and Design* en Octobre 2015 (accepté le 5 Juillet 2015), tente de répondre à ces interrogations.

Dans une première partie, la forme de F pour un lit de particules représentatif d'un lit de débris est déterminée. Les lits étudiés sont des lits de particules non-sphériques, telles que présentées dans le tableau 3.1, ou des mélanges de 3 à 5 tailles de billes.

Il apparaît qu'une déviation cubique en vitesse de filtration ($n = 3$) est la plus adaptée dans un domaine restreint allant de la fin du domaine de Darcy, observée pour des Reynolds de l'ordre de 10, jusqu'à $Re \approx 30$. Ceci est le signe que le régime inertiel faible existe dans ce type de milieux. Au delà de $Re \approx 30$, et jusqu'à des Reynolds de l'ordre de 1500 au moins, la déviation est quadratique ($n = 2$). De plus, cette forme reste une approximation correcte, bien que non optimale, dans le régime inertiel faible. Une déviation quadratique permet donc une bonne prédiction de la perte de pression dans un lit de débris sur un domaine de nombre de Reynolds couvrant le régime de Darcy au régime faiblement turbulent. Formellement, ceci se traduit par la loi proposée par Forchheimer [Forchheimer 01] :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g\right) = a \langle v_\beta \rangle + b \langle v_\beta \rangle^2. \quad (4.8)$$

La deuxième partie de l'étude présentée dans ce chapitre a pour but d'établir des corrélations prédictives pour les propriétés macroscopiques du lit, représentées par les coefficients a et b dans l'équation 4.8. A partir des données expérimentales, la perméabilité et la passabilité de chaque lit étudié sont déterminées, et deux diamètres effectifs sont déduits des équations 4.6 et 4.7 :

$$d_K = \sqrt{\frac{K h_K (1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3}} \quad (4.9)$$

$$d_\eta = \frac{\eta h_\eta (1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3}. \quad (4.10)$$

Du fait de la dispersion relativement importantes dans les valeurs recommandées pour les constantes h_K et h_η , des essais de pertes de pression ont été menés sur des lits monodisperses de billes telles que présentées dans le tableau 3.1 pour déterminer les meilleures valeurs pour nos particules. Les résultats montrent que $h_K = 181$ et $h_\eta = 1.63$, ce qui est proche des recommandations. Ces valeurs sont utilisées dans tout ce chapitre, ainsi que dans le chapitre 6, pour la détermination des perméabilités et des passabilités des lits utilisés lors de l'étude des écoulements diphasiques.

Lorsque le lit est composé de billes de tailles multiples, les valeurs constatées pour d_K et d_η sont très proches, ce qui conduit à écrire :

$$d_K = d_\eta. \quad (4.11)$$

De plus, pour chacun des lits étudiés, ces valeurs sont très proches du diamètre de Sauter :

$$d_K = d_\eta = d_{St} = \frac{6V_{part}}{S_{part}} \quad (4.12)$$

où d_{St} est le diamètre de Sauter, et où V_{part} et S_{part} représentent le volume total et la surface totale de toutes les particules qui composent le lit.

Dans le cas des lits de particules non-sphériques les valeurs de d_K et d_η diffèrent. On montre que pour chacun des lits étudiés, les diamètres effectifs peuvent être prédits par les relations suivantes :

$$d_K = d_{St} \quad (4.13)$$

$$d_\eta = d_{St} \times \psi \quad (4.14)$$

où ψ est un coefficient de sphéricité, calculé par :

$$\psi = \frac{\pi^{1/3} (6v_{part})^{2/3}}{S_{part}}, \quad (4.15)$$

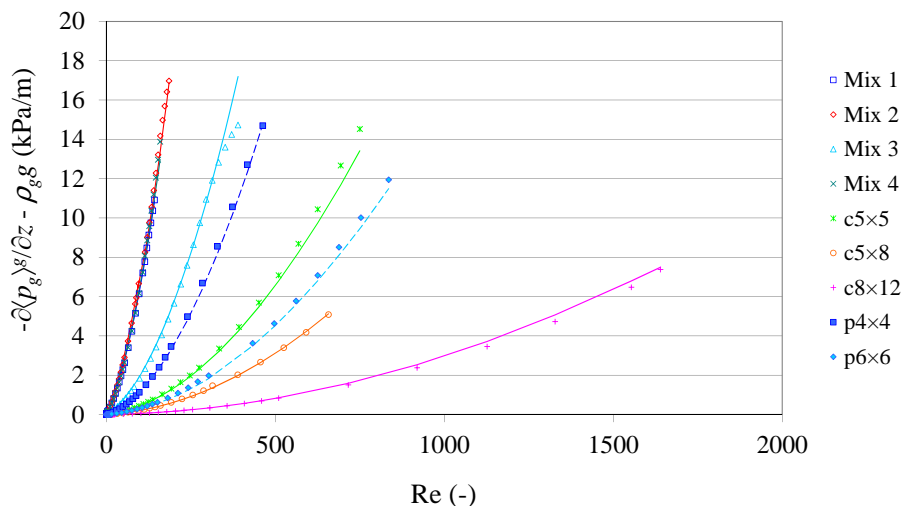
v_{part} et s_{part} représentant le volume moyen et la surface d'une seule particule du lit.

Ce résultat est cohérent avec l'équation 4.12, car la sphéricité des billes est égale à 1. Ainsi, la perte de pression monophasiques à l'intérieur des lits étudiés, représentatifs de lits de débris, peut être calculée (voir figure 4.1), par la corrélation suivante :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g\right) = \mu_\beta \frac{181(1-\varepsilon)^2}{d_{St}^2 \varepsilon^3} \langle v_\beta \rangle + \rho_\beta \frac{1.63(1-\varepsilon)}{d_{St} \psi \varepsilon^3} \langle v_\beta \rangle^2. \quad (4.16)$$

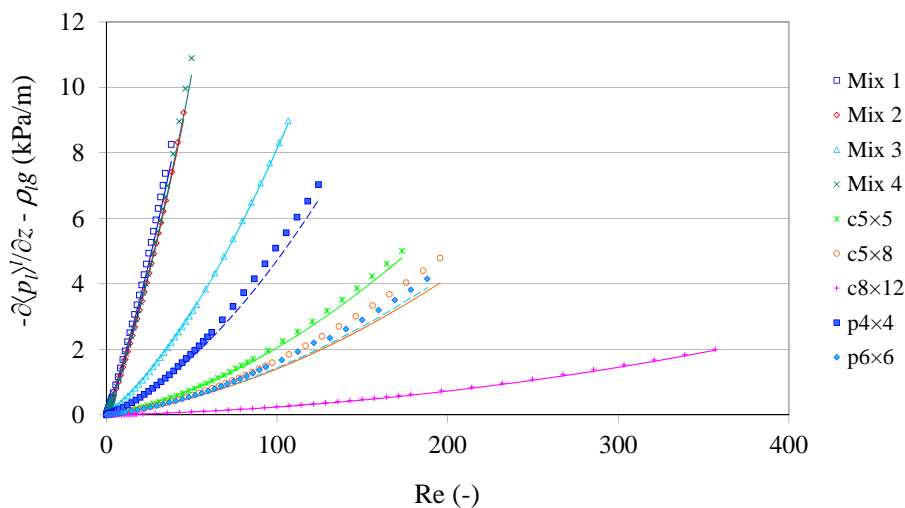
Cette relation présente un excellent accord avec les données expérimentales, avec un écart inférieur à 10 %.

Prédiction de la perte de pression dans un lit complexe
Écoulement monophasique air



(a) Écoulement d'air

Prédiction de la perte de pression dans un lit complexe
Écoulement monophasique eau



(b) Écoulement d'eau

FIGURE 4.1 – Comparaison directe de la prédiction de l'équation 4.16 (courbes) aux mesures de gradients de pression (symboles) en écoulement monophasiques à travers les lits complexes étudiés dans ce chapitre.

Experimental investigation on single-phase pressure losses in nuclear debris beds: Identification of flow regimes and effective diameter

Published in *Nuclear engineering and design*, vol. 292, pp. 222-236 (2015)

Received 2 April 2015; Accepted after revision 5 July 2015

Abstract

During a severe nuclear power plant accident, the degradation of the reactor core can lead to the formation of debris beds. The main accident management procedure consists in injecting water inside the reactor vessel. Nevertheless, large uncertainties remain regarding the coolability of such debris beds. Motivated by the reduction of these uncertainties, experiments have been conducted on the CALIDE facility in order to investigate single-phase pressure losses in representative debris beds. In this paper, these results are presented and analyzed in order to identify a simple single-phase flow pressure loss correlation for debris-bed-like particle beds in reflooding conditions, which cover Darcian to Weakly Turbulent flow regimes.

The first part of this work is dedicated to study macro-scale pressure losses generated by debris-bed-like particle beds, i.e., high sphericity ($> 80\%$) particle beds with relatively small size dispersion (from 1 mm to 10 mm). A Darcy-Forchheimer law, involving the sum of a linear term and a quadratic deviation, with respect to filtration velocity, has been found to be relevant to describe this behaviour in Darcy, Strong Inertial and Weak Turbulent regimes. It has also been observed that, in a restricted domain ($Re = 15$ to $Re = 30$) between Darcy and Weak Inertial regimes, deviation is better described by a cubic term, which corresponds to the so-called Weak Inertial regime.

The second part of this work aims at identifying expressions for coefficients of linear and quadratic terms in Darcy-Forchheimer law, in order to obtain a predictive correlation. In the case of monodisperse beds, and according to the Ergun equation, they depend on the porosity of the medium, empirical constants and the

diameter of the particles. Applicability of the Ergun equation for debris-bed-like particle beds has been investigated by assessing the possibility to evaluate equivalent diameters, i.e., characteristic length allowing correct predictions of linear and quadratic terms by the Ergun equation. It has been observed that the Sauter diameter of particles allows a very precise prediction of the linear term, by less than 10 % in most cases, while the quadratic term can be predicted using the product of the Sauter diameter and a sphericity coefficient as an equivalent diameter, by about 15 %.

4.1 Introduction

In the course of a severe nuclear accident, the heat up of the core after complete or partial dry-out can lead to a collapse of fuel assemblies and to the formation of a debris bed, which is much more difficult to cool down than the intact fuel assemblies. This phenomenon has been observed in the TMI-2 highly damaged core in 1979 [Broughton 89], and reproduced in many experimental programs: LOFT [Hobbins 90], PHEBUS [Repetto 90], PBF [Petti 89]. Removal of the decay heat from the debris bed by reflooding is essential for the mitigation of the accident. However, the success of this operation can be compromised by many factors, such as decay heat power, exothermal oxidation of Zirconium by steam, or a too weak permeability of the bed, and can not be predicted on the basis of current knowledge and understanding. This implies to study how water penetrates this degraded geometry, which can be described as a hot porous medium.

Many analytical experimental programs have been, and still are dedicated to that question. [Tutu 84] and [Ginsberg 86] performed the first small scale experiments (18 kg of debris) on reflooding of single-size spherical particle beds, i.e., monodisperse beds. Experiments of [Wang 88], and, later, the SILFIDE program by EdF [Atkhen 06], allowed to reach larger scales (70 kg of debris) and to simulate residual power by an induction heating. During the late-2000s, more representative conditions were investigated during experiments of DEBRIS [Rashid 08], POMECO [Li 11a, Li 11b] and PRELUDE [Repetto 11] programs, where higher temperatures, up to 1000 °C, were investigated, as well as multi-dimensional effects, for example by use of a lateral by-pass to simulate the effect of non-degraded assemblies in the outer parts of the core. Nowadays, the PEARL program [Chikhi 14a] aims at investigating the effect of higher temperatures, larger scales and pressure.

In this framework, a new facility, CALIDE, has been built at IRSN (Cadarache, France), in order to study pressure losses generated in representative debris beds in reflooding conditions. The relevance of this study lies in the fact that pressure losses constitute a key parameter governing water penetration in a hot debris bed, and that no consensus exists on correlations valid for beds packed with coarse and/or multi-sized particles [Ozahi 08, Li 11a, Li 11b, MacDonald 91]. Establishment of accurate correlations for pressure losses in porous media are therefore necessary for interpretation of reflooding experiments and their numerical simulation with severe accident codes. Both single and two-phase flow correlations are needed, since both these configurations occur in a hot particle bed during reflooding (see Figure 4.2): two-phase flows occur near the quenching front, while single-phase flows, steam or liquid water, occur in upstream and downstream parts. In this work, experimental results obtained with single-phase flows in the CALIDE facility will be analyzed in order to derive a simple macro-scale correlation for single-phase pressure losses validated for porous media representative of nuclear debris beds, and for flowing conditions representative of a reflooding.

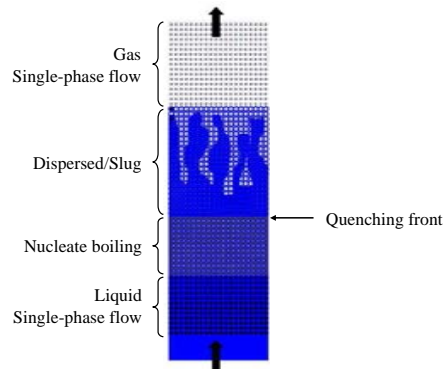


Figure 4.2 : Schematic view of flow structure in debris beds during reflooding.

A detailed description of the CALIDE facility and of the studied particle beds are provided in section 4.2. The CALIDE facility is designed to reproduce the characteristic filtration velocities during reflooding, which basically correspond to Reynolds numbers ranging from $Re = 15$ to $Re = 100$ in liquid parts, and to $Re \approx 1000$ in gas parts [Repetto 11], Reynolds number being defined by:

$$Re = \frac{d_{st} U \rho}{\mu (1 - \varepsilon)}, \quad (4.17)$$

where ρ and μ are the density and dynamic viscosity of the fluid, respectively, ε

is the porosity of the medium, and U and d_{St} are the characteristic speed and dimension. U is the filtration velocity, or the Darcy velocity, defined as:

$$U = \frac{Q}{\pi D^2/4}, \quad (4.18)$$

where Q is the volumetric flow, and D the diameter of the test section. The characteristic dimension d_{St} is the Sauter diameter of the particles, defined by:

$$d_{St} = \frac{6V_{part}}{S_{part}}, \quad (4.19)$$

where V_{part} and S_{part} are the total volume and surface of the particles, respectively.

Many definitions exist for Reynolds number in porous media. The expression used in this work (equation 4.17), and in particular the $1/(1 - \varepsilon)$ factor, is obtained during the derivation of the Ergun equation from the Kozeny model [du Plessis 08]. It has been used in similar situations [Ozahi 08, Li 11a, Li 11b].

Experimental particle beds are chosen to be representative of real debris beds, which basically consist in coarse convex particles of size ranging from a few hundred microns to approximately 10 mm, with average porosity of 40 % [Chikhi 14b].

Flowing conditions during reflooding are beyond the validity domain of the Darcy's law, which only holds in the creeping regime, up to Reynolds number of a few units to a dozen, depending on the medium [Chauveteau 67, Mei 91, Lasseux 11]. In a macroscopically isotropic medium through which a one-dimensional upward flow occurs, Darcy's law can be expressed as:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K}U, \quad (4.20)$$

where P is the pressure, g the gravity acceleration, and K the permeability of the medium. When the fluid velocity increases, deformation of the streamlines occur in largest pores, followed by local recirculations, due to pore-scale inertial effects, then progressively in smaller and smaller pores, as shown by [Chauveteau 67]. Similarly, for Reynolds numbers of a few hundreds or thousands [Dybbs 84, Latifi 89, Kuwahara 98], pore-scale turbulence appears. Macroscopically, it results in deviations to Darcy's law, or so-called Forchheimer effects [Forchheimer 01], which are often represented by the following mathematical form:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K}U + bU^n. \quad (4.21)$$

The value of exponent n depends on flow regime and pore-scale geometrical structure. Its determination for CALIDE debris beds is the purpose of section 4.3. In structured distillation packings, for example, [Soulaine 14] observed $n = 3/2$, while a quadratic deviation ($n = 2$) usually fits well with experimental data for Strong Inertial regime in disordered spherical particle beds [Forchheimer 01, Ergun 52, MacDonald 79, Li 11a, Li 11b], as well as numerical simulations [Lasseux 08, Lasseux 11]. Furthermore, it can be mathematically derived from Navier-Stokes equations, using homogenization method [Mei 91, Wodié 91, Firdaouss 97], that the first deviations to Darcy’s law should fit with a cubic law ($n = 3$), which corresponds to the so-called “Weak Inertial” regime. Although supported by numerical simulations [Lasseux 11, Yazdchi 12], the occurrence of Weak Inertial regime in disordered particle beds has never been experimentally observed, to our knowledge, because of the very low magnitude of the cubic term, which is usually lost in measurement uncertainties. This explains why a quadratic law is usually considered as an accurate description of deviations to Darcy’s law from Darcy to Turbulent regimes in this class of media. Nevertheless, and given the high precision of the instrumentation of the CALIDE facility, the existence of Weak Inertial regime is worth investigating, especially considering the lack of experimental data concerning that question in the literature.

Quantitative prediction of pressure losses necessitates expressions for coefficients of linear and non-linear terms. In this work, expressions for Darcy (linear) and Strong Inertial (quadratic) terms will be determined. Most often, as it will be discussed later, cubic deviations do not play a significant role, given their magnitude and the range of Reynolds numbers encountered in practice. For that reason, no expression will be sought for coefficient of the cubic term in Weak Inertial regime.

In the case of monodisperse beds, a validated model for pressure losses is the Ergun’s law [Ergun 52], widely used in chemical and petroleum engineering [Nemec 05, Shaban 95]:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K}U + \frac{\rho}{\eta}U^2, \quad (4.22)$$

where η is the “passability” of the medium, permeability and passability being calculated by:

$$K = \frac{\varepsilon^3 d^2}{h_K (1 - \varepsilon)^2} \quad (4.23)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon^3 d}{h_\eta (1 - \varepsilon)}, \quad (4.24)$$

where ε is the porosity of the bed, d the diameter of the particles and h_K and h_η are the Ergun constants.

Equations 4.23 and 4.24 are empirical correlations established for monodisperse beds. In section 4.4, their applicability to debris-bed-like media will be investigated, by assessing the possibility to define equivalent diameters, i.e., characteristic dimensions allowing correct predictions of permeability and passability terms when injected in equations 4.23 or 4.24. Although physically meaningless, this kind of approach has been found to be relevant, from an empirical point of view, for permeability prediction of this class of media [Chikhi 14b]. In this work, different equivalent diameters will be sought for permeability (d_K) and passability (d_η), among available values of literature [Ozahi 08, Li 11b].

4.2 CALIDE

4.2.1 Experimental facility

The CALIDE facility, as illustrated in figure 4.3, is an air/water loop at room temperature and pressure. Its instrumentation allows measurement of pressure losses versus flow-rates in a 93.96 ± 0.04 mm diameter cylindrical test section that contains a particle bed. Six radial holes uniformly distributed along the section allow pressure tapping at different levels inside, downstream and upstream the debris bed. A stainless steel wire mesh is placed at the bottom of the test section to support the bed. A mark is drawn on the test section 499.0 ± 1.6 mm above the bottom wire mesh and is used to adjust the bed height.

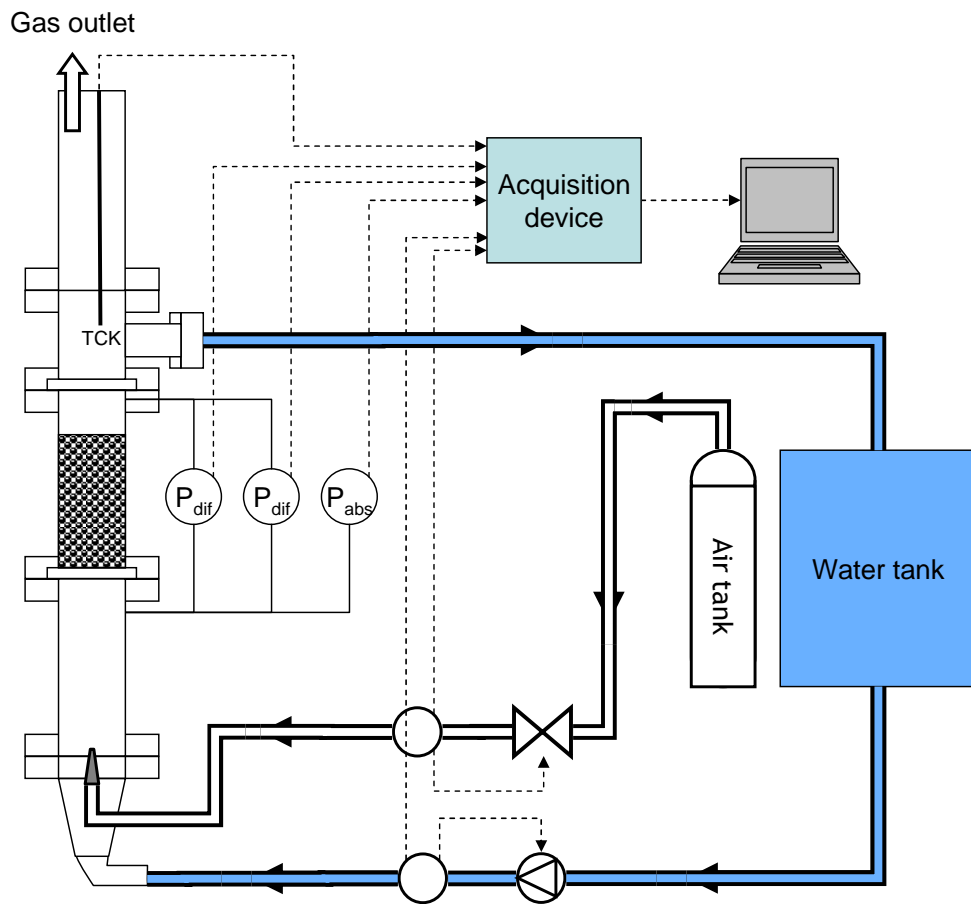


Figure 4.3 : Schematic representation of the CALIDE facility

Particles are chosen to be representative of nuclear fuel debris, in terms of size and shape, and are presented in next paragraph. Water and gas flow rates are determined so that filtration velocity is representative of water or steam filtration velocity during a reflooding of a debris bed. According to the Probabilistic Safety Analysis [Durin 13], reflooding of a debris bed is most likely to occur at a primary pressure ranging from 1 to 10 bar. For this pressure range, the amount of water that can be provided by the safety injection system in a French 1300 MWe PWR ranges between 1300 m³/h and 200 m³/h, which corresponds to filtration velocity of between 32 mm/s and 5 mm/s (the diameter of the vessel is 3.76 m). Evaluation of flowing conditions in the gas phase requires an assumption on steam flowrate. In PRELUDE experiments [Repetto 13], steam productions up to 100 g/s have been observed for reflooding velocities of 5 mm/s, which corresponds to a steam filtration velocity of 7.2 m/s.

Thus, instrumentation allows measurements of air flows (up to 1000 Nl/min \pm 0.5 % \equiv 2.58 m/s at 20 °C, 1 atm), water flows (up to 600 kg/h \pm 0.2 % \equiv 24 mm/s), pressure drops (up to 200 mbar \pm 0.04 %), absolute pressure and fluid temperature. Range and accuracy of each sensor used in CALIDE are listed in Table 4.1. Air flows, water flows and pressure drops are measured using respectively three air flow-meters-regulating valves (small, medium and large range), two water flow-meters commanding two regulated pumps (small and large range) and two differential pressure sensors (small and large range). Using several sensors for fluid flows and pressure drops was found to be necessary in order to minimize measurement uncertainties at both low and high flow rates.

A thermocouple and an absolute pressure sensor measure the temperature in the test section, which is considered as uniform, and the absolute pressure at the bottom of the debris bed, in order to determine the physical properties of the fluid. Density and viscosity of water are determined from tabulated values [Lide 90] and temperature. The viscosity of the air is deduced from the temperature, using the Sutherland law [Lide 90], and its density is determined from the perfect gas law:

$$\rho = \frac{P - \Delta P/2}{rT}, \quad (4.25)$$

where P is the absolute pressure, ΔP is the pressure loss in the debris bed, T the absolute temperature and r the specific gas constant, which is equal to 287 for air. Density is calculated for the average pressure in the debris bed $P - \Delta P/2$ to

Name		Range	Accuracy
Air flow	BRONKHORST® F-201-CV	0 – 10 Nl/min	0.5 % × <i>Reading</i>
	BRONKHORST® F-202-AV	0 – 200 Nl/min	
	BRONKHORST® F-203-AV	0 – 1000 Nl/min	+0.1 % × <i>Range</i>
Water flow	BRONKHORST® Cori-Flow M14	0 – 30 kg/h	0.2 % × <i>Reading</i>
	BRONKHORST® Cori-Flow M55	0 – 600 kg/h	

(a) Flow-meters

Name		Range	Max. Range (MR)	Accuracy
Diff	ROSEMOUNT® 3051	–1 – 7 mbar	±14.19 mbar	0.045 % × <i>MR</i>
	ROSEMOUNT® 3051	–10 – 200 mbar	±1246 mbar	0.04 % × <i>Reading</i> +0.023 % × <i>MR</i>
Abs	ROSEMOUNT® 3051	0 – 2 bar	55.2 bar	0.025 % × <i>Range</i>

(b) Pressure sensors

Table 4.1 : Instrumentation used on the CALIDE facility

account for the gas compressibility (report to the appendix in section 4.6 for more details).

4.2.2 Particle beds

An exhaustive state-of-the-art on debris bed granulometry can be found in [Chikhi 14b]. In this part, the main results of that study are summarized.

Fuel pellets naturally crack during normal operation [Olander 90]. The size and shape of debris were investigated by experimental programs, like LOFT [Hobbins 90], PHEBUS [Repetto 90] or PBF [Petti 89] and examination of the debris bed formed in the TMI-2 damaged core [Akers 86]. From the cracking model of Oguma [Oguma 83] and literature review, [Coindreau 13] estimated that the shape of the fuel fragments should be similar to prisms and that their sizes should range from 2.4 to 3.2 mm

as long as the fuel burn-up remains under 40 GWd/tU, and that very thin particles are not produced or do not remain into the bed (up to 30 μm particles could appear beyond this value, by the fragmentation of the high burn-up structures).

The size of fuel fragments in TMI-2 core ranges from 0.3 to 4 mm, and its average value is of the order of 2 mm [Akers 86]. This is consistent with the results of LOFT and PBF programs [Chikhi 14b]. Concerning cladding particles, it can be calculated [Coindreau 13] that their average Sauter diameter ranges from 1.1 to 1.7 mm.

The porosity of the TMI-2 debris bed has been determined by [Akers 86], and has been found to range from 0.35 to 0.55. An average value of 0.4 is usually used for safety analysis, and for moderately irradiated fuel, for example by [Bürger 06].




Spheres		Diameter (mm)	Density (kg/m^3)	
1.5 mm		1.574 ± 0.031	2574.0 ± 7.4	
2 mm		2.086 ± 0.033	2568.0 ± 7.4	
3 mm		2.940 ± 0.044	2560.0 ± 7.4	
4 mm		4.058 ± 0.031	2560.0 ± 7.4	
8 mm		7.877 ± 0.116	2568.0 ± 7.4	
Cylinders		Diameter (mm)	Height	Density (kg/m^3)
5×5 mm		5.13 ± 0.08	4.53 ± 0.23	2572.0 ± 7.4
5×8 mm		4.86 ± 0.08	7.39 ± 0.37	3046.0 ± 8.8
8×12 mm		7.99 ± 0.10	11.16 ± 0.48	2568.0 ± 7.4
Prisms		Side (mm)	Height	Density (kg/m^3)
4×4 mm		4.15 ± 0.11	3.84 ± 0.13	2568.0 ± 7.4
6×6 mm		6.11 ± 0.15	5.87 ± 0.19	2452.0 ± 7.1

Table 4.2 : Spherical and non-spherical particles used in CALIDE experiments. Materials are glass for spherical particles and porcelain for non spherical particles

Geometry of debris beds is different when created from re-solidification of molten materials falling in liquid water. Granulometry of this kind of debris beds has been investigated by many experimental programs on steam explosions. Although the average size of particle is comparable with in-core debris, ranging from 1 mm

Cylinder	Flowing fluid	ε
5 × 5	air	0.3525 ± 0.0041
	water	0.3525 ± 0.0041
5 × 8	air	0.3954 ± 0.0047
	water	0.3843 ± 0.0045
8 × 12	air	0.3855 ± 0.0053
	water	0.3642 ± 0.0065
Prism	Flowing fluid	ε
4 × 4	air	0.3646 ± 0.0041
	water	0.3750 ± 0.0064
6 × 6	air	0.3699 ± 0.0065
	water	0.3666 ± 0.0065

(a) Non-spherical particle beds

Mixture Number	1.5 mm (%w)	2 mm (%w)	3 mm (%w)	4 mm (%w)	8 mm (%w)	Flowing fluid	ε
1	68.81	—	—	21.05	10.14	air	0.3592 ± 0.0064
						water	0.3592 ± 0.0064
2	59.48	—	28.28	12.24	—	air	0.3526 ± 0.0039
						water	0.3646 ± 0.0038
3	—	43.95	—	40.07	15.98	air	0.3542 ± 0.0049
						water	0.3578 ± 0.0064
4	38.69	36.95	22.64	1.06	0.67	air	0.3592 ± 0.0064
						water	0.3587 ± 0.0064

(b) Mixtures of spherical particles

Table 4.3 : Characteristics of particle beds. Different beds, although packed with the same particles, have been used for air and water experiments, which explains why porosity can be slightly different in air and water flows

[Huhtiniemi 97, Huhtiniemi 99] to 5 mm [Spencer 94], the size distribution is much wider. For example, sizes varying from 0.25 to more than 10 mm have been observed in the FARO experiments [Magallon 01]. Porosity of this kind of bed has been observed to be higher than fuel debris beds, ranging from 0.50 to almost 0.70 [Chikhi 14b]. But [Ma 10] pointed out that particles, in that case, present an important internal porosity, which leads to overestimate the effective porosity. Thus, these values should not be considered as references.

Therefore, the size of the debris ranges from a few hundred microns to approximately 10 mm. Porosity of debris beds ranges from 35 % to 55 %.

As explained in the introduction, particle beds studied in CALIDE are designed to be representative of nuclear debris beds. They are presented in Table 4.2. Non-spherical particle beds and mixtures of spherical particles have been studied.

Non spherical particles (Table 4.2) consist in three kinds of cylinders and two kinds of prisms. Their dimensions are of the order of fuel pellets fragments. For each kind of particle, geometrical characteristics (diameter, side length, height, surface, volume) have been determined from samples of 10 particles. Diameters and heights have been measured with a caliper, prisms length and particle surface have been determined from picture analysis, and particle volumes have been determined by the water displacement method, which also allowed to measure the particle densities. Table 4.3a summarizes porosity of each bed for air and water experiments.

Nominal sizes of spherical particles range from 1.5 to 8 mm. For each size, actual diameters have been measured with a caliper in 4 directions for each one of a 30 particles representative sample. The obtained mean values and standard deviations are summarized in Table 4.2. Multi-sized spherical particle beds have been considered, in order to study the effect of size distribution on pressure losses. Table 4.3b summarizes the composition and porosity of each mixture.

4.2.3 Determination of porosity

Pressure loss is very sensitive to porosity. The adopted method consists in determining the volume of the pores by measuring the mass of water m_w that is necessary to fill it up. The bed height is precisely adjusted on a reference mark

situated $H = 499.0 \pm 1.6$ mm above the bottom supporting wire mesh. Knowing the diameter D of the test section, porosity can then be determined by:

$$\varepsilon = \frac{m_w 4}{\rho_w \pi D^2 H}. \quad (4.26)$$

Porosities of each bed are summarized in Tables 4.3a and 4.3b. They range from 35 % to 40 %, which fits the average porosity of debris beds.

4.3 Identification of single-phase flow regimes in particle beds

As explained in the introduction, Darcy's law only holds in creeping regime, for Reynolds numbers lower than a limit value ranging from 1 to 10 [Chauveteau 67, Mei 91, Lasseux 11]. For higher Reynolds numbers, modifications in pore-scale flow structure lead to a deviation to Darcy's law, or Forchheimer effects. In non-structured particle beds, this deviation is usually admitted to be quadratic. However, it has been shown, by theoretical considerations and by numerical simulations, that this is an approximation and that deviation to Darcy's law should be cubic [Wodié 91, Firdaouss 97, Lasseux 11, Yazdchi 12]. This assertion has never been confirmed by experimental observations, to our knowledge, in disordered porous media. In this section, an investigation on the form of deviations to Darcy's law is proposed for particle beds representative of nuclear debris beds.

4.3.1 Darcy regime

Darcy regime is characterized by a linear dependence between pressure losses and filtration velocity:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K} U, \quad (4.27)$$

where K is the permeability of the medium. Equation 4.27 is equivalent to:

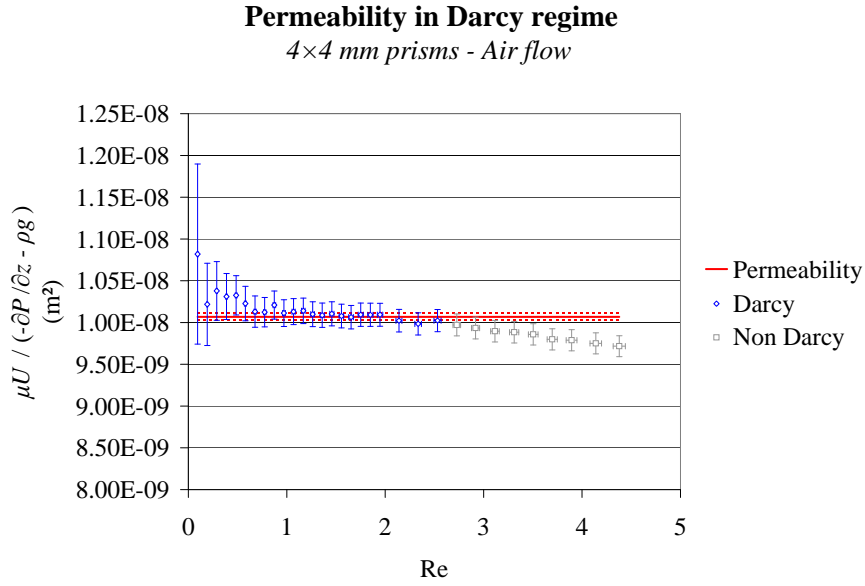


Figure 4.4 : Evolution of expression 4.28 at low Reynolds number for 4×4 mm prisms in air flow. Its value is constant for $Re < 2.5$.

$$\frac{\mu U}{-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g} = K. \quad (4.28)$$

Thus, the left hand side term of equation 4.28 should be constant and equal to the permeability when Darcy regime occurs. Then it should progressively decrease when inertial effects appear. Figure 4.4 shows its evolution in the case of 4×4 mm prisms in air flow. Except for very low Reynolds numbers, where measurement uncertainties cause an important noise, Darcy regime is clearly identified up to a limit value of 2.5, approximately.

Precise determination of this limit is not obvious, since the magnitude of Forchheimer effects around this point is below measurement uncertainties. An arbitrary criterion is used here, and consists in verification that the permeability, identified by application of least square fitting between pressure losses and filtration velocity corresponding to diamond symbols in figure 4.4, and represented by the continuous line, must be included within the uncertainty range of all values of expression 4.28 in Darcy regime.

Similar behaviours are observed for all particle beds in this study, and for air

and water flows, and are summarized in Figures 4.5a to 4.5d. For reasons of clarity, evolution of expression 4.28 is shown in Darcy regime only, up to apparition of Forchheimer effects. Thus, Darcy’s law constitutes a rigorous description of macroscale behaviour of pressure losses, except at very low Reynolds number for certain particle beds, where permeability is significantly smaller. This kind of “pre-darcy” regime, which is not supported by any theoretical development, requires further analysis. However, the authors point out that it occurs at small Reynolds numbers, where pressure losses are very weak (of the order of 1 Pa). Therefore, it could be caused by an experimental error, for example an unforeseen singular pressure drop, or a drift of the pressure sensor.

The limit Reynolds number for Darcy’s regime, in these experiments, ranges between 2 (4×4 mm prisms in air flow, figure 4.5a) and 15 (8×12 mm cyinders in water flow, figure 4.5b), which is consistent with literature [Chauveteau 67, Mei 91, Lasseux 11].

This study also allowed to determine the permeabilities of the tested particle beds, which will be used in next paragraphs to determine the deviation to Darcy’s law at higher Reynolds numbers, and in section 4.4 to identify a correlation for permeability of the tested particle beds.

4.3.2 Weak inertial regime

As explained in the introduction, first pore-scale inertial effects should result in a cubic deviation to Darcy’s law, which corresponds to the Weak Inertial regime:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K}U + bU^3. \quad (4.29)$$

The Weak Inertial regime has been theoretically derived from Navier-Stokes equations using the Homogenization method [Mei 91, Wodié 91, Firdaouss 97] and reproduced by numerical simulations [Lasseux 11, Yazdchi 12], but never observed experimentally in disordered particle beds. Indeed, experimental observation is very difficult, because of the very low magnitude of the cubic deviation, which is lost in measurement noise. Nevertheless, and given the high precision of the instrumentation of the CALIDE facility, the existence of Weak Inertial regime in tested

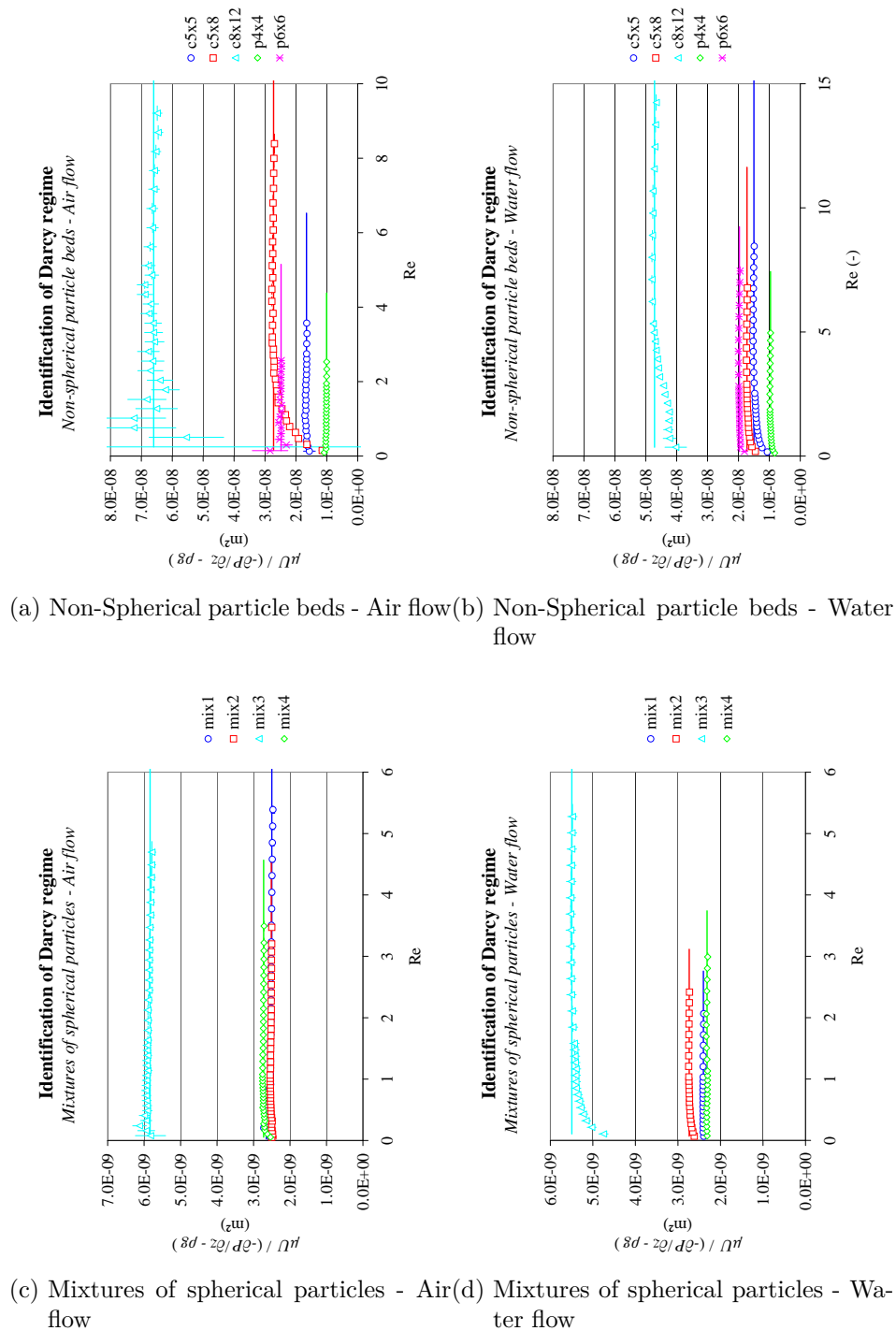


Figure 4.5 : Identification of Darcy regime for beds packed with non-spherical particles and multi-sized spherical particles. For each bed, the value of the permeability identified with least square method is plotted as constant continuous lines. $c5 \times 5$ means $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ cylinders, $p4 \times 4$ means $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ prisms, mix1 means mixture n°1 in Table 4.3b, etc.

particle beds is worth investigating, especially considering the lack of experimental data on that question.

Equation 4.29 is equivalent to a linear dependence between deviation to Darcy's law and Reynolds number power 3:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g - \frac{\mu}{K}U = bU^3 = b'Re^3, \quad (4.30)$$

or, equivalently, to a linear dependence between deviation to Darcy's law, normalized by the Darcy term, and Reynolds number squared:

$$\frac{-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g - \frac{\mu}{K}U}{\frac{\mu}{K}U} = \frac{bU^3}{\frac{\mu}{K}U} = \frac{bK}{\mu}U^2 = b''Re^2. \quad (4.31)$$

Figure 4.6 represents a log-log plot of normalized deviations to Darcy's law for 4×4 mm prisms with Reynolds number. Deviations emerge from experimental noise beyond $Re > 10$, and fit with a power law of exponent 2.07. A change of behavior is observed around $Re = 20$, the slope of the correlation dropping from 2.07 to 1.24 beyond that point, which is much closer to the expected value in case of quadratic deviations to Darcy's law, which is 1.

Similar behavior has been observed for all particle beds, in air and water flow. Results are summarized in Figures 4.7a to 4.7d. First deviations to Darcy's law fit with power laws of exponents ranging from 1.6 to 3.3 and globally close to 2 (expressions are given in the legend of the graphs). Beyond a limit value for Reynolds number, which depends on the medium but ranges from 5 to 50 approximately, the slope of the correlation drops to a value close to 1. However, and for reasons of clarity, data are not shown beyond that limit in Figures 4.7a to 4.7d.

This shows that deviations to Darcy's law significantly differ from the quadratic law as long as Reynolds number remains below certain limits, and that they can be described by power laws of exponents globally of the order of 2. This supports the existence of the Weak Inertial regime in disordered particle beds, and Equation 4.29 seems plausible to describe the behavior of pressure losses in that regime. However, it should be pointed out that measurement uncertainties are quite large, because of the weakness of the magnitude of the Weak Inertial deviations, and that further studies should be conducted on that question.

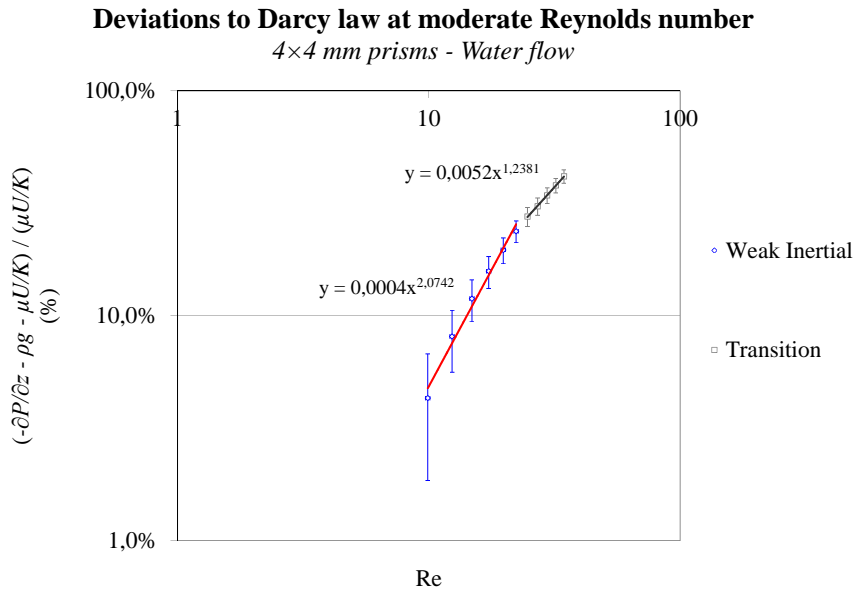


Figure 4.6 : Normalized deviations to the Darcy's law versus Reynolds number in the case of 4×4 mm prisms in water flow.

4.3.3 Strong inertial regime

A quadratic deviation to Darcy's law usually fits well with experimental data at high Reynolds numbers in disordered particle beds [Forchheimer 01, Ergun 52, MacDonald 79, Nemeč 05, Ozahi 08, Li 11a], which corresponds to the Strong Inertial regime, as opposed to the Weak Inertial regime:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K}U + \frac{\rho}{\eta}U^2. \quad (4.32)$$

Verification of the applicability of this equation to the bed tested in this study will be made by using a method analog to the one used in Darcy regime in section 4.3.1, which consists in studying the evolution with Reynolds number of the expression:

$$\frac{\rho U^2}{-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g - \frac{\mu}{K}U}, \quad (4.33)$$

which should be constant and equal to the passability η if equation 4.32 is verified. Figure 4.8 presents the evolution of expression 4.33 with Reynolds number

4.3 Identification of single-phase flow regimes in particle beds

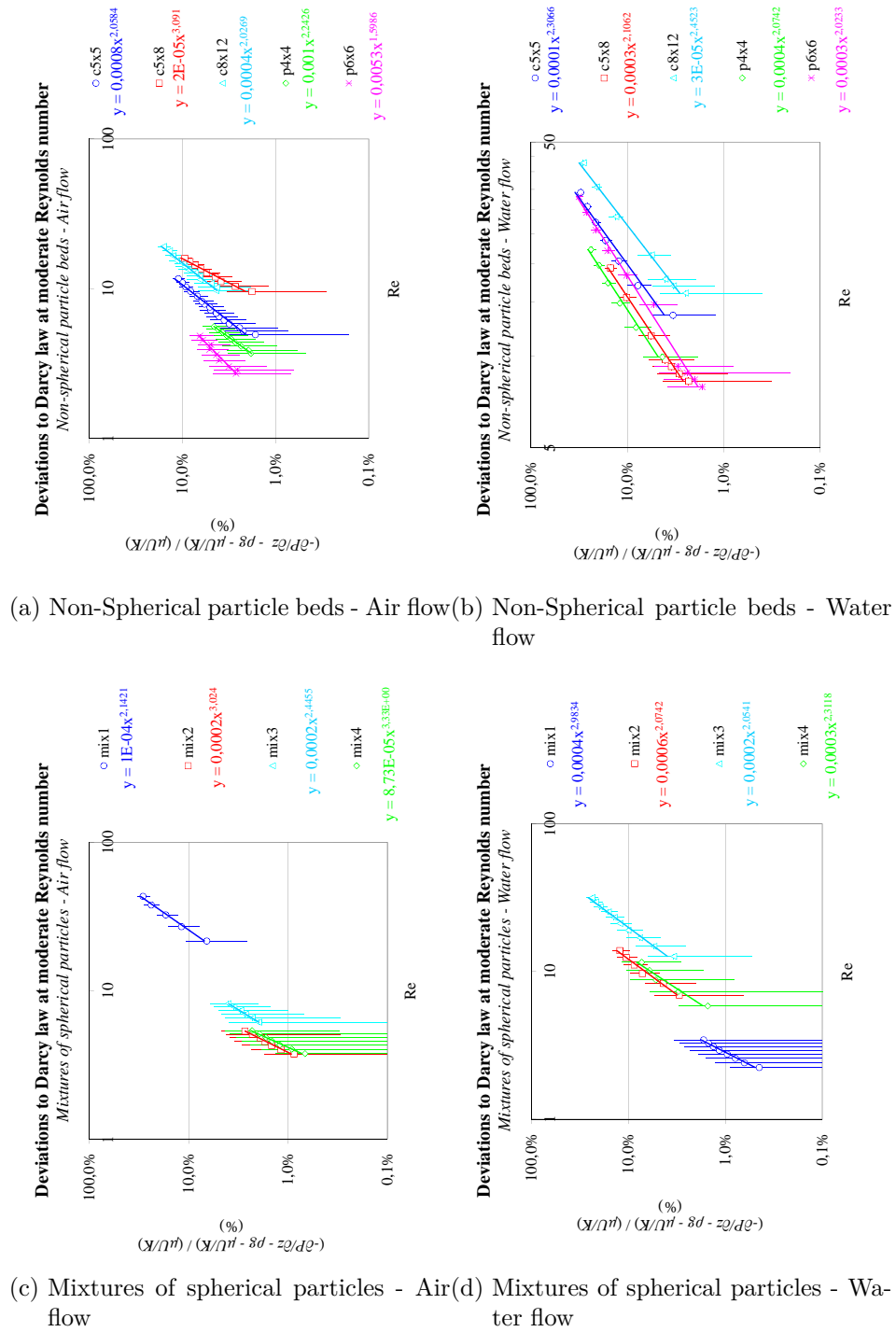


Figure 4.7 : Normalized deviations to Darcy's law in Weak Inertial regime versus Reynolds number.

between Weak Inertial regime and maximum flow velocity observed in that study, for 8×12 mm cylinders in water flow. A constant value is observed for $Re > 80$, which means that equation 4.32 is verified, and so that deviations to Darcy can be described by a quadratic law in that domain. It has been shown that these deviations fit with a cubic law in Weak Inertial regime, which applies between Darcy regime and $Re < 50$ in that case. Between $Re = 50$ and $Re = 80$, neither cubic nor quadratic law fits with experimental data. This corresponds to the “transition” regime in Figure 4.8.

Similar behaviours, summarized in Figures 4.10a to 4.10d, are observed for each particle bed. Expression 4.33 is found to be almost constant over a large range of Reynolds number, which means that a quadratic law is relevant to describe deviations to Darcy’s law in the Strong Inertial Regime. Since no significant change of behaviour is observed for Reynolds numbers of several hundred, where weak pore-scale turbulence, at least, should occur, we may conclude that the validity domain of this approximation can be extended to Weak Turbulent regimes.

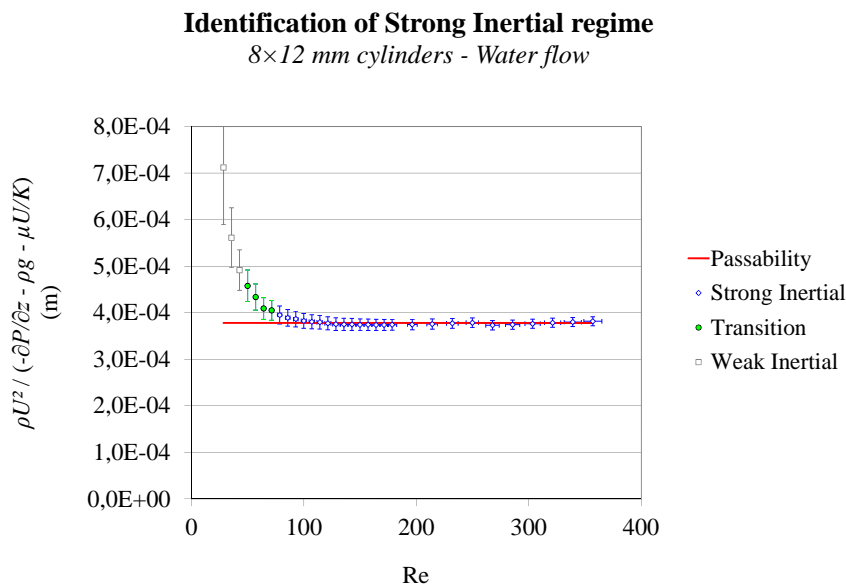


Figure 4.8 : Evolution of expression 4.33 versus Reynolds number for 8×12 mm cylinders in water flow between Weak Inertial regime and maximum flow velocity. Its value is constant for $Re > 80$.

4.3.4 Discussion

At this point, pressure losses generated by non-spherical particle beds and mixtures of spherical particle beds in single-phase air and water flows have been measured in the CALIDE experimental facility. These measurements allowed to identify 3 flow regimes (Figure 4.9): Darcy regime, which is characterized by a linear relationship between pressure losses and filtration velocity or Reynolds number, Weak Inertial regime, characterized by a cubic deviation to Darcy's law, and Strong Inertial regime, characterized by a quadratic deviation to Darcy's law. Transition Reynolds numbers between these regimes depend on the medium but seem to be, for the observed particle beds, of the order of $Re \approx 10$ for transition between Darcy and Weak Inertial regime, and of the order of $Re \approx 30$ for transition between Weak Inertial and Strong Inertial regimes. These experiments do not give information about apparition of turbulence, but weak turbulence, at least, should occur for Reynolds numbers of several hundred, *a fortiori* for $Re \approx 1000$. However, no significant difference was observed in the macro-scale behaviour of pressure losses between Strong Inertial and Weak Turbulent regimes. Therefore, applicability of quadratic law to describe deviations to Darcy's law can be extended to Weak Turbulent regime, at least for the type of medium considered in this analysis.

It should also be pointed out that deviations to Darcy's law in Weak Inertial regimes are small compared to the Darcy term (30 % at maximum, on Figure 4.7b), and sometimes even smaller than measurement uncertainties. Thus, describing Weak Inertial term by a quadratic law, instead of a cubic law, does not lead to an important error on the total pressure loss prediction. For that reason, and for simplicity of use in practical applications or codes, quadratic deviation to Darcy's law will be considered as a good approximation, also in the Weak Inertial regime.

Therefore, equation 4.32 is relevant in Weak Inertial, Strong Inertial and Weak Turbulent regimes. Furthermore, since the quadratic term becomes negligible before the Darcy term for small velocities, its validity can obviously be extended to the Darcy regime.

Establishment of a predictive correlation now requires expressions for permeability and passability, which range over more than one order of magnitude. This is the objective of the next section.

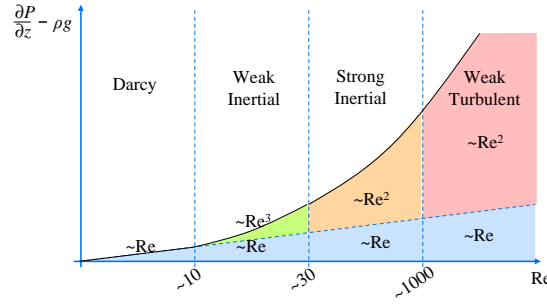


Figure 4.9 : Schematical evolution of the behaviour of pressure losses in particle beds.

4.4 Single-phase pressure losses correlation in particle beds

In previous sections, it has been established that pressure losses in the studied particle beds can be accurately described by:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{\mu}{K}U + \frac{\rho}{\eta}U^2, \quad (4.34)$$

where K and η are characteristics of the medium called permeability and passability, respectively. Permeabilities and passabilities have been experimentally determined for non-spherical particle beds and multi-sized spherical particle beds, and for air and water flows. Results are summarized in Table 4.5, for non-spherical particle beds, and in Table 4.6, for multi-sized spherical particle beds.

As said in the Introduction, expressions for permeability and passability have been proposed by [Ergun 52], in the case of monodisperse beds, i.e., single-sized spherical particle beds:

$$K = \frac{\varepsilon^3 d^2}{h_K (1 - \varepsilon)^2} \quad (4.35)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon^3 d}{h_\eta (1 - \varepsilon)}, \quad (4.36)$$

where ε is the porosity of the bed, d the diameter of the particles and h_K and h_η

4.4 Single-phase pressure losses correlation in particle beds

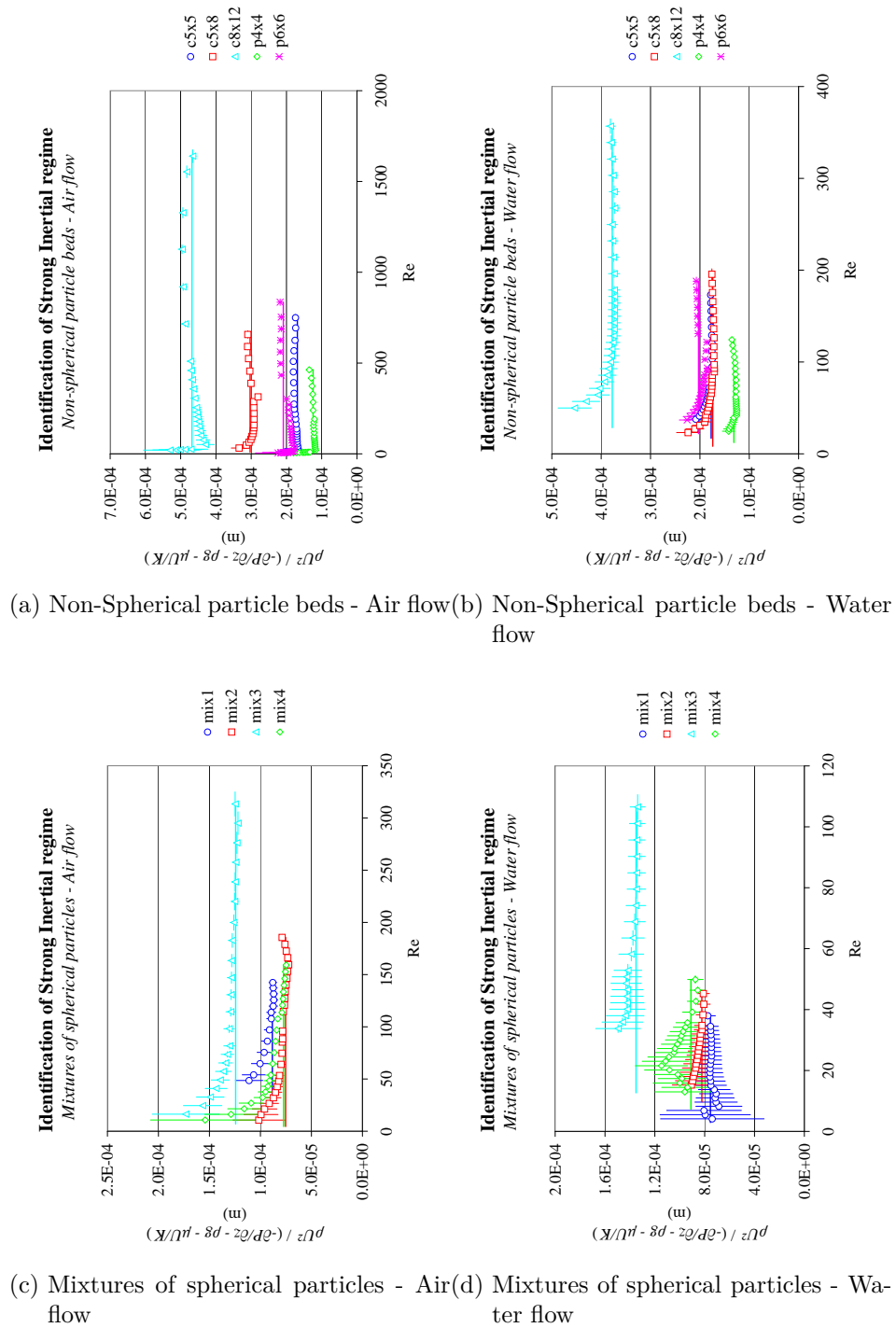


Figure 4.10 : Identification of Strong Inertial regime

two empirical parameters called the Ergun constants. The objective of this section is to investigate the applicability of these expressions to the non-monodisperse beds studied in this work, by assessing the possibility to define equivalent diameters, defined as the dimension that allows a correct prediction of permeability or passability by equations 4.35 and 4.36. Although physically meaningless if one consider the upscaling of Navier-Stokes equations, this kind of approach has been found relevant, from an empirical point of view, to predict permeability of debris-bed-like media [Chikhi 14b]. It is proposed here to extend this concept to non-Darcy flows. Thus, permeabilities and passabilities of tested particle beds will be expressed as:

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_K^2}{h_K (1 - \varepsilon)^2} \quad (4.37)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon^3 d_\eta}{h_\eta (1 - \varepsilon)}, \quad (4.38)$$

where d_K and d_η are the equivalent diameters for permeability and passability, respectively. It should be noted that d_K and d_η may be *a priori* different.

4.4.1 Ergun constants

There is little dispersion on values of Ergun constants in literature. [Ergun 52] recommended $h_K = 150$ and $h_\eta = 1.75$, while [MacDonald 79] preferred $h_K = 180$ and $h_\eta = 1.8$. [Ozahi 08] observed $h_K = 160$ and $h_\eta = 1.61$ for high Reynolds flows (800 \rightarrow 8000). Thus, recommended values for h_K and h_η may vary by more than 20 %. Furthermore, [MacDonald 79] pointed out that surface rugosity of particles is of great influence on h_η , which could range from 1.8 for smooth particles to more than 4 for very rough particles.

In order to eliminate this source of uncertainty, specific experiments on monodisperse beds have been conducted in order to determine the values of h_K and h_η for the spherical particles used in that study (Table 4.2). Thus, best fitting values for h_K and h_η have been identified for monodisperse beds packed with 1.5 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm and 8 mm glass beads, in air and water flows. Results are summarized in Table 4.4. Ergun constants seem to differ when identified with air or water data, which could indicate that the pore-scale flow structure is different

in air and water flows. However, the identified values remain within the range of literature recommendations. Besides, the Ergun law is an empirical correlation, and significant dispersions have been observed for h_K and h_η . Macdonald *et al.* [MacDonald 79], for example, observed that the dispersion on h_K could be greater than 50 %. Since our data present a less-than-10 % dispersion, we can be confident that using their mean values is relevant in that study.

Mean value for h_K is 181 ± 17 , which is in agreement with [MacDonald 79], while mean value for h_η , of 1.63 ± 0.15 , is closer to recommendation of [Ozahi 08]. These values will be used in next paragraphs to identify equivalent diameters for non-monodisperse particle beds.

The authors point out that these values are specific to the particles used in this study, i.e., smooth particles. Although they present a good agreement with recommended values in literature, they should be used carefully with other classes of particles (very rough particles, for example), especially considering the dispersion reported in [MacDonald 79].

d (mm)	h_K		h_η	
	Air	Water	Air	Water
1.5	167.4 ± 5.5	196.4 ± 10.8	1.79 ± 0.01	1.41 ± 0.07
2	169.1 ± 5.8	183.1 ± 9.7	1.61 ± 0.06	1.74 ± 0.06
3	168.8 ± 4.6	175.4 ± 9.7	1.78 ± 0.11	1.60 ± 0.06
4	177.0 ± 6.1	178.6 ± 8.3	1.78 ± 0.09	1.54 ± 0.04
8	189.2 ± 27.9	206.3 ± 17.8	1.57 ± 0.07	1.46 ± 0.09
Mean	181 ± 17		1.63 ± 0.15	

Table 4.4 : Ergun constants best fitting values for each particle size. Standard deviations, which correspond to the uncertainties on the mean values, are less than 10 %

4.4.2 Non-spherical particles beds

From various existing definitions in literature [Ozahi 08, Li 11b] for equivalent diameters, 4 have been identified as potentially relevant for this study :

- Volume equivalent diameter

$$d_V = \left(\frac{6v_{part}}{\pi} \right)^{1/3}; \quad (4.39)$$

Particle	K_{exp} ($\times 10^{-9} m^2$)	$\frac{1}{\frac{K(d)}{K_{exp}} - 1}$ (%)				η_{exp} ($\times 10^{-5} m$)	$\frac{1}{\frac{\eta(d)}{\eta_{exp}} - 1}$ (%)				
		d_V	d_S	d_{St}	$d_{St}\psi$		d_V	d_S	d_{St}	$d_{St}\psi$	
c5 × 5	air	16.550 ± 0.074	13.8	26.5	-7.8	-25.3	16.90 ± 0.99	40.5	48.0	26.4	13.8
	water	15.00 ± 0.22	24.2	38.0	0.6	-18.5	17.74 ± 0.15	32.5	39.6	19.3	7.3
c5 × 8	air	27.21 ± 0.11	41.2	62.5	6.7	-19.4	30.30 ± 0.67	32.5	42.1	15.2	0.1
	water	17.24 ± 0.19	48.6	70.9	12.3	-15.1	17.41 ± 0.14	63.0	74.9	41.7	23.2
c8 × 12	air	66.00 ± 0.49	35.1	53.6	4.5	-19.2	46.81 ± 0.68	26.2	34.6	11.0	-2.3
	water	47.15 ± 0.34	48.9	69.3	15.2	-10.9	37.75 ± 0.35	27.5	36.0	12.2	-1.4
p4 × 4	air	10.054 ± 0.040	21.7	46.5	-16.0	-42.1	12.44 ± 0.77	61.9	77.6	34.5	11.7
	water	9.63 ± 0.18	42.8	71.9	-1.5	-32.1	13.11 ± 0.12	69.8	86.3	41.1	17.2
p6 × 6	air	24.78 ± 0.16	20.2	41.7	-13.5	-37.8	20.9 ± 1.0	53.7	66.9	30.3	10.5
	water	19.70 ± 0.27	45.7	71.8	4.8	-24.6	20.29 ± 0.18	53.2	66.4	30.0	10.2
Mean			34.2	55.3	0.5	-24.5		46.1	57.3	26.2	9.0
Standard deviation			13.1	16.4	10.4	10.0		16.2	19.3	11.3	8.3

Table 4.5 : Experimental permeabilities and passabilities of non-spherical particle beds

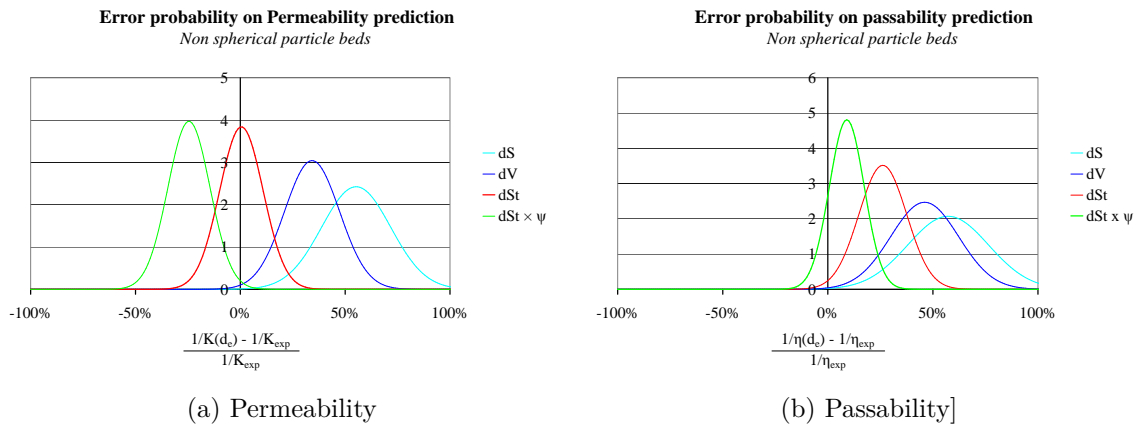


Figure 4.11 : Identification of equivalent diameter for non-spherical particle beds

- Surface equivalent diameter

$$d_S = \left(\frac{s_{part}}{\pi} \right)^{1/2}; \quad (4.40)$$

- Specific surface equivalent diameter, or Sauter diameter

$$d_{St} = \frac{6V_{part}}{S_{part}} = \frac{6v_{part}}{s_{part}}. \quad (4.41)$$

- Product of Sauter diameter and an adimensional sphericity coefficient, corresponding to the ratio between the surface of volume equivalent sphere and the actual surface of the particle.

$$d_{St}\psi = \frac{6v_{part}}{s_{part}} \frac{\pi^{1/3} (6v_{part})^{2/3}}{s_{part}} \quad (4.42)$$

4.4.2.1 Permeability

Identification of equivalent diameter for permeability, d_K , is done by studying the difference between experimental data in Darcy regime and prediction of Darcy's law, where permeability is calculated with equation 4.35 using d_V , d_S , d_{St} or $d_{St}\psi$ as the characteristic dimension d . This difference is normalized by the experimental pressure loss:

$$\begin{aligned} \frac{\left(-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g\right)(d) - \left(-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g\right)_{exp}}{\left(-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g\right)_{exp}} &= \frac{\frac{\mu U}{K(d)} - \frac{\mu U}{K_{exp}}}{\frac{\mu U}{K_{exp}}} \\ &= \frac{\frac{1}{K(d)} - \frac{1}{K_{exp}}}{\frac{1}{K_{exp}}}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Expression 4.43 has been evaluated for each one of the 4 potential equivalent diameters, for each one of the 5 non-spherical particle beds considered, in air and water flows, defining 4 sets of 10 values (see left columns Table 4.5). Mean value and

standard deviation of these sets have been determined. In order to represent these results in a more visual way, Figure 4.11a shows Gaussian distribution functions of corresponding mean values and standard deviation.

It can be seen on Figure 4.11a that the Sauter diameter d_{St} is the one which allows the best prediction, on average, of pressure losses in Darcy regime, while $d_{St}\psi$ leads to underestimate them, by 24.5 %, and d_V and d_S to overestimate them, by 34.2 % and 55.3 %, respectively. Furthermore, predictions of pressure losses using $d_{St}\psi$ and d_{St} present the lowest dispersions, which means that d_{St} allows a correct prediction not only on average but also for each tested bed individually. Indeed, it can be seen in Table 4.5 that this prediction always presents a less-than-16 % difference with experimental data, which is very small for such an experimental correlation. Therefore, the Sauter diameter d_{St} constitutes a good equivalent diameter for permeability of non-spherical particle beds.

4.4.2.2 Passability

Similar procedure is used to determine the equivalent diameter for passability d_η . It is done by studying the difference between experimental deviations to Darcy's law and prediction using equation 4.36, where characteristic dimension is d_V , d_S , d_{St} or $d_{St}\psi$, normalized by experimental deviations to Darcy's law:

$$\frac{\left(-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g - \frac{\mu U}{K}\right)(d) - \left(-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g - \frac{\mu U}{K}\right)_{exp}}{\left(-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g - \frac{\mu U}{K}\right)_{exp}} = \frac{\frac{\rho U^2}{\eta(d)} - \frac{\rho U^2}{\eta_{exp}}}{\frac{\rho U^2}{\eta_{exp}}} = \frac{\frac{1}{\eta(d)} - \frac{1}{\eta_{exp}}}{\frac{1}{\eta_{exp}}}. \quad (4.44)$$

Mean values and standard deviations of expression 4.44, for each potential equivalent diameter (d_V , d_S , d_{St} and $d_{St}\psi$), have been determined (see right columns of Table 4.5), and are represented on Figure 4.11b by Gaussian distribution functions. Contrary to Figure 4.11a, best prediction of deviation to Darcy's law is obtained with the product of Sauter diameter and sphericity coefficient $d_{St}\psi$, which leads to a 9.0 % overestimation of deviation to Darcy's law, on average, while d_{St} , d_V and

d_S lead to overestimate it by 26.2 %, 46.1 % and 57.3 %, respectively. Therefore, the product of Sauter diameter and sphericity constitutes a good choice for the equivalent diameter for passability of non-spherical particle beds.

However, it should be pointed out here that prediction of deviations to Darcy's law using this diameter is not correct for all tested beds (a 23.2 % difference is observed for 5×8 mm cylinders in water flow), which suggests that this correlation would turn incorrect if the Darcy term was small compared to the quadratic one, and, therefore, that it presents a limited validity domain. Nevertheless, and looking at experimental data obtained in the present study, the use of this correlation can definitely be recommended within the investigated range of Reynolds numbers, i.e., from $Re = 0$ to $Re = 1500$:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{h_K(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 d_{St}} \mu U + \frac{h_\eta(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 d_{St} \psi} \rho U^2, \quad (4.45)$$

where:

$$d_{St} = \frac{6V_{part}}{S_{part}} \quad (4.46)$$

$$\psi = \frac{\pi^{1/3}(6V_{part})^{2/3}}{S_{part}} \quad (4.47)$$

$$h_K = 181 \quad (4.48)$$

$$h_\eta = 1.63 \quad (4.49)$$

4.4.3 Multi-sized spherical particles

The objective of this paragraph is to determine mean diameters for the studied multi-sized spherical particle beds. From many definitions of mean diameters existing in the literature, 4 seem particularly interesting:

— Number mean diameter

$$d_{\langle n \rangle} = \frac{\sum_i d_i n_i}{\sum_i n_i}; \quad (4.50)$$

— Length mean diameter

$$d_{(l)} = \frac{\sum_i d_i^2 n_i}{\sum_i d_i n_i}; \quad (4.51)$$

— Surface mean diameter

$$d_{(s)} = \frac{\sum_i d_i^3 n_i}{\sum_i d_i^2 n_i}; \quad (4.52)$$

— Volume mean diameter

$$d_{(v)} = \frac{\sum_i d_i^4 n_i}{\sum_i d_i^3 n_i}. \quad (4.53)$$

Mixture		K_{exp} ($\times 10^{-9} m^2$)	$\frac{\frac{1}{K(d)} - \frac{1}{K_{exp}}}{\frac{1}{K_{exp}}} (\%)$				η_{exp} ($\times 10^{-5} m$)	$\frac{\frac{1}{\eta(d)} - \frac{1}{\eta_{exp}}}{\frac{1}{\eta_{exp}}} (\%)$			
			$d_{(n)}$	$d_{(l)}$	$d_{(s)}$	$d_{(v)}$		$d_{(n)}$	$d_{(l)}$	$d_{(s)}$	$d_{(v)}$
1	air	2.499 ± 0.083	50.3	34.5	0.2	-46.9	8.87 ± 0.15	22.2	15.6	-0.3	-27.3
	water	2.402 ± 0.028	44.4	29.2	-3.8	-48.9	7.54 ± 0.33	3.9	-1.7	-15.2	-38.2
2	air	2.512 ± 0.012	50.2	32.7	8.9	-16.6	7.532 ± 0.075	6.4	0.0	-9.4	-20.7
	water	2.735 ± 0.038	63.5	44.5	18.5	-9.2	8.23 ± 0.32	16.3	9.3	-1.0	-13.4
3	air	5.837 ± 0.029	80.5	48.8	7.8	-31.6	13.48 ± 0.13	36.0	23.5	5.1	-16.2
	water	5.50 ± 0.11	69.9	40.1	1.5	-35.6	13.55 ± 0.35	36.7	24.1	5.7	-15.8
4	air	2.723 ± 0.013	34.7	23.4	9.9	-5.8	7.724 ± 0.088	-3.2	-7.4	-12.6	-19.1
	water	2.315 ± 0.027	14.5	4.9	-6.5	-19.9	9.10 ± 0.37	14.0	9.1	3.0	-4.7
Mean			51.0	32.2	4.6	-26.8		16.5	9.1	-3.1	-19.4
Standard deviation			20.8	13.8	8.2	16.4		14.5	11.6	8.2	10.0

Table 4.6 : Experimental permeabilities and passabilities of multi-sized spherical particle beds

4.4.3.1 Permeability

Identification of equivalent diameters for permeability, d_K , and passability, d_η , is done by a similar method to the case of non-spherical particle beds. Expressions 4.43 and 4.44 have been evaluated for each one of the 4 potential equivalent diameters, for each one of the 4 non-spherical particle beds considered, in air and water flows (see Table 4.6). Figure 4.12a summarizes results for permeability, and shows that the Surface mean diameter, $d_{(s)}$, allows the best prediction of pressure losses in Darcy regime, since it leads to slightly overestimate it by less than 4.6 % on average, while the Volume mean diameter $d_{(v)}$ leads to underestimate it

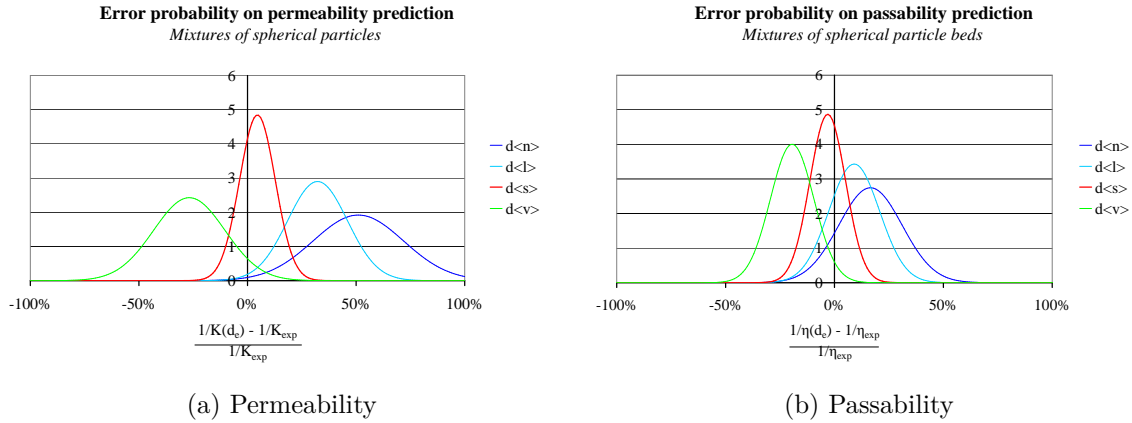


Figure 4.12 : Identification of equivalent diameter for multi-sized-spherical particle beds

by 26.8 %, and Length mean diameter $d_{(l)}$ and Number mean diameter $d_{(n)}$ leads to overestimate it respectively by 32.2 % and 51.0 %. Furthermore, predictions of pressure losses in Darcy regime corresponding to $d_{(s)}$ present the smallest dispersion, which shows that this diameter allows a correct prediction not only on average but also for each tested bed individually. Thus, it can be seen in Table 4.6 that this prediction always presents a less-than-10 % difference with experimental data, except for mixture 2 in water flow, for which this difference is 18.5 %, which remains reasonable. Therefore, the equivalent diameter for permeability of multi-sized spherical particle beds is the Surface mean diameter $d_{(s)}$.

4.4.3.2 Passability

Similar observations can be made for passability results. Mean values and standard deviations of expression 4.44, for each potential equivalent diameter, have been determined (see right columns of Table 4.6), and are represented on Figure 4.12b by Gaussian laws. It can be seen that Surface mean diameter allows the best prediction of deviation to Darcy’s law. Indeed, it leads to a slight underestimation, by 3.1 %, while $d_{(v)}$ leads to underestimate it by 19.4 %, and $d_{(l)}$ and $d_{(n)}$ lead to an overestimation by 9.1 % and 16.5 %, respectively. Furthermore, predictions of deviations to Darcy’s law using this diameter present the smallest dispersion. Therefore, the equivalent diameter for passability of multi-sized spherical particle beds is the Surface mean diameter.

Thus, it has been shown at this point that pressure losses generated by non-spherical particle beds and multi-sized spherical particle beds can be accurately predicted by Ergun’s law using an “equivalent diameter” approach for permeability and passability. It has been observed that equivalent diameters for permeability and passability of non-spherical particle beds are the Sauter diameter of the particles and the product of the Sauter diameter and the sphericity coefficient, respectively. The same study, on multi-sized spherical particle beds, showed that equivalent diameters for permeability and passability of this kind of particle bed are both equal to the surface mean diameter. It is of fundamental interest here to remark that these observations are consistent: indeed, the surface mean diameter of a multi-sized spherical particle bed is equal to its Sauter diameter:

$$d_{(s)} = \frac{\sum_i d_i^3 n_i}{\sum_i d_i^2 n_i} = \frac{6 \sum_i \frac{\pi d_i^3}{6} n_i}{\sum_i \pi d_i^2 n_i} = \frac{6 \sum_i v_i n_i}{\sum_i s_i n_i} = \frac{6V_{part}}{S_{part}} = d_{St}, \quad (4.54)$$

and the sphericity coefficient is 1 for spherical particles.

Therefore, applicability of equations 4.45 to 4.49 can be extended to all tested particle beds, i.e., both non-spherical particle beds and multi-sized spherical particle beds, and in Darcy to Weak Turbulent regime.

4.5 Conclusions

Motivated by uncertainty reduction in nuclear debris beds coolability, experiments have been conducted on the CALIDE facility in order to investigate single phase pressure losses in representative debris beds.

In this paper, experimental results obtained on the CALIDE facility have been presented and analysed in order to identify a simple single-phase flow pressure loss correlation for debris-bed-like particle beds covering various reflooding flow conditions.

On the basis of current literature, Reynolds number in single-phase parts of a nuclear debris bed was estimated to range from $Re = 15$ to more than $Re = 1000$, and debris bed granulometry was estimated between a few hundreds microns to 10 mm, with convex high sphericity shapes and porosity of the order of 40 %.

Experimental data obtained on the CALIDE facility have been interpreted to determine the macro-scale behaviour of pressure losses in particle beds. It was observed that a Darcy-Forchheimer law, involving the sum of a linear term and a quadratic term, with respect to fluid velocity, was relevant to describe this behaviour in Darcy, Inertial and Weak Turbulent regimes. It has also been observed that, in a restricted domain between Darcy and Inertial regimes, deviation to Darcy's law is better described by a cubic term. This corresponds to the so-called Weak Inertial regime, which can be theoretically derived from pore-scale Navier-Stokes equations, and reproduced in numerical simulations, but has never been observed experimentally, to our knowledge, on disordered porous media. Nevertheless, it was pointed out that Weak Inertial deviation is very small compared to Darcy term, and, therefore, that Darcy-Forchheimer law remains relevant even in the Weak Inertial regime.

Darcy-Forchheimer law allowing a qualitative description of pressure losses only, it was necessary to determine expressions for coefficients of linear and quadratic terms in order to obtain a predictive correlation. Applicability of the Ergun's law, which is valid for monodisperse particle beds only, was investigated by assessing the possibility to define equivalent diameters for the studied beds. This approach has been found to be relevant for both permeability and passability prediction. It was observed that permeabilities of all tested beds, i.e., non-spherical and multi-sized spherical particle beds, could be precisely predicted, by less than 10 % in most cases, by Ergun expression using the Sauter diameter, while the product of the Sauter diameter and the sphericity coefficient ψ allowed for an accurate prediction of passabilities, by about 15 %.

Therefore, the following correlation can be recommended for calculation of single-phase pressure losses in nuclear debris beds during reflooding, for Reynolds numbers ranging from 0 to 1500:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = \frac{181(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 d_{St}^2} \mu U + \frac{1.63(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3 d_{St} \psi} \rho U^2, \quad (4.55)$$

4.6 Appendix: effect of gas compressibility

In air flows, the density is a function of pressure. The perfect gas hypothesis states:

$$\rho = \frac{P}{rT}, \quad (4.56)$$

where P is the absolute pressure, T the absolute temperature and r the specific gas constant, which is equal to 287 for air. Thus, the pressure losses along the test section are causing drops of the gas density and velocity. When compressibility effects are taken into account, the Ergun equation can be re-written as (neglecting the gravity term):

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\rho(P)\pi D^2/4} + \frac{\rho(P)}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\rho(P)\pi D^2/4} \right)^2 \quad (4.57)$$

$$\Leftrightarrow -\rho(P)dP = \left[\frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} + \frac{1}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} \right)^2 \right] dz \quad (4.58)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{P}{rT}dP = \left[\frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} + \frac{1}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} \right)^2 \right] dz, \quad (4.59)$$

where \dot{m} is the mass flow rate, which is constant along the test section.

Integration of equation 4.59 over the column height leads to:

$$-\int_{P_1}^{P_2} \frac{P}{rT}dP = \int_{z_1}^{z_2} \left[\frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} + \frac{1}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} \right)^2 \right] dz \quad (4.60)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2rT} \underbrace{(P_2^2 - P_1^2)}_{(P_2 - P_1)(P_1 + P_2)} = H \left[\frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} + \frac{1}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} \right)^2 \right] \quad (4.61)$$

$$\Leftrightarrow -\Delta P \underbrace{\frac{P_1 + P_2}{2rT}}_{\rho(\frac{P_1 + P_2}{2}) = \bar{\rho}} = H \left[\frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} + \frac{1}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\pi D^2/4} \right)^2 \right] \quad (4.62)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\Delta P}{H} = \underbrace{\frac{\mu}{K} \frac{\dot{m}}{\bar{\rho}\pi D^2/4}}_{U(\bar{\rho})} + \underbrace{\frac{1}{\eta} \left(\frac{\dot{m}}{\bar{\rho}\pi D^2/4} \right)^2}_{U(\bar{\rho})^2} \quad (4.63)$$

Therefore, compressibility effects are taken into account by calculating the gas

density at the average pressure $\frac{P_1+P_2}{2}$. The authors would like to point out that this correction has a very weak impact in this work, since the pressure loss magnitude is of a few millibars at maximum, which is very small compared to the atmospheric pressure. However, compressibility effects would play a significant role if pressure losses were not small compared to the absolute pressure of the system (higher columns, greater velocities ...)

Chapitre 5

Microstructure et propriétés macroscopiques : étude numérique des écoulements monophasiques en milieu poreux

Nous avons montré au chapitre 4 qu'un lit de débris peut être caractérisé macroscopiquement, du point de vue des pertes de pression, par sa porosité ε , son diamètre de Sauter d_{St} et un coefficient de sphéricité ψ dépendant de la forme des débris :

$$-\left(\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial z} + \rho_\beta g\right) = \underbrace{\mu_\beta \frac{181(1-\varepsilon)^2}{d_{St}^2 \varepsilon^3}}_{1/K} \langle v_\beta \rangle + \rho_\beta \underbrace{\frac{1.63(1-\varepsilon)}{d_{St} \psi \varepsilon^3}}_{1/\eta = \frac{\mu_\beta F}{\rho_\beta K}} \langle v_\beta \rangle^2. \quad (5.1)$$

Si cette modélisation, très simple, permet de prédire de façon suffisamment précise la perte de pression monophasique pour les lits étudiés, il est évident qu'elle ne peut s'appliquer à tout type de milieu poreux, ni même à tous les milieux granulaires, tels que ceux qui nous intéressent ici. En effet, la structure d'écoulement dépend des caractéristiques géométriques de l'espace poral, et non de celles des particules. Parmi les paramètres influents, on citera notamment la tortuosité, le diamètre de pore, ou encore les constrictiones entre pores, en incluant leur variabilité spatiale.

Pour certaines classes de milieux, comme les lits de particules étudiés au chapitre 4, on peut imaginer une certaine correspondance entre ces paramètres et les caractéristiques géométriques des particules, mais uniquement car les particules sont de formes et de tailles relativement voisines, et car le mode de construction d'un lit de débris - particules « en vrac » - aboutit à des arrangements semblables des particules. Ainsi, en cas de changement global dans l'organisation interne du lit de particules, ou si la forme des particules s'éloigne trop de celle des débris de combustible nucléaire, une telle correspondance n'a plus de sens. On comprend donc, par ce raisonnement très qualitatif, que l'équation 5.1 ne permettra pas de prédire la perte de pression dans tout type de lit de particules. Nous chercherons donc, dans ce chapitre, à déterminer d'une manière plus quantitative certaines limites de son domaine d'applicabilité.

Pour cela, des simulations d'écoulements monophasiques incompressibles à travers des milieux poreux modèles ont été menées à l'aide du code CALIF³S, développé par l'IRSN. Les résultats obtenus, présentés et discutés dans les sections 5.2 et 5.3, montrent notamment que le diamètre de Sauter n'est pas une grandeur pertinente pour décrire une particule très rugueuse, et que le milieu doit rester suffisamment désordonné. Nous montrerons enfin que le variogramme de la fonction indicatrice de phase peut constituer une mesure pertinente de ce désordre.

5.1 Outils et méthodes

CALIF³S (Components Adaptative Library For Fluid Flow Simulations, <https://gforge.irsn.fr/gf/project/calif3s>) est une bibliothèque de solveurs CFD génériques développée par l'IRSN. Elle est employée ici pour simuler des écoulements laminaires incompressibles dans des milieux poreux modèles bi-dimensionnels, en utilisant une méthode de pénalisation.

Les méthodes de pénalisation sont un type de méthodes dites à frontière immergée [Mittal 05] qui consistent à mailler l'intégralité du domaine indépendamment de la position des interfaces. Ces méthodes sont très utilisées dans le cas de calcul de propriétés effectives d'images complexes de milieux poreux obtenues par reconstruction ou imagerie [Adler 94]. On utilise généralement un maillage cartésien. Les frontières sont donc « immergées » dans le maillage, ainsi que représenté sur la figure 5.1. Les méthodes à frontière immergée diffèrent dans la manière dont sont

ensuite imposées les conditions aux frontières. Dans le cas des méthodes de pénalisation, un terme supplémentaire est ajouté à l'équation de conservation de la quantité de mouvement, analogue à un terme de Darcy [Angot 99]. Les équations résolues peuvent alors s'écrire :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + (\mathbf{v}_\beta \cdot \nabla) \mathbf{v}_\beta = -\frac{1}{\rho_\beta} \nabla p_\beta + \frac{\mu_\beta}{\rho_\beta} \nabla^2 \mathbf{v}_\beta + \frac{\mathbf{f}}{\rho_\beta} - \underbrace{\frac{\mu_\beta \gamma_s}{\rho_\beta K}}_{\text{Pénalisation}} \mathbf{v}_\beta \quad (5.3)$$

où \mathbf{v}_β représente le champ de vitesse, p_β le champ de pression, ρ_β et μ_β la masse volumique et la viscosité du fluide, \mathbf{f} une force volumique s'appliquant sur le fluide, γ_s la fonction indicatrice de phase pour le solide et K le coefficient de pénalisation. Ce coefficient est très petit devant l'unité (il vaut 10^{-12} m² dans nos calculs), si bien que le facteur $\frac{\mu_\beta \gamma_s}{\rho_\beta K}$ est très grand dans le solide, où la fonction indicatrice de phase γ_s est égale à 1, et nul dans la phase fluide. Le terme de pénalisation n'a donc aucune influence dans la partie fluide, et force la vitesse à rester très faible dans la phase solide, ce qui revient à imposer une vitesse quasi-nulle à l'interface fluide-solide. La condition de non-glissement à la surface de la phase solide est donc imposée par le terme de pénalisation.

Notons que ceci revient également à considérer la phase solide comme un milieu poreux de perméabilité K . La vitesse ne peut donc être considérée comme effectivement nulle dans le solide que si la perméabilité du milieu reste très supérieure à K . En d'autres termes, la valeur du coefficient de pénalisation doit être adaptée au milieu étudié, et éventuellement abaissée pour l'étude des milieux très peu perméables. La valeur de 10^{-12} m² est adaptée à notre étude, les milieux étudiés présentant des perméabilités de l'ordre de 10^{-7} m², ainsi que nous le verrons par la suite.

Nous résoudrons le système constitué des équations 5.2 et 5.3 sur un domaine bi-dimensionnel de forme carrée et de côté L , en y ajoutant les conditions de périodicité suivantes :

$$\mathbf{v}(x + L) = \mathbf{v}(x) \tag{5.4}$$

$$\mathbf{v}(y + L) = \mathbf{v}(y) \tag{5.5}$$

$$p(x + L) = p(x) \tag{5.6}$$

$$p(y + L) = p(y) \tag{5.7}$$

Notons que pour de nombreux types de milieux, non périodiques, des méthodes spécifiques doivent être adoptées, par exemple pour le traitement d'images toмоgraphiques de milieux réels [Guibert 15]. Comme il ne s'agit dans ce chapitre que de mettre en évidence les limites du concept de diamètre effectif introduit précédemment, cet aspect n'est pas important pour notre étude et ne sera donc pas abordé.

Nous imposons enfin le gradient de pression moyen, par l'intermédiaire de la force volumique \mathbf{f} dans l'équation 5.3. Notons qu'en utilisant les notations introduites au chapitre 2, \mathbf{f} représente donc le gradient de pression moyen $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$, et le champ de pression p_β correspond à la déviation \tilde{p}_β (qui est bien périodique, d'où les conditions 5.6 et 5.7).

L'intérêt majeur des méthodes de pénalisation est leur robustesse dans le cas de géométries complexes, comme les milieux poreux. En revanche, il faut garder à l'esprit qu'elles conduisent à en modifier la géométrie (on reproduit en général la géométrie au premier ordre en espace) ainsi que la physique, puisque le fluide peut, en toute rigueur, s'écouler à travers le solide. Ainsi, un écoulement à travers un seuil de pore de l'ordre de la racine carrée de la perméabilité fictive choisie pour le solide est masqué, puisque le fluide peut alors s'écouler aussi facilement à travers la phase solide que dans les pores. Ce phénomène est à l'origine de problèmes de convergence au maillage sur des objets réels à la surface fluide-solide très complexe et avec des seuils de pore petits. Notons que les milieux étudiés ici présentent des perméabilités très grandes devant K . Ce type de problèmes ne sera donc pas rencontré.

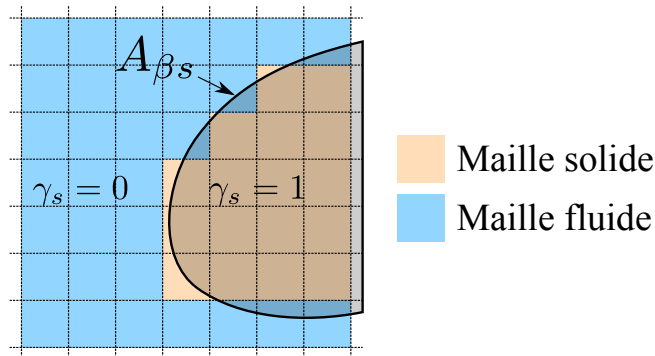


FIGURE 5.1 – Principe de la méthode de pénalisation

5.2 Influence de la rugosité des particules sur la perméabilité d'un lit de débris

L'étude expérimentale des écoulements monophasiques dans des lits de billes a montré que le diamètre de Sauter est la dimension caractéristique d'un lit de débris, dans le régime de perméabilité. Il dépend du rapport entre le volume et la surface des particules :

$$d_{St} = \frac{6V_{part}}{S_{part}}. \quad (5.8)$$

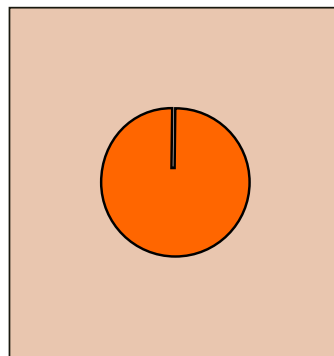


FIGURE 5.2 – Cylindre avec fente.

Avant d'aborder le cas spécifique d'une surface rugueuse, un cas simple illustre les problèmes posés par l'introduction de la surface spécifique dans un problème de

transport diffusif comme les équations de Navier-Stokes à bas nombre de Reynolds. Considérons un treillis de cylindres affectés d'une fissure ou fente de très faible épaisseur par rapport au diamètre du tube, ainsi que représenté sur la figure 5.2. La fente n'affecte pas le volume de pore et la porosité. De même, la diffusion visqueuse produit un phénomène d'écrêtage des détails géométriques de petite taille qui fait que les lignes de courant autour du cylindre ne sont pas affectées par cette fente. Ainsi, la perte de charge, et en conséquence la perméabilité, est la même que celle du treillis de cylindres non fendus. A contrario, l'impact de la fente sur la surface spécifique géométrique est très important. On ne pourrait donc « justifier » une formule similaire à l'équation 5.8 qu'en définissant S_{part} comme une surface effective, dépendant du processus physique étudié et des propriétés des équations aux dérivées partielles associées. On voit donc bien que le diamètre de Sauter (ou toute définition équivalente) ne peut pas être défini de manière purement géométrique.

La question de la définition de la surface S_{part} se pose également lorsque les particules présentent une forte rugosité. En effet, la surface spécifique d'un lit de particules rugueuses peut devenir très importante, ce qui fait tendre son diamètre de Sauter vers zéro, sans pour autant que la perméabilité du lit ne devienne nulle, pour la raison évoquée plus haut. Il existe donc clairement une limite, en termes de rugosité des particules, à l'applicabilité de l'équation 5.1.

5.2.1 Milieux étudiés

Nous considérerons une cellule unitaire bi-dimensionnelle de côté L , périodique dans les deux directions, et contenant une particule cylindrique « perturbée » par une sinusoïde, constituant une particule rugueuse (voir figure 5.3). La surface du cylindre vérifie :

$$r = R_0 + R_{rug} \sin(N\theta) \quad (5.9)$$

où r et θ représentent les coordonnées polaires, R_0 le rayon principal du cylindre, R_{rug} l'amplitude des rugosités et N le nombre de rugosités à la surface du cylindre. Pour que la particule corresponde bien à une particule rugueuse, et non à une sphère déformée, nous imposons de plus les conditions suivantes :

$$\frac{R_{rug}}{R_0} \ll 1 \quad (5.10)$$

$$N \gg 1 \quad (5.11)$$

Le rayon moyen de la particule R_0 est de est égal à $0.4 L$. Compte tenu des conditions de périodicité, le milieu est donc un réseau de particules rugueuses, carré et infini de pas L .

Pour une valeur donnée de l'amplitude et de la densité des rugosités, nous déterminerons un rayon équivalent, défini comme le rayon de la particule lisse entraînant la même perméabilité pour la cellule unitaire lorsqu'elle remplace la particule rugueuse. Pour cela, plusieurs calculs de perméabilités pour des particules lisses de tailles variables ont été menés de façon à déterminer la relation « Taille de particule - Perméabilité » dans le cas d'un réseau carré de pas L . Nous étudierons dans les paragraphes suivants les influences respectives de R_{rug} et N sur le rayon équivalent.

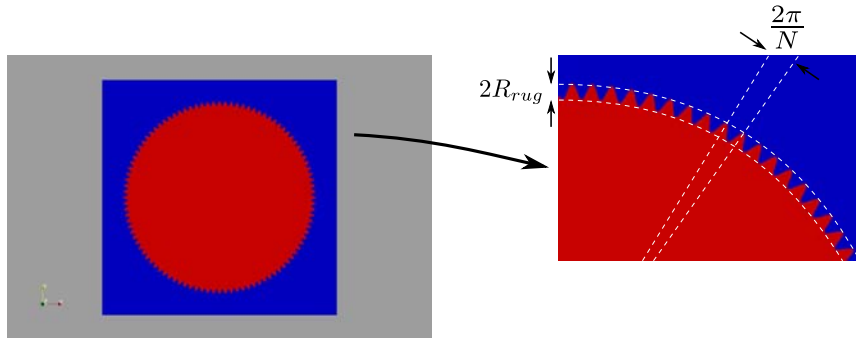


FIGURE 5.3 – Particule rugueuse ($\frac{R_0}{L} = 0.4$, $\frac{R_{rug}}{R_0} = 0.025$, $N = 100$)

5.2.2 Convergence au maillage

Nous utilisons un maillage cartésien raffiné plusieurs fois au voisinage de la surface de la particule, ainsi que représenté sur la figure 5.4 (trois niveaux de raffinement successifs).

Des études de sensibilité au nombre de niveaux de raffinement (tableau 5.1a) et à la taille de la maille de base (tableau 5.1b) ont été menées. Nous utiliserons par la suite 3 niveaux de raffinement et une maille $\frac{\Delta x}{L} = 2.5 \times 10^{-3}$ (dans les zones non raffinées).

Nombre de niveaux de raffinement	$K^* = \frac{K}{d^2}$	Taille de maille $(\frac{\Delta x}{L})$	$K^* = \frac{K}{d^2}$
1	2.827×10^{-3}	2.5×10^{-3}	2.802×10^{-3}
2	2.813×10^{-3}	2×10^{-3}	2.802×10^{-3}
3	2.807×10^{-3}	1.667×10^{-3}	2.801×10^{-3}
4	2.802×10^{-3}		
6	2.801×10^{-3}		

(a) Sensibilité au nombre de niveaux de raffinement locaux. Paramètres : taille de cellule de base $\frac{\Delta x}{L} = 2.5 \times 10^{-3}$, $\frac{R_0}{L} = 0.4$, $\frac{R_{rug}}{R_0} = 2.5 \times 10^{-3}$, $N = 800$.

(b) Sensibilité à la taille de la maille de base. Paramètres : nombre de niveaux de raffinement : 3, $\frac{R_0}{L} = 0.4$, $\frac{R_{rug}}{R_0} = 0.0025$, $N = 800$.

TABLE 5.1 – Etudes de la sensibilité au maillage de la perméabilité d’un réseau carré de particules rugueuses

5.2.3 Influence de l’amplitude des rugosités

Le rayon équivalent R_{eq} a été calculé pour différentes valeurs de l’amplitude des rugosités R_{rug} , la densité des rugosités étant maintenue constante ($N = 400$). La figure 5.5a montre que le diamètre de Sauter devient très faible lorsque R_{rug} augmente, la surface de la particule devenant très grande, alors que son volume ne change pas de façon significative. Dans le même temps, le rayon équivalent reste proche du rayon enveloppe $R_0 + R_{rug}$. Le diamètre de Sauter n’est donc pas un bon diamètre équivalent pour une particule rugueuse. En revanche, le rayon enveloppe des particules rugueuses semble constituer un bon estimateur.

Nous soulignons cependant que le rayon équivalent est inférieur au rayon enveloppe, ainsi que le montre la figure 5.5b. De plus, la densité des rugosités influence sa valeur. Pour une même amplitude des rugosités, le rayon équivalent est ainsi plus faible lorsque $N = 100$ que lorsque $N = 400$. Ces observations sont cohérentes

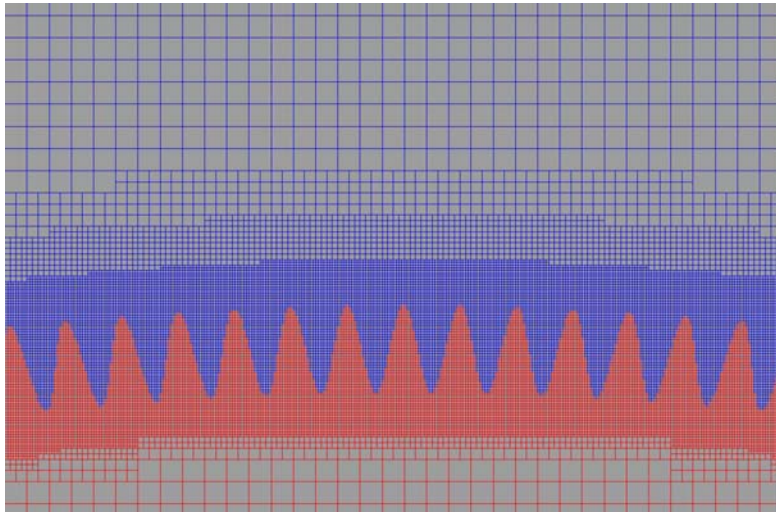


FIGURE 5.4 – Raffinement du maillage au voisinage des rugosités

avec les travaux de [Achdou 98], [Veran 09] ou encore [Introïni 11] concernant le placement d’une surface lisse effective pour les écoulements au voisinage d’une surface rugueuse.

5.2.4 Influence de la densité des rugosités

Lorsque la densité des rugosités augmente, les espaces entre chaque rugosité se referment, et la vitesse du fluide y devient presque nulle. Ainsi, on peut s’attendre à ce que la perméabilité d’un réseau de particules rugueuses ne dépende plus de N à partir d’une certaine valeur, et à ce que la particule équivalente à une particule rugueuse soit proche de sa particule enveloppe. Les graphes de la figure 5.5 confirment ce raisonnement : le rayon de la particule équivalente tend vers une valeur limite, légèrement inférieure au rayon enveloppe (figure 5.5d). Dans le même temps, le rayon de Sauter de la particule rugueuse devient très petit (figure 5.5c), ce qui montre que cette dimension ne peut constituer un bon diamètre équivalent.

5.3 Effets de désordre

Nous avons montré que des rugosités peuvent avoir un impact important sur la surface effective, et donc sur le diamètre de Sauter, sans pour autant modifier de

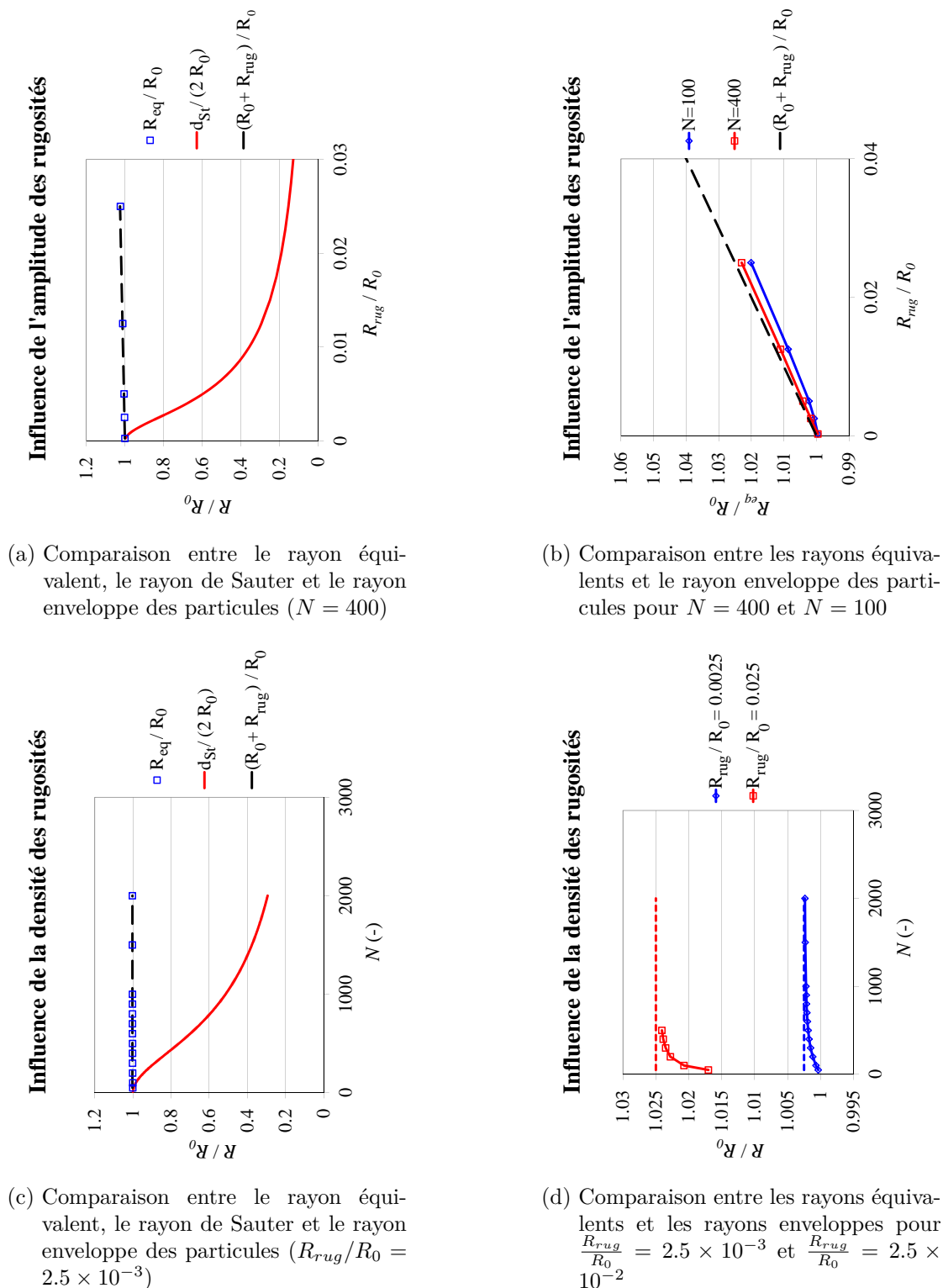


FIGURE 5.5 – Influence de l'amplitude R_{rug} des rugosités et de leur densité N sur le rayon équivalent des particules

façon significative la perméabilité. A contrario, le désordre constitue, ainsi que nous allons le voir, un paramètre sans influence sur le diamètre de Sauter, mais conduisant à des variations significatives des propriétés macroscopiques des milieux.

5.3.1 Milieux étudiés

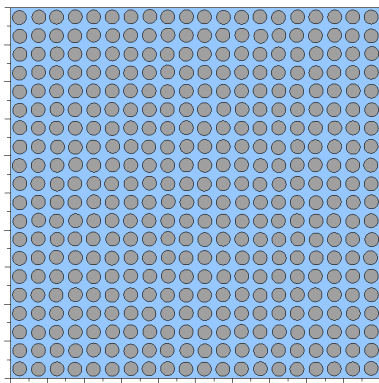
Pour une telle étude, des milieux modèles sont très utiles, car il est possible d'ajuster leur niveau de désordre. Nous utiliserons ici des milieux de type réseaux carrés perturbés : des particules cylindriques (2D) sont placées dans des cellules carrées de côté L_{cell} , leur position par rapport au centre de la cellule étant une variable aléatoire suivant une loi donnée. Nous distinguerons trois niveaux de désordre (voir figure 5.6) :

- Désordre faible : les déplacements δx et δy de chaque particule, par rapport au centre de la cellule qu'elle occupe, suivent une loi normale centrée en 0 et d'écart-type égal à $L_{cell}/8$;
- Désordre moyen : les déplacements δx et δy suivent une loi normale centrée en 0 et d'écart-type égal à $L_{cell}/4$;
- Désordre fort : les déplacements δx et δy suivent une loi uniforme centrée en 0 et s'amplitude égale à L_{cell} .

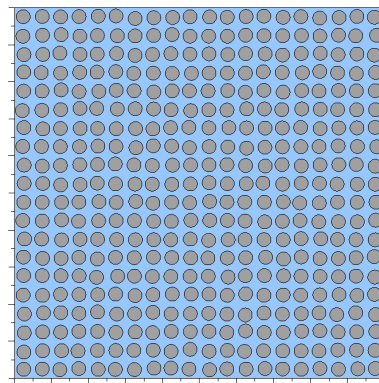
Un quatrième niveau de désordre, appelé « désordre complet », correspond à des particules placées aléatoirement dans tout le domaine. L'algorithme utilisé pour créer ces milieux positionne les particules les unes après les autres, en vérifiant qu'elles ne se chevauchent pas, de façon à maîtriser la porosité finale, jusqu'à atteindre le nombre de particules souhaité.

Des conditions de périodicité en x et en y ont été appliquées à tous les milieux. Dans le cas du désordre complet, les particules sortant en partie du domaine sont reportées sur la face opposée, de façon à ce que le milieu soit périodique.

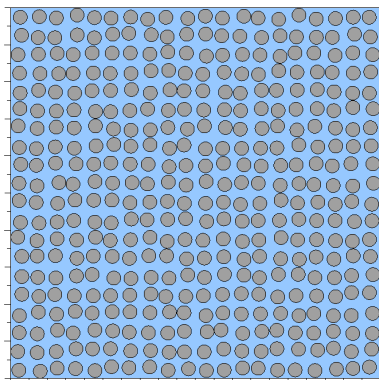
Les milieux considérés contiennent 400 particules de diamètre $\frac{d}{L_{cell}} = \frac{3}{4}$, réparties dans un réseau de 20×20 cellules de côté L_{cell} ($L_{cell} = \frac{L}{20}$), ou placées aléatoirement dans un domaine carré de côté L . De cette façon, la porosité est inchangée pour tous les milieux : 55.82 %.



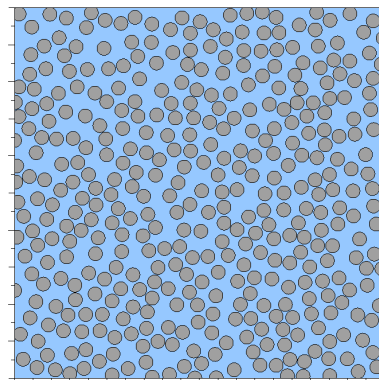
(a) Désordre faible



(b) Désordre moyen



(c) Désordre fort



(d) Désordre « complet »

FIGURE 5.6 – Exemples de réalisation des différents niveaux de désordre

5.3.2 Convergence au maillage

La méthode par pénalisation peut conduire, si le maillage est trop grossier, à modifier de façon significative la géométrie de l'objet étudié. L'influence de cette modification doit toutefois devenir négligeable lorsque le maillage s'affine. Afin de déterminer la taille de maille que nous utiliserons dans cette section, la convergence au maillage d'une cellule unitaire de côté L_{cell} périodique dans les deux directions et contenant un cylindre en son centre est étudiée.

Le tableau 5.2 montre l'évolution de la perméabilité adimensionnalisée :

$$K^* = \frac{K}{d^2}, \quad (5.12)$$

en fonction de la finesse du maillage, où Δx représente la taille de maille. La perméabilité varie de 5 % entre un maillage à $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 100$ et un maillage à $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 2000$, et ne varie que de 0.16 % entre $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 1000$ et $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 2000$. On peut donc raisonnablement considérer que l'influence de la finesse du maillage est négligeable au delà de $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 1000$, et que $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 100$ constitue un minimum en termes de finesse.

Pour des raisons de gestion de mémoire propres à CALIF³S, le domaine ne peut contenir plus de 4×10^6 mailles. Les milieux désordonnés que nous considérerons dans la suite de cette étude contiennent 400 cellules semblables, il ne peut donc y avoir plus de 10 000 mailles par cellule, ce qui impose que $\frac{L_{cell}}{\Delta x} \leq 100$. Nous utiliserons donc dans les calculs ultérieurs $\frac{L_{cell}}{\Delta x} = 100$, dont nous avons vu qu'il constitue la finesse minimale en-deçà de laquelle la perméabilité se trouve significativement impactée par la discrétisation spatiale.

5.3.3 Quantification du désordre : les variogrammes

L'étude de l'effet du désordre nécessite de pouvoir le quantifier. Or, s'il semble relativement facile de caractériser le désordre des milieux de type « grille perturbée » (par l'écart-type du décalage des particules par rapport au centre des cellules, par exemple), aucun paramètre simple n'apparaît évident quand il s'agit de décrire le désordre d'un milieu où les particules sont placées au hasard, ou encore le désordre d'un milieu réel. Un outil de quantification du désordre est donc nécessaire. Pour

$\frac{L_{cell}}{\Delta x}$	$K^* = \frac{K}{d^2}$	$\frac{K^* - K^* \left(\frac{L_{cell}=2000}{\Delta x} \right)}{K^* \left(\frac{L_{cell}=2000}{\Delta x} \right)}$ (%)
10	4.55×10^{-3}	+59 %
20	3.50×10^{-3}	+22 %
50	3.21×10^{-3}	+12 %
100	3.02×10^{-3}	+5.2 %
200	2.93×10^{-3}	+2.3 %
500	2.88×10^{-3}	+0.65 %
1000	2.87×10^{-3}	+0.16 %
2000	2.87×10^{-3}	0 %

TABLE 5.2 – Etude de la convergence au maillage d’une cellule unitaire bi-dimensionnelle de côté L_{cell} contenant un cylindre

cela, il pourrait être intéressant d’utiliser le variogramme de la fonction indicatrice de phase.

5.3.3.1 Définitions et propriétés

Les variogrammes (ou *semi-variogrammes*) sont très utilisés en géosciences [Deutsch 92, Kitanidis 97, Lake 04] pour la caractérisation de réservoirs ou de gisements à grande échelle à partir d’un nombre limité de relevés sur le terrain. Ils représentent le degré de corrélation entre la valeur d’un champ (teneur en certains minéraux par exemple) à un endroit donné et la valeur du même champ à une distance h de cet endroit. Pour un champ X défini sur un domaine D , le variogramme V est calculé par l’équation suivante :

$$V(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{\substack{(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \in D^2 \\ h - \delta_h \leq \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| \leq h + \delta_h}} (X(\mathbf{x}_i) - X(\mathbf{x}_j))^2 \quad (5.13)$$

où \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j représentent deux points de D séparés d’une distance h , à une tolérance δ_h près, et $N(h)$ le nombre de doublets $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ vérifiant cette condition. Si le nombre de mesures est suffisamment important, il est possible d’ajouter un aspect

directionnel au variogramme, en ne considérant que les doublets $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ séparés d'une distance h et dans une direction donnée. La distance h devient alors un vecteur et le variogramme s'exprime par :

$$V(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_i (X(\mathbf{x}_i) - X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}))^2 \quad (5.14)$$

Pour un milieu aléatoire, le variogramme présente l'aspect général suivant :

- Une valeur nulle en $\mathbf{h} = \mathbf{0}$;
- Une discontinuité en 0. C'est « l'effet de pépite » ;
- Un palier quand $\|\mathbf{h}\|$ devient très grand.

Le palier du variogramme présente une propriété remarquable. En effet, le variogramme peut également s'écrire, par définition, comme la différence entre la variance de la population des $X(\mathbf{x}_i)$ et la covariance de $X(\mathbf{x}_i)$ et $X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h})$:

$$V(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_i (X(\mathbf{x}_i) - X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}))^2 \quad (5.15)$$

$$= \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_i (X(\mathbf{x}_i) - \bar{X} + \bar{X} - X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}))^2 \quad (5.16)$$

$$= \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_i (X(\mathbf{x}_i) - \bar{X})^2 + (X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - \bar{X})^2 - 2(X(\mathbf{x}_i) - \bar{X})(X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - \bar{X}) \quad (5.17)$$

$$= \frac{1}{2} [\text{VAR}(X(\mathbf{x}_i)) + \text{VAR}(X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h})) - 2\text{COV}(X(\mathbf{x}_i), X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}))] \quad (5.18)$$

Si $N(\mathbf{h})$ est suffisamment grand, les deux populations $X(\mathbf{x}_i)$ et $X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h})$ ont la même variance, qui est égale à celle de X . On peut alors écrire :

$$V(\mathbf{h}) = \text{VAR}(X(\mathbf{x}_i)) - \text{COV}(X(\mathbf{x}_i), X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h})) \quad (5.19)$$

Ainsi, si les valeurs de $X(\mathbf{x}_i)$ et $X(\mathbf{x}_i + \mathbf{h})$ sont décorrélées, leur covariance devient nulle, et le palier du variogramme devrait donc être égal à la variance de X . De

plus, la longueur d'établissement du palier donne une information sur la longueur de corrélation de X .

Dans la suite de cette étude, le champ X est la fonction indicatrice de phase pour le solide γ_s , dont la variance peut être calculée comme :

$$\text{VAR}(\gamma_s) = \frac{1}{N} \sum_i (\gamma_s(\mathbf{x}_i) - \bar{\gamma}_s)^2 \quad (5.20)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_i (\gamma_s(\mathbf{x}_i) - (1 - \varepsilon))^2 \quad (5.21)$$

et comme la fonction indicatrice de phase ne prend comme valeurs que 0 et 1, on peut écrire :

$$\text{VAR}(\gamma_s) = \frac{N_{\gamma_s=0}}{N} (1 - \varepsilon)^2 + \frac{N_{\gamma_s=1}}{N} \varepsilon^2 \quad (5.22)$$

$$= \varepsilon (1 - \varepsilon)^2 + (1 - \varepsilon) \varepsilon^2 \quad (5.23)$$

$$= \varepsilon (1 - \varepsilon) \quad (5.24)$$

Dans un milieu désordonné, les valeurs de la fonction indicatrice de phase en deux points très éloignés l'un de l'autre devraient être totalement décorrélées, et le variogramme devrait donc présenter un palier égal à $\varepsilon(1 - \varepsilon)$. Le variogramme apparaît donc comme potentiellement capable de mesurer si un milieu est désordonné.

5.3.3.2 Influence du désordre sur l'aspect du variogramme

L'influence du niveau de désordre et de la direction du vecteur \mathbf{h} sur l'aspect du variogramme est résumée sur les graphes de la figure 5.7. Les variogrammes de milieux correspondant à chacun des niveaux de désordres présentés dans le paragraphe 5.3.1 sont tracés, pour des vecteurs \mathbf{h} orientés à 0° , 34° , 45° et 90° .

Les variogrammes des milieux de type « grille perturbée » (désordre faible à désordre fort) n'ont pas le même aspect selon la direction du vecteur \mathbf{h} . Le variogramme permet donc de représenter l'anisotropie des milieux.

Seul les milieux de type « désordre complet » présentent un palier, au-delà de 2 à 3 tailles de particules. Aucun milieu de type « grille perturbée », quel que soit son niveau de désordre, ne peut donc être considéré comme réellement aléatoire. On voit à l'aspect du variogramme qu'ils gardent en fait la trace du *réseau périodique sous-jacent*.

La valeur du palier des variogrammes des milieux de type « désordre complet » est égale à $\varepsilon(1 - \varepsilon)$, ainsi qu'attendu pour un milieu réellement désordonné.

En conclusion, les variogrammes semblent bien rendre compte du désordre d'un milieu et de son anisotropie. Ils mettent en avant le fait qu'un milieu de type « grille perturbée » ne peut pas être considéré comme vraiment désordonné. Nous allons maintenant vérifier si ces milieux présentent également des différences dans leurs propriétés macroscopiques vis-à-vis des pertes de pressions.

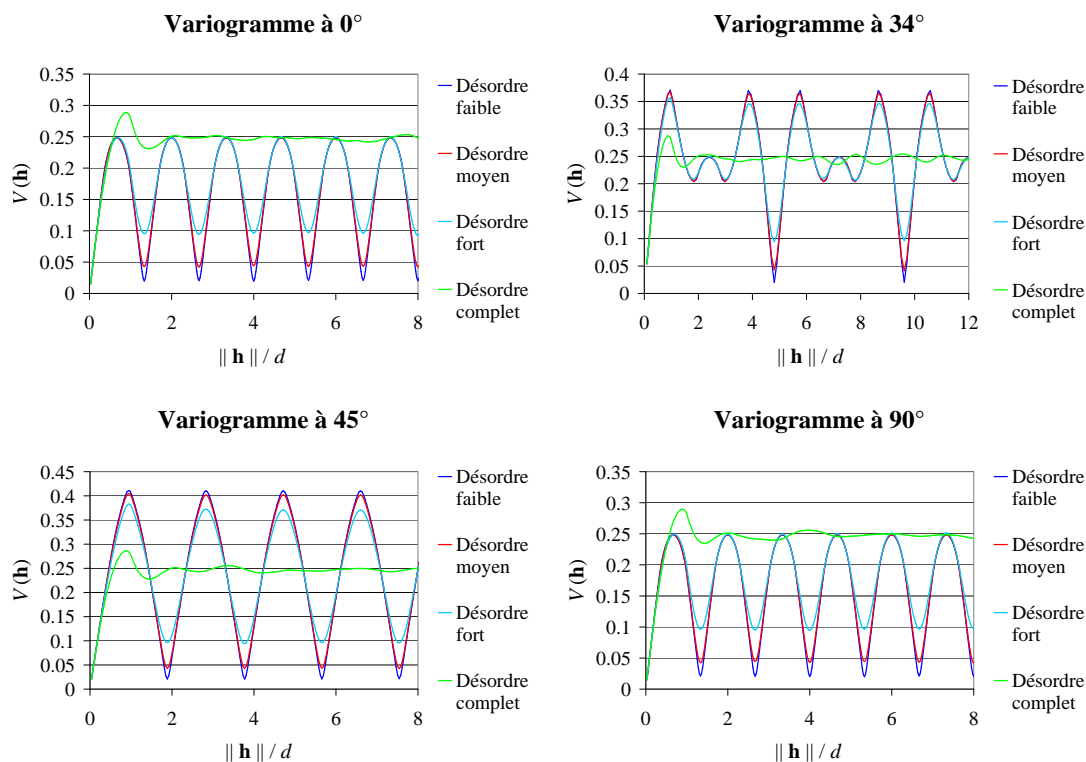


FIGURE 5.7 – Influence du niveau de désordre sur l'aspect du variogramme directionnel de la fonction indicatrice de phase pour le solide

5.3.4 Influence du niveau de désordre sur les propriétés macroscopiques d'un milieu poreux

Le désordre peut influencer les propriétés macroscopiques de plusieurs façons. Par exemple, il peut conditionner la sphéricité ou la symétrie du tenseur de perméabilité et du tenseur de correction de Forchheimer. [Lasseux 11] montrent notamment que l'augmentation du niveau de désordre améliore la symétrie et la sphéricité du tenseur de correction de Forchheimer. D'autres auteurs [Yazdchi 11, Yazdchi 12] étudient les effets de l'orientation ou de la forme des particules sur des écoulements au travers de cellules unitaires, dans le but de caractériser ensuite un comportement moyen sur un grand nombre de cellules.

Notre objectif est de tester la validité de la notion de diamètre effectif introduite au chapitre précédent. Nous n'étudierons donc pas les aspect tri-dimensionnels (anisotropie) et nous nous concentrerons sur l'influence du désordre sur la valeur de la perméabilité et de la correction de Forchheimer dans des écoulements macroscopiquement mono-dimensionnels, de façon à discuter la notion de diamètre effectif introduite précédemment.

5.3.4.1 Equation de Darcy-Forchheimer adimensionnalisée

Les grandeurs macroscopiques seront adimensionnalisées de la façon suivante :

$$\frac{-(\mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_x) d^2}{\mu_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \cdot \mathbf{e}_x} = \frac{1}{K^*} + \frac{1}{K^*} F \langle v_\beta \rangle \quad (5.25)$$

où \mathbf{f} représente le gradient de pression moyen imposé dans l'équation de conservation de quantité de mouvement pénalisée, d est le diamètre des particules, μ_β est la viscosité du fluide, $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ est la vitesse moyenne, \mathbf{e}_x le vecteur unitaire attaché à la direction x , qui est la direction du gradient de pression moyen, F la correction de Forchheimer, et K^* la perméabilité adimensionnée, définie par :

$$K^* = \frac{K}{d^2} \quad (5.26)$$

5.3.4.2 Influence du désordre sur la perméabilité

Des écoulements visqueux correspondant au régime de Darcy ont été simulés au travers de milieux présentant tous les niveaux de désordre introduits au paragraphe 5.3.1. Le nombre de Reynolds dans ces simulations est de l'ordre de 1, ce qui correspond bien au régime de Darcy dans des calculs similaires [Yazdchi 12] et dans nos expérimentations.

De façon à faire apparaître des effets statistiques, 30 réalisations de chaque niveau de désordre ont été étudiées. Pour un même niveau de désordre, les valeurs des perméabilités adimensionnées des différentes réalisations présentent une certaine dispersion, représentée dans les graphes de la figure 5.8. Elles semblent suivre des lois normales, représentées en échelle semi-log sur la figure 5.9.

Le niveau de désordre des milieux de type « grille perturbée » influe très peu sur leurs perméabilités moyennes, mais tend à faire augmenter leurs dispersions. En revanche, la perméabilité moyenne des milieux de type « désordre complet » est très inférieure. Il y a donc très clairement un effet du désordre sur la perméabilité d'un milieu. Dans notre cas, une explication possible est la disparition des effets de cheminement préférentiel (« channeling ») lorsque les particules ne sont plus placées selon un réseau carré. A titre d'illustration, la figure 5.10 représente les champs de vitesse calculés dans un milieu de type « désordre fort » et un milieu de type « désordre complet ». On distingue clairement les nombreux chemins préférentiels dans le milieu de type « désordre fort », et la tortuosité apparaît faible. A contrario, la tortuosité semble beaucoup plus grande dans le milieu de type « désordre complet », et les chemins préférentiels sont beaucoup moins nombreux.

De plus, il semble y avoir une certaine correspondance entre l'aspect du variogramme et la perméabilité moyenne pour un niveau de désordre donné. Les variogrammes pourraient par conséquent constituer une mesure pertinente du niveau de désordre pour la perméabilité.

5.3.4.3 Influence du désordre sur les effets inertiels

Pour 3 réalisations de chaque niveau de désordre, des écoulements inertiels sont simulés pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds, et la correction de Forchheimer est calculée.

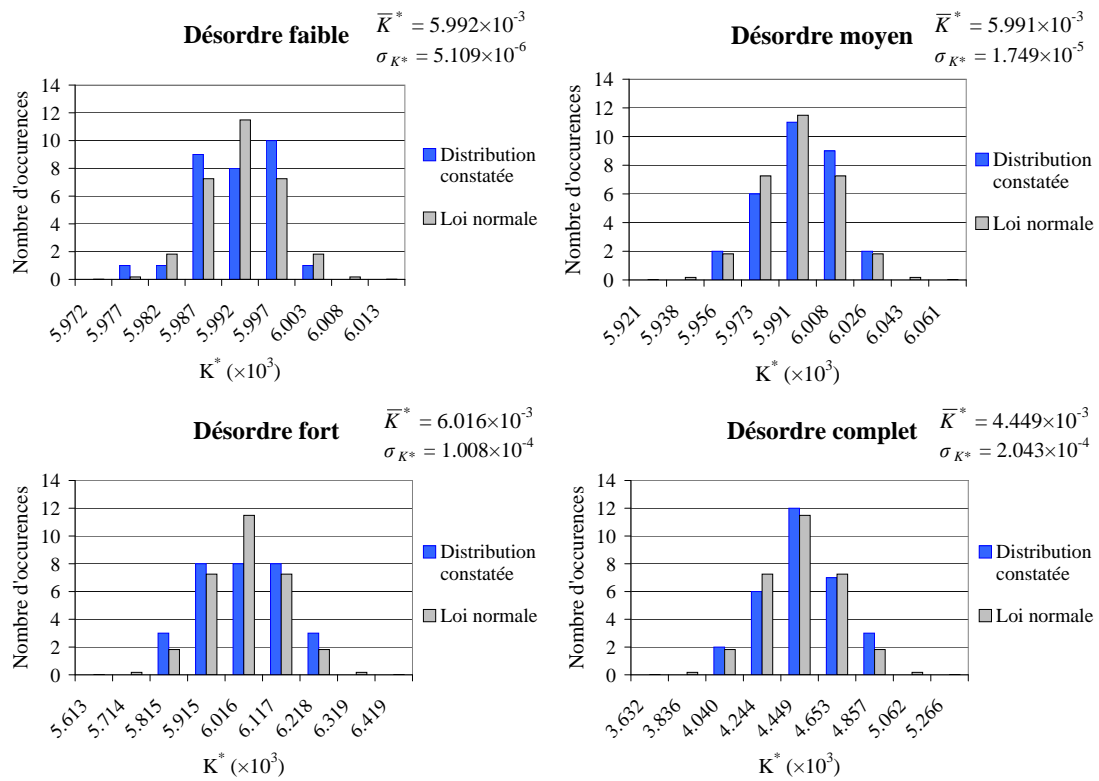


FIGURE 5.8 – Perméabilités des milieux désordonnés

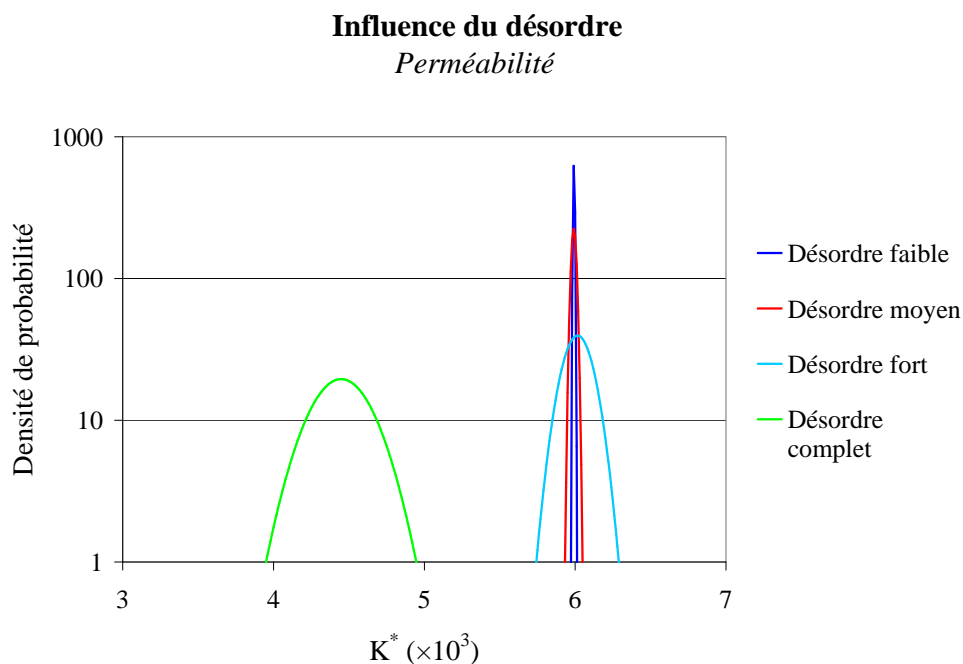
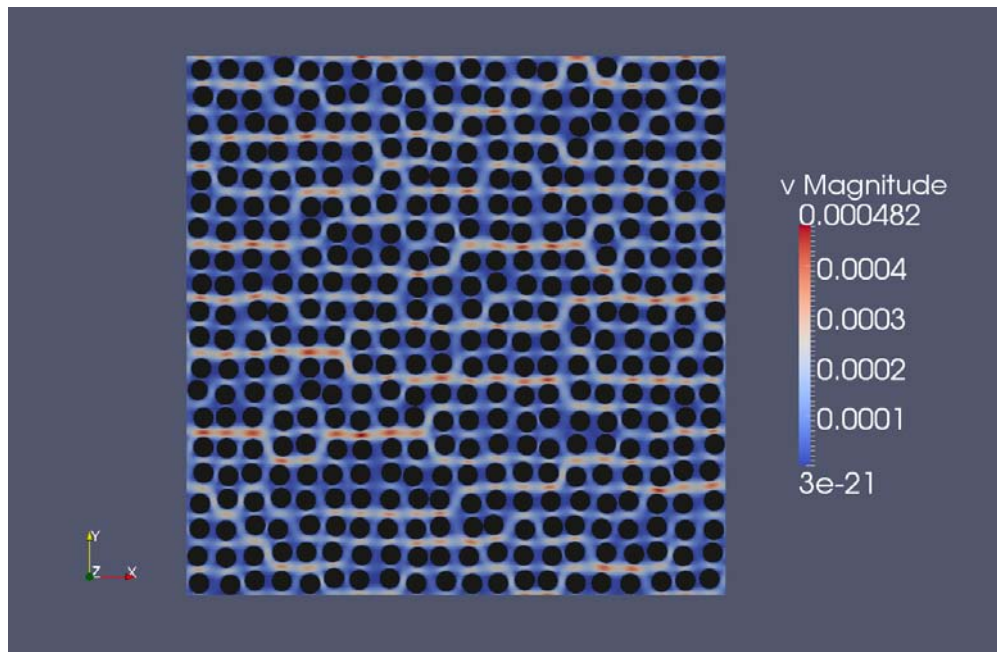


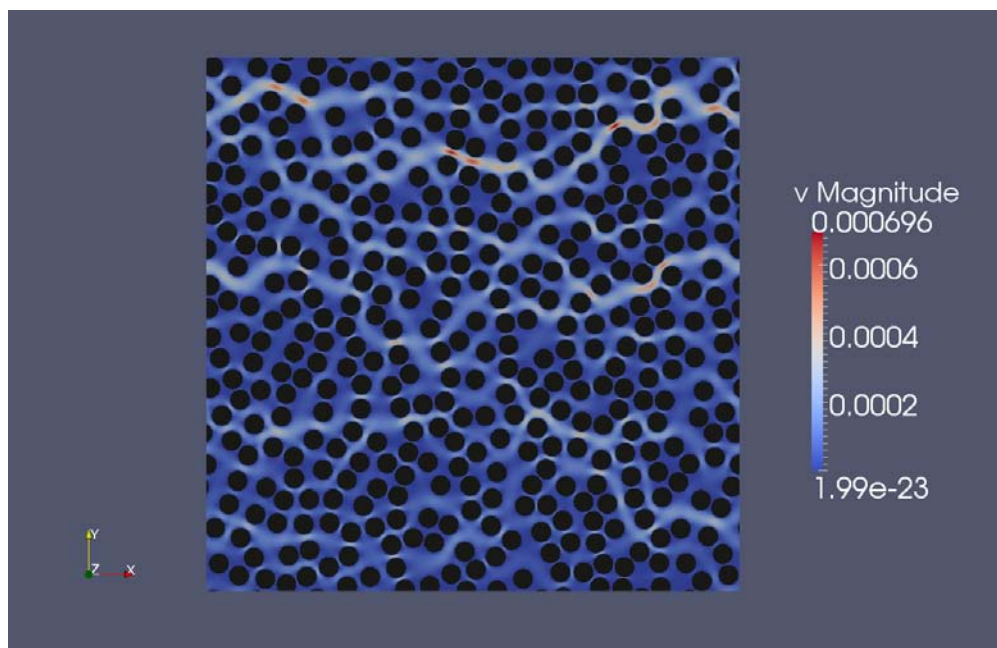
FIGURE 5.9 – Influence du niveau de désordre sur la perméabilité

La figure 5.11 présente l'évolution de F en fonction du nombre de Reynolds pour chaque niveau de désordre, et pour des nombres de Reynolds compris entre 1 et 100. On retrouve les deux régimes inertiels identifiés expérimentalement au chapitre 4. Dans un domaine restreint, entre $Re \approx 1$ et $Re \approx 30$, la correction de Forchheimer est proportionnelle au nombre de Reynolds à la puissance 2, ainsi qu'observé dans le régime inertiel faible, et reproduit par le calcul [Yazdchi 12] ; au delà de $Re \approx 30$, la correction devient proportionnelle au nombre de Reynolds, ce qui correspond au régime inertiel fort.

Ce comportement général est cohérent avec les observations pour des lits de particules désordonnées. De ce point de vue, les milieux de type « grille perturbée » ne se distinguent donc pas des milieux plus désordonnés. Néanmoins, le niveau de désordre a une grande influence sur l'amplitude de F , qui varie de presque un ordre de grandeur entre les milieux présentant un désordre faible et les milieux présentant un désordre complet, ce qui peut être associé à l'augmentation de la tortuosité. De plus, la limite de transition entre les régimes inertiel faible et inertiel fort diminue quand le niveau de désordre augmente. Le domaine inertiel faible est par conséquent de plus en plus restreint, ce qui va dans le sens des observations



(a) Milieu de type « désordre fort »



(b) Milieu de type « désordre complet »

FIGURE 5.10 – Illustration de la disparition de l'effet de « channeling » pour les milieux de type « désordre complet ». Comparaison des champs de vitesse dans le régime de Darcy.

de Lasseux *et al.* [Lasseux 11].

Le niveau de désordre a donc une influence significative sur la perméabilité et sur les effets inertiels. Ainsi, une loi de perte de pression valable pour un milieu désordonné (comme la corrélation établie au chapitre 4) ne devrait pas être adaptée à un milieu ordonné. En revanche, on ne constate pas, comme pour la perméabilité, de variation brutale pour les effets inertiels entre les milieux de type « grille perturbée » et les milieux aléatoires complets. En effet, l'amplitude de la correction de Forchheimer augmente progressivement avec le niveau de désordre. Notre conclusion concernant la correspondance entre l'aspect du variogramme et la perméabilité d'un milieu ne peut donc être étendue aux effets inertiels.

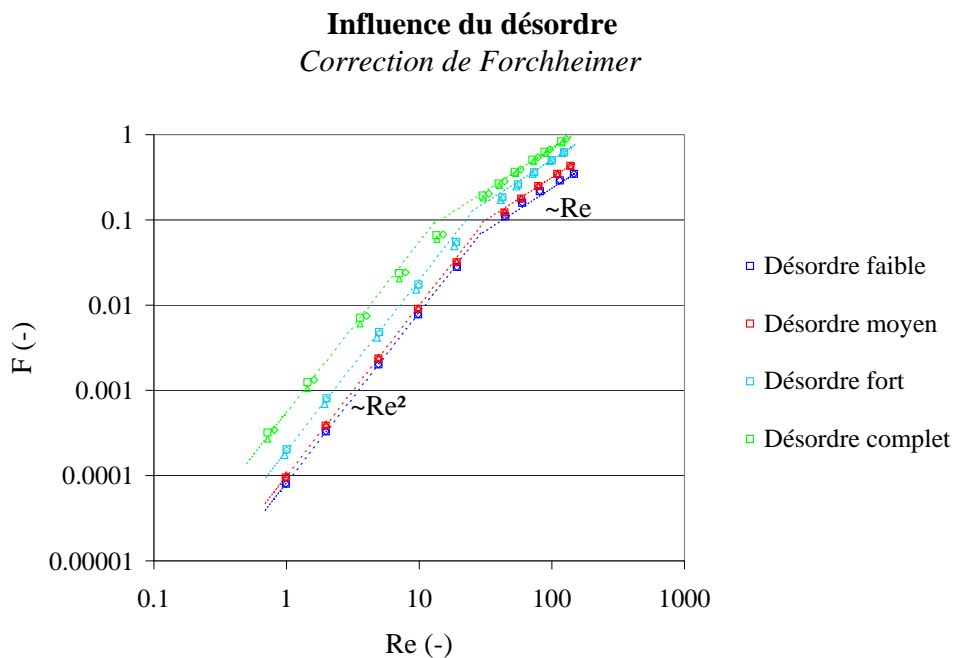


FIGURE 5.11 – Influence du niveau de désordre sur la correction de Forchheimer

5.3.5 Etude expérimentale d'un milieu ordonné

L'influence du désordre sur les propriétés macroscopiques d'un lit de débris a pu être étudiée expérimentalement dans CALIDE, en mesurant la perte de pression

à travers un lit de cylindres 8×12 mm orientés dans l'axe de l'écoulement (voir figure 5.12). La porosité du lit est de 22.64 %.

Les graphes de la figure 5.12 comparent les mesures de pertes de pression à travers ce lit avec la prédiction de la corrélation déterminée au chapitre 4 (équation 4.16). Les données expérimentales sont largement surestimées par la corrélation, ce qui confirme les conclusions de l'étude numérique sur l'effet du désordre.

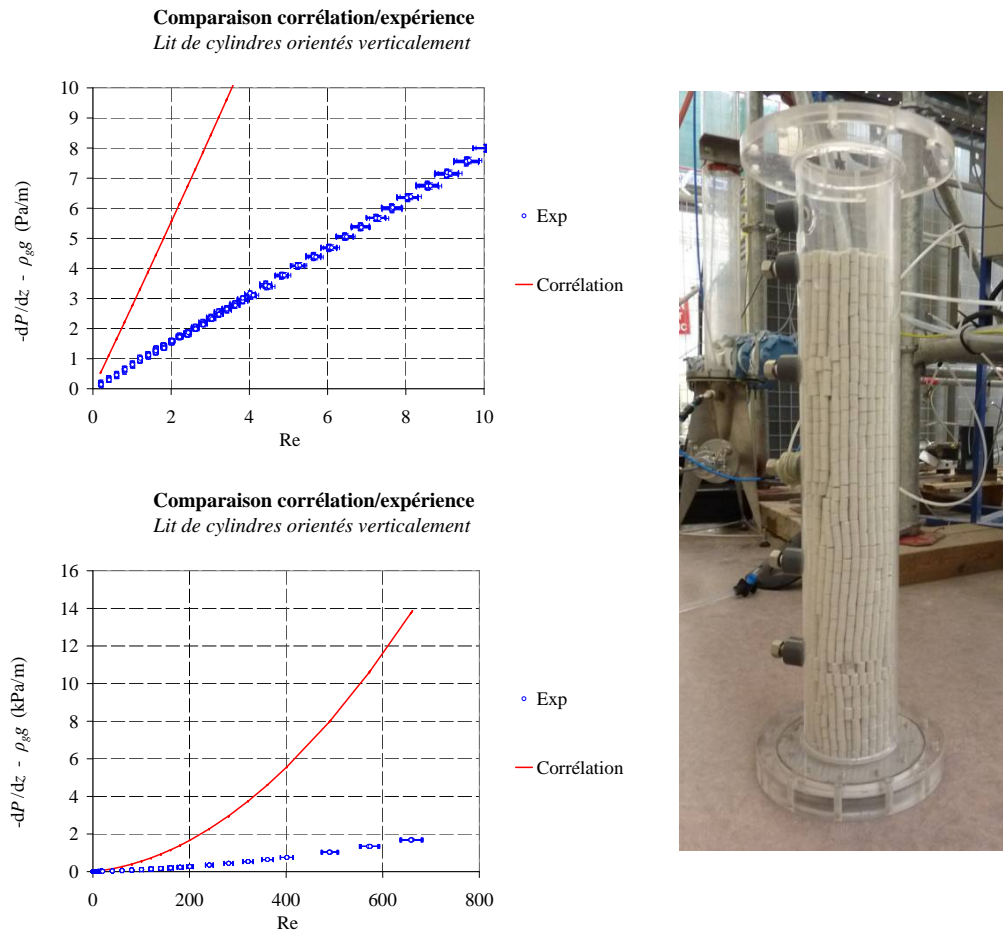


FIGURE 5.12 – Etude expérimentale d'un lit de cylindres 8×12 mm ordonnés verticalement. Comparaison entre les mesures (symboles \circ) et la prédiction de l'équation 4.16 (ligne continue) dans le régime de Darcy et dans le régime Inertiel fort

5.4 Conclusions

Au cours de ce chapitre, nous avons montré, par une étude numérique des écoulements monophasiques au travers de milieux poreux modèles, que l'approche adoptée au chapitre 4 pour modéliser les pertes de pression monophasiques dans les lits de débris n'est plus applicable lorsque les caractéristiques géométriques du lit de débris deviennent très différentes de celles des lits observés en termes de rugosité de surface ou de désordre.

Dans le cas d'une forte rugosité à la surface des particules, nous avons observé que le diamètre de Sauter n'est plus une dimension caractéristique pertinente pour le milieu. Un meilleur choix pour cette dimension caractéristique pourrait alors être le diamètre enveloppe des particules. Dans tous les cas, il convient de noter que la notion de diamètre équivalent doit être utilisée avec prudence lorsque les particules présentent une forte rugosité.

Nous avons également montré que le désordre du milieu est une condition nécessaire pour pouvoir estimer sa perméabilité et sa passabilité à l'aide d'une formule générale telle que celle établie au chapitre 4. Les milieux construits à partir de perturbations autour d'un réseau périodique s'avèrent rester ordonnés, ce qui se traduit par une différence de perméabilité par rapport au milieu totalement désordonné. L'impact sur les effets inertiels est encore plus important. Cela s'explique certainement par la persistance de canaux préférentiels dans les directions principales du réseau. Concrètement, cela signifie qu'il faut donc distinguer les milieux engendrés par des processus stochastiques de ceux engendrés par des phénomènes physiques périodiques ou autour de réseaux initialement ordonnés. Les premiers sont désordonnés et il est possible d'estimer leurs propriétés de transport à partir des seules caractéristiques géométriques (distribution de tailles et formes). Les seconds restent « ordonnés » et il est nécessaire d'introduire les paramètres caractérisant cet ordre pour évaluer leur perméabilité et leur passabilité.

Ces éléments critiques sur l'utilisation dogmatique du concept de diamètre effectif ne sont pas une surprise si on s'appuie sur les développements théoriques décrits aux chapitres précédents concernant la mise à l'échelle du bilan de quantité de mouvement. En conclusion, l'ingénieur utilisateur des corrélations proposées doit être attentif à ce que les milieux qu'il étudie soient proches de ceux qui ont servi à leur mise en place.

Il serait intéressant de poursuivre cette étude en introduisant des particules non cylindriques et en faisant varier leur forme et leur orientation de manière aléatoire afin de voir de quelle manière varie la perméabilité ou la passabilité de tels milieux.

Chapitre 6

Etude expérimentale des écoulements diphasiques en milieu poreux

Au chapitre 2, nous avons montré qu'une prise de moyenne volumique des équations à l'échelle du pore permet d'établir, sous certaines conditions, la structure d'équations suivante :

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{v}_l \rangle = & - \frac{\mathbf{K}_{ll}}{\mu_l} \cdot (\nabla \langle p_l \rangle^l - \rho_l \mathbf{g}) - \mathbf{F}_{ll} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle \\ & + \mathbf{K}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle - \mathbf{F}_{lg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle\end{aligned}\quad (6.1)$$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{v}_g \rangle = & - \frac{\mathbf{K}_{gg}}{\mu_g} \cdot (\nabla \langle p_g \rangle^g - \rho_g \mathbf{g}) - \mathbf{F}_{gg} \cdot \langle \mathbf{v}_g \rangle \\ & + \mathbf{K}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle - \mathbf{F}_{gl} \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle,\end{aligned}\quad (6.2)$$

pour les bilans de quantité de mouvement. Ces équations sont assorties d'une relation de pression capillaire macroscopique, dont nous avons vérifié la validité :

$$\langle p_g \rangle^g - \langle p_l \rangle^l = 2\sigma_{gl} \langle H \rangle_{gl} \quad (6.3)$$

$$\Rightarrow \nabla \langle p_l \rangle^l = \nabla \langle p_g \rangle^g . \quad (6.4)$$

Huit termes tensoriels, dont les expressions en fonction des grandeurs macroscopiques sont pour l'instant inconnues, apparaissent dans les équations 6.1 et 6.2. Les termes \mathbf{K}_{ll} et \mathbf{K}_{gg} représentent les frottements visqueux intrinsèques à chaque phase. \mathbf{K}_{lg} et \mathbf{K}_{gl} sont les termes croisés visqueux. Au premier ordre, et dans des conditions quasi-statiques, ces quatre tenseurs ne dépendent pas des vitesses des phases mais sont influencés par la structure de l'écoulement à l'échelle du pore et la répartition des phases. Ils sont donc *a priori* fonction de la géométrie de l'espace poral et du taux de vide. Notons qu'ils dépendent également de la nature des fluides. Les tenseurs \mathbf{F}_{ll} et \mathbf{F}_{gg} représentent les effets inertiels intrinsèques, et \mathbf{F}_{lg} et \mathbf{F}_{gl} sont les termes croisés inertiels. Ils dépendent *a priori* de $\langle \mathbf{v}_l \rangle$ et de $\langle \mathbf{v}_g \rangle$.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier la capacité de cette structure d'équations à décrire les tendances observées dans CALIDE, pour des écoulements eau-air. Nous chercherons dans le même temps à déterminer des formes pour les tenseurs intrinsèques et les termes de couplage qui, dans notre cas mono-dimensionnel, se réduisent à leur premier terme diagonal. Les hypothèses du modèle seront également discutées.

6.1 Conditions expérimentales

Il s'agit de générer un écoulement mono-dimensionnel permanent, diphasique et inertiel à travers un lit de particules homogène et indéformable. Nous décrirons dans cette partie les techniques mises en œuvre pour parvenir à satisfaire ces conditions.

6.1.1 Configuration de la section d'essais

La configuration de la section d'essais lors des expérimentations diphasiques est présentée sur la figure 6.1. On remarquera premièrement que la sonde à taux de vide est insérée dans le lit de particules jusqu'au niveau de la tête de sonde.

Deuxièmement, des billes d'inox de 8 mm de diamètre sont placées autour de la tête de sonde. Leur rôle est de stabiliser le lit de particules et de l'empêcher de bouger. En effet, en l'absence de ce poids supérieur, l'écoulement provoque un « brassage » des parties supérieures du lit. Ce brassage entraîne, d'une part, des

variations locales et instationnaires des propriétés macroscopiques, et, d'autre part, provoque un tassement progressif et global du lit, alors que celui-ci est supposé indéformable.

Troisièmement, l'emplacement des points de mesure pour la perte de charge a été déplacé par rapport aux essais monophasiques. Alors que celle-ci est mesurée entre l'amont et l'aval du lit dans les expérimentations monophasiques, les deux points de mesure utilisés lors des expérimentations diphasiques sont situés dans le lit de débris, à une distance de 30 cm l'un de l'autre. Ce choix est pénalisant du point de vue de l'incertitude de mesure, la perte de pression étant nécessairement plus faible entre ces deux points que sur la totalité du lit. Il est motivé par la réalisation de la condition d'écoulement mono-dimensionnel, plus difficile à satisfaire que dans le cas monophasique. En effet, la grille inférieure qui supporte le lit de particules casse l'uniformité de la répartition du flux d'air en amont de la section, et l'entrée de l'air dans le milieu n'est pas maîtrisée. Il est donc préférable de déplacer la prise de pression inférieure dans le milieu poreux, à une hauteur où les effets de la grille sont moins importants. Des considérations similaires amènent à éloigner la prise de pression supérieure de la tête de la sonde capacitive. En effet, celle-ci provoque un rétrécissement brutal de la section de passage pour le fluide à la sortie du lit de particules, et donc, potentiellement, des effets multi-dimensionnels.

Notons cependant que bien que l'observation de la périphérie du lit ne montre pas d'hétérogénéité flagrante dans la répartition du flux d'air (des bulles y circulent d'une façon quasi-uniforme), nous ne pouvons garantir que l'écoulement est effectivement mono-dimensionnel entre les deux prises de pression, l'installation ne permettant pas d'observation de l'écoulement en volume.

6.1.2 Volumes de mesure

Compte tenu de la configuration de la section d'essais, la perte de pression et le taux de vide sont mesurés sur des volumes différents, schématisés sur la figure 6.1.

Le volume de mesure pour la perte de pression est situé entre les deux prises de pression, choisies de façon à se rapprocher le mieux possible des conditions d'écoulement mono-dimensionnel.

Le taux de vide mesuré correspond au taux de vide moyen, en espace et en temps, à l'intérieur d'un volume de forme quasi-cylindrique autour des tiges de la sonde

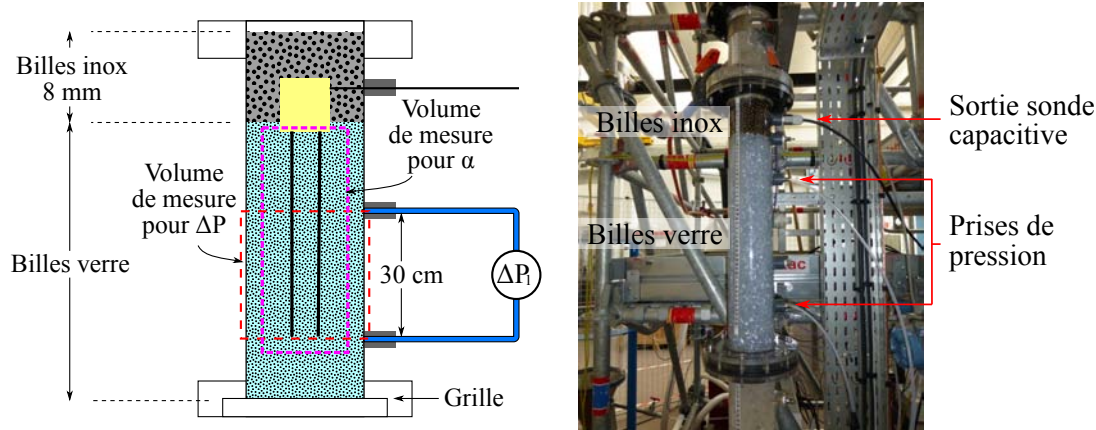


FIGURE 6.1 – Configuration d'un lit de particules pour les essais diphasiques

capacitive (entre 2 cm et 3 cm autour des tiges). Ce volume inclut donc la zone d'influence de la tête de la sonde capacitive, dans laquelle l'écoulement pourrait présenter des effets multi-dimensionnels. Cependant, pour les mêmes raisons que celles évoquées pour la mesure de pression, nous ne sommes pas en mesure de déterminer si ces effets multi-dimensionnels ont effectivement un impact sur le taux de vide. Nous pouvons néanmoins considérer que le volume d'influence de la tête de la sonde capacitive devrait rester faible devant le volume de mesure total, et donc que les effets multi-dimensionnels, même s'ils affectent localement le taux de vide, ne devraient pas avoir d'impact significatif sur le taux de vide moyen. Par ailleurs, le taux de vide devrait être d'avantage affecté par les effets de compressibilité de l'air. En effet, ainsi que nous le verrons par la suite, la perte de pression totale dans le lit de particules peut dépasser 25 kPa/m, ce qui équivaut à une perte de pression de l'ordre de 7500 Pa sur la hauteur de la sonde, qui mesure environ 30 cm. La pression absolue étant de l'ordre de 1 bar, elle subit donc une variation de l'ordre de 7.5 %. La masse volumique de l'air, et potentiellement le taux de vide, peut donc varier de près de 8 % sur la hauteur de la sonde. Enfin, il convient de rappeler que l'incertitude associée à la mesure du taux de vide est de l'ordre de 10 % (voir chapitre 2). Les effets multi-dimensionnels locaux et de la compressibilité de l'air sont donc noyés dans l'incertitude de mesure, et le taux de vide peut donc être considéré comme homogène (à 10 % près).

6.1.3 Caractéristiques des lits étudiés

Les lits étudiés sont des lits monodisperses contenant des billes de 4 mm ou 8 mm telles que présentées dans le tableau 3.1. Les porosités des lits ont été mesurées (voir Tableau 6.1) et ont été utilisées pour déterminer leurs perméabilités et leurs passabilités à partir des corrélations d'Ergun [Ergun 52] :

$$K = \frac{\varepsilon^3 d^2}{h_K (1 - \varepsilon)^2} \quad (6.5)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon^3 d}{h_\eta (1 - \varepsilon)}, \quad (6.6)$$

où d est le diamètre des particules, et $h_K = 181$ et $h_\eta = 1.63$ deux constantes empiriques, que nous avons évaluées au chapitre 4 (voir paragraphe 4.4.1). Ces expressions étant très sensibles aux erreurs de mesure sur la porosité, des mesures de pertes de charge en écoulement monophasique ont été réalisées avant l'essai, et comparées à la prédiction de la loi d'Ergun. Les valeurs obtenues (voir figure 6.2) montrent un très bon accord (moins de 5 % d'écart), ce qui confirme que les porosités ont été correctement mesurées.

De plus, de nouvelles mesures de pertes de charge monophasiques à mi-essai montrent que les propriétés du lit ne varient pas de façon significative durant l'essai (les particules ne sont pas déplacées par l'écoulement diphasique).

Particules	Dimensions (mm)	ε (-)	K (m ²)	η (m)
billes	4	0.375	1.21×10^{-8}	2.09×10^{-4}
billes	8	0.386	5.37×10^{-8}	4.60×10^{-4}

TABLE 6.1 – Caractéristiques des lits utilisés pour les essais diphasiques

6.1.4 Conduite de l'essai

Les domaines étudiés en débit couvrent une gamme allant de 0 à 600 kg/h en eau et de 0 à 200 NI/min en air, ce qui équivaut à des nombres de Reynolds compris

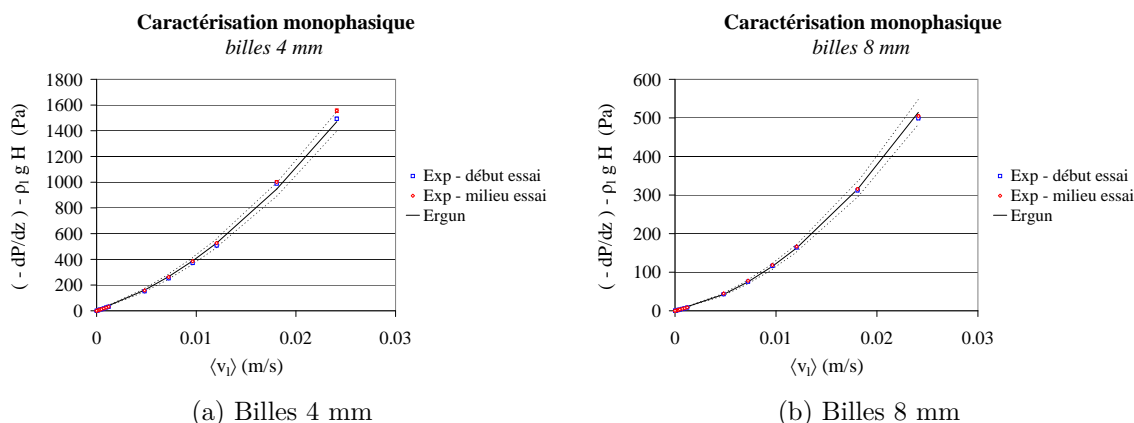


FIGURE 6.2 – Caractérisation monophasique des lits étudiés en écoulements diphasiques. Comparaison des mesures (symboles \square et \diamond) avec la loi d'Ergun (ligne continue). Les lignes discontinues correspondent à l'incertitude sur la prédiction de la loi d'Ergun, due aux incertitudes sur la porosité, le diamètre des billes et la vitesse de l'écoulement.

entre 0 et environ 300 pour la phase liquide, et entre 0 et environ 500 pour la phase gazeuse, la définition du nombre de Reynolds étant donnée dans le chapitre 2 :

$$Re_{\beta} = \frac{\rho_{\beta} \langle v_{\beta} \rangle d}{\mu_{\beta} (1 - \varepsilon)} \quad (\beta = g, l). \quad (6.7)$$

Deux débitmètres eau (0-30 et 0-600 kg/h) et de deux débitmètres air (0-10 et 0-200 Nl/min) sont utilisés pour conserver une bonne précision sur l'ensemble de la gamme. Les essais sont donc réalisés en quatre parties, ainsi que représenté sur le graphe de la figure 6.3 :

1. Faibles débits liquide et gaz : $\dot{m}_l = 0 \rightarrow 30$ kg/h, $\dot{m}_g = 0 \rightarrow 10$ Nl/mn
2. Débit gaz faible, débit liquide fort : $\dot{m}_l = 0 \rightarrow 600$ kg/h, $\dot{m}_g = 0 \rightarrow 10$ Nl/mn
3. Débit gaz fort, débit liquide faible : $\dot{m}_l = 0 \rightarrow 30$ kg/h, $\dot{m}_g = 0 \rightarrow 200$ Nl/mn
4. Forts débits liquide et gaz : $\dot{m}_l = 0 \rightarrow 600$ kg/h, $\dot{m}_g = 0 \rightarrow 200$ Nl/mn

Cet ordre a été choisi de façon à pouvoir balayer la plus large gamme possible de débits en eau et en air avant que le lit ne soit soulevé par l'écoulement (fluidisation).

Au cours de chaque partie de l'essai, le débit massique d'eau est progressivement augmenté par paliers, le débit massique de gaz étant régulé autour d'une valeur constante, afin de réaliser les conditions d'écoulements stationnaires nécessaires pour que les équations 6.1 et 6.2 s'appliquent, ainsi que nous l'avons expliqué au chapitre 3. Lorsque l'intégralité de la gamme de débit d'eau a été balayée, le débit d'air est augmenté, et la gamme de débit d'eau est à nouveau balayée.

De plus, la sonde à taux de vide est régulièrement ré-étalonnée, pour compenser une dérive temporelle significative (certainement due à la variation de la température du hall au cours des essais).

Il convient de noter que les résultats seront ensuite présentés à vitesse liquide constante et vitesse d'air croissante.

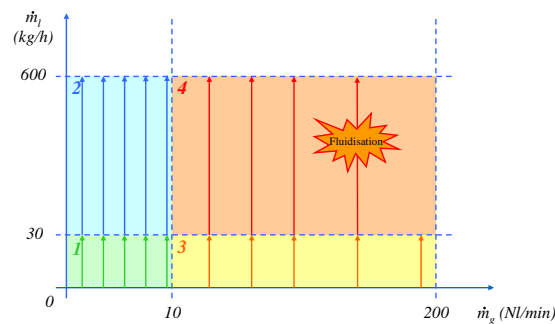


FIGURE 6.3 – Schéma de conduite et domaines de vitesses étudiés lors des essais en écoulements diphasiques

6.2 Résultats expérimentaux

La perte de pression et le taux de vide ont été mesurés en fonction des vitesses liquide et gaz pour les deux lits présentés dans le Tableau 6.1. Nous décrirons dans cette section les résultats obtenus, et nous les comparerons aux résultats issus d'expérimentations similaires dans la littérature.

6.2.1 Billes 4 mm

Les graphes de la figure 6.4 montrent les évolutions, en fonction de la vitesse gaz $\langle v_g \rangle$, du taux de vide et de la variation de pression totale normalisée par le terme

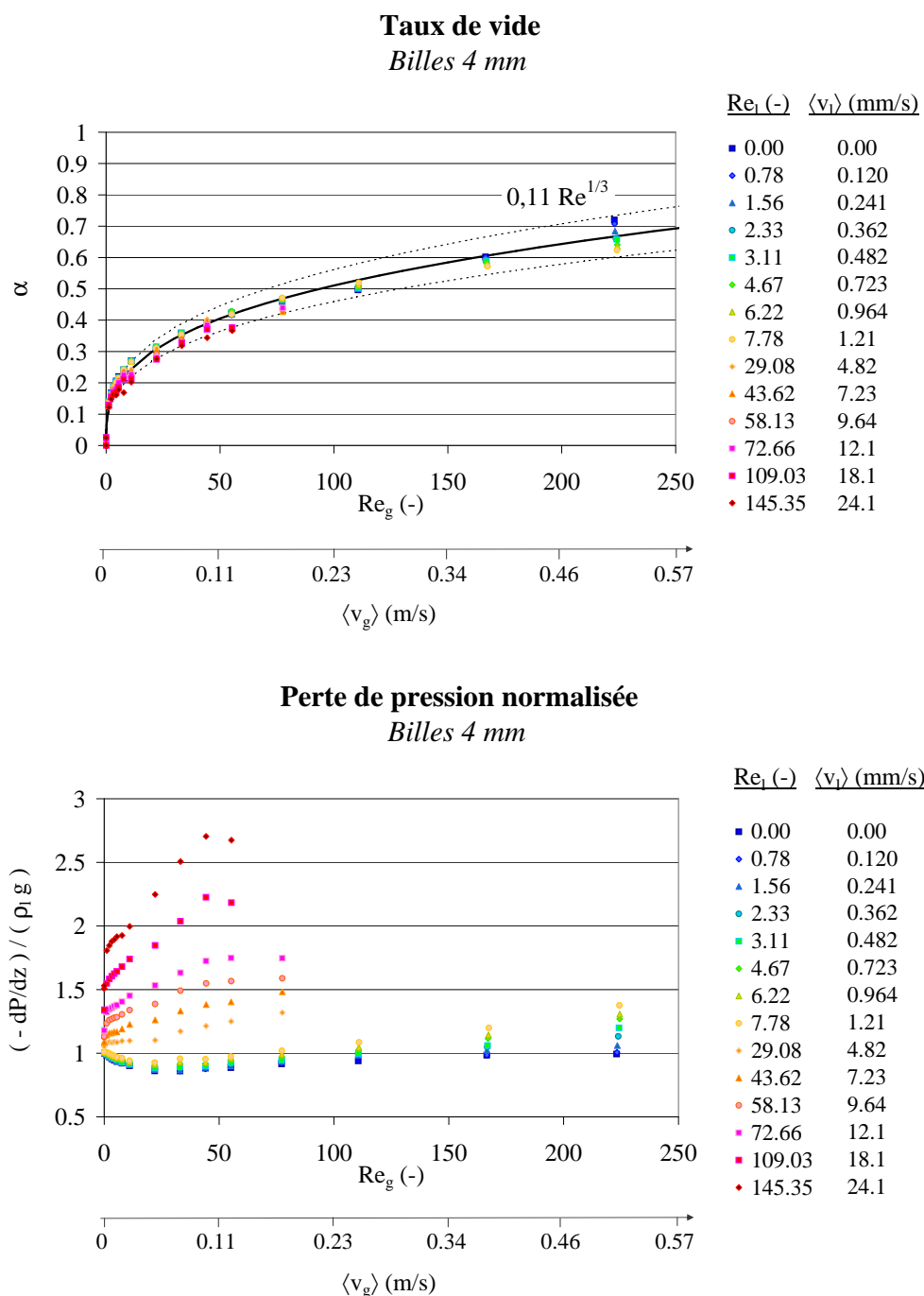


FIGURE 6.4 – Mesure du taux de vide et de la perte de pression dans un écoulement diphasique à travers un lit monodisperse de billes de 4 mm de diamètre en fonction des vitesses des phases.

hydrostatique liquide $\rho_l g$, dans le cas d'un lit de billes de diamètre 4 mm. Chaque série correspond à une même vitesse liquide $\langle v_l \rangle$.

Taux de vide

Les taux de vide mesurés varient entre 0 et plus de 70 %. Ils dépendent de la vitesse gaz $\langle v_g \rangle$ mais très peu de la vitesse liquide $\langle v_l \rangle$. En effet, si la tendance générale semble être une diminution du taux de vide lorsque la vitesse liquide augmente, il faut rappeler que l'incertitude sur la mesure du taux de vide est de l'ordre de 10 % (voir partie 3.5.1). Or, nous pouvons voir sur la figure 6.4 que tous les points expérimentaux peuvent être prédits à 10 % près (intervalle représenté par les courbes discontinues) par la loi suivante :

$$\alpha = 0.11 \text{Re}_g^{1/3} \quad (6.8)$$

où Re_g désigne le nombre de Reynolds de la phase gaz, défini par l'équation 6.7.

La variation du taux de vide avec la vitesse liquide n'est donc pas significative, et la relation 6.8 permet une prédiction correcte pour toutes les vitesses liquides étudiées.

Pertes de pression

Lorsque la vitesse liquide est nulle, la variation de pression normalisée est inférieure à 1, ce qui équivaut à une perte de pression négative dans la phase liquide. Cela signifie physiquement que le gaz exerce une force ascendante sur la phase liquide, du fait des frottements à l'interface. Ce comportement est cohérent avec les observations de Tutu *et al.* [Tutu 83].

6.2.2 Billes 8 mm

Les graphes de la figure 6.5 montrent les évolutions, en fonction de la vitesse gaz $\langle v_g \rangle$, du taux de vide et de la perte de pression totale normalisée par le terme hydrostatique, dans le cas d'un lit de billes de diamètre 8 mm. Chaque série correspond à une même vitesse liquide $\langle v_l \rangle$.

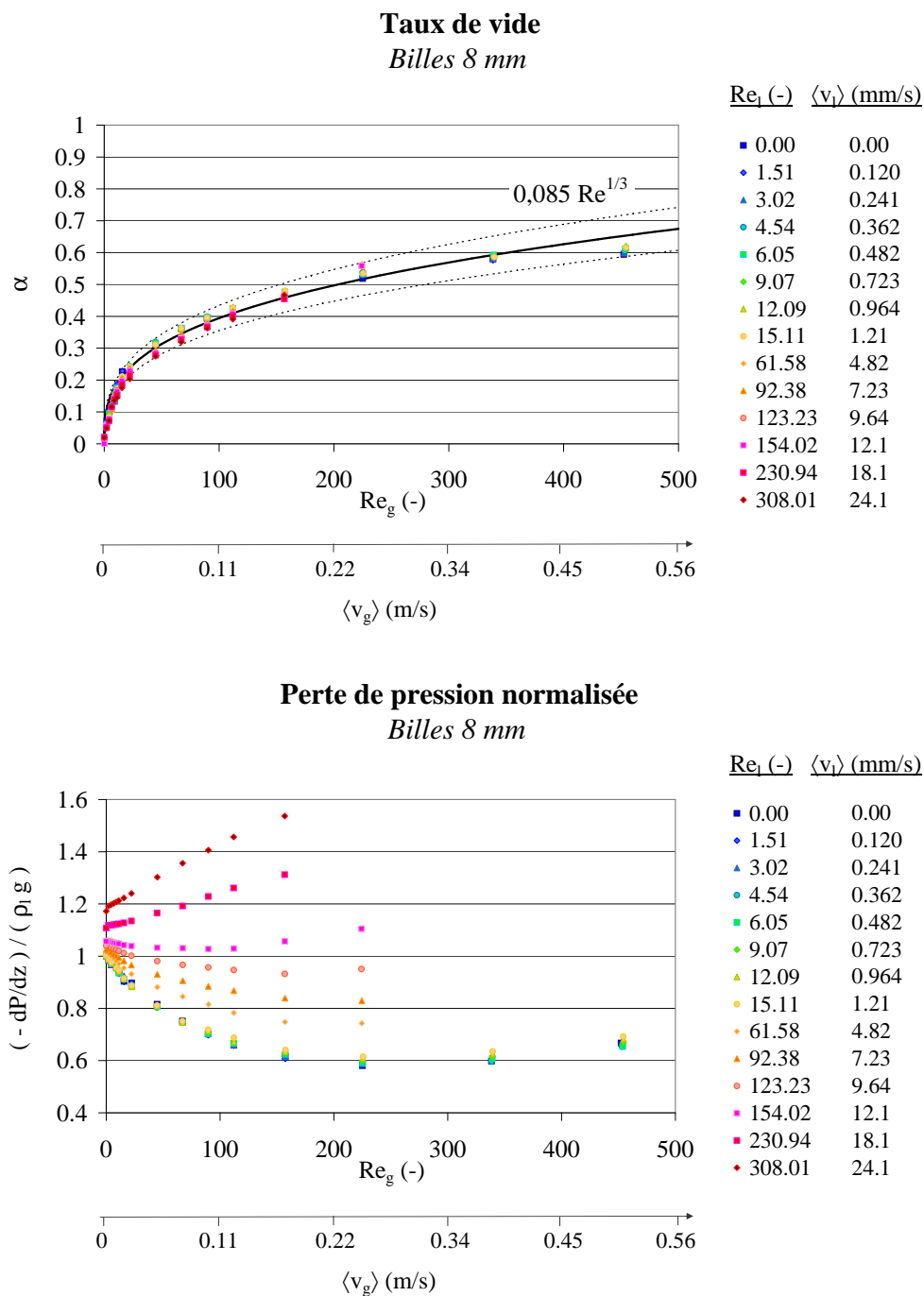


FIGURE 6.5 – Mesure du taux de vide et de la perte de pression dans par un écoulement diphasique à travers un lit monodisperse de billes de 8 mm de diamètre en fonction des vitesses des phases.

Taux de vide

Le taux de vide varie entre 0 et 60 %. Il dépend toujours peu de la vitesse de la phase liquide, et la relation entre α et Re_g a la même forme que dans le cas des billes de 4 mm :

$$\alpha = 0.085 Re_g^{1/3} \quad (6.9)$$

Remarquons que la différence entre les coefficients des équations 6.8 et 6.9 vient compenser la variation du nombre de Reynolds due au changement de diamètre de particule. En effet :

$$\frac{0.11 (Re_g^{1/3})_4}{0.085 (Re_g^{1/3})_8} = \frac{0.11 \left(\frac{\rho_g \langle v_g \rangle d_4}{\mu_g (1 - \varepsilon_4)} \right)^{1/3}}{0.085 \left(\frac{\rho_g \langle v_g \rangle d_8}{\mu_g (1 - \varepsilon_8)} \right)^{1/3}} \quad (6.10)$$

$$= \frac{0.11 (d_4 (1 - \varepsilon_8))^{1/3}}{0.085 (d_8 (1 - \varepsilon_4))^{1/3}} \quad (6.11)$$

$$= 1.03 \quad (6.12)$$

$$\approx 1. \quad (6.13)$$

Ainsi, pour une même vitesse gaz, le taux de vide semble indépendant de la taille de particule, au moins dans le domaine étudié. On peut donc écrire la relation dimensionnelle :

$$\alpha = 0.11 \left(\frac{\rho_g \langle v_g \rangle d_4}{\mu_g (1 - \varepsilon_4)} \right)^{1/3} = 0.83 \langle v_g \rangle^{1/3}. \quad (6.14)$$

Pertes de pression

Le comportement des pertes de pression semble similaire à celui observé pour les billes de 4 mm : lorsque la vitesse liquide est nulle, la perte de pression normalisée est inférieure à 1, et cet effet diminue progressivement quand la vitesse liquide augmente.

6.2.3 Comparaison avec des données issues de la littérature

Le taux de vide semble indépendant de la taille de grain pour les essais réalisés dans CALIDE, mais des données supplémentaires pour d'autres tailles de particules sont nécessaires pour déterminer s'il s'agit d'une loi générale ou d'une observation spécifique à nos expérimentations. C'est pourquoi les résultats présentés dans les paragraphes précédents ont été comparés à ceux de Tutu *et al.* [Tutu 83], obtenus pour des lits monodisperses de billes de diamètres 3.18 mm, 6.35 mm et 12.7 mm parcourus par un écoulement diphasique eau/air avec un débit net de liquide nul ($\langle v_l \rangle = 0$). Ces données sont très souvent utilisées dans les études portant sur la modélisation des écoulements diphasiques en milieu granulaire [Kulkarni 10, Schmidt 06].

La figure 6.6a compare les mesures de taux de vide réalisées dans CALIDE avec celles de Tutu *et al.* [Tutu 83]. Elle montre que l'équation 6.14 prédit le taux de vide à 10 % près, et ce pour toutes les tailles de grain, dès que le taux de vide est supérieur à 0.3. En dessous de cette limite, l'influence de la taille de grain sur le taux de vide semble plus importante : l'équation 6.14 reste valable pour les billes de 4 mm, 6.35 mm et 8 mm, mais tend à sous-estimer le taux de vide pour les billes de 3.18 mm, et à le sur-estimer pour les billes de 12.7 mm. Ainsi, elle peut être considérée comme une approximation valable pour des tailles de billes comprises entre 4 mm et 8 mm.

Les données à vitesse liquide nulle obtenues dans CALIDE ont également été comparées aux résultats de Tutu *et al.* (figure 6.6b). Lorsque la vitesse de la phase gazeuse est faible, la perte de pression semble suivre une loi indépendante de la taille de grain, jusqu'à une certaine limite dont la valeur dépend de la taille de grain. Cette observation suggère l'existence de régimes d'écoulements, mais il n'est pas possible, à ce stade, d'apporter plus de précisions concernant la nature exacte de ces régimes.

D'une manière générale, les mesures réalisées dans CALIDE et celles de Tutu *et al.* sont très cohérentes, ce qui supporte leur qualité et leur précision.

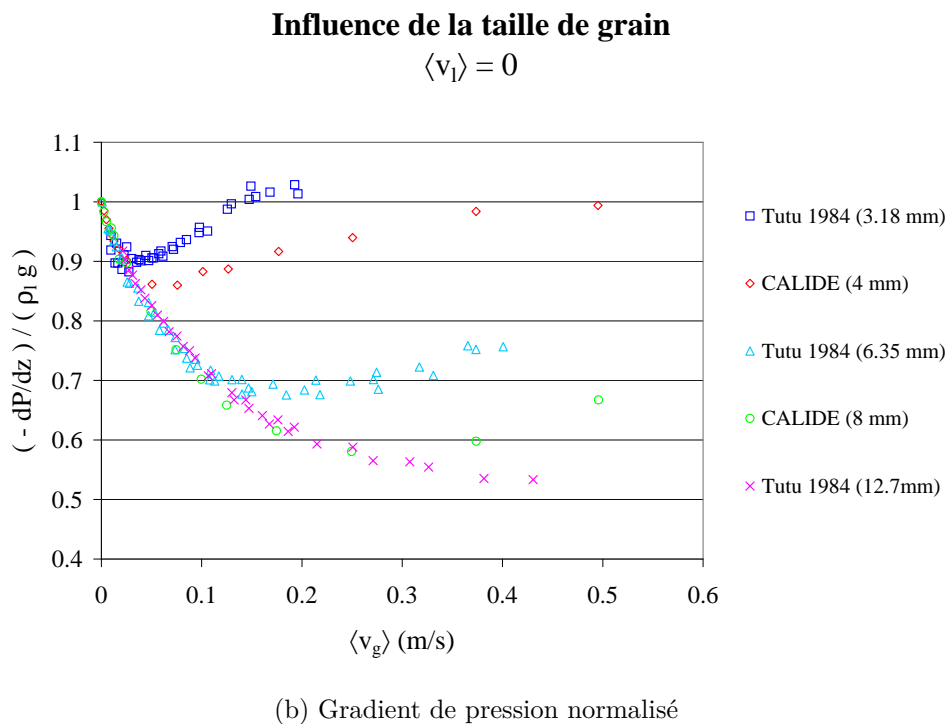
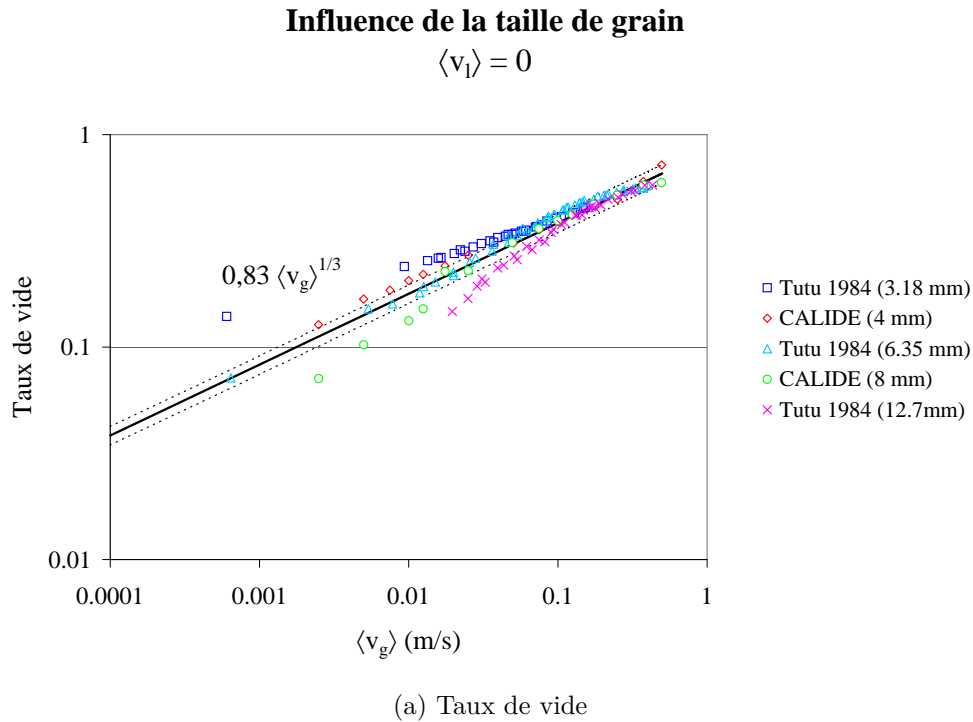


FIGURE 6.6 – Comparaison des mesures réalisées dans CALIDE avec les données issues de la littérature (influence de la taille de grain sur la perte de pression ou le taux de vide)

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

Nous étudierons dans cette section la capacité des équations 6.1 et 6.2 à reproduire les données expérimentales présentées dans la section 6.2, et nous essaierons d'identifier des corrélations pour les termes intrinsèques et les termes croisés :

Termes intrinsèques		Termes croisés	
K_{ll}	F_{ll}	K_{lg}	F_{lg}
K_{gg}	F_{gg}	K_{gl}	F_{gl}

La méthode proposée pour l'identification des différents termes n'est pas triviale, et repose sur des hypothèses fortes. La principale difficulté provient du nombre de paramètres à identifier : il s'agit d'en déterminer huit avec seulement deux équations. De plus, nous ne connaissons pas la forme de la plupart de ces termes. Pour contourner ces difficultés, nous remarquons tout d'abord les deux choses suivantes :

- Dans le cas où la vitesse liquide est nulle, les équations macroscopiques mono-dimensionnelles se simplifient pour devenir :

$$0 = - \frac{K_{ll}}{\mu_l} \left(\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right) + K_{lg} \langle v_g \rangle - F_{lg} \langle v_g \rangle \quad (6.15)$$

$$\langle v_g \rangle = - \frac{K_{gg}}{\mu_g} \left(\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right) - F_{gg} \langle v_g \rangle. \quad (6.16)$$

- Les termes inertiels, intrinsèques et croisés, sont *a priori* négligeables devant les termes visqueux lorsque les vitesses gaz et liquide sont faibles. Dans cette situation, les équations macroscopiques se réduisent donc à :

$$\langle v_l \rangle = - \frac{K_{ll}}{\mu_l} \left(\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right) + K_{lg} \langle v_g \rangle \quad (6.17)$$

$$\langle v_g \rangle = - \frac{K_{gg}}{\mu_g} \left(\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right) + K_{gl} \langle v_l \rangle. \quad (6.18)$$

Il est toutefois difficile pour l'instant de définir précisément ce qu'est une vitesse « faible », les seuils d'apparition des effets inertiels dans les écoulements diphasiques n'ayant pas été clairement identifiés. Dans cette partie, les vitesses les moins importantes seront considérées comme faibles, mais sans preuve formelle qu'elles correspondent effectivement à des effets inertiels négligeables.

Ensuite, nous contraignons le comportement aux limites des équations finales pour qu'elles soient cohérentes avec les équations monophasiques lorsque $\alpha \rightarrow 0$ et $\alpha \rightarrow 1$. Pour cela, on impose :

$$K_{ll} = K k_{ll}(\alpha) \quad (6.19)$$

$$F_{ll} = \frac{\rho_l K}{\mu_l \eta} \langle v_l \rangle f_{ll}(\alpha) \quad (6.20)$$

$$K_{gg} = K k_{gg}(\alpha) \quad (6.21)$$

$$F_{gg} = \frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle f_{gg}(\alpha) \quad (6.22)$$

avec :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} k_{ll} = 1 \quad (6.23)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} f_{ll} = 1 \quad (6.24)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} k_{gg} = 1 \quad (6.25)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} f_{gg} = 1. \quad (6.26)$$

Remarquons ici que les modèles de type Ergun généralisé vérifient ces conditions.

Enfin, nous déterminons des formes générales pour les termes visqueux à partir de la solution du problème de Stokes pour un écoulement annulaire diphasique dans un tube cylindrique de rayon R (voir figure 6.7), qui aboutit à un système similaire aux équations 6.1 et 6.2, sans les termes inertiels.

Les expressions analytiques obtenues pour les termes visqueux sont les suivantes :

$$K_{ll} = \frac{R^2}{8} \left[(1 - \alpha)^2 - 2\alpha(1 - \alpha) - 2\alpha^2 \ln(\alpha) \right] - \frac{R^2 \mu_g}{2 \mu_l} \frac{((1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha))^2}{1 - 2\frac{\mu_g}{\mu_l} \ln(\alpha)} \quad (6.27)$$

$$K_{lg} = 2 \frac{\mu_g}{\mu_l} \frac{(1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha)}{1 - 2\frac{\mu_g}{\mu_l} \ln(\alpha)} \quad (6.28)$$

$$K_{gl} = 2\alpha \frac{(1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha)}{(1 - \alpha)^2 - 2\alpha(1 - \alpha) - 2\alpha^2 \ln(\alpha)} \quad (6.29)$$

$$K_{gg} = \frac{R^2}{8} \left[\alpha^2 - 2\frac{\mu_g}{\mu_l} \alpha^2 \ln(\alpha) \right] - \frac{R^2 \mu_g}{2 \mu_l} \frac{\alpha^2 ((1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha))^2}{(1 - \alpha)^2 - 2\alpha(1 - \alpha) - 2\alpha^2 \ln(\alpha)} \quad (6.30)$$

Le développement complet se trouve en Annexe D. Dans notre cas, où le rapport de viscosités $\frac{\mu_g}{\mu_l}$ est très petit, ces expressions peuvent être approchées par (voir figure 6.8) :

$$K_{ll} \approx \frac{R^2}{8} (1 - \alpha)^3 \quad (6.31)$$

$$K_{lg} \approx \frac{\mu_g}{\mu_l} \frac{(1 - \alpha)^2}{\alpha} \quad (6.32)$$

$$K_{gl} \approx \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (6.33)$$

$$K_{gg} \approx \frac{R^2}{8} \alpha^2 \quad (6.34)$$

En rappelant que la perméabilité est de l'ordre du diamètre de pore au carré, on peut alors écrire :

$$K_{ll} \approx K (1 - \alpha)^3 \quad (6.35)$$

$$K_{lg} \approx \frac{\mu_g}{\mu_l} \frac{(1 - \alpha)^2}{\alpha} \quad (6.36)$$

$$K_{gl} \approx \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (6.37)$$

$$K_{gg} \approx K \alpha^2 \quad (6.38)$$

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

Il conviendra de vérifier la validité de ces estimateurs en les comparant aux résultats expérimentaux. Notons que ces expressions satisfont la relation de réciprocité identifiée par Lasseux *et al.* [Lasseux 96] :

$$\mu_g K_{gl} K_{ll} = \mu_l K_{gg} K_{lg} = \frac{R^2}{8} \mu_g \alpha (1 - \alpha)^2 \quad (6.39)$$

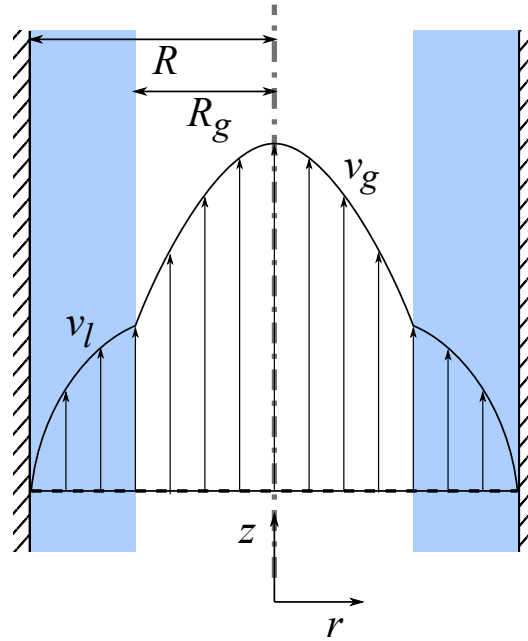


FIGURE 6.7 – Représentation schématique d'un écoulement de Stokes annulaire diphasique

6.3.1 Vitesse liquide nulle

A vitesse liquide nulle, les équations 6.15 et 6.16 peuvent s'écrire :

$$\frac{K_{lg} - F_{lg}}{K_{ll}} = \frac{\partial P_l^* / \partial z}{\mu_l \langle v_g \rangle} \quad (6.40)$$

$$\frac{1 + F_{gg}}{K_{gg}} = -\frac{\partial P_g^* / \partial z}{\mu_g \langle v_g \rangle}. \quad (6.41)$$

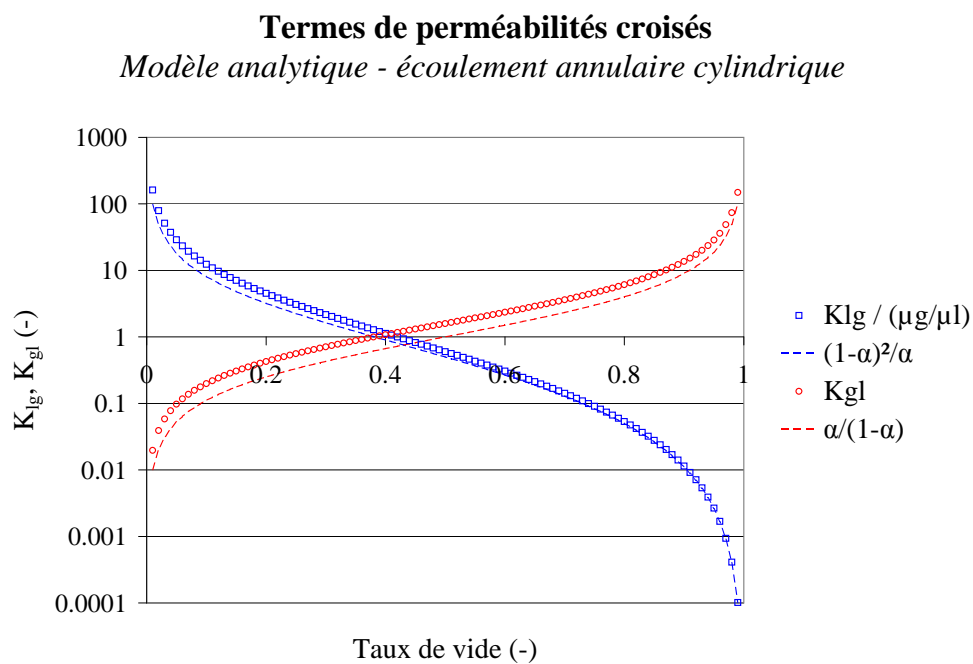
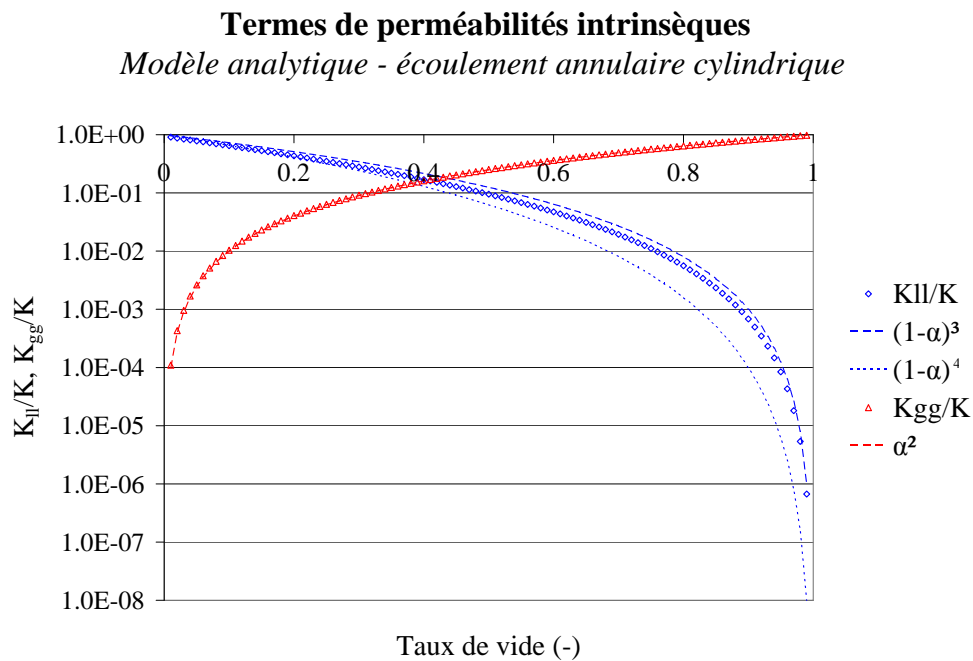


FIGURE 6.8 – Expressions analytiques et expressions approchées pour les termes visqueux dans le cas d'un écoulement de Stokes annulaire diphasique

$$\text{où } \frac{\partial P_l^*}{\partial z} = \frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \text{ et } \frac{\partial P_g^*}{\partial z} = \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g.$$

Ces ensembles contiennent encore plusieurs termes inconnus. Mais lorsque la vitesse gaz est faible, les termes inertiels F_{lg} et F_{gg} doivent être négligeables devant les termes visqueux, et les équations 6.40 et 6.41 se réduisent à :

$$\frac{K_{lg}}{K_{ll}} = \frac{\partial P_l^* / \partial z}{\mu_l \langle v_g \rangle} \quad (6.42)$$

$$\frac{1}{K_{gg}} = - \frac{\partial P_g^* / \partial z}{\mu_g \langle v_g \rangle}. \quad (6.43)$$

Il devrait donc être possible d'identifier directement K_{gg} à partir des mesures à vitesse liquide nulle et vitesse gaz faible. Il est par contre impossible de découpler les effets de K_{ll} et K_{lg} , puisqu'ils sont tous les deux importants dans le domaine visqueux. Il faut par conséquent formuler une hypothèse sur l'un d'eux pour identifier le second. Dans la suite du développement, nous supposons :

$$K_{ll} = K (1 - \alpha)^3. \quad (6.44)$$

Il s'agit d'une hypothèse forte qui conditionne la forme de tous les autres paramètres de l'équation 6.1. Nous pouvons néanmoins étayer sa validité par les trois observations suivantes :

- Cette expression revient à postuler une perméabilité relative en $(1 - \alpha)^3$, expression qui semble faire consensus dans la littérature [Lipinski 81, Reed 86, Hu 91, Schulenberg 87, Tung 88] ;
- Elle est de plus compatible avec la condition 6.19 ;
- Enfin, elle n'est pas contredite par l'équation 6.35 obtenue grâce au modèle analytique.

6.3.1.1 Identification de K_{lg}

La différence des termes croisés visqueux $K_{lg} - F_{lg}$ est identifiée à partir de l'équation 6.40, de l'hypothèse sur K_{ll} (équation 6.44) et des mesures de pertes de pression et de taux de vide :

$$K_{lg} - F_{lg} = K (1 - \alpha)^3 \frac{\partial P_i^* / \partial z}{\mu_l \langle v_g \rangle} \quad (6.45)$$

Les graphes de la figure 6.9 montrent les valeurs obtenues pour $K_{lg} - F_{lg}$ à partir des données de CALIDE et de Tutu *et al.* Lorsque la vitesse gaz est faible, le terme inertiel F_{lg} est supposé négligeable devant le terme visqueux K_{lg} , si bien que l'on peut écrire :

$$K_{lg} = K (1 - \alpha)^3 \frac{\partial P_i^* / \partial z}{\mu_l \langle v_g \rangle} \quad (\langle v_g \rangle \text{ faible}) \quad (6.46)$$

En supposant alors une forme voisine de l'équation 6.36 pour K_{lg} :

$$K_{lg} = k_{lg} \times \frac{\mu_g (1 - \alpha)^2}{\mu_l \alpha}. \quad (6.47)$$

La valeur de la constante k_{lg} est déterminée pour chaque lit. Les courbes de la figure 6.9 montrent que l'équation 6.47 présente généralement un bon accord avec les points expérimentaux à bas taux de vide, et s'en écarte lorsque le taux de vide augmente. Ces observations montrent que l'équation 6.47 est pertinente pour modéliser le terme visqueux croisé K_{lg} dans les lits de billes étudiés, et supporte l'existence d'un terme inertiel, négligeable à bas Reynolds, identifiable à partir de l'écart entre l'équation 6.47 et les points expérimentaux à grande vitesse gaz. Il convient toutefois de noter qu'un comportement différent est observé dans le cas des billes de 3.18 mm, ce qui suggère l'existence d'une limite de validité pour le modèle en termes de taille de grain.

Les valeurs constatées pour la constante k_{lg} (voir tableau 6.2) semblent dépendre linéairement de la perméabilité du lit, ce qui était prévisible compte tenu des observations et des hypothèses effectuées. En effet, nous avons montré que le taux de vide et la perte de pression à vitesse gaz faible et à vitesse liquide nulle ne dépendent pas, ou peu, de la perméabilité (figures 6.6a et 6.6b). L'équation 6.46 est donc équivalente à une relation linéaire entre K_{lg} et K . Cette relation n'est donc qu'une conséquence de l'hypothèse sur la forme K_{ll} (équation 6.44), et de la

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

relative indépendance de la perte de pression et du taux de vide à la perméabilité. D'ailleurs, dans le cas des billes de 12.7 mm, pour lesquelles le taux de vide s'écarte significativement de la corrélation 6.14, la constante de proportionnalité varie.

d (mm)	K (m ²)	k_{lg}	k_{lg}/K (m ⁻²)
3.18	8.89×10^{-9}	4	4.50×10^8
4	1.21×10^{-8}	5.5	4.56×10^8
6.35	3.18×10^{-8}	15	4.72×10^8
8	5.37×10^{-8}	23	4.28×10^8
12.70	1.96×10^{-7}	70	3.57×10^8
		Moyenne	4.33×10^8

TABLE 6.2 – Valeurs constatées pour les coefficients k_{lg} dans l'équation 6.47. Une relation linéaire semble exister entre k_{lg} et la perméabilité du lit.

6.3.1.2 Identification de F_{lg}

A grande vitesse gaz, la perte de pression à vitesse liquide nulle s'écrit :

$$-\frac{\partial P_l^*}{\partial z} = -\frac{\mu_l}{K_u} (K_{lg} - F_{lg}) \langle v_g \rangle. \quad (6.48)$$

Les données expérimentales (voir figure 6.6b) pour les billes de 3.18 mm et 4 mm montrent que $\frac{\partial P_l^*}{\partial z}$ tend vers 0 lorsque la vitesse gaz devient très grande, et semble avoir un comportement similaire dans le cas des billes de 6.35 mm, 8 mm et 12.7 mm, bien que les vitesses gaz étudiées ne soient pas suffisamment importantes pour permettre de vérifier cette hypothèse. Ainsi, nous chercherons à déterminer F_{lg} de façon à satisfaire :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} -\frac{\mu_l}{K_u} (K_{lg} - F_{lg}) \langle v_g \rangle = 0 \quad (6.49)$$

Or l'augmentation de la vitesse du gaz entraîne une augmentation du taux de vide, et donc une diminution de K_u , qui tend vers 0 lorsque le taux de vide tend vers 1. Ainsi, une solution possible pour respecter la condition 6.49 consiste à rechercher F_{lg} comme :

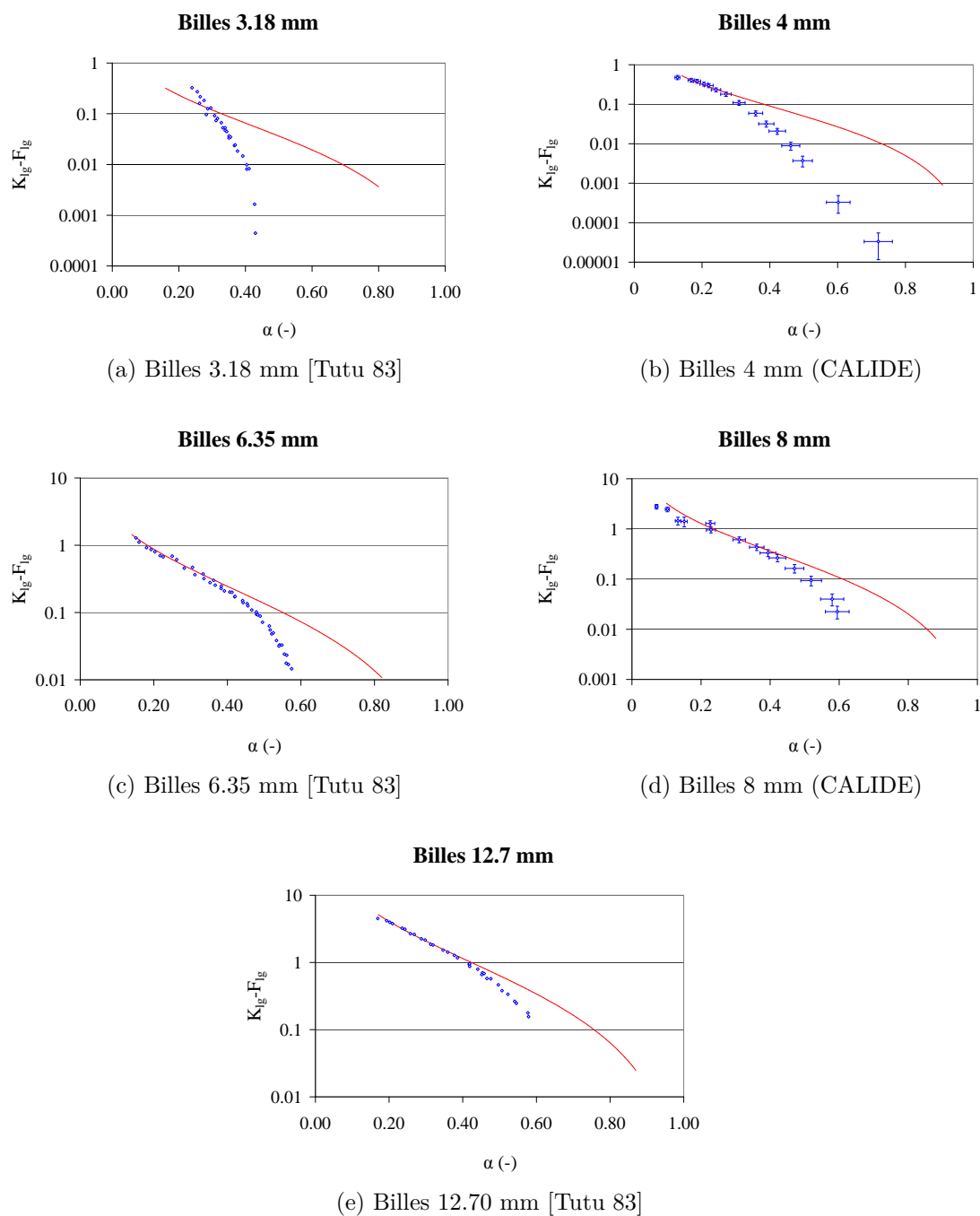


FIGURE 6.9 – Influence cumulée des termes croisés $K_{lg} - F_{lg}$. Comparaison des données expérimentales (symboles \diamond) avec l'équation 6.47 (courbes rouges), les valeurs des coefficients k_{lg} pour chaque lit étant rapportées dans le tableau 6.2. Note : seuls les points mesurés dans CALIDE (billes de 4 mm et 8 mm) sont munis de barres d'incertitude car aucune information n'est donnée sur les incertitudes de mesure dans les travaux de Tutu *et al.* [Tutu 83].

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

$$F_{lg} = K_{lg} f_{lg} \quad (6.50)$$

avec :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} f_{lg} = 0 \qquad \lim_{\alpha \rightarrow 1} f_{lg} = 1$$

La fonction f_{lg} est identifiée pour chaque lit sur la figure 6.10. Elle peut être approximée par :

$$f_{lg} = \frac{\alpha^3}{\alpha^3 + (1 - \alpha)^n} \quad (6.51)$$

où la valeur de l'exposant n dépend de la taille des particules (voir tableau 6.3).

d (mm)	n
3.18	9
4	7
6.35	3.2
8	2.5
12.70	2.2

TABLE 6.3 – Valeurs de l'exposant n dans l'équation 6.51.

6.3.1.3 Pertes de pression diphasiques à vitesse liquide nulle

A partir d'une hypothèse sur la forme de K_{ll} , des corrélations pour les termes croisés dans l'équation 6.1 ont pu être identifiées. Ces corrélations permettent d'effectuer une prédiction pour la perte de pression liquide à vitesse liquide nulle :

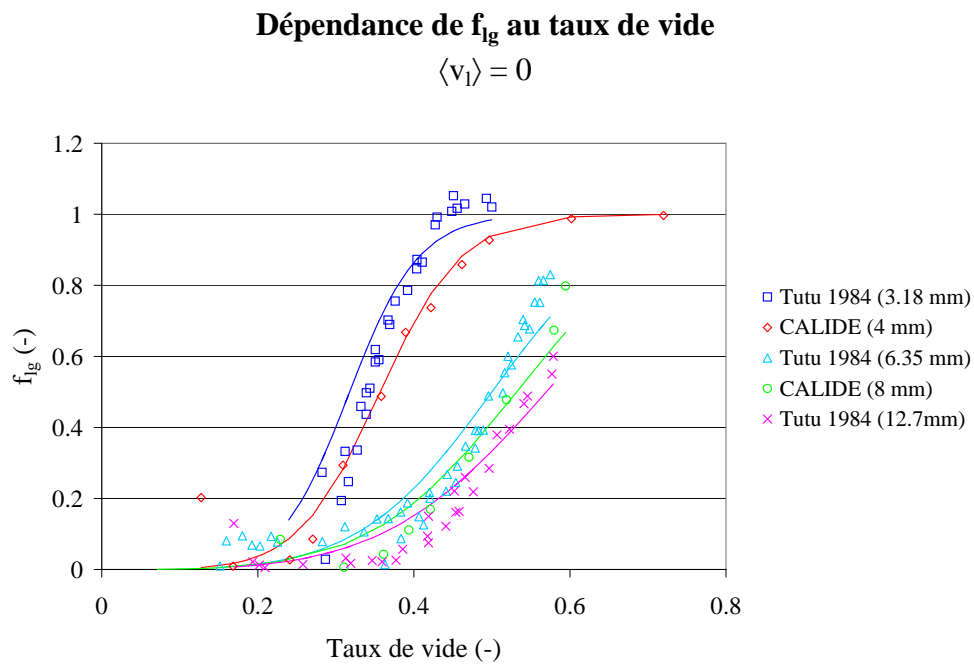


FIGURE 6.10 – Comparaison des valeurs expérimentales pour la fonction f_{lg} (symboles) avec le résultat de l'équation 6.51 pour les différentes tailles de particules étudiées.

$$-\frac{\partial P_l^*}{\partial z} = -\underbrace{\frac{\mu_l}{K(1-\alpha)^3}}_{K_{ll}} k_{lg} \times \underbrace{\frac{\mu_g(1-\alpha)^2}{\mu_l \alpha}}_{K_{lg}} \left(1 - \frac{\alpha^3}{\underbrace{\alpha^3 + (1-\alpha)^n}_{f_{lg}=F_{lg}/K_{lg}}} \right) \langle v_g \rangle \quad (6.52)$$

La figure 6.11 compare la prédiction de l'équation précédente, où le taux de vide est calculé par l'équation 6.14, aux données expérimentales présentées dans la figure 6.6b. Le modèle présente un excellent accord avec les données expérimentales, et ce pour toutes les particules étudiées.

La courbe noire représente l'influence du terme visqueux, c'est à dire :

$$-\left(\frac{\partial P_l^*}{\partial z}\right)_{visq} = -\frac{\mu_l}{K(1-\alpha)^3} k_{lg} \times \frac{\mu_g(1-\alpha)^2}{\mu_l \alpha} \langle v_g \rangle \quad (6.53)$$

Ce terme est indépendant de la perméabilité du lit, et décrit la pente de la perte de pression à l'origine.

Dépendance de F_{lg} à la vitesse de la phase gaz

Bien qu'il présente un excellent accord avec les observations, ce modèle présente une contradiction avec les prédictions théoriques issues de la prise de moyenne volumique. En effet, le terme F_{lg} (équation 6.50) ne dépend pas directement de la vitesse de la phase gaz, alors que celle-ci apparaît explicitement dans le problème de fermeture qui le caractérise. Néanmoins, une dépendance à $\langle v_g \rangle$ apparaît dans son expression d'une manière indirecte, via le taux de vide. Ainsi, si l'on admet la relation 6.14, F_{gl} peut être calculé de façon équivalente par les deux expressions suivantes :

$$F_{lg} = K_{lg} \frac{\alpha^3}{\alpha^3 + (1-\alpha)^n} \quad (6.54)$$

$$F_{lg} = K_{lg} \frac{0.57}{\alpha^3 + (1-\alpha)^n} \langle v_g \rangle. \quad (6.55)$$

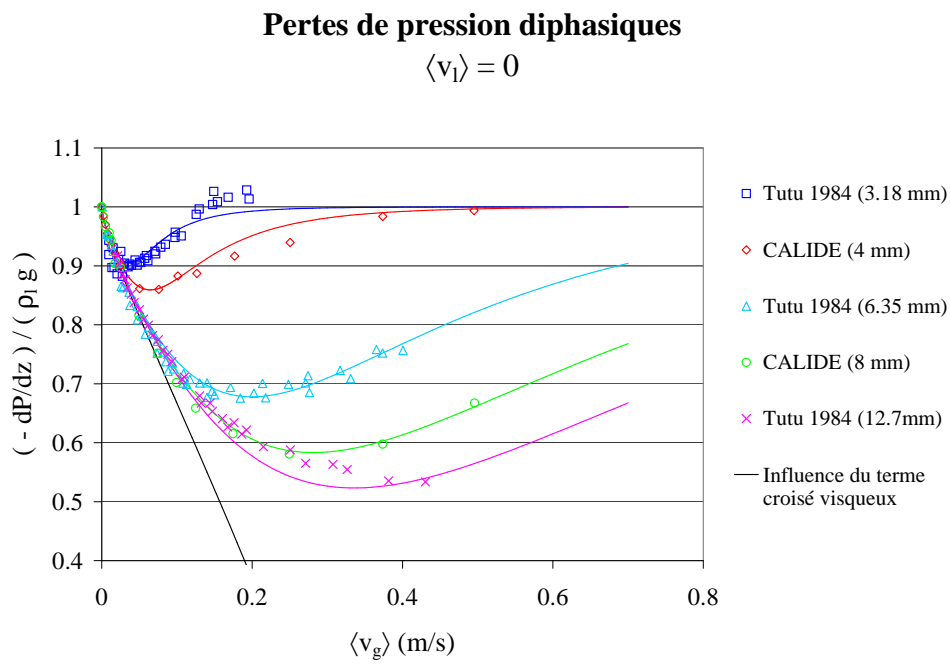


FIGURE 6.11 – Comparaison entre la prédiction de l'équation 6.52 aux données expérimentales à vitesse liquide nulle, influence de la taille des particules.

Si l'expression de F_{lg} dans l'équation 6.52 est remplacée par l'expression 6.55, la perte de pression dans la phase liquide, lorsque $\langle v_l \rangle = 0$, prend donc la forme d'une expression de type « Darcy-Forchheimer généralisée », avec une correction quadratique en $\langle v_g \rangle$:

$$-\frac{\partial P_l^*}{\partial z} = -\frac{\mu_l}{K(1-\alpha)^3} k_{lg} \times \frac{\mu_g (1-\alpha)^2}{\mu_l \alpha} \left(\langle v_g \rangle - \frac{0.57}{\alpha^3 + (1-\alpha)^n} \langle v_g \rangle^2 \right). \quad (6.56)$$

Les graphes de la figure 6.12 comparent la prédiction de la perte de pression par cette équation avec celle de l'équation 6.52. Les deux modèles sont très cohérents pour $\langle v_g \rangle \leq 0.2 \text{ m/s} \equiv \alpha \leq 0.5$, mais divergent pour des vitesses supérieures. Ceci est dû au fait que la relation 6.14 entre la vitesse de la phase gaz et le taux de vide n'est qu'une corrélation empirique, qui est de moins en moins valide lorsque $\langle v_g \rangle$ augmente¹.

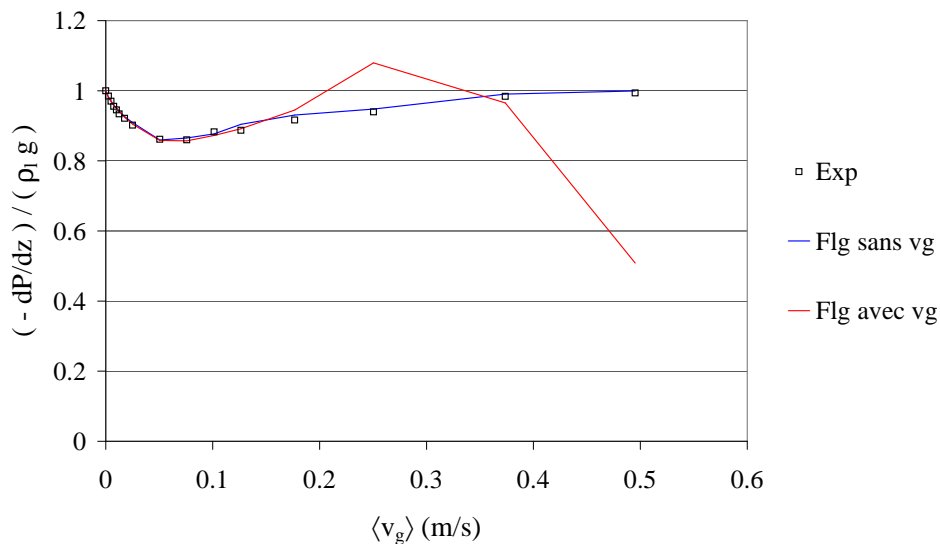
Ces observations suggèrent l'existence d'au moins deux régimes d'écoulement, avec une transition à $\alpha \approx 0.5$, ce qui serait cohérent avec les travaux de Tung et Dhir [Tung 88], qui considèrent qu'une transition entre un régime « bulles et slug » et un régime « pur slug » devrait être observée pour $\alpha \approx \frac{\pi}{6} = 0.52$. Cependant, n'ayant pas accès à la structure réelle de l'écoulement, nous ne pouvons confirmer ces prédictions à partir de nos seules données expérimentales. Des travaux futurs devraient être menés pour éclaircir ce point.

Ainsi, d'un point de vue pratique, l'équation 6.55 ne peut être utilisée que jusqu'à $\alpha = 0.5$. La forme de la dépendance de F_{lg} au-delà de ce point est plus complexe, et n'a pu être déterminée dans ce travail, par manque de temps. Pour des raisons de simplicité dans l'utilisation du modèle, nous recommandons donc l'utilisation de l'équation 6.54 sur toute la gamme, mais il convient de garder à l'esprit que cette expression « cache » une dépendance du terme F_{lg} à la vitesse de la phase gaz, dont la forme est complexe et dépend du régime d'écoulement.

1. Les déviations constatées entre la corrélation 6.14 et les valeurs expérimentales dans le bas de la gamme de vitesse étudiée n'ont pas d'influence sur la prédiction de la perte de pression car les effets inertiels sont beaucoup moins importants dans ce domaine.

Gradient de pression liquide

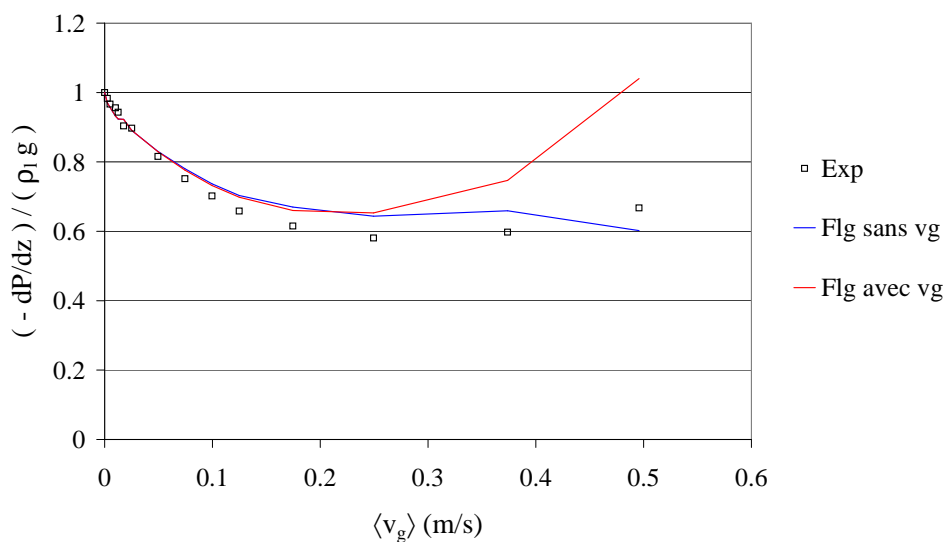
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 0$



(a) Billes 4 mm

Gradient de pression liquide

Billes 8 mm - $\langle v_l \rangle = 0$



(b) Billes 8 mm

FIGURE 6.12 – Comparaison de la prédiction de perte de pression à vitesse liquide nulle pour F_{lg} calculé à partir de l'équation 6.54 (courbe bleue) ou de l'équation 6.55 (courbe rouge).

6.3.1.4 Identification de K_{gg}

Ainsi que nous l'avons expliqué au début de cette section, K_{gg} peut être directement identifié à partir des mesures de pertes de pression et de taux de vide à vitesse liquide nulle et vitesse gaz faible :

$$-\frac{\partial P_g^*/\partial z}{\mu_g \langle v_g \rangle} = \frac{1 + F_{gg}}{K_{gg}} \approx \frac{1}{K_{gg}} \quad (\langle v_g \rangle \text{ faible}) \quad (6.57)$$

De plus, nous la recherchons sous la forme :

$$K_{gg} = K \cdot k_{gg}(\alpha) \quad (6.58)$$

avec

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} k_{gg} = 1. \quad (6.59)$$

Les courbes de la figure 6.13 montrent l'évolution de l'expression 6.57 en fonction du taux de vide pour chaque taille de bille. Elle semble s'accorder avec l'expression $1/K\alpha^4$ à bas taux de vide (ou basse vitesse gaz), ce qui nous conduit à proposer :

$$K_{gg} = K\alpha^4, \quad (6.60)$$

Soulignons cependant que l'accord entre la corrélation 6.60 et les données expérimentales n'est pas parfait, en particulier pour les grandes particules, pour lesquelles elle semble constituer un comportement à la limite, quand la vitesse de la phase gaz devient très faible. Le nombre de Reynolds augmentant avec la taille de particule, à vitesse gaz égale (ou taux de vide égal), les effets inertiels intrinsèques à la phase gaz pourraient être plus importants pour les grandes particules que pour les petites, ce qui peut justifier le fait que la corrélation 6.60 s'écarte plus tôt des données expérimentales lorsque la taille des billes augmente. Nous considérerons donc que cet écart est dû aux effets inertiels intrinsèques, ce qui nous conduira à calculer le terme inertiel F_{gg} à partir de l'écart entre les expressions 6.57 et 6.60 à fort taux de vide. Cependant, il convient de noter que, faisant cela, nous compensons peut-être artificiellement une erreur sur le terme visqueux inertiel, dont il

faut souligner qu'il est identifié à partir de données expérimentales pour lesquelles il n'est pas garanti que les effets inertiels sont effectivement négligeables.

6.3.1.5 Identification de F_{gg}

Moyennant les hypothèses exposées au paragraphe 6.3, le terme inertiel F_{gg} est recherché sous la forme suivante :

$$F_{gg} = \frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle \cdot f_{gg}(\alpha). \quad (6.61)$$

avec

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} f_{gg}(\alpha) = 1 \quad (6.62)$$

La valeur de la fonction f_{gg} est déterminée à partir de la différence entre les expressions 6.57 et 6.60 à fort taux de vide :

$$F_{gg} = -\frac{\partial P_g^*/\partial z}{\mu_g \langle v_g \rangle} K \alpha^4 - 1 \Rightarrow f_{gg} = \frac{-\frac{\partial P_g^*/\partial z}{\mu_g \langle v_g \rangle} K \alpha^4 - 1}{\frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle}. \quad (6.63)$$

La figure 6.14 rassemble les valeurs de f_{gg} pour chaque taille de bille. Cette fonction semble bien vérifier la condition à la limite 6.62, puisqu'elle tend vers 1 lorsque α croît, et ce quelle que soit la taille des billes. Un tel comportement n'est pas garanti par l'équation 6.63, et supporte donc la pertinence de la forme recherchée pour F_{gg} , notamment celle du facteur $\frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle$ dans l'équation 6.61.

La fonction f_{gg} dépend du taux de vide et de la taille de grain. Il est cependant difficile de définir une fonction simple permettant de reproduire son comportement pour toutes les tailles de particules. Nous ne conserverons donc que son comportement à la limite, et nous utiliserons :

$$f_{gg} = 1. \quad (6.64)$$

ce qui revient à exprimer F_{gg} par :

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

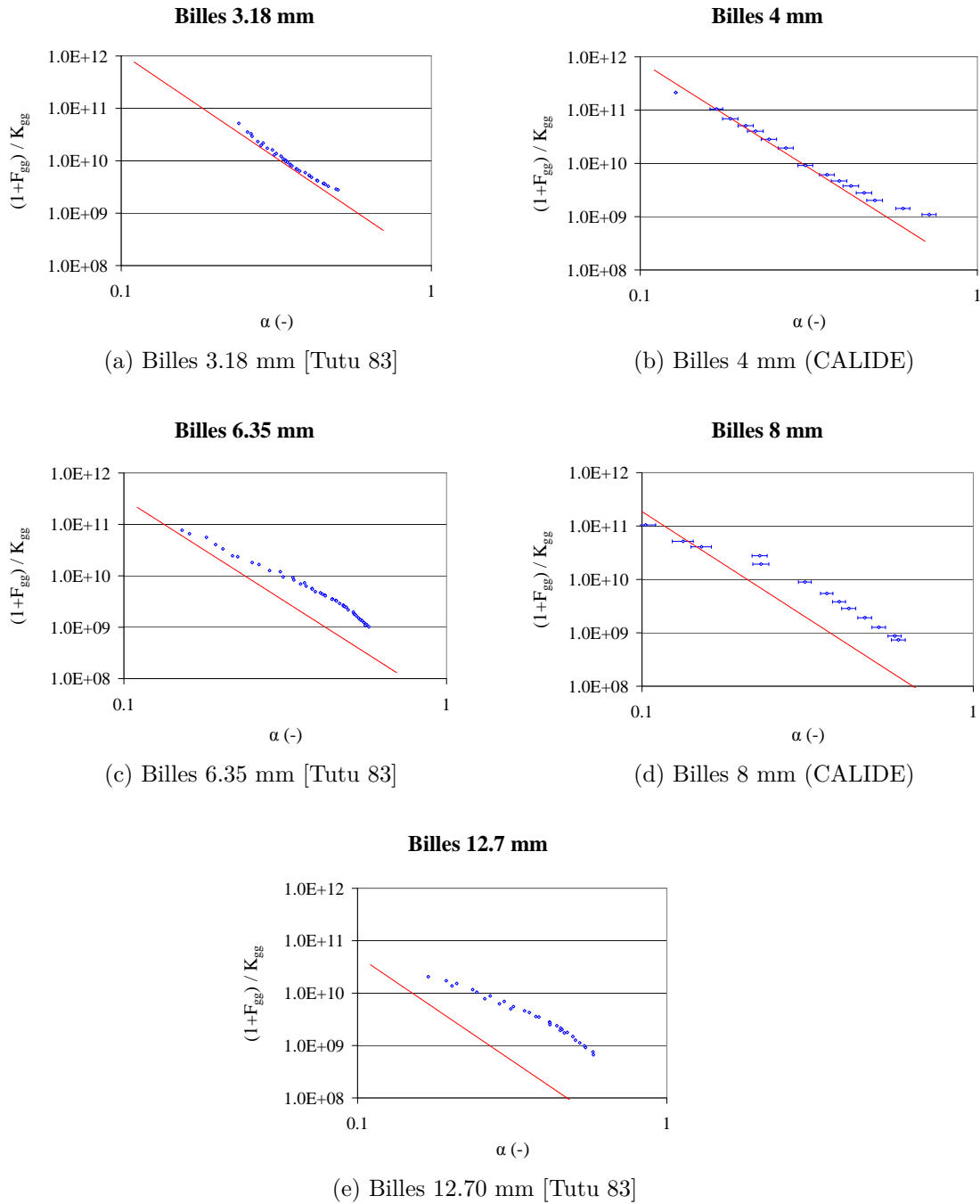


FIGURE 6.13 – Evolution de l'expression 6.57 en fonction du taux de vide (symboles \diamond) comparée à la corrélation pour K_{gg} (courbes rouges). Note : seuls les points mesurés dans CALIDE (billes de 4 mm et 8 mm) sont munis de barres d'incertitude car aucune information n'est donnée sur les incertitudes de mesure dans les travaux de Tutu *et al.* [Tutu 83].

$$F_{gg} = \frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle \quad (6.65)$$

Cette approximation est satisfaisante pour les billes de 3.18 mm et 4 mm, excepté à bas taux de vide. Le modèle devrait cependant être amélioré pour les billes de 6.35 mm, 8 mm et 12 mm. Toutefois, il faut rappeler que le modèle pour le terme visqueux K_{gg} présente des écarts importants avec les données expérimentales à basse vitesse gaz pour ces tailles de billes. Les écarts importants de f_{gg} par rapport à l'unité pourraient par conséquent être dus à des erreurs dans la modélisation de K_{gg} . N'ayant accès qu'à la contribution cumulée de K_{gg} et F_{gg} , il est impossible de déterminer s'il conviendrait de modifier le modèle sur K_{gg} , F_{gg} ou les deux. Par ailleurs, l'identification de f_{gg} repose sur l'hypothèse d'une dépendance linéaire entre F_{gg} et $\langle v_g \rangle$, dont la validité n'a pas été vérifiée. Pour cette raison, et pour ne pas introduire d'erreur dans le modèle, nous recommanderons tout de même l'utilisation de l'équation 6.64, mais des études supplémentaires devraient être menées pour éclaircir ce point. Une résolution numérique des problèmes de fermeture établis au chapitre 2 permettrait peut-être de répondre en partie à cette interrogation, en déterminant, d'une part, si les effets inertiels sont négligeables dans le bas de la gamme de vitesse gaz étudiée, auquel cas le modèle pour K_{gg} (équation 6.60) n'est pas valide, et devra être modifié avant de pouvoir améliorer celui pour F_{gg} , et si, d'autre part, la relation linéaire postulée entre F_{gg} et $\langle v_g \rangle$ est valide.

6.3.1.6 Prédiction du taux de vide

Nous sommes à présent en mesure de recommander des modèles pour K_{gg} et F_{gg} , ce qui permet d'effectuer une prédiction sur la perte de pression dans la phase gazeuse à vitesse liquide nulle :

$$-\frac{\partial P_g^*}{\partial z} = \frac{\mu_g}{K_{gg}} \langle v_g \rangle + \frac{\mu_g}{K_{gg}} F_{gg} \langle v_g \rangle \quad (6.66)$$

$$= \frac{\mu_g}{K\alpha^4} \langle v_g \rangle + \frac{\rho_g}{\eta\alpha^4} \langle v_g \rangle^2 \quad (6.67)$$

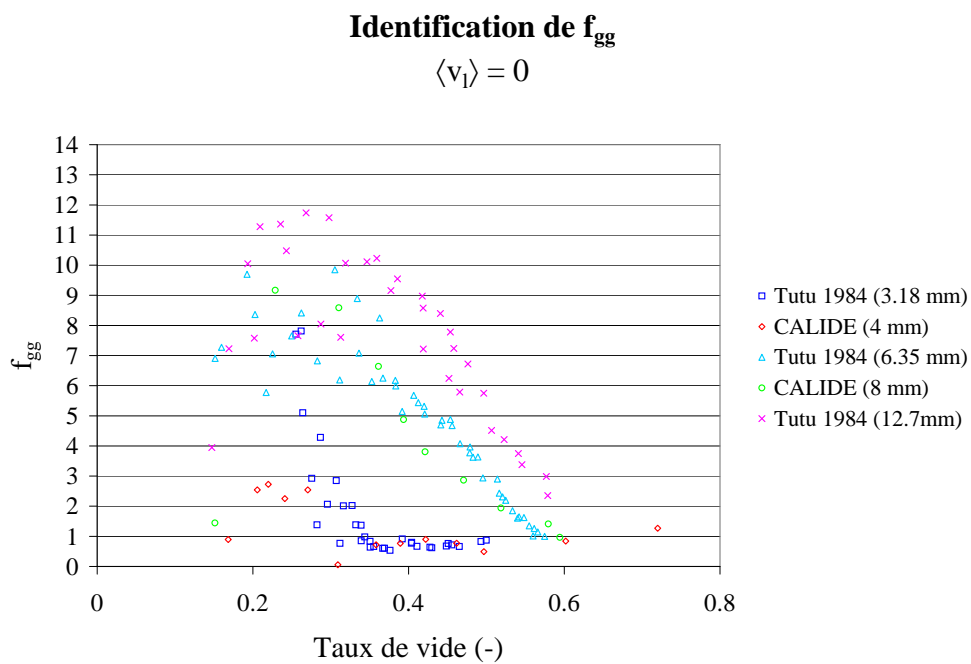


FIGURE 6.14 – Comportement constaté pour la fonction f_{gg} telle que définie par l'équation 6.63, pour chaque taille de particule étudiée.

Cette relation peut également être inversée pour prédire le taux de vide à partir des mesures de pertes de pression et de vitesse gaz. La figure 6.15 compare cette prédiction aux mesures, pour chaque taille de bille. Un très bon accord est constaté pour les billes de 3.18 mm et 4 mm, pour lesquelles l'approximation $f_{gg} = 1$ est correcte. Cependant, le taux de vide est sous-estimé dans le cas des billes de 6.35 mm, 8 mm et 12.7 mm. Ainsi que nous l'avons souligné au paragraphe précédent, cet écart pourrait être réduit par une meilleure modélisation de la fonction f_{gg} .

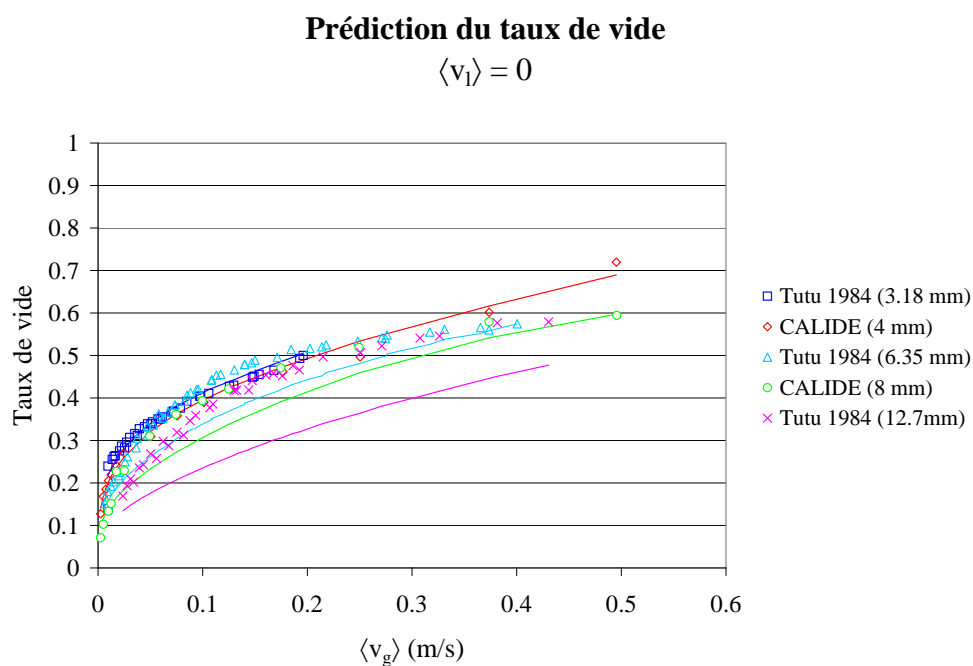


FIGURE 6.15 – Prédiction du taux de vide à vitesse liquide nulle à partir de l'inversion du modèle de perte de charge dans la phase gaz. Etude de l'influence de la taille des particules.

6.3.2 Vitesse liquide non nulle

En supposant que les expressions établies à vitesse liquide nulle restent valables, les données expérimentales à vitesse liquide non nulle permettent d'identifier les termes restants dans les équations 6.1 et 6.2 :

Equation 6.1 : F_{ll}

Equation 6.2 : $K_{gl}; F_{gl}$

Cette hypothèse est a priori vérifiée pour les termes visqueux (intrinsèques et inertiels), en principe indépendants des vitesses, mais est discutable pour les termes inertiels. En effet, les deux champs de vitesse liquide et gaz apparaissent dans les problèmes de fermeture qui les caractérisent (voir chapitre 2). Cependant, ainsi que nous l'avons expliqué en section 6.2, la vitesse liquide est toujours très inférieure à la vitesse gaz dans les essais présentés, si bien qu'elle ne devrait avoir qu'une influence secondaire sur les frottements interfaciaux. Il s'agit néanmoins d'une hypothèse forte, qu'il conviendrait de vérifier, par exemple à partir d'une résolution numérique des problèmes de fermeture.

Les travaux de Tutu *et al.* [Tutu 83] n'incluent que des données à vitesse liquide nulle. C'est pourquoi seules les données produites par l'installation CALIDE, qui permet des mesures de perte de pression et de taux de vide à vitesse liquide non nulle, seront utilisées dans cette partie (lits de billes de 4 mm et 8 mm).

6.3.2.1 Identification de F_{ll}

Dans l'équation 6.1, seul le terme inertiel intrinsèque F_{ll} reste à identifier :

$$(F_{ll} + 1) \langle v_l \rangle = -\frac{K_{ll}}{\mu_l} \frac{\partial P_l^*}{\partial z} + (K_{lg} - F_{lg}) \langle v_g \rangle. \quad (6.68)$$

Ainsi que nous l'avons expliqué au début de la section 6.3, F_{ll} est recherché sous la forme suivante :

$$F_{ll} = \frac{\rho_l K}{\mu_l \eta} \langle v_l \rangle \cdot f_{ll}(\alpha) \quad (6.69)$$

avec :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} f_{ll}(\alpha) = 1. \quad (6.70)$$

La figure 6.16 montre l'évolution de l'expression 6.68 en fonction du taux de vide pour des vitesses liquides croissantes. Etant données les incertitudes de mesure, seules les données à $Re_l > 29$ seront exploitées.

Dans le domaine de taux de vide étudié (de 0 à 40 % environ), F_{ll} semble peu dépendre de α , ce qui nous conduit à proposer une fonction f_{ll} constante. La condition 6.70 implique alors $f_{ll} = 1$, et donc :

$$\frac{F_{ll}}{\langle v_l \rangle} = \frac{\rho_l K}{\mu_l \eta}. \quad (6.71)$$

La figure 6.17 montre que ce comportement est observé à fort Reynolds, et ce pour les billes de 4 mm et 8 mm. L'équation 6.71 ne constitue donc qu'un comportement à la limite, de la même façon que la corrélation proposée pour F_{gg} (équation 6.65). Des études supplémentaires devraient donc être menées pour mieux cerner la forme de ce terme.

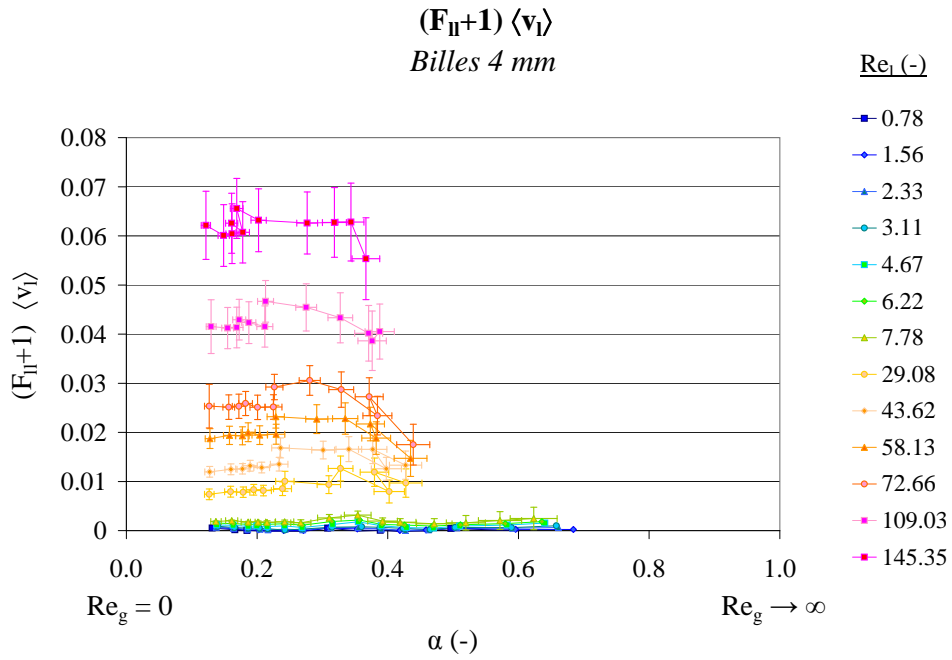
6.3.2.2 Identification de K_{gl}

La différence des termes croisés K_{gl} et F_{gl} peut être identifiée en renversant l'équation 6.2 :

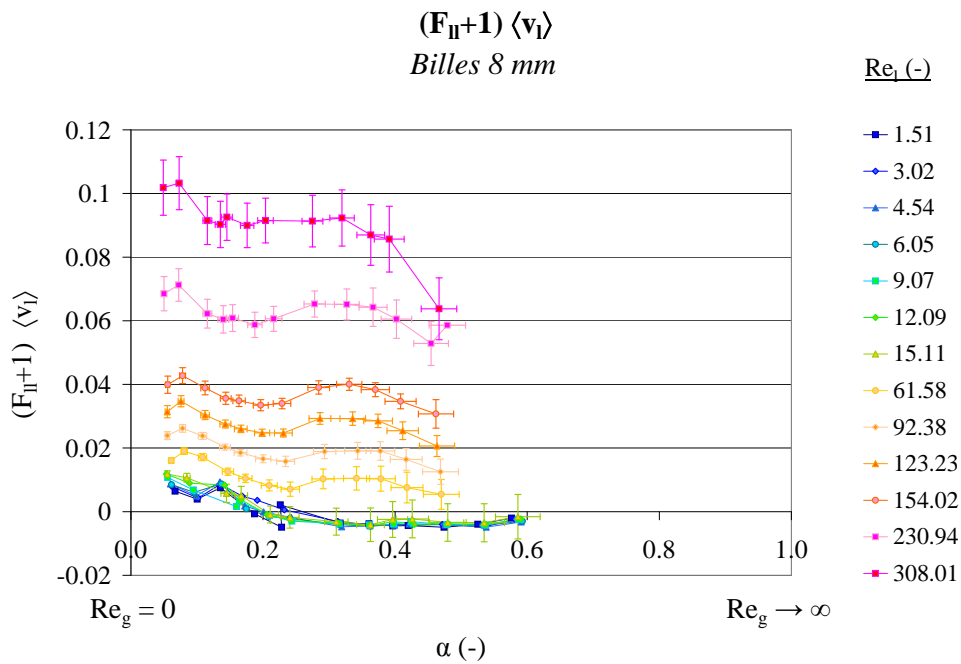
$$K_{gl} - F_{gl} = \frac{1}{\langle v_l \rangle} \left[\frac{K_{gg}}{\mu_g} \frac{\partial P_g^*}{\partial z} + (F_{gg} + 1) \langle v_g \rangle \right]. \quad (6.72)$$

L'évolution de l'équation 6.72 en fonction du taux de vide est représentée sur la figure 6.18. Sa valeur est toujours négative, ce qui suggère que F_{gl} est toujours largement supérieur à K_{gl} , qui pourrait être considéré comme nul sans grand impact sur le modèle final. Toutefois, Lasseux et al. [Lasseux 96] ont déterminé théoriquement une relation entre K_{ll} , K_{gg} , K_{lg} et K_{gl} (relation de réciprocité), qui permet de calculer le dernier terme visqueux comme :

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

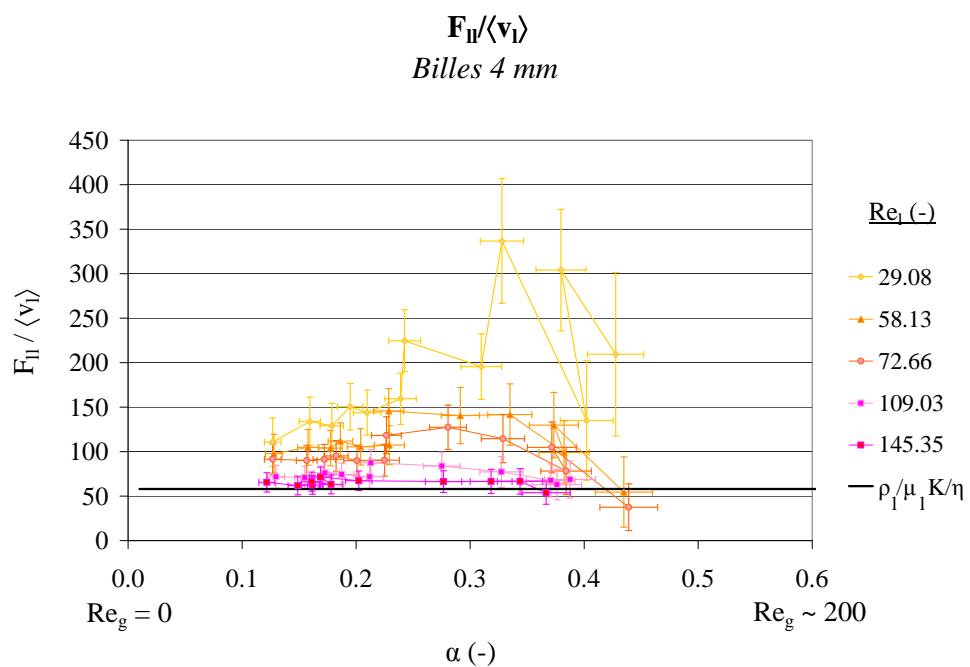


(a) Billes 4 mm

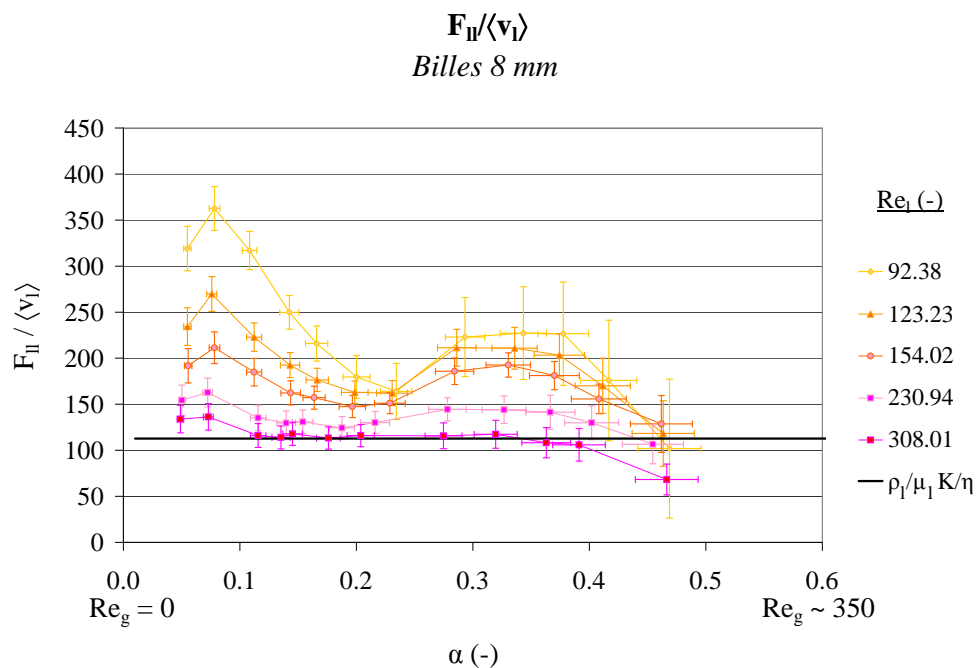


(b) Billes 8 mm

FIGURE 6.16 – Mise en évidence des effets inertiels F_{II} à partir des mesures de perte de pression et de taux de vide à vitesse liquide non-nulle réalisées dans CALIDE.



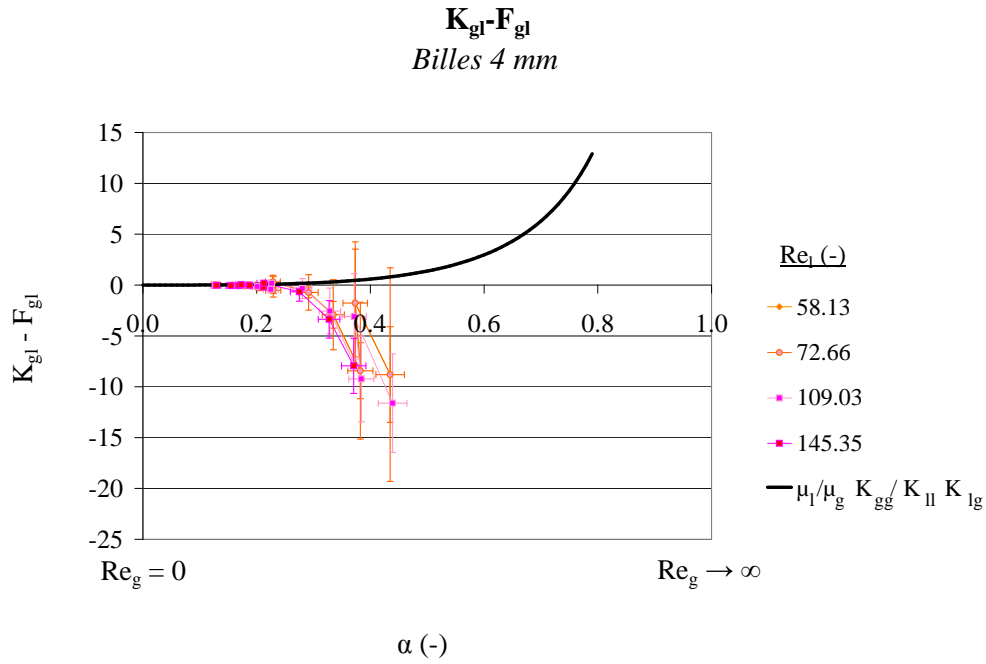
(a) Billes 4 mm



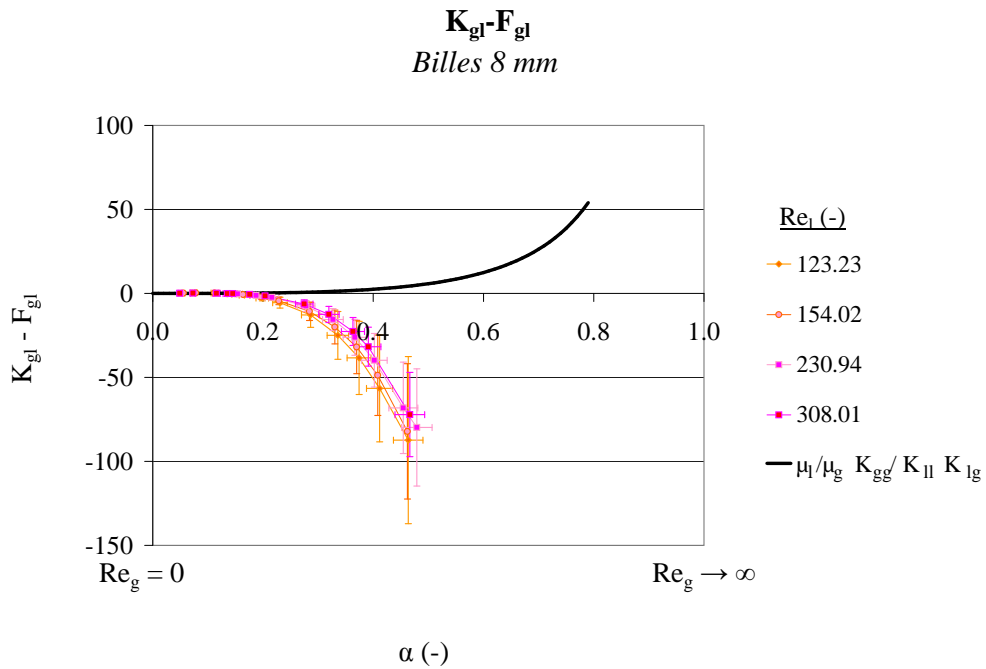
(b) Billes 8 mm

FIGURE 6.17 – Identification du terme F_{II} à partir de l'étude de la quantité $\frac{F_{II}}{\langle v_I \rangle}$ en fonction du taux de vide.

6.3 Identification d'un modèle pour les pertes de pressions diphasiques à travers un lit de débris

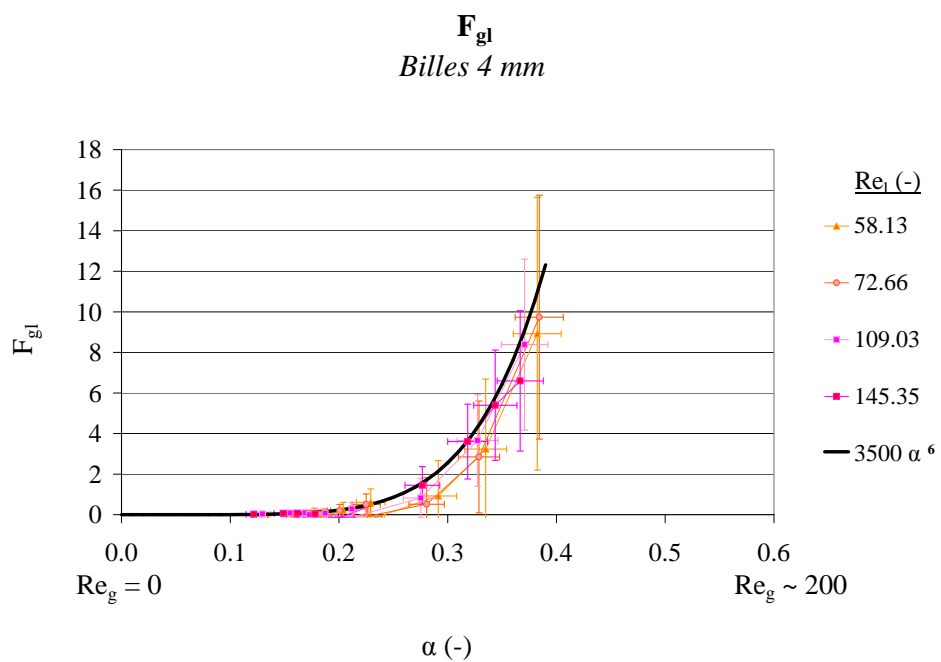


(a) Billes 4 mm

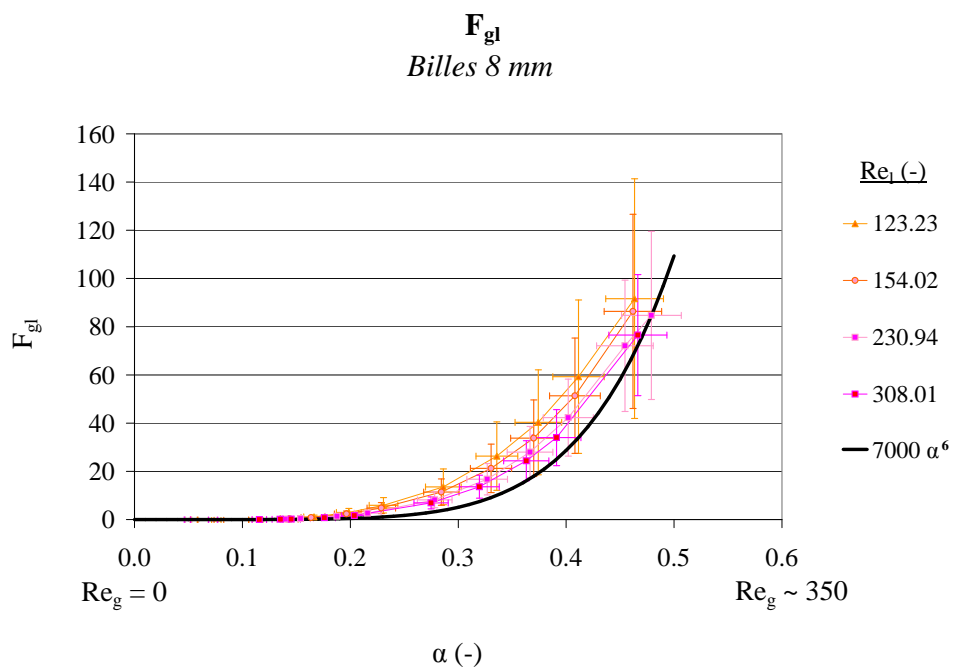


(b) Billes 8 mm

FIGURE 6.18 – Influences cumulées des termes croisés gaz-liquide $K_{gl} - F_{gl}$ en fonction du taux de vide. Le terme croisé visqueux K_{gl} est identifié à partir des données à bas taux de vide (ou basse vitesse)



(a) Billes 4 mm



(b) Billes 8 mm

FIGURE 6.19 – Identification du terme croisé inertiel F_{gl} .

$$\mu_g K_{gl} K_{ll} = \mu_l K_{gg} K_{lg} \quad (6.73)$$

$$\Leftrightarrow K_{gl} = \frac{\mu_l K_{gg} K_{lg}}{\mu_g K_{ll}} = k_{lg} \frac{\alpha^3}{(1 - \alpha)}. \quad (6.74)$$

Cette corrélation ne contredit par les données expérimentales à bas Reynolds gaz, où le terme inertiel F_{gl} peut être supposé négligeable devant le terme visqueux. Nous la recommanderons donc pour le calcul de K_{gl} .

6.3.2.3 Identification de F_{gl}

Le terme croisé inertiel F_{gl} est identifié de façon triviale comme la différence entre les équations 6.74 et 6.72. Son évolution en fonction du taux de vide est représentée sur la figure 6.19. La vitesse de la phase liquide a très peu d'influence, ce qui pourrait confirmer la validité de l'hypothèse que les corrélations identifiées à vitesse liquide nulle peuvent être utilisées à vitesse liquide non-nulle.

Les données expérimentales pour F_{gl} peuvent ainsi être corrélées par :

$$F_{gl} = f_{gl} \alpha^6 \quad (6.75)$$

où f_{gl} est une constante valant environ 3500 dans le cas des billes de 4 mm, et 7000 pour les billes de 8 mm. Il semble donc y avoir une relation linéaire entre F_{gl} et le rapport entre la perméabilité et la passabilité, mais des données supplémentaires pour d'autres lits de particules sont nécessaires pour étayer cette conclusion.

6.3.3 Résumé

La méthode présentée dans cette partie, et résumée dans la figure 6.20, a permis l'identification d'expressions pour les termes intrinsèques et croisés dans les équations 6.1 et 6.2. Le modèle final peut être résumé ainsi :

— Conservation de la quantité de mouvement pour la phase liquide :

$$\langle v_l \rangle = -\frac{K_{ll}}{\mu_l} \left(\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right) - F_{ll} \langle v_l \rangle + K_{lg} \langle v_g \rangle - F_{lg} \langle v_g \rangle \quad (6.76)$$

avec :

$$\begin{aligned} K_{ll} &= K (1 - \alpha)^3 & K_{lg} &= k_{lg} \frac{\mu_g (1 - \alpha)^2}{\mu_l \alpha} \\ F_{ll} &= \frac{\rho_l K}{\mu_l \eta} \langle v_l \rangle & F_{lg} &= K_{lg} \frac{\alpha^3}{\alpha^3 + (1 - \alpha)^n} \end{aligned}$$

— Conservation de la quantité de mouvement pour la phase gazeuse :

$$\langle v_g \rangle = -\frac{K_{gg}}{\mu_g} \left(\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right) - F_{gg} \langle v_g \rangle + K_{gl} \langle v_l \rangle - F_{gl} \langle v_l \rangle \quad (6.77)$$

avec :

$$\begin{aligned} K_{gg} &= K \alpha^4 & K_{gl} &= \frac{\mu_l K_{gg} K_{lg}}{\mu_g K_{ll}} \\ F_{gg} &= \frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle & F_{gl} &= f_{lg} \alpha^6 \end{aligned}$$

— Egalité des gradients de pression :

$$\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} = \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} \quad (6.78)$$

— Calcul de la perméabilité et des passabilités (corrélations d'Ergun) :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{181 (1 - \varepsilon)^2} \quad \eta = \frac{d \varepsilon^3}{1.63 (1 - \varepsilon)}$$

Le coefficient k_{lg} est proportionnel à la perméabilité du lit K . Ses valeurs sont rassemblées dans le tableau 6.2. L'exposant n dans l'expression de F_{lg} dépend lui aussi de la perméabilité, ou de la taille des particules. Ses valeurs sont données dans le tableau 6.3.

Nous allons maintenant valider le modèle en comparant sa prédiction aux données expérimentales.

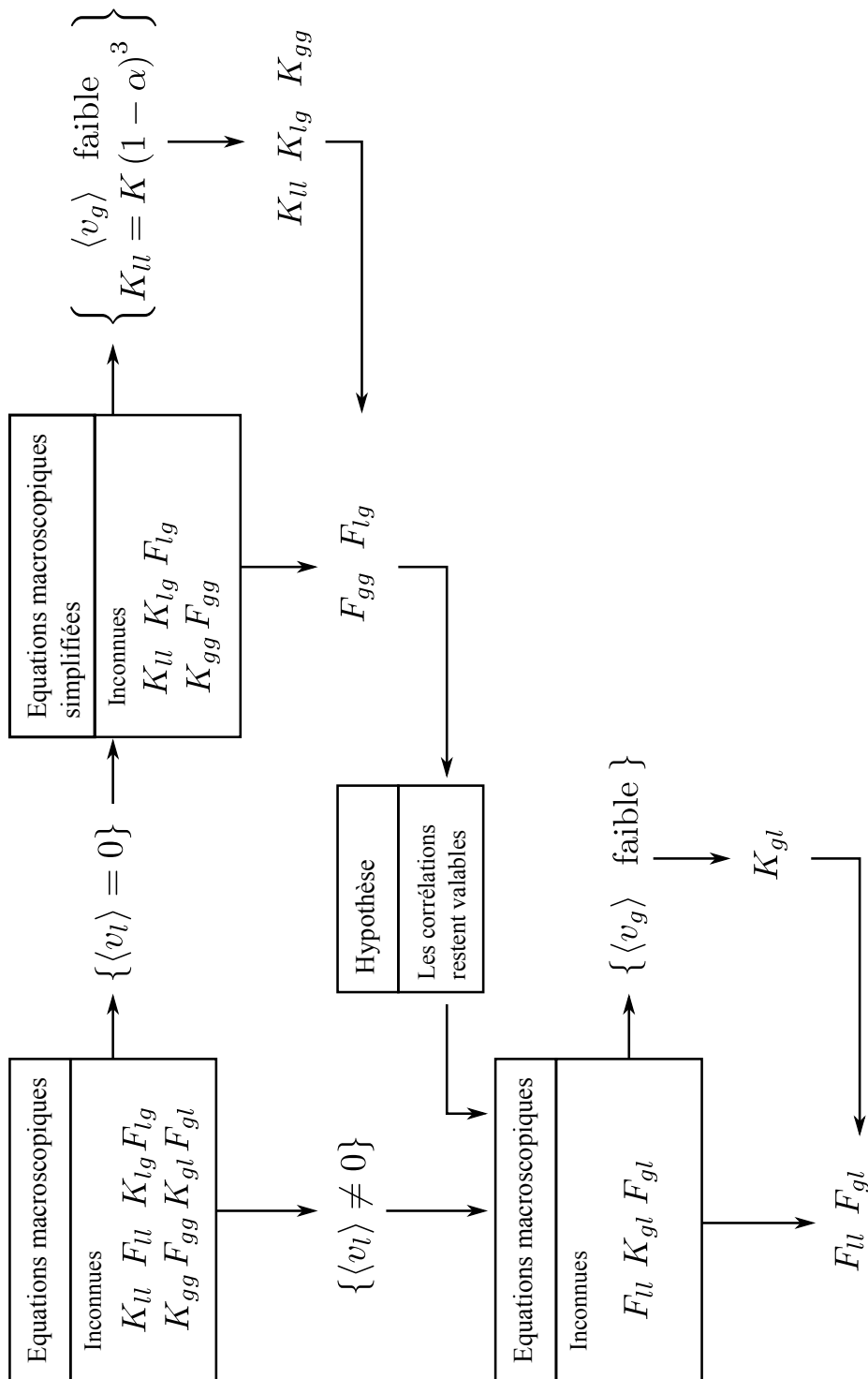


FIGURE 6.20 – Schéma directeur pour la détermination des termes inconnus dans les équations macroscopiques à partir des données expérimentales

6.3.4 Analyse de l'importance des termes

Les pertes de pression dans la phase liquide et dans la phase gaz sont calculées à partir des équations 6.76 et 6.77 :

$$-\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} - \rho_l g = \frac{\mu_l}{K_{ll}} \langle v_l \rangle + \frac{\mu_l}{K_{ll}} F_{ll} \langle v_l \rangle - \frac{\mu_l}{K_{ll}} K_{lg} \langle v_g \rangle + \frac{\mu_l}{K_{ll}} F_{lg} \langle v_g \rangle \quad (6.79)$$

$$-\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} - \rho_g g = \frac{\mu_g}{K_{gg}} \langle v_g \rangle + \frac{\mu_g}{K_{gg}} F_{gg} \langle v_g \rangle - \frac{\mu_g}{K_{gg}} K_{gl} \langle v_l \rangle + \frac{\mu_g}{K_{gg}} F_{gl} \langle v_l \rangle \quad (6.80)$$

Nous évaluerons dans ce paragraphe les influences respectives de chaque terme de ces expressions sur la perte de pression, pour différentes conditions d'écoulement :

— Poids des effets visqueux intrinsèques :

$$\text{Phase liquide : } \frac{\frac{\mu_l}{K_{ll}} \langle v_l \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right|} \quad \text{Phase gaz : } \frac{\frac{\mu_g}{K_{gg}} \langle v_g \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right|}$$

— Poids des effets inertiels intrinsèques :

$$\text{Phase liquide : } \frac{\frac{\mu_l}{K_{ll}} F_{ll} \langle v_l \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right|} \quad \text{Phase gaz : } \frac{\frac{\mu_g}{K_{gg}} F_{gg} \langle v_g \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right|}$$

— Poids des effets visqueux croisés :

$$\text{Phase liquide : } \frac{\frac{\mu_l}{K_{ll}} K_{lg} \langle v_g \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right|} \quad \text{Phase gaz : } \frac{\frac{\mu_g}{K_{gg}} K_{gl} \langle v_l \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right|}$$

— Poids des effets inertiels croisés :

$$\text{Phase liquide : } \frac{\frac{\mu_l}{K_{ll}} F_{lg} \langle v_g \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right|} \quad \text{Phase gaz : } \frac{\frac{\mu_g}{K_{gg}} F_{gl} \langle v_l \rangle}{\left| \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right|}$$

Cette analyse nous permettra de mieux interpréter les éventuels écarts du modèle par rapport aux données expérimentales. Notons que les poids sont des grandeurs positives qui peuvent être supérieures à 1, puisque les termes croisés visqueux et inertiels s'opposent.

6.3.4.1 Vitesse liquide nulle

Les graphes de la figure 6.21 présentent les résultats obtenus dans le cas où la vitesse liquide moyenne est nulle.

Perte de pression liquide

Le poids des effets intrinsèques dans la perte de pression pour la phase liquide est négligeable, puisque la vitesse liquide est nulle (aux incertitudes de mesure près). Lorsque la vitesse de la phase gaz est faible, les effets visqueux croisés représentent la totalité de la perte de pression. Lorsque la vitesse gaz augmente, les effets inertiels croisés deviennent de plus en plus importants, jusqu'à égaler les effets visqueux croisés. Notons que même si les effets croisés deviennent beaucoup plus grands que la perte de pression, leur différence tend bien vers 0 quand la vitesse de la phase gaz devient très grande.

Perte de pression gaz

L'influence des effets croisés sur la perte de pression dans la phase gaz est négligeable, puisque la vitesse moyenne de la phase liquide est nulle. Les effets inertiels intrinsèques sont négligeables devant les effets visqueux à basse vitesse gaz, puis sont de plus en plus importants, jusqu'à devenir prépondérants pour les grandes vitesses gaz.

6.3.4.2 Vitesse liquide importante

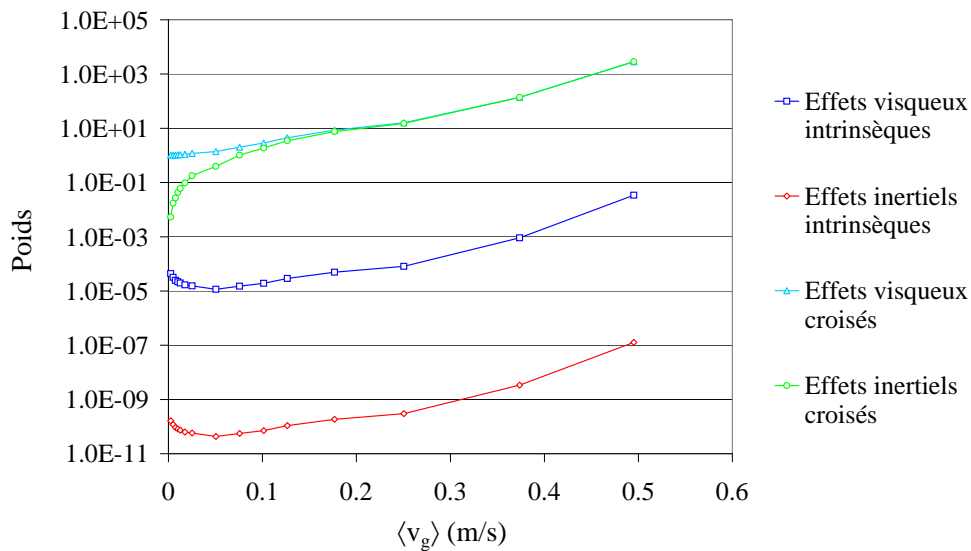
L'effet de la vitesse liquide sur les importances respectives des différents effets est déterminée en calculant les quantités précédentes lorsque la vitesse liquide est grande. Les résultats sont rassemblés dans les graphes de la figure 6.22.

Perte de pression liquide

Contrairement au cas de la vitesse liquide nulle, les effets intrinsèques sont prépondérants.

Poids des termes - équation pour la phase liquide

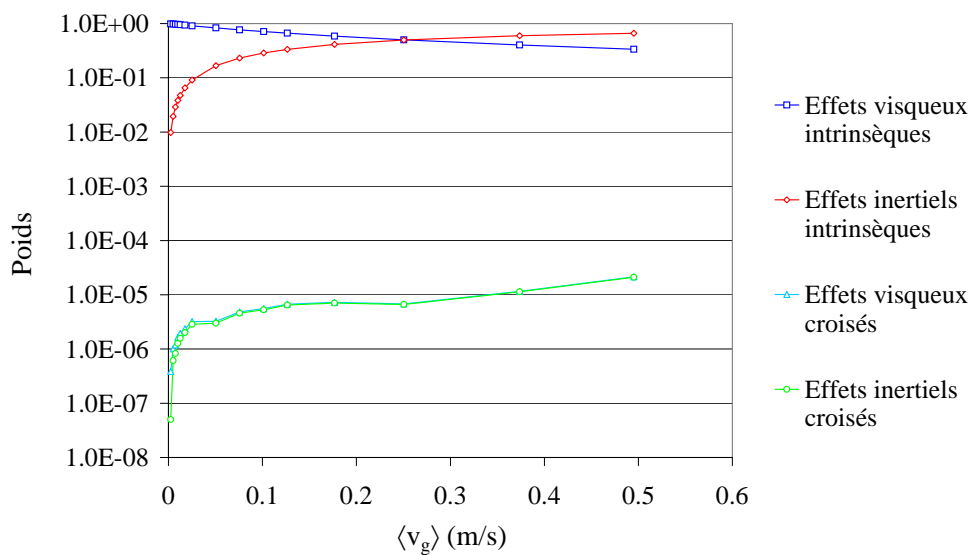
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 0$



(a) Perte de pression liquide (équation 6.79)

Poids des termes - équation pour la phase gaz

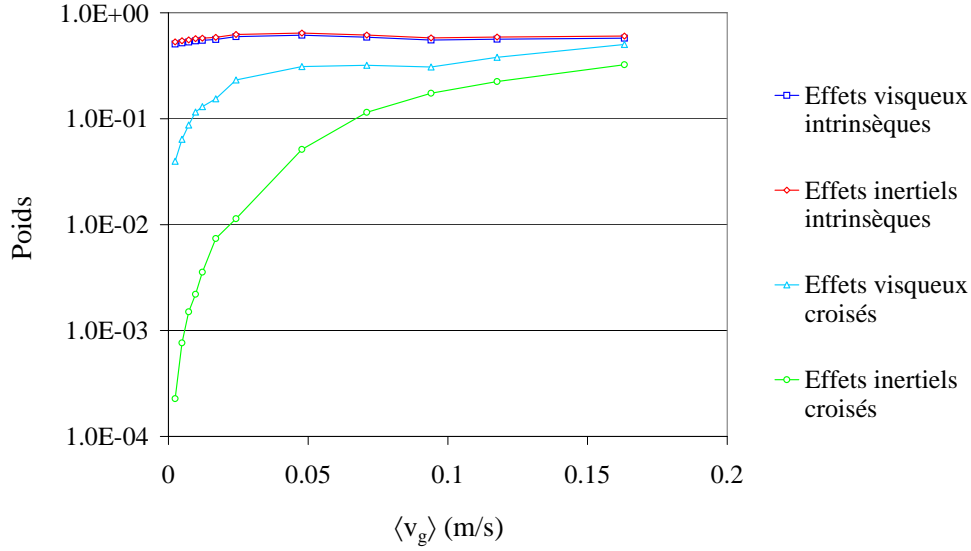
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 0$



(b) Perte de pression gaz (équation 6.80)

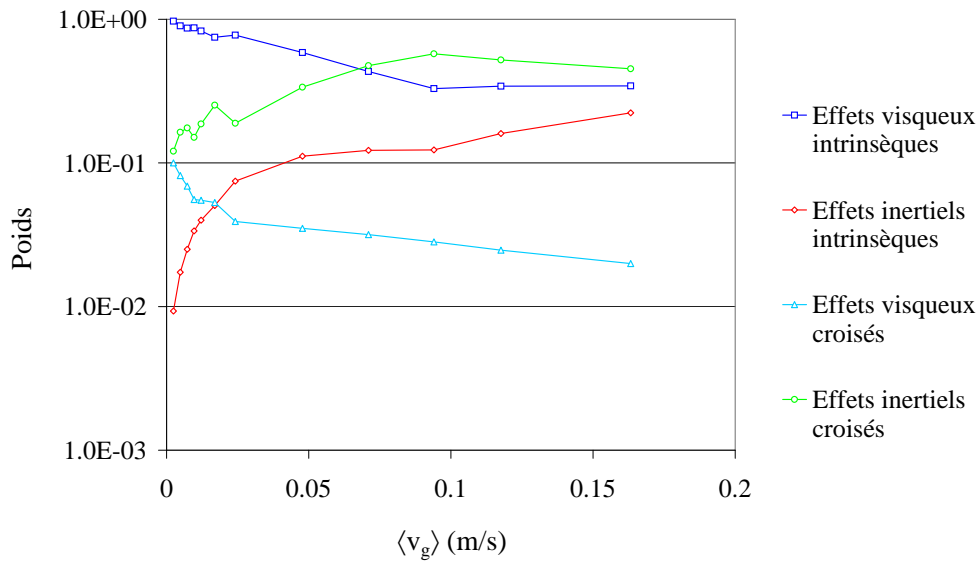
FIGURE 6.21 – Poids respectifs des termes des équations 6.79 et 6.80 à vitesse liquide nulle

Poids des termes - équation pour la phase liquide
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 18.1 \text{ mm/s}$



(a) Perte de pression liquide (équation 6.79)

Poids des termes - équation pour la phase gaz
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 18.1 \text{ mm/s}$



(b) Perte de pression gaz (équation 6.80)

FIGURE 6.22 – Poids respectifs des termes des équations 6.79 et 6.80 à grande vitesse liquide

Perte de pression gaz

Les effets inertiels croisés ont une importance beaucoup plus grande que dans le cas où la vitesse liquide est nulle, et sont même prépondérants à forte vitesse gaz. Les effets visqueux croisés sont négligeables, excepté à basse vitesse gaz, et les effets intrinsèques restent importants pour presque toute la gamme de vitesse gaz.

Ainsi, chacun des termes des équations 6.79 et 6.80 est important, au moins dans un certain domaine, ce qui démontre l'importance de bien tous les prendre en compte.

6.3.5 Validation du modèle : comparaison aux données expérimentales

Le système constitué des deux équations de bilan de quantité de mouvement moyennées (équations 6.76 et 6.77) et de la relation de pression capillaire macroscopique (équation 6.78) comporte, si les vitesses moyennes sont imposées, trois degrés de liberté (pression gaz, pression liquide et taux de vide) pour trois équations. Il est donc possible, au moyen d'un processus itératif, décrit plus en détail dans l'annexe E, de déterminer au moins un triplet $\left(\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z}, \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z}, \alpha\right)$ solution de ce système, et vérifiant la condition physique $0 \leq \alpha \leq 1$. Nous validerons notre modèle en comparant les prédictions des pertes de pression et des taux de vide aux données expérimentales.

6.3.5.1 Billes de 4 mm

La perte de pression et le taux de vide prédits par le modèle pour le lit de billes de 4 mm (voir figure 6.23) présentent un très bon accord lorsque la vitesse liquide est nulle.

Le modèle permet également une bonne prédiction de la perte de pression et du taux de vide à vitesse liquide non-nulle et pour des vitesses gaz faibles. Cependant, on constate une inflexion dans la perte de pression pour les fortes vitesses liquide et gaz que le modèle semble incapable de reproduire. Physiquement, ce changement de comportement suggère l'existence, aux alentours de $\langle v_g \rangle = 0.1 \text{ m/s}$ (ou $\alpha \approx 0.4$),

d'une transition entre deux régimes d'écoulement. Il serait intéressant de chercher à l'introduire dans le modèle au cours de futurs travaux.

Au niveau du modèle, les causes possibles de cet écart sont multiples, mais il peut être en grande partie expliqué par l'erreur sur la prédiction du taux de vide, qui est surestimé dans ce domaine. En effet, si l'on calcule la perte de pression à partir du taux de vide mesuré, et non plus à partir du taux de vide prédit par le modèle, on constate que l'inflexion aux fortes vitesses est correctement reproduite, ainsi que le montre la figure 6.24. La solution est par conséquent à rechercher dans l'amélioration du modèle pour la phase gazeuse, et notamment dans l'expression du terme F_{gg} , supposée indépendante du taux de vide, ce qui conduit à sous-estimer largement les données expérimentales, ainsi que nous l'avons souligné au paragraphe 6.3.1.5.

Ces observations montrent, d'une part, qu'il est très important de disposer de mesures pour le taux de vide, et, d'autre part, que la validation d'un modèle pour les pertes de pression en écoulement diphasique ne peut reposer sur la seule comparaison entre la prédiction de ces pertes de pression et les données expérimentales. En effet, nous venons de voir qu'un écart sur la prédiction des pertes de pression ne signifie pas nécessairement que le modèle utilisé est incorrect : les modèles pour la perte de pression et pour le taux de vide sont couplés, si bien que les imperfections de l'un d'entre eux dégradent la qualité prédictive de l'autre. En conclusion, il convient de bien vérifier simultanément la qualité prédictive des modèles pour les pertes de pression et pour le taux de vide avant de valider ou d'invalidier un modèle de pertes de pression.

6.3.5.2 Billes de 8 mm

Dans le cas des billes de 8 mm, le modèle reproduit correctement les tendances à vitesse liquide nulle, mais tend à sous-estimer la perte de pression et le taux de vide, en particulier à forte vitesse liquide, ainsi que le montre la figure 6.25. De la même façon que pour les billes de 4 mm, l'écart entre le modèle et les points expérimentaux pour la perte de pression est dû en grande partie à la sous-estimation du taux de vide. La figure 6.26 montre en effet qu'utiliser le taux de vide mesuré, à la place du taux de vide prédit par le modèle, améliore la prédiction de la perte de pression.

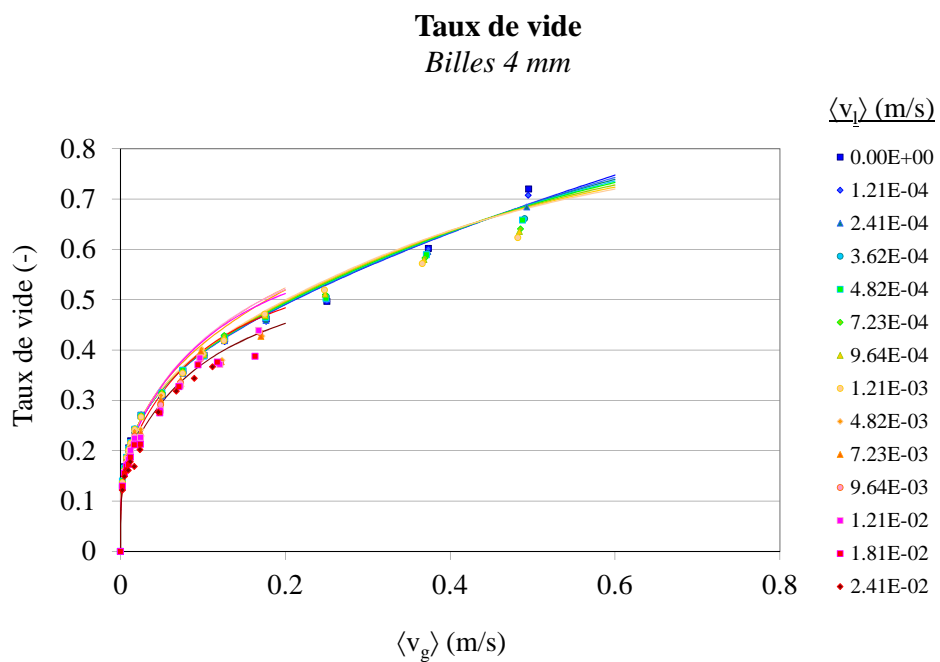
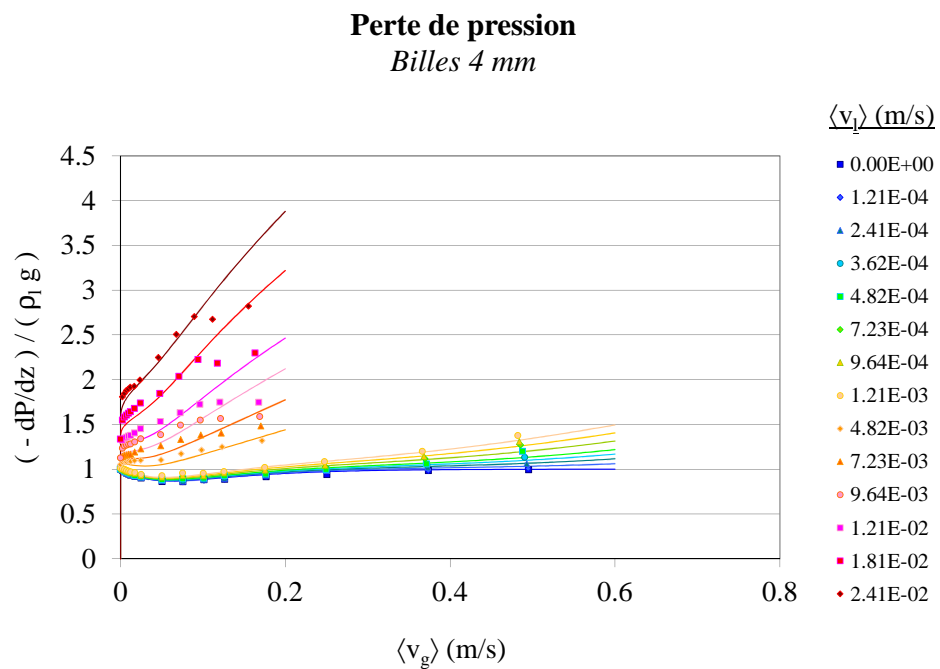


FIGURE 6.23 – Comparaison directe entre les mesures de perte de pression et de taux de vide et les prédictions du modèle, pour les billes 4 mm

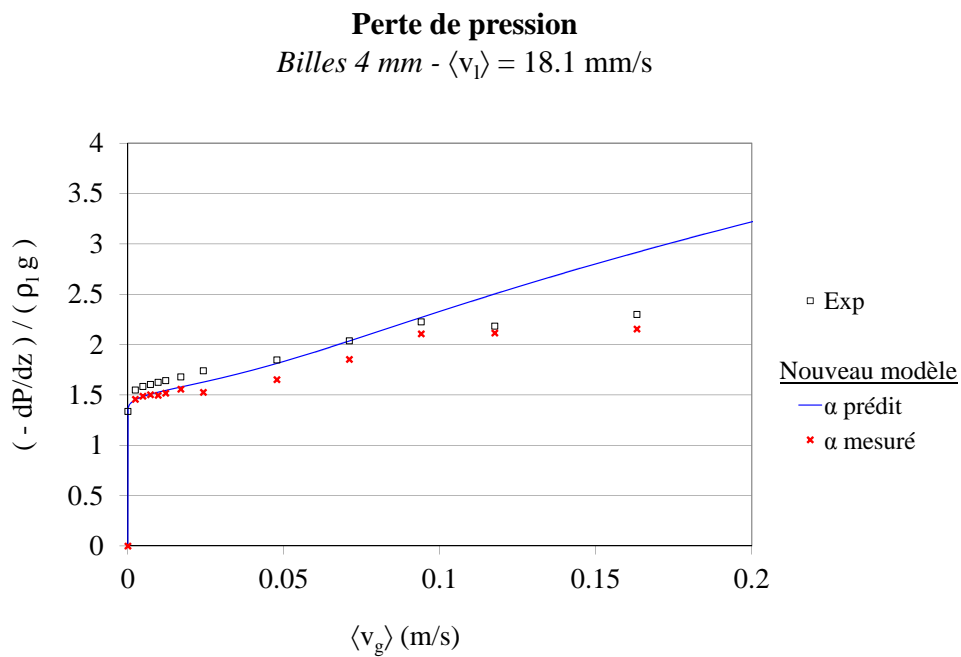


FIGURE 6.24 – Influence de l'erreur sur le taux de vide sur la prédiction de la perte de pression, pour des billes de 4 mm

Ces observations s'inscrivent dans le cadre de la discussion du paragraphe précédent concernant le couplage entre les modèles pour la perte de pression et pour le taux de vide. Elles soulignent que la prédiction du taux de vide devrait être améliorée avant de chercher à corriger celle de la perte de pression. Notons que dans le cas des billes de 8 mm, des améliorations devraient tout de même être apportées au modèle pour la perte de pression, car celle-ci est légèrement sur-estimée lorsque le taux de vide mesuré est utilisé. Une étude approfondie de la dépendance du terme inertiel intrinsèque F_{ll} à la vitesse liquide, que nous avons supposée linéaire, d'une façon quelque peu arbitraire, pourrait fournir des pistes d'amélioration.

6.3.5.3 Conclusion

D'une manière générale, et malgré les éléments critiques que nous avons donnés quant à l'interprétation des prédictions ou de leurs écarts par rapport aux données expérimentales, le modèle proposé reste d'une bonne qualité prédictive, et ce dans tout le domaine étudié. Lors des travaux futurs, néanmoins, les efforts d'amélioration devraient se porter en priorité sur la prédiction du taux de vide, et tout particulièrement sur la prise en compte des effets inertiels intrinsèques à la phase gazeuse (terme F_{gg}). Dans un second temps, il conviendrait d'étudier plus en détails la dépendance du terme inertiel intrinsèque à la phase liquide (terme F_{ll}).

Nous allons à présent comparer le modèle aux modèles existants que nous avons présentés au chapitre 2.

6.3.6 Comparaison aux modèles existants

De la même façon que dans la partie précédente, des prédictions pour la perte de pression et le taux de vide en fonction des vitesses d'écoulement peuvent être effectuées par les modèles existants, en utilisant la méthode présentée dans l'annexe E. Nous comparerons dans cette partie les prédictions effectuées par ces modèles avec celles du nouveau modèle.

Les modèles couramment utilisés dans les codes de simulation des renoyages (voir chapitre 2, section 2.4.1) sont des modèles de type « Ergun généralisé », qui peuvent être formalisés de la façon suivante :

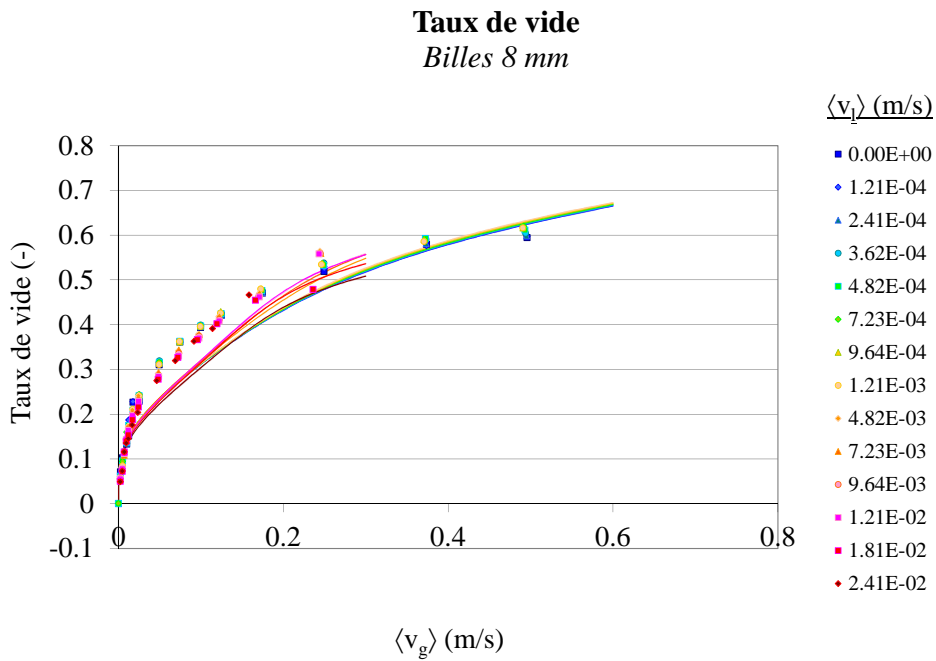
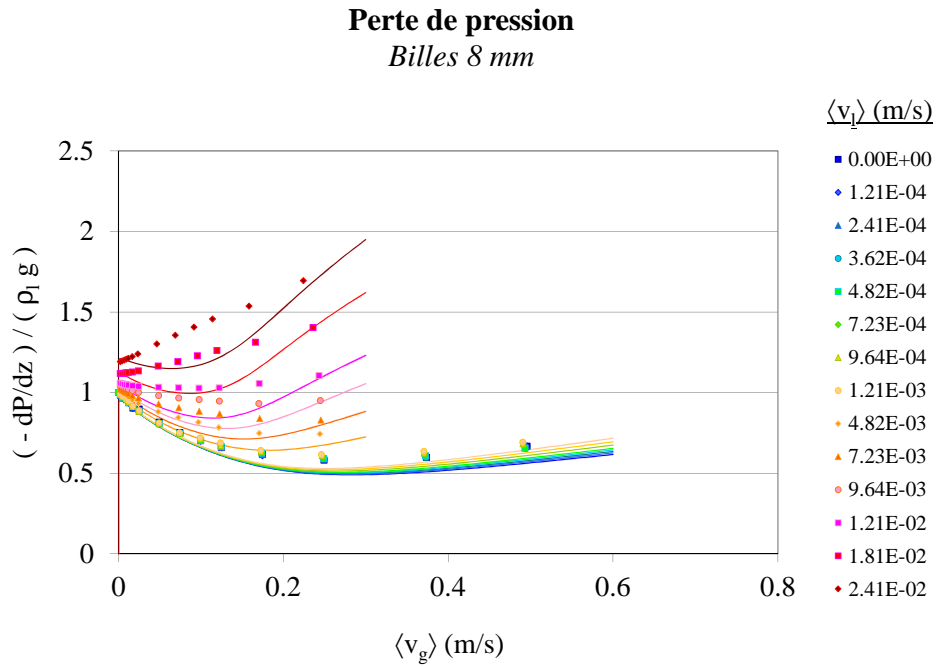


FIGURE 6.25 – Comparaison directe entre les mesures de perte de pression et de taux de vide et les prédictions du modèle, pour les billes 8 mm

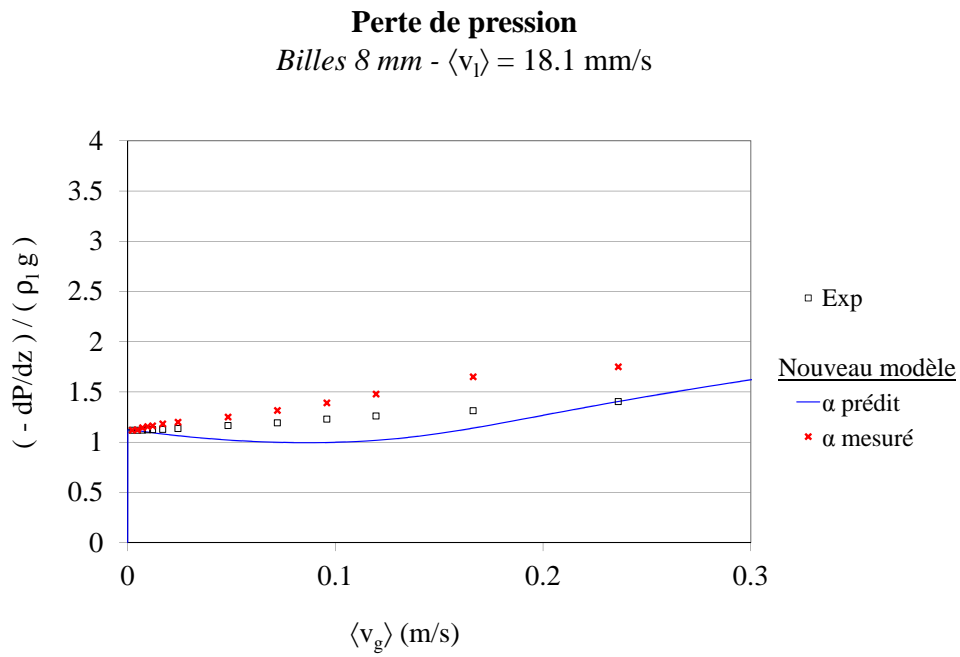


FIGURE 6.26 – Influence de l’erreur sur le taux de vide sur la prédiction de la perte de pression, pour des billes de 8 mm

$$-\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} - \rho_l g = \frac{\mu_l}{K K_l} \langle v_l \rangle + \frac{\rho_l}{\eta \eta_l} \langle v_l \rangle |\langle v_l \rangle| - \frac{F_i}{1 - \alpha}, \quad (6.81)$$

$$-\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} - \rho_g g = \frac{\mu_g}{K K_g} \langle v_g \rangle + \frac{\rho_g}{\eta \eta_g} \langle v_g \rangle |\langle v_g \rangle| + \frac{F_i}{\alpha}, \quad (6.82)$$

où K_β et η_β ($\beta = g$ ou l) représentent respectivement la perméabilité relative et la passabilité relative de la phase β , et F_i un terme rendant compte des frottements interfaciaux. Trois modèles, par Lipinski [Lipinski 81], Reed [Reed 82] et Hu&Theofanous [Hu 91], considèrent ce dernier terme comme nul, et ne se distinguent donc que par les perméabilités et passabilités relatives. Deux autres modèles, par Schulenberg&Müller [Schulenberg 87], et par Tung&Dhir [Tung 88] proposent des expressions plus ou moins complexes ou empiriques pour F_i .

Nous avons montré à la fin du chapitre 2 (paragraphe 2.4.2.5) que l'existence du terme F_i est inconciliable avec la structure d'équations de notre modèle. En revanche, les concepts de perméabilités relatives et de passabilités relatives peuvent être compatibles avec les termes intrinsèques, à la condition que les termes inertiels intrinsèques soient proportionnels à la vitesse moyenne de leur phase (cette considération a motivé pour une grande part notre choix de forme pour F_{ll} et F_{gg} au début de la section 6.3).

Ainsi, compte tenu des corrélations proposées pour K_{ll} , F_{ll} , K_{gg} et F_{gg} la partie intrinsèque de notre modèle est équivalente à :

$$K_l = \frac{K_{ll}}{K} = (1 - \alpha)^3 \quad (6.83)$$

$$\eta_l = \frac{\rho_l K_{ll} \langle v_l \rangle}{\mu_l F_{ll} \eta} = (1 - \alpha)^3 \quad (6.84)$$

$$K_g = \frac{K_{gg}}{K} = \alpha^4 \quad (6.85)$$

$$\eta_g = \frac{\rho_g K_{gg} \langle v_g \rangle}{\mu_g F_{gg} \eta} = \alpha^4 \quad (6.86)$$

La perméabilité relative et la passabilité relative pour la phase liquide sont donc identiques à celles du modèle de Lipinski [Lipinski 81]. En revanche, notre perméabilité relative et notre passabilité relative pour la phase gazeuse ne correspondent

à aucun des modèles existants présentés dans ce mémoire. Comparons maintenant les prédictions des pertes de pression et du taux de vide de ces différents modèles.

Vitesse liquide nulle

Les graphes de la figure 6.27 comparent les prédictions de la perte de pression et du taux de vide à vitesse liquide nulle par les différents modèles.

Les modèles de Lipinski, Reed et Hu&Theofanous, qui ne considèrent pas de frottement interfacial, prédisent une perte de pression nulle, et par conséquent un gradient de pression total égal au terme hydrostatique $\rho_l g$. En revanche, leurs prédictions du taux de vide diffèrent, car ils utilisent des expressions distinctes pour les passabilités relatives. Ainsi, le modèle de Reed prédit très correctement le taux de vide, alors que le modèle de Lipinski le sous-estime, et que celui de Hu&Theofanous le sur-estime.

Le modèle de Schulenberg permet une très bonne prédiction de la perte de pression à faible vitesse gaz, et s'écarte légèrement des données expérimentales pour les grandes vitesses, bien qu'il reste très prédictif dans ce cas. En revanche, il sur-estime le taux de vide, ce qui remet en question la validité de sa prédiction de la perte de pression pour une valeur correcte du taux de vide, pour la raison évoquée lors de la validation de notre modèle.

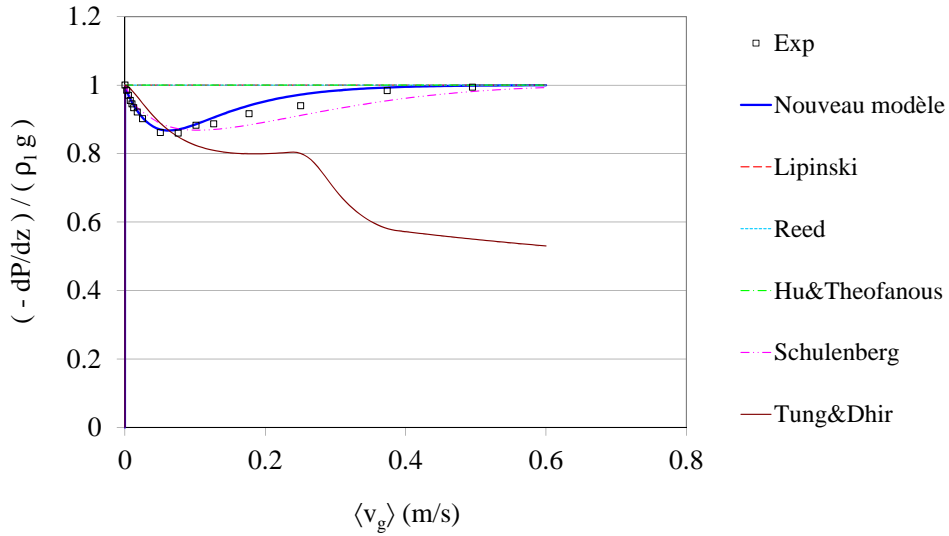
La prédiction de la chute de la perte de pression à vitesse de gaz faible est prédite d'une façon raisonnable par le modèle de Tung et Dhir, bien que sa prédiction du taux de vide, très proche de celle du modèle de Schulenberg, ne vienne modérer cette performance. En revanche, la perte de pression prédite par ce modèle s'écarte très largement des données expérimentales à forte vitesse.

Le modèle que nous proposons est capable de reproduire correctement à la fois la perte de pression et le taux de vide sur toute la gamme de vitesse gaz étudiée.

Vitesse liquide importante

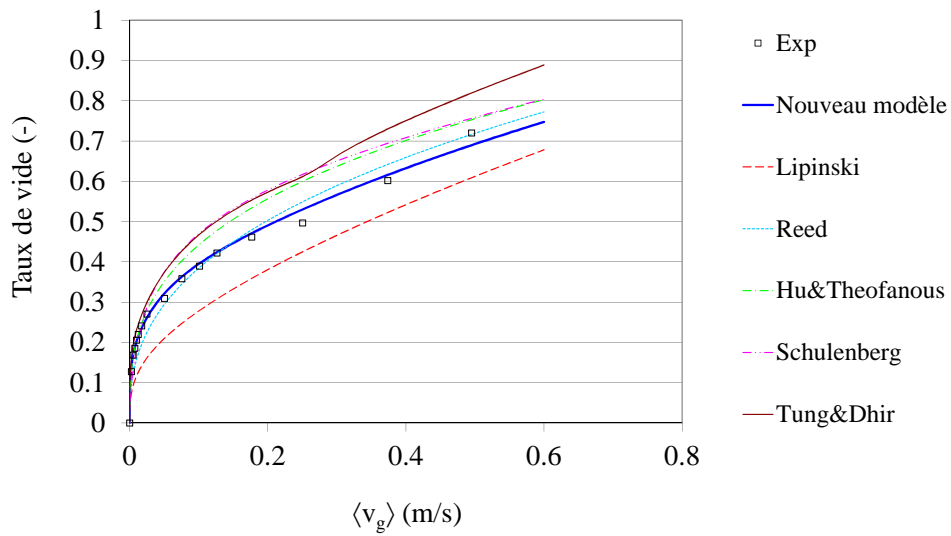
Les graphes de la figure 6.28 comparent les prédictions de la perte de pression et du taux de vide par les différents modèles pour une vitesse liquide de 18.1 mm/s.

Perte de pression
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 0$



(a) Perte de pression liquide

Taux de vide
Billes 4 mm - $\langle v_l \rangle = 0$



(b) Taux de vide

FIGURE 6.27 – Comparaison directe entre les mesures de perte de charge et la prédiction du modèle à vitesse liquide nulle, pour les billes de 4 mm

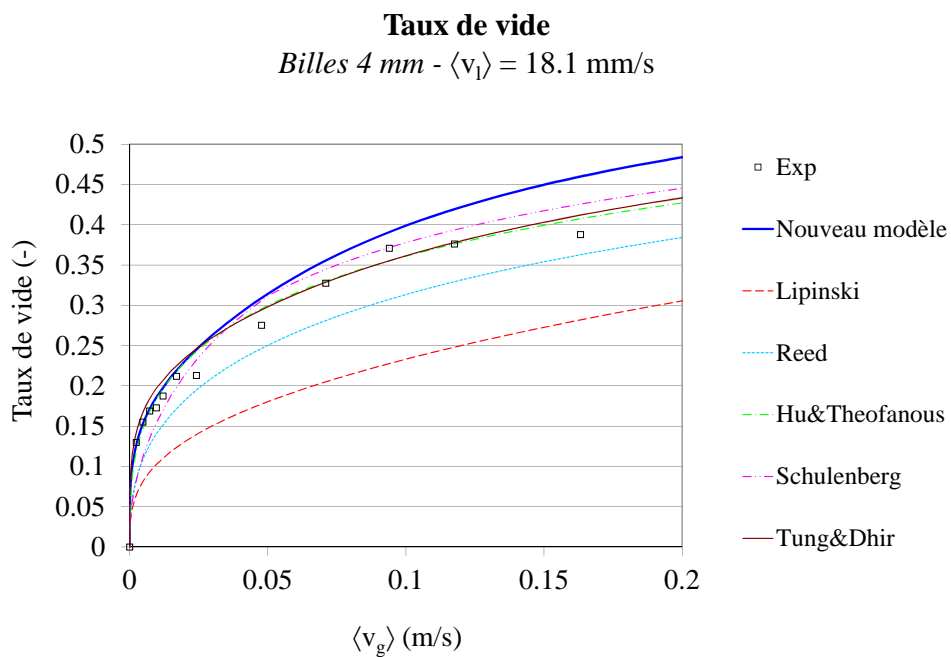
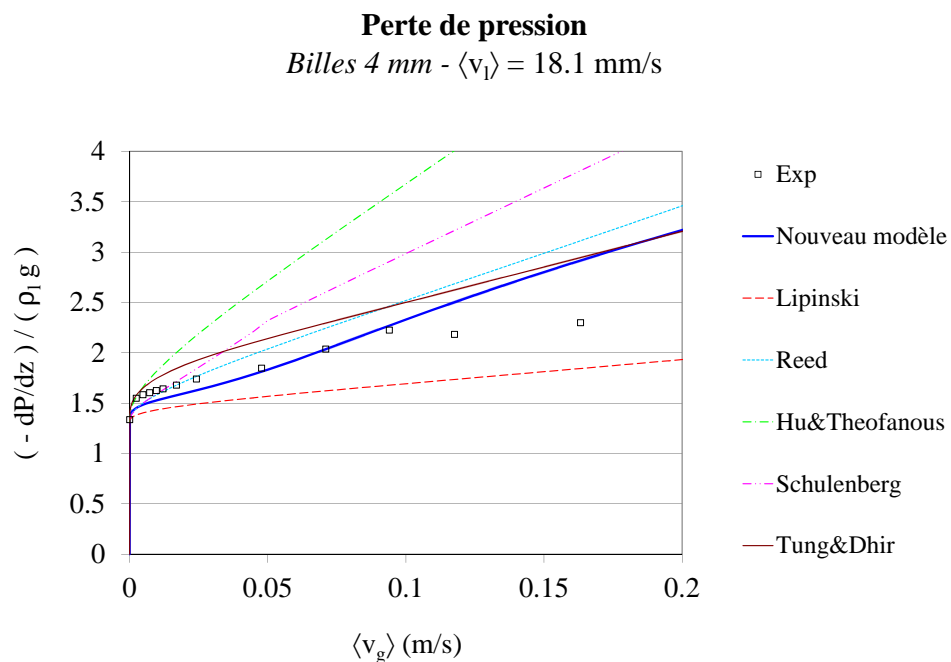


FIGURE 6.28 – Comparaison directe entre les mesures de perte de charge et la prédiction du modèle à vitesse liquide importante, pour les billes de 4 mm

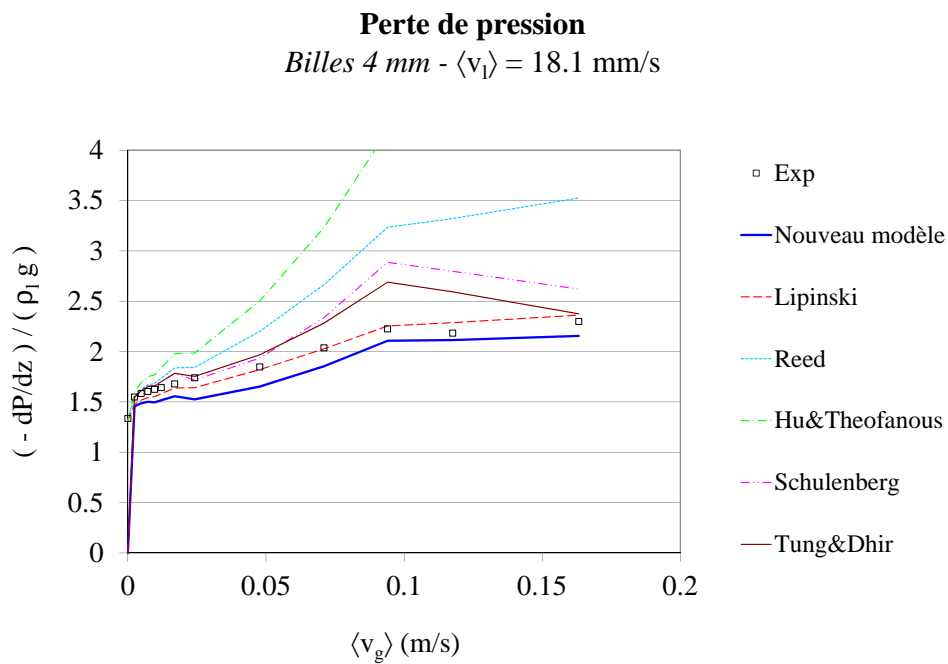


FIGURE 6.29 – Prédiction de la perte de pression par les différents modèles en utilisant le taux de vide mesuré

Les modèles de Schulenberg et de Hu&Theofanous prédisent très correctement le taux de vide, mais sur-estiment largement la perte de pression. Le modèle de Reed permet une meilleure prédiction de la perte de pression, mais est moins prédictif pour le taux de vide.

Le modèle de Lipinski sous-estime à la fois la perte de pression et le taux de vide, alors que notre modèle, qui prédit mieux le taux de vide, effectue également une meilleure prédiction de la perte de pression (bien qu'il conduise tout de même à la sur-estimer à forte vitesse, ainsi que nous l'avons montré au paragraphe 6.3.5). Ceci souligne encore une fois l'importance de la prédiction du taux de vide, car ces deux modèles, dans ce domaine où les termes croisés ont une importance secondaire, ainsi que nous l'avons montré au paragraphe 6.3.4, sont quasi-identiques en ce qui concerne l'équation pour les pertes de pression.

Le modèle de Tung&Dhir présente un excellent accord avec les données expérimentales pour le taux de vide, mais sur-estime légèrement la perte de pression.

Rappelons enfin que les prédictions de pertes de pression, pour chacun des modèles, utilisent les taux de vide calculés par ces mêmes modèles. Ceci introduit des biais dans la prédiction de la perte de pression lorsque le taux de vide est mal évalué. Afin d'illustrer ce propos, nous comparons dans la figure 6.29 les pertes de pression évaluées par chacun des modèles où le taux de vide correspond, cette fois-ci, à la valeur mesurée. Dans cette situation, notre modèle est capable de reproduire l'inflexion de la perte de pression aux environs de $\langle v_g \rangle = 0.1$ m/s, ainsi que nous l'avons déjà montré dans le paragraphe 6.3.5. Les prédictions des modèles de Hu&Theofanous, Schulenberg et Tung&Dhir ne sont pas fondamentalement améliorées, car ils prédisent correctement le taux de vide. Celle du modèle de Reed, en revanche, est dégradée, car il sous-estime le taux de vide, tout en sur-estimant la perte de pression. Le modèle de Lipinski, quant à lui, permet alors la meilleure prédiction, ce qui n'est pas étonnant, sachant qu'il est quasi-identique à notre modèle, dans cette situation où la contribution des termes croisés est faible.

En résumé, le modèle proposé ici permet une bonne prédiction de la perte de pression et du taux de vide, tant à faible qu'à forte vitesse liquide. Il reste perfectible, ainsi que nous l'avons souligné au paragraphe 6.3.5, mais représente néanmoins une amélioration significative par rapport aux modèles de type Ergun généralisé, habituellement utilisés pour interpréter les essais de renouveau de lits de débris.

6.4 Conclusions

Au cours de ce chapitre, nous avons étudié la capacité de la structure d'équations macroscopiques établie au chapitre 2 à représenter les pertes de pression dans des écoulements mono-dimensionnels, diphasiques (eau/air), inertiels et Newtoniens à travers des milieux poreux de type granulaire, représentatifs des lits de débris de combustible nucléaire.

La description macroscopique de tels écoulements nécessite de connaître les vitesses moyennes des phases et le taux de vide moyen à l'intérieur du milieu. Cependant, il existe peu d'études expérimentales, dans la littérature, où ces grandeurs ont pu être mesurées simultanément, et aucune donnée n'est disponible pour des écoulements à nombre de Reynolds liquide non-nuls. Les expériences réalisées dans CALIDE apportent ainsi un complément important aux données existantes en permettant d'explorer des nombres de Reynolds liquides non nuls tout en mesurant le taux de vide, ce qui est essentiel pour une modélisation.

Nous avons démontré que les équations macroscopiques établies au chapitre 2 sont capables de décrire le comportement des pertes de pression, en particulier grâce à la prise en compte des termes interfaciaux (ou termes croisés), et nous avons cherché à déterminer des corrélations pour les effets visqueux et inertiels à l'intérieur de chaque phase et à l'interface liquide-gaz. Cette opération n'est pas triviale et repose sur plusieurs hypothèses fortes, dont la validité reste critiquable malgré les arguments que nous avons donnés pour les étayer. En particulier, nous supposons à plusieurs reprises, sans pouvoir le vérifier, que les termes inertiels sont négligeables devant les termes visqueux lorsque les vitesses sont faibles dans la gamme étudiée. Nous supposons également que les corrélations identifiées lorsque la vitesse liquide moyenne est nulle restent utilisables à forte vitesse liquide, hypothèse contredite par le développement théorique permettant l'établissement des équations macroscopiques.

Néanmoins, et bien qu'il subsiste plusieurs interrogations concernant le sens physique et la validité des corrélations recommandées, l'identification des différents termes pré-supposés aboutit à un modèle qui s'avère à la fois plus général et d'une meilleure qualité prédictive que les modèles existants.

$$\langle v_l \rangle = -\frac{K_{ll}}{\mu_l} \left(\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} + \rho_l g \right) - F_{ll} \langle v_l \rangle + K_{lg} \langle v_g \rangle - F_{lg} \langle v_g \rangle \quad (6.87)$$

Avec

$$K_{ll} = K (1 - \alpha)^3 \quad K_{lg} = k_{lg} \frac{\mu_g (1 - \alpha)^2}{\mu_l \alpha}$$

$$F_{ll} = \frac{\rho_l K}{\mu_l \eta} \langle v_l \rangle \quad F_{lg} = K_{lg} \frac{\alpha^3}{\alpha^3 + (1 - \alpha)^n}$$

$$\langle v_g \rangle = -\frac{K_{gg}}{\mu_g} \left(\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} + \rho_g g \right) - F_{gg} \langle v_g \rangle + K_{gl} \langle v_l \rangle - F_{gl} \langle v_l \rangle \quad (6.88)$$

Avec

$$K_{gg} = K \alpha^4 \quad K_{gl} = \frac{\mu_l K_{gg} K_{lg}}{\mu_g K_{ll}}$$

$$F_{gg} = \frac{\rho_g K}{\mu_g \eta} \langle v_g \rangle \quad F_{gl} = f_{lg} \alpha^6$$

$$\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} = \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} \quad (6.89)$$

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse porte sur le développement d'une nouvelle approche de modélisation des pertes de pression macroscopiques dans des lits de particules traversés par des écoulements inertiels monophasiques et diphasiques. Ce type de situation est représentatif du renoyage d'un lit de débris de combustibles nucléaires, au cours d'un accident grave.

Les modèles macroscopiques implémentés dans les codes de simulation de dégradation de cœur, tels ICARE/CATHARE, pour simuler les phases de renoyage de lits de débris, ne sont que très partiellement justifiés par les méthodes théoriques de changement d'échelle, comme la méthode de la moyenne volumique. En particulier, dans les parties diphasiques, les termes rendant compte du frottement interfacial entre les phases liquide et gazeuse dans les modèles actuels, introduits d'une manière très heuristique, sont incompatibles avec les équations théoriques obtenues par la prise de moyenne volumique. Certains modèles vont même jusqu'à négliger ces termes interfaciaux, bien que les observations expérimentales montrent que cette hypothèse n'est pas valide.

Un deuxième point d'interrogation concerne les propriétés effectives pour le lit de débris, qui interviennent dans les équations macroscopiques pour les écoulements monophasiques et diphasiques, et dont les dépendances aux caractéristiques géométriques des débris (granulométrie, formes des débris, etc.) ne sont pas connues.

L'amélioration des modèles nécessite des mesures de pertes de pression et de taux de vide en fonction des vitesses d'écoulement, pour des écoulements monophasiques et diphasiques inertiels et macroscopiquement monodimensionnels au travers de lits de particules suffisamment représentatifs des lits de débris. Les données disponibles dans la littérature sont relativement peu nombreuses ; de plus, il n'existe aucune donnée publiée concernant des mesures simultanées des pertes de pression

et du taux de vide dans un lit de particules traversé par un écoulement inertiel liquide-gaz, et où les vitesses des phases liquide et gazeuse sont non-nulles. L'acquisition de nouvelles données expérimentales a donc été nécessaire. Les essais ont été réalisés dans l'installation CALIDE, conçue pour reproduire, à l'intérieur de milieux poreux représentatifs des lits de débris, les conditions thermohydrauliques caractéristiques d'un renoyage, en permettant des mesures précises des pertes de pression, des vitesses d'écoulement et du taux de vide. La mesure du taux de vide a constitué une difficulté particulière, du fait de l'inexistence d'une méthode simple applicable en milieu poreux et dans le contexte expérimental de l'installation. Ce verrou technologique limitant fortement la modélisation, une collaboration a été initiée avec le LTHE de Grenoble pour développer une technique originale. Cette technique, utilisant une sonde capacitive, a été validée sur une très large gamme de taux de vide, et a fait l'objet d'un dépôt de brevet.

La première partie de l'étude présentée dans ce manuscrit est consacrée aux pertes de pression dans des écoulements monophasiques inertiels au travers de lits de particules. Les méthodes de changement d'échelles justifient, pour ce type d'écoulement, des lois de type Darcy-Forchheimer, calculant la perte de pression comme la somme d'un terme linéaire (terme de Darcy) et d'un terme non-linéaire (correction de Forchheimer) en vitesse de filtration. L'analyse des données expérimentales acquises dans CALIDE a montré que cette structure d'équations est pertinente, et que la correction de Forchheimer peut être décrite, pour des nombres de Reynolds modérés (entre 10 et 30 environ), par une loi cubique en vitesse de filtration ; pour des nombres de Reynolds plus élevés (entre 30 et 1500 environ), la correction de Forchheimer peut être décrite avec suffisamment de précision par une loi quadratique en vitesse de filtration. Ces observations confirment les prédictions théoriques des méthodes de changement d'échelle, qui justifient une déviation cubique en vitesse de filtration lorsque la valeur du nombre de Reynolds sort tout juste du domaine de Darcy ; et s'accordent avec les observations usuelles pour ce type de milieux, dans lesquels une déviation quadratique en vitesse de filtration est généralement observée à fort nombre de Reynolds.

Il a également été montré que la loi quadratique constitue une approximation valable pour la correction de Forchheimer sur toute la gamme de nombres de Reynolds observée, bien qu'elle ne soit pas optimale dans le domaine cubique. Par conséquent, un lit de particules peut être caractérisé, du point de vue des pertes de pression, par deux propriétés effectives, appelées *perméabilité* et *passabilité*, servant à calculer respectivement le terme linéaire et le terme quadratique dans

l'équation de Forchheimer. La détermination des perméabilités et des passabilités pour des lits de particules de différentes formes, ou présentant diverses distributions de taille, a permis d'établir une certaine correspondance entre les caractéristiques géométriques des particules et les propriétés macroscopiques d'un lit de débris. En particulier, nous avons montré qu'un lit de particules de formes complexes et de tailles multiples peut être représenté, d'un point de vue très empirique, à l'aide de son diamètre de Sauter et d'un facteur de forme (sphéricité). Nous précisons toutefois que cette équivalence n'est valable que pour la classe de milieux étudiés, caractérisée par un désordre important et une rugosité faible des particules, ainsi que nous l'avons montré par des simulations d'écoulements monophasiques dans des milieux modèles, et observé expérimentalement en mesurant la perte de pression dans un lit de particules ordonnées.

Dans la deuxième partie de cette étude, consacrée aux écoulements diphasiques inertiels au travers des lits de particules, nous avons cherché à établir un nouveau modèle pour les pertes de pression, à partir de la structure d'équations obtenue par la méthode de la moyenne volumique. Cette structure s'apparente à une loi de Darcy généralisée, étendue aux écoulements diphasiques, et incluant des termes supplémentaires pour prendre en compte les effets inertiels et le frottement à l'interface liquide-gaz. Malgré les écarts évidents entre les conditions expérimentales étudiées et les hypothèses formulées lors de son développement (notamment les hypothèses de quasi-staticité des interfaces et de la prédominance des effets capillaires) il a été démontré que cette structure d'équations est à même de reproduire le comportement observé pour les pertes de pression macroscopiques, contrairement aux modèles d'Ergun généralisés utilisés dans les codes de simulation des accidents graves.

En effectuant un certain nombre d'hypothèses, notamment sur les effets inertiels, supposés négligeables dans le bas des gammes de vitesses étudiées, des corrélations pour chacun des termes des équations macroscopiques ont été déterminées en fonction du taux de vide, de la perméabilité, de la passabilité et des propriétés physiques des fluides en présence. Le modèle obtenu s'avère à la fois plus général et d'une meilleure qualité prédictive que les modèles existants.

Ce travail constitue ainsi une première étude sur l'application de modèles macroscopiques obtenus par des considérations théoriques sur les prises de moyenne volumique des équations de Navier-Stokes dans un milieu poreux. Les résultats sont d'ores et déjà intéressants, et très prometteurs quant aux améliorations futures des

modélisations des renoyages de lits de débris. En conclusion de ce manuscrit, nous pouvons dégager deux grandes perspectives qu'il conviendrait d'étudier dans des travaux futurs.

La première perspective est d'une nature expérimentale. L'installation CALIDE est opérationnelle et permettrait d'étudier les écoulements diphasiques au travers de nombreux types de lits de particules, à l'instar de l'étude menée en écoulements monophasiques. Ce travail n'a pu être effectué au cours de cette thèse, par manque de temps, mais pourrait contribuer significativement à combler le manque de données disponibles, ainsi que nous l'avons souligné, concernant les écoulements diphasiques inertiels en milieu poreux pour des nombres de Reynolds liquide non nuls, et pourrait confirmer les tendances annoncées, notamment en ce qui concerne les dépendances des termes croisés gaz-liquide à la taille de grain, constatées sur seulement deux tailles de particules.

La deuxième perspective, d'une nature plus fondamentale, concerne l'amélioration du modèle diphasique. Il subsiste en effet plusieurs interrogations, concernant le sens physique de certaines des corrélations proposées et la validité des hypothèses formulées au cours du développement. En particulier, il est impossible de vérifier que les effets inertiels sont effectivement négligeables face aux effets visqueux dans le bas des gammes de vitesses étudiées, puisqu'il est impossible, dans les conditions expérimentales accessibles actuellement, de les séparer complètement. Une résolution numérique des problèmes de fermeture associés aux paramètres du modèle permettrait de les évaluer de façon distincte, et ainsi de mieux comprendre leurs évolutions respectives.

Bibliographie

- [Achdou 98] Y. Achdou, O. Pironneau & Valentin F. *Effective boundary conditions for laminar flows over periodic rough boundaries*. Journal of Computational Physics, vol. 147, pages 187–218, 1998.
- [Adler 94] P. Adler. Porous media : Geometry and transport. Butterworth-Heinemann, Stoneham, UK, 1994.
- [Akers 86] D. Akers, E. Carlson, B. Cook, S. Ploger & J. Carlson. *TMI-2 core debris grab samples - examination and analysis*. Rapport technique, Sandia National Laboratory GEND-INF-075, 1986.
- [Al-Raoush 10] R. Al-Raoush & A. Papadopoulos. *Representative elementary volume analysis of porous media using X-ray computed tomography*. Powder Technology, vol. 200, pages 69–77, 2010.
- [Angot 99] Philippe Angot, Charles-Henri Bruneau & Pierre Fabrie. *A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows*. Numer. Math., vol. 81, pages 497–520, 1999.
- [Atkhen 06] K. Atkhen & G. Berthoud. *SILFIDE experiment : coolability in a volumetrically heated debris bed*. Nuclear Engineering and Design, vol. 236, pages 2126–2134, 2006.
- [Auriault 87] J. Auriault. *Nonsaturated deformable porous media : quasi-statistics*. Transport in Porous Media, vol. 2, pages 45–64, 1987.
- [Bachrata 12] A. Bachrata. *Modélisation du renoyage d'un cœur du réacteur nucléaire fortement dégradé*. PhD thesis, INPT, 2012.

- [Balhoff 10] M. Balhoff, A. Mikelié & M.F. Wheeler. *Polynomial filtration laws for low Reynolds number flows through porous media*. Transport in Porous Media, vol. 81, pages 35–60, 2010.
- [Bensler 90] H.P. Bensler. *Détermination de l'aire interfaciale, du taux de vide et du diamètre moyen de Sauter dans un écoulement à bulles à partir de l'atténuation d'un faisceau d'ultrasons*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1990.
- [Bensoussan 78] J. Bensoussan, L. Lions & G. Papanicolaou. Asymptotic analysis for periodic structures. North-Holland, 1978.
- [Berhold 94] J.W. Berhold, S.E. Reed & C.A. Nash. *Fibre optic sensor system for void fraction measurement in aqueous two-phase fluids*. Flow Measurement and Instrumentation, vol. 5, pages 3–13, 1994.
- [Bienvenu 95] C. Bienvenu. L'aventure nucléaire. Pocket, 1995.
- [Broughton 89] J.M. Broughton, P. Kuan, D.A. Petti & E.L. Tolman. *A scenario of the Three Mile Island Unit-2 accident*. Nuclear Technology, vol. 87, pages 34–53, 1989.
- [Bürger 06] M. Bürger, M. Buck, W. Schmidt & W. Widmann. *Validation and application of the WABE code : investigations of constitutive laws and 2D effects on debris coolability*. Nuclear Engineering and Design, vol. 236, pages 2164–2188, 2006.
- [Çarpınlioglu 09] M. Ö. Çarpınlioglu, E. Ozahi & M.Y. Gündoğru. *Determination of laminar and turbulent flow range through vertical packed beds in terms of particle friction factors*. Advanced Powder Technology, vol. 20, pages 515–520, 2009.
- [Chauveteau 67] G. Chauveteau & C.L. Thirriot. *Régimes d'écoulement en milieu poreux et limite à la loi de Darcy*. La Houille Blanche, vol. 2, pages 141–148, 1967.
- [Chikhi 12a] N. Chikhi & J. Fleurot. *Revisiting the QUENCH-11 integral reflood test with a new thermal-hydraulic model : Existence of a minimum injection rate*. Annals of Nuclear Energy, vol. 49, pages 12–22, 2012.

- [Chikhi 12b] N. Chikhi & B. Lenoir. *Programme CALIDE 1D AIR - Qualification de l'installation et du protocole expérimental*. Rapport technique, IRSN - Rapport Pléiade SEREX 2012 682, 2012.
- [Chikhi 12c] N. Chikhi, N.G. Nguyen & J. Fleurot. *Determination of the hydrogen source term during the reflooding of an overheated core : Calculation results of the integral reflood test QUENCH-03 with PWR-type bundle*. Nuclear Engineering and Design, vol. 250, pages 351–363, 2012.
- [Chikhi 14a] N. Chikhi. *First experimental results of large scale debris bed reflood tests in the PEARL facility*. In 16th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermalhydraulics (NURETH 16), 2014.
- [Chikhi 14b] N. Chikhi, O. Coindreau, L.X. Li, W.M. Ma, V. Taivasalo, E. Takasuo, S. Leininger, R. Kulenovic & E. Laurien. *Evaluation of an effective diameter to study quenching and dry-out of complex debris bed*. Annals of Nuclear Energy, vol. 74, pages 24–41, 2014.
- [Clavier 13] R. Clavier & N. Chikhi. *Programme CALIDE 1D EAU - Qualification de l'instrumentation et du protocole expérimental*. Rapport technique, IRSN - Rapport Pléiade SEREX 2013 00546, 2013.
- [Coindreau 08] O. Coindreau. *Synthèse bibliographique sur les caractéristiques géométriques d'un cœur dégradé*. Rapport technique, IRSN/PSN-RES/SEMCA/LESAM, 2008.
- [Coindreau 13] O. Coindreau, F. Fichot & J. Fleurot. *Nuclear fuel rod fragmentation under accident conditions*. Nuclear Engineering and Design, vol. 255, pages 68–76, 2013.
- [Dagan 89] G. Dagan. *Flow and transport in porous formations*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [Darcy 56] H. Darcy. *Fontaines publiques de la ville de Dijon*. Librairie des Corps Impériaux des Ponts et Chaussées et des Mines de Paris, 1856.
- [Davit 13] Y. Davit, C. G. Bell, H. M. Byrne, L. A.C. Chapman, L. S. Kimpton, G. E. Lang, K. H.L. Leonard, J. M. Oliver, N. C.

- Pearson, R. J. Shipley, S. L. Waters, J. P. Whiteley, B. D. Wood & M. Quintard. *Homogenization via formal multiscale asymptotics and volume averaging : How do the two techniques compare ?* Advances in Water Resources, vol. 62, pages 178–206, 2013.
- [Deinert 04] M.R. Deinert, J.Y. Parlange, T. Steenhuis, J. Throop, K. Unlu & K.B. Cady. *Measurement of fluid contents and wetting front profiles by real-time neutron radiography*. Journal of Hydrology, vol. 290, pages 192–201, 2004.
- [Deutsch 92] CV Deutsch & AG Journel. *Gslib : Geostatistical software library and user's guide*, volume 340. Oxford Univ. Press, New York, 1992.
- [du Plessis 08] J. du Plessis & S. Woudberg. *Pore scale derivation of the Ergun equation to enhance its adaptability and generalization*. Chemical Engineering Science, vol. 63, pages 2576–2586, 2008.
- [Durin 13] T. Durin, N. Rahni, Y. Guigueno & E. Raimond. *L2 PSA development and review activities of IRSN in the framework of the 3rd PSR of the French 1300 MWe PWR series*. In International Topical Meeting on Probabilistic Safety Assessment and Analysis 2013, PSA 2013, volume 3, pages 2434–2445, 2013.
- [Dybbs 84] A. Dybbs & R.V. Edwards. *Fundamentals of transport phenomena in porous media*, chapitre A new look at porous media mechanics - Darcy to Turbulent, pages 199–254. M. Nijhoff, 1984.
- [Ergun 52] S. Ergun. *Fluid flow through packed columns*. Chemical Engineering Progress, vol. 48, no. 2, pages 89–94, 1952.
- [Fichot 06] F. Fichot, O. Marchand, P. Draï, P. Chatelard, M. Zabiégo & J. Fleurot. *Multi-dimensional approaches in severe accident modelling and analyses*. Nuclear Engineering and Technology, vol. 38, pages 733–752, 2006.
- [Firdaouss 97] M. Firdaouss, J.L. Guermond & P. Le Quéré. *Non linear corrections to Darcy's law at low Reynolds numbers*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 343, pages 331–350, 1997.

- [Forchheimer 01] P. Forchheimer. *Wasser Bewegung durch Boden*. Z. Ver. Deutsch Ing., vol. 45, pages 1782–1788, 1901.
- [Fourar 00] M. Fourar & R. Lenormand. *Inertial Effects in Two-Phase Flow through Fractures*. Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP, vol. 55, pages 259–268, 2000.
- [Fourar 01a] M. Fourar & R. Lenormand. *A new model for two-phase flows at high velocities through porous media and fractures*. Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 30, pages 121–127, 2001.
- [Fourar 01b] M. Fourar, R. Lenormand & F. Larachi. *Extending the F-function concept to two-phase flow in trickle beds*. Chemical Engineering Science, vol. 56, pages 5987–5994, 2001.
- [Geffen 52] T.M. Geffen & R.E. Gladfelter. *A note on the X-ray absorption method of determining fluid saturation in core*. Petroleum Transaction AIME, vol. 195, pages 322–323, 1952.
- [Gibilaro 85] L.G. Gibilaro, R. di Felice & S.P. Waldram. *Generalized friction factor and drag coefficient correlation for fluid-particle interactions*. Chemical Engineering Science, vol. 10, pages 1817–1823, 1985.
- [Ginsberg 86] T. Ginsberg, J. Klein, J. Klages, Y. Sanborn, C.E. Schwarz, J.C. Chen & L. Wei. *Experimental and analytical investigation of quenching of superheated debris beds under top-reflood conditions*. Final report. Jan 1986.
- [Gray 75] W. Gray. *A derivation of the equations for multi-phase transport*. Chemical Engineering Science, vol. 30, pages 229–233, 1975.
- [Guibert 15] Romain Guibert, Pierre Horgue, Gérald Debenest & Michel Quintard. *A Comparison of Various Methods for the Numerical Evaluation of Porous Media Permeability Tensors from Pore-Scale Geometry*. Mathematical Geosciences, pages 1–19, 2015.
- [Guillaumé 08] M. Guillaumé. *Modélisation de l'interaction entre le cœur fondu d'un réacteur à eau pressurisée et le radier en béton du bâtiment réacteur*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2008.

- [Hicks 70] R.E. Hicks. *Pressure drops in packed beds of spheres*. Industrial and Engineering Fundamentals, vol. 9, pages 500–502, 1970.
- [Hobbins 90] R.R. Hobbins & G.D. McPherson. *A summary of results from the LOFT LP-FP-2 test and their relationship to other studies at the Power Burst Facility and of the Three Mile Island Unit-2 accident*. In LOFT Open Forum, Madrid, Spain, 1990.
- [Hofmann 97] P. Hofmann, S. Hagen, V. Noack, G. Schanz & L. Sepold. *Chemical-Physical behavior of a light water reactor core components tested under severe reactor accident conditions in the CORA facility*. Nuclear Technology, vol. 118, pages 200–224, 1997.
- [Hu 91] K. Hu & T.G. Theofanous. *On the measurement and mechanism of dryout in volumetrically heated coarse particle beds*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 17, pages 519–532, 1991.
- [Huang 06] H. Huang & J. Ayoub. *Applicability of the Forchheimer equation for non-Darcy flow in porous media*. In SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2006.
- [Huhtiniemi 97] I. Huhtiniemi, D. Magallon & H. Hohmann. *Results of recent KROTOS FCI tests : Alumina vs corium melts*. In OECD/CSNI Specialists Meeting on Fuel-Coolant Interactions, Tokai-Mura, Japan, 1997.
- [Huhtiniemi 99] I. Huhtiniemi & D. Magallon. *Insight into steam explosions with corium melts in KROTOS*. In 9th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics (NURETH-9), San Francisco, USA, 1999.
- [Introïni 11] C. Introïni, M. Quintard & F. Duval. *Effective surface modeling for momentum and heat transfer over rough surfaces : Application to a natural convection problem*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 54, pages 3622–3641, 2011.
- [Jin 15] Y. Jin, M-F. Uth, AV. Kuznetsov & H. Herwig. *Numerical investigation of the possibility of macroscopic turbulence in*

- porous media : a direct numerical simulation study*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 766, pages 76–103, 2015.
- [Kitanidis 97] Peter K. Kitanidis. Introduction to geostatistics : applications to hydrogeology. Stanford-Cambridge program. Cambridge University Press, 1997.
- [Kulkarni 10] P-P. Kulkarni, M. Rashid, R. Kulenovic & A-K. Nayak. *Experimental investigation of coolability behaviour of irregularly shaped particulate debris bed*. Nuclear Engineering and Design, vol. 240, pages 3067–3077, 2010.
- [Kuwahara 98] F. Kuwahara, Y. Kameyama, S. Yamashita & A. Nakayama. *Numerical model of turbulent flow in porous media using a spatially periodic array*. Journal of Porous Media, vol. 1, pages 47–55, 1998.
- [Lage 97] J.L. Lage, B.V. Antohe & D.A. Nield. *Two types of non-linear pressure-drop versus flow-rate relation observed for saturated porous media*. Transactions of the ASME, vol. 119, pages 700–706, 1997.
- [Lake 04] L.W. Lake & S. Srinivasan. *Statistical scale-up of reservoir properties : concepts and applications*. Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 44, pages 27–39, 2004.
- [Larkins 61] R.P. Larkins, R.R. White & D.W. Jeffrey. *Two-phase concurrent flow in packed beds*. AIChE Journal, vol. 7, pages 231–239, 1961.
- [Lasseux 96] D. Lasseux, M. Quintard & S. Whitaker. *Determination of permeability tensors for two-phase flow in homogeneous porous media : Theory*. Transport in Porous Media, vol. 24, pages 107–137, 1996.
- [Lasseux 08] D. Lasseux, A. Ahmadi & A. Arani. *Two-phase inertial flow in homogeneous porous media : A theoretical derivation of a macroscopic model*. Transport in Porous Media, vol. 75, pages 371–400, 2008.
- [Lasseux 11] D. Lasseux, A.A. Abbasian & A. Ahmadi. *On the stationary macroscopic inertial effects for one-phase flow in ordered and disordered porous media*. Physics of Fluids, vol. 23, 2011.

- [Latifi 89] M.A. Latifi, N. Midoux & A. Storck end J.N. Gence. *The use of micro-electrodes in the study of the flow rregime in a packed bed reactor with single phase liquid Flow*. Chemical Engineering Science, vol. 44, pages 2501–2508, 1989.
- [Lee 74] J.S. Lee & K. Ogawa. *Pressure drop through packed beds*. Journal of Chemical Engineering, vol. 27, pages 691–693, 1974.
- [Lemaignan 03] C. Lemaignan. *Science des matériaux pour le nucléaire*. EDP Science, 2003.
- [Levec 86] J. Levec, A.E. Saez & R.G. Carbonell. *The hydrodynamics of trickling flow in packed beds. Part II : Experimental observations*. AIChE Journal, vol. 32, no. 3, 1986.
- [Li 11a] L. Li & W. Ma. *Experimental characterization of the effective particle diameter of a particulate bed packed with multi-diameter spheres*. Nuclear Engineering and Design, vol. 241, pages 1736–1745, 2011.
- [Li 11b] L. Li & W. Ma. *Experimental study on the effective particle diameter of a packed bed with non-spherical particles*. Transport in Porous Media, vol. 89, pages 35–48, 2011.
- [Li 12] L. Li, W. Ma & S. Thakre. *An experimental study on presure drop and dryout heat flux of two-phase flow in packed beds of multi-sized and irregular particles*. Nuclear Engineering and Design, vol. 242, pages 369–378, 2012.
- [Lide 90] D.R. Lide. *CRC Handbook of Chemistry and Physics (70th Edn.)*. Boca Raton (FL) : CRC Press, 1990.
- [Lipinski 81] R.J. Lipinski. *A one-dimensional particle bed dryout model*. Transactions of the American Nuclear Society, vol. 38, page 386, 1981.
- [Lipinski 84] R.J. Lipinski. *A coolability model for post accident nuclear reactor debris*. Nuclear Technology, vol. 65, page 53, 1984.
- [Louriou 10] C. Louriou. *Modélisation instationnaire des transferts de masse et de chaleur au sein des évaporateurs capillaires*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2010.

- [Ma 93] H. Ma & D-W. Ruth. *The microscopic analysis of high Forchheimer number flow in porous media*. Transport in Porous Media, vol. 13, pages 139–160, 1993.
- [Ma 10] W. Ma & T-N. Dinh. *The effects of debris bed's prototypical characteristics on corium coolability in a LWR severe accident*. Nuclear Engineering and Design, vol. 240, pages 598–608, 2010.
- [MacDonald 79] I.F. MacDonald, M.S. El-Sayed, K. Mow & F.A.L. Dulien. *Flow through porous media - the Ergun equation revisited*. Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, vol. 18, pages 199–208, 1979.
- [MacDonald 91] M.J. MacDonald, C.F. Chu, P.P. Guilloit & K.M. Ng. *A generalized Blake-Kozeny equation for multisized spherical particles*. AIChE Journal, vol. 37, no. 10, pages 1583–1588, 1991.
- [Magallon 01] D. Magallon & I. Huhtiniemi. *Corium melt quenching tests at low pressure and subcooled water in FARO*. Nuclear Engineering and Design, vol. 204, pages 369–376, 2001.
- [Marle 82] C. M. Marle. *On Macroscopic Equations Governing Multiphase Flow with Diffusion and Chemical Reactions in Porous Media*. Int. J. Engng. Sci., vol. 20, no. 5, pages 643–662, 1982.
- [Mei 91] C.C. Mei & J.L. Auriault. *The effect of weak inertia on flow through a porous medium*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 222, pages 647–663, 1991.
- [Mittal 05] R. Mittal & G. Iaccarino. *Immersed boundary methods*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 37, pages 239–261, 2005.
- [Modro 91] S. Modro & M. Carboneau. *The LP-FP-2 Severe Fuel Damage Scenario; Discussion of the Relative influence of the Transient and the Reflood Phase in Affecting the Final Conditions of the Fuel Bundle*. Rapport technique IBSN 92-64-03339-4, OECD/LOFT Final Event, 1991.
- [Montillet 07] A. Montillet, E. Akkari & J. Comiti. *About a correlating equation for predicting pressure drops through packed beds*

- of spheres in a large range of Reynolds numbers.* Chemical Engineering and Processing, vol. 46, pages 329–333, 2007.
- [Muskat 46] M. Muskat. The flow of homogeneous fluids through porous media. International series in physics. J.W. Edwards, 1946.
- [Naudet 08] G. Reuss P. Naudet. Energie, électricité et nucléaire. EDP Science, 2008.
- [Nemec 05] D. Nemec & J. Levec. *Flow through packed bed reactors : 1. Single phase flow.* Chemical Engineering Science, vol. 60, pages 6947–6957, 2005.
- [Oguma 83] M. Oguma. *Cracking and relocation behavior of nuclear fuel pellets during rise to power.* Nuclear Engineering and Design, vol. 76, pages 35–45, 1983.
- [Olander 90] D. Olander. Fundamental aspects of nuclear reactor fuel elements. US-DOE Report, TID-26711-P1, 1990.
- [Ozahi 08] E. Ozahi, M-Y. Gundogdu & M-Ö. Carpinlioglu. *A modification on Ergun's correlation for use in cylindrical packed beds with non-spherical particles.* Advanced Powder Technology, vol. 19, pages 369–381, 2008.
- [Patarin 02] L. Patarin. Le cycle du combustible nucléaire. INSTN, 2002.
- [Petti 89] D.A. Petti, Z.R. Martinson, R.R. Hobbins, C.M. Allison, E.R. Carlson, D.L. Hargman, T.C. Cheng, J.K. Hartwell, K. Vinjamuri & L.J. Seifken. *Power Burst Facility (PBF) severe fuel damage test : 1-4 Test result report.* U.S. Nuclear Regulatory Commission, vol. NUREG/CR-5163, EGG-2542, 1989.
- [Quintard 94a] M. Quintard & S. Whitaker. *Transport in ordered and disordered porous media 1 : the cellular average and the use of weighting functions.* Transport in Porous Media, vol. 14, pages 163–177, 1994.
- [Quintard 94b] M. Quintard & S. Whitaker. *Transport in ordered and disordered porous media 2 : generalized volume averaging.* Transport in Porous Media, vol. 14, pages 179–206, 1994.
- [Quintard 94c] M. Quintard & S. Whitaker. *Transport in ordered and disordered porous media 3 : closure and comparison between*

- theory and experiment*. Transport in Porous Media, vol. 15, pages 31–49, 1994.
- [Quintard 94d] M. Quintard & S. Whitaker. *Transport in ordered and disordered porous media 4 : computer generated porous media*. Transport in Porous Media, vol. 15, pages 51–70, 1994.
- [Quintard 94e] M. Quintard & S. Whitaker. *Transport in ordered and disordered porous media 5 : geometrical results for two-dimensional systems*. Transport in Porous Media, vol. 15, pages 183–196, 1994.
- [Rashid 08] M. Rashid, Y. Chen, R. Kulenovic & E. Laurien. *Experiments on the coolability of a volumetrically heated particle bed with irregularly shaped particles*. In 7th International Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics Operation and Safety (NUTHOS-7), Seoul, Korea, October 5-9, 2008.
- [Rashid 11] M. Rashid, R. Kulenovic, E. Laurien & A.K. Nayak. *Experimental results on the coolability of a debris bed with multidimensional cooling effects*. Nuclear Engineering and Design, vol. 241, pages 4537–4543, 2011.
- [Reed 82] A.W. Reed. *The effect of channeling on the dryout of heated particulate beds immersed in a liquid pool*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- [Reed 86] A-W. Reed, E-D. Bergeron, K-R. Boldt & T-R. Schmidt. *Coolability of UO₂ debris beds in pressurized water pools : DCC-1 & DCC-2 experiment results*. Nuclear Engineering and Design, vol. 97, pages 81–88, 1986.
- [Repetto 90] G. Repetto. *Rapport définitif de dépouillement de l'essai B9R et résultats complémentaires de l'essai B9*. Rapport technique PHEBUS CSD 118/90, CEA, 1990.
- [Repetto 11] G. Repetto, T. Garcin, S. Eymery & F. Fichot. *Experimental program on debris reflooding (PEARL) - Results on PRELUDE facility*. Nuclear Engineering and Design, vol. 264, pages 176–186, 2011.
- [Repetto 13] G. Repetto, N. Chikhi & F. Fichot. *Main outcomes on debris bed cooling from PRELUDE experiments*. In 6th European Review meeting on Severe Accident Research (ERMSAR-2013), 2013.

- [Rose 70] H.E. Rose & A.M.A. Rizk. *Further researches in fluid flow through beds of granular materials*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol. 160, pages 493–503, 1970.
- [Ruth 92] D-W. Ruth & H. Ma. *On the derivation of the Forchheimer equation by means of the averaging theorem*. Transport in Porous Media, vol. 7, pages 255–264, 1992.
- [Saez 84] A.E. Saez. *Hydrodynamics and lateral thermal dispersion for gas-liquid cocurrent flow in packed beds (holdup, permeability, meniscus)*. PhD thesis, University of California, Davis, 1984.
- [Saez 86a] A.E. Saez, R.G. Carbonell & J. Levec. *The hydrodynamics of trickling flow in packed beds. Part I : Conduit models*. AIChE Journal, vol. 32, no. 3, 1986.
- [Saez 86b] A.E. Saez, R.G. Carbonell & J. Levec. *The hydrodynamics of trickling flow in packed beds. Part II : Experimental observations*. AIChE Journal, vol. 32, no. 3, 1986.
- [Sanchez-Palencia 82] E. Sanchez-Palencia. *On the asymptotics of the fluid flow past an array of fixed obstacles*. International Journal of Engineering Science, vol. 20, no. 12, pages 1291–1301, 1982.
- [Sapin 14] P. Sapin. *Etude expérimentale de l'ébullition en masse dans un milieu poreux modèle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2014.
- [Schmidt 06] W. Schmidt. *Interfacial drag of two-phase flow in porous media*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 33, pages 638–657, 2006.
- [Schulenberg 87] T. Schulenberg & U. Müller. *An improved model for two-phase flow through beds of coarse particles*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 13, pages 87–97, 1987.
- [Shaban 95] H.I. Shaban & A.R. Khan. *Pressure-related operational problems and their remedies in hydrotreating reactors in petroleum refineries*. Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 14, pages 79–88, 1995.
- [Soullaine 12] C. Soullaine. *Modélisation des écoulements dans les garnissages structurés : de l'échelle du pore à l'échelle de la colonne*. PhD thesis, INPT, 2012.

- [Soulaine 14] C. Soulaine & M. Quintard. *On the use of Darcy-Forchheimer like model for a macro-scale description of turbulence in porous media and its application to structured packings*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 74, pages 88–100, 2014.
- [Spencer 94] B.W. Spencer, K. Wang, C.A. Blomquist, L.M. McUmbler & J.P. Schneider. *Fragmentation and quench behaviour of corium melt streams in water*. In US Nuclear Regulatory Commission, NUREG/CR-6133, ANL-93/92, 1994.
- [Steinbrück 10] M. Steinbrück, M. Grosse, L. Sepold & J. Stuckert. *Synopsis and outcome of the QUENCH experimental program*. Nuclear Engineering and Design, vol. 240, pages 1714–1727, 2010.
- [Tallmadge 70] J.A. Tallmadge. *Packed bed pressure drop - an extension to high Reynolds numbers*. AIChE Journal, vol. 16, pages 1092–1093, 1970.
- [Tung 88] V.X. Tung & V.K. Dhir. *A hydrodynamic model for two-phase flow through porous media*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 14, pages 47–65, 1988.
- [Tutu 83] N.K. Tutu, T. Ginsberg & J.C. Chen. *Interfacial drag for two-phase flow through high permeability porous beds*. Interfacial Transport Phenomena, ASME, pages 37–44, 1983.
- [Tutu 84] N.K. Tutu, T. Ginsberg, J. Klein, J. Klages & C.E. Schwarz. *Debris bed quenching under bottom flood conditions (in-vessel degraded core cooling phenomenology) [PWR]*. Rapport technique, Brookhaven National Lab., 1984.
- [Veran 09] S. Veran, Y. Aspa & M. Quintard. *Effective boundary conditions for rough reactive walls in laminar boundary layers*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 52, pages 3712–3725, 2009.
- [Vu 12] N-G Vu & NewAuthor2. *Modélisation des écoulements dans des milieux poreux fracturés par la méthode des équations aux intégrales singulièresV*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2012.
- [Wang 88] C.H. Wang & V.K. Dhir. *An experimental investigation of multidimensional quenching of a simulated core debris*

- bed.* Nuclear Engineering and Design, vol. 110, pages 61–72, 1988.
- [Whitaker 69] S. Whitaker. *Advances in the theory of fluid motion in porous media.* Industrial & Engineering Chemistry, vol. 61, no. 12, pages 3–88, 1969.
- [Whitaker 73] S. Whitaker. *The transport equation for multiphase systems.* Chemical Engineering Science, vol. 28, pages 139–147, 1973.
- [Whitaker 86a] S. Whitaker. *Flow in porous media 1 : a theoretical derivation of Darcy’s law.* Transport in Porous Media, vol. 1, pages 3–25, 1986.
- [Whitaker 86b] S. Whitaker. *Flow in porous media II : the governing equation for immisible two-phase flow.* Transport in Porous Media, vol. 1, pages 105–125, 1986.
- [Whitaker 94] S. Whitaker. *The closure problem for two-phase flow in homogeneous porous media.* Chemical Engineering Science, vol. 49, pages 765–780, 1994.
- [Whitaker 96] S. Whitaker. *The Forchheimer equation : a theoretical development.* Transport in Porous Media, vol. 25, pages 27–61, 1996.
- [Wodié 91] J.C. Wodié & T. Levy. *Correction non linéaire à la loi de Darcy.* Compte Rendu de l’Académie des Sciences de Paris, vol. t312, série II, pages 157–161, 1991.
- [Yano 84] T. Yano. *Void fraction measurement by a gamma-ray densitometer under instantaneous pipe rupture.* Nuclear Engineering and Design, vol. 79, pages 101–113, 1984.
- [Yazdchi. 10] K. Yazdchi., S. Srivastava & S. Luding. *On the transition from creeping to inertial flow in arrays of cylinders.* In ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2010.
- [Yazdchi 11] K. Yazdchi, S. Srivastava & S. Luding. *Microstructural effects on the permeability of periodic fibrous porous media.* International Journal of Multiphase Flow, vol. 37, pages 956–966, 2011.

- [Yazdchi 12] K. Yazdchi & S. Luding. *Toward unified drag laws for inertial flows through fibrous media*. Chemical Engineering Journal, vol. 207, pages 35–48, 2012.
- [Zakri 97] T. Zakri. *Contribution à l'étude des propriétés diélectriques de matériaux poreux en vue de l'estimation de leur teneur en eau : modèles de mélange et résultats expérimentaux*. PhD thesis, INPG, 1997.
- [Zakri 98] T. Zakri, J-P. Laurent & M. Vauclin. *Theoretical evidence for Lichteneker's mixture formulae based on the effective medium theory*. Applied Physics, vol. 31, pages 1589–1594, 1998.
- [Zirnig 78] W. Zirnig. *Beta absorption measuring system for steam-water-air mixture density in containment LOCA experiments*. In *Transient two-phase flow, Proceedings of the second CSNI specialists meeting*, Paris, 1978.

Annexes

Annexe A

Etablissement de l'équation d'Ergun

A.1 Le modèle de Kozeny

Le modèle de Kozeny consiste à représenter un milieu poreux de volume V , de section S et de hauteur H par un faisceau de N conduites cylindriques parallèles telles que représentées sur la figure A.1. Leur nombre N et leur diamètre d_p sont calculés de façon à conserver la porosité ε du milieu poreux et la surface totale des particules S_{part} :

$$\begin{cases} N \cdot \pi H_p \frac{d_p^2}{4} = \varepsilon \cdot V \\ N \cdot \pi H_p d_p = \frac{S_{part}}{V_{part}} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot V \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

où H_p représente la distance que doit réellement parcourir le fluide pour traverser le milieu poreux. Le rapport H_p/H est appelé « tortuosité » du milieu poreux et constitue une de ses caractéristiques les plus importantes. Ces deux équations permettent d'établir l'expression du diamètre de pore d_p :

$$d_p = 4 \frac{V_{part}}{S_{part}} \cdot \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (\text{A.2})$$

Il est alors possible de faire apparaître le diamètre de Sauter d_{St} dans cette expression :

$$d_{St} = \frac{6V_{part}}{S_{part}}, \quad (\text{A.3})$$

d'où :

$$d_p = \frac{2}{3} \cdot d_{St} \cdot \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (\text{A.4})$$

D'autre part, la conservation du débit dans le milieu poreux impose :

$$v_p = \frac{U}{\varepsilon} \cdot \frac{H_p}{H}, \quad (\text{A.5})$$

où v_p est la vitesse moyenne du fluide dans les pores. Les équations A.4 et A.5 conduisent à l'expression du nombre de Reynolds en milieu poreux :

$$Re_p = \frac{d_p v_p \rho}{\mu} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H_p}{H} \cdot \frac{d_{St} U \rho}{\mu (1 - \varepsilon)}. \quad (\text{A.6})$$

Le nombre de Reynolds dépend donc, en toute rigueur, de la tortuosité H_p/H . Cette grandeur est difficile à déterminer, et est souvent considérée, en première approximation, comme égale à $\pi/2$ (pour un lit de billes). Remarquons alors que :

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{2} = 1,05 \approx 1 \quad (\text{A.7})$$

L'expression retenue du nombre de Reynolds en milieu poreux est donc :

$$Re_p = \frac{d_{St} U \rho}{\mu (1 - \varepsilon)}. \quad (\text{A.8})$$

A.1.1 Pertes de charge dans un faisceau de capillaires

L'équation de Darcy-Weisbach, très utilisées en hydraulique, permet de calculer la perte de charge le long d'une conduite cylindrique rectiligne en fonction de la

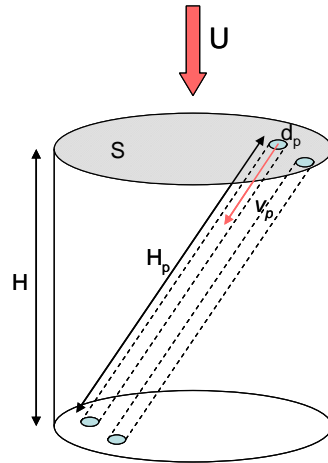


FIGURE A.1 – Modèle de Kozeny pour un milieu poreux

vitesse du fluide qui y circule et de son diamètre. Appliquée aux pores du modèle de Kozeny, elle s'écrit :

$$\frac{\Delta P}{H_p} = \lambda (Re_p, \xi) \cdot \frac{\rho v_p^2}{2d_p}, \quad (\text{A.9})$$

où λ est le coefficient de pertes de charge régulières, fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité ξ des particules qui composent le lit. Son expression varie selon le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent).

A.1.1.1 Régime laminaire

En régime laminaire, le coefficient de pertes de charge régulières λ peut être calculé par la corrélation de Hagen-Poiseuille :

$$\lambda = \frac{64}{Re_p}. \quad (\text{A.10})$$

L'équation de Darcy-Weisbach devient donc :

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta P}{H_p} &= \frac{\Delta P}{H} \cdot \frac{H}{H_p} \\
 &= \frac{64}{Re_p} \cdot \frac{\rho v_p^2}{2d_p} \\
 &= 64 \frac{\mu}{d_p v_p \rho} \cdot \frac{\rho v_p^2}{2d_p} \\
 &= 32 \frac{\mu v_p}{d_p^2}.
 \end{aligned}$$

La perte de charge mesurée entre l'amont et l'aval du lit est donc exprimée par la relation suivante :

$$\frac{\Delta P}{H} = 32 \frac{H_p}{H} \cdot \frac{\mu v_p}{d_p^2} \quad (\text{A.11})$$

En y injectant les expressions de v_p et de d_p provenant de la modélisation de Kozeny (équations A.5 et A.4) on retrouve le terme linéaire de l'équation d'Ergun [Ergun 52] :

$$\frac{\Delta P}{H} = 72 \cdot \left(\frac{H_p}{H} \right)^2 \cdot \frac{\mu U}{d_{St}^2 \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2}}. \quad (\text{A.12})$$

On retrouve donc l'expression de la perméabilité K :

$$K = \frac{\varepsilon^3 d^2}{h_K (1-\varepsilon)^2} \quad (\text{A.13})$$

$$h_K = 72 \cdot \left(\frac{H_p}{H} \right)^2 \quad (\text{A.14})$$

Remarquons qu'avec $H_p/H = \pi/2$, on obtient $h_K = 178$, ce qui est très proche à la fois des valeurs trouvées dans la littérature [Ergun 52, MacDonald 79], et de celles que nous avons déterminées.

A.1.1.2 Régime turbulent

En régime complètement turbulent, le coefficient de pertes de charge régulières ne dépend plus du Reynolds, mais de la rugosité des particules :

$$\lambda(Re_p, \xi) = \lambda(\xi). \quad (\text{A.15})$$

La perte de charge entre l'amont et l'aval du milieu poreux est donc calculée par :

$$\frac{\Delta P}{H_p} = \lambda(\xi) \cdot \frac{\rho v_p^2}{2d_p}. \quad (\text{A.16})$$

De la même façon que dans le cas de l'écoulement laminaire, en y injectant les expressions de v_p et de d_p provenant de la modélisation de Kozeny (équations A.5 et A.4), on obtient :

$$\frac{\Delta P}{H} = \frac{3}{4} \lambda(\xi) \cdot \left(\frac{H_p}{H} \right)^3 \cdot \frac{\rho U^2}{d_{St}^2 \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}}. \quad (\text{A.17})$$

On retrouve donc l'expression de la passabilité η :

$$\eta = \frac{\varepsilon^3 d}{h_\eta (1-\varepsilon)} \quad (\text{A.18})$$

$$h_\eta = \frac{3}{4} \lambda(\xi) \cdot \left(\frac{H_p}{H} \right)^3. \quad (\text{A.19})$$

La prédiction de la valeur de la constante h_η nécessite un modèle pour λ ainsi que pour la rugosité des canaux ξ . La forme du deuxième terme de l'équation d'Ergun a néanmoins pu être retrouvée.

Notons toutefois que ce résultat ne justifie en aucun cas l'utilisation de la loi d'Ergun pour un écoulement fortement inertiel. Il a été obtenu en considérant un écoulement très turbulent dans des capillaires, dont la structure est très différente de celle des écoulements laminaires inertiels.

A.1.1.3 Expression de la loi d'Ergun

La loi d'Ergun correspond à la somme des deux expressions obtenues pour la perte de charge en régime laminaire et en régime turbulent :

$$\frac{\Delta P}{H} = \frac{\mu}{K}U + \frac{\rho}{\eta}U^2 \quad (\text{A.20})$$

Chauveteau et Thirriot [Chauveteau 67] ont avancé que cette opération rend compte du passage progressif d'un nombre de pores de plus en plus important du régime laminaire au régime turbulent, et que la loi d'Ergun doit donc être vue comme une moyenne entre les lois de pertes de charge en régimes laminaire et turbulent pondérée par la proportion de pores dans lesquels l'écoulement est effectivement turbulent. Ce point de vue est aujourd'hui très contesté, car la turbulence ne se déclenche que bien après l'apparition des déviations quadratiques à la loi de Darcy, qui sont dues à des effets inertiels, l'écoulement restant laminaire [Ruth 92]. D'une manière plus générale, il faut garder à l'esprit que le modèle de Kozeny, et *a fortiori* l'équation d'Ergun, n'est qu'une approximation. Un milieu poreux est plus complexe qu'un simple faisceau de capillaire, qui ne permet pas de considérer, par exemple, le transfert de masse entre les canaux, qui existe dans un milieu poreux réel. De plus, ce modèle ne fait apparaître de déviations à la loi de Darcy que par la perte de stabilité de l'écoulement et non pas par un effet de tortuosité et d'inertie sur les lignes de courant, comme cela se produit dans un milieu réel.

Annexe B

La méthode de la moyenne volumique : écoulements monophasiques

B.1 Rappel des résultats mathématiques importants

Un certain nombre de résultats mathématiques utiles dans le développement qui va suivre ont été indiqués au chapitre 2 :

- Relation d'ordre entre les différentes échelles d'observation (hypothèse de séparation des échelles) :

$$e \ll r \ll E. \quad (\text{B.1})$$

- Relation entre moyenne superficielle et moyenne intrinsèque :

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \varepsilon_\beta \langle \psi_\beta \rangle \quad (\text{B.2})$$

- Saturation de la phase β

$$\varepsilon_\beta = \langle 1_\beta \rangle \quad (\text{B.3})$$

- Théorème de la moyenne spatiale :

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \psi_\beta dA \quad (\text{B.4})$$

— Application à l'indicatrice de phase de la phase β :

$$\nabla \varepsilon_\beta = -\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta dA \quad (\text{B.5})$$

— Décomposition de Gray

$$\psi_\beta = \langle \psi_\beta \rangle^\beta + \widetilde{\psi}_\beta \quad (\text{B.6})$$

B.2 Problème local

Nous voulons moyenner les équations de Navier-Stokes sur le VER. L'écoulement est Newtonien, incompressible, isotherme, et ne comporte aucune production interne d'énergie. Le problème local comporte donc les deux équations de conservation de la masse et de la Quantité De Mouvement (QDM) :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \\ \rho_\beta \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \right) = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \end{cases}, \quad (\text{B.7})$$

une condition de non glissement aux parois de la phase solide et une condition de vitesse aux entrées/sorties du VER :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_\beta = 0 & \text{sur } A_{\beta\sigma} \\ \mathbf{v}_\beta = f(\vec{r}, t) & \text{sur } A_{\beta e} \end{cases}. \quad (\text{B.8})$$

B.3 Etablissement du système moyenné

B.3.1 Equation de conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse est la première du système B.7 :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0. \quad (\text{B.9})$$

La moyenne de cette équation s'écrit :

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta \rangle = 0. \quad (\text{B.10})$$

Par application du théorème de la moyenne B.4 :

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \mathbf{v}_\beta dA = 0, \quad (\text{B.11})$$

et en appliquant la première condition aux limites (équation B.8), qui dit que la vitesse est nulle sur la surface $A_{\beta\sigma}$, l'équation de continuité moyennée apparaît :

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0. \quad (\text{B.12})$$

Il est utile pour la suite de la démonstration de noter que ceci revient à écrire :

$$\nabla \cdot (\varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) = 0. \quad (\text{B.13})$$

B.3.2 Equation de conservation de la QDM

L'équation de conservation de la QDM est la deuxième du système B.7 :

$$\rho_\beta \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \right) = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \nabla \cdot \tau. \quad (\text{B.14})$$

De la même façon que pour l'équation de conservation de la masse, l'application de l'opérateur $\langle \square \rangle$ permet d'écrire :

$$\left\langle \rho_\beta \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} \right\rangle + \langle \rho_\beta \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \rangle = -\langle \nabla p_\beta \rangle + \langle \rho_\beta \mathbf{g} \rangle + \langle \nabla \cdot \tau \rangle. \quad (\text{B.15})$$

Whitaker a étudié chaque membre de cette équation. Le membre de droite est apparu dans sa démonstration théorique de la loi de Darcy [Whitaker 86a] et le membre de gauche a été traité dans son article sur la dérivation théorique de la loi de Forchheimer [Whitaker 96].

B.3.2.1 Membre de gauche

$$\left\langle \rho_\beta \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} \right\rangle + \langle \rho_\beta \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \rangle \quad (\text{B.16})$$

Puisque le fluide est incompressible, la masse volumique peut être extraite des moyennes :

$$\rho_\beta \left\langle \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} \right\rangle + \rho_\beta \langle \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \rangle. \quad (\text{B.17})$$

Dans le premier terme de l'expression B.17, l'opérateur moyenne et l'opérateur dérivée temporelle peuvent être permutés, car la phase solide est immobile. La phase β occupe donc toujours le même volume dans le VER :

$$\left\langle \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} \right\rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{V} \int_{V_\beta} \mathbf{v}_\beta dV \right) = \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t}. \quad (\text{B.18})$$

Le théorème de la moyenne spatiale (équation B.4) et la première des conditions aux limites (équation B.8) permettent d'écrire le second terme de l'équation B.17 sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \rho_\beta \langle \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \rangle &= \rho_\beta \left(\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) dA \right) \\ &= \rho_\beta \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Il faut maintenant exprimer la moyenne $\langle \mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta \rangle$ en fonction des moyennes $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ ou $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$. Pour cela, il est utile d'utiliser la décomposition de Gray [Gray 75] (équation B.6) :

$$\mathbf{v}_\beta = \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \widetilde{\mathbf{v}}_\beta, \quad (\text{B.20})$$

où $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ représente la déviation de \mathbf{v}_β par rapport à sa moyenne intrinsèque $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$. En première approximation, on peut écrire :

$$\langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta = 0. \quad (\text{B.21})$$

La moyenne $\langle \mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta \rangle$ est donc égale à :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta \rangle = \langle \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \otimes \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \rangle + \langle \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle + \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \rangle + \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle. \quad (\text{B.22})$$

Le VER est pris suffisamment petit pour que la vitesse moyenne $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$ puisse y être considérée comme constante. Ceci, et le fait que la moyenne intrinsèque de la déviation $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ soit nulle, nous permet de réduire l'équation B.22 à :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta \rangle = \varepsilon \left(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \otimes \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right) + \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle. \quad (\text{B.23})$$

Le deuxième terme de la formule B.17 s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \rho_\beta \langle \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \rangle &= \rho_\beta \nabla \cdot \left[\varepsilon \left(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \otimes \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right) \right] + \rho_\beta \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle \\ &= \underbrace{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \nabla \cdot \left(\varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right)}_0 + \rho_\beta \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle \\ &= \rho_\beta \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Le membre de gauche de l'équation B.15 est donc égal à :

$$\rho_\beta \varepsilon \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \rho_\beta \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle. \quad (\text{B.25})$$

B.3.2.2 Membre de droite

Le traitement du membre de droite de l'équation B.15 a été effectué par Quintard et Whitaker [Quintard 94a, Whitaker 86a]. Il comprend un terme de gradient de pression, un terme hydrostatique et un terme de contraintes visqueuses :

$$-\langle \nabla p_\beta \rangle + \langle \rho_\beta \mathbf{g} \rangle + \langle \nabla \cdot \tau \rangle \quad (\text{B.26})$$

Terme de pression $\langle \nabla p_\beta \rangle$:

Par application du théorème de la moyenne spatiale :

$$\langle \nabla p_\beta \rangle = \nabla \langle p_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta p_\beta dA \quad (\text{B.27})$$

De la même façon que pour la vitesse (voir section B.3.2.1, équation B.6), il est utile de décomposer la pression [Gray 75] :

$$p_\beta = \langle p_\beta \rangle^\beta + \tilde{p}_\beta \quad (\text{B.28})$$

En injectant ceci dans l'équation précédente, celle-ci devient :

$$\begin{aligned} \langle \nabla p_\beta \rangle &= \nabla \left(\varepsilon \langle p_\beta \rangle^\beta \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \left(\langle p_\beta \rangle^\beta + \tilde{p}_\beta \right) dA \\ &= \varepsilon \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \langle p_\beta \rangle^\beta \nabla \varepsilon + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \langle p_\beta \rangle^\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \tilde{p}_\beta dA \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

La pression moyenne $\langle p_\beta \rangle^\beta$ peut être linéarisée sur le VER à la condition suivante [Whitaker 86a] :

$$r^2 \ll L^2$$

Si la relation d'ordre entre les échelles est vérifiée, cette relation l'est également. La moyenne intrinsèque de la pression peut alors être extraite de l'intégrale, et en utilisant la formule B.3 :

$$\begin{aligned}\langle \nabla p_\beta \rangle &= \varepsilon \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \langle p_\beta \rangle^\beta \nabla \varepsilon - \langle p_\beta \rangle^\beta \nabla \varepsilon + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \widetilde{p}_\beta dA \\ &= \varepsilon \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \widetilde{p}_\beta dA\end{aligned}\quad (\text{B.30})$$

$$\langle \nabla p_\beta \rangle = \varepsilon \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \widetilde{p}_\beta dA \quad (\text{B.31})$$

Terme hydrostatique $\langle \rho_\beta \mathbf{g} \rangle$:

Le fluide considéré est incompressible. La masse volumique ρ_β est donc constante. Cependant, elle vaut 0 en dehors du volume V_β . Ainsi, en appliquant la formule B.3 :

$$\langle \rho_\beta \mathbf{g} \rangle = \rho_\beta \mathbf{g} \langle 1_\beta \rangle = \varepsilon \rho_\beta \mathbf{g} \quad (\text{B.32})$$

Terme des contraintes visqueuses $\langle \nabla \cdot \tau \rangle$:

Pour un fluide Newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses τ est égal à :

$$\tau = \mu_\beta \left[\nabla \mathbf{v}_\beta + (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t \right] + \eta_\beta \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta) \mathbf{I}, \quad (\text{B.33})$$

où μ_β est la viscosité dynamique du fluide et η_β sa viscosité de volume. Le fluide étant incompressible, la divergence de la vitesse est nulle :

$$\tau = \mu_\beta \left[\nabla \mathbf{v}_\beta + (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t \right]. \quad (\text{B.34})$$

D'autre part, le VER est suffisamment petit pour que la viscosité puisse être considérée comme constante. Le terme des contraintes visqueuses peut donc s'écrire :

$$\langle \nabla \cdot \tau \rangle = \langle \nabla \cdot \mu_\beta [\nabla \mathbf{v}_\beta + (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t] \rangle = \mu_\beta \langle [\nabla^2 \mathbf{v}_\beta + \nabla \cdot (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t] \rangle. \quad (\text{B.35})$$

Les propriétés des tenseurs et l'équation de continuité nous permettent d'écrire :

$$\nabla \cdot (\nabla \mathbf{v}_\beta)^t = \nabla (\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle) = 0, \quad (\text{B.36})$$

d'où :

$$\langle \nabla \cdot \tau \rangle = \mu_\beta \langle \nabla^2 \mathbf{v}_\beta \rangle. \quad (\text{B.37})$$

En faisant intervenir deux fois le théorème de la moyenne spatiale, et sachant que la divergence de la vitesse est nulle :

$$\begin{aligned} \langle \nabla \cdot \tau \rangle &= \mu_\beta \langle \nabla^2 \mathbf{v}_\beta \rangle \\ &= \mu_\beta \left[\nabla \cdot \langle \nabla \mathbf{v}_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta dA \right] \\ &= \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta dA \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

Et en décomposant la vitesse en $\mathbf{v}_\beta = \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \widetilde{\mathbf{v}}_\beta$, et en utilisant l'équation B.5 :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \vec{n}_{\beta\sigma} \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta dA &= \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \nabla (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \widetilde{\mathbf{v}}_\beta) dA \\
 &= \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \mathbf{1} dA \right)}_{-\nabla \varepsilon} + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta dA \\
 &= -\nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta dA. \tag{B.39}
 \end{aligned}$$

Le terme des contraintes visqueuses peut donc s'écrire :

$$\langle \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \rangle = \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle - \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta dA \right]. \tag{B.40}$$

Membre de droite moyenné :

En réunissant les équations B.31, B.32 et B.40, on obtient :

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \varepsilon \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle - \mu_\beta \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\
 + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA. \tag{B.41}
 \end{aligned}$$

En faisant apparaître les moyennes intrinsèques :

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \varepsilon \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \left[\varepsilon \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\
 + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA. \tag{B.42}
 \end{aligned}$$

B.3.2.3 Equation de conservation de la QDM moyennée

En réunissant les équations B.25 et B.42, on obtient donc l'équation de conservation de la QDM moyennée :

$$\begin{aligned} & \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle \\ & = -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\ & \quad + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA. \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

B.3.3 Problème moyenné

En réunissant les équations B.13 et B.43 et les conditions aux limites B.8, on aboutit au problème moyenné :

Equation de conservation de la masse :

$$\text{Masse} \quad \nabla \cdot (\varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) = 0 \quad (\text{B.44})$$

$$\begin{aligned} \text{QDM} \quad & \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\ & + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle = -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \\ & \quad + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\ & \quad + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

$$\text{CL1} \quad \mathbf{v}_\beta = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (\text{B.46})$$

$$\text{CL2} \quad \mathbf{v}_\beta = f(\vec{r}, t) \quad \text{sur } A_{\beta e} \quad (\text{B.47})$$

Ce problème est dit *problème moyenné non fermé* et ne peut être résolu en l'état. En effet, nous ne connaissons pas la forme des déviations \widetilde{v}_β et \widetilde{p}_β . Il nous faut donc déterminer les équations qui gouvernent ces termes.

B.4 Problème de fermeture

Il s'agit ici d'établir le système d'équations pour les déviations $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \widetilde{p}_β . Le système que nous allons obtenir est défini à l'échelle du VER. Il comprend deux équations de conservation (masse et quantité de mouvement) et des conditions aux limites.

B.4.1 Conditions aux limites

B.4.1.1 Non glissement aux parois solides

La condition de non glissement sur $A_{\beta\sigma}$ impose pour \mathbf{v}_β :

$$\mathbf{v}_\beta = 0 \text{ sur } A_{\beta\sigma}. \quad (\text{B.48})$$

La condition à la limite $A_{\beta\sigma}$ pour $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ est donc la suivante :

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta = -\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \text{ sur } A_{\beta\sigma}. \quad (\text{B.49})$$

Cette condition permet d'affirmer que la déviation $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ est de l'ordre de $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$:

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta = O\left(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta\right) \quad (\text{B.50})$$

Cet ordre de grandeur sera à la base de toutes les analyses d'ordre de grandeur présentées par la suite.

B.4.1.2 Traitement de la condition aux entrées et sorties du VER

Le but n'est pas de résoudre ce problème sur l'ensemble du milieu poreux, mais seulement sur une région restreinte représentative, sur laquelle les variations de la vitesse moyenne $\langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta$ peuvent être négligées. Ceci permet de résoudre le problème posé par la forme du champ de vitesse aux entrées et sorties du système en remplaçant la fonction \mathbf{f} par une condition de périodicité :

$$\widetilde{p}_\beta(\mathbf{r} + l) = \widetilde{p}_\beta(\mathbf{r}) \quad (\text{B.51})$$

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r} + l) = \widetilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r}). \quad (\text{B.52})$$

Cette condition est assortie d'une contrainte sur la moyenne de la déviation de la vitesse :

$$\langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta = 0. \quad (\text{B.53})$$

B.4.2 Equation de conservation de la masse

L'établissement de l'équation de conservation de la masse pour $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ est détaillée par Quintard [Quintard 94c]. Rappelons l'équation de continuité moyennée (équation B.13) :

$$\nabla \cdot (\varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) = \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0. \quad (\text{B.54})$$

Ceci permet d'écrire, en utilisant l'équation B.2 :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta &= \nabla \cdot (\varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle) \\ &= \varepsilon \underbrace{\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle}_0 + \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \cdot \nabla \varepsilon \\ &= \varepsilon^{-1} \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \varepsilon, \end{aligned} \quad (\text{B.55})$$

et puisque par définition (équation B.6) :

$$\nabla \cdot (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) = \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta - \nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = -\nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}}_\beta, \quad (\text{B.56})$$

on obtient :

$$\nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = -\varepsilon^{-1} \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \varepsilon.$$

Lorsque le milieu est hétérogène, la vitesse moyenne $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$ semble donc agir comme une source pour cette équation. Cependant, une analyse des ordres de grandeur permet de montrer le terme de droite de l'équation précédente reste négligeable devant les trois termes de gauche, même lorsque le milieu est hétérogène. En effet, si la déviation $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ est de l'ordre de la vitesse moyenne $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta$, ainsi que nous l'avons démontré au paragraphe B.4.1, elle varie à l'échelle du pore, alors que la porosité varie à une échelle grande devant le VER. On peut donc écrire :

$$\nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{v}_{\beta x}}{\partial x}}_{o\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{l}\right)} + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{v}_{\beta y}}{\partial y}}_{o\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{l}\right)} + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{v}_{\beta z}}{\partial z}}_{o\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{l}\right)} \quad (\text{B.57})$$

$$\varepsilon^{-1} \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \varepsilon = O\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{L}\right) \ll O\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{l}\right). \quad (\text{B.58})$$

L'équation de conservation de la masse pour $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ peut donc être réduite à :

$$\nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = 0. \quad (\text{B.59})$$

B.4.3 Equation de conservation de la QDM

Rappelons ici l'équation de conservation de la QDM locale :

$$\rho_\beta \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) \right) = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \mathbf{v}_\beta \quad (\text{B.60})$$

et sa forme moyennée :

$$\begin{aligned} \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle \\ = -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\ + \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA. \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

En prenant la différence entre l'équation B.60 et l'équation B.61, et en remarquant que :

$$\nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \otimes \mathbf{v}_\beta) = \underbrace{\mathbf{v}_\beta \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta + \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta}_0 = \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta, \quad (\text{B.62})$$

on obtient l'équation de conservation de la QDM pour la déviation $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$:

$$\begin{aligned} \rho_\beta \frac{\partial \widetilde{\mathbf{v}}_\beta}{\partial t} + \rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta + \rho_\beta \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\ = -\nabla \widetilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \widetilde{\mathbf{v}}_\beta - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle \\ - \mu_\beta \left[\varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \end{aligned} \quad (\text{B.63})$$

Tout comme l'équation de continuité, cette équation contient un terme source lié à la variabilité de la porosité, qui est nul à l'intérieur d'un milieu homogène, mais peut prendre des proportions importantes aux frontières du lit de débris. Toutefois, le problème de fermeture étant défini à l'échelle du VER, nous pouvons considérer que la porosité varie à une échelle grande devant la taille du pore. Cette équation peut ainsi être grandement simplifiée :

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta = O(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta); \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = O\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{l}\right); \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta = O\left(\frac{\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{L}\right); \nabla \varepsilon = O\left(\frac{1}{L}\right). \quad (\text{B.64})$$

Ainsi :

$$\rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \gg \rho_\beta \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (\text{B.65})$$

$$\rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \gg \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \otimes \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle \quad (\text{B.66})$$

$$\mu_\beta \nabla^2 \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \gg \mu_\beta \left[\varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \quad (\text{B.67})$$

Le terme instationnaire peut également être négligé si le temps caractéristique du système t^* vérifie :

$$\frac{\mu_\beta \cdot t^*}{\rho_\beta \cdot l^2} \gg 1. \quad (\text{B.68})$$

Dans le cas de notre étude, avec de l'air ou de l'eau à 20°C et un diamètre de pore de l'ordre du millimètre, t^* est de l'ordre de la seconde. Dans ces conditions, l'équation de conservation de la QDM pour $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ se réduit à :

$$\rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = -\nabla \widetilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \widetilde{\mathbf{v}}_\beta - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \quad (\text{B.69})$$

B.4.4 Problème de fermeture pour $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$

Le problème de fermeture peut être résumé par les équations B.49, B.51, B.53, B.59, et B.69 :

$$\nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = 0 \quad (\text{B.70})$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta &= -\nabla \widetilde{p}_\beta + \mu_\beta \nabla^2 \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \\ &\quad - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\widetilde{p}_\beta \mathbf{I} + \mu_\beta \nabla \widetilde{\mathbf{v}}_\beta] dA \end{aligned} \quad (\text{B.71})$$

$$\text{Non glissement :} \quad \widetilde{\mathbf{v}}_\beta = -\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (\text{B.72})$$

$$\text{Périodicité :} \quad \widetilde{p}_\beta(\mathbf{r} + l) = \widetilde{p}_\beta(\mathbf{r}) \quad (\text{B.73})$$

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r} + l) = \widetilde{\mathbf{v}}_\beta(\mathbf{r}) \quad (\text{B.74})$$

$$\text{Moyenne :} \quad \langle \widetilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle^\beta = 0 \quad (\text{B.75})$$

B.4.5 Variables de fermeture

Whitaker propose de chercher les déviations $\widetilde{\mathbf{v}}_\beta$ et \widetilde{p}_β sous la forme :

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \mathbf{u} \quad (\text{B.76})$$

$$\widetilde{p}_\beta = \mu_\beta \mathbf{m} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \xi \quad (\text{B.77})$$

où \mathbf{M} , \mathbf{m} , \mathbf{u} et ξ représentent respectivement des champs tensoriels d'ordre 2, 1, 1 et 0. La forme des champs \mathbf{M} et \mathbf{m} n'est pas totalement libre. Whitaker montre que lorsqu'ils sont solutions du problème suivant, le champ vectoriel \mathbf{u} est nul et le champ scalaire ξ est une constante :

$$\nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (\text{B.78})$$

$$\begin{aligned} (\rho_\beta \mathbf{v}_\beta / \mu) \cdot \nabla \mathbf{M} &= -\nabla \mathbf{m} + \nabla^2 \mathbf{M} \\ &- \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\mathbf{m} \mathbf{I} + \nabla \mathbf{M}] dA \end{aligned} \quad (\text{B.79})$$

Non glissement : $\mathbf{M} = -\mathbf{I}$ sur $A_{\beta\sigma}$. (B.80)

Périodicité : $\mathbf{m}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{m}(\mathbf{r})$ (B.81)

$\mathbf{M}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{M}(\mathbf{r})$ (B.82)

Moyenne : $\langle \mathbf{M} \rangle^\beta = 0$ (B.83)

Si le champ ξ est une constante, il est effacé par l'opérateur gradient appliqué à la déviation de pression dans l'équation B.71 et la l'intégrale sur la surface de contact entre le fluide et le solide $A_{\beta\sigma}$. En effet, le gradient de porosité étant négligeable, on a :

$$-\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot \mathbf{I} \xi dA = \xi \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} = 0. \quad (\text{B.84})$$

Les déviations de pression et de vélocité peuvent donc être exprimées par :

$$\widetilde{\mathbf{v}}_\beta = \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (\text{B.85})$$

$$\widetilde{p}_\beta = \mu_\beta \mathbf{m} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta. \quad (\text{B.86})$$

B.4.6 Forme fermée de l'équation de conservation de la Quantité De Mouvement moyennée

En injectant les équations B.85 et B.86 dans l'équation de conservation de la QDM moyennée B.45, on obtient la forme fermée de cette équation :

$$\begin{aligned}
 & \rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \underbrace{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \langle {}^t \mathbf{M} \mathbf{M} \rangle \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta)}_{\text{Effets inertiels macroscopiques}} \\
 &= -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\
 & \quad + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \underbrace{[-\mathbf{I} \mathbf{m} + \nabla \mathbf{M}]}_{\text{Contient les effets inertiels microscopiques}} dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (\text{B.87})
 \end{aligned}$$

Il est possible de démontrer par une analyse des ordres de grandeurs que les effets inertiels macroscopiques sont négligeables, même à haut Reynolds (ce qui n'est pas le cas des effets inertiels microscopiques). Pour cela, nous avons besoin d'estimateurs des termes de l'équation B.87. Notons tout d'abord que les équations B.78 à B.83 nous permettent d'écrire :

$$\mathbf{M} = O(1) \quad (\text{B.88})$$

$$\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{I} \mathbf{m} + \nabla \mathbf{M}] dA = O\left(\frac{1}{l^2}\right) + O\left(\frac{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\mu_\beta l}\right). \quad (\text{B.89})$$

Par ailleurs, la contrainte sur le temps caractéristique du système (équation B.68) nous permet d'affirmer :

$$\rho_\beta \frac{\partial \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\partial t} \ll \frac{\mu_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{l^2}. \quad (\text{B.90})$$

Nous pouvons par ailleurs estimer les deux termes suivants par :

$$\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta = O\left(\frac{\rho_\beta (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta)^2}{L}\right) \quad (\text{B.91})$$

$$\rho_\beta \varepsilon^{-1} \nabla \cdot (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \langle {}^t \mathbf{M} \mathbf{M} \rangle \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) = O\left(\frac{\rho_\beta \varepsilon^{-1} (\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta)^2}{L}\right). \quad (\text{B.92})$$

La forme fermée de l'équation de conservation de la QDM se réduit alors :

$$\begin{aligned} 0 = & -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \left[\nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon \cdot \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \varepsilon^{-1} \nabla^2 \varepsilon \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \right] \\ & + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \vec{n}_{\beta\sigma} [-\mathbf{I} \mathbf{m} + \nabla \mathbf{M}] dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta. \end{aligned} \quad (\text{B.93})$$

Et puisque le gradient de porosité est négligeable :

$$\begin{aligned} 0 = & -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \underbrace{\mu_\beta \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}_{\text{Correction de Brinkman}} \\ & + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \vec{n}_{\beta\sigma} [-\mathbf{I} \mathbf{m} + \nabla \mathbf{M}] dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \end{aligned} \quad (\text{B.94})$$

Cette équation s'apparente à la loi de Darcy avec une correction de Brinkman. Le tenseur de perméabilité et la correction de Forchheimer sont compris dans le terme intégral. Pour les faire apparaître, nous allons décomposer les variables de fermeture \mathbf{m} et \mathbf{M} en deux parties. La première correspondra à la loi de Darcy, alors que la seconde rendra compte des effets inertiels.

B.5 Mise en évidence de la correction de Forchheimer

B.5.1 Décomposition du problème de fermeture

Pour faire apparaître la loi de Darcy et sa déviation, Whitaker décompose \mathbf{m} et \mathbf{M} en deux parties :

$$\mathbf{m} = \mathbf{b} + \mathbf{c} \quad (\text{B.95})$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{B} + \mathbf{C} \quad (\text{B.96})$$

Ces nouvelles variables sont définies de façon à être solution des deux problèmes suivants :

— Problème 1

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.97})$$

$$0 = -\nabla \mathbf{b} + \nabla^2 \mathbf{B}$$

$$- \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\mathbf{b}\mathbf{I} + \nabla \mathbf{B}] dA \quad (\text{B.98})$$

$$\text{Non glissement :} \quad \mathbf{B} = -\mathbf{I} \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (\text{B.99})$$

$$\text{Périodicité :} \quad \mathbf{b}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{b}(\mathbf{r}) \quad (\text{B.100})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (\text{B.101})$$

$$\text{Moyenne :} \quad \langle \mathbf{B} \rangle^\beta = 0 \quad (\text{B.102})$$

— Problème 2

$$\nabla \cdot \mathbf{C} = 0 \quad (\text{B.103})$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu} \cdot \left(\underbrace{\nabla \mathbf{B}}_{\text{Source}} + \nabla \mathbf{C} \right) &= -\nabla \mathbf{c} + \nabla^2 \mathbf{C} \\ &- \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta \cdot [-\mathbf{c} \mathbf{I} + \nabla \mathbf{C}] dA \end{aligned} \quad (\text{B.104})$$

$$\text{Non glissement :} \quad \mathbf{C} = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (\text{B.105})$$

$$\text{Périodicité :} \quad \mathbf{c}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{c}(\mathbf{r}) \quad (\text{B.106})$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{r} + l) = \mathbf{C}(\mathbf{r}) \quad (\text{B.107})$$

$$\text{Moyenne :} \quad \langle \mathbf{C} \rangle^\beta = 0 \quad (\text{B.108})$$

Ces systèmes sont cohérents avec les équations B.78 à B.83. La résolution du système pour \mathbf{c} et \mathbf{C} nécessite la résolution du système pour \mathbf{b} et \mathbf{B} , ainsi que le calcul du champ de vitesse \mathbf{v}_β dans le VER. Ceci et les conditions de périodicité restreignent les types de milieux auxquels la méthode de la moyenne volumique peut être appliquée pour une validation quantitative. Il doit en effet être suffisamment régulier pour pouvoir satisfaire aux conditions de périodicité, et être compatible avec les méthodes numériques utilisées pour le calcul du champ de vitesse (principalement des méthodes par éléments finis [Lasseux 11]). C'est pour ces raisons que les milieux poreux considérés jusqu'à présent sont de type « cellulaires » : le milieu est divisé en cellules fluides contenant chacune une particule solide aux alentours de son centre. Toutefois, des méthodes sont aujourd'hui en développement pour éliminer cette condition, qui n'est pas indispensable.

B.5.2 Expression des tenseurs de perméabilité et de Forchheimer

En injectant les définitions B.95 et B.96 dans l'équation B.94, nous obtenons une équation macroscopique moyennée sur le VER :

$$\begin{aligned}
 0 = & -\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\
 & + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}] dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \\
 & + \mu_\beta \left(\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ic} + \nabla \mathbf{C}] dA \right) \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta. \quad (\text{B.109})
 \end{aligned}$$

Dans cette équation apparaissent alors le tenseur de perméabilité \mathbf{K} et le tenseur de correction de Forchheimer \mathbf{F} :

$$\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}] dA = -\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \quad (\text{B.110})$$

$$\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ic} + \nabla \mathbf{C}] dA = -\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F}. \quad (\text{B.111})$$

Ces définitions permettent de faire apparaître la moyenne superficielle de la vitesse (et pas sa moyenne intrinsèque) dans l'équation de conservation de la QDM moyennée :

$$0 = \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g} - \mu_\beta \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta + \mu_\beta \mathbf{K}^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \mu_\beta \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle. \quad (\text{B.112})$$

B.5.3 Estimateur du tenseur de Forchheimer \mathbf{F}

La formule B.111 peut être arrangée de la façon suivante :

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_\beta [-\mathbf{Ic} + \nabla \mathbf{C}] dA. \quad (\text{B.113})$$

Pour estimer \mathbf{F} , nous avons donc besoin d'un estimateur de \mathbf{K} et de l'intégrale de surface. \mathbf{K} est le tenseur de perméabilité de la loi de Darcy. Il peut donc être estimé par :

$$\mathbf{K} = O(l^2). \quad (\text{B.114})$$

En appliquant le théorème d'Ostrogradski au terme intégral, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta} [-\mathbf{I}\mathbf{c} + \nabla\mathbf{C}] dA &= \frac{1}{V} \int_{V_{\beta}} [-\nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C}] dV \\ &= \frac{1}{V} \int_V [-\nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C}] dV \\ &= \langle -\nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.115})$$

Comme \mathbf{c} et \mathbf{C} ont les caractéristiques des déviations, on peut écrire :

$$\langle -\nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C} \rangle = O(-\nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C}). \quad (\text{B.116})$$

En revenant à l'équation B.104 réécrite de la façon suivante :

$$-\frac{1}{V_{\beta}} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta} \cdot [-\mathbf{c}\mathbf{I} + \nabla\mathbf{C}] dA = \frac{\rho_{\beta}\mathbf{v}_{\beta}}{\mu} \cdot (\nabla\mathbf{B} + \nabla\mathbf{C}) + \nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C}, \quad (\text{B.117})$$

on peut écrire :

$$\frac{\rho_{\beta}\mathbf{v}_{\beta}}{\mu} \cdot (\nabla\mathbf{B} + \nabla\mathbf{C}) = O(-\nabla\mathbf{c} + \nabla^2\mathbf{C}) \quad (\text{B.118})$$

\mathbf{B} est un quantité adimensionnelle d'ordre 1 et varie à l'échelle du pore :

$$\nabla\mathbf{B} = O\left(\frac{1}{l}\right). \quad (\text{B.119})$$

Le terme $\nabla \mathbf{c}$ ne peut pas être beaucoup plus grand que les autres termes de l'équation B.117. Nous pouvons donc ne retenir que $\nabla^2 \mathbf{C}$. L'équation B.118 devient donc :

$$O\left(\frac{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\mu_\beta l}\right) + O\left(\frac{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta}{\mu_\beta} \nabla \mathbf{C}\right) = O(\nabla^2 \mathbf{C}) \quad (\text{B.120})$$

En estimant que \mathbf{C} varie à l'échelle de la couche limite aux parois de la phase solide δ_β :

$$\nabla \mathbf{C} = O\left(\frac{\mathbf{C}}{\delta_\beta}\right) \quad (\text{B.121})$$

$$\nabla^2 \mathbf{C} = O\left(\frac{\mathbf{C}}{\delta_\beta^2}\right) \quad (\text{B.122})$$

et en supposant que :

$$\delta_\beta = O(l) \quad Re \ll 1 \quad (\text{B.123})$$

$$\delta_\beta = O\left(\frac{l}{\sqrt{Re}}\right) \quad Re \gg 1, \quad (\text{B.124})$$

avec :

$$Re = \frac{\rho_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta l}{\mu_\beta}, \quad (\text{B.125})$$

on peut écrire :

$$\mathbf{C} = O\left(\frac{(\delta_\beta/l)^2 Re}{1 + O[(\delta_\beta/l) Re]}\right). \quad (\text{B.126})$$

L'équation B.118 peut donc être réécrite de la façon suivante :

$$O\left(\frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu_\beta l}\right) + O\left(\frac{\rho_\beta \mathbf{v}_\beta}{\mu_\beta \delta_\beta} \left(\frac{(\delta_\beta/l)^2 Re}{1 + O[(\delta_\beta/l) Re]}\right)\right) = O(-\nabla \mathbf{c} + \nabla^2 \mathbf{C}). \quad (\text{B.127})$$

En injectant les équations B.127 et B.114 dans B.113, on obtient l'estimateur suivant pour \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = O(Re) + O\left(\frac{(\delta_\beta/l) Re^2}{1 + O((\delta_\beta/l) Re)}\right). \quad (\text{B.128})$$

A l'aide des estimateurs B.123 et B.124 pour δ_β , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= O(Re) && (Re \ll 1) \\ \mathbf{F} &= O(Re) + O(Re) && (Re \gg 1) \end{aligned}$$

Une déviation quadratique en vitesse de filtration semble donc tout à fait plausible. Mais il a été démontré que ce problème de fermeture pouvait permettre de prédire les régimes non quadratiques et les régimes de transition [Lasseux 11].

Annexe C

Utilisation d'une sonde TDR pour la mesure du taux de vide en milieu poreux

Une sonde TDR est constituée d'une tête de sonde et de 3 tiges, introduites dans le milieu à étudier, de la même façon que la sonde Capacitive. La tige centrale est reliée au pôle positif d'un générateur d'échelons de tensions, tandis que les tiges extérieures sont reliées à la masse. La technique consiste à mesurer la vitesse d'un échelon de tension qui se propage le long des pattes, qui constituent un guide d'onde, à l'intérieur du milieu. Cette vitesse dépend en effet directement de la permittivité diélectrique du milieu, qui elle-même dépend de la saturation. Elle est calculée à partir du temps mis par l'échelon de tension pour parcourir un aller-retour entre la tête de la sonde et le bout du guide d'onde. La sonde utilisée a été construite par le laboratoire LTHE à Grenoble. Elle est couplée à un générateur TDR-100 commercialisé par Campbell Scientific®(voir figure C.1).

C.1 Interprétation d'un signal TDR

La mesure n'est pas aussi immédiate que dans le cas d'une sonde capacitive, et nécessite d'interpréter correctement le signal détecté au niveau du générateur.

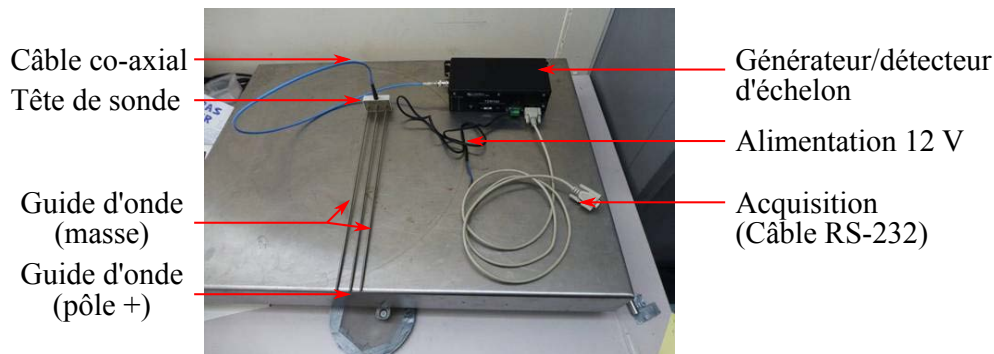


FIGURE C.1 – Sonde TDR branchée à un générateur de signal (Campbell Scientific®TDR-100)

Lorsqu'un échelon de tension rencontre une discontinuité dans l'impédance caractéristique de la ligne dans laquelle il se propage, une partie est réfléchi et repart dans la direction opposée alors que l'autre poursuit son chemin (voir figure C.2).



FIGURE C.2 – Réflexion d'un échelon de tension sur une discontinuité d'impédance caractéristique de ligne

La réflexion peut être positive (amplitude de l'échelon réfléchi positive) ou négative selon que la discontinuité d'impédance rencontrée est négative ou positive. La figure C.2 représente le cas d'une réflexion négative. Lorsque la sonde est entièrement plongée dans le milieu à étudier, l'échelon de tension émis par le boîtier TDR-100 rencontre plusieurs discontinuités (voir figure C.3) :

- A l'entrée de la tête de sonde ;
- A la sortie de la tête de sonde ;
- En bout de sonde.

Ces discontinuités génèrent des échelons réfléchis qui repartent vers le boîtier TDR-100, qui voit ainsi revenir une succession d'échelons de tensions positifs ou négatifs. Le signal obtenu est schématisé sur la figure C.3. Un premier échelon, positif, correspond à la réflexion sur l'entrée de la tête de sonde. Un deuxième, positif ou négatif selon l'impédance du milieu, provient de la réflexion sur la sortie de la tête

de sonde. Enfin, un troisième échelon, positif, représente la réflexion totale sur le bout de la sonde. La durée recherchée est le temps que met l'onde à parcourir un aller-retour dans le milieu étudié, entre la tête et la fin de sonde. Elle correspond à la durée qui sépare les deux derniers échelons que voit revenir le boîtier. En effet, la différence de chemin parcouru pour ces deux échelons est d'un aller-retour le long du guide d'onde.

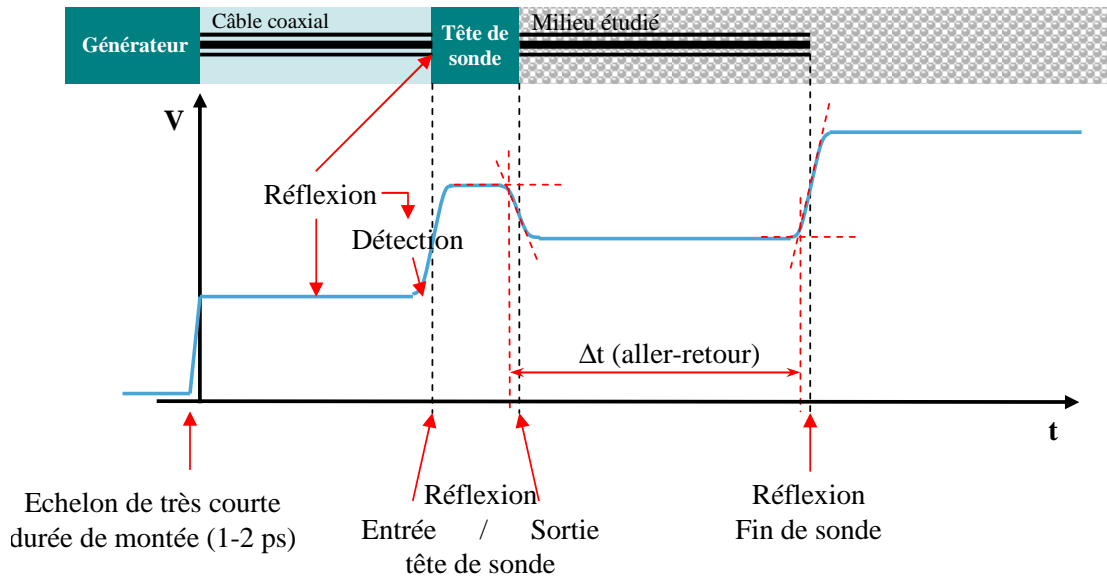


FIGURE C.3 – Trajet de l'échelon de tension dans le cas d'une sonde entièrement plongée dans le milieu à étudier et signal TDR correspondant

Le signal réellement observé présente plusieurs différences par rapport la figure C.3. Les échelons réfléchis ne sont pas aussi nets que celui qu'émet le boîtier TDR-100, du fait de la dispersion dans le câble coaxial et la sonde. De plus, le signal est bruité car les bulles d'air présentes dans le milieu constituent des micro-discontinuités. Enfin, le plateau correspondant à la propagation de l'échelon dans le milieu n'est pas tout à fait constant. Ceci est dû à des courants de fuite à l'intérieur du milieu sondé, qui n'est jamais un diélectrique pur. La figure C.4 représente le signal obtenu pour un lit de prismes 6×6 mm avec un taux de vide de l'ordre de 30 %.

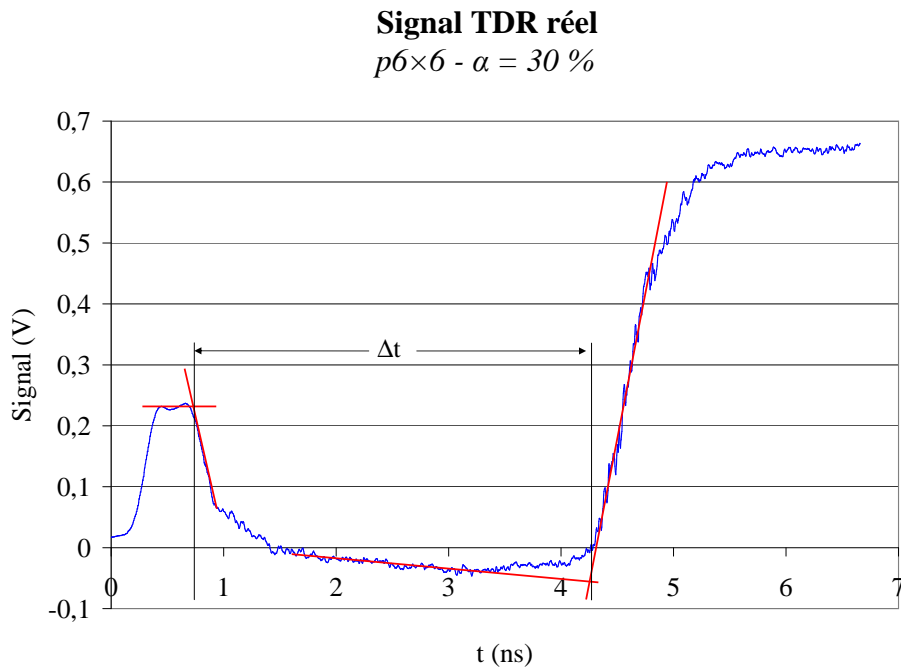


FIGURE C.4 – Signal TDR réel

C.2 Détermination du taux de vide

L'échelon de tension se propage dans le milieu à la vitesse de la lumière c , qui dépend directement de la perméabilité magnétique μ_0 et de la permittivité diélectrique K du milieu :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 K}}. \quad (\text{C.1})$$

La durée Δt mise par l'onde pour effectuer un aller retour le long du guide d'onde de longueur L étant inversement proportionnelle à c :

$$\Delta t = \frac{2L}{c}, \quad (\text{C.2})$$

la relation entre Δt et K s'écrit :

$$\Delta t = 2L\sqrt{\mu_0} \cdot K^{1/2}. \quad (\text{C.3})$$

En utilisant l'équation 3.6, on établit alors la relation entre Δt et α :

$$\begin{aligned} \Delta t &= 2L\sqrt{\mu_0} \cdot \left((1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon \alpha K_g^a + \varepsilon (1 - \alpha) K_l^a \right)^{\frac{1}{2a}} \\ \Leftrightarrow \Delta t^{2a} &= (2L\sqrt{\mu_0})^{2a} \cdot \left((1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon \alpha K_g^a + \varepsilon (1 - \alpha) K_l^a \right) \\ &= (2L\sqrt{\mu_0})^{2a} \cdot \left[(\varepsilon K_g^a - \varepsilon K_l^a) \alpha + (1 - \varepsilon) K_s^a + \varepsilon K_l^a \right] \end{aligned}$$

Il y a donc une relation affine entre le taux de vide et Δt^{2a} , dans laquelle subsistent plusieurs inconnues. De la même façon que pour la sonde capacitive, un étalonnage est donc nécessaire. À partir de deux mesure de Δt , lorsque le lit est sec et lorsqu'il est entièrement noyé, on déduit ainsi la relation :

$$\alpha = \frac{\Delta t_1^{2a} - \Delta t_0^{2a}}{\Delta t_1^{2a} - \Delta t_0^{2a}} \quad (\text{C.4})$$

C.3 Qualification de la méthode

L'objectif de la qualification est d'une part de démontrer que la méthode est transposable à une situation d'écoulement à grande vitesse, et d'autre part de déterminer le coefficient α , qui devrait être de l'ordre de 0.5.

La qualification consiste à comparer la mesure réalisée à l'aide de la sonde TDR à la mesure par pesée présentée au chapitre 3. La méthode a ainsi été qualifiée pour deux tailles de billes, et pour deux types de particules non-sphériques. Les billes de 4 mm ont été testées deux fois pour démontrer la reproductibilité de la mesure.

Comme dans le cas de la sonde capacitive, une valeur de 0.4 pour le coefficient a permet le meilleur accord entre les deux techniques de mesure, mais l'écart relatif moyen est plus important pour la sonde TDR, de l'ordre de 20 % contre 10 % pour la sonde capacitive.

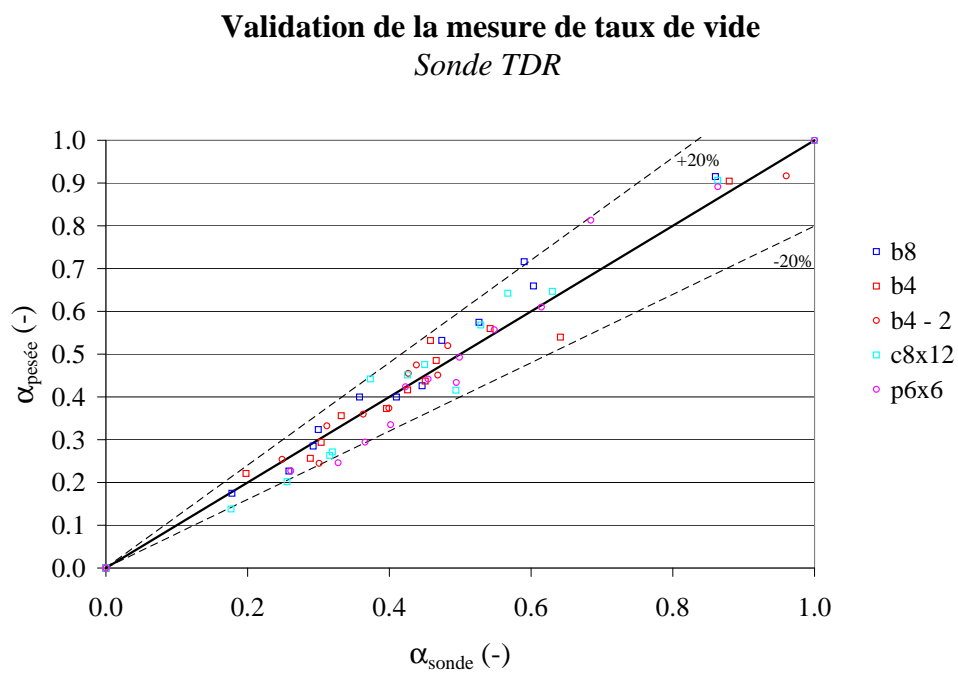


FIGURE C.5 – Qualification de la mesure de taux de vide par une sonde TDR.
Résultats obtenus pour $a = 0.4$.

Annexe D

Développement de la solution de Stokes pour un écoulement annulaire diphasique

Nous développerons dans cette annexe des expressions analytiques pour les tenseurs \mathbf{K}_{ll} , \mathbf{K}_{lg} , \mathbf{K}_{gg} , et \mathbf{K}_{gl} [Lasseux 08] dans le cas d'un écoulement annulaire, permanent, vertical et ascendant d'un fluide newtonien incompressible (figure ??), à partir de la résolution du problème de Stokes. Dans ce cas 1D, les tenseurs \mathbf{K}_{ll} , \mathbf{K}_{lg} , \mathbf{K}_{gg} , et \mathbf{K}_{gl} se réduisent à leur premier terme diagonal K_{ll} , K_{lg} , K_{gg} , et K_{gl} , et le problème de Stokes s'écrit :

$$0 = -\nabla P_l^* + \mu_l \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_l}{\partial r} \right) \quad (\text{D.1})$$

$$0 = -\nabla P_g^* + \mu_g \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_g}{\partial r} \right) \quad (\text{D.2})$$

où $\nabla P_l^* = \frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial x} + \rho_l g$ et $\nabla P_g^* = \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial x} + \rho_g g$, g étant l'accélération de la pesanteur, 9.81 m/s^{-2} . Les conditions aux limites appliquées à ce problème traduisent le non-glissement aux parois et aux interfaces liquide-gaz, la symétrie du problème et la continuité de la contrainte tangentielle aux interfaces liquide-gaz :

$$v_l = 0 \quad \text{en } r = R \quad (\text{D.3})$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial r} = 0 \quad \text{en } r = 0 \quad (\text{D.4})$$

$$v_g = v_l \quad \text{en } r = R_g \quad (\text{D.5})$$

$$\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial r} = \mu_l \frac{\partial v_l}{\partial r} \quad \text{en } r = R_g \quad (\text{D.6})$$

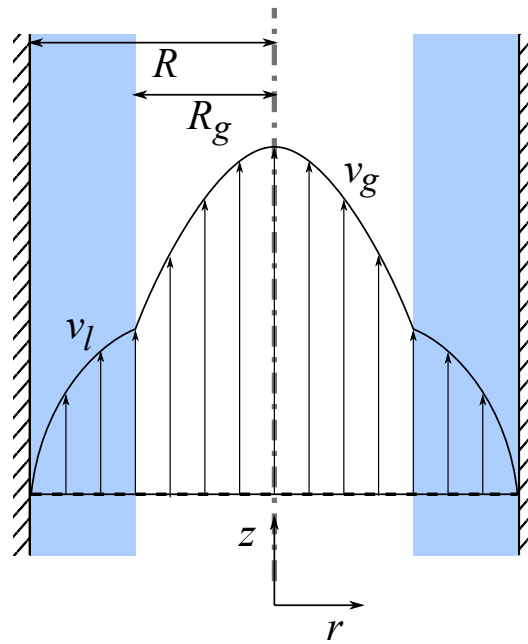


FIGURE D.1 – Vue schématique du problème considéré

Nous chercherons dans un premier temps à exprimer les vitesses moyennes en fonction des gradients de pression liquide et gaz :

$$\begin{pmatrix} \langle v_l \rangle \\ \langle v_g \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{K_{ll}^*}{\mu_l} & -\frac{K_{lg}^*}{\mu_l} \\ -\frac{K_{gl}^*}{\mu_l} & -\frac{K_{gg}^*}{\mu_g} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla P_l^* \\ \nabla P_g^* \end{pmatrix} \quad (\text{D.7})$$

puis, dans un second temps, nous ré-écrivons ce système de façon à faire apparaître les perméabilités relatives et les termes laminaires croisés :

$$\langle v_l \rangle = -\frac{K_{ll}}{\mu_l} \nabla P_l^* + K_{lg} \langle v_g \rangle \quad (\text{D.8})$$

$$\langle v_g \rangle = -\frac{K_{gg}}{\mu_g} \nabla P_g^* + K_{gl} \langle v_l \rangle \quad (\text{D.9})$$

les grandeurs K_{ll} , K_{lg} , K_{gg} , et K_{gl} pouvant être calculés à partir de K_{ll}^* , K_{lg}^* , K_{gg}^* , et K_{gl}^* par les relations suivantes :

$$K_{ll} = K_{ll}^* - K_{lg}^* (K_{gg}^*)^{-1} K_{gl}^* \quad (\text{D.10})$$

$$K_{lg} = K_{lg}^* (K_{gg}^*)^{-1} \quad (\text{D.11})$$

$$K_{gg} = K_{gg}^* - K_{gl}^* (K_{ll}^*)^{-1} K_{lg}^* \quad (\text{D.12})$$

$$K_{gl} = K_{gl}^* (K_{ll}^*)^{-1} \quad (\text{D.13})$$

D.1 Calcul des champs de vitesse

Le problème considéré ici est un système de deux équations différentielles non linéaires, du deuxième ordre, dont les solutions génériques s'écrivent :

$$v_l = \frac{r^2}{4\mu_l} \nabla P_l^* + a_l \ln(r) + b_l \quad (\text{D.14})$$

$$v_g = \frac{r^2}{4\mu_g} \nabla P_g^* + a_g \ln(r) + b_g \quad (\text{D.15})$$

avec a_l , b_l , a_g et b_g des constantes à déterminer.

Compte tenu des conditions aux limites D.3 à D.6, ces constantes sont égales à :

$$a_l = \frac{R_g^2}{2\mu_l} (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \quad (\text{D.16})$$

$$b_l = -\frac{R^2}{4\mu_l} \nabla P_l^* - \frac{\ln(R) R_g^2}{2\mu_l} (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \quad (\text{D.17})$$

$$a_g = 0 \quad (\text{D.18})$$

$$b_g = \frac{R_g^2 - R^2}{4\mu_l} \nabla P_l^* - \frac{R_g^2}{4\mu_g} \nabla P_g^* + \frac{R_g^2}{2\mu_l} \ln\left(\frac{R_g}{R}\right) (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \quad (\text{D.19})$$

En injectant ces expressions dans les équations D.14 et D.15, et en réarrangeant les termes, les profils de vitesses peuvent alors s'écrire :

$$v_l = \frac{1}{4\mu_l} \nabla P_l^* (r^2 - R^2) + \frac{R_g^2}{2\mu_l} (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (\text{D.20})$$

$$v_g = \frac{1}{4\mu_g} \nabla P_g^* (r^2 - R_g^2) - \frac{R^2 - R_g^2}{4\mu_l} \nabla P_l^* + \frac{R_g^2}{2\mu_l} \ln\left(\frac{R_g}{R}\right) (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \quad (\text{D.21})$$

D.2 Vitesses moyennes

L'intégration des profils de vitesses déterminés précédemment permet de déterminer les moyennes de phase de chaque vitesse :

$$\langle v_l \rangle^l = \frac{2}{R^2 - R_g^2} \int_{R_g}^R r \cdot v_l(r) dr \quad (\text{D.22})$$

$$\langle v_g \rangle^g = \frac{2}{R_g^2} \int_0^{R_g} r \cdot v_g(r) dr \quad (\text{D.23})$$

Calcul de $\langle v_l \rangle^l$

En posant :

$$A_l = \frac{1}{4\mu_l} \nabla P_l^* \quad (\text{D.24})$$

$$B_l = \frac{R_g^2}{2\mu_l} (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \quad (\text{D.25})$$

on peut écrire :

$$\langle v_l \rangle^l = \frac{2}{R^2 - R_g^2} \int_{R_g}^R r \cdot v_l(r) dr \quad (\text{D.26})$$

$$= \frac{2}{R^2 - R_g^2} \int_{R_g}^R r \cdot \left(A_l (r^2 - R^2) + B_l \ln \left(\frac{r}{R} \right) \right) dr \quad (\text{D.27})$$

$$= \frac{2}{R^2 - R_g^2} \int_{R_g}^R \left(\underbrace{A_l r^3}_{\downarrow} - \underbrace{A_l R^2 r}_{\downarrow} + \underbrace{B_l r \ln \left(\frac{r}{R} \right)}_{\downarrow} \right) dr$$

$$\left[\frac{A_l}{4} r^4 \right]_{R_g}^R \quad \left[\frac{A_l R^2}{2} r^2 \right]_{R_g}^R \quad \left[\frac{B_l}{2} r^2 \left(\ln \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{1}{2} \right) \right]_{R_g}^R \quad (\text{D.28})$$

$$= \frac{2}{R^2 - R_g^2} \left[\frac{A_l}{4} (R^4 - R_g^4) - \frac{A_l R^2}{2} (R^2 - R_g^2) - \frac{B_l}{2} R_g^2 \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) - \frac{B_l}{4} (R^2 - R_g^2) \right] \quad (\text{D.29})$$

$$= \frac{A_l}{2} (R^2 + R_g^2) - A_l R^2 - \frac{B_l}{2} - B_l \frac{R_g^2}{R^2 - R_g^2} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) \quad (\text{D.30})$$

$$= \frac{A_l}{2} (R_g^2 - R^2) - \frac{B_l}{2} - B_l \frac{R_g^2}{R^2 - R_g^2} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) \quad (\text{D.31})$$

D'où

$$\langle v_l \rangle^l = \frac{\nabla P_l^*}{\mu_l} \left[\frac{R_g^2 - R^2}{8} + \frac{R_g^2}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{R_g^2}{R^2 - R_g^2} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) \right) \right] \quad (\text{D.32})$$

$$+ \frac{\nabla P_g^*}{\mu_g} \left[\frac{-R_g^2 \mu_g}{2 \mu_l} \left(\frac{1}{2} + \frac{R_g^2}{R^2 - R_g^2} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) \right) \right] \quad (\text{D.33})$$

Calcul de $\langle v_g \rangle^g$

En posant :

$$A_g = \frac{1}{4\mu_g} \nabla P_g^* \quad (\text{D.34})$$

$$B_g = \frac{R_g^2 - R^2}{4\mu_l} \nabla P_l^* + \frac{R_g^2}{2\mu_l} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) (\nabla P_g^* - \nabla P_l^*) \quad (\text{D.35})$$

on peut écrire :

$$\langle v_g \rangle^g = \frac{2}{R_g^2} \int_0^{R_g} r \cdot v_g(r) dr \quad (\text{D.36})$$

$$= \frac{2}{R_g^2} \int_0^{R_g} r \cdot (A_g (r^2 - R_g^2) + B_g) dr \quad (\text{D.37})$$

$$= \frac{2}{R_g^2} \int_0^{R_g} \left(\underbrace{A_g r^3}_{\downarrow} - \underbrace{A_g R_g^2 r}_{\downarrow} + \underbrace{B_g r}_{\downarrow} \right) dr \quad (\text{D.38})$$

$$\left[\frac{A_g}{4} r^4 \right]_0^{R_g} \quad \left[\frac{A_g R_g^2}{2} r^2 \right]_0^{R_g} \quad \left[\frac{B_g}{2} r^2 \right]_0^{R_g}$$

$$= \frac{2}{R_g^2} \left[\frac{A_g}{4} R_g^4 - \frac{A_g R_g^2}{2} R_g^2 + \frac{B_g}{2} R_g^2 \right] \quad (\text{D.39})$$

$$= -\frac{A_g}{2} R_g^2 + B_g \quad (\text{D.40})$$

D'où :

$$\langle v_g \rangle^g = \frac{\nabla P_l^*}{\mu_l} \left[\frac{R_g^2 - R^2}{4} - \frac{R_g^2}{2} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) \right] \quad (\text{D.41})$$

$$+ \frac{\nabla P_g^*}{\mu_g} \left[\frac{-R_g^2}{8} + \frac{R_g^2 \mu_g}{2 \mu_l} \ln \left(\frac{R_g}{R} \right) \right] \quad (\text{D.42})$$

En introduisant alors le taux de vide moyen :

$$\alpha = \left(\frac{R_g}{R} \right)^2 \quad (\text{D.43})$$

on peut réécrire les vitesses moyennes de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \langle v_l \rangle^l &= - \frac{\nabla P_l^*}{\mu_l} \left[\frac{R^2}{8} (1 - \alpha) - \frac{R^2}{4} \alpha - \frac{R^2}{2} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \ln \left(\alpha^{1/2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\nabla P_g^*}{\mu_g} \left[\frac{R^2 \mu_g}{4 \mu_l} \alpha + \frac{R^2 \mu_g}{2 \mu_l} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \ln \left(\alpha^{1/2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.44})$$

$$\begin{aligned} \langle v_g \rangle^g &= - \frac{\nabla P_l^*}{\mu_l} \left[\frac{R^2}{4} (1 - \alpha) + \frac{R^2}{2} \alpha \ln \left(\alpha^{1/2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\nabla P_g^*}{\mu_g} \left[\frac{R^2}{8} \alpha - \frac{R^2 \mu_g}{2 \mu_l} \alpha \ln \left(\alpha^{1/2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.45})$$

Et en faisant apparaître les moyennes intrinsèques des vitesses qui, dans ce cas précis, s'écrivent :

$$\langle v_l \rangle = (1 - \alpha) \langle v_l \rangle^l \quad (\text{D.46})$$

$$\langle v_g \rangle = \alpha \langle v_g \rangle^g \quad (\text{D.47})$$

nous pouvons faire apparaître les termes de l'équation D.7 :

$$\langle v_l \rangle = - \frac{\nabla P_l^*}{\mu_l} \underbrace{\left[\frac{R^2}{8} (1 - \alpha)^2 - \frac{R^2}{4} \alpha (1 - \alpha) \left(1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(\alpha) \right) \right]}_{K_{ll}^*} \quad (\text{D.48})$$

$$- \frac{\nabla P_g^*}{\mu_g} \underbrace{\left[\frac{R^2}{4} \frac{\mu_g}{\mu_l} \alpha (1 - \alpha) + \frac{R^2}{4} \frac{\mu_g}{\mu_l} \alpha^2 \ln(\alpha) \right]}_{K_{lg}^*} \quad (\text{D.49})$$

$$\langle v_g \rangle = - \frac{\nabla P_l^*}{\mu_l} \underbrace{\left[-\frac{R^2}{4} \alpha (1 - \alpha) + \frac{R^2}{4} \alpha^2 \ln(\alpha) \right]}_{K_{gl}^*} \quad (\text{D.50})$$

$$- \frac{\nabla P_g^*}{\mu_g} \underbrace{\left[\frac{R^2}{8} \alpha^2 - \frac{R^2}{4} \frac{\mu_g}{\mu_l} \alpha^2 \ln(\alpha) \right]}_{K_{gg}^*} \quad (\text{D.51})$$

D.3 Termes de perméabilités relatives et termes laminaires croisés

Nous pouvons alors identifier des expressions analytiques pour K_{ll} , K_{lg} , K_{gg} , et K_{gl} en utilisant les équations D.10 à D.13.

Calcul de K_{ll}

$$K_{ll} = K_{ll}^* - K_{lg}^* \left(K_{gg}^* \right)^{-1} K_{gl}^* \quad (\text{D.52})$$

$$= \frac{R^2}{8} \left[(1 - \alpha)^2 - 2\alpha (1 - \alpha) - 2\alpha^2 \ln(\alpha) \right] - \frac{R^2}{2} \frac{\mu_g}{\mu_l} \frac{((1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha))^2}{1 - 2\frac{\mu_g}{\mu_l} \ln(\alpha)} \quad (\text{D.53})$$

Calcul de K_{lg}

$$K_{lg} = K_{lg}^* (K_{gg}^*)^{-1} \quad (D.54)$$

$$= 2 \frac{\mu_g}{\mu_l} \frac{(1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha)}{1 - 2 \frac{\mu_g}{\mu_l} \ln(\alpha)} \quad (D.55)$$

Calcul de K_{gg}

$$K_{gg} = K_{gg}^* - K_{gl}^* (K_{ll}^*)^{-1} K_{lg}^* \quad (D.56)$$

$$= \frac{R^2}{8} \left[\alpha^2 - 2 \frac{\mu_g}{\mu_l} \alpha^2 \ln(\alpha) \right] - \frac{R^2}{2} \frac{\mu_g}{\mu_l} \frac{\alpha^2 ((1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha))^2}{(1 - \alpha)^2 - 2\alpha(1 - \alpha) - 2\alpha^2 \ln(\alpha)} \quad (D.57)$$

Calcul de K_{gl}

$$K_{gl} = K_{gl}^* (K_{ll}^*)^{-1} \quad (D.58)$$

$$= 2\alpha \frac{(1 - \alpha) + \alpha \ln(\alpha)}{(1 - \alpha)^2 - 2\alpha(1 - \alpha) - 2\alpha^2 \ln(\alpha)} \quad (D.59)$$

Annexe E

Prédiction de la perte de pression et du taux de vide à partir d'un modèle de perte de charge diphasique

Les modèles de pertes de pression en écoulements diphasiques contiennent, d'une façon très générale, deux équations de bilan de quantité de mouvement moyennées, dans lesquelles interviennent les vitesses des phases $\langle v_l \rangle$ et $\langle v_g \rangle$, ainsi que le taux de vide α :

$$\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} = f_l (\langle v_l \rangle, \langle v_g \rangle, \alpha) \quad (\text{E.1})$$

$$\frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} = f_g (\langle v_l \rangle, \langle v_g \rangle, \alpha) \quad (\text{E.2})$$

où f_l et f_g sont deux fonctions dont la forme est souvent complexe et dépend du modèle considéré. On ajoute généralement à ces équations une relation de pression capillaire :

$$\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} = \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z}. \quad (\text{E.3})$$

Ainsi, pour deux vitesses $\langle v_l \rangle$ et $\langle v_g \rangle$ données, le taux de vide peut être calculé comme celui qui permet de respecter la relation de pression capillaire, ainsi que

Annexe E Prédiction de la perte de pression et du taux de vide à partir d'un modèle de perte de charge diphasique

représenté sur la figure E.1. Mathématiquement, cela consiste à rechercher la racine comprise entre 0 et 1 de la fonction suivante :

$$\left(\frac{\partial \langle p_l \rangle^l}{\partial z} - \frac{\partial \langle p_g \rangle^g}{\partial z} \right)_{\langle v_l \rangle, \langle v_g \rangle}(\alpha), \quad (\text{E.4})$$

où les vitesses $\langle v_l \rangle$ et $\langle v_g \rangle$ sont des paramètres de la fonction. Il existe de nombreuses méthodes itératives permettant de calculer la racine. Dans ce travail, nous utilisons la fonction « valeur cible » du tableur MS Office Excel®, qui fonctionne selon la méthode de Newton-Raphson¹.

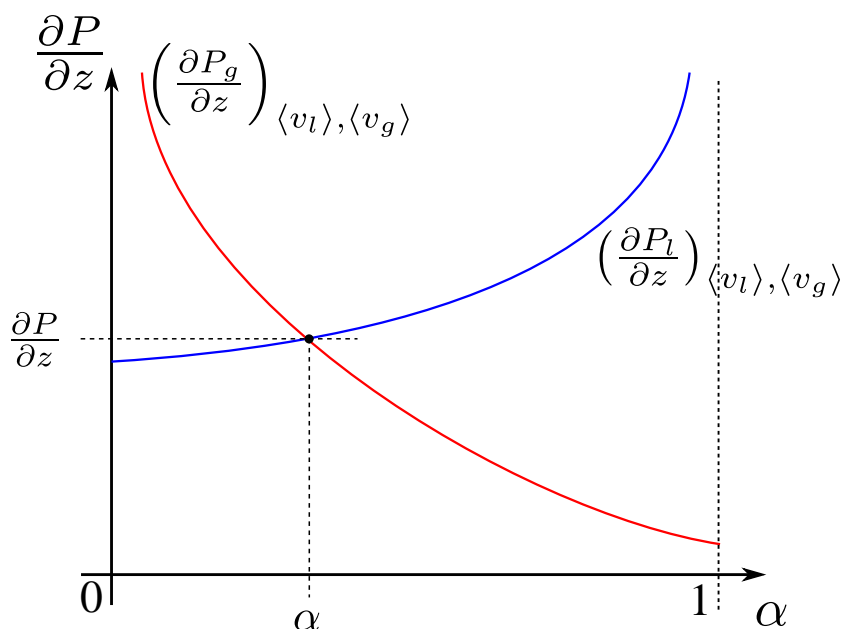


FIGURE E.1 – Principe de la détermination de la perte de pression et du taux de vide pour deux vitesses $\langle v_l \rangle$ et $\langle v_g \rangle$ données à partir d'un modèle diphasique muni d'une condition de pression capillaire.

1. Approche progressive de la racine d'une fonction à partir d'une valeur initiale arbitraire x_0 . La racine au rang n est approximée par celle de la fonction linéarisée autour du point x_n , cette racine servant ensuite au calcul de la racine au rang $n + 1$.