

N° d'ordre : **2454**

## Thèse

présentée pour obtenir les titres de

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE**

**Spécialité : Dynamique des Fluides**

et de

**DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS EN GENIE  
HYDRAULIQUE**

Par M.

**Hamdi AYED**

Titre de la thèse :

**Analyse expérimentale et modélisation du transfert de  
matière et du mélange dans une couche cisailée à bulles.**

*Démarche pour l'optimisation des réacteurs diphasiques en traitement de l'eau.*

Soutenue le 26 Février 2007, devant le jury composé de :

M.	T. LILI	Rapporteur
M.	R.F. Mudde	Rapporteur
M.	A. BIESHEUVEL	Examineur
M.	L. MASBERNAT	Examineur
M.	O. SIMONIN	Examineur
M.	J. CHAHED	
Melle	V. ROIG	Directeurs de thèse

*À mes parents, à  
ma famille et à ma  
fiancé que j'aime.*

# Remerciements

---

Le travail présenté dans ce mémoire a été mené dans le cadre d'une thèse en cotutelle à l'Institut National de Mécanique des Fluides de Toulouse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse et au Laboratoire de Modélisation en Hydraulique et Environnement de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis. Il m'est agréable au terme de ce travail d'exprimer ma gratitude et mes vifs remerciements envers tous mes collègues et amis à l'IMFT et l'ENIT qui, par leur aide leur soutien et leurs conseils, ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Olivier SIMONIN, Professeur à l'IMFT et vice-Président de l'INPT, pour le grand intérêt qu'il a toujours manifesté envers ce travail, son aide précieuse et les conseils qu'il m'a prodigués. Je le remercie également pour l'honneur qu'il m'a accordé en acceptant de présider le jury.

Je remercie vivement Monsieur Taieb LILI, Professeur à la Faculté des Sciences de Tunis, d'avoir bien voulu porter un jugement pour cette thèse en tant que rapporteur.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à Monsieur Robert F. MUDDE, Professeur à Delft University of Technology, Netherlands, d'avoir accepté juger ce document en tant que rapporteur et je lui suis très reconnaissant pour le grand intérêt qu'il porte à ce travail.

Ma gratitude s'adresse également à Monsieur Arie Biesheuvel, Associate Professeur à l'University of Twente, Dept of Mechanical Engineering, Netherlands, pour pouvoir participé au jury de cette thèse.

Monsieur Lucien MASBERNAT, Professeur émérite à l'IMFT, qui m'a enseigné dans le DEA à l'ENIT. J'ai beaucoup apprécié ses qualités d'enseignant et de grand chercheur. Je lui suis très reconnaissant pour leur soutien pendant cette thèse et leur intérêt qu'il a porté sur ce travail. Qu'il trouve dans ces quelques lignes la reconnaissance de l'un de ces anciens étudiants.

Que pourrais je dire pour remercier mes deux directeurs de recherche Mademoiselle Véronique ROIG, Maître de Conférence à l'IMFT, et Monsieur Jamel CHAHED, Professeur à l'ENIT. Le travail que j'ai accompli sous leur direction durant toutes ces années a été pour moi un véritable épanouissement aussi bien sur le plan scientifique qu'humain. L'accueil chaleureux que me réserve à chaque fois Mademoiselle Véronique ROIG m'a permis de me sentir, au cours de mes séjours à Toulouse, un peu comme chez moi. Son regard critique, son appui scientifique et moral ont été pour moi d'une aide précieuse, surtout dans les périodes difficiles. Les longues heures de discussion passées avec Monsieur Jamel CHAHED ont été un véritable apprentissage du métier de

chercheur. Sa façon d'aborder et de simplifier les difficultés que nous rencontrons, son dévouement pour la recherche ajoutés à ses qualités humaines n'ont pu que m'apporter le courage et la sollicitude dont j'avais besoin.

Je tiens aussi à adresser mes chaleureux remerciements à mes amis: Sahbi, Ghazi, Mohamed Ali, Richard, Eric, Guillaume, Silvain, Zouhir, Jean Baptiste, Thomas et ..., pour leur précieux soutien. Je suis persuadé que nos longs débats scientifiques et divers ont été pour moi une vraie source de richesse d'esprit. Je ne dois pas manquer d'avoir une vive pensée aux permanents du groupe Interface à l'IMFT, ainsi qu'aux enseignants du Laboratoire de Modélisation en Hydraulique et Environnement à l'ENIT, pour leurs soutiens et leurs encouragements durant ces trois années de thèse.

Enfin je tiens à remercier profondément ma famille pour l'énorme amour qu'elle m'éprouve. Mon cher père, ma chère mère qui ne cessent de m'offrir tant d'affection et de dévouement a su m'apporter tout le courage dont j'avais besoin. J'espère que ce travail sera pour eux la preuve de mon amour. Une tendre pensée à mes sœurs et mes frères pour leur soutien sans oublier Abir et sa famille.

# Resumé

---

Ce travail vise l'amélioration des modèles eulériens à deux fluides pour l'hydrodynamique et le transfert de masse en écoulement turbulent à bulles. Nous étudions des zones de mélange oxygène-eau pour des taux de vide  $2 < \alpha < 11\%$ . Un gradient de taux de vide imposé en entrée génère des mouvements à grande échelle. La vitesse relative des bulles induit de profondes modifications de la turbulence aux petites échelles. On étudie donc des écoulements fortement contrôlés par la gravité. Nous avons fait des mesures locales caractérisant l'hydrodynamique et le champ d'oxygène dissous. Un travail de simulation numérique a consisté à améliorer les modèles d'échange interfacial de masse, de quantité de mouvement, et à prendre en compte la modulation de la turbulence qui modifie le transport turbulent. Les résultats obtenus avec le code Melodif montrent, qu'à condition de modéliser la modification des échelles par les interactions interfaciales, un bon accord avec les expériences est obtenu.

## **Mots clés :**

Écoulements à bulles ; couche de mélange; transfert de masse; turbulence ; pseudo-turbulence ; analyse expérimentale; modèle eulérien à deux fluides.

# Abstract

---

In this work we develop a Eulerian two-fluids model for hydrodynamics and mass transfer in turbulent bubbly flows. We study oxygen-water mixing layers for void fractions  $2 < \alpha < 11\%$ . A void fraction gradient imposed at the inlet generates large scale motions. The relative velocities of the bubbles produce deep modifications of the turbulence at the small scales. We thus study bubbly flows strongly controlled by gravity effects. We have performed local measurements to characterize the hydrodynamics and the field of dissolved oxygen concentration. Numerical simulations have been performed to improve the closure laws for the interfacial transfers of mass and momentum, and took into account the modification of the turbulence due to the bubbles, that modifies the turbulent transport of scalar. The results obtained with the numerical code Melodif, show that, when taking into account the modification of the scales by interfacial interactions, a good agreement is obtained with the experiments.

**Keyword:**

Bubbly flows; mixing layers; mass transfer; turbulence; bubble-induced turbulence; experimental analysis; Eulerian two-fluids model.

# Sommaire

---

<b>Sommaire .....</b>	<b>1</b>
<b>Nomenclature.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : .....</b>	<b>1</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 2 : .....</b>	<b>5</b>
<b>Modélisation à deux fluides de l'hydrodynamique et du transfert de masse dans les écoulements à bulles .....</b>	<b>5</b>
2.1 Introduction .....	5
2.2 Equations de base et fermetures des modèles eulériens à deux fluides.....	7
2.2.1 Equations primaires .....	7
2.2.2 Equations moyennées .....	10
2.2.3 Problème de fermeture .....	13
2.3 Transfert interfacial de quantité de mouvement.....	15
2.3.1 Principes de base de la modélisation.....	15
2.3.2 Contribution du champ moyen au transfert interfacial.....	18
2.3.3 Contribution du champ fluctuant au transfert interfacial .....	21
2.3.4 Interactions hydrodynamiques et transfert interfacial en écoulement à bulles .....	23
2.4 Transfert interfacial de masse en écoulement à bulles .....	25
2.4.1 Eléments de base sur le transfert de masse.....	25
2.4.2 Transfert de masse gaz/liquide .....	27
2.4.3 Transfert de masse en écoulement à bulles .....	28
2.5 Modélisation de la turbulence en milieu diphasique .....	32
2.5.1 Traits caractéristiques de la turbulence en écoulement à bulles.....	32

2.5.2	Equations de transport et fermetures de la turbulence en écoulements à bulles .....	35
2.5.3	Modèles de turbulence à une échelle de temps .....	37
2.5.4	Modèles de turbulence au second ordre à deux échelles de temps .....	39
2.5.5	Réduction des modèles : Modèles à trois équations.....	42
2.5.6	Discussion sur les modèles de viscosité turbulente.....	45
2.5.7	Discussion sur la pseudo-turbulence .....	46
2.5.8	Agitation des bulles .....	48
2.6	Transport de scalaire en milieu diphasique .....	50
2.6.1	Etat des lieux en milieu diphasique.....	50
2.6.2	En milieu monophasique .....	52
2.7	Conclusions du chapitre 2 .....	52
<b>Chapitre 3 : .....</b>		<b>54</b>
<b>Expérimentation et résultats .....</b>		<b>54</b>
3.1	Introduction .....	54
3.2	Description de l'installation expérimentale.....	55
3.2.1	Installation expérimentale .....	55
3.2.2	Métrologie .....	57
3.2.3	Traitements des signaux .....	61
3.3	Choix et description des écoulements étudiés.....	69
3.3.1	Paramètres et nombres adimensionnels.....	69
3.3.2	Description des écoulements étudiés.....	71
3.4	Analyse expérimentale du cas à faible taux de vide.....	72
3.4.1	Distributions des phases .....	73
3.4.2	Profils de vitesse moyenne du liquide.....	74
3.4.3	Diamètre et vitesse relative des bulles .....	77
3.4.4	Variance de la fluctuation de vitesse du liquide.....	79
3.4.5	Agitation des bulles .....	82
3.4.6	Concentration en oxygène dissous .....	83
3.5	Analyse expérimentale du cas à fort taux de vide .....	84
3.5.1	Distribution des phases.....	86



3.5.2	Profils de vitesse moyenne du liquide .....	86
3.5.3	Diamètre et vitesse relative des bulles : .....	90
3.5.4	Variance de la vitesse phasique dans liquide .....	93
3.5.5	Agitation des bulles : .....	95
3.5.6	Concentration d'oxygène dissous : .....	97
3.6	Conclusions du chapitre 3 .....	99
<b>Chapitre 4 : .....</b>		<b>100</b>
<b>Simulation de l'hydrodynamique et du transfert de masse dans les écoulements de types zone de mélange diphasique .....</b>		<b>100</b>
4.1	Introduction .....	100
4.2	Présentation du code Melodif .....	101
4.2.1	Equations de base du modèle à deux fluides .....	101
4.2.2	Modélisation eulérienne dans le code Melodif .....	102
4.2.3	Méthode numérique .....	104
4.3	Mise en œuvre des simulations numériques .....	105
4.4	Ecoulement de zone de mélange monophasique .....	107
4.4.1	Conditions aux limites .....	107
4.4.2	Profils de vitesse moyenne .....	108
4.4.3	Profils de l'énergie turbulente .....	108
4.5	Ecoulement de zone de mélange diphasique à faible taux de vide .....	109
4.5.1	Conditions de calculs .....	109
4.5.2	Profils de vitesses moyennes dans liquide .....	113
4.5.3	Profils de taux de vide .....	116
4.5.4	Profils de turbulence .....	118
4.5.5	Sensibilité aux divers termes du transfert interfacial de quantité de mouvement .....	123
4.5.6	Transfert de masse .....	130
4.6	Ecoulement de zone de mélange diphasique à fort taux de vide .....	137
4.6.1	Conditions de calculs .....	137
4.6.2	Profils des vitesses relatives des bulles .....	139
4.6.3	Profils de taux de vide .....	141

4.6.4	Profils de vitesse moyenne .....	143
4.6.5	Profils de turbulence.....	144
4.6.6	Transfert de masse .....	148
4.7	Conclusions du chapitre 4 .....	150
<b>Chapitre 5 :</b>	.....	<b>152</b>
<b>Conclusion générale</b>	.....	<b>152</b>
<b>Bibliographie.....</b>	.....	<b>155</b>
<b>ANNEXE CHAPITRE 2</b>	.....	<b>164</b>
<b>ANNEXE CHAPITRE 3</b>	.....	<b>176</b>
<b>ANNEXE CHAPITRE 4</b>	.....	<b>197</b>

## Nomenclature

---

$a$	Aire interfaciale
$C_A$	Coefficient de masse ajoutée
$C_D$	Coefficient de traînée
$C_L$	Coefficient de portance (lift)
$C_L$	Concentration moyenne d'oxygène dissous dans le liquide
$C_L^*$	Concentration de saturation dans le liquide
$d_B$	Diamètre moyen des bulles
$D$	Diffusivité moléculaire de l'oxygène
$g_i$	La $i^{\text{ème}}$ composante de la gravité
$H$	Constante de Henry
$k_0$	Energie turbulente cinétique
$k_L$	Coefficient de transfert de masse
$k_S$	Energie pseudo turbulente
$M_{Gi}$	$i^{\text{ème}}$ composante du moment interfacial de quantité de mouvement du liquide vers le gaz
$p_L$	Pression dans la phase liquide
$S_c$	Transfert interfacial de masse
$u_{kj}$	$i^{\text{ème}}$ composante de la vitesse instantanée dans la phase k
$\overline{U_{ki}}$	$i^{\text{ème}}$ composante de la vitesse moyenne dans la phase k
$U_{L1}, U_{L2}$	Vitesses moyennes dans les noyaux de la zone de mélange
$\overline{U_{Rj}}$	Vitesse relative moyenne
$U_R$	Le norme de la vitesse relative
$\overline{u'_{Gi}u'_{Gj}}$	Composantes du tenseur de Reynolds du liquide (k=L) ou du tenseur d'agitation (k=G)
$\overline{u'_{Li}u'_{Lj}}^{(0)}$	Partie turbulente du tenseur de Reynolds produite par le gradient de la vitesse moyenne du liquide et le sillage des bulles.

## Nomenclature

---

$\overline{\overline{u'_{Li} u'_{Lj}}}$	Partie pseudo turbulente du tenseur de Reynolds produite par le déplacement des bulles.
$L_{k,i}$	Terme de transfert de quantité de mouvement à l'interface
$n_{k,i}$	La composante selon la direction $i$ du vecteur unitaire normal à l'interface
$\overline{\overline{c'_L u'_{Li}}}$	Flux turbulent de transport de la concentration

### Opérateurs de dérivé et de moyenne

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_{Lj} \frac{\partial}{\partial x_j} \quad \text{Dérivée particulière selon le liquide}$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_{Gj} \frac{\partial}{\partial x_j} \quad \text{Dérivée particulière selon le gaz}$$

$$\overline{\dots} \quad \text{Moyenne phasique}$$

### Nombres Adimensionnels

$Re$	Nombre de Reynolds du mouvement relatif
$Eö$	Nombre d'Eötvös
$Sc$	Nombre de Schmidt
$Sh$	Nombre de Sherwood
$Pe$	Nombre de Peclet
$We$	Nombre de Weber

### Nombres grecs

$\alpha$	Taux de vide, taux de présence de la phase gaz
$\alpha_k$	Fraction volumique de la phase $k$
$\varepsilon_0$	Taux de dissipation viscosité
$\chi_k$	La fonction caractéristique de présence des phases
$\mu_k$	Viscosité dynamique moléculaire de la phase $k$
$\nu$	Viscosité moléculaire du liquide
$\nu_t$	Viscosité turbulente
$\nu_{t0}$	Viscosité turbulente asymptotique (lorsque $k_s \rightarrow 0$ et $\tau_b \gg \tau_t$ )

## Nomenclature

---

$\rho_k$	Densité de la phase k
$\sigma$	Tension surfacique
$\sigma_{kij}$	Tenseur turbulent de la phase k
$\sigma_{Lij}^{(0)}$	Tenseur turbulent du liquide non perturbé
$\tau_b$	Temps caractéristique du mouvement relatif
$\tau_t$	Temps caractéristique de la turbulence
$\overline{\omega}_{Lij}$	Vorticité moyenne du liquide
$\delta^l$	La distribution de Dirac associée à l'ensemble des interfaces

# Chapitre 1 :

## Introduction générale

---

Les réacteurs gaz liquide à bulles sont utilisés dans plusieurs domaines industriels (génie chimique, génie des procédés, génie énergétique, génie de l'environnement, etc...). Ces réacteurs sont souvent conçus pour mettre en contact les phases et pour assurer des phénomènes de transfert ou des transformations chimiques. La transformation de différentes formes de l'énergie s'effectue, souvent avec des changements de phases (ébullition, condensation...). L'ensemble des questions en relation avec le caractère diphasique des systèmes gaz-liquide recouvre donc des enjeux majeurs au plan des applications. Il suscite au plan scientifique, une forte activité de recherche pour comprendre et modéliser ces écoulements complexes.

Dans le domaine du traitement des eaux urbaines ou industrielles, l'aération des effluents urbains dans les bassins de traitement biologique, la désinfection à l'ozone ou au chlore de l'eau potable ou de l'eau usée reposent sur une étape essentielle de dissolution d'un gaz sous forme de bulles dans l'eau. La flottation en colonne à bulles est par ailleurs devenue un procédé de séparation solide-liquide très utilisé dans plusieurs procédés de traitement. D'une façon générale, les phénomènes de transfert (de matière) et de transformation (agrégation, coalescence, rupture) qu'on veut maîtriser dans les réacteurs polyphasiques de traitement d'eau sont en relation directe avec la mise en contact des phases (bulles, floes). Dans ces systèmes diphasiques dispersés, l'évolution des surfaces d'échange (aires interfaciales) et des structures des agrégats (qui contrôlent la diffusion de l'oxygène et des nutriments dans les floes) détermine au plan global l'efficacité des réacteurs.

Comme en génie chimique et en génie des procédés, les méthodes de calcul des systèmes multiphasiques utilisés dans les procédés de traitement d'eau se basent le plus souvent sur des approches globales. Ces approches reposent sur des bilans de matières dont les fermetures s'appuient sur des lois semi-empiriques obtenues à partir d'expériences réalisées en laboratoire ou opérées sur des pilotes industriels ou semi-industriels.

La modélisation et la simulation des systèmes gaz-liquide industriels s'appuyait, donc, jusqu'à il y a une dizaine d'années, presque exclusivement sur cette approche globale qui simplifiait d'une manière drastique les équations qui décrivent le mouvement des fluides. Ces équations sont des bilans entrée-sortie ou des équations différentielles ordinaires qui traduisent les bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. La théorie de la dispersion axiale et le concept de la distribution des temps de séjour (DTS) ont, ainsi, été utilisés dès les années cinquante pour rendre compte dans les modèles des caractéristiques de l'écoulement dans les réacteurs. Les modèles de flux interfaciaux de masse en milieu gaz-liquide se sont appuyés sur des corrélations expérimentales appliquées à des écoulements plus ou moins compliqués. Elles ont donné lieu à une panoplie de modèles qui relient, le plus souvent de manière empirique, le taux de transfert de masse aux propriétés physiques du liquide et du gaz dissous et aux caractéristiques macroscopiques de l'écoulement.

Cependant et malgré leur apport incontestable dans le développement des procédés et dans la maîtrise des techniques, les modèles hydrodynamiques globaux associés aux modèles cinétiques de transfert restent insuffisants pour représenter la physique complexe qui gouverne les transferts dans les écoulements multiphasiques.

Le progrès important réalisé au cours des dernières décennies dans le domaine de la Mécanique des Fluides Numérique permet aujourd'hui une approche plus phénoménologique des problèmes de transferts dans les systèmes de fluides multiphasiques dispersés. Des progrès importants ont d'abord été réalisés dans la modélisation des écoulements turbulents monophasiques. Et les modèles industriels disponibles aujourd'hui permettent de traiter des classes de problèmes d'écoulements turbulents variées (complexité géométrique, en présence d'écoulements secondaires, d'interaction onde-courant, etc...). Cependant, les modèles adoptés dans les codes commerciaux pour décrire les transferts interfaciaux en écoulement diphasique dispersé sont encore assez peu élaborés. Certains traitent le milieu diphasique comme un mélange homogène. Ces codes numériques peuvent être assez performants pour décrire les écoulements turbulents diphasiques à condition qu'ils puissent être considérés comme des milieux homogènes ou « quasi-homogènes ». Cette démarche semble réaliste à condition que les interactions hydrodynamiques entre les phases restent faibles ainsi que le mouvement relatif. C'est éventuellement le cas des écoulements diphasiques dispersés très dilués où les particules sont de faible taille par rapport aux échelles de Kolmogorov. Appliqués aux écoulements diphasiques dispersés, les modèles homogènes deviennent insuffisants dès qu'on s'écarte de ces hypothèses (c'est le cas des écoulements à bulles à grand nombre de Reynolds par exemple). Dans ce cas, des difficultés propres aux systèmes multiphasiques apparaissent. Elles consistent en un couplage fort entre les deux phases qui résulte des interactions interfaciales. Il est donc nécessaire de développer des modélisations capables de reproduire ces interactions et leurs effets sur les champs

moyens et turbulents et sur le taux de présence des phases; donc sur les mécanismes de transfert et de transformation.

La mécanique des fluides numérique (CFD) est de plus en plus utilisée pour répondre à ces questions. Appliquée aux réacteurs de traitement de l'eau, elle permet d'obtenir des informations sur l'hydrodynamique locale (caractérisation des vitesses des différentes phases mises en jeu, du taux de présence, des champs de turbulence) qui joue un rôle essentiel dans le mélange, le transport et les transferts. L'utilisation de la modélisation des procédés a suivi l'essor des ordinateurs et l'augmentation de leur puissance.

Cependant ces perspectives de développement nécessitent une meilleure compréhension des échanges aux interfaces pour décrire les mécanismes de transferts et mieux représenter ensuite les échanges globaux. D'une façon générale, la présence des interfaces en écoulement à bulles introduit de nouvelles échelles caractéristiques du mouvement des interfaces qui peuvent modifier profondément la structure du champ fluctuant. La modulation de la turbulence du liquide par les bulles se traduit aussi par la modification des propriétés du transport turbulent et du transfert de masse aux interfaces.

Ce travail s'inscrit dans la poursuite d'une collaboration engagée il y a quelques années, entre l'Ecole Nationale des Ingénieurs de Tunis et l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Il s'inscrit dans le cadre d'un programme Franco-Tunisien de coopération CMCU. Dans le cadre de cette collaboration nos équipes travaillent au développement d'un modèle Eulérien à deux fluides pour la simulation des écoulements à bulles à grands nombres de Reynolds particuliers. Depuis quelques années, des modèles de fermeture, qui prennent en compte le couplage inverse, ont ainsi été proposés pour l'hydrodynamique. Ces modèles permettent de reproduire les comportements hydrodynamiques d'écoulements turbulents de complexités variées (avec des effets de parois, de taux de vide important pour se rapprocher des situations fréquemment utilisées dans le domaine des applications ...). Pour progresser dans la modélisation des écoulements diphasiques, il nous est apparu nécessaire de développer également des modèles pour le *transfert interfacial de masse* et pour le *mélange d'un constituant dissous* en phase liquide. Ce projet de thèse, qui a été soutenu par une bourse de docteur ingénieur du CNRS pour les pays en développement, est donc construit pour tenter de démontrer « Les apports de la simulation numérique dans l'optimisation des réacteurs de traitement de l'eau en écoulements à bulles ».

Nous avons choisi de travailler sur une configuration d'écoulement de zone de mélange turbulente à bulles (eau-oxygène), dans des conditions variées de taux de vide (modéré 2% à fort 11%). Cet écoulement a pu être exploré par voie expérimentale sur l'installation de zone de mélange à bulles de l'IMFT. Il présente également l'avantage d'avoir un comportement hydrodynamique fortement soumis au couplage inverse comme on le verra plus loin. En ce sens il est relativement représentatif d'écoulements en situation industrielle. Cependant il présente un développement graduellement varié par rapport aux



conditions d'entrée, ce qui le situe à un niveau de complexité hydrodynamique inférieur par rapport au comportement très complexe des colonnes à bulles.

A notre connaissance, il n'y a pas de données expérimentales locales accessibles dans la littérature qui décrivent simultanément, et de manière détaillée, le développement des champs hydrodynamiques et de concentration d'un scalaire dissous dans un écoulement turbulent à bulles. La première étape de ce travail de recherche a donc consisté à réaliser de nouvelles investigations expérimentales pour décrire le transfert de masse et le mélange en relation avec la structure des champs de vitesses moyennes, fluctuantes et des champs de présence des phases.

La seconde étape de ce travail a consisté à implanter dans une version du code Melodif le transport d'un scalaire qui se dissout en phase liquide. Ce code a été initialement développé par O. Simonin, et un modèle à deux fluides pour les écoulements à bulles est testé sur la base de Melodif à l'ENIT. Les simulations numériques des écoulements explorés par voie expérimentale ont été menées. Nous discuterons ces résultats ainsi que leur niveau d'adéquation aux résultats expérimentaux. Nous pourrions ainsi juger du caractère prédictif du modèle, qui nécessite cependant d'adapter les lois de fermeture, notamment dans des situations de taux de vide élevé.

Le mémoire est organisé comme suit.

Au chapitre 2, une analyse bibliographique est présentée. Elle introduit tout d'abord la formulation générale des modèles Eulériens à deux fluides. Suit une discussion des lois de fermeture des transferts interfaciaux de quantité de mouvement et de matière. Une revue bibliographique des modèles de turbulence pour les écoulements diphasiques à bulles est ensuite proposée. Cette revue met l'accent sur le modèle de turbulence en phase liquide qui a été développé à l'ENIT et que nous utilisons dans nos simulations. Enfin, nous commentons les rares travaux de la littérature sur le mélange d'un constituant dans un écoulement à bulles.

Au chapitre 3, nous décrivons tout d'abord les moyens expérimentaux que nous avons utilisés. Nous rapportons ensuite les résultats expérimentaux obtenus durant ce travail, et nous les discutons au vu de travaux antérieurs. Ces discussions font apparaître les difficultés que devront prendre en compte les modélisations.

Enfin, au chapitre 4, nous présentons et discutons les simulations numériques de deux cas d'écoulements contrastés. Ce chapitre permettra de préciser les avancées menées dans ce travail, ainsi que les perspectives ouvertes.

## Chapitre 2 :

# Modélisation à deux fluides de l'hydrodynamique et du transfert de masse dans les écoulements à bulles

---

## 2.1 Introduction

Le développement de codes de calcul généraux pour les écoulements turbulents, reposant sur une approche locale, a tout de suite suscité un intérêt majeur auprès des chercheurs dans les diverses disciplines concernées par les phénomènes de transfert dans ces systèmes complexes. Ces codes, destinés à décrire de manière prédictive les écoulements turbulents, permettent dans le même temps d'accéder à des informations locales essentielles pour les phénomènes de transport et de transfert turbulents (champs de vitesse moyenne, de turbulence, de concentration etc.). Les codes de CFD ont ainsi été utilisés par les chercheurs pour étudier différentes configurations d'écoulements gaz-liquide. Il n'en reste pas moins que la modélisation locale des écoulements multiphasiques pour l'étude des réacteurs gaz-liquide, constitue aujourd'hui une voie de progrès possible aussi bien dans la compréhension des mécanismes fondamentaux que dans la construction de modèles opérationnels plus généraux. Quelques travaux reposant sur la modélisation diphasique locale de réacteurs ont ainsi pu montrer que les approches locales peuvent alimenter les modèles monodimensionnels utiles aux industriels (Cockx *et al.*, 1997 et 1999 ; Buscaglia *et al.*, 2002).

Si l'utilité de ces codes est maintenant reconnue pour la prédétermination des écoulements turbulents en présence de mélanges plus ou moins homogènes, au stade actuel de leur développement, leur capacité à décrire l'ensemble des écoulements diphasiques reste bien moins évidente. Des difficultés persistent en particulier dans les systèmes gaz-liquide industriels qui mettent en jeu des écoulements turbulents à forts taux de vide, en présence de bulles présentant des mouvements relatifs à grands nombres de Reynolds, dans des configurations très fortement agitées (réacteurs agités), ou dans les écoulements complètement gouvernés par la gravité (colonne à bulles ou air lift) dans

lesquels la structure même de l'écoulement dépend de la distribution des phases. Ces difficultés concernent la modélisation de la turbulence et de son effet sur la distribution des phases (Joshi, 2001 ; Sokolochin *et al.*, 2004). Une grande partie du problème réside dans la formulation encore incomplète des fermetures employées pour décrire les transferts interfaciaux.

Les travaux réalisés dans le domaine des écoulements à bulles à grand nombre de Reynolds du mouvement relatif ont montré que le caractère diphasique de l'écoulement, particulièrement difficile à prendre en compte, est essentiellement du à la modification de la structure de la turbulence du liquide par les interfaces. Les résultats expérimentaux disponibles en présence de couplage inverse fort montrent le grand effet des interactions interfaciales sur la modification de la structure de la turbulence de la phase liquide: la présence des bulles modifie les différents mécanismes de la turbulence (diffusion, production, dissipation et redistribution) (Lance *et al.*, 1991 ; Roig *et al.*, 1998 ; Serizawa *et al.*, 1992 ; Liu & Bankoff, 1990 ; etc.). Il apparaît que ces effets ne peuvent être représentés dans des modèles au point qu'à l'aide de fermetures au second ordre de la turbulence pour prendre en compte, par des échelles appropriées, les effets interfaciaux sur les différents mécanismes et en particulier sur la redistribution de la turbulence (Lance *et al.*, 1991 ; Troshko & Hassan, 2001 ; Chahed *et al.*, 2003).

D'autre part, les expériences menées dans différentes configurations d'écoulements à bulles (élargissement brusque (Bel F'dhila, 1991), micro-gravité (Kamp, 1996), sillage (Roig, 1993), etc.) indiquent clairement le rôle essentiel de la turbulence de la phase liquide dans la répartition de la phase dispersée. L'effet de la turbulence sur la distribution des phases en écoulement à bulles est double. Il y a d'une part, les gradients de pression qui s'imprègnent de la turbulence de la phase liquide ; il y a d'autre part la contribution turbulente de l'échange interfacial qui fait intervenir les tenseurs de corrélations turbulentes dans le liquide et dans le gaz (Bel F'dhila & Simonin, 1992 ; Chahed *et al.*, 2003). Le problème majeur de fermeture de la turbulence en écoulement à bulles porte donc sur la modélisation des tenseurs des contraintes turbulentes dans le liquide et dans le gaz.

Une autre difficulté est liée à la méconnaissance des milieux denses qui intéressent l'industrie. Dans les écoulements diphasiques à forts taux de présence du gaz, les interactions hydrodynamiques sont fortes et elles ont des effets importants sur la structure de l'écoulement. Ces forts couplages entre la phase continue et la phase dispersée n'autorisent pas les simplifications généralement adoptées dans les modèles eulériens à deux fluides valables la plupart du temps pour des écoulementsensemencés en bulles sphériques de faible taille et à faible taux de vide. Des travaux expérimentaux et des développements sont ainsi nécessaires pour modéliser l'effet des interactions hydrodynamiques sur le transfert interfacial, sur la turbulence et sur la distribution des phases.

Deux autres aspects non moins importants doivent nous interpeller dans cette démarche qui vise l'élargissement des champs d'application des modèles multiphasiques. Il s'agit d'une part d'analyser et de développer la modélisation du transfert interfacial de masse (ou encore de la réactivité chimique qui n'a pas été abordée dans ce travail) en relation avec la modulation de la turbulence. Il s'agit d'autre part, toujours en relation avec la modulation de la turbulence, de se doter de modèles pour le transport turbulent des scalaires passifs (concentrations, température, etc...).

Les forces s'exerçant sur une inclusion isolée ont été largement étudiées pour une gamme étendue de paramètres physiques, mais la structure du champ de concentration au voisinage de l'interface, qui dépend des conditions locales hydrodynamiques et physico-chimiques, est par contre mal connue. Les modèles de transfert interfacial de masse manquent donc de généralité. En génie des procédés, le champ de concentration au voisinage de l'interface est ainsi souvent représenté comme une couche limite d'épaisseur constante (théorie du film) qui ne prend en compte ni les effets du sillage ni ceux des molécules tensio-actives. Ces effets peuvent pourtant être importants. Le travail de Khinast *et al.* (2003) a montré que le sillage d'une inclusion isolée influence le transfert de masse à travers l'interface de manière différente selon la cinétique chimique à l'œuvre en phase liquide. Les effets des interactions entre bulles sur ce transfert sont également peu étudiées, en dehors de leur prise en compte à partir de corrélations expérimentales.

Au sein du liquide, le mélange d'un constituant est, quant à lui, le résultat de l'action des fluctuations de vitesse et de la diffusion moléculaire. En écoulement monophasique, l'action de ces deux processus, modifie profondément les propriétés statistiques de la concentration par rapport à celles du champ de vitesse qui la convecte. Le mélange aux plus petites échelles est alors très sensible aux différences de diffusivités moléculaires de la concentration et de la quantité de mouvement. En écoulement diphasique, on comprend donc qu'il sera crucial de modéliser au mieux la structure de la turbulence, modifiée par la présence d'interfaces, pour appréhender le mélange.

Dans la suite de ce chapitre nous présentons une revue bibliographique qui permet de présenter le modèle eulérien à deux fluides sur lequel nous avons travaillé, les modèles de transferts aux interfaces et les modèles de turbulence.

## 2.2 Equations de base et fermetures des modèles eulériens à deux fluides

### 2.2.1 Equations primaires

On se restreint, dans cette analyse, à l'étude de deux phases fluides constituées de fluides newtoniens, en écoulement incompressible et adiabatique. En écoulement monophasique,

les équations locales instantanées de conservation de masse, de bilan de quantité de mouvement et de transport d'un scalaire passif s'écrivent de façon générale :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + \rho g_i \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (c) + \frac{\partial}{\partial x_j} (c u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (D \frac{\partial c}{\partial x_j}) + S_c \quad (2.3)$$

où  $u_i$  est la vitesse dans la direction  $i$ ,  $c$  la concentration,  $g_i$  est la composante selon  $i$  de l'accélération de la pesanteur. Le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  est donné par  $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$ , avec  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses exprimé par  $\tau_{ij} = \rho\nu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \rho\nu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij}$ , où  $\nu$ ,  $\rho$ ,  $D$  et  $S_c$  représentent respectivement la viscosité cinématique du fluide, sa masse volumique, la diffusivité moléculaire du scalaire et le terme source lié à la production ou la destruction du scalaire  $c$  par réaction chimique ou activité biologique.

Dans un milieu diphasique, les grandeurs physiques subissent des sauts aux interfaces. La formulation des équations de la mécanique des milieux continus applicable à ces écoulements pose donc le problème de la prise en compte des multiples conditions aux limites associées à la discontinuité des grandeurs sur toutes les interfaces en mouvement. Le formalisme des distributions des interfaces permet de généraliser la notion de fonction différentiable à partir des fonctions continûment différentiables presque partout et donc uniquement discontinues sur l'ensemble des interfaces (Rietema *et al.*, 1983).

La méthode d'écriture des équations locales diphasiques consiste à reprendre celles des milieux monophasiques pondérées par une fonction de présence de phase  $\chi_k$ , (Ishii, 1975 ; Drew, 1983), définie par :

$$\chi_k = \begin{cases} 1 & \text{si la phase } k \text{ est présente} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad k = 1, 2 \quad (2.4)$$

La fonction échelon  $\chi_k$  vérifie les règles de dérivations suivantes (Ishii, 1975) :

$$\frac{\partial \chi_k}{\partial x_i} = -n_{k,i} \delta^i \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \chi_k}{\partial t} = -u_i^i \frac{\partial \chi_k}{\partial x_i} = u_i^i n_{k,i} \delta^i \quad (2.6)$$

où  $n_{k,i}$  est la composante selon la direction  $i$  du vecteur unitaire normal à l'interface et orienté vers l'extérieur de la phase  $k$ ,  $\delta^I$  est la distribution de Dirac associée à l'ensemble des interfaces,  $u_i^I$  est la composante  $i$  de la vitesse de déplacement de l'interface.

Les équations locales instantanées de conservation et de bilan s'obtiennent, au sens des distributions, en multipliant les équations (2.1), (2.2) et (2.3) par la fonction caractéristique de présence des phases  $\chi_k$ . En utilisant les propriétés de dérivation (2.5) et (2.6), ces équations s'écrivent pour chaque phase indicée  $k$  :

### Conservation de la masse

$$\frac{\partial(\rho_k \chi_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_k \rho_k u_{k,i})}{\partial x_i} = \rho_k (u_i^I - u_{k,i}) n_{k,i} \delta^I \quad (2.7)$$

Le second membre de cette équation noté  $m_k$  représente le terme de transfert de masse, ou de flux de masse à travers l'interface :

$$m_k = \rho_k (u_i^I - u_{k,i}) n_{k,i} \delta^I \quad (2.8)$$

### Equation de bilan de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\chi_k \rho_k u_{k,i})}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_k \rho_k u_{k,i} u_{k,j})}{\partial x_j} = \frac{\partial(\chi_k \sigma_{k,ij})}{\partial x_j} + \chi_k \rho_k g_i + [\sigma_{k,ij} + \rho_k u_{k,i} (u_j^I - u_{k,j})] n_{k,j} \delta^I \quad (2.9)$$

Un terme de transfert de quantité de mouvement à l'interface entre les deux phases, noté  $L_{k,i}$ , apparaît dans cette équation. Il s'écrit :

$$L_{k,i} = [\sigma_{k,ij} + \rho_k u_{k,i} (u_j^I - u_{k,j})] n_{k,i} \delta^I \quad (2.10)$$

Il représente deux effets, le premier est lié aux forces s'exerçant à l'interface, le second est le transfert de quantité de mouvement associé au transfert de masse.

### Equation de transport de la concentration

$$\frac{\partial(\chi_k c_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_k c_k u_{k,i})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\chi_k D_k \frac{\partial c_k}{\partial x_i}) + \chi_k S_{ck} + c_k (u_i^I - u_{k,i}) n_{k,i} \delta^I + D_k \frac{\partial c_k}{\partial x_i} n_{k,i} \delta^I \quad (2.11)$$

De même, cette équation fait intervenir un terme de transfert de masse à l'interface :

$$c_k (u_i^I - u_{k,i}) n_{k,i} \delta^I + D_k \frac{\partial c_k}{\partial x_i} n_{k,i} \delta^I = c_k \frac{m_k}{\rho_k} + K_k \quad (2.12)$$

où le premier terme traduit le transfert de l'espèce présent dans des situations avec changement de phase, et où le second terme traduit le transfert interfacial de l'espèce lié aux gradients de concentration aux interfaces.

Comme pour les écoulements turbulents monophasiques, on a recours à des prises de moyenne des équations. Dans la partie suivante, on va décrire les opérateurs de moyenne

qui permettent d'aboutir à des équations moyennées utiles pour la prédiction des écoulements diphasiques.

## 2.2.2 Equations moyennées

### 2.2.2.1 Opération de moyenne- Moyenne de phase

Le caractère aléatoire de la turbulence en écoulement diphasique, comme en situation monophasique, rend difficile la résolution directe des équations locales instantanées. On est donc amené à effectuer des prises de moyenne des équations instantanées de manière à trouver une solution pour l'écoulement moyen. Les outils statistiques sont alors mis en œuvre pour définir des champs moyens de vitesse, de pression, etc.... Cette approche est à la base de nombreux modèles de turbulence qui, couplés à des observations expérimentales, donnent de bonnes estimations des grandeurs moyennes des écoulements turbulents. La même démarche est mise en œuvre pour l'étude des écoulements diphasiques. On cherche dans ce cas à décrire les champs moyens des différentes grandeurs dans chacune des deux phases ainsi que les champs de taux de présence des phases.

L'opérateur de moyenne temporelle noté  $\langle . \rangle$  peut être défini de manière formelle par :

$$\langle \phi \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{T} \int_T \phi(t) dt \right] \quad (2.13)$$

La moyenne temporelle est équivalente à la moyenne statistique (ou moyenne d'ensemble) pour les processus ergodiques. Si on considère N réalisations  $\phi_n$  de  $\phi$ , on définit la moyenne statistique, notée  $\langle . \rangle$ , en un point (M,t) par :

$$\langle \phi \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi_n \right] \quad (2.14)$$

Les opérateurs de moyenne vérifient les conditions de Reynolds suivantes :

**Linéarité :**

$$\langle \lambda \phi + \varphi \rangle = \lambda \langle \phi \rangle + \langle \varphi \rangle \quad (2.15)$$

où  $\phi$  et  $\varphi$  sont des variables quelconques et  $\lambda$  est une constante.

**Idempotence :**

$$\langle \langle \phi \rangle \varphi \rangle = \langle \phi \rangle \langle \varphi \rangle \quad (2.16)$$

**Commutativité vis-à-vis des opérateurs de dérivation :**

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} \phi \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle \phi \rangle \quad \text{et} \quad \langle \nabla \phi \rangle = \nabla \langle \phi \rangle \quad (2.17)$$

Toute grandeur instantanée  $\phi$  peut alors être décomposée en une grandeur moyenne et une grandeur fluctuante :  $\phi = \langle \phi \rangle + \phi'$  avec  $\langle \phi' \rangle = 0$ . En adoptant, pour les écoulements diphasiques, la démarche introduite par Ishii (1975), on définit la notion de moyenne de phase (ou moyenne phasique) de la grandeur  $\phi_k$  dans la phase k, notée ( $\overline{\phi_k}$ ), par :

$$\alpha_k \overline{\phi_k} = \langle \phi_k \chi_k \rangle \quad (2.18)$$

Le taux de présence de la phase k est défini comme la moyenne de la fonction de présence de la phase  $\chi_k$  :

$$\alpha_k = \langle \chi_k \rangle \quad (2.19)$$

Le champ fluctuant  $\phi'_k$  de  $\phi_k$  (en présence de la phase k) s'écrit sous la forme suivante :

$$\chi_k \phi_k = \alpha_k \overline{\phi_k} + \chi_k \phi'_k \quad (2.20)$$

On a par conséquent :  $\langle \chi_k \phi'_k \rangle = 0$

### 2.2.2.2 Équations moyennées du modèle à deux fluides

Les équations déduites des lois générales (2.7), (2.9) et (2.11) sont moyennées dans chacune des phases selon le formalisme présenté ci dessus. Et on leur adjoint l'équation géométrique immédiate en supposant que les épaisseurs des interfaces sont nulles:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (2.21)$$

Les bilans moyens de masse, de quantité de mouvement et de transport de la concentration, pour chaque phase k, s'écrivent :

**Bilan de la masse :**

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \overline{U_{k,i}})}{\partial x_i} = \langle m_k \rangle \quad (2.22)$$

où  $m_k$  est défini en (2.8).

**Bilan de la quantité de mouvement :**

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \overline{U_{k,i}})}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \overline{U_{k,i} U_{k,j}})}{\partial x_j} = & - \frac{\partial(\alpha_k \overline{P_k})}{\partial x_i} + \frac{\partial \alpha_k (\overline{\tau_{k,ij}} + \overline{\tau_{k,ij}^t})}{\partial x_j} \\ & + \alpha_k \rho_k g_i + \langle L_{k,i} \rangle \end{aligned} \quad (2.23)$$

$\overline{\tau_{k,ij}}$  et  $\overline{\tau_{k,ij}^t}$  sont respectivement les tenseurs des contraintes visqueuses et turbulentes. Le tenseur des contraintes turbulentes de la phase k s'exprimant sous la forme :

$$\overline{\tau_{k,ij}^t} = -\rho_k \overline{u_{ki} u_{kj}} \quad (2.24)$$



$\langle L_{k,i} \rangle$  est la densité volumique du transfert interfacial de quantité de mouvement vers la phase k, qui contient une contribution liée au transfert de masse à l'interface et une autre liée aux contraintes exercées à l'interface. Ce terme s'écrit:

$$\langle L_{k,i} \rangle = \langle u_{k,i} m_k + (-p_k \delta_{ij} + \tau_{k,ij}) n_{k,j} \delta^I \rangle \quad (2.25)$$

Le bilan de quantité de mouvement peut également se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \alpha_k \rho_k \frac{\partial \overline{U_{k,i}}}{\partial t} + \alpha_k \rho_k \overline{U_{k,j}} \frac{\partial \overline{U_{k,i}}}{\partial x_j} = & -\alpha_k \frac{\partial \overline{P_k}}{\partial x_i} + \frac{\partial \alpha_k \overline{\tau_{k,ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial (\alpha_k \rho_k \overline{u'_{k,i} u'_{k,j}})}{\partial x_j} + \alpha_k \rho_k g_i \\ & + \langle M_{k,i} \rangle + (\overline{P_k^I} - \overline{P_k}) \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2.26)$$

avec :  $\overline{P_k^I} = \frac{\langle \overline{P_k} \delta^I \rangle}{\alpha_k}$  la pression moyenne sur toutes les interfaces et  $\alpha_k$  l'aire interfaciale.

$$\begin{aligned} \langle M_{k,i} \rangle = & \langle u_{k,i} m_k - \left[ (p_k - \overline{P_k^I}) \delta_{ij} - \tau_{k,ij} \right] n_{k,j} \delta^I \rangle - \overline{U_{k,i}} \langle m_k \rangle \\ = & \langle L_{k,i} \rangle - \overline{U_{k,i}} \langle m_k \rangle - \overline{P_k^I} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2.27)$$

### Bilan de la concentration moyenne:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \overline{C_k}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k \overline{C_k U_{k,i}}) = & \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k D_k \frac{\partial \overline{C_k}}{\partial x_i}) + \alpha_k \overline{S_{ck}} + \langle c_k \frac{m_k}{\rho_k} \rangle \\ & - \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k \overline{c_k u'_{k,i}}) + \langle K_k \rangle \end{aligned} \quad (2.28)$$

$\overline{c_k u'_{k,i}}$  est le flux turbulent de la concentration et  $\langle K_k \rangle$  est le transfert interfacial associé à la diffusion normale de la concentration à travers l'interface. Il s'écrit :

$$\langle K_k \rangle = D_k \frac{\partial \overline{c_k}}{\partial x_i} n_{k,i} \delta^I \quad (2.29)$$

Les interfaces sont supposées sans masse et d'épaisseurs nulles dans lesquelles il n'y a pas d'accumulation de matière. La conservation de la masse aux interfaces s'écrit alors :

$$\sum_{k=1}^2 \langle m_k \rangle = 0 \quad (2.30)$$

Nous supposons même que le transfert interfacial d'un constituant s'effectue à un taux suffisamment faible pour ne pas contribuer de manière significative au transfert  $m_k$  pour

le calcul de l'hydrodynamique des deux phases. Nous prendrons donc  $\langle m_k \rangle = 0$ ,  $\langle u_{k,i} m_k \rangle = 0$  et  $\langle c_k \frac{m_k}{\rho_k} \rangle = 0$ .

D'autre part, les interfaces peuvent être soumises à la tension superficielle. Le bilan de quantité de mouvement sur ces interfaces s'écrit de façon générale :

$$\sum_{k=1}^2 \langle L_{k,i} \rangle = \langle (2H\sigma n_i + \frac{\partial \sigma}{\partial x_i}) \delta^i \rangle \quad (2.31)$$

Le second membre de l'équation (2.31) représente la moyenne de la contribution des interfaces à la force totale qui s'exerce sur le mélange diphasique. Le premier terme représente la contribution de la quantité de mouvement normale aux interfaces, il est relié à la courbure  $H$  et à la tension superficielle  $\sigma$ . Quant au deuxième terme, il représente le saut de la contrainte tangentielle à l'interface. On supposera que ces contraintes tangentielles sont continues le long de l'interface, on négligera donc les effets de type Marangoni (effets de gradient des tensions superficielles le long de l'interface due à un gradient de température ou à un gradient de concentration d'un agent tensio-actif). De même on négligera les effets de tension superficielle liés aux contributions normales aux interfaces dans le bilan moyen (2.31).

### 2.2.3 Problème de fermeture

Le problème de fermeture du système d'équations du modèle à deux fluides nécessite que l'on ait autant d'équations que d'inconnues. Dans le cas où le transfert de masse interfacial est nul et où il n'y a pas de réaction chimique, ni de variation de la concentration en phase gazeuse, les équations de conservation de la masse et de bilan de quantité de mouvement de deux phases et l'équation de transport de la concentration dans le liquide contiennent 49 inconnues scalaires qui sont respectivement :  $\alpha_k$ ,  $\rho_k$ ,  $\overline{U_{k,i}}$ ,  $\overline{P_k}$ ,  $\overline{\tau_{k,ij}}$ ,  $\overline{u_{k,i} u_{k,j}}$ ,  $\overline{C_L}$ ,  $\langle L_{k,i} \rangle$ ,  $\overline{P_k^I}$ ,  $\langle K_L \rangle$  et  $\overline{c_L' u_{L,i}'}$  ( $k=1,2$ ). On a 13 équations scalaires (la relation géométrique, les bilans de masse et de quantité de mouvement avec la relation de saut aux interfaces de la quantité de mouvement, et enfin l'équation de transport de la concentration dans le liquide). Il faut donc 36 relations scalaires supplémentaires pour fermer ce problème. En premier lieu, on peut expliciter les relations suivantes :

- La masse volumique de la phase  $k$ ,  $\rho_k$  est fixée à partir d'une équation d'état.
- Les contraintes visqueuses sont calculées à partir de lois constitutives pour les deux fluides supposées newtoniens, ( $\tau_{k,ij} = \rho_k \nu_k \left[ \frac{\partial u_{k,j}}{\partial x_i} + \frac{\partial u_{k,i}}{\partial x_j} \right]$ ).
- On peut d'ores et déjà poser que l'on a à développer, comme pour les écoulements monophasiques, des modèles pour les corrélations turbulentes qui apparaissent dans

les équations de bilan de quantité de mouvement et dans les équations de transport des scalaires passifs. On considère également que l'on a à proposer des fermetures supplémentaires pour les termes interfaciaux qui apparaissent dans ces équations ( $\langle L_{k,i} \rangle$  et  $\langle K_L \rangle$ ).

Dans ces conditions, si on fait le bilan, on a besoin de 3 relations supplémentaires pour fermer les équations du modèle. Si on prend comme inconnues principales, les vitesses moyennes pour chaque phase, le taux de présence de l'une des phases et la concentration moyenne, il nous faut chercher à relier les pressions dans les deux phases.

La différence de pression ( $\overline{P_G} - \overline{P_G^I}$ ) est souvent négligée (Drew & Wood, 1985 ; Lopez de Bertodano *et al.*, 1990 ; Lahey & Lopez de Bertodano, 1991 ; Antal *et al.*, 1991). On prend donc usuellement une première loi de fermeture :

$$\overline{P_G} - \overline{P_G^I} = 0 \quad (2.32)$$

D'autres auteurs ont modélisé la différence entre la pression interfaciale coté liquide et la moyenne phasique de la pression dans le liquide (Lopez de Bertodano *et al.*, 1990 ; Lahey & Lopez de Bertodano, 1991 ; Antal *et al.*, 1991). Ils adoptent la solution en écoulement potentiel autour d'une sphère (Lamb, 1932 ; Stuhmiller, 1977), pour exprimer la relation ( $\overline{P_L^I} - \overline{P_L}$ ) qui s'écrit sous la forme:

$$\overline{P_L^I} - \overline{P_L} = -\frac{1}{4} \rho \left| \overline{U_{Gi}} - \overline{U_{Li}} \right|^2 \quad (2.33)$$

Selon cette relation, on voit que l'hypothèse de l'égalité de la pression moyenne phasique et de la pression moyenne sur les interfaces n'est justifiée que dans le cas de faibles glissements entre les deux phases. Il convient de noter ici que cette relation (2.33), déduite à partir de l'étude de l'écoulement autour d'une inclusion sphérique isolée, n'est pas forcément appropriée pour la description physique de la différence des pressions phasiques dans les écoulements à bulles. Par défaut on considèrera dans ce travail que  $\overline{P_L^I} - \overline{P_L} = 0$ .

Pour dernière loi de fermeture, certains auteurs supposent l'égalité des pressions moyennes dans les deux phases (Ishii, 1975 ; Drew & Lahey, 1982 ; Bel F'dhila & Simonin, 1992 ; Troshko & Hassan, 2001). Cela suppose que la pression exercée en un point par un écoulement dispersé ne dépend pas de la phase effectivement présente en ce point. Nous retenons cette hypothèse.

Dans ces conditions, les équations moyennes des bilans de masse et de quantité de mouvement dans les deux phases et l'équation de transport de la concentration dissoute dans la phase liquide s'écrivent finalement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_k \rho_k \overline{U_{k,i}}) = 0 \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \overline{U_{k,i}})}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \overline{U_{k,i} U_{k,j}})}{\partial x_j} = & -\frac{\partial(\alpha_k \overline{P_1})}{\partial x_i} + \frac{\partial \alpha_k \overline{\tau_{k,ij}}}{\partial x_j} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \overline{u'_{k,i} u'_{k,j}})}{\partial x_j} \\ & + \alpha_k \rho_k g_i + \langle L_{k,i} \rangle \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_L \overline{C_L}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_L \overline{C_L U_{Li}}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_L D_L \frac{\partial \overline{C_L}}{\partial x_i}) - \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_L \overline{c'_L u'_{Li}}) + \langle K_L \rangle \quad (2.36)$$

Finalement, le problème de fermeture concerne la modélisation :

- des tenseurs des contraintes turbulentes  $\overline{u'_{k,i} u'_{k,j}}$ .
- du flux turbulent de transport de la concentration  $\overline{c'_L u'_{Li}}$
- des termes d'échanges interfaciaux de quantité de mouvement  $\langle L_{k,i} \rangle$  et de transfert de la concentration  $\langle K_L \rangle$

La capacité des bilans moyens (2.34), (2.35) et (2.36) à décrire la complexité des écoulements diphasiques à bulles va dépendre entièrement de la validité physique des relations qu'on est amené à proposer pour la fermeture de ces termes inconnus.

La suite du chapitre est consacrée à la présentation et à l'analyse des différents modèles proposés. On décrit les modélisations des termes d'échanges interfaciaux de quantité de mouvement et de transfert de concentration. On présente ensuite une étude des modèles de turbulence développés pour les écoulements à bulles et leurs implications sur le transport turbulent de scalaire.

## 2.3 Transfert interfacial de quantité de mouvement

Nous désignons dans la suite, la phase gazeuse dispersée correspondant aux bulles par l'indice  $G$  et la phase liquide par l'indice  $L$ .

### 2.3.1 Principes de base de la modélisation

Le terme interfacial de transfert de quantité de mouvement  $\langle L_{k,i} \rangle$  joue un rôle essentiel dans l'organisation des écoulements diphasiques puisque les forces interfaciales déterminent la distribution des phases.

La démarche généralement adoptée, pour modéliser l'échange interfacial de quantité de mouvement  $\langle L_{k,i} \rangle$  s'appuie sur la formulation de la force exercée par le liquide sur une bulle sphérique isolée. Cette démarche qui s'appuie sur une information de nature

lagrangienne et qui se justifie par la nature de la phase dispersée qui se présente sous forme d'inclusions discrètes, pose trois difficultés principales :

1- La première difficulté est relative à la formulation, dans le cas général, de la force exercée par le liquide sur une inclusion isolée. L'expression exacte de cette force n'est connue par voie analytique que dans des cas asymptotiques d'écoulements de référence (écoulement potentiel de fluide parfait (Auton *et al.*, 1988), écoulement rampant en régime de Stokes (Gatignol, 1983). Cependant les travaux récents s'appuyant sur la simulation numérique d'écoulements autour d'inclusions ont permis des avancées importantes qui permettent aujourd'hui des formulations appropriées de la force exercée par le liquide sur une bulle sphérique indéformable dans une large gamme de nombres de Reynolds (Rivero *et al.*, 1991 ; Magnaudet *et al.*, 1995 ; Magnaudet & Eames, 2000). Il n'en reste pas moins que l'écriture d'une expression générale de cette force qui tient compte de la déformabilité de la bulle, de la contamination de l'interface, de la turbulence dans le liquide reste encore une question ouverte même si on trouve dans la littérature des propositions de formulations basées sur l'expérience ou sur la simulation numérique (Tomiyama *et al.*, 1993 ; Cuenot *et al.*, 1997 ; Legendre *et al.*, 1998 ; Ellingsen & Risso, 2001 ; Tomiyama *et al.*, 2002 ; Merle, 2004 ; etc...).

2- La seconde difficulté réside dans l'extrapolation de l'expression de la force qui s'exerce sur une bulle isolée à celle s'exerçant sur une bulle au sein d'une population de bulles. Dans le cas général, ces écoulements sont le siège d'interactions hydrodynamiques qui peuvent être importantes notamment dans les écoulements à forts taux de vide. Ces interactions sont dues aux modifications subies par l'écoulement à cause de la présence de la phase dispersée.

3- Enfin l'interprétation de l'expression de la force de nature lagrangienne sous la forme d'une information locale à intégrer dans la formulation eulérienne des bilans de quantité de mouvement soulève des problèmes théoriques qui n'ont été abordés que dans le cadre d'hypothèses restrictives d'homogénéité et de stationnarité du champ turbulent de la phase continue (Batchelor, 1972 ; Lance, 1986 ; Simonin & Viollet, 1989).

En tenant compte des résultats des travaux de la littérature, on peut considérer que l'expression de la force instantanée exercée par le liquide sur une bulle isolée plongée dans un écoulement non uniforme pour de grands nombres de Reynolds du mouvement relatif est la suivante (Magnaudet *et al.*, 1995 ; Legendre, 1996):

$$\begin{aligned}
 F_i = & \rho_L V_b \left( \frac{Du_{Li}}{Dt} - g_i \right) + \rho_G V_b g_i - \rho_L V_b A_D (u_{Gi} - u_{Li}) \\
 & + \rho_L V_b \left[ C_M \left( \frac{Du_{Li}}{Dt} - \frac{du_{Gi}}{dt} \right) - C_L (u_{Gi} - u_{Li}) \wedge (\nabla \wedge u_{Li}) \right] \\
 & - 8\pi\mu R_b \int_0^t \exp\left(-\frac{9\nu(t-\tau)}{R_b^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{9\nu(t-\tau)}{R_b^2}}\right) \left( \frac{du_{Gi}(\tau) - du_{Li}(\tau)}{D\tau} \right) d\tau
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\text{où } A_D = \frac{3C_D |u_{Gi} - u_{Li}|}{4R_b} \quad (2.38)$$

Les deux premier termes du second membre représentent respectivement l'action du champ non perturbé (de densité de force  $f_i^0$ ) et les effets de la gravité (poids de la bulle). L'action du champ non perturbé (Poussée d'Archimède et force de Tchen) représente la force qu'exerce le liquide sur le volume occupé par la bulle en l'absence de celle-ci (Gatignol, 1983). Les autres termes représentent l'action du champ perturbé (de densité de force  $f_i^1$ ) par la présence de la bulle qui comprend la force de traînée (Coefficient  $A_D$ ), la force de masse ajoutée (coefficient  $C_M$ ), la force de portance (coefficient  $C_L$ ) et la force de Basset ou d'histoire (dernier terme de l'équation (2.37)).

Rivero *et al.* (1991) ont mis en œuvre des simulations numériques d'écoulements axisymétriques accélérés autour d'une inclusion fixe (sphère solide et bulle sphérique) pour des nombres de Reynolds allant de 0,1 à 300 : ils confirment la valeur constante (de 0.5) du coefficient de masse ajoutée pour des mouvements relatifs à grand nombre de Reynolds et montrent qu'en écoulement gaz-liquide le terme de Basset est négligeable.

En règle générale, la plupart des modèles diphasiques utilisent des écritures plus ou moins rigoureuses de l'échange interfacial sous forme d'une densité locale de force. Celle-ci est obtenue à partir d'une moyenne locale conditionnelle (en présence de la bulle) de la force associée au champ perturbé. Cette force représente la contribution du mouvement relatif du liquide perturbé par le passage de la bulle à la force totale exercée par le liquide sur la bulle. Les transferts moyens de quantité de mouvement sont alors calculés en appliquant l'opérateur de moyenne pondéré par les fonctions caractéristiques de la phase dispersée à l'expression de la force instantanée. En négligeant la force de Basset, l'expression de la densité moyenne de la force due à l'action du champ perturbé s'écrit :

$$\begin{aligned} L_{G,i} = -L_{L,i} = & -\chi_G f_i^1 = -\chi_G \frac{3}{4} \rho_L \frac{C_D}{d_B} |u_{Gi} - u_{Li}| (u_{Gi} - u_{Li}) \\ & - \chi_G \rho_L C_M \left( \frac{d}{dt} u_{Gi} - \frac{D}{Dt} u_{Li} \right) \\ & - \chi_G 2\rho_L C_L \omega_{Lij} \times (u_{Gi} - u_{Li}) \end{aligned} \quad (2.39)$$

avec les dérivées particulières  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_{Lj} \frac{\partial}{\partial x_j}$  et  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_{Gj} \frac{\partial}{\partial x_j}$ . Dans cette expression, les champs de vitesse  $u_{Li}$  et de vorticité  $\omega_{Lij}$  correspondent à l'écoulement non perturbé,  $d_B$  est le diamètre des bulles et  $(C_D ; C_M ; C_L)$  sont respectivement les coefficients de traînée, de masse ajoutée et de portance.

L'opération de moyenne appliquée à la densité de force instantanée exercée localement par le liquide sur les bulles produit des termes moyens. Mais elle produit également des termes fluctuants. Cette densité locale apparaît avec une pondération par le taux de

présence de la phase dispersée. Le terme interfacial de transfert de quantité de mouvement  $\langle L_{ki} \rangle$  s'écrit alors sous la forme symbolique générale :

$$\langle L_{k,i} \rangle = \langle \chi_G f_i^{1D} \rangle + \langle \chi_G f_i^{1MA} \rangle + \langle \chi_G f_i^{1L} \rangle + \langle L_{k,i} \rangle^T \quad (2.40)$$

Le second membre de l'équation (2.40) représente respectivement le terme moyen de la force de traînée, de la masse ajoutée, de portance et un terme de la contribution turbulente des différentes forces. Dans la suite, nous donnons un aperçu des modélisations proposées pour les différentes contributions du terme interfacial de quantité de mouvement en commençant par les modélisations de la contribution moyenne de ces forces et en commentant ensuite les modélisation de la contribution turbulente. Nous verrons également que l'on peut introduire des modifications des coefficients ou des pondérations par des fonctions semi-empiriques pour prendre en compte les différentes complexités propres aux écoulements diphasiques (modification des coefficients de traînée ou de lift associés aux changements de forme, effets de contaminants, interactions hydrodynamiques en écoulements denses, etc...).

### 2.3.2 Contribution du champ moyen au transfert interfacial

#### Force de traînée

La contribution moyenne de la force de traînée s'écrit sous la forme générale :

$$\langle \chi_G f_i^{1D} \rangle = \frac{3}{4} \frac{C_D}{d_B} \alpha \rho_L \overline{U_{Ri}} \overline{|U_{Ri}|} \quad (2.41)$$

où  $\alpha$  est le taux de vide,  $d_B$  est le diamètre des bulles supposé uniforme et constant,  $\overline{U_{Ri}}$  est la vitesse relative et  $C_D$  est le coefficient de traînée pour lequel on cherche à formuler des modèles en fonction des caractéristiques de l'écoulement (viscosité, taille, forme, etc...) (Hadamard, 1911 ; Moore, 1963 ; Wallis, 1969). On peut obtenir des formulations analytiques du coefficient de traînée pour une bulle sphérique en écoulement potentiel (faible nombre de Reynolds). Celles ci s'expriment par la formule de Hadamard (1911) :

$$C_D = \frac{16}{Re} \quad \text{pour } Re \sim 1 \quad (2.42)$$

et de Levich (1962) :

$$C_D = \frac{48}{Re} \quad \text{pour } Re \sim 80 \quad (2.43)$$

Ces expressions du coefficient de traînée n'ont été établies que pour des nombres de Reynolds inférieurs à 100. Ceci est trop restrictif pour les écoulements à bulles millimétriques où les nombres de Reynolds varient dans une gamme de 100 à 1000. L'expression du coefficient de traînée proposé par Wallis (1969) généralise la formule de

Stokes pour une sphère rigide pour les mouvements à grands nombres de Reynolds sous la forme :

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}}(1 + 0.15\text{Re}^{0.687}) \text{ si } \text{Re} < 1000 \text{ et } C_D = 0.44 \text{ si } \text{Re} > 1000 \quad (2.44)$$

Moore (1963) a proposé une modélisation de  $C_D$  pour une bulle sphérique propre en tenant compte de la couche limite et du sillage derrière la bulle pour des nombres de Reynolds particuliers allant jusqu'à 300:

$$C_D = \frac{48}{\text{Re}} \left[ 1 - \frac{2.21}{\text{Re}^{1/2}} + O(\text{Re}^{-5/6}) \right] \quad (2.45)$$

Moore (1965) a étendu ces études en prenant en compte la déformation de la bulle sous une forme ellipsoïdale caractérisée par le rapport de forme  $\gamma$  (rapport du grand diamètre sur le petit diamètre de l'ellipsoïde) :

$$C_D = \frac{48}{\text{Re}} f_1(\gamma) \left[ 1 + \frac{f_2(\gamma)}{\text{Re}^{1/2}} + O(\text{Re}^{-1/2}) \right] \quad (2.46)$$

où les deux fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont deux fonctions du rapport de forme  $\gamma$  résolues par intégration numérique et rapportées dans le polycopie de Fabre & Legendre (2000).

Ellingsen (1998) a comparé le modèle de Moore (1965) et les résultats numériques de Blanco & Magnaudet (1995) pour une gamme de nombres de Reynolds allant de 300 jusqu'à 1000 et pour des rapports de forme de bulle  $\gamma$  allant jusqu'à 2.05.

Lorsque l'eau est contaminée, les surfactants s'attachent à la surface de la bulle et rigidifient l'interface, ce qui provoque une augmentation de la traînée et une réduction de sa vitesse relative par rapport à celle d'une bulle non contaminée. Bel F'dhila & Duineveld (1996) trouvent une bonne correspondance entre des valeurs expérimentales de la traînée sur une bulle dans une eau contaminée et l'expression suivante :

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}}(1 + 0.1935\text{Re}^{0.6305}) \quad (2.47)$$

Cette expression du coefficient de traînée  $C_D$  est appliquée pour des sphères rigides à grand nombre de Reynolds (Clift *et al.*, 1978). D'autres auteurs prennent en compte de manière explicite l'effet des contaminants sur la force de traînée. Zuber & Ishii (1979) proposent une corrélation en fonction du nombre d'Eötvös ( $E\ddot{o}$ ) qui représente le rapport entre la force de flottabilité et les effets de la tension superficielle :

$$C_D = \frac{2}{3} E\ddot{o}^{0.5} \quad (2.48)$$

avec  $E\ddot{o} = \frac{\Delta\rho g d_B^2}{\sigma}$ , où  $\sigma$  est la tension superficielle.



On remarque que ce modèle ne dépend pas du nombre de Reynolds mais dépend seulement du diamètre de la bulle. D'autres modèles sont proposés dans la littérature en tenant compte de la contamination des interfaces (Tomiyama, 2004).

### **Force de masse ajoutée**

L'expression de la force de masse ajoutée prend des formes différentes selon la définition des opérateurs de dérivée matérielle qui sont utilisés pour exprimer les effets inertiels engendrés par une bulle en accélération (Voinov, 1973 ; Auton *et al.*, 1988). On peut considérer que cette question, qui a fait l'objet d'analyses et de discussions, (Gatignol, 1983 ; Maxey & Riley, 1983 ; Minier, 1992), est dépassée grâce à la simulation numérique. Rappelons, en effet, que les expériences numériques de Rivero *et al.* (1991) indiquent non seulement que le coefficient de masse ajoutée conserve sa valeur 0,5 pour des bulles sphériques dans une gamme importante de nombres de Reynolds (de 0.1 à 300), mais encore que les dérivées matérielles des deux phases interviennent dans l'expression de cette force. L'expression générale du terme moyen d'échange interfacial de quantité de mouvement dû à cette force s'écrit sous la forme suivante :

$$\langle \chi_G f_i^{MA} \rangle = C_M \alpha \rho_L \left[ \left( \frac{\partial \overline{U_{Gi}}}{\partial t} + \overline{U_{Gj}} \frac{\partial \overline{U_{Gi}}}{\partial x_j} \right) - \left( \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial t} + \overline{U_{Lj}} \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} \right) \right] \quad (2.49)$$

avec  $C_M$  le coefficient de masse ajoutée égal à 0.5 pour le cas d'une sphère.

### **Force de portance**

La force de portance est, par définition, la force orthogonale à la vitesse de glissement. Auton *et al.* (1988) ont calculé les forces qu'exerce un fluide parfait en écoulement faiblement cisailé rotationnel sur une sphère ; ils expriment la force de portance sous la forme :

$$\langle \chi_G f_i^{L} \rangle = \varepsilon_{ijk} C_L \alpha \rho_L \overline{U_{Rj}} \left( \overline{rot(\overline{U}_L)} \right)_k \quad (2.50)$$

avec  $\varepsilon_{ijk}$  le symbole d'antisymétrie,  $C_L$  représente le coefficient de portance égal à 0.5 (Auton *et al.*, 1988). Legendre (1996) et Legendre & Magnaudet (1998) ont calculé la force de portance sur une bulle sphérique en écoulement visqueux linéairement cisailé pour une large gamme de nombres de Reynolds ( $Re \in [10,500]$ ). Ces calculs qui s'appuient sur la simulation numérique, montrent que le coefficient de portance  $C_L$  n'est pas constant mais dépend fortement du nombre de Reynolds, avec notamment pour les grands nombres de Reynolds:

$$C_L = \frac{1}{2} - \frac{6.5}{Re} \quad (2.51)$$

Lance & Naciri (1992) ont mesuré la force de portance dans le cas d'une bulle placée dans un écoulement en rotation. Ces expériences montrent que la valeur de  $C_L$  est de l'ordre de 0.25. En s'appuyant sur des analyses expérimentales et numériques, Tomiyama *et al.*

(2002), montrent que lorsque les bulles se déforment, le coefficient de lift peut s'exprimer en fonction du nombre d'Eötvös. Ils montrent aussi que  $C_L$  peut prendre des valeurs négatives pour des diamètres de bulle supérieurs à 5 mm et varie dans la gamme (-0.3 à 0.3). Ils proposent ainsi la corrélation suivante :

$$C_L = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 Re); f(E\ddot{o})] & E\ddot{o} < 4 \\ f(E\ddot{o}) & 4 \leq E\ddot{o} \leq 10.7 \\ -0.29 & E\ddot{o} > 10.7 \end{cases} \quad (2.52)$$

avec  $f(E\ddot{o}) = 0.00105E\ddot{o}^3 - 0.0159E\ddot{o}^2 - 0.0204E\ddot{o} + 0.474$

### 2.3.3 Contribution du champ fluctuant au transfert interfacial

En évaluant les termes d'échange interfacial à partir des données expérimentales acquises en écoulement à bulles dans un élargissement brusque, Bel F'dhila (1991) a mis en évidence que les bilans moyens de quantité de mouvement ne sont pas équilibrés si on considère uniquement la contribution moyenne de l'échange interfacial. Bel F'dhila & Simonin (1992) posent alors le problème de l'introduction explicite des termes de fluctuations turbulentes dans l'échange interfacial de quantité de mouvement et de leur modélisation. En décomposant les vitesses instantanées en valeurs moyennes et en fluctuations, Bel F'dhila (1991) propose un modèle pour prendre en compte les termes de corrélations turbulentes issus des forces s'exerçant sur les bulles. Les expressions obtenues, avec une expression de la force de masse ajoutée qui met en jeu des dérivées particulières suivant le mouvement des bulles uniquement, sont identiques à celles de Morel (1997).

La démarche couramment adoptée dans la modélisation de l'échange interfacial consiste à ne retenir que les contributions des termes moyens (Lee *et al.*, 1989) ou éventuellement à introduire un effet de turbulence modélisé sous forme d'un terme de dispersion proportionnel au gradient de taux de vide (Wang & Issa, 1992 ; Lance & Lopez de Bertodano, 1992). Les auteurs proposent alors une modélisation globale de la contribution turbulente sous la forme :

$$\langle L_{Li} \rangle^{DT} = C_{DT} \rho_L k_{CI} \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \quad (2.53)$$

où  $k_{CI}$  est la turbulence du liquide induite par le cisaillement et  $C_{DT}$  est une constante égale à 0.1.

Les expériences de Kamp (1996) en écoulements en conduite dans des conditions de micro-gravité fournissent des données remarquables pour évaluer l'effet de la turbulence sur la distribution des phases : en microgravité l'action de la force moyenne exercée par le liquide sur la bulle est faible parce que le mouvement relatif moyen est faible, et la distribution des bulles est essentiellement contrôlée par la turbulence des deux phases. Un

résultat important de ces expériences est de mettre en évidence l'inversion du gradient transversal de taux de vide suivant que la force de gravité est active ou non, c'est-à-dire suivant que le glissement moyen des bulles est important ou non. Comme les régimes d'écoulements choisis assurent que dans les deux cas, la turbulence de la phase continue ne soit pas sensiblement modifiée, ces expériences permettent d'analyser le rôle respectif de la turbulence et des forces liées au glissement moyen sur le calcul du taux de vide.

L'étude de l'écoulement en conduite en microgravité à l'aide d'un modèle à deux fluides a permis de préciser l'effet important des termes de fluctuation sur le bilan de quantité de mouvement (Chahed *et al.*, 2002). Sans glissement moyen entre phases et en l'absence de contribution turbulente à l'échange interfacial, le bilan moyen de quantité de mouvement du modèle Eulérien à deux fluides prédit que la distribution transversale du taux de vide est totalement contrôlée par le terme de pression (ou de Tchen). On a longtemps attribué à ce terme de pression la capacité à produire un pic de taux de vide près de la paroi en écoulement ascendant à bulles dans des conditions de gravité normale (Drew & Lahey, 1982 ; Wang *et al.*, 1987). Comme la structure de la turbulence de la phase liquide n'est pas sensiblement modifiée entre les écoulements en gravité normale et en micro-gravité, l'effet de la turbulence qui apparaît dans le terme de pression produirait un pic à la paroi, comme en gravité normale, et est donc inapte à expliquer le changement de forme du profil de taux de vide observé. Les simulations de Chahed *et al.* (2002) indiquent également que les modélisations globales des effets de turbulence à l'aide d'un terme de dispersion proportionnel au gradient de taux de vide (Lance & Lopez de Bertodano, 1992; Lopez de Bertodano *et al.*, 1994), sont équivalentes à l'introduction d'une vitesse de dérive qui entraîne dans les deux cas un effet de diffusion qui réduit l'amplitude du pic de taux de vide à la paroi sans pouvoir l'inverser. Un simple terme de dispersion ne permet pas d'obtenir le maximum de taux de vide observé expérimentalement au centre de la conduite en micro-gravité. Cependant, la prise en compte, dans le terme interfacial de quantité de mouvement d'un terme non linéaire issu de la prise de moyenne de la masse ajoutée, assure une inversion de l'action du champ fluctuant sur les bulles et permet de reproduire convenablement le profil de taux de vide. Ce terme est modélisé sous la forme :

$$\langle L_{ki} \rangle^{DT} = -\rho_L C_M \frac{\partial}{\partial x_j} [\alpha (\overline{u'_{Gi} u'_{Gj}} - \overline{u'_{Li} u'_{Lj}})] \quad (2.54)$$

D'autres simulations ont mis en évidence l'effet de ces termes de corrélation double dans la distribution du taux de vide en écoulement de sillage à bulles à fort niveau de pseudo-turbulence (Chahed *et al.*, 2003).

La question de savoir si des termes non linéaires liés à la prise de moyenne de la traînée et de la portance ont un rôle notable dans les bilans reste ouverte. Bel F'dhila & Simonin (1992) admettent que le terme de corrélation double des fluctuations de la vitesse de glissement issu de la traînée pourrait être pris en compte par une éventuelle correction du coefficient moyen de traînée. Ils proposent également que le terme des fluctuations

turbulentes issu de la force de portance puisse être négligé du fait que les champs des fluctuations de vitesse et de vorticité sont peu corrélés.

### 2.3.4 Interactions hydrodynamiques et transfert interfacial en écoulement à bulles

Plusieurs expériences réalisées en écoulements à bulles à fort taux de vide (Zuber & Ishii, 1979 ; Zenit *et al.*, 2001 ; Larue de Tournemine, 2001 ; Garnier *et al.*, 2002) montrent que la structure de l'écoulement diphasique est fortement modifiée. On constate notamment à l'échelle locale que la vitesse relative du gaz décroît avec l'augmentation du taux de vide. Des résultats similaires ont été rapportés par Esm  eli & Tryggvason (1999) qui trouvent à partir de simulations numériques, une réduction du nombre de Reynolds particulaire avec l'augmentation du taux de vide.

Cela révèle l'une des difficultés de la modélisation de l'échange interfacial des écoulements à bulles. En effet, l'expression de la force instantanée sur laquelle s'appuie la modélisation, n'est valable que pour des bulles isolées sans déformation notable. Si on peut admettre que la validité de cette hypothèse est réaliste pour des écoulements avec des inclusions de faible taille et pour des régimes dilués; on peut en revanche se poser la question de la validité de cette formulation des forces dans le cas général pour les écoulements à bulles à fort taux de vide ou même à taux de vide modérés avec des bulles déformables. Dans la plupart des cas, ces écoulements sont le siège de fortes interactions hydrodynamiques qui perturbent l'écoulement autour des bulles et modifient ainsi le champ des forces que le liquide exerce sur elles. Ces interactions sont d'autant plus fortes que les taux de vide sont importants et certains auteurs ont proposé des formulations qui tentent de rendre compte de ces effets.

Zuber & Ishii (1979) proposent une corrélation du coefficient de traînée dans différents régimes d'écoulements :   coulement à gouttes, à bulles ou même à poches. Cette corrélation s'écrit sous la forme :

$$C_D = \frac{2}{3} d_B \sqrt{\frac{g \Delta \rho}{\sigma}} \left\{ \frac{1 + 17.67 \cdot f(\alpha)^{6/7}}{18.67 \cdot f(\alpha)} \right\} \text{ avec } \begin{cases} f(\alpha) = (1 - \alpha)^{1.5} & \text{pour } \alpha \leq 0.3 \\ f(\alpha) = (\alpha)^3 & \text{pour } \alpha \geq 0.7 \end{cases} \quad (2.55)$$

Pour les gammes de taux de vide ( $\alpha \leq 0.3$  et  $\alpha \geq 0.7$ ) ; et :

$$C_D = \frac{8}{3} (1 - \alpha)^2 \quad (2.56)$$

pour des taux de vide  $0.3 < \alpha < 0.7$ . Pour ces taux de vide on a certainement des écoulements de type poche-bouchon qui sont éloignés de l'écoulement dispersé.

Les expériences en écoulement homogène à fort taux de vide en présence d'une vitesse de liquide (Larue de Tournemine, 2001) ou dans un milieu quasiment au repos (Zenit *et al.*,

2001; Garnier *et al.*, 2002) fournissent des données pour analyser les effets des interactions hydrodynamiques sur le mouvement relatif des bulles.

Les expériences de Larue de Tournemine (2001) consistent à générer un écoulement homogène à bulles jusqu'à un taux de vide de l'ordre de 14%, en maintenant un débit constant du liquide qui correspond à une vitesse moyenne de 0.44 m/s. Ces expériences indiquent que la vitesse de glissement entre phases diminue de façon importante lorsque le taux de vide augmente. Cette évolution est bien représentée à l'aide d'une loi de traînée obtenue par régression linéaire qui se met sous la forme (Morchain, 2001) :

$$C_D = C_{D0} f(\alpha) \quad (2.57)$$

où  $C_{D0}$  est le coefficient de traînée de la bulle isolée qui peut être calculé par la formule de Clift *et al.*, (1978) :

$$C_{D0} = \frac{4}{3} g \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_L} \frac{d_B}{U_{R0}} \quad \text{avec } U_{R0} = \sqrt{2.14 \frac{\sigma}{\rho_L} + 0.505 g d_B} \text{ en USI} \quad (2.58)$$

La fonction  $f(\alpha)$  est une fonction du taux de vide qui s'écrit:

$$f(\alpha) = \lambda_1 (1 - \alpha) e^{\lambda_2 \alpha} \quad (2.59)$$

avec  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  deux constantes qui valent respectivement :  $\lambda_1 = 3.05$  et  $\lambda_2 = 9.56$ .

En portant une attention particulière aux conditions d'injection, Garnier *et al.* (2002) ont réussi à produire des expériences d'écoulements homogènes à bulles à fort taux de vide. Ces expériences consistent à injecter à la base d'une colonne cylindrique de diamètre 6 cm un grand nombre de bulles de diamètres 2 à 5.5 mm, avec des faibles vitesses du liquide de l'ordre 1.6 cm/s. Les taux de vide générés dans ces écoulements atteignent 40%. Ces auteurs ont observé que les bulles se présentent sous des formes ellipsoïdales avec un coefficient d'aplatissement estimé de l'ordre de 0.5 (Garnier, 2001). Ces expériences indiquent également une réduction de la vitesse relative des bulles avec le taux de vide. Pour représenter cet effet, les auteurs proposent une corrélation en puissance 1/3 de  $\alpha$  qui s'écrit :

$$U_R = U_{R0} (1 - \alpha^{1/3}) \quad (2.60)$$

avec  $U_{R0}$  la vitesse terminale de la bulle.

En s'appuyant sur ces observations expérimentales, Chahed *et al.* (2004) proposent une formulation simple de cet effet de réduction de la vitesse relative. Le confinement est exprimé en fonction du taux de vide. Cette analyse permet de rattacher la vitesse en écoulement à bulles homogène avec un taux de vide  $\alpha$  à sa valeur de référence en milieu infini sous la forme :

$$U_R = U_{R0} \left(1 - \frac{\pi}{4\gamma^3 \eta^2} \alpha^{\frac{2}{3}}\right) \quad (2.61)$$

avec  $\eta = \left[ \frac{\pi}{6} \right]^{\frac{1}{3}}$  et  $\gamma$  le coefficient d'aplatissement défini comme le rapport de la longueur du petit axe sur celle du grand axe d'une bulle ellipsoïdale.

Le coefficient de traînée est ainsi exprimé en fonction de sa valeur de référence en milieu infini par :

$$C_D = C_{D0} \left( 1 - \frac{4}{\pi \gamma^3 \eta^2} \alpha^{\frac{2}{3}} \right)^{-2} \quad (2.62)$$

L'expression (2.62) représente bien les données expérimentales de Garnier *et al.* (2002) pour  $\alpha < 15\%$ . Au delà de cette valeur, le confinement est très important et les résultats s'écartent des données expérimentales. La loi de variation en puissance 1/3 de  $\alpha$  proposée par Garnier *et al.* (2002) représente alors mieux les résultats expérimentaux.

## 2.4 Transfert interfacial de masse en écoulement à bulles

### 2.4.1 Éléments de base sur le transfert de masse

Lorsque l'on met en oeuvre l'absorption d'une espèce gazeuse dans une solution liquide, outre les phénomènes de transport au sein des deux phases par diffusion et convection, se produisent des phénomènes de transfert de la phase gazeuse vers la phase liquide au niveau de l'interface. Le transfert de masse est réalisé par le phénomène d'absorption : une molécule de gaz se dissout dans le liquide à travers l'interface. Depuis les années 1920, la prédiction du transfert de masse au travers d'interfaces a été le sujet de multiples recherches à cause de son importance tant dans les problèmes environnementaux que dans l'optimisation de processus industriels. La détermination des flux d'échange de matière aux interfaces par diffusion demande de bien représenter les couches limites massiques au voisinage de l'interface (Bird *et al.*, 1960) puisque le flux total est défini par l'intégrale sur la surface de l'interface du flux élémentaire diffusif  $D_m \frac{\partial C}{\partial n}$  où  $D_m$  est la diffusivité moléculaire.

C'est dans cette région de faible épaisseur, adjacente à l'interface qu'existe une résistance au transfert de matière. Le flux de masse volumique  $\Phi$  transféré entre les deux phases est pris proportionnel à la surface d'échange  $a$ , ainsi qu'à la force motrice représentée par la différence de pression ( $p_G - p_{Gl}$ ) dans la phase gaz ou par la différence de concentration ( $C_{Ll} - C_L$ ) dans la phase liquide. En l'absence de réaction chimique, on définit alors les coefficients locaux de transfert de matière du côté gaz  $k_G$  et du côté liquide  $k_L$  par les relations suivantes :

$$\Phi = \varphi a = k_L a(C_{Li} - C_L) = k_G a(p_G - p_{Gi}) \quad (2.63)$$

Avec  $C_L, C_{Li}$  qui sont respectivement les concentrations dans le liquide et à l'interface du coté liquide.  $p_G, p_{Gi}$  représentent respectivement les pressions partielles dans le gaz et à l'interface du coté gazeux.

A l'interface, on suppose que les deux phases sont en équilibre. Cela se traduit par la loi de Henry :

$$C_{Li} = He p_{Gi} \quad (2.64)$$

avec la constante de Henry pour l'oxygène  $He = 74.68 \text{MPa.l/mol}$  (pour  $p_{Gi}$  en MPa et  $C_{Li}$  en mol/l).

L'équation de flux de masse s'écrit également :

$$\Phi = K_L a(C_L^* - C_L) \quad (2.65)$$

où  $C_L^*$  est la concentration de saturation à l'interface gaz/liquide reliée par la relation de Henry à  $p_G$ .  $K_L$  est le coefficient global de transfert de masse dans le liquide, il est fonction des deux coefficients de transfert  $k_L$  et  $k_G$  :

$$\frac{1}{K_L} = \frac{He}{k_G} + \frac{1}{k_L} \quad (2.66)$$

Dans le cas de l'oxygène peu soluble dans l'eau, la résistance au transfert est importante du côté liquide et la résistance au transfert dans la phase gaz est négligeable ( $k_G \gg k_L$ ).

Le flux de masse s'écrit alors :

$$\Phi = k_L a(C_L^* - C_L) \quad (2.67)$$

Donc, le transfert de masse est contrôlé par la couche limite massique du côté liquide.

Pour calculer le flux de masse pour une bulle isolée de diamètre  $d_B$ , il faut résoudre les équations de Navier-Stokes dans le liquide ainsi que l'équation de transport de la concentration et calculer les gradients de concentration à l'interface. Ce système d'équations fait intervenir des nombres adimensionnels qui caractérisent l'hydrodynamique et le transport de masse tels que le nombre de Reynolds  $Re = \frac{U_R d_B}{\nu}$ ,

le nombre de Schmidt  $Sc = \frac{\nu}{D}$ . On introduit parfois à la place du nombre de Schmidt  $Sc$ ,

le nombre de Péclet  $Pe = Re Sc$ . Le nombre de Sherwood  $Sh = \frac{k_L d_B}{D}$  représente le flux

sous forme adimensionnelle  $Sh = \Phi / \left( \frac{D}{d_B} a(C_L^* - C_L) \right)$ . Nous présentons dans les

paragaphes suivants les différents modèles de transfert de masse dans les systèmes gaz /

liquide, en commençant par un rappel historique sur les tout premiers modèles de transfert de masse qui sont utilisés en génie des procédés.

## 2.4.2 Transfert de masse gaz/liquide

Plusieurs études anciennes ont donné naissance à des modèles dits « conceptuels » qui quantifient le flux de masse interfacial au travers de l'échelle de vitesse dite coefficient de transfert  $k_L$ . En génie des procédés, plusieurs théories ont été développées pour déterminer le coefficient de transfert de masse dans les systèmes gaz liquide (Théorie du film, du double film, théories de pénétration, de renouvellement à l'interface). L'un des premiers modèles est le modèle de film proposé par Whitman (1929). Ce modèle suppose que le transfert de masse est assuré par la diffusion moléculaire stationnaire dans le film de liquide supposé stagnant et d'épaisseur  $\delta$ . Le flux et donc le coefficient de transfert est alors proportionnel à la diffusivité moléculaire  $D_m$  et inversement proportionnel à  $\delta$ . Cependant ce modèle a été remis en question par les observations expérimentales qui suggèrent plutôt une dépendance du transfert en  $D_m^{1/2}$  au travers d'une interface propre et en  $D_m^{2/3}$  si la frontière entre le gaz et le liquide est contaminée et assimilée à une paroi rigide. Higbie (1935) et Danckwerts (1951) ont alors proposé des modèles qui supposent que les éléments du liquide proches de l'interface sont périodiquement remplacés par d'autres venus du liquide lointain. Ces deux modèles dont la dépendance par rapport à la diffusivité moléculaire est proportionnelle à  $D_m^{1/2}$ , font intervenir respectivement un temps de contact  $\tau$  (théorie de pénétration) ou un taux de renouvellement  $s$  (théorie de renouvellement aux interfaces). Le problème clef de ces modèles est alors la prédiction de l'échelle de temps  $\tau$ .

Des études expérimentales ont été menées dans divers types d'écoulements pour déterminer cette échelle de temps notamment en fonction des caractéristiques de la turbulence dans le liquide (Fortescue & Pearson, 1967 ; Banerjee *et al.* 1968 et Lamont & Scott, 1970). Fortescue & Pearson (1967) ont étudié l'absorption du CO<sub>2</sub> dans un canal à surface libre dont la turbulence a été générée par une grille verticale placée près de la section d'entrée. Leurs résultats supportent l'idée que le transfert de masse est contrôlé par les grandes structures turbulentes. Ainsi le coefficient de transfert de masse  $k_L$  varie par rapport au nombre de Reynolds turbulent selon une loi en  $Re_T^{-1/2}$ . D'un autre côté, Banerjee *et al.* (1968) et Lamont & Scott (1970) ont étudié l'absorption du CO<sub>2</sub>, respectivement dans un film en écoulement à surface libre et dans un écoulement à bulles en conduite. Ils mettent en avant que les petites échelles contrôlent le transfert de masse (ces échelles sont de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov). Dans ces expériences, le coefficient de transfert de masse varie selon  $Re_T^{-1/4}$ . Ces deux points de vue montrent que le coefficient de transfert ne se comporte pas de la même façon en fonction du nombre de Reynolds  $Re_T$ . Theofanous *et al.* (1979), en examinant des données



expérimentales trouvées jusqu'à 1975, suggèrent une légère transition entre le régime des faibles nombres de Reynolds turbulent où les grandes structures contrôlent le transfert et le régime des grands nombres de Reynolds où le transfert de masse est dominé par les petites structures. Cette transition entre les deux régimes s'effectue autour de  $Re_T \approx 500$ . On constate donc que la définition d'une échelle de temps pertinente est loin d'être universelle, et que la nature des échelles de la turbulence qui sont efficaces est mal connue.

### 2.4.3 Transfert de masse en écoulement à bulles

Dans notre étude nous intéressons aux écoulements diphasiques à bulles. Le terme de transfert interfacial de concentration  $\langle K_L \rangle$ , qui apparaît dans l'équation (2.36) est très important dans le bilan de transport de la concentration d'un constituant dissous dans la phase liquide. Ce terme traduit la migration du soluté gazeux à travers l'interface vers la phase liquide via des mécanismes de diffusion moléculaire. Les modèles proposés ont en commun la définition du flux de transfert de matière dû à un mécanisme de transport par diffusion moléculaire analysé mathématiquement à partir de la loi de Fick, et l'hypothèse d'équilibre thermodynamique à l'interface où la concentration côté liquide est donc à saturation. Le terme de transfert interfacial de concentration  $\langle K_L \rangle$  est modélisé conformément au flux de masse (2.67) sous la forme :

$$\langle K_L \rangle = k_l a (C_L^* - C_L) \quad (2.68)$$

Où  $k_L$  est le coefficient de transfert du côté liquide,  $C_L^*$  est la concentration à saturation,  $a$  est l'aire interfaciale et  $C_L$  est la concentration moyenne dissoute dans la phase liquide.

On voit donc que le transfert de matière d'une phase à une autre, est conditionné par :

- la surface d'échange entre les deux phases, caractérisée par l'aire interfaciale  $a$ ,
- le coefficient de transfert,  $kl$  qui dépend des propriétés physico-chimiques des deux phases et de la turbulence au voisinage des interfaces.

L'importance de ces deux paramètres clefs (aire interfaciale et coefficient de transfert de masse) pour le transfert de masse, va être présentée dans les paragraphes suivants.

#### **Aire interfaciale :**

L'aire interfaciale  $a$  est définie comme la surface totale des bulles rapportée au volume de liquide. Elle dépend de la forme des bulles ainsi que du taux de vide  $\alpha$ . Dans le cas de bulles sphériques monodispersées, l'aire interfaciale s'écrit sous la forme :

$$a = \frac{6\alpha}{d_B} \quad (2.69)$$

Dans le cas où les bulles sont déformées, des termes correctifs s'ajoutent dans l'équation (2.69). Considérons une bulle ellipsoïdale avec un rapport de forme  $\gamma$  défini par le rapport du grand axe sur le petit axe. L'aire interfaciale s'écrit alors (Cockx, 1997) :

$$a = \frac{6\alpha}{d_B} \cdot f(\gamma) \quad \text{avec} \quad f(\gamma) = \frac{1}{2\gamma^{2/3}} \left( \gamma + \frac{\ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1})}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right) \quad (2.70)$$

Il est important de remarquer que la définition de l'aire interfaciale se base sur la définition d'un diamètre équivalent des bulles supposé constant. Si ce dernier varie dans l'écoulement, que ce soit à cause d'une polydispersion à l'injection, ou en raison de phénomènes physiques de coalescence ou de rupture, l'aire interfaciale peut être déterminée par la résolution d'équations de transport de grandeurs caractérisant les populations des bulles selon leurs formes (Ishii, 1975 ; Wu *et al.*, 1998 ; Hibiki & Ishii, 2000 ; Yao & Morel, 2004). Mais on peut aussi, en première approximation, et ce sera notre approche dans la suite de ce travail, se contenter de la relation (2.69) écrite pour un diamètre moyen des bulles.

### Coefficient de transfert de masse

Le coefficient de transfert de masse  $k_L$  est généralement déduit d'après des corrélations qui existent entre les nombres adimensionnels tels que le nombre Sherwood  $Sh$  exprimé en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  et le nombre de Schmidt  $Sc$ . On trouve dans la littérature beaucoup de corrélations du nombre de Sherwood selon les régimes de  $Sc$  et de  $Re$ . Pour un écoulement à faible nombre de Reynolds (écoulement de Stokes), le nombre de Sherwood  $Sh$  pour une bulle isolée est obtenu numériquement en fonction du nombre de Péclet  $Pe$  (Clift *et al.*, 1978) :

$$Sh = 1 + \left( 1 + 0.564 Pe^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (2.71)$$

Pour des faibles nombres de  $Pe$  ( $Sc \ll 1$ ), Brenner (1963) estime analytiquement le nombre de Sherwood par la relation :

$$Sh = 2 \left( 1 + \frac{1}{4} Pe \right) \quad (2.72)$$

La valeur 2 représente la valeur asymptotique du nombre de Sherwood pour une sphère solide en régime de diffusion pur.

Nous nous intéressons dans ce travail plus particulièrement à des grands nombres de Reynolds et des grands nombres de  $Sc$ . Plusieurs corrélations existent pour le nombre de Sherwood pour une bulle isolée. Higbie (1935) propose un modèle basé sur la théorie de pénétration qui suppose que les éléments de liquide proches de l'interface sont périodiquement remplacés par d'autres venus du liquide lointain, il s'écrit :

$$k_L = 2\sqrt{\frac{D}{\pi t_c}} \quad (2.73)$$

Appliqué aux écoulements à bulles, le temps de contact est donné par  $t_c = \frac{d_B}{U_R}$  ; où  $U_R$  est la vitesse relative. Le modèle d'Higbie s'écrit sous forme adimensionnelle sous la forme :

$$Sh = \frac{2}{\sqrt{\pi}} Re^{0.5} Sc^{0.5} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} Pe^{0.5} \quad (2.74)$$

En tenant compte de la recirculation à l'intérieur de la bulle isolée, Clift *et al.* (1978) estiment la corrélation suivante du nombre de Sherwood pour des nombres de Reynolds raisonnables ( $Re < 100$ ):

$$Sh = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{2.89}{Re^{1/2}}\right)^{1/2} (Re \cdot Sc)^{1/2} \quad (2.75)$$

On trouve dans la littérature plusieurs autres formulations du nombre de Sherwood qui se mettent sous la forme générale suivante :

$$Sh = 2 + C Re^a Sc^b \quad (2.76)$$

Les constantes  $C$ ,  $a$ ,  $b$  sont déterminées selon la forme de la bulle, le niveau de contamination des interfaces, la présence ou non d'oscillations des trajectoires. En effet, lorsque la bulle se déforme, son aire interfaciale change et influence le transfert de masse (Clift *et al.*, 1978). Les déformations stochastiques de l'interface induisent des effets instationnaires dans le fluide entourant la bulle. Le coefficient de Sherwood pour des bulles non sphériques avec considérations des effets de déformation de la turbulence est modélisé d'après Brauer (1979) par :

$$Sh = 2 + 0.015 Re^{0.89} Sc^{0.7} \quad (2.77)$$

La question de la rigidité de l'interface de la bulle est liée à l'accumulation des contaminants sur la surface de la bulle. Deux cas extrêmes se présentent selon le niveau de contamination. Dans le premier cas si la bulle est totalement contaminée, elle est assimilée à une particule solide. Le deuxième cas est celui où le niveau de contamination est nul, c'est-à-dire où la bulle est dite propre. Le niveau de contamination de l'interface d'une bulle isolée modifie le coefficient de transfert de masse : si la surface de la bulle est totalement contaminée, l'interface de la bulle devient immobile et le transfert diminue (Takemura & Yabe, 1999). Dans ce cas, pour des grands nombres de Reynolds ( $100 < Re < 2000$ ) et à grand nombre de Schmidt ( $Sc > 200$ ), le coefficient de Sherwood est donné pour une particule solide (Clift *et al.*, 1978) :

$$Sh = 1 + 0.724 Re^{0.48} Sc^{\frac{1}{3}} \quad (2.78)$$

Pour une bulle partiellement contaminée, plusieurs travaux numériques proposent des corrélations du nombre de Sherwood : en régime de Stokes (Savic, 1953 ; Ramirez & Davis, 1999 ; Dani *et al.*, 2006) et en régime de nombres de Reynolds intermédiaires ( $Re < 300$ ) (Ponoth & McLaughlin, 2000; Vasconcelos *et al.*, 2002).

L'influence de l'oscillation de la bulle traduit une augmentation du coefficient de transfert de masse à travers le temps de transfert. Montes *et al.* (1999) proposent une autre corrélation traduisant les effets de l'oscillation d'une bulle sphérique:

$$Sh = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (Re Sc)^{0.5} [1.1 + 0.027 We^{0.5}] \quad (2.79)$$

L'oscillation de la bulle est traduite par le dernier terme de l'équation (2.79). Le nombre de Weber est défini par :

$$We = \frac{\rho_L d_B U_R^2}{\sigma} \quad (2.80)$$

Cette étude bibliographique sur le transfert de masse pour une bulle isolée montre qu'il n'y a pas une corrélation universelle pour le nombre de Sherwood. Cependant, Oellirich *et al.* (1973) ont montré que le nombre de Sherwood est limité entre deux corrélations:

$$Sh = 2 + \frac{0.651(Re Sc)^{1.72}}{1 + (Re Sc)^{1.22}} \quad \text{pour } Re \rightarrow 0 \text{ et } Sc \rightarrow \infty \quad (2.81)$$

$$Sh = 2 + \frac{0.232(Re Sc)^{1.72}}{1 + 0.205(Re Sc)^{1.22}} \quad \text{pour } Re \rightarrow \infty \text{ et } Sc \rightarrow 0 \quad (2.82)$$

La question qui se pose est celle de l'estimation du transfert de masse dans un nuage de bulles. On ignore en écoulement à bulles si les corrélations  $Sh(Re, Sc)$  applicables aux bulles isolées restent valables. Lorsque la fraction volumique de gaz n'est pas négligeable, les mécanismes qui régissent le transfert de masse autour d'une bulle test prise au sein du milieu diphasique, sont extrêmement mal connus. Ce transfert peut être profondément modifié par rapport à celui présent à l'interface d'une bulle isolée à cause des interactions entre les bulles. En effet les déformations instationnaires des interfaces produites par des interactions peuvent affecter la couche limite massique. Par ailleurs, le champ de concentration autour d'une bulle isolée dépend, non seulement de son taux de transfert, mais aussi du taux de transfert des autres bulles en son voisinage et des perturbations induites par ce voisinage sur le champ hydrodynamique. A notre connaissance il n'y a pas eu d'étude qui analyse de façon déterminante le rôle de ces interactions sur le taux de transfert. Quelques simulations numériques directes récentes de Koynov *et al.* (2005) semblent indiquer que le taux de transfert de masse dépend beaucoup de l'arrangement au sein de l'amas des bulles, et prédisent qu'il faut s'attendre à une réduction du transfert par rapport à la situation d'une bulle isolée. Ces simulations ont été faites pour un petit nombre de bulles avec des faibles nombres de Reynolds (d'ordre 10) et des nombres de Peclet de l'ordre de 3000.

Dans un nuage de bulles sphériques, Brauer (1979) propose une corrélation du nombre de Sherwood qui fait intervenir un effet supplémentaire du nombre de Reynolds donnée par (Mewes & Wiemann, 2003):

$$Sh = Sh_{\infty} \left[ \left( 1 + 0.433 Re^2 \right)^{-1} + 4.23 \right]^{0.055} \quad (2.83)$$

Avec  $Sh_{\infty}$  le nombre de Sherwood pour une bulle isolée donnée par la relation (2.81). L'équation (2.54) n'est valable que pour des nombres de Reynolds inférieurs à une valeur critique définie par  $Re_{crit} = 3.73 \left( \frac{\rho_L \sigma^3}{g \mu^4} \right)^{0.209}$ , avec  $\mu$  est la viscosité dynamique du

liquide.

On sait aussi qu'une bulle dans un écoulement turbulent voit son transfert de masse augmenter avec la turbulence. Ainsi, Lamont & Scott (1970), dans un écoulement à bulles, ont calculé le taux de renouvellement du modèle de Danckwerts (1951) en supposant que le transfert de masse est principalement dépendant des petites échelles associées à la dissipation dans le liquide. Ils ont déduit la relation suivante pour le coefficient de transfert de masse :

$$k_L = cD^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon}{\nu} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.84)$$

avec  $\varepsilon$  le taux de dissipation,  $\nu$  la viscosité cinématique et  $c = 0.4$ .

## 2.5 Modélisation de la turbulence en milieu diphasique

### 2.5.1 Traits caractéristiques de la turbulence en écoulement à bulles

On sait que la présence de la phase dispersée, même à des faibles taux de présence, modifie considérablement la structure du champ moyen et du champ fluctuant des écoulements à bulles. Ces modifications sont associées au transfert interfacial puisque dans les expériences d'écoulement en conduite en micro-gravité, les bulles, ne présentent pas de vitesse de glissement, ne semblent pas avoir un effet sur le champ de vitesses moyennes et le profil logarithmique de l'écoulement monophasique est conservé. Les expériences de couche limite à bulles (Moursali *et al.*, 1995) indiquent que les profils logarithmiques de vitesse sont conservés en écoulements à bulles mais avec des constantes différentes des constantes de l'écoulement monophasique et qui dépendent de la valeur du pic de taux de vide à la paroi. L'analyse expérimentale de couches cisailées minces 2D (Roig, 1993) montre également que l'auto-similarité des profils de vitesses moyennes est préservée en écoulements à bulles avec des taux d'expansion beaucoup plus

importants qu'en écoulements monophasiques indiquant une augmentation de la diffusivité turbulente (dans un facteur de 2 à 3).

L'effet des bulles sur la structure des écoulements diphasiques à bulles passe par une modification profonde de la turbulente du liquide. Cela se produit de différentes manières : en écoulements diphasiques à faibles intensités turbulentes (par exemple : écoulements faiblement cisailés), la présence des bulles induit une augmentation significative de la turbulence par comparaison au cas monophasique équivalent (Lance & Bataille, 1991 ; Roig *et al.*, 1998). Cependant, dans des écoulements turbulents caractérisés par des fortes intensités turbulentes, l'effet de la présence des bulles est plus complexe. Les observations expérimentales obtenues en conduite verticale par exemple (Wang *et al.*, 1987 ; Liu & Bankoff, 1990), montrent une augmentation des fluctuations turbulentes dans les zones à faible cisaillement (au voisinage de l'axe de la conduite), alors que dans les zones proches des parois, où la production par cisaillement de la turbulence est importante, l'effet des bulles est plus complexe et peut même conduire, sous certaines conditions, à une atténuation de l'intensité turbulente par comparaison au cas monophasique équivalent. Plus précisément, les résultats expérimentaux obtenus dans un écoulement à bulles turbulent homogène et soumis à un cisaillement constant de Lance *et al.* (1991) montrent que le mécanisme de redistribution de la turbulence associé à la corrélation des fluctuations de pression et de déformation est fortement altéré par la présence des bulles.

En s'appuyant sur l'analyse d'un ensemble d'expériences d'écoulements à bulles de référence, Chahed (1999) a discuté les phénomènes prédominants qui jouent un rôle dans la structuration de la turbulence. Sur la base de cette discussion on peut retenir que la structure de la turbulence en écoulement à bulles résulte d'une compétition entre les phénomènes suivants :

- la turbulence produite par le mouvement relatif des bulles (pseudo-turbulence) dont l'ampleur énergétique est surtout évidente dans les écoulements où la production par les gradients moyens est faible (en écoulement de grille, dans les noyaux des écoulements cisailés, à l'extérieur de la couche limite et au centre des écoulements en conduite).
- la turbulence induite par cisaillement, associée, comme pour les écoulements monophasiques, à la production par les gradients moyens : elle dépend du gradient de vitesse et de la contrainte turbulente de cisaillement. Celle ci n'a été mesurée que dans quelques écoulements. En écoulement de cisaillement pur, les contraintes turbulentes de cisaillement sont atténuées par la présence des bulles et la production par les gradients moyens de vitesse est plus faible qu'en écoulement monophasique. En écoulement en conduite, les profils de vitesse moyenne et de cisaillement turbulent mesurés indiquent que l'on peut s'attendre à une augmentation de la production près de la paroi et à une éventuelle réduction dans le reste de la conduite.
- la dissipation de la turbulence : certains auteurs attribuent la réduction de la turbulence observée dans certains écoulements cisailés à l'augmentation de la dissipation (Troshko

& Hassan, 2001). On peut en effet supposer que les sillages des bulles peuvent contribuer à une augmentation de la dissipation qui serait responsable de l'atténuation de la turbulence dans certains écoulements à bulles. Si on accepte cette idée, il faudrait s'attendre, dans ce cas, à une décroissance plus rapide de la turbulence en écoulement homogène de grille. Cela n'est pas observé expérimentalement. Les expériences de turbulence homogène de Lance & Bataille (1991) montrent que la turbulence produite par la traînée dans les sillages est directement dissipée par viscosité avant que les mécanismes de transfert puissent entrer en jeu.

- la redistribution : les expériences de Lance *et al.* (1992) en écoulement de turbulence homogène avec cisaillement constant, pour lesquelles on dispose de mesures des différentes composantes du tenseur de Reynolds, montrent que la redistribution joue un rôle essentiel dans la modification de la structure de la turbulence en écoulement diphasique. Ces expériences indiquent, pour certains cisaillements, une tendance à l'isotropie plus accentuée qu'en écoulement monophasique avec une atténuation importante du cisaillement turbulent. Les mesures en conduite révèlent des comportements analogues : les mesures de la structure de la turbulence (Wang *et al.*, 1987) montrent, qu'en dehors de la zone centrale de l'écoulement, l'isotropie de l'écoulement diphasique est plus accentuée que pour l'écoulement monophasique correspondant. Les expériences de Serizawa *et al.* (1992) indiquent une diminution importante du cisaillement turbulent et une atténuation de l'intensité turbulente ; celle-ci ne concerne que la composante longitudinale témoignant d'une alimentation plus importante des autres composantes. En revanche, on peut observer dans certains écoulements peu cisailés une augmentation de l'anisotropie de la turbulence en écoulement à bulles. C'est le cas des écoulements de turbulence homogène sans cisaillement (Lance & Bataille, 1991) ou localement dans la zone centrale des écoulements en conduite. On peut penser, que dans les situations où la production par les gradients moyens est faible et où la turbulence en écoulement monophasique est a priori isotrope, se superpose une turbulence induite par les bulles qui est fondamentalement anisotrope. En effet les expériences d'ascension de bulles dans un liquide au repos indiquent qu'en l'absence de turbulence induite par le cisaillement, la turbulence induite par les bulles est en effet anisotrope (Ellingsen & Risso, 2001). Biesheuvel & Van Wingerden (1984) ont d'ailleurs calculé une solution anisotrope du tenseur des corrélations de vitesses induites en écoulement potentiel homogène.

- l'absorption d'énergie par les bulles : certains auteurs suggèrent que l'absorption de l'énergie par les inclusions en écoulement diphasique dispersé peut être responsable de la diminution de l'énergie turbulente. Serizawa & Kataoka (1990) indiquent que la déformation des bulles est susceptible d'absorber l'énergie turbulente du liquide et de modifier la dissipation.

L'analyse des traits caractéristiques de la turbulence en écoulement à bulles met en évidence certains aspects des interactions interfaciales. Ces mécanismes d'interaction sont

loin d'être indépendants, on peut penser qu'ils peuvent s'accompagner de couplages non-linéaires. La modélisation des écoulements turbulents à bulles doit donc tenir compte de ces aspects en tentant d'introduire dans les modélisations les différents mécanismes de la turbulence.

## 2.5.2 Equations de transport et fermetures de la turbulence en écoulements à bulles

L'équation de transport des tensions de Reynolds en écoulement diphasique dispersé peut être obtenue en appliquant une démarche similaire à la démarche classique utilisée en écoulement monophasique (Lance, 1986). Cette équation s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{(1-\alpha)\frac{D}{Dt}\overline{u_i u_j}}_{(1)} = & - \underbrace{(1-\alpha)\left[\overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k}\right]}_{(2)} - \underbrace{2\nu(1-\alpha)\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \nu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j} n_k \delta^I)}_{(3)} \\
 & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ (1-\alpha)\overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial}{\partial x_k} (1-\alpha)\overline{u_i u_j} + \frac{(1-\alpha)}{\rho} p (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right]}_{(4)} \\
 & + \underbrace{\frac{(1-\alpha)}{\rho} p \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right)}_{(5)} + \underbrace{\left\langle \nu \left( \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) n_k \delta^I - \left( \frac{p}{\rho} u_i n_j + \frac{p}{\rho} u_j n_i \right) \delta^I \right\rangle}_{(6)}
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

L'équation (2.85) est analogue à l'équation monophasique à ceci près qu'elle est pondérée par le taux de vide et qu'elle présente un terme complémentaire associé aux effets interfaciaux. Pour le reste, cette équation fait apparaître des termes que l'on peut globalement interpréter comme des termes de convection par le mouvement moyen du liquide (1), de production par les gradients moyens (2), de dissipation visqueuse (3), de diffusion (4), de redistribution par la pression (5) et enfin un terme de production par les interfaces  $S_{ij}^I$  spécifique aux écoulements diphasiques (6) :

$$S_{ij}^I = \left\langle - \left( \frac{p}{\rho} u_i n_j + \frac{p}{\rho} u_j n_i \right) \delta^I + \nu \left( \frac{\partial}{\partial x_k} u_i u_j \right) n_k \delta^I \right\rangle \tag{2.86}$$

L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente (k), définie comme la demi-trace du tenseur de Reynolds, est obtenue par contraction de l'équation (2.86), elle s'écrit :



$$\begin{aligned}
 (1-\alpha)\frac{D}{Dt}k = & -(1-\alpha)\overline{u_j u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \nu(1-\alpha)\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{1}{2}\nu\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i u_i n_j} \delta^I) \\
 & - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)\overline{u_i u_i u_j} - \nu\frac{\partial}{\partial x_i} (1-\alpha)k + \frac{(1-\alpha)}{\rho} \overline{p u_j} \right] + \frac{S_{ii}^I}{2}
 \end{aligned} \tag{2.87}$$

$\frac{S_{ii}^I}{2}$  est la demi-trace de  $S_{ij}^I$ , et représente l'échange interfacial d'énergie cinétique turbulente.

Le tenseur de Reynolds contient toutes les fluctuations : les fluctuations induites, comme en écoulement monophasique, par les gradients moyens de vitesse et les fluctuations induites par les bulles. Les termes de l'équation de transport englobent donc les effets propres des deux types de mouvements fluctuants et ceux résultants de leurs couplages. Il est donc difficile de bien représenter l'écoulement diphasique et ses propriétés de transport turbulent sans une description précise des mécanismes qui contrôlent la turbulence « classique » du liquide et la « pseudo-turbulence » induite par les bulles. En effet, la turbulence et la pseudo-turbulence sont deux phénomènes gouvernés par des mécanismes fondamentalement différents. En terme de description statistique, les deux champs fluctuants sont associés à des échelles différentes qu'il convient de préciser.

Le développement des modèles de turbulence pour les écoulements à bulles s'inspire largement de l'expérience acquise dans la modélisation de la turbulence en écoulement monophasique et repose sur les méthodologies classiques de fermeture en un point des équations statistiques. Plusieurs travaux de modélisation ont ainsi permis de développer des modèles de turbulence au premier et au second ordre pour les écoulements à bulles. Certains de ces modèles ne procèdent pas à une décomposition entre les fluctuations produites par cisaillement et celles induites par les bulles (Lee *et al.*, 1989 ; Lopez de Bertodano *et al.*, 1990 ; Simonin, 1991 ; Wang *et al.*, 1994 ; Morel, 1997 ). D'autres modèles s'appuient sur une décomposition implicite ou explicite de la turbulence qui associe au tenseur de Reynolds une partie « turbulente » induite par les mécanismes turbulents de cisaillement et une partie « pseudo-turbulente » induite par les bulles (Sato *et al.*, 1981 ; Lance *et al.*, 1991 ; Lopez de Bertodano *et al.*, 1994 ; Chahed, 1999 ; Troshko & Hassan, 2001 ; Chahed *et al.*, 2003 ; Bellakhal *et al.*, 2004-a ). Ces modèles font apparaître à différents niveaux de modélisation une échelle supplémentaire associée à la turbulence induite par les bulles. Dans ses travaux de thèse, Bellakhal (2005) a réalisé une étude exhaustive de ces modèles qui, après évaluation des fermetures, l'a conduit à établir une forme de classification des modèles qui fait intervenir l'ordre de fermeture du modèle et le nombre d'échelles mises en jeu dans ces modèles. L'analyse de cette classification des modèles de turbulence en écoulement à bulles met en évidence l'évolution des méthodes de modélisation qui, en quelque sorte, a accompagné l'évolution de la compréhension qu'on a aujourd'hui des effets interfaciaux sur la structure de la

turbulence en écoulement à bulles. Le tableau 2.1 illustre cette classification des modèles de turbulence.

**Tableau 2. 1 : Classification des modèles de turbulence en écoulements à bulles (Bellakhal, 2005)**

		Ordre des modèles	
		Premier ordre	Second ordre
Echelles résolues ↓	Une échelle de temps	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee <i>et al.</i> (1989)</li> <li>• Simonin (1991)</li> <li>• Wang <i>et al.</i> (1994)</li> <li>• Morel <i>et al.</i> (1997)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lopez de bertodano <i>et al.</i> (1990)</li> </ul>
	Deux échelles de temps	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sato <i>et al.</i> (1981)</li> <li>• Lopez de bertodano <i>et al.</i> (1994)</li> <li>• Troshko &amp; Hassan (2001)</li> <li>• Chahed <i>et al.</i> (2003)</li> <li>• Bellakhal <i>et al.</i> (2004)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lance <i>et al.</i> (1991)</li> <li>• Chahed <i>et al.</i> (1999)</li> </ul>

### 2.5.3 Modèles de turbulence à une échelle de temps

Ces modèles ne procèdent pas à la décomposition entre les fluctuations produites par le cisaillement moyen et celles induites par les bulles. Les propriétés statistiques de la turbulence portent donc ici sur l'ensemble des fluctuations turbulentes y compris celles induites par les bulles. Il en résulte que l'ensemble des mécanismes de la turbulence est décrit à l'aide d'une seule échelle de temps.

L'équation de transport du tenseur de Reynolds modélisée s'écrit d'une manière symbolique sous la forme générale suivante :

$$\alpha_L \frac{D \overline{u'_i u'_j}}{Dt} = \alpha_L (P_{ij} + D_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij}) + S_{ij}^I \quad (2.88)$$

où  $\alpha_L$  est la fraction volumique du liquide,  $P_{ij}$  est la production turbulente par cisaillement dans la phase liquide,  $D_{ij}$  et  $\Phi_{ij}$  représentent les termes de diffusion et de redistribution modélisés selon Launder *et al.* (1975) et  $S_{ij}^I$  est un tenseur associé à la production par les interactions interfaciales.

La dissipation est considérée isotrope conformément à l'hypothèse d'isotropie locale et est décrite dans les modèles au second ordre par l'équation générale suivante :

$$\frac{D}{Dt}(\alpha_L \varepsilon) = D_\varepsilon + \alpha_L \frac{\varepsilon}{k_L} (c_{\varepsilon 1} P_L - c_{\varepsilon 2} \varepsilon) + S_\varepsilon \quad (2.89)$$

Au premier ordre, les modèles à une échelle de temps expriment le tenseur de Reynolds à l'aide du concept de viscosité turbulente. Cela suppose que le frottement turbulent s'exprime à l'aide d'une viscosité turbulente « diphasique ». Le tenseur de Reynolds est ainsi exprimé à l'aide de la fermeture de Boussinesq sous la forme :

$$\overline{u'_{Li} u'_{Lj}} = -2\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3} k_L \delta_{ij} \quad (2.90)$$

où  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_{Lj}}}{\partial x_i} \right)$  est le tenseur des taux de déformation et  $k_L = \frac{1}{2} \overline{u'_{Li} u'_{Li}}$  est

l'énergie cinétique turbulente dans le liquide.

Les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation des différents modèles de turbulence ( $k, \varepsilon$ ) développés pour les écoulements à bulles (Lee *et al.*, 1989 ; Simonin, 1991 ; Wang *et al.*, 1994 ; Morel, 1997), peuvent se mettre sous la forme :

$$\frac{D}{Dt}(\alpha_L k_L) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_L \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial}{\partial x_i} k_L \right] + \alpha_L (P_L - \varepsilon) + S_k \quad (2.91)$$

$$\frac{D}{Dt}(\alpha_L \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_L \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \varepsilon \right] + \alpha_L \frac{\varepsilon}{k_L} (c_{\varepsilon 1} P_L - c_{\varepsilon 2} \varepsilon) + S_\varepsilon \quad (2.92)$$

Les termes du second membre de deux équations précédentes représentent respectivement la diffusion, la production par le gradient de vitesse moyenne du liquide

( $P_L = -\overline{u'_{Li} u'_{Lj}} \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} = 2\nu_t \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} S_{ij}$ ), le taux de dissipation  $\varepsilon$  et les termes sources

interfaciaux.

Il convient de signaler que les fermetures au second ordre et à une échelle de temps telles que celles proposées par Lopez de Bertodano *et al.* (1990) ou encore par Zhou (2001) conduiraient, par contraction, à des modèles ( $k, \varepsilon$ ) qui ont la même forme que le modèle donné par les équations (2.91) et (2.92).

Lopez de Bertodano *et al.* (1994) montrent que dans, le cas général, les modélisations à une échelle de temps sont insuffisantes pour décrire la turbulence en écoulement diphasique. En effet, l'application de ces modèles en turbulence homogène à bulles de grille donne des équations simplifiées dont la solution analytique fournit une décroissance de la turbulence derrière la grille qui n'est pas conforme aux observations expérimentales. La solution analytique de Lopez de Bertodano *et al.* (1994) montre que le temps d'atténuation en écoulement à bulles dépendrait ainsi du terme d'échange interfacial et par conséquent du taux de vide, ce qui n'est pas en accord avec les données expérimentales de

Lance *et al.* (1991). Nous avons signalé plus haut que ces expériences indiquent que le temps caractéristique de l'atténuation de la turbulence diphasique obtenu pour différents taux de vide, est sensiblement identique à celui de l'écoulement monophasique.

## 2.5.4 Modèles de turbulence au second ordre à deux échelles de temps

Dans leurs expériences en turbulence homogène avec cisaillement constant, Lance & Bataille (1991) ont mis en évidence l'effet important des interfaces sur les mécanismes d'étirement tourbillonnaire. Ils ont été les premiers à proposer une modélisation au second ordre introduisant une décomposition des échelles relatives à la turbulence et à la pseudo-turbulence. Ces travaux ont été à l'origine des modélisations plus générales développées à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Chahed (1999).

Dans le modèle de Lance *et al.* (1991), le tenseur de Reynolds représente toutes les fluctuations de vitesse du liquide : celles produites par cisaillement et celles induites par les mouvements relatifs des bulles. Cependant la dissipation visqueuse est décomposée en deux contributions statistiquement indépendantes: (1) une dissipation  $\varepsilon_L$  au niveau des plus petites échelles de la turbulence dans le liquide, et qui résulte de la cascade d'énergie (cette dissipation est supposée isotrope) ; et (2) une dissipation  $\varepsilon_s$  dans les sillages des bulles. Ces auteurs supposent qu'il y a un équilibre production-dissipation dans les sillages conformément aux résultats expérimentaux obtenus en turbulence homogène par Lance & Bataille (1991). Dans ces conditions, la seule dissipation qui subsiste dans les équations de transport des tensions de turbulence est la dissipation isotrope  $\varepsilon_L$  qui se met sous la forme :

$$\varepsilon_L = \frac{2}{3} \varepsilon_0 \delta_{ij} \quad (2.93)$$

où  $\varepsilon_0$  est modélisée comme pour l'écoulement monophasique, en turbulence homogène avec cisaillement constant,.

L'apport original dans le modèle de Lance *et al.* (1991) est relatif à la modélisation du terme de redistribution  $\Phi_{ij}$  de l'équation (2.88). Ce terme est décomposé comme en monophasique en une partie linéaire (appelée également terme rapide) associée au couplage linéaire entre les mouvements moyen et fluctuant et en une partie non linéaire associée au couplage non linéaire entre les fluctuations de vitesse:

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij}^{(NL)} + \Phi_{ij}^{(L)} \quad (2.94)$$

Les auteurs retiennent la modélisation monophasique de Launder *et al.* (1975) pour la partie linéaire. Ils proposent pour la partie non linéaire, d'introduire un effet supplémentaire pour prendre en compte la distorsion aléatoire des structures turbulentes

provoquée par le mouvement turbulent des bulles. Lance *et al.* (1991) proposent donc de modéliser la partie non-linéaire sous la forme:

$$\Phi_{ij}^{(NL)} = -\left(c_1 \frac{\varepsilon_0}{k} + c_3 \alpha \frac{\overline{U_R}}{d}\right) \overline{u'_{Li} u'_{Lj}} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.95)$$

où apparaît une échelle de temps supplémentaire caractéristique du mouvement des bulles.

Ce modèle permet de reproduire de manière satisfaisante les données expérimentales de Lance *et al.*, (1991). En particulier, le modèle réussit à produire l'accentuation de l'isotropie et la réduction du frottement turbulent induites par la présence des bulles.

Cependant, ce modèle de retour à l'isotropie, qui comprend l'ensemble des fluctuations, conduit, en l'absence de contraintes extérieures imposées par le champ moyen, à une solution isotrope de la turbulence totale. Cela est incompatible avec les résultats expérimentaux obtenus dans des écoulements où la turbulence induite par les bulles est importante. En effet, les résultats expérimentaux de Mareuge & Lance (1995) ou de Ellingsen & Risso (2001) dans un nuage de bulles en ascension dans un liquide au repos indiquent que la turbulence produite par les bulles est à caractère fortement anisotrope. On remarque également que la turbulence en écoulement à bulles à l'aval d'une grille est anisotrope, Lance & Bataille (1991).

Chahed (1999) s'appuie sur les travaux de Lance *et al.* (1991) pour proposer un modèle au second ordre où le tenseur de Reynolds est décomposé en deux contributions statistiquement indépendantes: une composante "pseudo-turbulente" associée aux fluctuations irrotationnelles non dissipatives d'origine purement interfaciale  $\overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(S)}$  et une composante associée aux fluctuations "turbulentes" rotationnelles dissipatives qui comprend également les fluctuations dans les sillages des bulles  $\overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(T)}$ . Chacune des composantes est décrite par une équation de transport spécifique. L'équation de transport de la composante pseudo-turbulente est modélisée en s'appuyant sur la solution théorique de Biesheuvel & Van Wijngaarden (1984) établie en écoulement potentiel homogène à bulles. Dans cet écoulement le tenseur des fluctuations turbulentes induites par le mouvement des bulles s'écrit :

$$\overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(S)} = \frac{3}{20} \alpha \left\| \overline{U_R} \right\|^2 \delta_{ij} + \frac{1}{20} \alpha \overline{U_{Ri} U_{Rj}} \quad (2.96)$$

L'équation de transport de la composante pseudo-turbulente proposée pour des écoulements inhomogènes est modélisée sous la forme :

$$\frac{D}{Dt} \overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(S)} = Diff \overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(S)} + \frac{D}{Dt} \overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(S)} \quad (2.97)$$

Le second terme de l'équation (2.97) exprime l'écart par rapport à la solution potentielle (2.96) en écoulement homogène. Il représente une diffusion due précisément au caractère inhomogène de l'écoulement. Le dernier terme de (2.97) est interprété comme la contribution, en situation inhomogène, de la production interfaciale qui représente dans ce cas la puissance développée par la force de la masse ajoutée, et de redistribution.

La modélisation de l'équation de transport de la partie turbulente du tenseur de Reynolds s'inspire largement de la modélisation de Lance *et al.* (1991). En adoptant l'hypothèse production-dissipation dans les sillages des bulles, Chahed (1999) propose une équation de transport de la partie turbulente sous la forme synthétique suivante :

$$\frac{D}{Dt} \overline{\overline{u'_L u'_L}}^{(T)} = Diff \overline{\overline{u'_L u'_L}}^{(T)} + P_{Lij} + \Phi_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon_0 \delta_{ij} \quad (2.98)$$

où  $\varepsilon_0$  représente la dissipation visqueuse isotrope qui résulte de la cascade énergétique ; elle est déterminée à partir d'une équation de transport similaire à l'équation monophasique.

Le terme de corrélation pression-déformation est décomposé en partie linéaire et en partie non-linéaire et modélisé selon les fermetures proposées par Lance *et al.* (1991) où on ne retient que la partie turbulente du tenseur de Reynolds. Cela permet d'éviter le retour à l'isotropie inappropriée dans les écoulements où la pseudo-turbulence est dominante. Le modèle s'écrit ainsi sous la forme :

$$\Phi_{ij}^{(NL)} = -c_1 (\tau_t^{-1} + \alpha \tau_b^{-1}) \overline{\overline{u'_L u'_L}}^{(T)} - \frac{2}{3} k_0 \delta_{ij} \quad (2.99)$$

où  $\tau_t$  est l'échelle de temps associée à la partie turbulente :

$$\tau_t = \frac{k_0}{\varepsilon_0} \quad \text{avec} \quad k_0 = \frac{1}{2} \overline{\overline{u'_L u'_L}}^{(T)} \quad (2.100)$$

et  $\tau_b$  l'échelle de temps caractéristique du mouvement des bulles pour laquelle on adopte l'expression proposée par Lance *et al.* (1991) :

$$\tau_b = c_R \frac{d}{\overline{\overline{U_R}}} \quad (2.101)$$

La partie linéaire du terme de redistribution est modélisée d'une manière analogue à la modélisation monophasique de Launder *et al.* (1975).

Les termes de diffusion qui apparaissent dans les équations de transport sont modélisés en généralisant le modèle de Launder *et al.* (1975). Ainsi, la diffusivité est exprimée comme la somme des deux contributions : une contribution turbulente associée à l'échelle de temps  $\tau_t$  et une contribution pseudo-turbulente associée à l'échelle de temps  $\tau_b$ . Le modèle de diffusion proposé s'écrit ainsi :

$$Diff(\varphi) = \frac{C_{s\varphi}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha) \overline{\tau_t u'_{Li} u'_{Lj}}^{(T)} + \tau_b \overline{u'_{Li} u'_{Lj}}^{(S)} \right] \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \quad (2.102)$$

Ce modèle de turbulence a été mis en œuvre pour la simulation de plusieurs écoulements turbulents à bulles: en situation homogène uniforme derrière une grille, homogène à cisaillement constant et de type écoulement cisailé libre de sillage correspondant respectivement aux expériences de Lance & Bataille (1991), Lance *et al.* (1991) et Roig *et al.* (1998). Les résultats numériques obtenus montrent une concordance satisfaisante avec les données expérimentales dans les différentes configurations d'écoulements (Chahed *et al.*, 2002).

## 2.5.5 Réduction des modèles : Modèles à trois équations

L'analyse indique que la fermeture au second ordre de la turbulence apparaît comme un niveau de fermeture où il devient possible de rendre compte des effets interfaciaux à condition de les préciser au travers d'échelles caractéristiques de la turbulence et de la turbulence induite par les bulles. Les relations de fermeture sont alors basées sur la décomposition du tenseur de Reynolds de la phase continue en une partie «pseudo-turbulente» produite par le mouvement relatif des inclusions et une partie «turbulente» produite par cisaillement dans la phase continue et dans les sillages; chaque partie est prédéterminée séparément par une équation de transport.

Comme on l'a vu au paragraphe précédent, le développement de fermetures au second ordre de la turbulence avec deux échelles de temps pour les écoulements à bulles permet en effet de prendre en compte, dans la modélisation des équations de transport des tensions de Reynolds, les effets interfaciaux sur les différents mécanismes de production, de redistribution et de dissipation de la turbulence (Chahed *et al.*, 2002). Cependant la mise en œuvre de telles fermetures dans le domaine des applications reste difficile et les modèles de turbulence à deux équations semblent plus appropriés dans les codes industriels.

La réduction des fermetures au second ordre de la turbulence en écoulement à bulles conduit à définir une viscosité turbulente qui permet de capter au premier ordre l'effet des interactions interfaciales sur le mécanisme d'étirement tourbillonnaire pris en compte au niveau de la modélisation de la turbulence au second ordre.

Chahed (1999) a développé un modèle au premier ordre pour les écoulements turbulents à bulles par réduction des fermetures développées au second ordre. Il a établi une expression de la viscosité turbulente qui met en jeu des échelles caractéristiques de la turbulence et de la pseudo-turbulence déduite du bilan simplifié production- redistribution dans l'équation du frottement turbulent en écoulement de cisaillement pur. Le frottement turbulent en écoulement à bulles s'exprime alors avec la viscosité turbulente :

$$v_t = C_\mu \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \frac{(1 + \frac{k_s}{k_0})}{(1 + \alpha \frac{\tau_t}{\tau_b})} = v_{t0} \frac{(1 + \frac{k_s}{k_0})}{(1 + \alpha \frac{\tau_t}{\tau_b})} \quad \text{avec} \quad C_\mu = 0.09 \quad (2.103)$$

Cette formulation met en évidence la contribution des interactions interfaciales dans la modification de la viscosité turbulente par comparaison au cas monophasique. L'agitation des bulles, caractérisée par l'énergie pseudo-turbulente  $k_s$ , induit une augmentation des fluctuations turbulentes dans la phase continue. Par contre, l'étirement tourbillonnaire provoqué par le mouvement relatif des bulles engendre une atténuation du frottement turbulent et par suite une atténuation de la production par cisaillement de la turbulence dans la phase continue. En écoulement à bulles à fortes valeurs de  $k_s$ , la modélisation (2.103) reproduit une augmentation de la viscosité turbulente diphasique. En revanche, lorsque le montant de l'énergie pseudo-turbulente est faible par rapport au montant de l'énergie turbulente, la formulation (2.103) reproduit dans certains cas une atténuation de la viscosité turbulente (Bellakhal, 2005).

Bellakhal *et al.* (2004-a) se sont appuyés sur la formulation (2.103) de la viscosité turbulente diphasique pour établir des relations algébriques qui donnent le tenseur de Reynolds en écoulement homogène à cisaillement constant.

Sur la base de la formulation (2.103) de la viscosité turbulente, deux modèles de turbulence au premier ordre ont été développés. Dans ces modèles, la turbulence est décomposée en contribution turbulente et pseudo-turbulente pour lesquelles on modélise des équations de transport spécifiques (Chahed, 1999 ; Bellakhal *et al.*, 2004-b). Ces modèles sont appelés « modèles à trois équations » ( $k_0 - k_s - \varepsilon$ ) ou ( $k_0 - k_s - \omega$ ) :

#### Modèle $k - k_s - \varepsilon_0$

Les équations de transport du modèle de turbulence diphasique  $k - k_s - \varepsilon_0$  s'écrivent, Chahed (1999):

$$\frac{D}{Dt} k_0 = \frac{C_{sk}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)(\tau_t k_0 + \tau_b k_s) \frac{\partial k_0}{\partial x_j} \right] + v_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_0 \quad (2.104)$$

$$\frac{D}{Dt} k_s = \frac{C_{sk}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)(\tau_t k_0 + \tau_b k_s) \frac{\partial k_s}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{4} \frac{D}{Dt} \alpha \left\| \overline{U_R} \right\|^2 \quad (2.105)$$

$$\frac{D}{Dt} \varepsilon_0 = \frac{C_{s\varepsilon}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)(\tau_t k_0 + \tau_b k_s) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon_0}{k_0} \left[ C_{1\varepsilon} v_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - C_{2\varepsilon} \varepsilon_0 \right] \quad (2.106)$$

avec  $v_t$  la viscosité turbulente définie par l'équation (2.103),  $\tau_t$  l'échelle de temps associée à la partie turbulente et  $\tau_b$  l'échelle de temps caractéristique du mouvement des



bulles. Les constantes du modèle sont les mêmes que celles du modèle monophasique standard,  $C_{sk} = 0.11$ ,  $C_{s\varepsilon} = 0.15$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1.44$  et  $C_{2\varepsilon} = 1.92$ . Elles ont permis de simuler avec succès différentes configurations d'écoulements turbulents à bulles.

### Modèle $k - k_s - \omega$

Les équations du modèle  $k - k_s - \omega$  sont écrites en procédant à la décomposition de la fréquence en fréquence associée à la turbulence de cisaillement  $\omega_0$  et en fréquence propre associée à la turbulence induite par les bulles  $\omega_b$  :

$$\omega = \omega_0 + \alpha\omega_b \quad (2.107)$$

$$\text{avec } \omega_0 = \frac{\varepsilon_0}{k_0} \text{ et } \omega_b = \frac{3}{2} \frac{C_D}{C_M} \frac{|U_R|}{d}.$$

Cette décomposition revient en quelques sortes à prendre en compte une échelle de temps supplémentaire, ce qui fournit une formulation d'une viscosité turbulente diphasique analogue à celle établie dans le modèle  $k - k_s - \varepsilon_0$ . Compte tenu de la décomposition de l'énergie cinétique turbulente en partie turbulente et pseudo-turbulente, la viscosité turbulente s'exprime, sous la forme suivante :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} = \frac{k_0}{\omega_0} \frac{1 + \frac{k_s}{k_0}}{1 + \alpha \frac{\omega_b}{\omega_0}} \quad (2.108)$$

Les équations de transport du modèle de turbulence diphasique  $k - k_s - \omega$  s'écrivent, Bellakhal *et al.* (2004-b):

$$\frac{D}{Dt} k_0 = \frac{C_{sk}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha) \left( \frac{k_0}{\omega_0} + \frac{k_s}{\omega_b} \right) \frac{\partial k_0}{\partial x_j} \right] + \nu_t \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \beta^* k_0 \omega_0 \quad (2.109)$$

$$\frac{D}{Dt} k_s = \frac{C_{sk}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha) \left( \frac{k_0}{\omega_0} + \frac{k_s}{\omega_b} \right) \frac{\partial k_s}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{4} \frac{D}{Dt} \alpha |U_R|^2 \quad (2.110)$$

$$\frac{D}{Dt} \omega_0 = \frac{C_{s\varepsilon}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha) \left( \frac{k_0}{\omega_0} + \frac{k_s}{\omega_b} \right) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x_j} \right] + \lambda \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} - \beta \omega_0^2 \quad (2.111)$$

Les constantes du modèle sont les mêmes que celles du modèle monophasique, (Wilcox, 1988) :  $\lambda = 0.55$ ,  $\beta = 0.075$  et  $\beta^* = 0.09$ .

## 2.5.6 Discussion sur les modèles de viscosité turbulente

En écoulement à bulles, ces développements menés en collaboration entre l'ENIT et l'IMFT, ont permis de mettre en évidence que les fermetures doivent tenir compte d'une manière intrinsèque des interactions interfaciales et de leurs effets sur les différents mécanismes de la turbulence.

Dans la formulation directe de modèles de turbulence au premier ordre que l'on trouve dans la littérature, les modifications introduites se sont avérées insuffisantes pour représenter de manière précise la structure de la turbulence. Elles sont inadaptées pour représenter les mécanismes de redistribution en particulier lorsque ces mécanismes sont altérés par la présence des interfaces.

Certains auteurs ont ainsi introduit de manière directe des décompositions d'échelles dans des modèles au premier ordre (Sato & Sekoguchi, 1975 ; Sato *et al.*, 1981 ; Lopez de Bertodano *et al.*, 1994 ; Troshko & Hassan, 2001). Sato & Sekoguchi (1975) proposent ainsi une décomposition de la viscosité turbulente de l'écoulement diphasique en deux contributions : une viscosité turbulente de « l'écoulement monophasique » ( $\nu_{tm}$ ) et une viscosité turbulente induite par les bulles ( $\nu_B$ ) exprimée algébriquement à partir de l'analyse dimensionnelle en fonction des grandeurs caractéristiques des bulles :

$$\nu_B = c_b \frac{d}{2} \alpha_G \left| \overline{U_R} \right| \quad (2.112)$$

où  $c_b$  est une constante fixée d'une manière empirique à la valeur 1.2.

Sato *et al.* (1981) ont extrapolé cette analyse en décomposant les fluctuations de vitesse en deux contributions statistiquement indépendantes : une fluctuation dite « monophasique » et une fluctuation associée aux perturbations induites par les bulles. L'énergie cinétique turbulente dans le liquide s'écrit alors comme la somme de l'énergie turbulente « monophasique » ( $k_{L0}$ ) et de l'énergie d'agitation induite par l'agitation des bulles ( $k_{Lb}$ ).

Avec ou sans décomposition de l'énergie cinétique turbulente du liquide, l'introduction d'une viscosité turbulente due aux bulles revient à introduire une nouvelle échelle de temps dans le calcul de la viscosité turbulente. En effet, en exprimant l'énergie turbulente induite par l'agitation des bulles  $k_{Lb}$  selon la solution analytique de Biesheuvel & Van

Wijngaarden (1984) en écoulement potentiel homogène  $k_{Lb} = \frac{1}{4} \alpha \left| \overline{U_R} \right|^2$ , la viscosité turbulente dans le modèle de Sato *et al.* (1981) en écoulement diphasique pourrait se mettre sous la forme :

$$\nu_t = \nu_{t0} + c_b \frac{d}{2} \alpha_G \left| \overline{U_R} \right| = c_\mu \tau_t k_{L0} + c_b \tau_b k_{Lb} \quad (2.113)$$

Où  $\tau_t$  et  $\tau_b$  représentent les deux échelles de temps données par les relations suivantes :

$$\tau_t = \frac{k_{L0}}{\varepsilon} \quad \text{et} \quad \tau_b \approx \frac{d}{\overline{|U_R|}} \quad (2.114)$$

Le modèle de Sato *et al.* (1981) a été repris dans le modèle  $(k, \varepsilon)$  de Lopez de Bertodano *et al.* (1994) et testé dans le code Melodif (Roig, 1993). Il a également été utilisé pour bâtir un modèle de sous maille pour la simulation LES d'écoulements à bulles (Lakehal *et al.*, 2002).

Dans son analyse des modèles de turbulence, Bellakhal (2005) montre que les modèles au premier ordre qui s'appuient sur une double décomposition de la viscosité turbulente du type de ceux de Sato *et al.* (1981) ne peuvent qu'augmenter la production par les gradient moyens et sont donc incapables de reproduire de manière systématique l'atténuation de la turbulence observée dans plusieurs expériences d'écoulements à bulles (Wang *et al.*, 1987 ; Lee *et al.*, 1989 ; Liu & Bankoff, 1990 ; Serizawa *et al.*, 1992). En particulier le modèle de Sato *et al.* (1981) produirait pour des écoulements à bulles uniformément cisailés, des frottements turbulents toujours plus importants que ceux obtenus en écoulement monophasique avec le même gradient de vitesse ce qui ne concorde pas avec les résultats expérimentaux de Lance *et al.* (1991).

### 2.5.7 Discussion sur la pseudo-turbulence

L'une des bases de la modélisation de la turbulence dans les écoulements à bulles concerne l'hypothèse de l'équilibre de la turbulence dans les sillages des bulles (Lance & Bataille, 1991 ; Lance *et al.*, 1991). La turbulence dans les sillages n'apparaît pas dans le terme source interfacial des équations de transport des corrélations turbulentes puisque le bilan entre la production par la traînée et la dissipation dans les sillages est supposé nul. Les termes sources de la turbulence induite par les bulles qui apparaissent dans les équations de transport sont alors associés aux seuls effets de masse ajoutée (Lance *et al.*, 1991 ; Lopez de Bertodano *et al.*, 1994 ; Chahed *et al.*, 2003).

Dans des situations où le mouvement relatif est fortement accéléré, ces termes sources sont capables de générer des montants d'énergie cinétique pseudo-turbulente réalistes dès lors que le rôle des sillages n'est pas trop important. Ainsi, le modèle a permis de simuler précisément les expériences de turbulence de grille de Lance & Bataille (1991), en prenant en compte les effets d'accélération du mouvement relatif en entrée de la veine de mesure (Chahed *et al.*, 2003), et pour des taux de vide jusqu'à 2%. Mais il est clair que pour des taux de vide plus élevés, ou pour des régimes d'écoulements à bulles fortement marqués par la présence de sillages instationnaires ou turbulents, il faut faire réapparaître dans le modèle la signature de ces sillages que la mesure de l'énergie cinétique d'agitation restitue. Les expériences de Larue de Tournemine (2001) et de Garnier *et al.* (2002) montrent ainsi, en écoulement homogène sans turbulence, que le modèle d'énergie

pseudo-turbulente basé sur la solution potentielle qui génère de l'énergie cinétique induite par les bulles par les seuls effets de la force de masse ajoutée est incomplet pour les écoulement à taux de vide relativement élevés.

Chahed *et al.* (2004) ont ainsi proposé de prendre en compte ces effets de sillage en considérant que l'énergie cinétique totale induite par les bulles  $k_{BI}$  est la somme de l'énergie produite dans le sillage  $k_{WT}$  et de la pseudo-turbulence engendrée par les effets de masse ajoutée  $k_S$  :

$$k_{BI} = k_S + k_{WT} \quad (2.115)$$

où  $k_S$  est l'énergie cinétique produite par la masse ajoutée dans le mouvement relatif moyen. En écoulement homogène  $k_S$  est donnée par la solution de l'écoulement potentiel de Biesheuvel & Wijngaarden (1984) :

$$k_S = \frac{1}{4} \alpha U_R^2 \quad (2.116)$$

En extrapolant la solution auto-similaire de l'énergie cinétique turbulente dans le sillage lointain d'une bulle isolée à celui d'une bulle évoluant en milieu confiné, Chahed *et al.* (2004) expriment ainsi l'énergie cinétique turbulente intégrée dans l'espace inter-bulles par :

$$k_{WT} = 3\sqrt{2\pi} 4\chi^4 m \frac{3.75}{R_{ET}} \frac{\left(\frac{\eta\alpha^{-\frac{1}{3}}}{m} + 1\right)^{\frac{1}{3}} - 1}{\eta^3} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} U_{R0}^2 \quad (2.117)$$

Rappelons que  $\eta = \left[\frac{\pi}{6}\right]^{\frac{1}{3}}$ , que  $\gamma$  est le coefficient d'aplatissement défini par le rapport de la longueur du petit axe sur celle du grand axe, que  $R_{ET}$  est le nombre de Reynolds turbulent,  $U_{R0}$  et  $U_R$  sont respectivement la vitesse limite d'une bulle en ascension libre et la vitesse relative dans l'écoulement diphasique à fort taux de vide donnée par la formulation (2.61).

Cette formulation a été confrontée aux données expérimentales de Garnier *et al.* (2002), la comparaison indique une excellente concordance jusqu'à des taux de vide de l'ordre de 15%. Rappelons qu'au delà de cette valeur, la distance inter-bulle devient trop faible pour que la représentation même du sillage confiné ait un sens.

Il est intéressant de remarquer, que l'énergie cinétique est normée par  $U_{R0}$ . C'est un résultat qui est en accord avec les expériences de Larue de Tournemine (2001) qui indiquent que c'est en effet la vitesse du champ lointain qui normalise bien l'énergie cinétique turbulente induite par les bulles.

## 2.5.8 Agitation des bulles

Ce paragraphe est consacré à l'analyse de la réponse du mouvement barycentrique d'une bulle aux fluctuations de vitesse de la phase continue. La modélisation de ce phénomène est l'un des éléments clés de la fermeture des équations dans un modèle à deux fluides. On peut identifier deux termes qui doivent être modélisés : le tenseur des contraintes turbulentes dans la phase dispersée  $\overline{u'_{Gi}u'_{Gj}}$  et éventuellement, selon le choix d'écriture de la force de masse ajoutée, le tenseur de co-variance entre les fluctuations de vitesse de deux phases  $\overline{u'_{Li}u'_{Gj}}$ .

D'une manière générale, on cherche à exprimer ces termes en fonction des paramètres statistiques de la turbulence du liquide à savoir les contraintes de Reynolds  $\overline{u'_{Li}u'_{Lj}}$ . Dans cette analyse on considère la modélisation de  $\overline{u'_{Gi}u'_{Gj}}$  et la modélisation se limite aux termes diagonaux de ce tenseur  $\overline{u'^2_{Gi}}$ . Ces termes peuvent être exprimés en fonction des contraintes turbulentes de la phase continue  $\overline{u'^2_{Li}}$  ce qui amène à introduire un tenseur de réponse  $C_{ij}$  d'une bulle à la turbulence du liquide :

$$\overline{u'^2_{Gi}} = C_{ij} \overline{u'^2_{Li}} \quad (2.121-a)$$

Sous certaines hypothèses, on peut relier la fluctuation de vitesse de la bulle dans une direction de vitesse aux fluctuations de vitesse du liquide dans la même direction et le tenseur de réponse est donc diagonal :

$$\overline{u'^2_{Gi}} = C_{ii} \overline{u'^2_{Li}} \quad (2.122-b)$$

Plusieurs méthodes ont été développées pour relier le tenseur des fluctuations de vitesse d'une bulle à celui des fluctuations de vitesse de la phase continue. Tchen (1947) fut le premier à développer une méthode qui se base sur une transformation de Fourier de l'équation de trajectoire, ce qui permet d'obtenir une réponse dans le domaine fréquentiel, à condition de se donner en outre le spectre turbulent des excitations du mouvement des inclusions.

Tchen (1947) a développé cette méthode sous des hypothèses restrictives :

1. la traînée suit une loi linéaire,
2. la turbulence est homogène et stationnaire dans un domaine d'étendue infinie,
3.  $d_B \ll \eta$ , où  $d_B$  est le diamètre de la bulle et  $\eta$  est l'échelle de Kolmogorov,
4. la bulle suit la même particule durant son mouvement,
5. aucun champ de force extérieure n'agit sur la turbulence.

L'extension de cette théorie, développée dans le cadre d'écoulements turbulents homogènes et stationnaires, permet à d'autres auteurs (Hinze, 1975 ; Deutsch, 1992) de proposer d'autres méthodes dans le but de limiter ces hypothèses, en particulier pour l'étude des écoulements diphasiques à bulles. Deutsch (1992) ne retient que les deux premières hypothèses c'est-à-dire que la bulle n'a pas besoin de suivre les mêmes particules de fluide dans son mouvement. Cette extension, à des nombres de Reynolds de bulle  $Re = \frac{|\overline{U_{Gi}} - \overline{U_{Li}}| d_B}{\nu}$  plus élevés, permet de tenir compte du mouvement relatif des bulles par rapport aux structures turbulentes.

Si on note  $u$  et  $v$  les composantes longitudinale (selon la direction verticale  $x$ ) et transversale (direction  $y$ ) de la vitesse, les termes diagonaux des tensions de Reynolds du gaz sont exprimées en fonction de celles de la phase continue sous la forme :

$$\overline{u'_G u'_G} = C_{11} \overline{u'_L u'_L} \quad ; \quad \overline{v'_G v'_G} = C_{22} \overline{v'_L v'_L} \quad ; \quad (2.123-a)$$

Les coefficients  $C_{11}$  et  $C_{22}$  sont exprimés conformément à la théorie de dispersion de Tchen-Hinze en turbulence homogène isotrope par les relations suivantes :

$$C_{11} = C_{22} = \frac{b^2 + \tau_r}{1 + \tau_r} \quad \text{avec} \quad b = \frac{1 + C_A}{\frac{\rho_G}{\rho} + C_A} \approx \frac{1 + C_A}{C_A} \quad ; \quad \tau_r = \frac{\tau_t}{\tau_p} \quad \text{et} \quad \tau_p = \frac{\rho_G + C_A}{\frac{3}{4} \frac{C_D}{d} |\vec{u}_R|} \quad (2.123-b)$$

La théorie de Tchen-Hinze permet ainsi de prendre en compte la réponse différente des bulles à l'agitation turbulente quand le rapport  $\tau_r = \frac{\tau_t}{\tau_p}$  varie.

Dans un écoulement homogène induit par l'ascension d'un nuage de bulles, le coefficient  $C_{11}$  a été mesuré par Larue de Tournemine (2001) pour des taux de vide de 0.3 à 14%. C'est une fonction qui décroît rapidement depuis une valeur proche de 9 pour atteindre quasiment la valeur asymptotique 1 dès les taux de vide de 2 à 4 %. Le coefficient  $C_{11}$  est donc bien compris entre les valeurs limites de la théorie de Tchen-Hinze pour  $\tau_r \rightarrow 0$  et  $\tau_r \rightarrow \infty$ . Mais la théorie de Tchen-Hinze ne permet pas de reproduire l'évolution de  $C_{11}(\alpha)$ . Le manque de connaissance sur les échelles de temps de l'agitation induite par les bulles, ou sur une éventuelle modification de l'équation de la trajectoire due à des forces d'interactions entre bulles rend en effet toute analyse délicate.

Dans les écoulements turbulents à bulles, lorsque la turbulence est fortement modifiée par les bulles, une théorie de la dispersion reste certainement à bâtir.

## 2.6 Transport de scalaire en milieu diphasique

### 2.6.1 Etat des lieux en milieu diphasique

Le terme de transport turbulent du scalaire  $\overline{c'_L u'_{Li}}$  qui apparaît dans l'équation de transport de la concentration (2.36) nécessite une modélisation. Dans une turbulence avec couplage inverse fort dû aux bulles, il n'y a pas, à notre connaissance d'expériences physiques ou numériques, qui permettent d'élucider les mécanismes de transport. En fait, il n'existe que quelques travaux essentiellement dans une turbulence induite par l'ascension d'un nuage de bulles sans turbulence préalable à l'injection des bulles.

De rares expériences abordent les mécanismes de mélange dans des écoulements à bulles. On peut noter que dans un écoulement uniforme en présence de très faibles taux de vide  $\alpha_G \cong 0.2\%$ , Mareuge & Lance (1995) démontrent une efficacité de mélange remarquable générée par les bulles, ainsi qu'une anisotropie marquée du processus de mélange avec ce faible taux de vide. En effet, les auteurs montrent que le rapport entre la diffusion transversale et la diffusion longitudinale est de l'ordre de 2. Au sein d'un nuage de bulles et à grand nombre de Schmidt, cette dispersion résulte de plusieurs mécanismes dont on peut donner une description qualitative en suivant la description de White & Nepf (2003) pour un écoulement au travers d'un réseau des cylindres fixes. Au cours de son transport à travers le nuage des bulles, une molécule du scalaire va traverser des zones d'écoulements différents : le scalaire peut être capturé par des zones de recirculations instationnaires proches des interfaces, avant d'être largué ultérieurement ; ensuite, il est également transporté dans le champs des vitesses aléatoires qui comporte à la fois des sillages moyens et des fluctuations interstitielles éloignées des bulles. Selon leurs parcours différenciés au travers d'une distribution spatiale de perturbations contrastées, les molécules du traceur vont ainsi être dispersées.

De nouvelles expériences qui étudient le mélange et le transfert de masse dans une turbulence homogène, avec un taux de vide modéré  $0.3 \leq \alpha_G \leq 12\%$  ont été menées à l'IMFT (Abbas, 2004). Ces expériences ont été réalisées sur le dispositif expérimental que nous avons utilisé durant ma thèse. Et j'ai formé M. Abbas à l'utilisation des différentes techniques de mesures nécessaires à son étude. L'écoulement étudié est homogène du point de vue hydrodynamique, mais un gradient de concentration en oxygène dissous dans l'eau s'y développe, en raison d'une injection particulière de deux populations de bulles de gaz distincts : de l'air dans une première moitié de l'écoulement homogène et de l'oxygène pur dans l'autre moitié. Du point de vue hydrodynamique, ces deux populations de bulles sont identiques (diamètres et vitesses relatives identiques), ainsi une différence de flux d'oxygène vers la phase liquide entre les deux populations est engendrée par la différence de pression partielle d'oxygène dans la phase gazeuse. Dans ces expériences, une base de données complète a été obtenue pour des fractions

volumiques de gaz  $0.3 \leq \alpha_G \leq 12\%$ . Les distributions transversales de la concentration moyenne en oxygène dissous  $C(x, y)$  sont comparées à la solution d'un modèle analytique développé qui prend en compte la convection, le terme source interfacial et la diffusion par les mouvements induits par les bulles selon une loi de diffusion de type loi de Fick. La comparaison entre la solution analytique de ce modèle et les mesures expérimentales a permis l'identification des paramètres physiques du modèles tels que le coefficient de transfert  $k_L a$  et le terme de diffusion transversale dû aux bulles  $D_B^t$ . Malgré la dispersion des résultats, l'ordre de grandeur de  $D_B^t$  est toujours largement supérieure à la diffusivité moléculaire ( $D_{m,O_2} = 2.1 \cdot 10^{-9} m^2 s^{-2}$ ), et les résultats montrent une évolution non monotone de  $D_B^t(\alpha_G)$  qui croît jusqu'à  $\alpha_G \approx 0.3\%$ , puis décroît. A des faibles taux de vide, ces résultats sont compatibles avec ceux de Mareuge & Lance (1995).

On comprend aussi que la dispersion d'un scalaire dans un réseau de bulles dépende, non seulement du taux de vide mais aussi des nombres de Reynolds, de Weber et de Schmidt. Sato *et al.* (1981) avaient proposé, sur la base d'un raisonnement d'échelles, un coefficient de dispersion supposé isotrope et proportionnel au taux de vide :  $D_B^t = c_1 \alpha U_R d_B$ , où  $c_1 = 0.6$ . Eames & Bush (1999) ont développé un modèle analytique en écoulement potentiel dilué qui prédit que le coefficient de dispersion longitudinale à travers un réseau aléatoire des bulles sphériques s'écrit :  $D_B^t = c_2 \alpha C_M U_R d_B$ , avec  $c_2 = 0.17$  et  $C_M$  le coefficient de masse ajoutée. Mareuge & Lance (1995) ont proposé aussi un modèle de dispersion longitudinale en écoulement potentiel. Ce modèle traduit la dispersion générée par le passage aléatoire de bulles qui sont supposées entraîner derrière elles une masse de fluide, équivalente à la masse ajoutée. Ce modèle est semblable au modèle de Eames & Bush (1999). Ces trois modèles ne permettent pas de retrouver les mesures expérimentales parce qu'ils ne prennent en compte que les effets potentiels.

Pour les écoulements à bulles, on voit donc qu'une modélisation de la diffusion est certainement encore loin de portée. Mais on comprend aussi qu'interviendront dans la diffusion à la fois des échelles caractérisant la turbulence et des échelles caractéristiques du mouvement relatif des bulles. Ces échelles seront en compétition ou interagiront dans le mélange et le transfert de masse. Pour faire apparaître le poids relatif de ces échelles dans la modélisation du flux turbulent  $\overline{c_L' u_{Li}'}$ , il faudrait adopter une démarche similaire à celle qui a permis à Chahed (1999) de modéliser la diffusion turbulente de  $k$  et  $\varepsilon$  (équations 2.104-2.106).

Dans ce travail, on a pris la diffusion du scalaire égale à la diffusion des grandeurs du modèle de turbulence qui s'écrit sous la forme :

$$D_{ic} = C_{sc} (\tau_t k_0 + \tau_b k_S) \quad (2.124)$$



Une étape plus poussée consisterait à reprendre l'étude au second ordre des équations de transport des flux turbulents  $\overline{c_L' u_{Li}'}$  et de la variance du scalaire  $\overline{c_L'^2}$  en écoulement diphasique. Mais il faut avouer qu'on a peu d'informations aujourd'hui sur les différents termes clefs des équations de  $\overline{c_L' u_{Li}'}$  et  $\overline{c_L'^2}$  pour mener une telle démarche à son terme.

Cependant, pour commencer à réfléchir aux mécanismes de diffusion de façon plus poussée, et même si ce travail n'est pas dans l'axe principal de cette thèse, on a mené l'analyse en écoulement *monophasique* afin d'examiner comment à partir des équations d'ordre 2 on peut introduire les échelles naturelles de l'agitation turbulente dans la fermeture d'une diffusivité. On verra notamment qu'en écoulement monophasique, une telle démarche permet de voir en quoi la fermeture  $D_t = \frac{V_t}{\sigma_c}$  n'est qu'une approximation,

et de voir que des échelles issues des équations au second ordre peuvent apparaître de manière naturelle.

## 2.6.2 En milieu monophasique

Nous avons évoqué dans le paragraphe précédent les difficultés de la modélisation de la diffusion turbulente de la concentration en écoulement diphasique. Cette difficulté réside dans le fait de l'apparition des nouvelles échelles de temps caractéristiques dans la modélisation des écoulements diphasiques. Ces échelles sont propres à ces écoulements diphasiques, ils dépendent des échelles de la turbulence en général mais dépendent également des échelles propres qui caractérisent la bulle et son mouvement relatif. Le but de ce paragraphe consiste à étudier le transport d'un scalaire passif en écoulement *monophasique* afin de comprendre comment apparaissent dans un modèle statistique les échelles du mouvement fluctuant qui contrôlent le transport. Cette étude peut permettre à terme l'extrapolation de la démarche aux écoulements diphasiques à bulles en intégrant les échelles de la turbulence spécifiques à ces écoulements.

Cette analyse qui a fait l'objet d'un travail personnel durant ma thèse, mais qui ne permet pas, à ce jour, d'amener des avancées sur la modélisation de la diffusion turbulente en écoulement à bulles est reportée en annexe.

## 2.7 Conclusions du chapitre 2

Nous avons présenté dans ce chapitre la démarche de modélisation eulérienne à deux fluides à bulles. Après avoir écrit les équations moyennées de bilans de masse, de quantité de mouvement et de transport d'un scalaire passif pour chaque phase, nous avons posé le problème de la fermeture du système d'équations. Les hypothèses adoptées dans ce travail ont été décrites. Le problème de fermeture concerne la modélisation des tenseurs des

contraintes turbulentes, le flux turbulent de la concentration et les termes d'échanges interfaciaux de quantité de mouvement et de concentration. Une étude bibliographique détaillée des lois de fermeture qu'on trouve dans la littérature a permis de mettre en avant les mécanismes importants à prendre en compte, ainsi que le manque de travaux de référence notamment sur le transport turbulent de masse en écoulement à bulles.

## Chapitre 3 :

# Expérimentation et résultats

---

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous décrivons le dispositif expérimental ainsi que la métrologie utilisée pour explorer les écoulements diphasiques étudiés, avant d'aborder l'analyse des résultats issus des investigations expérimentales que nous avons menées. Ce dispositif expérimental a été conçu pour réaliser des écoulements diphasiques gaz-liquide à bulles présentant des taux de vide modérés (Larue de Tournemine, 2001). Il s'agit d'écoulements ascendants verticaux. On s'intéresse plus précisément dans ce travail à l'étude du transfert de masse dans un écoulement turbulent diphasique eau-oxygène de type zone de mélange soumise à des effets de flottabilité. Cet effet de flottabilité est obtenu en imposant un contraste de taux de vide en entrée des zones de mélange. Deux cas d'écoulements contrastés ont été étudiés : une injection d'un faible débit d'oxygène dans la partie à faible vitesse d'une part, et une injection d'un fort débit d'oxygène dans la partie forte vitesse d'autre part. L'installation permet de couvrir les gammes de paramètres de fonctionnement suivantes : le taux de vide moyen peut aller jusqu'à 25%, la vitesse moyenne de la phase continue est inférieure à 1.3 m/s et les bulles sont de taille millimétrique. La métrologie adaptée pour mesurer les vitesses du liquide est l'anémométrie thermique à film chaud. Elle permet de décrire la phase continue : vitesse moyenne, vitesse RMS et moments statistiques d'ordre supérieur à 2. Le film chaud a été calibré à l'aide de l'anémométrie laser à effet Doppler dans un écoulement monophasique puisque un faisceau laser ne peut traverser l'écoulement diphasique à cause des multiples réflexions aux interfaces des bulles. Pour déterminer les caractéristiques hydrodynamiques liées à la phase dispersée, nous avons utilisé une sonde à fibres optiques qui nous a permis d'obtenir le taux de vide local, les vitesses des bulles ainsi que leurs diamètres. Enfin, nous avons utilisé une microsonde à oxygène pour déterminer les concentrations moyennes locales en oxygène dissous dans la phase continue.

Ce chapitre contient deux parties. Dans la première partie, on présente le dispositif expérimental, la métrologie adoptée et le traitement des signaux issus des différentes

sondes. Dans la deuxième partie on présente les deux cas d'étude, puis on discute les résultats expérimentaux. Cette discussion repose sur l'analyse du développement de l'écoulement décrit par des profils de grandeurs statistiques.

## 3.2 Description de l'installation expérimentale

### 3.2.1 Installation expérimentale

Les expériences sont faites dans une installation expérimentale développée durant la thèse de Larue de Tournemine (2001). Cette installation a été conçue pour réaliser des écoulements diphasiques gaz liquide à bulle jusqu'à de fort taux de vide. Deux types d'écoulements ascendants peuvent être réalisés dans cette installation : un écoulement homogène et un écoulement de type couche de mélange avec flottabilité. L'installation comporte une veine de mesure, en plexiglas, de hauteur 3.1 m et de section rectangulaire (15 cm x 30 cm) (Figure 3.1). Cette veine est alimentée par deux circuits d'eau indépendants et par deux circuits de gaz également indépendants. Les circuits d'eau fonctionnent en boucle fermée à partir d'une cuve souterraine de capacité 400 m<sup>3</sup>. Grâce à sa grande inertie thermique, cette cuve permet de maintenir une température de l'eau stable durant une journée (0.2°C de variation).

Une cuve de tranquillisation précède la veine de mesure. Elle est prolongée par un convergent dont la section inférieure a pour dimension (0.8 x 1 m<sup>2</sup>) et la section supérieure (0.30 x 0.15 m<sup>2</sup>). Une plaque verticale sépare cette cuve ainsi que le convergent en deux caissons alimentés de manière indépendante en eau et en air. L'épaisseur de cette plaque est de 2.5 mm. Une première grille (Coefficient de passage 32%, trous de 8 mm de diamètre) est installée entre la cuve et le convergent pour «casser» les éventuels mouvements à grande échelle qui pourraient avoir lieu dans la cuve.

Un carter situé sur le côté de la veine de mesure abrite les systèmes mécaniques qui permettent les déplacements horizontaux et verticaux des sondes intrusives au sein du canal. Les trois sondes (film chaud, sonde à fibre optique double et une microsonde à oxygène) sont montées sur un porte sonde en forme d'aile pour minimiser les effets d'interaction avec l'écoulement.

Le système d'axe utilisé tout au long de ce travail est représenté sur la Figure 3.1. L'origine du repère coïncide avec l'extrémité supérieure de la plaque de séparation, elle est centrée par rapport à l'envergure de la plaque. L'axe des x est aligné avec la verticale et dirigé vers le haut. L'axe des y est aligné avec l'horizontale, il est dirigé vers le carter de déplacement des sondes. L'axe Oz correspond à un déplacement dans le sens de la profondeur du canal.

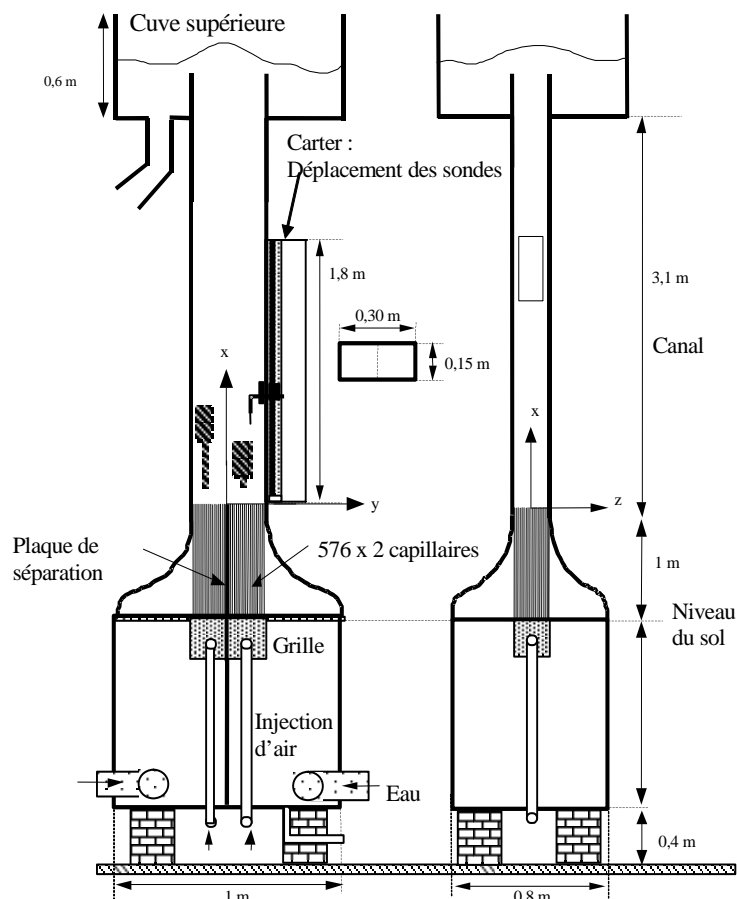


Figure 3. 1 : Schéma du dispositif expérimental (Larue de Tournemine 2001)

Le système d'injection du gaz (air ou oxygène) est identique des deux cotés de la plaque de séparation. De chaque côté, il est constitué d'un réseau de 576 tubes d'alimentation qui sont des tubes capillaires de diamètre extérieur 1 mm et de diamètre intérieur 0.5 mm. On notera que le diamètre intérieur des tubes capillaires est donc supérieur à celui employé durant la thèse de Larue de Tournemine (2001). On a en effet changé ces diamètres de 0.33 mm à 0.5 mm au début de cette thèse parce que le réseau de tubes précédent avait été bouché par de l'huile amenée par l'air issu du compresseur du laboratoire. L'extrémité supérieure des tubes capillaires est maintenue par deux grilles (tissu à maille carrée, ouverture 1.06, diamètre du fil: 0.5 mm, pourcentage de vide : 46%) qui sont fixées elles aussi à la plaque séparatrice. Ce système d'alimentation assure, en raison de la longueur des capillaires, une régulation des débits des capillaires. La lecture de débit du gaz est assurée par l'un des deux débitmètres Brooks à flotteur (de 0 à 5 m<sup>3</sup>/h et de 5 à 30 m<sup>3</sup>/h) accompagné d'un manomètre.

L'avantage majeur de cette installation est le contrôle indépendant de débits du gaz et débits du liquide. Elle permet de générer des gradients de vitesse moyenne de liquide et/ou des gradients de taux de vide en entrée de la veine de mesure. Pour plus de détails sur ce dispositif expérimental et son fonctionnement on se référera à la thèse de Larue de Tournemine (2001).

## 3.2.2 Métrologie

Depuis les années 90, les techniques de mesure intrusives, pour déterminer les caractéristiques hydrodynamiques locales des écoulements diphasiques, sont utilisées à l'IMFT. La métrologie adaptée pour décrire la phase continue, lorsque la fraction volumique du gaz est supérieure à 2%, est l'anémométrie thermique à film chaud. Elle permet de mesurer la vitesse instantanée du liquide. On a donc accès à la vitesse moyenne et à la turbulence dans la phase liquide (moments statistiques d'ordre supérieur à 1). Une sonde à fibre optique double a été employée pour mesurer le taux de vide, les diamètres de bulles et la vitesse dans la phase dispersée. L'originalité de ce travail par rapport aux études expérimentales antérieures au sein de l'IMFT, qui ont focalisé l'étude sur l'hydrodynamique dans les écoulements diphasiques, est de mettre en œuvre une nouvelle technique de mesure locale de la concentration d'oxygène dissous dans un écoulement diphasique en utilisant une microsonde à oxygène. Ces trois techniques de mesures sont décrites dans le paragraphe suivant.

### 3.2.2.1 Anémométrie thermique à film chaud

L'anémométrie à film chaud est une technique de mesure en un point fixe, faiblement intrusive. Son point fort est son excellente résolution spatiale et temporelle, qui en fait une technique de choix pour l'étude des fluctuations turbulentes. De plus, pour des écoulements diphasiques à fort taux de vide on est obligé d'utiliser cette technique car il est impossible d'utiliser les techniques non intrusives, c'est la raison pour laquelle on a choisi cette technique. L'anémométrie thermique à film chaud à température constante a été adaptée et utilisée dans plusieurs travaux effectués au laboratoire (Bel F'dhila, 1991 ; Roig, 1993 ; Larue de Tournemine, 2001) pour des écoulements diphasiques à taux de vide arrivant jusqu'au 15%.

La sonde à film chaud utilisée dans ces expériences est de type 55R11 de chez Dantec. Il s'agit d'une sonde simple à film droit de diamètre  $70 \mu\text{m}$  et de longueur sensible 1.25 mm. Elle est placée perpendiculairement à l'écoulement moyen, et donne donc accès à la vitesse verticale du liquide. La sonde est liée à un anémomètre du type Dantec (modèle Streamline 90N10). Le signal issu de l'anémométrie est numérisé par une carte d'acquisition National Instruments AT-MIO 16 E10. Ensuite, le signal est enregistré sur le disque de l'ordinateur. Le principe de la mesure par anémométrie thermique à film chaud à température constante est bien détaillé par Larue de Tournemine (2001). La loi de King permet d'avoir une relation entre la tension  $E$  délivrée par l'anémomètre et la vitesse moyenne du liquide, donnée par :  $E^2 = A + BU^{0.5}$ .

Les deux coefficients  $A$  et  $B$  sont, à température constante, deux constantes obtenues par un étalonnage de la sonde à film chaud. Pour réaliser cet étalonnage, l'anémométrie laser à effet Doppler est utilisée comme référence. Le laser, de type Spectra Physics type 107B

HeNe, a une puissance de 25mW et la longueur d'onde du faisceau est 632.8 nm. Le générateur de fréquence, de type Disa 55N14 est connecté à un compteur Dantec 55L96.

Pour étalonner correctement la sonde il faut couvrir la plage de variation de la vitesse rencontrée dans l'écoulement (0.15 à 0.8m/s). Pour chaque expérience, le film chaud a été étaloné deux fois par jour. Durant l'étalonnage et au sein d'un écoulement monophasique, le film chaud est placé à la même abscisse  $y$  que le laser mais plus haut de 2 cm pour éviter toute interaction entre le film chaud et le faisceau du laser : c'est le film chaud qui pourrait dégrader la mesure laser si le volume de mesure était trop près de la sonde. L'acquisition des signaux du film chaud et de la sortie analogique du compteur se fait simultanément à la même fréquence d'échantillonnage et sur la même durée. Ainsi on obtient une valeur de la tension moyenne du signal du film chaud correspondant à la vitesse moyenne de l'écoulement. Nous avons pris toutes les précautions nécessaires pour travailler avec des lois d'étalonnage stables dans le temps dans la mesure où la qualité des mesures dépend fortement de ce point.

### 3.2.2.2 *Sonde à fibre optique double*

La détermination des caractéristiques de la phase dispersée (taux de présence, vitesse phasique, diamètre des bulles,...) est basée sur l'utilisation d'une sonde à fibre optique double. La discrimination des phases repose sur la variation discrète de l'indice de réfraction entre les différents constituants de l'écoulement. La sonde utilisée, ainsi que le module optoélectronique sont de conception RBI. C'est une sonde à deux fibres optiques en verre qui sont tenues par un tube en inox et qui se terminent en deux pointes sensibles de dimension  $40 \mu m$ . Ces deux pointes sont distantes de 3.1 mm et elles sont alignées avec la verticale. La tension délivrée par le module est stockée sur le disque dur après acquisition. Sur la figure 3.2, on présente les deux signaux issus de la bi-sonde optique pris au sein d'un écoulement diphasique avec un taux de vide de 2%.

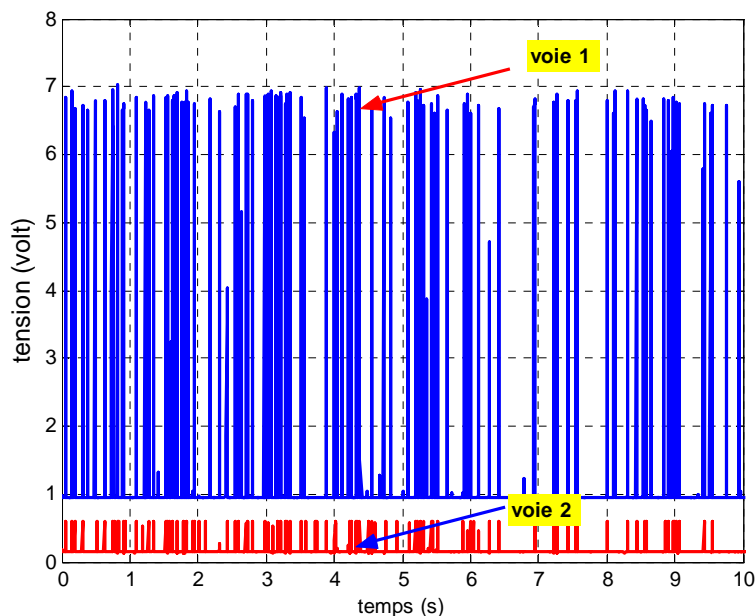


Figure 3. 2: Signaux de sonde à fibre optique double.

### 3.2.2.3 La microsonde à oxygène

Les deux sondes présentées précédemment ont été utilisées à plusieurs reprises au laboratoire. Mais la nouveauté apportée dans ce travail est la mise en œuvre d'une nouvelle technique de mesure pour l'étude du transfert de masse au sein des écoulements diphasiques à bulles. Ainsi une microsonde à oxygène a été employée qui permet de mesurer la concentration moyenne d'oxygène dissous dans l'eau.

La microsonde à oxygène est de type Unisence OX25 (Figure 3.3). La microsonde est connectée à un boîtier de haute sensibilité de type Unisence PA2000. La microsonde à oxygène est une sonde électrochimique de type Clark, composée d'une anode interne de référence d'Ag/AgCl et d'une cathode en Or. Le principe de fonctionnement de cette microsonde est basé sur une réaction de réduction à la surface de la cathode. Cette cathode est située à la pointe de la microsonde, et est protégée par une membrane poreuse. Cette membrane est perméable au dioxygène mais imperméable à l'eau et aux ions. Une tension de polarisation (d'environ 0.8 V) est appliquée entre les deux électrodes pour assurer une mesure de l'oxygène. L'oxygène dissous en phase liquide pénètre au travers de cette membrane puis est réduit en eau par les électrons libérés à la cathode. Le courant qui s'installe entre les deux électrodes est proportionnel à la concentration en oxygène dans le milieu électrolytique liquide environnant la cathode. Ce courant est très faible et est donc amplifié et converti en une tension proportionnelle à la concentration en oxygène dissous dans l'électrolyte. Cette concentration dépend non seulement de la concentration du milieu que l'on cherche à mesurer mais aussi de sa vitesse de diffusion à travers la membrane. Elle est influencée par des paramètres externes tels que la



température et la salinité. Ceci rend nécessaire une correction des mesures utilisant la mesure de la température et une estimation de la salinité.

Le courant moyen des électrons de l'anode varie linéairement par rapport à la pression partielle moyenne de l'oxygène autour du bout de la microsonde (Figure 3.4). De par son principe même, la sonde à un temps de réponse fini et non négligeable. En effet, le changement de la concentration dans la membrane n'est pas instantané. En général, ce phénomène est caractérisé par un temps de réponse qui dépend essentiellement de la membrane et qui peut prendre des valeurs allant de quelques secondes à une minute, d'où la nécessité de prendre en compte cette réalité dans l'interprétation des signaux. Nous avons choisi cette sonde en raison de sa bonne résolution spatiale (le bout de son tube en verre est de  $20\mu m$ ). Toutefois elle ne permet que la mesure moyenne de la concentration en raison de sa faible résolution temporelle qui est de l'ordre de 1 Hz. Ce temps de réponse important est imposé par la migration de l'oxygène à travers la membrane.



Figure 3. 3 : Microsonde à oxygène (Oxygen sensor manuel, Unisense).

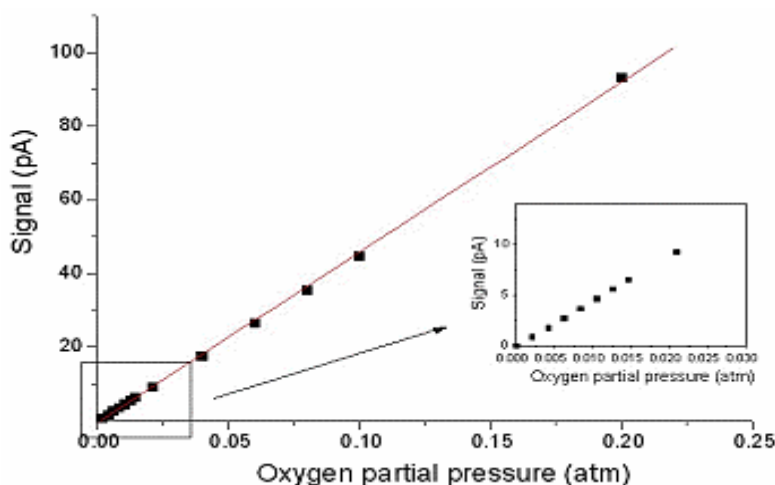


Figure 3. 4 : Signal d'une microsonde à oxygène en fonction de la pression partielle de l'oxygène autour du bout de la microsonde (cf. Oxygen sensor manual, Unisense).

### 3.2.3 Traitements des signaux

Les traitements des signaux issus des mesures par anémométrie à film chaud et par sonde à fibre optique double ont été mis en œuvre à l'IMFT lors d'études préalables. La prise en main des algorithmes de traitement a constitué une partie conséquente de ce travail. On va donc présenter les principaux points de ces traitements en faisant référence aux travaux antérieurs. Le traitement des signaux de la microsonde à oxygène pour la mesure de la concentration moyenne d'oxygène dissous dans l'eau est très simple, mais comme il demande une procédure d'étalonnage nous la présenterons.

#### 3.2.3.1 *Mesure du taux de présence, de la vitesse et du diamètre des bulles*

L'extraction de l'information des signaux issus de la sonde à fibre optique double en écoulement diphasique à bulles a fait l'objet de nombreux travaux. A l'IMFT, les travaux de Roig (1993), de Kamp (1996) et de Larue de Tournemine (2001) ont abouti à proposer les algorithmes de traitement du signal de la sonde à fibre optique double utilisés dans ce travail. On trouve dans la thèse de Larue de Tournemine (2001) une étude détaillée sur cette technique de mesure. Cette technique permet de mesurer le taux de vide, la vitesse moyenne des bulles ainsi que les diamètres de bulles. Cependant, on trouve dans la littérature d'autres types de sonde optiques, Mudde & Saito (2001) ont utilisé une sonde à quatre fibres optiques pour la mesure des caractéristiques hydrodynamiques des bulles dans des écoulements en colonnes à bulles et en conduites. Trois pointes de la sonde constituent, dans un même plan perpendiculaire au sens de l'écoulement, un triangle équilatéral de longueur 1.5 mm. La quatrième pointe (centrale) est placée dans le centre de gravité de ce triangle mais plus longue que les autres pointes de 0.5 cm. La sonde centrale permet d'avoir le taux de vide et avec une analyse de différents signaux de quatre fibres simultanément, on a accès aux diamètres des bulles et leurs vitesses.

La sonde à fibre optique double délivre deux tensions correspondant respectivement à chacune des deux fibres. Les tensions sont converties en deux signaux binaires en appliquant un seuil. Si le signal est au dessus du seuil, la valeur est prise égale à 1 et la sonde témoigne de la présence du gaz au point de mesure. Sinon la valeur est prise égale à 0 et est révélatrice de la présence du liquide. On peut ainsi, estimer la fonction caractéristique de présence de la phase gazeuse définie par :

$$\chi_G(x,t) = \begin{cases} 1 & \text{si du gaz} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.1)$$

Le taux de vide associé est défini suivant la formule :

$$\alpha = \sum_{i=1}^n t_{iG} / T \quad (3.2)$$

avec  $t_{iG}$  les intervalles de temps correspondant aux passages des bulles sur la sonde la plus en amont sur une durée totale de  $T$  secondes et  $n$  est le nombre de bulles passant sur la sonde pendant la même durée  $T$ .

La vitesse moyenne des bulles est obtenue par une moyenne statistique sur les  $N_B$  échantillons de signal pour lesquels on a estimé une vitesse verticale,  $U_{Bj} = \frac{L}{\Delta t_j}$ , où  $\Delta t_j$

est le temps de transit de la bulle  $j$  d'une voie à l'autre. De la même façon on définit une variance statistique. Leurs expressions sont données par les relations 3.4 et 3.5 :

$$\overline{U}_B = \frac{1}{N_B} \sum_{j=1}^{N_B} U_{Bj} \quad (3.3)$$

$$\overline{u}_B'^2 = \frac{1}{N_B} \sum_{j=1}^{N_B} (\overline{U}_B - U_{Bj})^2 \quad (3.4)$$

La détermination de la distribution des diamètres de bulles est associée à la détermination de la distribution des cordes interceptées par la sonde à fibre optique. Pour chaque bulle, connaissant sa vitesse  $U_{Bj}$ , une corde de bulle est estimée par:  $c_j = U_{Bj} / t_{jG}$ . Kamp (1996) en s'inspirant des travaux de Clark & Turton (1988) ; a développé une méthode de transformation de la distribution des cordes en distribution de tailles qui est basée sur les hypothèses suivantes :

- Les bulles sont assimilées à des ellipsoïdes aplatis de forme et d'orientations constantes, avec un grand axe de longueur  $d$ , et un petit axe de longueur  $Ed$  ; où  $E = E(d)$  est le rapport de forme de la bulle. Ce rapport de forme dépend de la nature du système et du volume des bulles (Clift *et al.*, 1978).

- On suppose que les fluctuations de vitesse perpendiculaires à la direction de la vitesse moyenne sont faibles.

- Les sondes sont assez petites pour qu'on puisse admettre qu'elles ne dévient pas les bulles de leur mouvement réel.

- On suppose aussi que la distribution des tailles des bulles ainsi que le taux de vide peuvent être homogènes dans une section circulaire de rayon  $d/2$  autour du centre de la sonde.

A partir de l'histogramme des cordes coupées, on peut reconstituer une densité de probabilité  $P(d)$  qu'une bulle de taille  $d$  touche la sonde, en émettant l'hypothèse que ce dernier suit une loi de type log-normale en suivant les recommandations de Kamp (1996). On peut ainsi calculer les diamètres caractéristiques définis par :

$$d_{10} = \int_0^{\infty} P(d)(E(d))^{1/3} d(d) \quad (3.5)$$

$$d_{20} = \left\{ \int_0^{\infty} P(d) f_E(d) d^2 d(d) \right\}^{1/2} \quad (3.6)$$

$$d_{30} = \left\{ \int_0^{\infty} P(d) E(d) d^3 d(d) \right\}^{1/3} \quad (3.7)$$

$$d_{32} = \frac{d_{30}^3}{d_{20}^2} \quad (3.8)$$

avec  $f_E(d)$  un terme qui provient des considérations géométriques dans le calcul de la surface d'un ellipsoïde. Il est exprimé sous la forme :

$$f_E(d) = \frac{1}{2} + \frac{E^2}{2(1-E^2)^{1/2}} \operatorname{Ln} \left( \frac{1+(1-E^2)^{1/2}}{E} \right) \quad (3.9)$$

$d_{10}$  est le diamètre équivalent,  $d_{20}$  et  $d_{30}$  sont deux diamètres basés respectivement sur la surface moyenne et le volume moyen. Le diamètre de Sauter est défini par  $d_{32}$ . Il permet avec le taux de vide  $\alpha$ , de calculer l'aire interfaciale «  $a$  » qui intervient dans le transfert de masse aux interfaces et qui a été présenté dans le chapitre précédent.

### 3.2.3.2 *Mesure de la vitesse moyenne et les moments d'ordre 2 du liquide*

La technique de mesure par anémométrie à film chaud dans un écoulement diphasique à bulles a fait l'objet de plusieurs études depuis plus d'une vingtaine d'années. Le signal délivré par le film chaud lors de l'arrivée d'une bulle millimétrique a été clairement décrit par Farrar & Bruun (1989). Un exemple de signal de vitesse instantanée obtenu par film chaud dans un écoulement à bulle est comparé à celui obtenu dans un écoulement monophasique au même point de mesure (Figure 3.5). On note tout d'abord qu'au passage des bulles, le signal présente une forte et brutale décroissance. Cette chute de niveau n'est que l'effet du changement soudain du coefficient de conductivité thermique lorsque la sonde traverse l'interface gaz-liquide. Ce signal enregistré lorsqu'une bulle est sur la sonde ne représente dès lors en aucune manière un signal de vitesse instantanée ni du liquide ni du gaz. En effet, le signal du film chaud contient deux informations : la vitesse du liquide lorsque la sonde est dans la phase continue et une fonction indicatrice de phase. Il est donc clair qu'il faut retrancher de la mesure cette partie du signal associée au passage des bulles grâce à une méthode de séparation des phases. Plusieurs travaux ont abouti à diverses méthodes de discrimination des phases (Delhaye, 1968 ; Bel F'dhila, 1991 ; Roig, 1993 ; Larue de Tournemine, 2001) qui restent toutes basées sur une opération de seuillage de la dérivée du signal pour détecter les bulles. Dans ce travail, on a appliqué la technique de discrimination des phases présentée par Larue de Tournemine dans sa thèse.

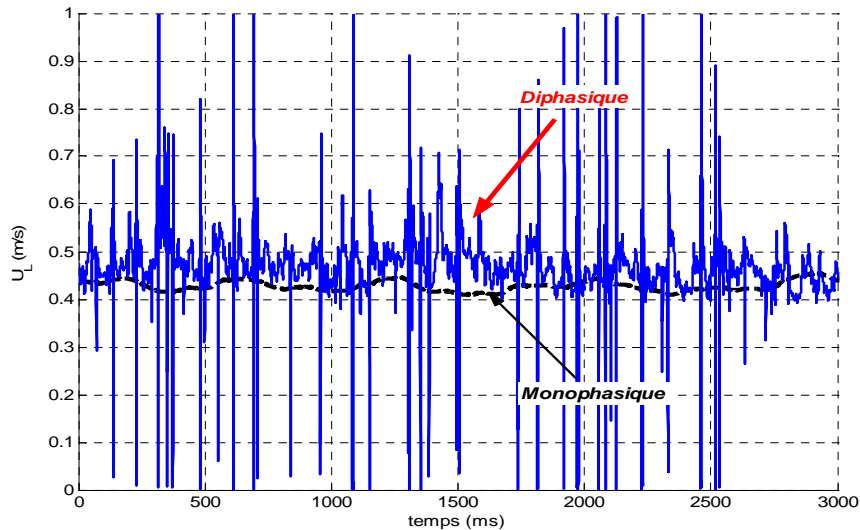
**Définition de statistiques inconditionnelles en phase liquide :**

On définit la fonction caractéristique de présence de la phase continue,  $\chi_L(t) = \sum_{k=1}^N g_k(t)$ , avec  $g_k(t) = H(t - t_{Dk}) - H(t - t_{Ak+1})$  la partie élémentaire de la fonction caractéristique dans la phase continue, qui prend la valeur 1 sur l'intervalle de temps  $t_{Dk} \leq t \leq t_{Ak+1}$  et 0 ailleurs. Où  $N$  représente le nombre des bulles détectées.  $t_{Ak}$  et  $t_{Dk}$  représentent successivement les temps d'arrivée et de départ de la bulle  $k$  détectée dans le signal de l'anémométrie à film chaud. La vitesse instantanée dans la phase liquide s'écrit donc sous la forme  $U_L(t) = u(t)\chi_L(t)$ , avec  $u(t)$  le signal de vitesse du film chaud acquis sur une durée de temps  $T$ .

Les caractéristiques de la phase continue sont données sous formes des différents moments statistiques inconditionnels, au sens où tous les événements en phase liquide participent à cette statistique. On définit, ainsi de manière classique, la vitesse moyenne phasique dans le liquide  $\overline{U_L}$  et la variance phasique  $\overline{u_L^2}$  :

$$\overline{U_L} = \frac{\int_0^T U_L(t) dt}{\int_0^T \chi_L(t) dt} \quad (3.10)$$

$$\overline{u_L^2} = \frac{\int_0^T ([U_L(t) - \overline{U_L}\chi_L(t)][U_L(t) - \overline{U_L}\chi_L(t)]) dt}{\int_0^T \chi_L(t) dt} \quad (3.11)$$



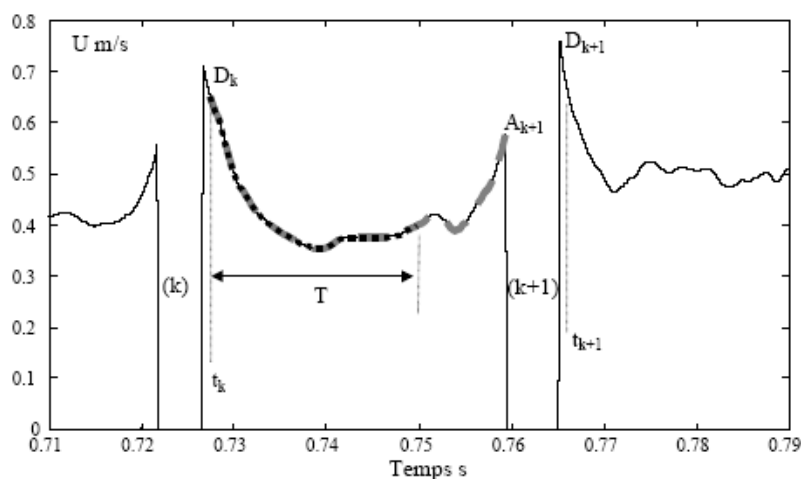
**Figure 3. 5: Comparaison des signaux du film chaud en écoulement monophasique et diphasique**

Deux autres techniques d'analyse supplémentaires appliquées au signal issu du film chaud sont également utilisées pour analyser la structure du champ des vitesses du liquide : une moyenne de phase des vitesses autour des bulles permet d'analyser la perturbation de vitesse liée au passage de bulles ; et la définition de statistiques conditionnelles dans la phase liquide en éliminant le signal proche des bulles, permet d'examiner l'agitation dans le domaine interstitiel où apparaissent des spécificités différentes de l'agitation qui résulte d'interactions hydrodynamiques entre les sillages des bulles et la turbulence pré-existante.

**Analyse de la perturbation de vitesse au voisinage d'une bulle par moyenne de phase :**

La moyenne de phase est un outil de traitement de signal qui permet d'extraire une information noyée dans du bruit. Cette technique a été inspirée des travaux de traitement de signal portant sur la turbulence monophasique suite à la mise en évidence de structures cohérentes au sein d'écoulements turbulents (Winant *et al.*, 1974 ; Browand *et al.*, 1976). Larue de Tournemine (2001) a appliqué cet outil de remise en phase pour extraire la partie cohérente d'un signal complexe présent dans les écoulements diphasiques. Cette technique est exposée en détail dans la thèse de Larue de Tournemine (2001) et dans l'article de Roig & Larue de Tournemine (2007).

La technique de remise en phase nous permet d'obtenir une moyenne de phase du champ de vitesse engendrée autour de chaque bulle. Il est nécessaire pour appliquer cette technique de bien repérer les temps d'arrivée et de départ des bulles. Ainsi, une moyenne de phase à l'amont et à l'aval de la bulle est calculée. La référence de phase pour l'amont de la bulle est le point A (figure 3.6) et la prise de moyenne se fait à rebours. Pour l'aval de la bulle, c'est le point D qui représente la référence de phase. La prise de moyenne se fait, soit sur un intervalle de temps constant de longueur T à partir du point D, soit sur un intervalle compris entre le point D et le point A de la bulle suivante, comme illustré sur la figure 3.6.



**Figure 3. 6 : Moyenne de phase dans le sillage des bulles. Pointillés noir : signal sur une durée fixe T. Pointillés gris : signal entre deux interfaces successives (Larue de Tournemine, 2001).**

Connaissant les temps d'arrivée  $t_{Ak}$  et de départ  $t_{Dk}$  de la bulle  $k$  détectée dans le signal de l'anémométrie à film chaud, on peut définir les vitesses en moyenne de phase dans le sillage des bulles respectivement pour l'amont et pour l'aval de la bulle, par :

$$\langle U(\tau) \rangle_{\text{amont}} = \frac{\sum_{k=1}^N U_L(t_{Dk} + \tau) g_k(t_{Dk} + \tau)}{\sum_{k=1}^N g_k(t_{Dk} + \tau)} \quad (3.12)$$

$$\langle U(\tau) \rangle_{\text{aval}} = \frac{\sum_{k=1}^N U_L(t_{Ak} + \tau) g_{k-1}(t_{Ak} + \tau)}{\sum_{i=1}^N g_{k-1}(t_{Ak} + \tau)} \quad (3.13)$$

La figure 3.7 représente un exemple des profils de vitesse moyenne à l'amont de la bulle ( $\tau \leq 0$ , défini pour  $\min_i(t_{Dk-1} - t_{Ak}) \leq \tau \leq 0$ ) et à l'aval de la bulle ( $\tau \geq 0$ , défini pour  $0 \leq \tau \leq \max_i(t_{Ak+1} - t_{Dk})$ ). Cette figure montre l'influence du passage des bulles sur la vitesse dans la phase liquide. En effet, elle témoigne que la bulle se déplace au sein de l'écoulement en imprimant autour d'elle un champ de vitesse contrôlé par son mouvement relatif. On peut identifier cette zone d'influence autour de la bulle par les temps  $\tau_R$  (amont  $\tau_{R\text{-amont}}$  et aval  $\tau_{R\text{-aval}}$ ), ce qui nous permet d'isoler le champ de vitesse autour de chaque bulle ainsi que le champ de vitesse loin des bulles. On peut ainsi définir la notion de champ proche et champ lointain des bulles et analyser les perturbations localisées au voisinage des interfaces.

Nous donnons ici un exemple de moyenne de phase obtenu dans une zone de mélange cisailée.

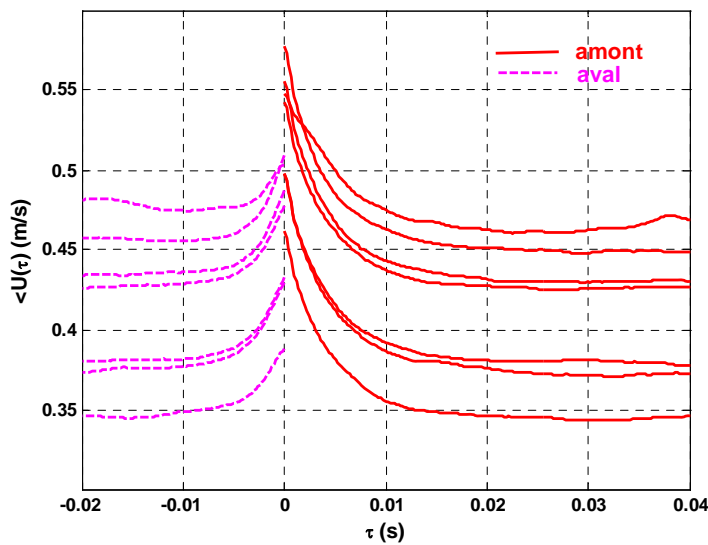


Figure 3. 7 : Moyenne de phase dans le sillage des bulles.

**Statistiques conditionnelles :**

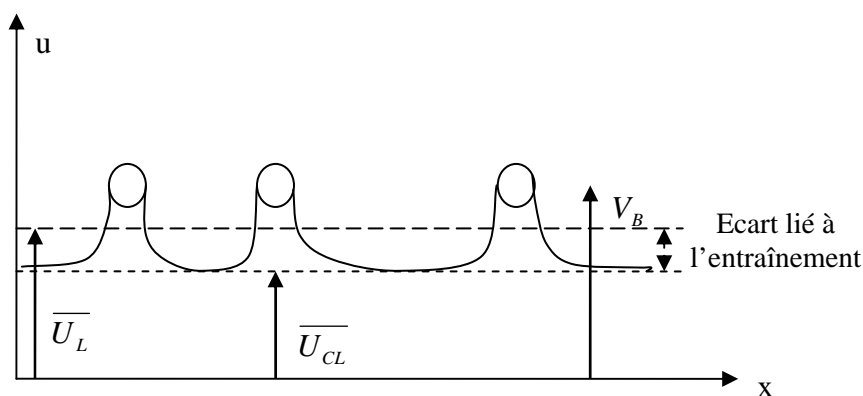
Le *champ proche* des bulles est défini par l'ensemble du champ de vitesse constitué par :

- les zones amont de chaque bulle sur une durée  $\tau_{R\_amont}$
- les zones aval de chaque bulle sur une durée  $\tau_{R\_aval}$
- les zones dites « d'interaction entre bulles » telles que le délai entre bulles  $\Delta t$  vérifie :  $\Delta t < \tau_{R\_amont} + \tau_{R\_aval}$ .

Le *champ lointain*, quant à lui, est constitué du complément du champ de vitesse phasique.

L'intérêt de cette décomposition est que l'on pourra distinguer les vitesses engendrées dans leur voisinage proche par le passage des bulles au point de mesure, des vitesses de l'écoulement loin des bulles.

On définit ainsi, une statistique conditionnelle pour la mesure d'une vitesse verticale du liquide loin de toute interface, dite vitesse dans le champ lointain, dont la moyenne est notée  $\overline{U_{CL}}$  et la variance  $\overline{u_{CL}^2}$ . On examinera ces statistiques conditionnelles parce qu'elles peuvent éclairer les mécanismes à l'œuvre dans l'écoulement et notamment le mouvement relatif réel auquel sont soumises les bulles (voir figure 3.8).



**Figure 3. 8: définition de l'écart entre champs de vitesse total et lointain.**

### 3.2.3.3 *Mesure de la concentration moyenne d'oxygène dissous:*

Avant toute utilisation de la microsonde à oxygène, il est nécessaire d'étalonner la microsonde. Le protocole d'étalonnage exige de placer la microsonde dans un milieu aéré, c'est-à-dire dans de l'eau avec injection d'air, de mesurer le courant noté  $I_a$  après aération totale du milieu (concentration à saturation), puis d'injecter de l'azote pour



obtenir des conditions de saturation et de mesurer le courant  $I_0$ . Ensuite, chaque valeur du courant mesuré  $I$  est traduite en terme de concentration grâce à la relation de proportionnalité qui est donnée par :

$$C = \alpha_c \frac{I - I_0}{I_a - I_0} \quad (3.16)$$

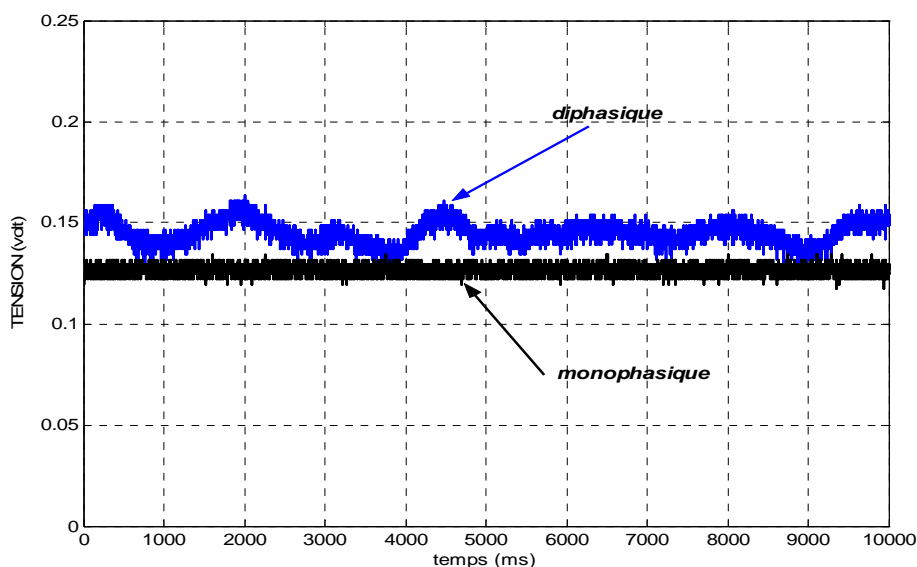
où,  $\alpha_c$  est ici un coefficient de proportionnalité qui dépend de la température et de la salinité de l'eau utilisée. On représente dans le tableau 3.1 un extrait du tableau fourni par Unisense qui donne le coefficient  $\alpha_c$ .

**Tableau 3.1 : Extrait du tableau donnant le coefficient de proportionnalité  $\alpha_c$  (en  $\mu\text{mol/litre}$ ) en fonction de la température et la salinité de l'eau. (Oxygen sensor manuel, Unisense)**

Salinity (‰)	Temperature (°C)								
	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
0.0	456.6	398.9	352.6	314.9	283.9	257.9	235.9	217.0	200.4
2.0	450.4	393.6	348.1	311.1	280.6	255.0	233.3	214.7	198.3
4.0	444.2	388.5	343.7	307.3	277.3	252.1	230.8	212.4	196.3

La salinité de l'eau de ville est de l'ordre de  $0.093 \text{ ‰}$ . La température de l'eau est mesurée pour chaque campagne de mesure, elle vaut respectivement 16.9 et 22.9 °C pour les deux expériences qui seront représentées dans le paragraphe suivant. Deux signaux issus de la microsonde sont présentés sur la Figure 3.9. Ils sont obtenus soit dans un écoulement monophasique, soit un écoulement diphasique en injectant de l'oxygène. Il est clair que la tension moyenne mesurée en écoulement diphasique est supérieure à celle mesurée dans l'écoulement monophasique puisque le liquide se charge en oxygène dans le nuage de bulles. Par contre, en raison des temps d'intégration importants de cette sonde, on ne voit pas de signature du passage individuel des bulles sur la sonde. Les oscillations de basse fréquence que l'on perçoit sont liées au positionnement de la sonde en frontière d'une zone alimentée en bulles présentant une instationnarité marquée.

Pour chaque point de mesure, on ne retient donc qu'une moyenne du signal  $I$  pour le calcul de la concentration moyenne d'oxygène dissous dans l'eau grâce à (3.16).



**Figure 3. 9: Signaux issues de la microsonde à oxygène en écoulement monophasique et en écoulement diphasique.**

Pour l'ensemble de nos mesures nous avons choisi une fréquence d'acquisition des signaux de 5 KHz (ou 2.5 KHz en monophasique) et une durée minimale d'acquisition de 100s. La précision des mesures peut être estimée de manière pragmatique à partir de la dispersion des données. On constate alors que la précision relative de la mesure des vitesses moyennes est de l'ordre de 6%, celle des variances des vitesses est environ de 10% en écoulement à bulles, et celle sur le taux de vide est de l'ordre de 5%. La reproductibilité des mesures a été également vérifiée.

### 3.3 Choix et description des écoulements étudiés

#### 3.3.1 Paramètres et nombres adimensionnels

Connaissant les propriétés physico-chimiques des deux phases, les écoulements diphasiques à bulles peuvent être caractérisés par des paramètres et des nombres adimensionnels pour décrire l'hydrodynamique et le transfert de masse. Ils permettent de cerner l'étude et le domaine physique qu'on veut explorer. Les paramètres et nombres adimensionnels liés à l'hydrodynamique peuvent être classés en trois groupes :

- Les paramètres qui régissent l'hydrodynamique des inclusions :

Ce sont la vitesse terminale d'ascension  $U_{R\infty}$  et le diamètre équivalent  $d_B$ . Ces deux paramètres peuvent définir les nombres adimensionnels qui caractérisent le mouvement

relatif et la déformation de la bulle tels que le nombre de Reynolds  $Re_\infty = \frac{U_{R\infty} d_B}{\nu_L}$ , de Weber  $We = \frac{\rho_L U_{R\infty}^2 d_B}{\sigma}$  et d'Eötvös (ou de Bond  $Bo$ )  $Eö = \frac{\Delta\rho g d_B^2}{\sigma}$ , avec  $\Delta\rho = \rho_L - \rho_g$  et  $\sigma$  est la tension superficielle ( $\sigma = 0.07 \text{ kg/s}^2$  pour l'eau). Ces nombres adimensionnels permettent ensuite de caractériser le mode de transport et l'ampleur des perturbations du champ hydrodynamique de la phase continue induites par la présence des bulles.

- Les paramètres qui caractérisent la turbulence de la phase continue :

Ils sont définis à l'injection de bulles. Ce sont l'énergie cinétique turbulente  $k$ , l'échelle intégrale de longueur  $L_{int}$  et l'échelle de Kolmogorov  $\eta_k$ . Ces deux dernières échelles définissent la gamme des nombres d'onde du spectre de la turbulence.

- Les nombres adimensionnels qui caractérisent les interactions entre les deux phases.

Le premier de ces nombres adimensionnels est la fraction volumique du gaz  $\alpha_G$ , qui permet une comparaison entre les deux échelles suivantes: diamètre moyen de bulles  $d_B$  et distance moyenne entre deux bulles  $d_{12}$ .

Ensuite, le nombre de Stokes  $St = \frac{\tau_R}{Te}$  permet une comparaison entre le temps de relaxation des bulles  $\tau_R$  et une échelle de temps  $Te$  de l'agitation de la phase continue, qui peut être le temps de retournement des tourbillons, de taille  $L_{int}$ , donné par  $Te = \frac{L_{int}}{\sqrt{k}}$ .

L'intérêt du nombre de Stokes est qu'il caractérise la réactivité des inclusions aux excitations du fluide porteur et qu'il peut être utile dans l'analyse de la dispersion des inclusions.

Le nombre de Rouse  $\beta = \frac{U_{R\infty}}{\sqrt{k}}$  permet de discuter le poids relatif de la turbulence et de la gravité. Pour être plus précis, si on veut discuter de l'ampleur de la modification du champ fluctuant de la phase continue par les inclusions, on peut considérer la combinaison  $\alpha_G \beta^2 = \frac{\alpha_G U_{R\infty}^2}{k}$  qui compare l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique produite par les mouvements relatifs des bulles à l'énergie cinétique turbulente en entrée de l'écoulement.

D'autres rapports permettent de situer la taille de bulle vis-à-vis des échelles de la turbulence,  $\frac{d_B}{L_{int}}$  et  $\frac{d_B}{\eta_k}$ . Lorsque  $\frac{d_B}{\eta_k} \ll 1$ , les bulles ne modifient pas la turbulence sauf

via des effets collectifs, alors que pour  $\frac{d_B}{\eta_k} \gg 1$ , leur mouvement relatif alimente les petites structures de la turbulence.

- Plusieurs nombres adimensionnels caractérisent le transfert de masse :

Le nombre de Schmidt  $Sc$  est le rapport de la viscosité cinématique du liquide  $\nu_L$  et de la diffusivité moléculaire du constituant en phase liquide  $D_m$ . Le nombre de Sherwood  $Sh = \frac{k_L d_B}{D_m}$  qui relie le coefficient de transfert de masse  $k_L$  au diamètre de bulles  $d_B$  et à la diffusivité du gaz  $D_m$ . Pour des bulles isolées en mouvement dans un liquide au repos, ce nombre dépend de deux autres nombres adimensionnels : le nombre de Schmidt et le nombre de Reynolds, il se met généralement sous la forme  $Sh = C_1 + C_2 Re^x Sc^y$  où les valeurs de constantes  $C_1$ ,  $C_2$  et des exposants  $x$  et  $y$ , sont déterminées soit, à partir de données expérimentales obtenues sur des installations pilotes ou industrielles, soit par voie analytique ou théorique ou aussi numérique (Clift *et al.*, 1978). En milieu à bulles le nombre de Sherwood peut également dépendre de la fraction volumique du gaz.

Une grande variété de régimes possibles peut donc être observée dans les écoulements diphasiques à bulles. Dans ce travail on a choisi d'étudier deux écoulements en présence de fractions volumique de gaz faible (2%) à modérée (11%). Ainsi une gamme de nombres adimensionnels est explorée, ils sont de l'ordre de  $Re \approx 300 - 600$ ,  $We \approx 1 - 2.5$  et  $Eö \approx 0.1 - 0.5$ . Dans ces écoulements, les bulles sont systématiquement déformées par des effets d'inertie ( $We > 1$ ). Comme on n'a pas utilisé de système de purification de l'eau, il est très probable que les bulles présentent une contamination partielle des interfaces. Ainsi dans cette gamme de Reynolds, cette déformation et cette contamination interfaciale donnent lieu à des régimes de sillage de bulles instationnaires capables de générer d'importantes fluctuations dans la phase liquide. Le nombre de Rouse est aussi très supérieur à 1 et nous étudions donc un écoulement où la turbulence est profondément modifiée par l'injection de bulles. On reste dans ces expériences avec un nombre de Schmidt constant associé à l'oxygène pur  $Sc = 450$ . Mais le choix d'essais contrastés en fraction volumique du gaz et en turbulence notamment nous permettra d'examiner la dépendance du transfert de masse vis-à-vis de ces mécanismes.

### 3.3.2 Description des écoulements étudiés

Dans ce travail, le dispositif expérimental, présenté précédemment, impose le type d'écoulement de zone de mélange avec flottabilité. Deux nombres adimensionnels caractérisant la zone de mélange, sont définis par  $\lambda = \frac{U_{L1} - U_{L2}}{U_{L1} + U_{L2}}$ , qui est le rapport des vitesses à l'entrée de la colonne, et le nombre de Froude, qui compare les effets d'inertie

aux effets de gravité toujours en entrée de l'écoulement, donné par  $Fr = \sqrt{\frac{U_{L1}^2 + U_{L2}^2}{\alpha_G gb}}$ .

Ces nombres adimensionnels sont variables en fonction de la position verticale  $x$  (dans la direction de l'écoulement). Deux expériences de base ont été réalisées dans ce travail en injectant de l'oxygène pur, et en variant le taux de vide  $\alpha_G$  pour étudier, d'une part la modification structurelle de l'agitation du fluide par la présence des bulles en présence de la turbulence générée par le gradient de vitesse à l'entrée, et d'autre part le phénomène de transfert de masse dans ces écoulements. Le tableau 3.2 illustre les modes opératoires de ces deux expériences nommées respectivement zdm1 et zdm2.

**Tableau 3. 2: Présentation des expériences de couches de mélange**

Nom de l'expérience	zdm1	zdm2
Température (°C)	16.9	22.9
Débit du liquide $Q_{L1}$ (l/s)	13.02	11.35
Débit du liquide $Q_{L2}$ (l/s)	6.72	6.72
Débit du gaz $Q_{G1}$ (l/s)	0.0	2.67
Débit du gaz $Q_{G2}$ (l/s)	0.44	0.0
le nombre de Froude $Fr$	3.80	1.45
$\lambda$	0.32	0.256
Le taux de vide $\alpha_1$	0.0	0.11
Le taux de vide $\alpha_2$	0.02	0.0
Sections de mesure (cm)	5, 20, 50, 80, 120	10, 30, 50, 80

La première expérience nommée zdm1, consiste à injecter un faible taux de vide en oxygène pur de l'ordre de 2% du côté faible vitesse. La deuxième expérience nommée zdm2, a été réalisée dans une situation proche des applications du domaine de génie des procédés. Elle consiste à injecter un fort taux de vide d'oxygène du côté forte vitesse de l'écoulement de zone de mélange. Ainsi une base de données complète est disponible avec des nouvelles mesures locales des champs moyens et turbulents caractérisant l'hydrodynamique dans les deux phases ainsi que la concentration moyenne locale d'oxygène dissous dans l'eau.

### 3.4 Analyse expérimentale du cas à faible taux de vide

Dans cette partie, on va présenter les différents résultats expérimentaux du premier cas d'écoulement diphasique à bulles (cas zdm1). Cette expérience a été réalisée en injectant de l'oxygène pur avec une fraction volumique de l'ordre de 2% dans le noyau à faible vitesse de la couche de mélange. Sur la figure 3.10, on schématise les conditions expérimentales et on donne une photo de cet écoulement. Dans la suite de ce document,

les statistiques conditionnelles en phase liquide dans le champs lointain des bulles (vitesse moyenne et turbulence) sont distinguées des statistiques inconditionnelles par l'indice  $cl$ .

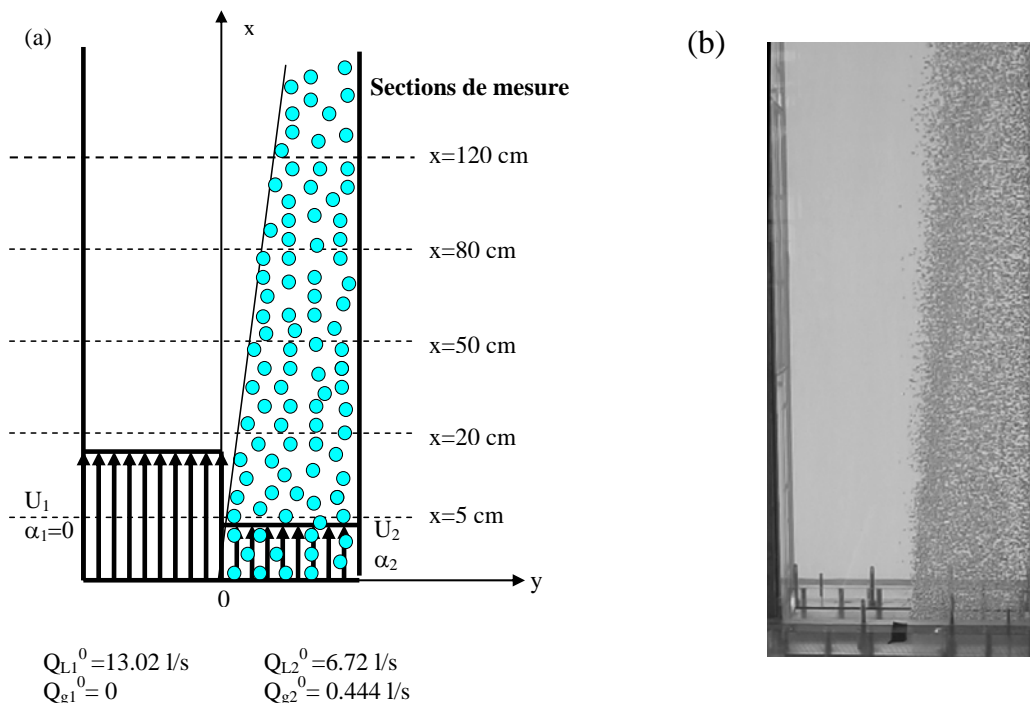


Figure 3. 10 : Expérience de couche de mélange diphasique à faible taux de vide (zdm1) : (a) schématisation des conditions expérimentales, (b) photo de l'écoulement (largeur de 30cm).

### 3.4.1 Distributions des phases

La Figure 3. 11 présente la distribution spatiale du taux de vide  $\alpha$  pour les différentes sections de mesure dans l'écoulement diphasique à faible taux de vide (zdm1). L'injection de bulles d'un seul côté de l'écoulement est visible sur ces profils de taux de vide. Ces profils indiquent l'existence d'un léger pic de taux de vide au centre du canal dans la région d'intérêt dans les premières sections de mesure. Il résulte de l'effet de la plaque de séparation, et s'atténue au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'injection jusqu'à disparaître. Le déplacement transversal des profils montre que les bulles migrent inconditionnellement vers le côté diphasique. Cet effet sera compréhensible lorsqu'on aura mis en évidence les effets d'accélération en phase liquide et le fort transport convectif transversal associé. On note également que la dispersion des bulles dans la zone cisailée atténue le gradient de  $\alpha$  vers l'aval. On peut remarquer qu'en dehors de la zone de gradient,  $\alpha$  est quasi constant, égal à environ 2%. Cette propriété est remarquable et est loin d'être évidente dans un écoulement accéléré. Elle ne peut être comprise qu'en

analysant notamment les effets d'accélération et la dépendance du glissement des bulles vis-à-vis de  $\alpha$ . Enfin, pour les valeurs de  $y$  élevées, les profils de taux de vide montrent une influence des parois.

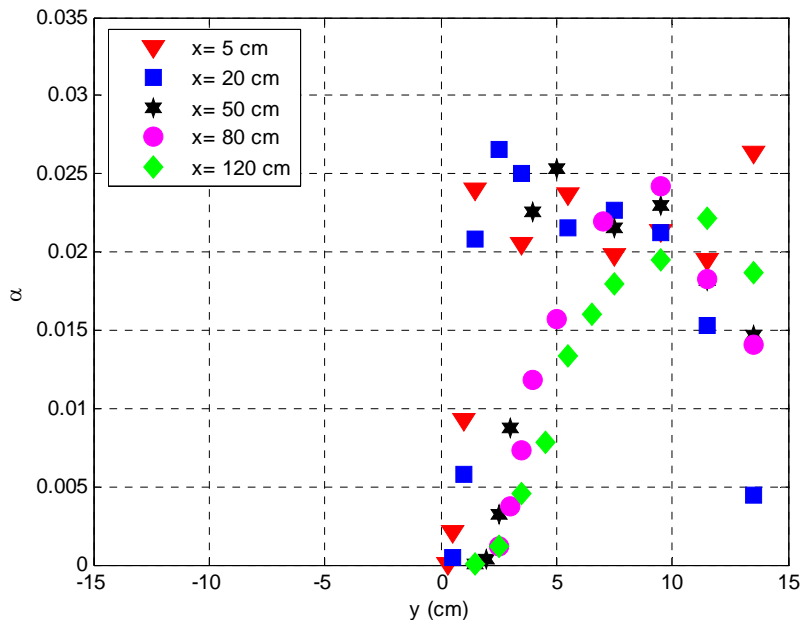


Figure 3. 11: Evolution transversale du taux de vide (zdm1).

X = : 5cm ▼, 20cm ■, 50cm ★, 80cm ●, 120cm ◆.

### 3.4.2 Profils de vitesse moyenne du liquide

Les profils de vitesse moyenne du liquide  $\overline{U}_L$  montrent que le noyau diphasique est accéléré inconditionnellement du côté à bulles (Figure 3. 12). Cet effet est lié à l'allègement du mélange diphasique et aux effets de flottabilité associés (Larue de Tournemine, 2001). Dans cet essai où les bulles sont injectées du côté des faibles vitesses, cette accélération mène à une inversion du gradient de vitesse moyenne au-delà de la section  $x=80$  cm. Dans ce cas, la différence de vitesses dans les noyaux  $\Delta\overline{U}_L = |\overline{U}_{L1} - \overline{U}_{L2}|$  diminue quand  $x$  augmente pour  $x < 75$  cm environ comme le montre la Figure 3. 12, et il en résulte une diminution de la production de turbulence par la couche cisailée par rapport à une situation monophasique lorsqu'on s'éloigne de l'entrée. Ce comportement des vitesses moyennes montre qu'on a ici un écoulement de référence dans lequel les mécanismes respectifs de production de la turbulence et de la pseudo turbulence sont contrastés. En effet, le nombre de Rouse  $\beta = \frac{U_{Rso}}{\Delta U_L}$  change entre  $x = 5$  cm et  $x = 50$  cm dans la gamme de 0.98 à 2.5.

La figure 3.13 représente les profils de vitesse moyenne du liquide correspondant à la moyenne conditionnelle dans le champ lointain  $\overline{U_{cl}}$ . Sur la même figure on rapporte les profils de la vitesse moyenne inconditionnelle. Cette figure montre qu'une légère différence entre les profils de vitesse du champ total et du champ lointain existe et que ces derniers sont au dessous dans le noyau diphasique. Cette légère différence provient de l'élimination d'une partie du signal de film chaud proche des bulles. Mais à faible taux de vide l'écart entre  $\overline{U_L}$  et  $\overline{U_{cl}}$  est peu significatif. On verra plus loin que la sensibilité des variances à une mesure dans le champ loin des bulles est plus marquée.

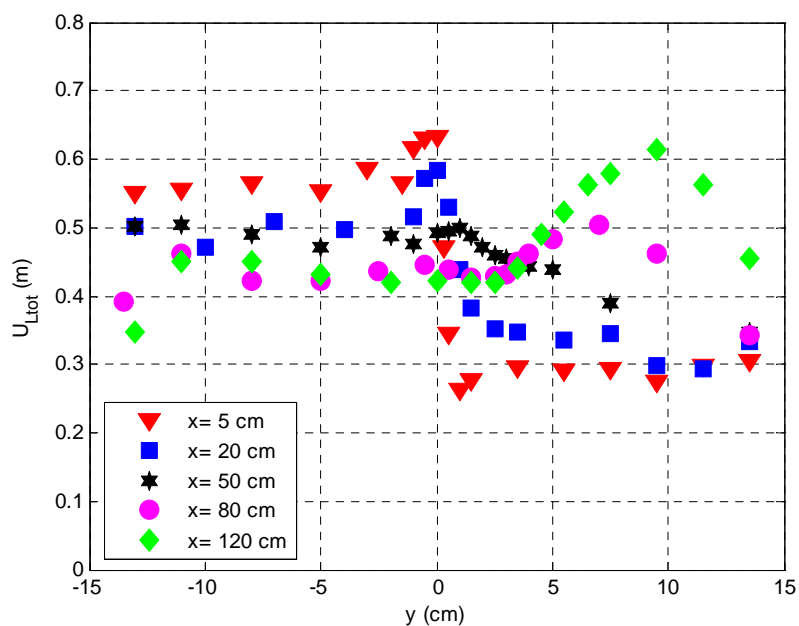
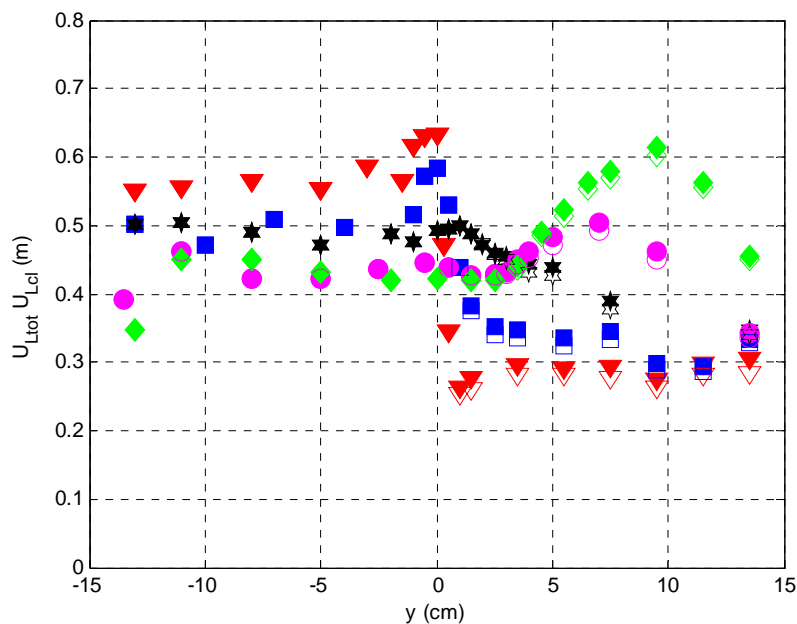


Figure 3. 12: Evolution transversale de la vitesse phasique du liquide (zdm1).

X = : 5cm ▼, 20cm ■, 50cm ★, 80cm ●, 120cm ◆.





**Figure 3. 13: comparaison de l'évolution transversale de la vitesse phasique du liquide : champ total et champ lointain (zdm1). X = : 5cm ▼, 20cm ■, 50cm ★, 80cm ●, 120cm ◆.**

Il est possible de prévoir les effets globaux d'accélération des noyaux diphasiques à l'aide d'un modèle de bicouche entre deux fluides parfaits immiscibles présentant un contraste de densités, en écoulement vertical incompressible (Larue de Tournemine, 2001). On considère pour cela deux fluides de masses volumiques  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , tels que  $\rho_1$  est la masse volumique du liquide, et  $\rho_2 = (1 - \alpha)\rho_1$  la masse volumique du mélange dans le noyau diphasique. Le constat expérimental du maintien d'un taux de vide quasi constant dans le noyau à bulles (voir figures des deux essais à référencer) permet donc d'utiliser l'approximation d'un écoulement homogénéisé incompressible. Le développement du modèle de bicouche est présenté en annexe 3. L'évolution des vitesses dans les noyaux diphasique et monophasique est en très bon accord avec les prévisions de ce modèle (figure 3.14). Cela démontre l'effet majeur de la flottabilité sur la structure de l'écoulement. Cela confirme également la conservation du caractère bidimensionnel de l'écoulement sur une grande distance, caractère bidimensionnel que l'on avait pu également anticiper à partir de la conservation des débits du liquide dans les différentes sections.

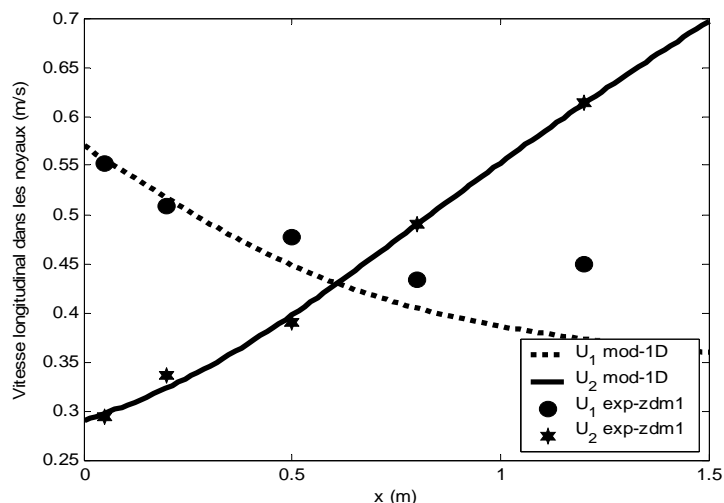


Figure 3. 14 : Comparaison de l'évolution longitudinale des vitesses dans les noyaux du cas d'étude zdm1 avec le modèle 1D.

### 3.4.3 Diamètre et vitesse relative des bulles

Le diamètre des bulles est un paramètre important des écoulements à bulles. C'est déjà l'une des échelles de longueur naturelles des écoulements diphasiques dispersés. Le diamètre détermine d'autre part la vitesse relative des bulles ainsi que l'aire interfaciale. Ces deux paramètres sont essentiels dans les mécanismes de transfert interfacial de quantité de mouvement, d'énergie et de masse. Dans cette expérience, les profils de diamètre de bulles mesurés dans les différentes sections évoluent un peu suivant  $x$  mais restent quasi constants dans les noyaux diphasiques à  $x$  fixé avec une légère diminution dans les zones cisailées (Figure 3.15), ainsi, le diamètre moyen des bulles augmente de 1.5 à 1.9 mm entre les sections  $x= 5$  cm et  $x= 120$  cm. Il est possible que cela provienne d'une ségrégation de taille ou d'un artefact de la méthode de mesure. Pour trancher entre les deux explications on a examiné l'éventualité d'une réponse différente du traitement de la bi-sonde optique vis-à-vis de bulles qui montent avec une inclinaison systématique par rapport à la verticale dans la zone frontière, par rapport à des bulles dont le mouvement est préférentiellement aligné avec la verticale dans le noyau. Le fait que le taux de mesure de vitesses soit sensiblement le même en zone cisailée et dans les noyaux homogènes transversalement nous pousse à croire à un effet de ségrégation.

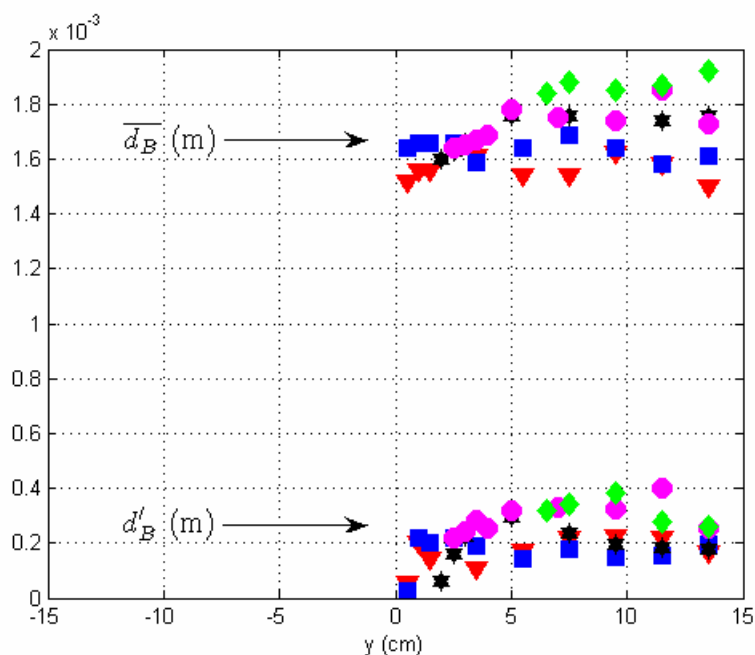


Figure 3. 15: Evolution transversale des diamètres moyens et fluctuants des bulles (zdm1).

$X = 5\text{cm} \blacktriangledown, 20\text{cm} \blacksquare, 50\text{cm} \star, 80\text{cm} \bullet, 120\text{cm} \blacklozenge$ .

La vitesse relative  $\overline{U}_R$  est calculée comme la différence entre la vitesse phasique du gaz et la vitesse moyenne inconditionnelle du liquide telle que :

$$\overline{U}_R = \overline{U}_G - \overline{U}_L \quad (3.17)$$

La figure 3.16 rapporte les profils de vitesse relative des bulles pour les différentes sections de mesure. La mesure des vitesses relatives cumule les imprécisions de mesure des vitesses des deux phases, et reste donc assez délicate. Cette mesure montre tout de même une variation dans les noyaux d'une section à une autre. Cette vitesse relative diminue globalement avec  $x$  lorsque le diamètre des bulles augmente, ce qui est observé pour les vitesses terminales en régime de bulles ellipsoïdales (pour un diamètre supérieur à 1 mm) (Clift *et al.*, 1978). La forme des profils transverse est difficile à analyser car la vitesse relative est sensible aux effets du taux de vide et de la turbulence qui sont eux-mêmes fortement variables transversalement.

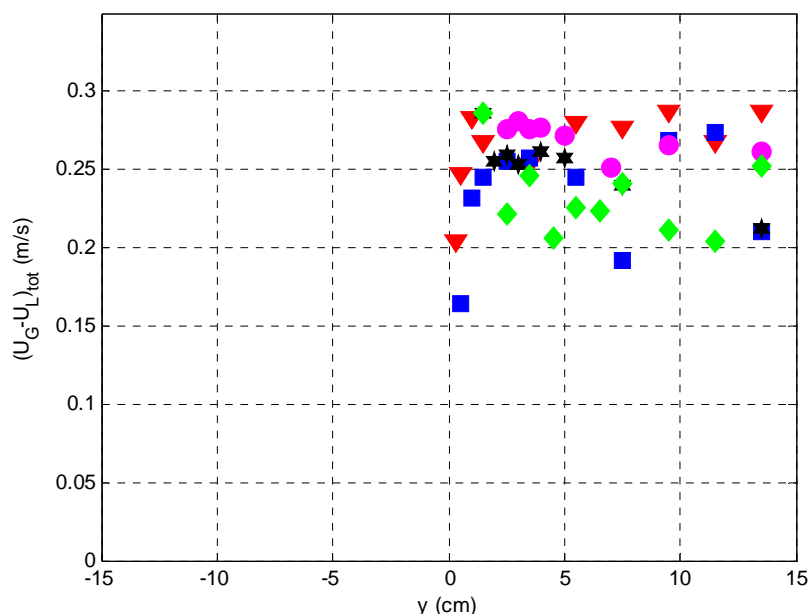


Figure 3. 16: Evolution de la vitesse relative des bulles (zdm1).

X = : 5cm ▼, 20cm ■, 50cm ★, 80cm ●, 120cm ◆.

### 3.4.4 Variance de la fluctuation de vitesse du liquide

Les profils des variances de la vitesse du liquide présentent des niveaux d'agitation quasi constants dans les noyaux et un maximum de vitesse fluctuante dans la zone cisailée dans les premières sections (Figure 3.17). Cependant les niveaux dans les deux noyaux sont différents puisque l'écoulement monophasique est le siège de moins d'agitation que l'écoulement diphasique dans lequel les sillages et les mouvements relatifs induits par les bulles jouent un rôle important dans le montant énergétique du mouvement fluctuant. En dehors des effets de parois visibles dans la zone monophasique de l'écoulement ( $-15 < y < -10$  cm), les profils de variance de la vitesse dans le liquide sont semblables à ceux observés dans d'autres couches de mélange diphasiques (Roig, 1993 ; Larue de Tournemine, 2001). La section de mesure à 5 cm n'est qu'à 6cm des injecteurs, on voit donc sur ce profil la trace de l'inhomogénéité des zones de production d'agitation par les bulles liée à la mémoire des injecteurs. On remarque que, plus on s'éloigne de la plaque de séparation, plus le pic central s'étale ce qui est une caractéristique de la diffusion de la couche de mélange monophasique ou diphasique. On observe aussi que le maximum de l'énergie fluctuante dans cet écoulement se déplace des fortes vitesses vers les faibles vitesses. C'est la convection transversale globale de l'écoulement vers le côté diphasique qui déplace ce pic.

Pour les deux premières sections de mesure, le rapport  $\frac{\sqrt{u_L'^2(x)_{\max}}}{\Delta U_L(x)}$  varie de 0.2 à 0.27 pour des conditions de  $\Delta U_L(x) = |\overline{U_{L1}}(x) - \overline{U_{L2}}(x)|$  évoluant en  $x$ . Ces valeurs sont comparables à celles trouvées en zone d'affinité en écoulement de couche de mélange monophasique et qui sont de l'ordre de 0.176 (Wygansky & Fiedler, 1970). Ces valeurs montrent que le maximum de la turbulence est fortement dépendant du cisaillement moyen dans ces deux premières sections de mesure. Le maximum de ce rapport, diffère de plus en plus de la valeur en monophasique lorsque  $x$  augmente car l'écoulement s'écarte de plus en plus de la couche de mélange monophasique à cause des accélérations des noyaux.

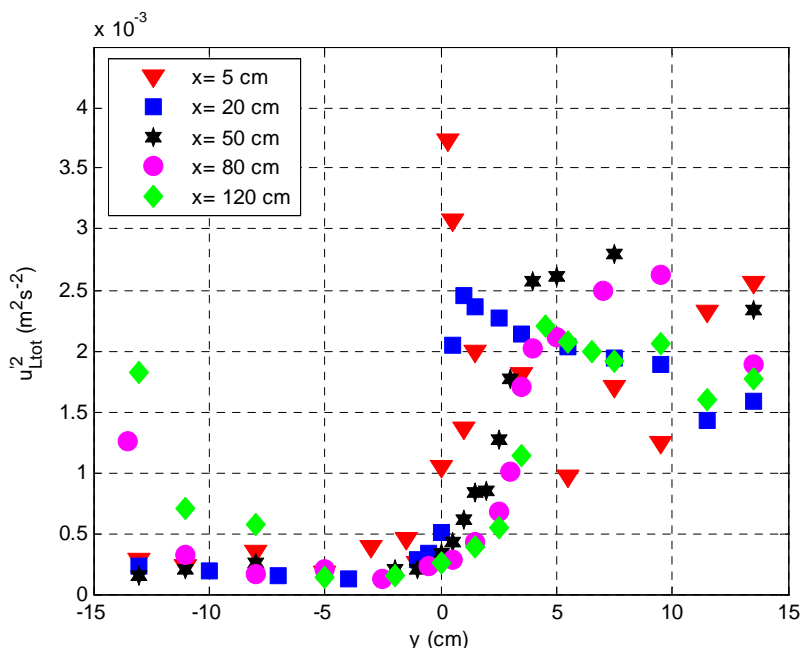


Figure 3. 17: Profils de variance de la vitesse phasique dans le liquide à différentes positions longitudinales (zdm1).  $X = : 5\text{cm} \blacktriangledown, 20\text{cm} \blacksquare, 50\text{cm} \star, 80\text{cm} \bullet, 120\text{cm} \blacklozenge$ .

En écoulement homogène à bulles, Larue de Tournemine (2001) a mesuré la dépendance des variances des vitesses du liquide vis à vis du taux de vide et de la vitesse relative. Il a ainsi obtenu :

$$\overline{u_{Ltot}^2} \cong 3.57 \alpha \overline{U_R}^2 \tag{3.18}$$

Pour un écoulement homogène avec une vitesse relative  $\overline{U_R} = 0.25\text{m/s}$  et 2% de taux de vide, la valeur de la variance de la vitesse attendue dans le noyau d'écoulement diphasique extérieur à la zone cisailée est donc de  $\overline{u_{Ltot}^2} \cong 4.45 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 / \text{s}^2$ . L'ordre de grandeur des variances mesurées dans notre écoulement est plutôt de  $\overline{u_{Ltot}^2} \cong 2.25 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 / \text{s}^2$  dans les noyaux diphasiques. Cette valeur est donc du même

ordre de grandeur que la valeur mesurée en écoulement homogène mais pas identique. Cette différence provient certainement essentiellement du fait qu'après modification des tubes capillaires les bulles sont plus grosses pour des taux de vide similaires. Elles ont donc des Reynolds différents de celles étudiées par Larue de Tournemine (2001). En effet, dans notre écoulement, le nombre de Reynolds est de l'ordre de  $Re = \frac{U_R d_B}{\nu} \approx \frac{0.25 \cdot 1.8 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 450$ , tandis que dans l'écoulement homogène de Larue de Tournemine, il était de l'ordre de 252.

La mesure de la variance de la vitesse de liquide dans le champ lointain  $\overline{u_{Lcl}^2}$  permet de faire mieux émerger la partie de la turbulence qui rend compte des tourbillons générés soit par le cisaillement moyen, soit par les interactions des sillages lointains des bulles. Cette mesure filtre en effet les fluctuations de vitesse liées à la perturbation proche de la bulle, qui comporte une forte contribution du sillage moyen. Sur la figure 3.18, on a reporté les profils de  $\overline{u_{Lcl}^2}$  pour les différents sections de mesure. On remarque qu'en  $x=5\text{cm}$ , le profil de  $\overline{u_{Lcl}^2}$  ressemble beaucoup à celui de la zone de mélange monophasique. En  $x=20\text{cm}$ , le pic d'énergie émerge beaucoup plus que celui de  $\overline{u_{Ltot}^2}$  (figure 3.17). Pour les deux sections  $x=50\text{ cm}$  et  $x=80\text{ cm}$ , le pic d'énergie disparaît et réapparaît pour la section  $x=120\text{cm}$ . On comprend qu'aucun pic ne soit perceptible dans les sections où  $\frac{\overline{U_R}}{\Delta U_L} \gg 1$ .

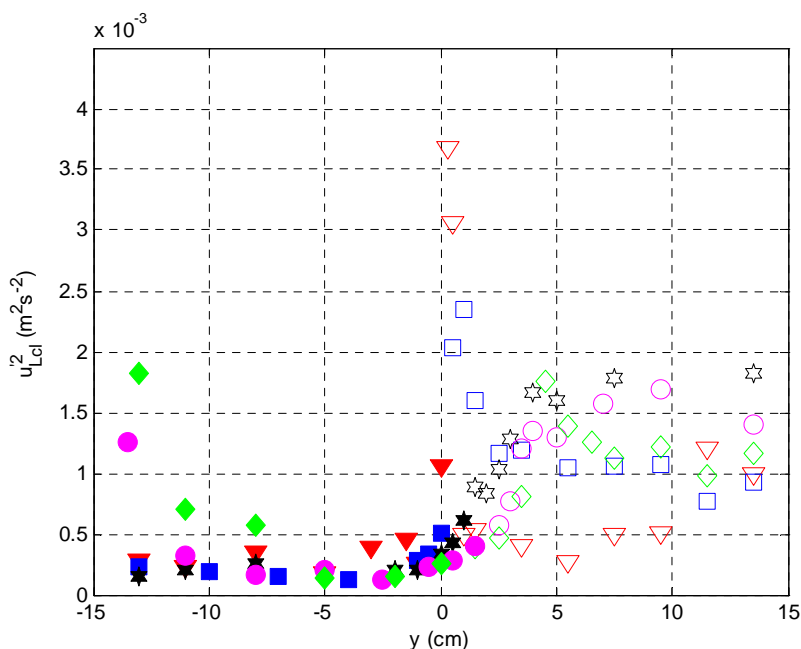


Figure 3. 18 : Profils de variance de fluctuation de la vitesse phasique dans le liquide champ lointain à différentes positions longitudinales (zdm1). X= : 5cm ▼ , 20cm ■ , 50cm ★ , 80cm ● , 120cm ◆ .

### 3.4.5 Agitation des bulles

La variance de la vitesse des bulles est obtenue par le traitement des signaux issus de la sonde optique double. Le rapport des variances de la vitesse dans la phase dispersée et dans la phase continue est représenté sur la Figure 3. 19 pour les cinq sections de mesure.

Ce rapport  $R_1 = \frac{\overline{u_G^2}}{\overline{u_L^2}}$  varie entre 1 et 1.5 dans les noyaux diphasiques. Les deux premières

sections sont en bon accord avec les mesures de Roig (1993) qui avait exploré la zone basse d'un écoulement de même type. Il faut noter ici que le couplage inverse est tellement fort que toute analyse du mouvement d'agitation des bulles par la turbulence reposant sur la théorie de Tchen-Hinze, voire sur son extension par Deutsch & Simonin (1991) à des situations avec des vitesses relatives importantes, reste à ce jour délicate pour notre écoulement où la turbulence est fortement modifiée par les bulles. En dehors des deux points de la première section de mesure en frontière de la zone de mélange diphasique pour lesquels le mouvement fluctuant des bulles est atténué par rapport à celui du liquide ( $R_1 < 1$ ), le rapport  $R_1$  reste toujours supérieur ou égal à 1 et inférieur à 9 comme le veut la théorie de la dispersion de Tchen. Mais il est ensuite difficile d'analyser les évolutions spatiales de ce rapport des variances qui est influencé par l'agitation engendrée par les bulles et celle issue du cisaillement moyen.

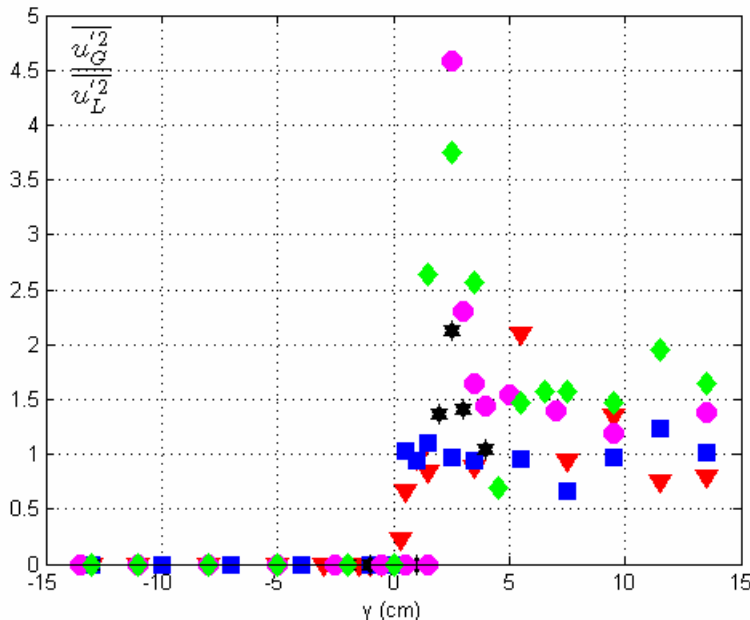
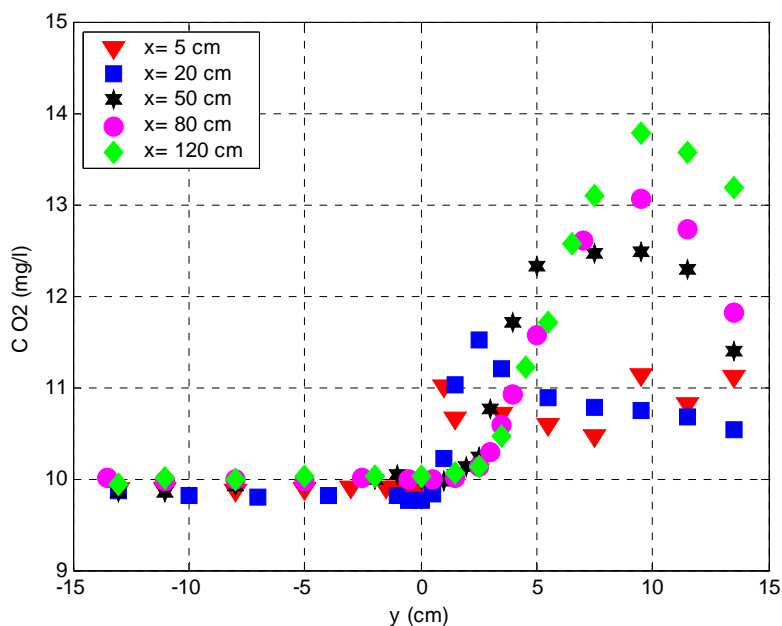


Figure 3. 19: Profils des rapports des variances des vitesses phasiques du gaz et du liquide à différentes positions longitudinales (zdm1). X= : 5cm ▼, 20cm ■, 50cm ★, 80cm ●, 120cm ◆.

### 3.4.6 Concentration en oxygène dissous

La figure 3.20 présente les profils de concentration moyenne en oxygène dissous dans l'eau. L'examen global de ce graphique montre la présence de deux niveaux différents de concentration d'oxygène dans les noyaux monophasique et diphasique. Pour cette expérience à faible taux de vide, les profils expérimentaux montrent une évolution longitudinale de la concentration dans le noyau diphasique qui augmente dans le sens longitudinal en raison du transfert interfacial de masse.



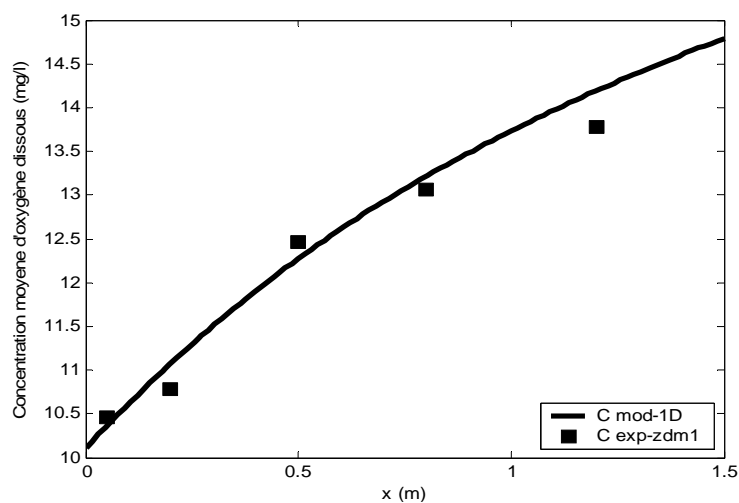
**Figure 3. 20 : Profils de concentration en oxygène dissous dans le liquide à différentes positions longitudinales (zdm1). X = : 5cm ▼, 20cm ■, 50cm ★, 80cm ●, 120cm ◆.**

Le noyau monophasique reste à un niveau de concentration constant. Ce niveau est celui du réservoir d'eau qui reste stationnaire dans le temps pour cet essai à faible taux de vide. La valeur de la concentration de ce réservoir est proche de la valeur à saturation de l'air. On observe aussi un pic de concentration pour les sections  $x=5$  cm et  $x=20$  cm qui se déplace vers le côté diphasique et disparaît à des distances  $x \geq 50$  cm. L'existence de ce pic est à relier à une efficacité plus grande du transfert dans cette zone, soit qu'elle soit due à une plus grande aire interfaciale, soit qu'elle soit liée à une structure localement différente des échelles qui interviennent dans le transfert. Enfin, les profils de concentration témoignent du mélange dans la zone frontière où le gradient de concentration évolue. Il reste à analyser comment la diffusivité de masse est reliée aux différentes échelles de la turbulence dans le liquide.

Nous avons comparé l'évolution longitudinale de la concentration mesurée dans le noyau diphasique à celle prédite par une équation d'advection contenant un terme de production interfaciale (voir annexe 3). Cette analyse filaire permet de constater que le transfert de



masse aux interfaces à l'aide du modèle de Higbie semble bien représenter l'évolution de la concentration dans le noyau diphasique (Figure 3.21) à condition de connaître la vitesse relative et le diamètre des bulles.



**Figure 3. 21 : Comparaison de l'évolution longitudinale de la concentration moyenne d'oxygène dissous dans le noyau diphasique avec le modèle 1D pour une loi de transfert de type Higbie (cas zdm1).**

### 3.5 Analyse expérimentale du cas à fort taux de vide

On s'intéresse dans cette deuxième expérience, nommée zdm2, à l'étude de l'hydrodynamique et du transfert de masse dans un écoulement diphasique de type zone de mélange à fort taux de vide. Cette expérience consiste, ici, à injecter des bulles d'oxygène du côté forte vitesse et avec un fort débit de gaz. Des mesures locales sont effectuées dans les différentes sections:  $x= 10$  cm,  $x= 30$  cm,  $x= 50$  cm et  $x= 80$  cm (Figure 3.22). La campagne de mesure fournit les différentes caractéristiques hydrodynamiques du liquide et du gaz dans cette zone de mélange ainsi que les concentrations moyennes en oxygène dissous dans l'eau.

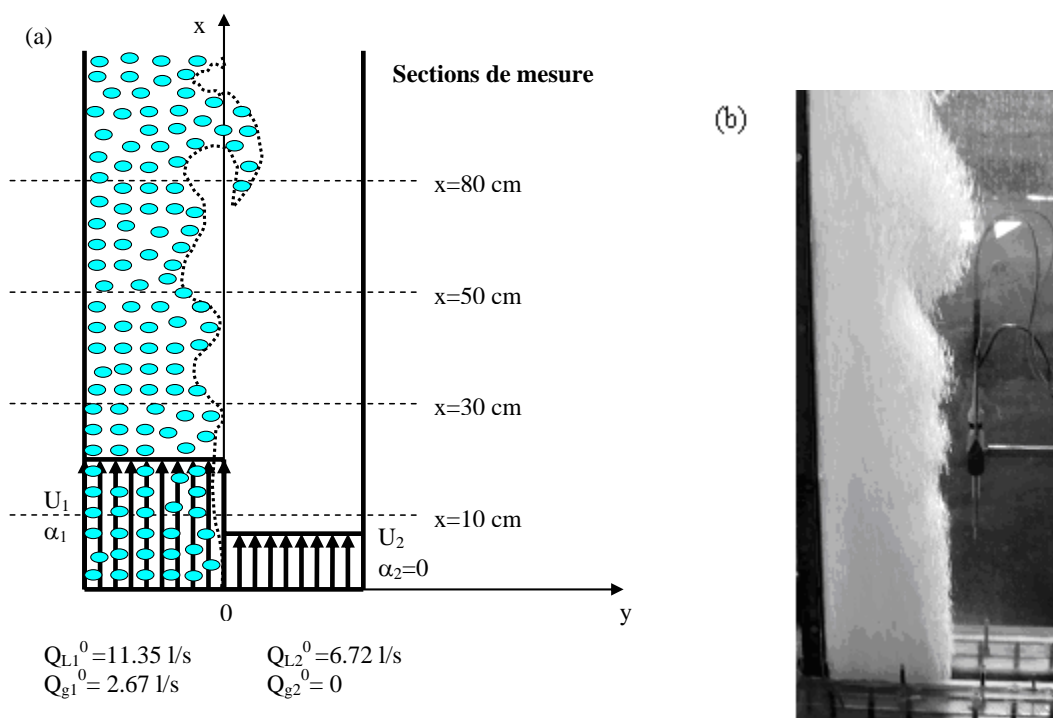


Figure 3. 22 : Conditions générales de l'expérience zdm2

Cet écoulement est marqué par des instationnarités à grande échelle bien marquées comme on peut le voir sur la figure 3.23-a. Un enregistrement de vitesse à la limite de la zone occupée par les bulles montre que la fréquence de ces oscillations est de l'ordre de 2.2Hz (figure 3.23-b).

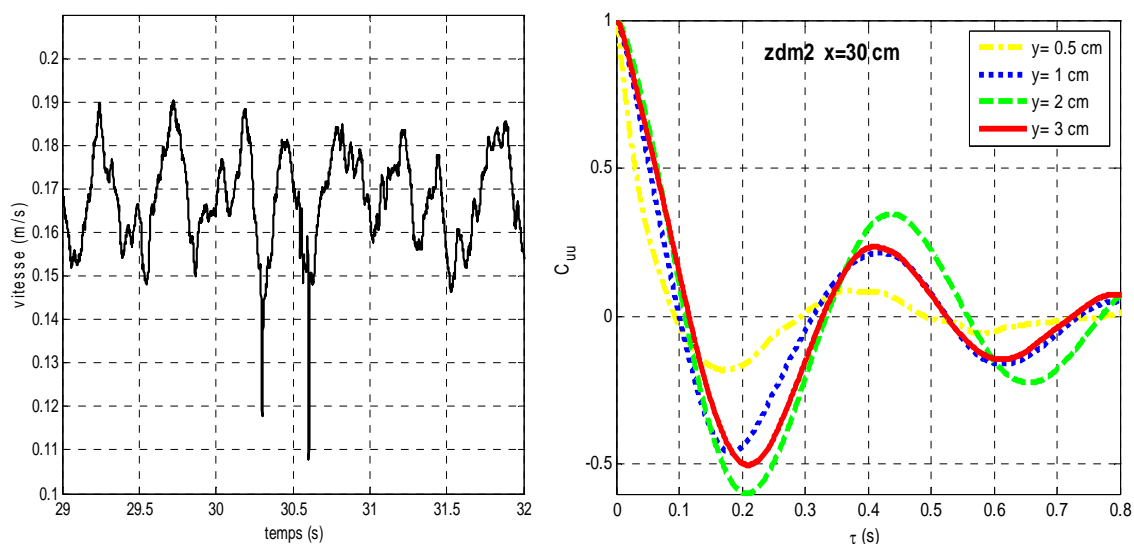


Figure 3. 23 : (a) Signal de la vitesse instantanée et (b) courbes d'autocorrélations dans la frontière gaz-liquide de l'expérience zdm2.

### 3.5.1 Distribution des phases

On représente sur la figure 3.24, tous les profils de taux de vide à différentes positions longitudinales. On remarque dans ce graphique qu'il y a un déplacement des profils de taux de vide vers le côté à bulle comme dans l'essai zdm1. Le noyau homogène se réduit d'une section à une autre, mais la valeur de  $\alpha$  reste toujours du même ordre (11%) pour toutes les sections de mesure sauf la section  $x=80$  cm, alors même qu'il y a des effets d'accélération. Pour cette dernière section on a observé qu'il y a des structures cohérentes à la frontière ce qui explique bien la présence du gaz pour des abscisses  $0 < y < 4$  cm. On remarque aussi que les gradients de taux de vide en frontière s'atténuent puisque les bulles sont dispersées. La paroi a visiblement un effet important dans cet écoulement qui explique le gradients de  $\alpha$  dans son voisinage.

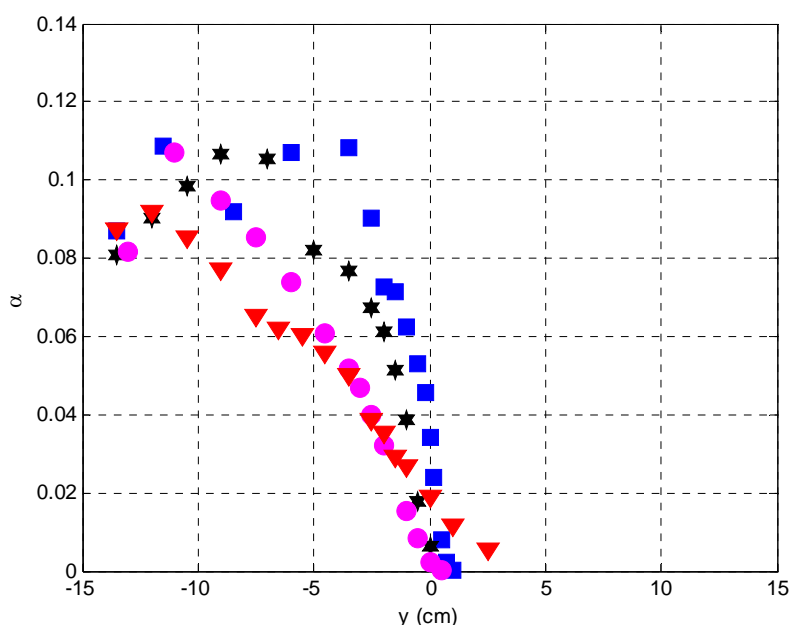


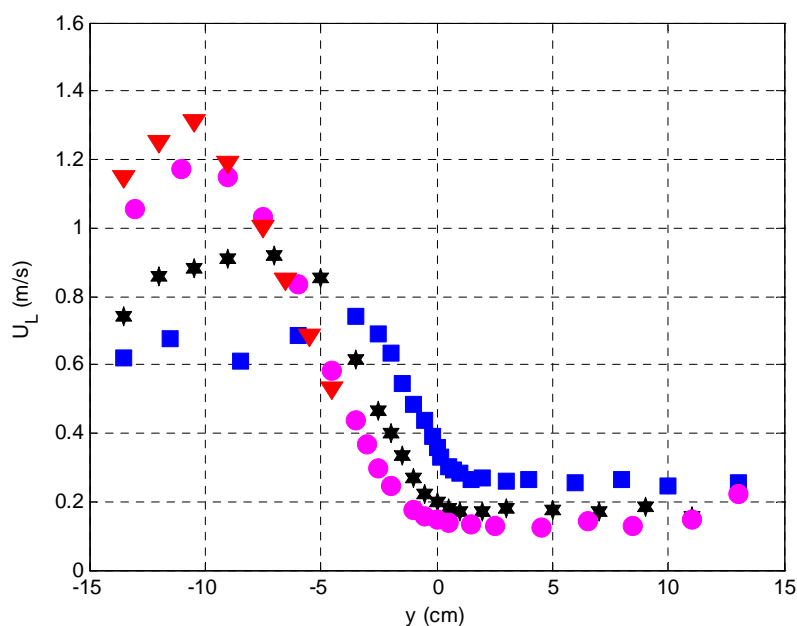
Figure 3. 24 : Profils de taux de vide à différentes positions longitudinales (zdm2).

X= : 10cm ■, 30cm★, 50cm ●, 80cm ▼.

### 3.5.2 Profils de vitesse moyenne du liquide

Sur la figure 3.25, on remarque que les profils de vitesse phasique du liquide dans le noyau diphasique (pour des  $y < 0$ ) sont accélérés sous l'effet de l'allègement du mélange diphasique comme dans le premier essai. Le côté monophasique (pour des  $y > 0$ ) décélère et par conséquent, la différence de vitesse  $\Delta U_L(x) = U_{L1}(x) - U_{L2}(x)$  augmente lorsque  $x$  augmente. On constate aussi que cette expérience est originale puisqu'on a un écoulement avec un gradient de vitesse constant qui occupe une zone d'extension latérale croissante

lorsqu'on se déplace vers l'aval. La zone cisailée se décale vers le côté forte vitesse ce qui traduit l'existence d'une vitesse transversale importante. Les effets d'accélération dominent ceux de la diffusion de la quantité de mouvement. Dans les sections  $x > 30$  cm, on constate une cohérence très marquée des structures tourbillonnaires de grande envergure ce qui est à relier à ce gradient constant. Pour la section  $x = 80$  cm, on a enlevé les points pour lesquels  $\frac{u_L'}{U_L} > 0.25$  et qui sont donc peu fiables du point de vue de la mesure avec un film chaud.



**Figure 3. 25 : Profils de vitesse phasique dans le liquide à différentes positions longitudinales (zdm2).  
X= : 10cm ■, 30cm★, 50cm ●, 80cm ▼.**

Le rôle majeur de la flottabilité dans les accélérations et décélérations des noyaux externes de la couche de mélange est confirmé par la bonne adéquation entre l'évolution longitudinale de leurs vitesses et la prédiction du modèle filaire (Figure 3.26).

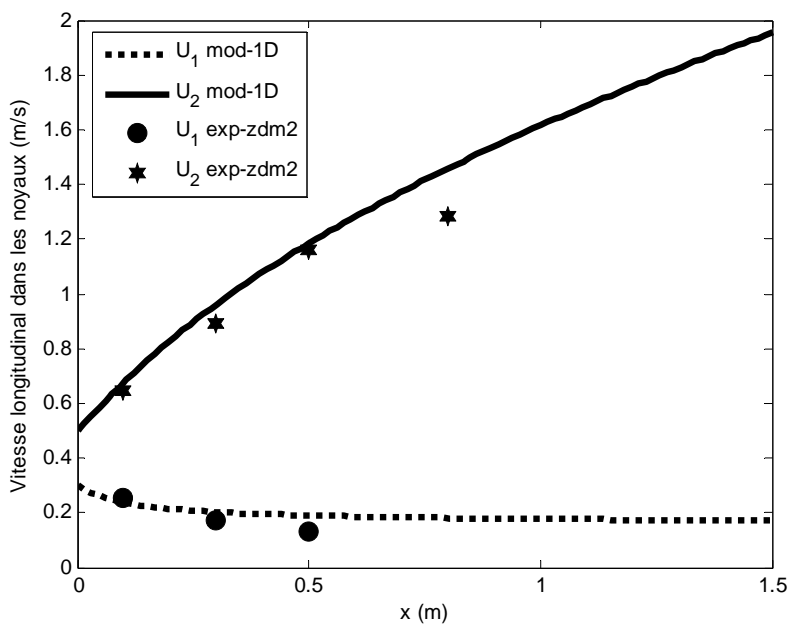


Figure 3. 26: Comparaison de l'évolution longitudinale des vitesses dans les noyaux du cas d'étude Zdm2 avec le modèle 1D.

La figure 3.27 représente la largeur de la zone de mélange définie par :

$$B_L(x) = \left| y(\overline{U}_L = \overline{U}_{L1} - 0.05\Delta\overline{U}_L) - y(\overline{U}_L = \overline{U}_{L2} + 0.1\Delta\overline{U}_L) \right| \quad (3.25)$$

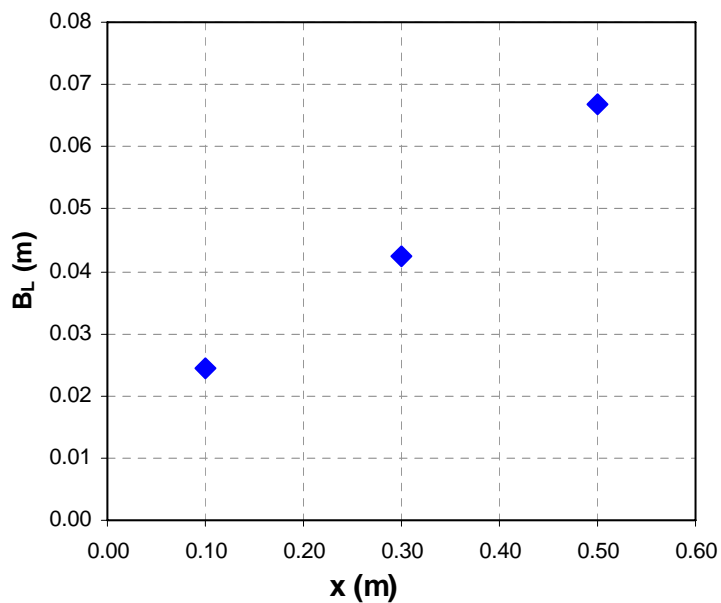


Figure 3. 27 : Expansion de la zone de mélange diphasique zdm2.

Cette figure montre que la largeur de la zone de mélange diphasique est linéaire en fonction de  $x$ . C'est une propriété générale des zones de mélange monophasiques et ce résultat est également en bon accord avec les résultats de Roig (1993), le taux d'expansion  $\frac{dB_L}{dx} \approx 0.1 \approx 0.39\lambda_{x=10cm}$  se rapproche des valeurs mesurées par Roig en écoulement diphasique. Le taux d'expansion est plus fort qu'en écoulement monophasique, à cause de la présence des bulles. Ici, il y a une accélération beaucoup plus forte (à cause de  $\alpha \approx 11\%$ ). La modification de l'élargissement de la zone de mélange diphasique résulte d'effets complexes qui combinent certainement les effets d'accélération liés aux forts gradients de taux de vide et ceux de diffusivité supplémentaire induite par les bulles.

La comparaison des profils de vitesse phasique du champ total de liquide avec les profils des vitesses moyennées dans le champ lointain est présentée sur la figure 3.28. Cette dernière illustre qu'il y a une faible différence entre les deux valeurs. La différence relative ne dépasse pas dans tous les cas le 5% de la vitesse phasique du champ total et on observe toujours que les profils de  $\overline{U_{Lcl}}$  sont au-dessous des profils de  $\overline{U_L}$ .

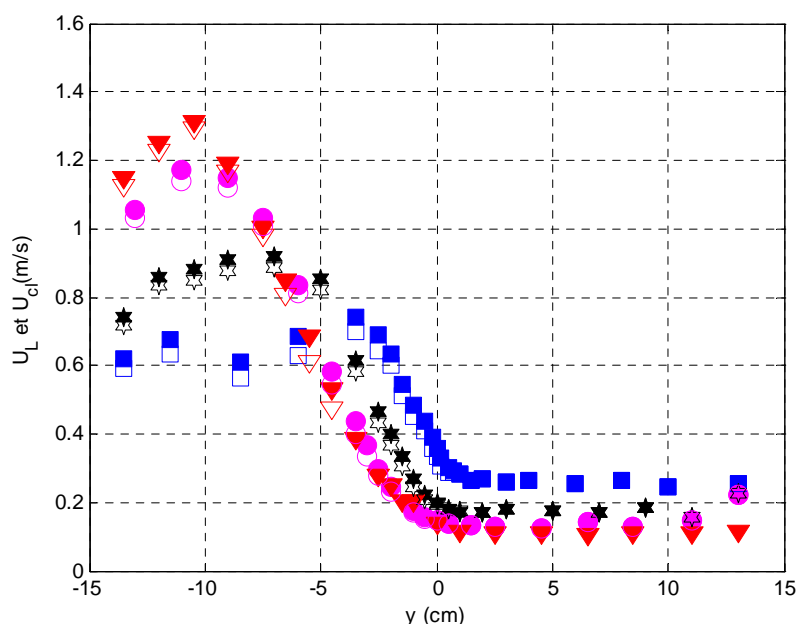


Figure 3. 28 : Comparaison des profils de vitesse phasique dans le liquide à différentes positions longitudinales: Champ total et Champ lointain (zdm2). X= : 10cm ■, 30cm ★, 50cm ●, 80cm ▼.

### 3.5.3 Diamètre et vitesse relative des bulles :

#### 3.5.3.1 Diamètre des bulles

Les diamètres moyens et fluctuants des bulles dans cette expérience à fort taux de vide présentent un léger effet de distribution transversale (Figure 3.29). On remarque aussi que la dispersion des bulles est plus forte que dans le premier essai zdm1 ( $\frac{d'}{d_B}$  plus grand).

Ceci est dû certainement au changement probable du mode de fonctionnement des injecteurs d'un régime de formation des bulles par détachement bulle à bulle aux faibles débits de gaz à un régime de formation des bulles par rupture du jet de gaz. Le diamètre moyen des bulles varie entre 1.5 et 2.5 mm avec le taux de vide. Pour cette gamme de diamètres on a donc des changements de régime de forme de bulles. A faible taux de vide, le diamètre voisin de 1.5 mm correspond à des bulles quasi sphériques, alors qu'aux forts taux de vide, il correspond à des bulles ellipsoïdales sensibles à la déformation.

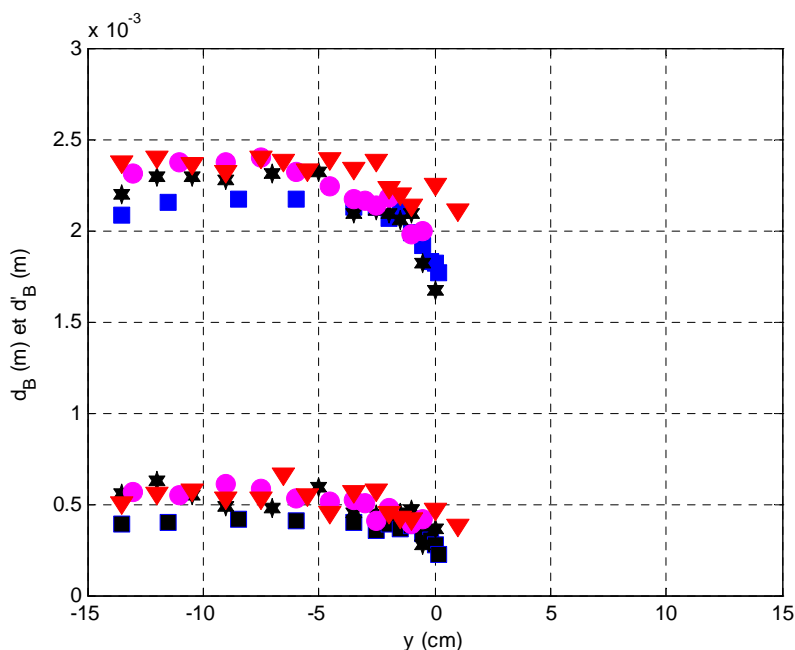


Figure 3. 29: Diamètres moyens et fluctuants des bulles (zdm2).

X= : 10cm ■, 30cm ★, 50cm ●, 80cm ▼.

La figure 3.30 présente une densité de probabilité reconstituée à partir de l'histogramme des cordes coupées par la sonde optique. Le taux de vide correspondant est de 5% et un diamètre de bulle moyen est de 2.1 mm. Cette figure illustre le fait que les bulles n'ont certainement pas toutes le même diamètre puisqu'une poly-dispersion est visible.

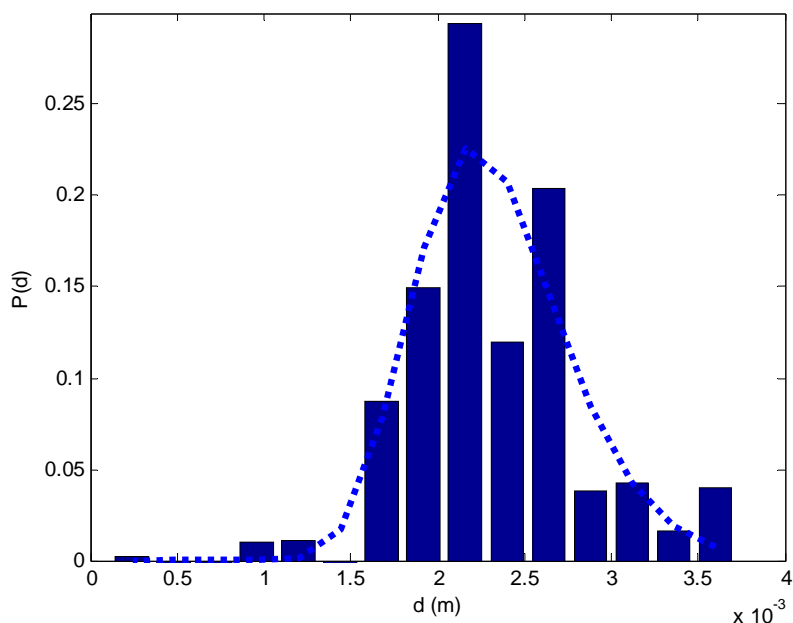


Figure 3. 30 : Exemple de densité de probabilité pour  $\alpha = 5\%$  et  $d_b = 2.1mm$

### 3.5.3.2 Vitesse de glissement entre phase:

On a un écoulement avec de fortes accélérations du liquide qui semblent agir sur le mouvement relatif moyen  $\overline{U_R}$ . La figure 3.31 représente la variation de la vitesse de glissement en fonction de la position transversale pour les différentes sections de mesure. Les profils de vitesse de glissement sont très différents de ceux observés dans le premier cas d'écoulement diphasique (zdm1). Dans ces profils on remarque l'existence d'un point d'ordonnée  $y = -6\text{ cm}$  qui sépare les zones où  $\frac{d\overline{U_R}}{dx} > 0$  et la zone de noyau où l'évolution longitudinale de la vitesse relative est moins marquée. Ces profils de vitesse relative sont profondément liés à l'évolution du taux de vide et à la sensibilité de la vitesse relative à cette grandeur.



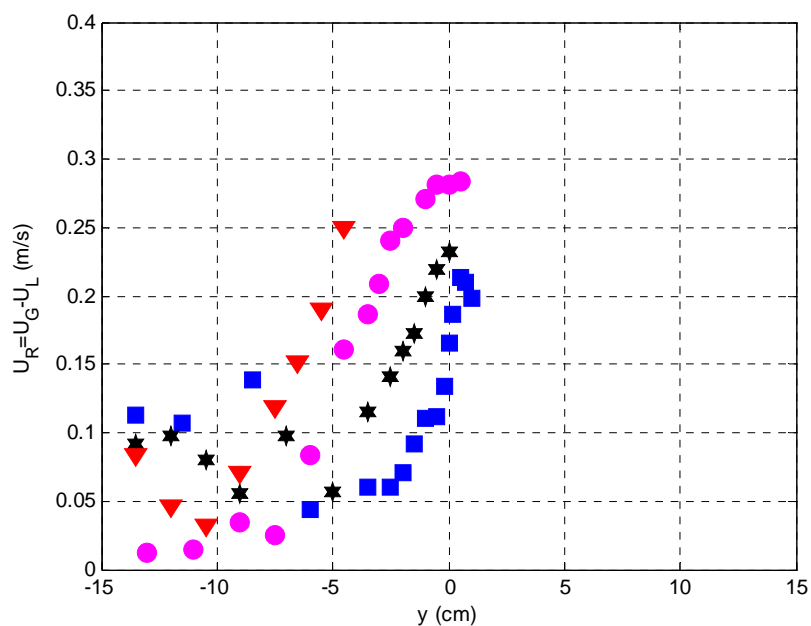


Figure 3. 31 : Profils de la vitesse de glissement dans le champ total (zdm2).

X= : 10cm ■, 30cm★, 50cm ●, 80cm ▼.

La figure 3.32 présente en effet la vitesse relative entre phases en fonction de taux de vide sans référence à la position des mesures dans l'écoulement. Sur le même graphique, on a reporté les résultats obtenus par Larue de Tournemine en écoulement homogène (2001). On remarque que la vitesse de glissement est fortement réduite dans nos essais comme en écoulement homogène lorsque le taux de vide est augmenté. Il existe un écart très fort par rapport à la vitesse terminale d'ascension dans les noyaux à fort taux de vide. Ce même résultat est trouvé en écoulement homogène (figure 3.32).

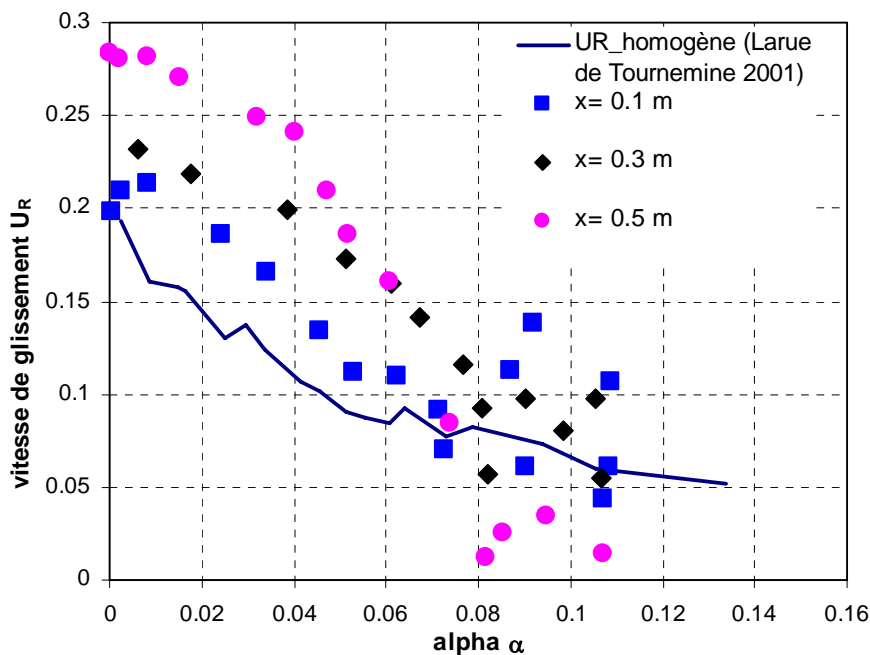


Figure 3. 32: Vitesse de glissement en fonction de  $\alpha$  : comparaison avec l'écoulement homogène de Larue de Tournemine (2001).

### 3.5.4 Variance de la vitesse phasique dans liquide

L'examen des profils de la variance de fluctuation de la vitesse phasique du liquide présentés sur la figure 3.33, permet d'analyser le comportement statistique au premier ordre des fluctuations de vitesse. Les profils de variance phasique présentent des niveaux d'agitation bien plus élevés que dans la partie monophasique. Le surplus de fluctuation provient de la production aux interfaces par les bulles. Les quatre profils présentent clairement un pic de variance dans la zone cisailée qui se déplace des faibles vitesses vers les fortes vitesses. Ces pics augmentent en intensité quand  $x$  augmente puisque  $\Delta \overline{U}_L$  augmente. Ce pic de variance, pour chaque profil ne suit pas le pic de taux de vide mais suit plutôt le point dont la vitesse est  $U_m(x)$ . Ce point est certainement associé au point central du cisaillement maximal.

On remarque dans cette expérience que les valeurs de variance dans les zones de noyau sont dans cet essai également proches de celles trouvées en écoulement homogène par Larue de Tournemine (2001) sauf pour la section  $x=80$  cm. Si dans les premières sections la comparaison aux mesures de Larue de Tournemine est meilleure dans cet essai que dans l'essai précédent, c'est certainement parce qu'à fort débit de gaz, le système d'injection génère des bulles dont les diamètres fournissent, pour des taux de vide comparables, les mêmes ordres de grandeurs des nombres de Reynolds et de Weber. . Dans la section  $x=80$  cm, la zone de mélange interagit certainement avec la paroi, et la

vitesse du noyau monophasique tend à s'inverser. On constate alors une très forte augmentation de l'agitation.

Les profils de variances dans le champ lointain des bulles sont eux aussi présentés sur la figure 3.34. L'intérêt de cette variance est que la plus grande partie du champ proche des bulles a été retirée du signal phasique. L'analyse de la comparaison des statistiques phasiques et champ lointain va nous renseigner sur la structuration du champ de vitesse dans la phase continue. Ainsi, les variances dans le champ lointain sont nettement plus faibles que dans le champ phasique puisque toute l'énergie contenue dans les sillages proches des bulles a été retirée. Un pic est aussi visible pour tous les profils et il est placé dans la zone de cisaillement ce qui traduit le grand rôle de cisaillement dans cet écoulement.

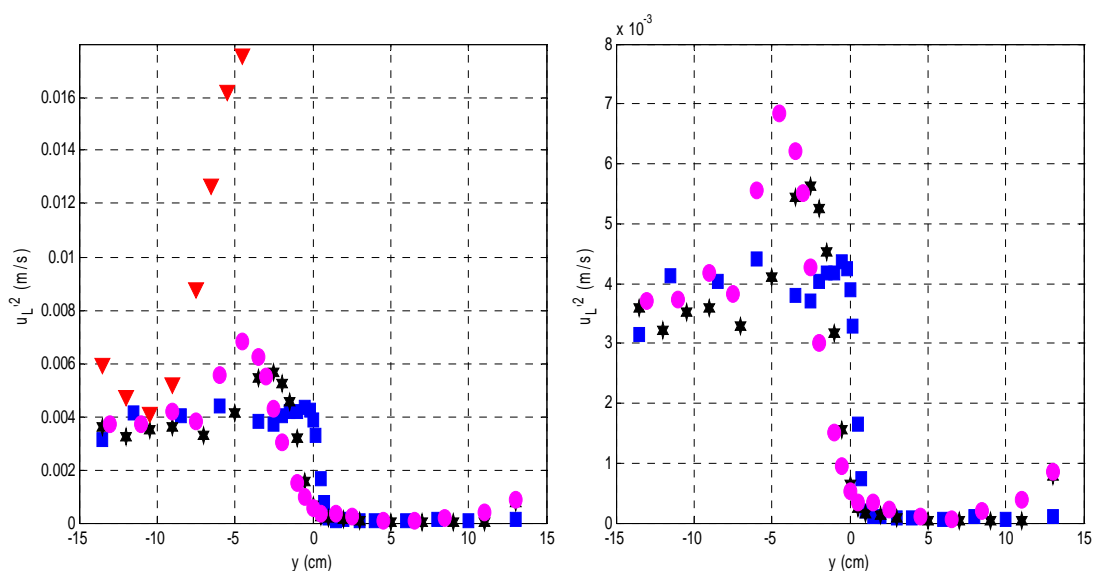


Figure 3.33 : Profils de variance de fluctuation de la vitesse phasique dans le liquide à différentes positions longitudinales ( $z_{dm2}$ ).  $X=$  : 10cm ■, 30cm ★, 50cm ●, 80cm ▼.

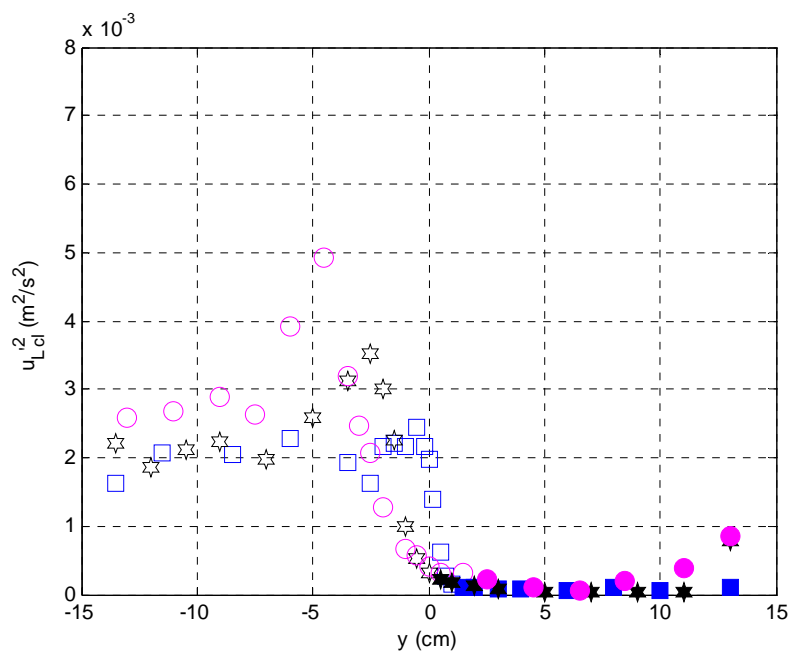


Figure 3.34 : Profils de variance de fluctuation de la vitesse phasique dans le liquide champ lointain à différentes positions longitudinales (zdm2). X= : 10cm ■, 30cm★, 50cm ●.

### 3.5.5 Agitation des bulles :

Le rapport des variances dans la phase dispersée et dans le liquide est reporté sur la figure 3.35. L'agitation des bulles est la plupart du temps plus importante que celle du liquide (figure 3.32). Dans la zone frontière entre l'écoulement diphasique et l'écoulement monophasique l'activité tourbillonnaire à grande échelle impose un forçage important aux trajectoires des bulles. Par contre au milieu du noyau diphasique les rôles respectifs du forçage par la turbulence d'origine cisailée et des instabilités de trajectoires (liées aux interactions hydrodynamiques entre les bulles pour ces forts taux de vide) sont difficiles à démêler.

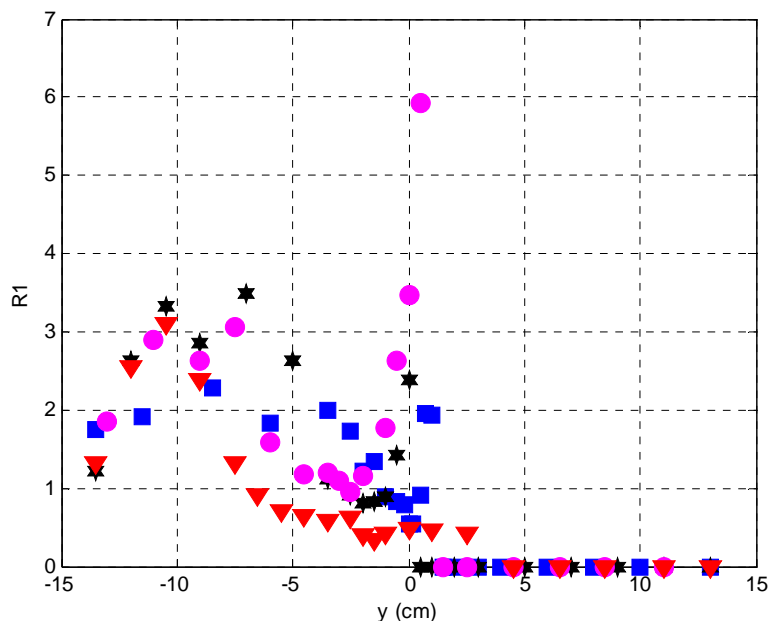


Figure 3. 35: Rapport de variances de vitesse dans le gaz et le liquide à différentes positions longitudinales (zdm2). X= : 10cm ■, 30cm ★, 50cm ●, 80cm ▼.

On a donc présenté la variance de la vitesse des bulles en fonction de taux de vide sur la figure 3.36. On remarque que cette variance est très assujettie au taux de vide, ce qui montre l'importance des interactions hydrodynamiques entre bulles dans la génération de l'agitation des bulles.

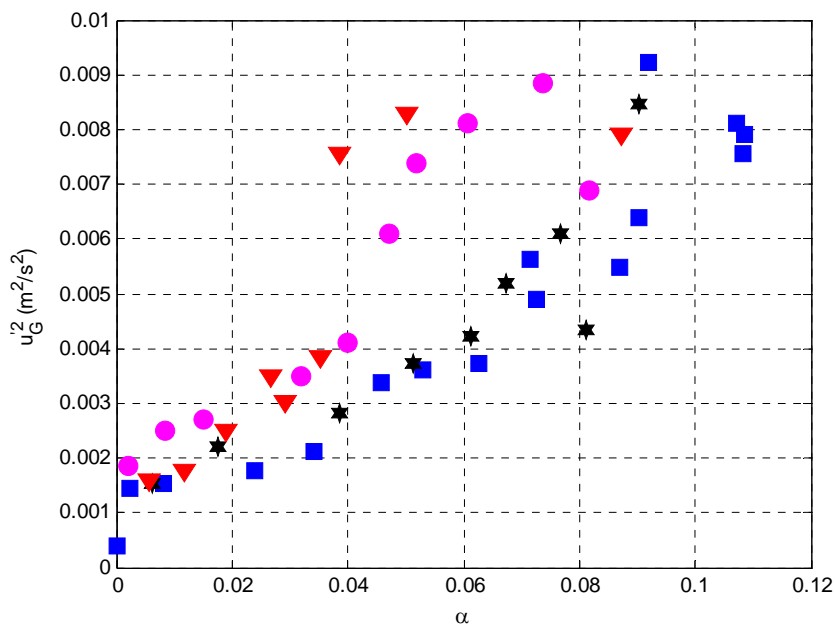


Figure 3. 36: Variance de la vitesse du gaz en fonction de taux de vide (zdm2).

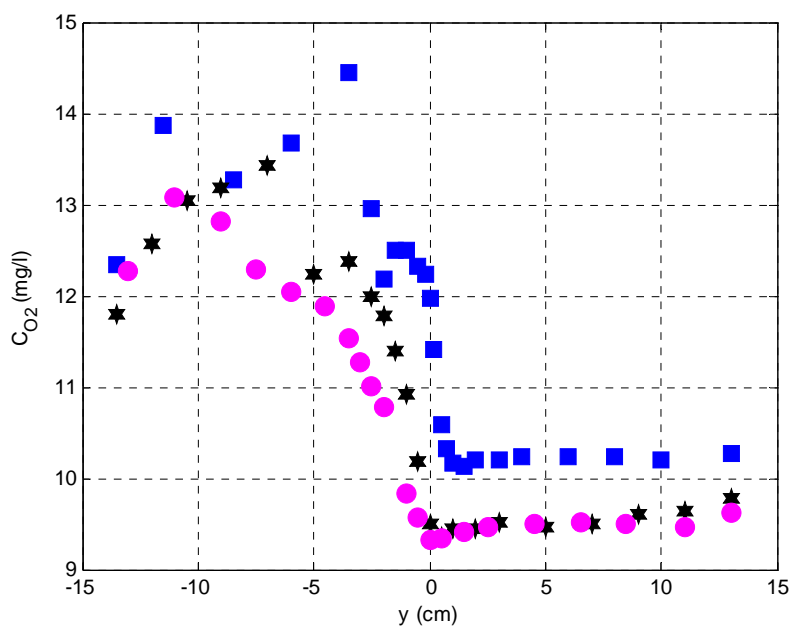
X= : 10cm ■, 30cm ★, 50cm ●, 80cm ▼.

### 3.5.6 Concentration d'oxygène dissous :

Le traitement des signaux issus de la sonde d'oxygène permet d'obtenir les concentrations moyennes locales d'oxygène dissous. La figure ci-dessous représente les profils des concentrations moyennes locales en oxygène dissous dans les trois sections de mesure  $x=10$ ,  $30$  et  $50$  cm. Cette mesure de la concentration moyenne d'oxygène dissous dans un écoulement à fort taux de vide c'est avérée délicate. En effet, la concentration moyenne dans le noyau monophasique a changé entre la mesure pour les sections ( $x=50$  cm,  $30$  cm) d'une part, et  $x=10$  cm d'autre part. En fait, nous avons effectué les mesures dans l'ordre suivant  $x=50$  cm,  $x=30$  cm et enfin  $x=10$  cm. C'est dans l'intervalle de temps entre les deux derniers profils que ce décalage a eu lieu. Le planning de la thèse ne nous a pas permis de refaire cette dernière section. Ce décalage n'est pas du à une évolution temporelle de la concentration moyenne dans l'eau de la cuve. L'uniformité dans un noyau monophasique à  $x$  fixé montre que sur le temps de mesure il n'y a pas d'évolution des conditions d'entrée, cela indique donc qu'on a plutôt un décalage global de la mesure à la section  $x=10$  cm. Ce décalage provient certainement de la chaîne électronique.

Malgré tout, plusieurs remarques à un peuvent être faites. On remarque tout d'abord que les profils de concentration suivent de près les profils de taux de vide (figure 3.37). On note ensuite que l'essentiel du gradient de concentration entre le noyau diphasique et le noyau monophasique se construit avant  $x=10$  cm. Le transfert de masse est donc particulièrement efficace dans les toutes premières sections. Au-delà de  $x=10$  cm, la variation longitudinale de la concentration moyenne en oxygène dans le noyau diphasique est très faible même si les concentrations restent éloignées de leur valeur à saturation avec l'oxygène (de l'ordre de  $50$  mg/l). Des temps de séjour faibles associés aux grandes vitesses des bulles, expliquent, au moins en partie, que cet écoulement à fort taux de vide n'ait finalement pas un transfert de masse beaucoup plus efficace que l'écoulement à faible taux de vide présenté précédemment.

Nous avons été amenés à corriger le décalage de la concentration à la section  $x=10$  cm pour la comparaison entre les expériences et les simulations dans ce cas d'écoulement (voir chapitre 4).



**Figure 3. 37: Profils concentration moyenne en oxygène à différentes positions longitudinales (zdm2).**  
**X= : 10cm ■, 30cm ★, 50cm ●.**

Comme on peut le constater sur la figure 3.38, le traitement du cas zdm2 par une approche filaire utilisant le modèle de transfert de masse de Higbie ne permet pas une estimation correcte de l'évolution longitudinale de la concentration. Dans ce cas, la diffusion turbulente et la convection transversale jouent un rôle important, la loi de transfert interfacial est certainement modifiée, et ce modèle simple ne peut représenter l'évolution de la concentration. C'est donc dans une perspective globale de modélisation des écoulements diphasiques qu'il faut aborder le problème. C'est ce que nous développons dans la suite de ce travail en nous appuyant sur la modélisation eulérienne à deux fluides des écoulements diphasiques dispersés.

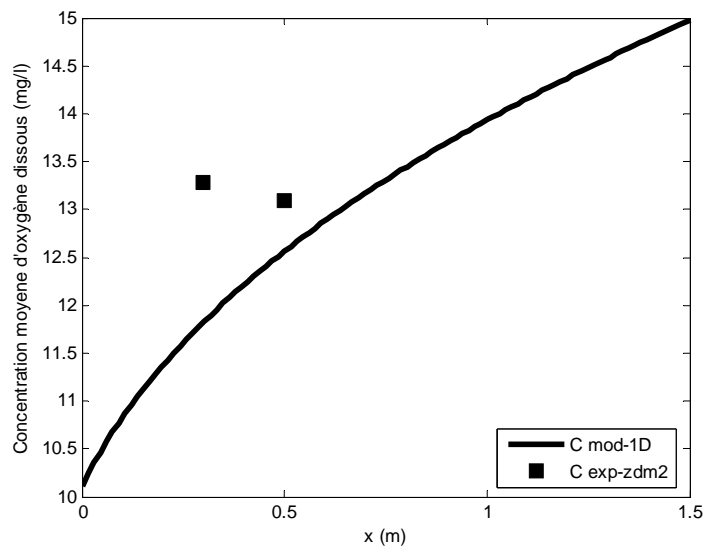


Figure 3. 38 : Comparaison de l'évolution longitudinale de la concentration moyenne d'oxygène dissous dans le noyau diphasique du cas d'étude zdm2 avec le modèle 1D.

### 3.6 Conclusions du chapitre 3

Au terme du travail expérimental présenté dans ce chapitre nous avons une description détaillée de deux écoulements turbulents à bulles contrastés, dans des conditions expérimentales de bonne qualité (à la nuance près de la mesure de concentration sur une section du cas zdm2). Ces résultats expérimentaux constituent la base de discussion et de développement du modèle eulérien à deux fluides mis en œuvre dans ce travail. Ils mettent en évidence les points incontournables que devront prendre en compte les modèles (comme la turbulence induite par les bulles et la modification du mouvement relatif à fort taux de vide).



## Chapitre 4 :

# Simulation de l'hydrodynamique et du transfert de masse dans les écoulements de types zone de mélange diphasique

---

### 4.1 Introduction

Les simulations numériques présentées dans ces travaux de thèse ont été réalisées à l'aide du code Melodif, code semi-industriel développé par EDF dans les années 1990. Melodif est un code bidimensionnel diphasique Eulérien-Eulérien développé pour la simulation des écoulements à inclusions dispersées, au sein desquels peuvent se produire au niveau des interfaces des phénomènes de transfert thermiques, de masse ou de quantité de mouvement (Simonin, 1990 ; Simonin & Viollet, 1989 et 1990 ; Bel F'dhila & Simonin, 1992). Le modèle résout des équations de conservation de la masse, de bilan de quantité de mouvement et d'enthalpie formulées pour chacune des phases, et couplées à travers les termes de transferts interfaciaux.

Les modèles de turbulence et de transfert interfacial du code Melodif ont été révisés au cours des travaux de thèse de Bellakhal (2005) pour des applications à des écoulements à bulles. En particulier, le modèle de turbulence au premier ordre à trois équations implanté dans le code a été modifié pour prendre en compte les résultats issus de modélisations au second ordre de la turbulence en écoulement à bulles à faibles taux de vide (Chahed, 1999) et qui conduisent par réduction à un modèle de turbulence à trois équations ( $k_0, k_s, \varepsilon_0$ ). Les modèles implantés ont été validés dans des configurations de base d'écoulements à bulles à faibles taux de vide : turbulence homogène avec et sans cisaillement, couches cisillées minces 2-D (couches de mélange et sillage à bulles). La comparaison des résultats numériques avec ceux obtenus avec les modèles initiaux du code montre la pertinence des modifications introduites. Elle indique également que le modèle de turbulence à trois équations fournit des résultats sensiblement identiques à ceux obtenus à l'aide du modèle au second ordre.

C'est cette version du code qui a été mise en œuvre dans les simulations présentées dans ces travaux de thèse. Dans le cadre de ces travaux, nous avons modélisé une équation de

transport de la concentration et nous avons précisé certains aspects des interactions en écoulements à bulles à forts taux de vide. Ces modèles ont ensuite été mis en œuvre pour simuler des écoulements à bulles (eau-oxygène) de type couches de mélange avec transfert de masse. Les résultats numériques sont ici confrontés aux données expérimentales présentées au chapitre (3).

Après avoir présenté les fermetures implantées dans le code Melodif, nous présentons les résultats de ces simulations et discutons l'aptitude des modèles à rendre compte de la complexité des écoulements étudiés. Rappelons que dans ces écoulements, que nous avons voulu proches des situations industrielles, les effets de flottabilités sont importants et se traduisent par des modifications profondes des champs moyens et fluctuants de l'écoulement diphasique.

## 4.2 Présentation du code Melodif

### 4.2.1 Equations de base du modèle à deux fluides

Nous avons présenté dans le chapitre 2 les équations des bilans moyens de masse et de quantité de mouvement dans la phase liquide et dans la phase gazeuse pour des écoulements à bulles ainsi que l'équation de transport de la concentration dans le liquide. Nous rappelons ici ces bilans moyens:

**Dans le liquide :**

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_i}(1-\alpha)\overline{U_{Li}} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho_L(1-\alpha)\frac{D\overline{U_{Li}}}{Dt} = (1-\alpha)\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{\sigma_{ij}} - \rho_L\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(1-\alpha)\overline{u'_{Li}u'_{Lj}}\right] + \rho_L(1-\alpha)g_i + \langle M_{Li} \rangle \quad (4.2)$$

$$\frac{D}{Dt}(1-\alpha)(\overline{C_L U_{Li}}) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[(1-\alpha)\left(D_L\frac{\partial \overline{C_L}}{\partial x_i} - \overline{c'_L u'_{Li}}\right)\right] + \langle K_L \rangle \quad (4.3)$$

où  $\alpha$  est le taux de présence de la phase gaz.

**Dans le gaz :**

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha + \frac{\partial}{\partial x_i}\alpha\overline{U_{Gi}} = 0 \quad (4.4)$$

$$\rho_G\alpha\frac{d\overline{U_{Gi}}}{dt} = \alpha\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{\sigma_{ij}} - \rho_G\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\alpha\overline{u'_{Gi}u'_{Gj}}\right] + \rho_G\alpha g_i + \langle M_{Gi} \rangle \quad (4.5)$$

## 4.2.2 Modélisation eulérienne dans le code Melodif

### 4.2.2.1 Modélisation du terme interfacial

Nous avons présenté dans le chapitre 2 (§2.3) les différentes modélisations du transfert interfacial de quantité de mouvement et nous avons insisté sur l'importance de leur rôle dans l'évolution globale de l'écoulement à bulles. Nous avons mis l'accent sur les différentes contributions moyennes des forces et nous avons discuté l'importance de la contribution turbulente des forces sur la distribution du taux de vide. Le modèle de transfert interfacial implanté dans le code Melodif inclue les contributions moyennes des forces de traînée, de masse ajoutée, et de portance ainsi que la contribution turbulente issue de la moyenne de la force de masse ajoutée.

$$\begin{aligned} \langle M_{Gi} \rangle = & -\frac{3}{4} \alpha \rho_L \frac{C_D}{d_B} \left\| \overline{U_R} \right\| \overline{U_{Ri}} - 2\alpha \rho_L C_L \varepsilon_{ijk} \overline{U_{Rj}} \overline{\omega_{Lk}} - \alpha \rho_L C_M \left( \frac{d}{dt} \overline{U_{Gi}} - \frac{D}{Dt} \overline{U_{Li}} \right) \\ & - \rho_L C_M \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha (\overline{u'_{Gi} u'_{Gj}} - \overline{u'_{Li} u'_{Lj}}) \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

avec  $\overline{U_{Ri}}$  la vitesse relative donnée par la relation  $\overline{U_{Ri}} = \overline{U_{Gi}} - \overline{U_{Li}}$ . Le diamètre des bulles  $d_B$  est pris constant et  $(C_D; C_M; C_L)$  sont respectivement les coefficients de traînée, de masse ajoutée et de portance.  $\overline{\omega_{Lk}}$  représente la vorticité dans le liquide. La force de masse ajoutée est formulée en introduisant les dérivées particulières qui suivent respectivement le mouvement moyen du liquide et celui du gaz.

### 4.2.2.2 Modèle de turbulence

Dans le modèle de turbulence implanté par Bellakhal (2005) dans le code Melodif, l'énergie cinétique turbulente dans le liquide est décomposée en une partie turbulente ( $k_0$ ) produite par cisaillement dans la phase continue et qui comprend la turbulence dans les sillages et d'autre part en une partie pseudo-turbulente ( $k_s$ ) produite par le mouvement relatif des bulles :

$$k = k_0 + k_s \quad (4.7)$$

Chacune de ces deux contributions est décrite par une équation de transport. Ce qui donne lieu à un modèle de turbulence au premier ordre à trois équations ( $k_0 - k_s - \varepsilon$ ) développé dans le chapitre 2. Les équations du modèle s'écrivent :

$$\frac{D}{Dt} k_0 = \frac{C_{sk}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha) (\tau_t k_0 + \tau_b k_s) \frac{\partial k_0}{\partial x_j} \right] + v_t \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_{Lj}}}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_0 \quad (4.8)$$

$$\frac{D}{Dt}k_S = \frac{C_{sk}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)(\tau_t k_0 + \tau_b k_S) \frac{\partial k_S}{\partial x_j} \right] + \frac{C_M}{2} \frac{D}{Dt} \alpha \left\| \overline{U_R} \right\|^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{D}{Dt}\varepsilon_0 = \frac{C_{s\varepsilon}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)(\tau_t k_0 + \tau_b k_S) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon_0}{k_0} \left[ C_{1\varepsilon} v_t \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_{Lj}}}{\partial x_i} \right) - C_{2\varepsilon} \varepsilon_0 \right] \quad (4.10)$$

avec la formulation de la viscosité turbulente :

$$v_t = C_\mu \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \frac{(1 + \frac{k_S}{k_0})}{(1 + \alpha \frac{\tau_t}{\tau_b})} = v_{t0} \frac{(1 + \frac{k_S}{k_0})}{(1 + \alpha \frac{\tau_t}{\tau_b})} \quad \text{avec } C_\mu = 0.09 \quad (4.11)$$

Avec également  $\tau_t = \frac{k_0}{\varepsilon_0}$  l'échelle de temps associée à la partie turbulente et  $\tau_b = c_R \frac{d_B}{\left| \overline{U_R} \right|}$

l'échelle de temps caractéristique du mouvement des bulles. Les constantes du modèle sont les mêmes que celles du modèle monophasique standard,  $C_{sk} = 0.11$ ,  $C_{s\varepsilon} = 0.15$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1.44$  et  $C_{2\varepsilon} = 1.92$ .

Notons enfin que le tenseur de Reynolds est calculé dans ce modèle à l'aide de la fermeture de Boussinesq qui s'écrit dans ce cas :

$$\overline{u'_L u'_L} = \overline{u'_L u'_L}^{(T)} + \overline{u'_L u'_L}^{(S)} = -v_t \left( \frac{\partial \overline{U_{Li}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_{Lj}}}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} (k_0 + k_S) \delta_{ij} \quad (4.12)$$

La fermeture retenue pour le tenseur de Reynolds dans la phase dispersée dans le modèle à deux fluides développé ici est celle proposée par Chahed *et al.* (2002). Elle utilise un modèle rudimentaire qui suppose simplement la proportionnalité entre les composantes diagonales des tenseurs de Reynolds des deux phases, et identifie le cisaillement dans le gaz à celui du liquide. On écrit donc :

$$\overline{u'_G u'_G} = C_{11} \overline{u'_L u'_L} \quad ; \quad \overline{v'_G v'_G} = C_{22} \overline{v'_L v'_L} \quad ; \quad \overline{u'_G v'_G} = C_{12} \overline{u'_L v'_L} \quad (4.13)$$

où les coefficients  $C_{11}$ , *et*  $C_{22}$  sont pris proches des valeurs moyennes mesurées dans les écoulements que nous simulons et où  $C_{12} = 1$ .

Ce modèle ne rend donc pas compte, comme le fait la théorie de la dispersion de Tchen, de l'évolution de la réactivité des bulles aux variations des échelles de la turbulence.

#### 4.2.2.3 Transport de la concentration

L'équation de transport de la concentration introduite dans le cadre de ces travaux de thèse a été modélisée en conformité avec les modélisations de la turbulence. Cette équation de transport fait intervenir une diffusivité turbulente « diphasique » du scalaire

qui fait intervenir deux diffusivités, l'une est associée aux échelles de la turbulence et l'autre aux échelles de la pseudo-turbulence. Elle s'écrit :

$$\frac{D}{Dt} \overline{C_L} = \frac{C_{sc}}{(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\alpha)(\tau_t k_0 + \tau_b k_s) \frac{\partial \overline{C_L}}{\partial x_j} \right] + \frac{kla}{(1-\alpha)} (C^* - \overline{C_L}) \quad (4.14)$$

Avec  $C_{sk} = \frac{C_{sk}}{\sigma_c^t}$ , où  $\sigma_c^t$  est le nombre de Schmidt turbulent. Dans ce travail le nombre de

Schmidt turbulent est pris égal à 0.7. Rappelons que des expériences mettant en jeu des méthodes expérimentales de mesures de vitesse et de scalaire couplées, permettent de mesurer les flux turbulents du scalaire passif et qu'elles indiquent, dans un jet monophasique, que le nombre de Schmidt n'est pas constant (Hinze, 1975). Il est difficile de proposer des modélisations plus élaborées sans analyse au second ordre du transport du flux turbulent de scalaire et sans confrontation à des données expérimentales des flux turbulents. De telles mesures n'existent pas encore en écoulement à bulles.

Le dernier terme de l'équation (4.14) représente le transfert interfacial de concentration noté  $\langle K_L \rangle$  au chapitre 2. Il faut mentionner que le code Melodif suppose que les bulles sont caractérisées par un diamètre unique. On modélise ainsi une dispersion de bulles de tailles différentes en supposant que cette dispersion est connue et qu'elle est homogène dans l'écoulement. L'aire interfaciale sera donnée par la relation pour des bulles supposées sphériques  $a = \frac{6\alpha}{d_B}$ . On peut cependant prendre en compte les effets de forme

en exprimant l'aire interfaciale avec un diamètre différent de celui utilisé pour les lois de trainée. Le coefficient de transfert de masse  $k_L$  est modélisé par les corrélations présentées dans le chapitre 2 (§2.4.2) qui l'expriment en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Schmidt.

### 4.2.3 Méthode numérique

La méthode numérique utilisée dans le code Melodif est une combinaison des méthodes de différences finies – volumes finis basée sur un processus de type pas fractionnaire (Thai Van *et al.*, 1994). Cette méthode consiste à résoudre les équations d'évolution en plusieurs étapes séparées correspondant chacune à une équation élémentaire. La discrétisation des équations est de type volumes finis, elle définit une grille dite de vitesse où sont calculées les composantes des vitesses moyennes et les grandeurs turbulentes. Afin d'assurer la validité de la discrétisation des équations de bilan de masse dans les deux phases, la pression et le taux de vide sont calculés au centre de chaque élément de volume. Une nouvelle grille appelée "grille de pression" décalée par rapport à la première est ainsi définie (cf. figure 4.1).

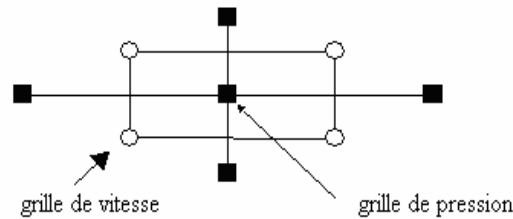
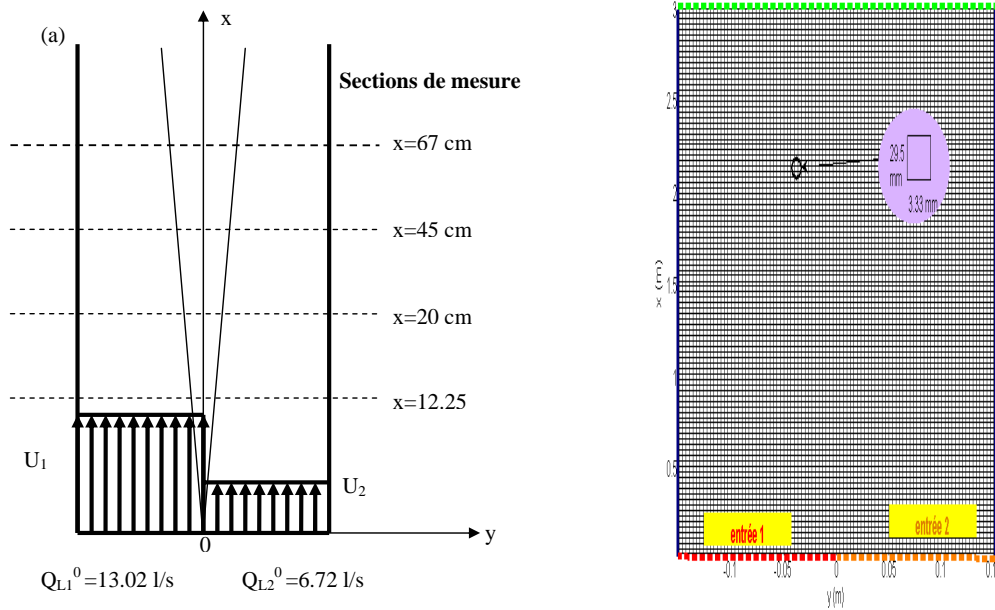


Figure 4. 1 : Grilles de vitesse et de pression décalées. (Bellakhal, 2005).

### 4.3 Mise en œuvre des simulations numériques

Nous avons mis en œuvre le code Melodif pour la simulation des écoulements diphasiques à bulles de type couche de mélange que nous avons explorés par voie expérimentale. Nous présentons, dans ce qui suit, les résultats des simulations des écoulements de zone de mélange monophasique et diphasique à bulles à faible et à fort taux de vide. La zone de mélange monophasique, référencée zdm0, correspond à l'écoulement qui se développe à la confluence de deux écoulements monophasiques de vitesses différentes avec, du côté à forte vitesse,  $\overline{U}_1 \approx 0.7 \text{ m/s}$  et du côté à faible vitesse,  $\overline{U}_2 \approx 0.35 \text{ m/s}$  (cf. figure 4.2-a). La zone de mélange diphasique à faible taux de vide (zdm1) se développe à la confluence d'un écoulement (eau-oxygène) avec une fraction volumique d'oxygène pur  $\alpha \approx 2\%$  introduite du côté faible vitesse ( $\overline{U}_2 \approx 0.3 \text{ m/s}$ ) et d'un écoulement monophasique avec une vitesse débitante  $\overline{U}_1 \approx 0.6 \text{ m/s}$  (cf. figure 3.10). Dans la zone de mélange diphasique à fort taux de vide (zdm2) l'oxygène est injecté du côté forte vitesse ( $\overline{U}_1 \approx 0.65 \text{ m/s}$ ) avec un taux de vide de  $\alpha \approx 11\%$ . L'écoulement monophasique est alors du côté faible vitesse ( $\overline{U}_2 \approx 0.3 \text{ m/s}$ ) (cf. figure 3.22).



**Figure 4. 2 : (a) Schématisation des conditions expérimentales de zone de mélange monophasique. (b) conditions aux limites et maillage du domaine de calcul.**

Nous avons testé plusieurs maillages uniformes et progressifs dans les deux directions verticale et transversale du domaine de calcul. Nous avons enfin adopté un maillage uniforme de dimension (91x101) respectivement dans la direction transversale et longitudinale. Nous avons vérifié que le maillage est suffisamment raffiné pour considérer qu'il n'a plus d'effet sur le calcul de l'ensemble des variables (vitesse, pression, taux de vide, énergie turbulente et taux de dissipation).

Les simulations sont faites avec des conditions de paroi pour les limites verticales extérieures du domaine de l'écoulement (cf. figure 4.2-b). Enfin, la condition à la sortie de la conduite est une pression imposée égale à la pression atmosphérique. En ce qui concerne les variables transportées, elles vérifient toutes des conditions de Neumann avec des gradients normaux nuls.

La validation des simulations en écoulement monophasique est une étape importante. Cet écoulement représente une situation de référence pour l'écoulement diphasique notamment lorsqu'il est réalisé avec les mêmes vitesses du liquide que l'écoulement diphasique correspondant.

## 4.4 Ecoulement de zone de mélange monophasique

### 4.4.1 Conditions aux limites

Les conditions à l'entrée sont fixées à partir des données expérimentales. Ces données, qui concernent les profils de vitesse et de l'intensité longitudinale de la turbulence, sont acquises à  $x = 12.25 \text{ cm}$  à partir de l'entrée du canal dans lequel se développe la zone de mélange. Pour fixer les conditions d'entrée de ces simulations, la turbulence dans la section d'entrée est supposée isotrope :

$$k = \frac{3}{2} \overline{u_L^2} \quad (4.15)$$

Le profil du taux de dissipation à l'entrée est déduit à partir de la relation :

$$\varepsilon = c_\mu \frac{k^2}{n_v \nu} \quad (4.16)$$

avec  $n_v$  une constante ( $n_v = 150$ ) qui donne l'ordre de grandeur du rapport de la viscosité turbulente à la viscosité moléculaire. Le pic de dissipation à l'entrée est légèrement ajusté de sorte que l'on reproduise au mieux les mesures expérimentales de vitesse et de turbulence.

La figure (4.3) représente les profils de vitesse et d'énergie cinétique turbulente prises comme conditions d'entrée pour la simulation de la zone de mélange monophasique.

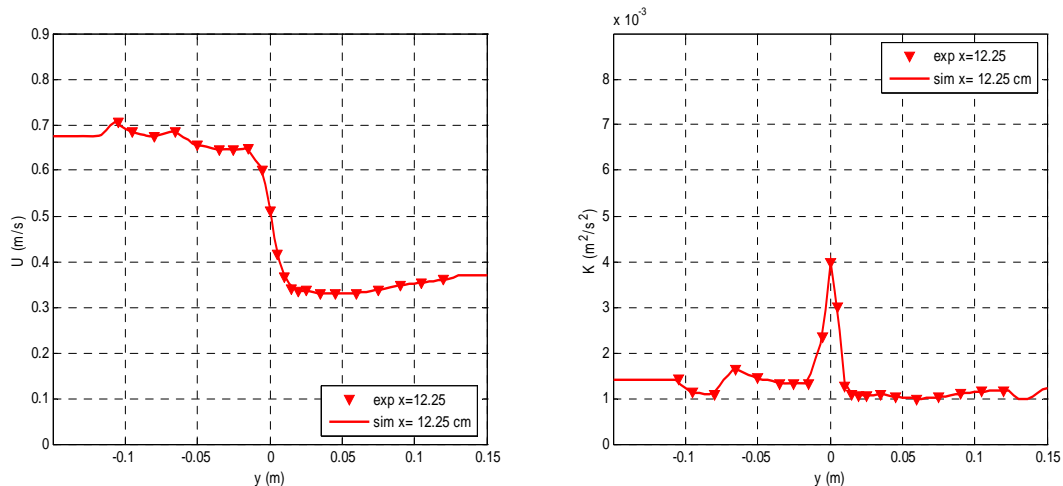
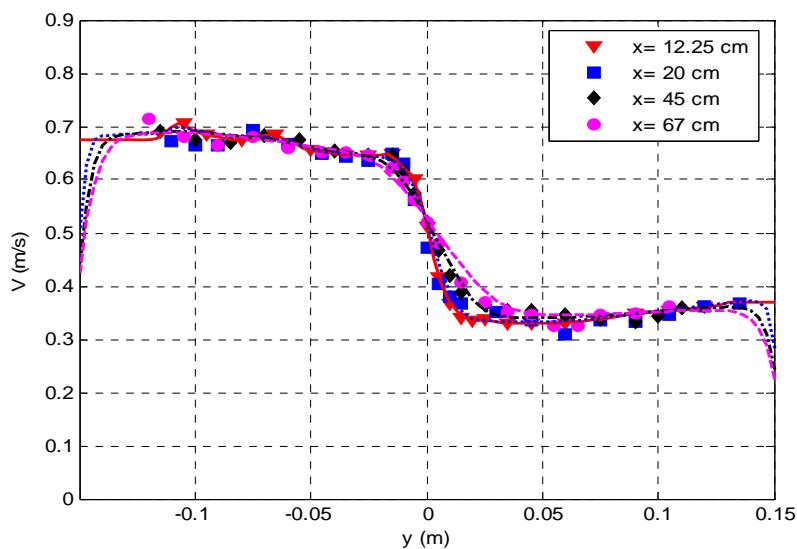


Figure 4. 3 : Conditions à l'entrée pour la vitesse du liquide et l'énergie turbulente pour zdm0.



#### 4.4.2 Profils de vitesse moyenne

La figure (4.4) présente les profils de vitesse dans les sections  $x = 12.25\text{cm}$ ,  $x = 20\text{cm}$ ,  $x = 45\text{cm}$  et  $x = 67\text{cm}$ . Les profils expérimentaux dans les mêmes sections sont rapportés dans la même figure. Cette figure montre une bonne correspondance entre les résultats numériques et les mesures expérimentales de vitesse moyenne de l'écoulement de zone de mélange  $z_{dm0}$ . Les simulations numériques reproduisent bien le développement des vitesses moyennes dans la couche de mélange monophasique expérimentale. En accord avec la littérature, les profils de vitesse moyenne restent centrés et la zone de mélange s'étend transversalement de façon progressive sous l'action de la diffusion turbulente. A la section  $x = 67\text{cm}$ , la largeur de la zone de mélange est de l'ordre de 5 cm en accord avec les expériences et les valeurs estimées à partir de la littérature ( $B(x) \approx 0.2\lambda x$ ).



**Figure 4. 4: Profils de vitesse moyenne en écoulement de zone de mélange monophasique à différentes sections. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux ( $z_{dm0}$ ).**

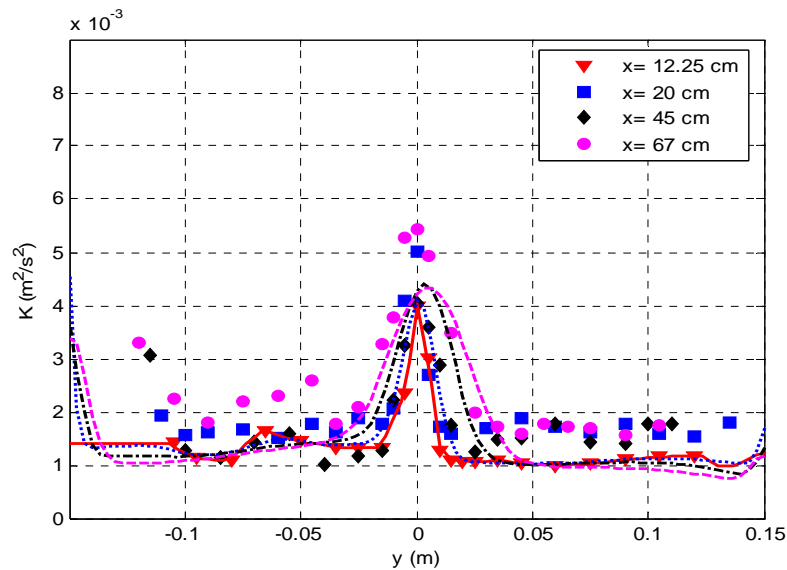
#### 4.4.3 Profils de l'énergie turbulente

La figure (4.5) présente les résultats numériques des profils de l'énergie turbulente dans les sections  $x = 12.25\text{cm}$ ,  $x = 20\text{cm}$ ,  $x = 45\text{cm}$  et  $x = 67\text{cm}$ . Pour pouvoir comparer les résultats des simulations et ceux issus de la mesure de la variance des vitesses longitudinales nous avons estimé l'énergie cinétique turbulente expérimentale avec une hypothèse d'isotropie (équation 4.15).

Il est évident que dans ces couches cisailées la turbulence est anisotrope. On sait que la variance de la vitesse longitudinale est supérieure aux autres variances. L'évaluation de l'énergie cinétique turbulente à partir de la variance des vitesses longitudinales surestime

donc l'énergie cinétique. Cela pourrait expliquer l'écart qu'on peut noter entre les profils calculés et les profils issus des données expérimentales. Mais l'écart peut être également lié à de plus grandes incertitudes de la chaîne de mesure par anémométrie laser utilisée pour explorer l'écoulement monophasique. Les tendances expérimentales sont cependant reproduites par le modèle, que ce soit l'ampleur du pic de turbulence par rapport niveaux externes, ou encore sa largeur transversale.

La validation des résultats du modèle de turbulence reste tout de même satisfaisante. La concordance quasi parfaite des résultats numériques des profils de vitesse moyenne avec les résultats expérimentaux témoigne d'une bonne prédiction du frottement turbulent.



**Figure 4. 5: Profils de l'énergie cinétique turbulente en écoulement de zone de mélange monophasique (zdm0) à différentes sections. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**

## 4.5 Ecoulement de zone de mélange diphasique à faible taux de vide

### 4.5.1 Conditions de calculs

Les conditions à l'entrée sont fixées à partir des données expérimentales obtenues à la première section de mesure située à  $x = 5 \text{ cm}$  du début de la zone de mélange. Dans la section d'entrée les vitesses moyennes du liquide et le taux de vide sont interpolés sur le maillage utilisé à partir des données expérimentales dans la même section de mesure (figure 4.6). La vitesse moyenne du gaz est calculée comme la somme de la vitesse moyenne du liquide et de la vitesse limite de glissement des bulles. Dans ces simulations,

le diamètre de bulles est pris égal à  $d_B = 1.8mm$  conformément aux résultats expérimentaux présentés dans le chapitre 3.

Le coefficient de traînée utilisé dans ces simulations est celui de Zuber & Ishii (1979) qui s'écrit sous la forme :

$$C_D = \frac{2}{3} E\ddot{o}^{0.5} \tag{4.17}$$

avec  $E\ddot{o} = \frac{\Delta\rho g d_B^2}{\sigma}$  où  $\sigma$  est la tension superficielle.

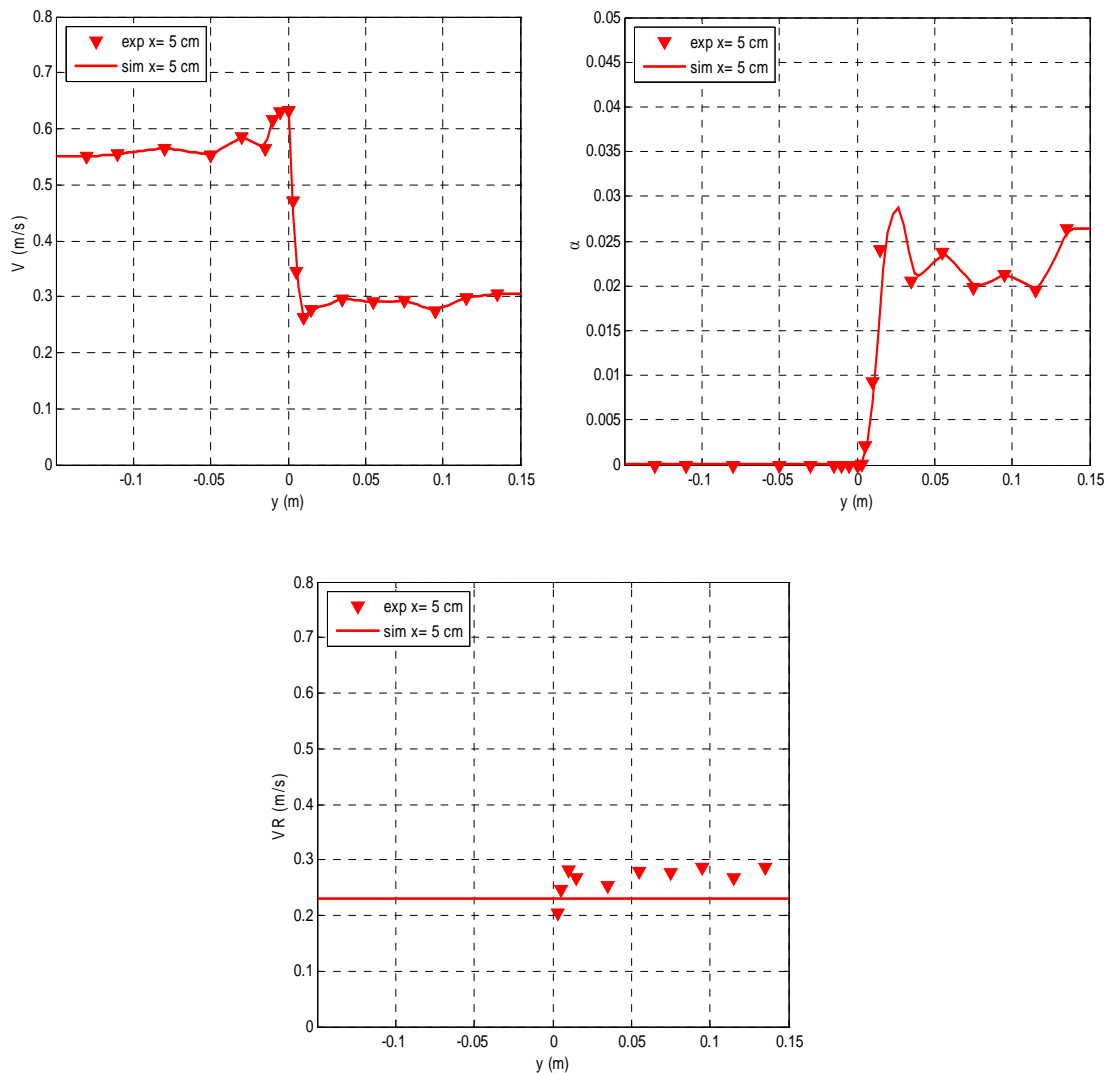


Figure 4. 6 : Conditions à l'entrée pour la vitesse du liquide, le taux de vide et pour la vitesse relative pour la simulation de zdm1.

La définition des conditions d'entrée du modèle de turbulence est l'un des points importants où se joue le caractère prédictif ou non du modèle que nous utilisons. Nous

avons adopté une procédure de définition de ces conditions d'entrée qui doit pouvoir être généralisée à d'autres types d'écoulements. Comme l'entrée du domaine de calcul est dans une zone où les bulles ont déjà atteint une vitesse relative proche de la vitesse limite d'ascension, et que la turbulence en entrée est déjà constituée d'une partie turbulente ( $k_0$ ) et d'une partie pseudo-turbulente ( $k_s$ ), il faut pouvoir déterminer de la manière la plus objective possible, la part d'énergie cinétique associée à l'une et l'autre forme de l'agitation.

Comme pour les simulations de l'écoulement monophasique, la turbulence est supposée isotrope et l'énergie turbulente ( $k$ ) est exprimée en fonction de la composante longitudinale de la variance des fluctuations de vitesse ( $\overline{u_L^2}$ ), la seule mesurée dans nos expériences (équation 4.15). Nous considérons que la partie turbulente dans le noyau diphasique peut être extrapolée à partir des mesures d'intensité turbulente longitudinale dans le noyau monophasique de l'écoulement, parce que les conditions de construction en amont sont similaires, et que les vitesses sont dans des gammes comparables. La contribution de l'énergie turbulente ( $k_0$ ) dans l'écoulement est alors exprimée par :

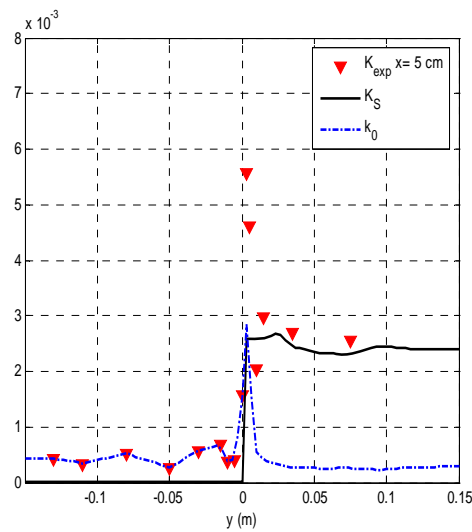
$$k_0 = \left(0.035 * \overline{U_L}\right)^2 \quad (4.18)$$

où le coefficient 0.035 est une moyenne de l'intensité turbulente mesurée en entrée dans le noyau monophasique.

Le pic de l'énergie turbulente ( $k_0$ ) est ajusté dans la zone des gradients de vitesse. La contribution pseudo-turbulente ( $k_s$ ) est alors définie en entrée par différence entre l'énergie turbulente totale ( $k$ ) et la partie turbulente ( $k_0$ ) :

$$k_s = k - k_0 \quad (4.19)$$

La figure 4.7 montre la décomposition de l'énergie cinétique d'agitation totale en énergie turbulente et en énergie pseudo-turbulente qui ont été prises comme conditions d'entrée dans ces simulations.

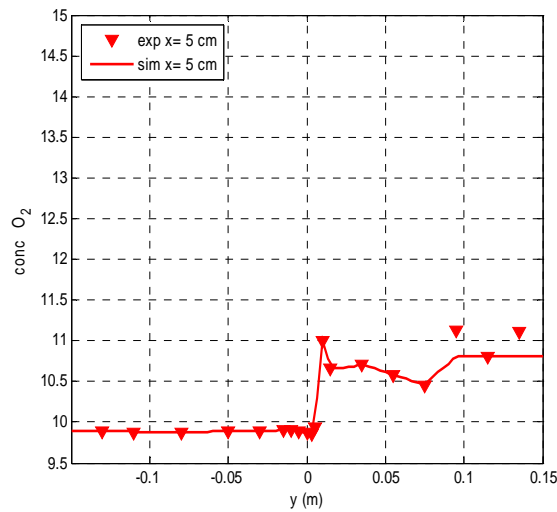


**Figure 4. 7: Conditions d'entrée sur la l'énergie turbulente totale dans le liquide pour la simulation de zdm1.**

Le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est calculé en fonction de l'énergie cinétique turbulente  $k_0$  et de la viscosité turbulente  $\nu_t$  selon l'équation (4.15), avec  $n_\nu = 150$ . On a fait un léger ajustement du taux de dissipation dans la zone centrale par un calage de la constante  $n_\nu$  pour avoir un niveau du pic d'énergie cinétique turbulente totale dans la deuxième section à  $x = 20$  cm du même ordre de grandeur que les mesures.

Bien que la méthode de détermination des conditions d'entrée pour la turbulence reste quelque peu intuitive, la concordance des résultats numériques avec les données expérimentales montrera qu'elle reproduit correctement les effets d'entrée.

La concentration moyenne de l'oxygène dissous pour la condition d'entrée de calcul est interpolée à partir des mesures expérimentales dans la section  $x = 5$  cm (Figure 4.8). Sur cette figure, deux points de mesure de la concentration sont écartés de la procédure d'interpolation. Ce choix s'explique par la différence remarquée sur le profil de concentration sur la section de mesure suivante à  $x = 20$  cm.



**Figure 4. 8: Profil de concentration moyenne d'oxygène dissous à la première section de calcul (zdm1).**

Dans ces simulations, les contributions moyennes et turbulentes des forces exercées par le liquide sur les bulles sont prises en compte dans le modèle interfacial de quantité de mouvement. La force de portance est exprimée avec un coefficient  $C_L = 0.25$  conformément aux expériences de Lance & Naciri (1992) et la force de masse ajoutée est exprimée avec le coefficient  $C_M = 0.5$ . Les coefficients des composantes diagonales  $C_{11}, C_{22}$  de la contribution turbulente de la force de masse ajoutée dans le terme interfacial de quantité de mouvement sont fixés en s'appuyant sur les données expérimentales. Les profils des mesures du rapport des variances de vitesse dans la phase gazeuse et de celles dans le liquide sont présentés sur la figure 3.19. Les coefficients des termes non linéaires ( $C_{11}; C_{22}$ ) sont prises égaux à 2 conformément aux résultats expérimentaux dans les noyaux diphasiques de la zone de mélange zdm1.

Dans toute les simulations présentées dans ce chapitre, le coefficient des composantes non diagonales prend la valeur  $C_{12} = 1$ .

#### 4.5.2 Profils de vitesses moyennes dans liquide

Nous présentons sur les figures (4.9) à (4.12) les résultats numériques des profils des vitesses moyennes du liquide respectivement dans les sections  $x = 20cm$ ,  $x = 50cm$ ,  $x = 80cm$  et  $x = 120cm$ . La comparaison de ces profils de vitesse est faite avec les données expérimentales obtenues dans l'écoulement de zone de mélange diphasique zdm1 aux différentes sections longitudinales correspondantes.

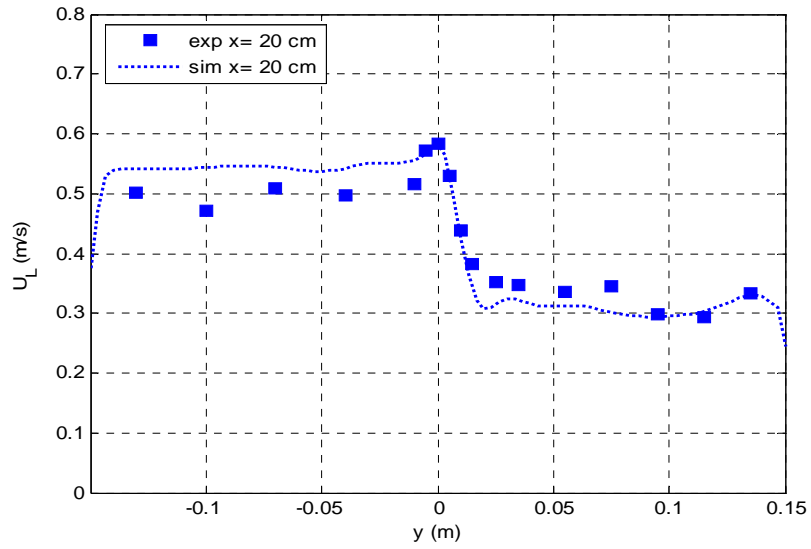


Figure 4. 9: Profil de vitesse moyenne dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.20$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).

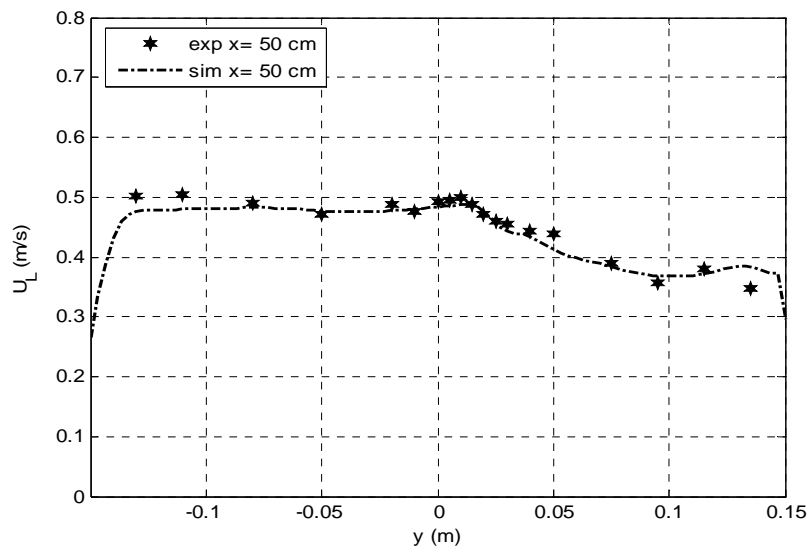
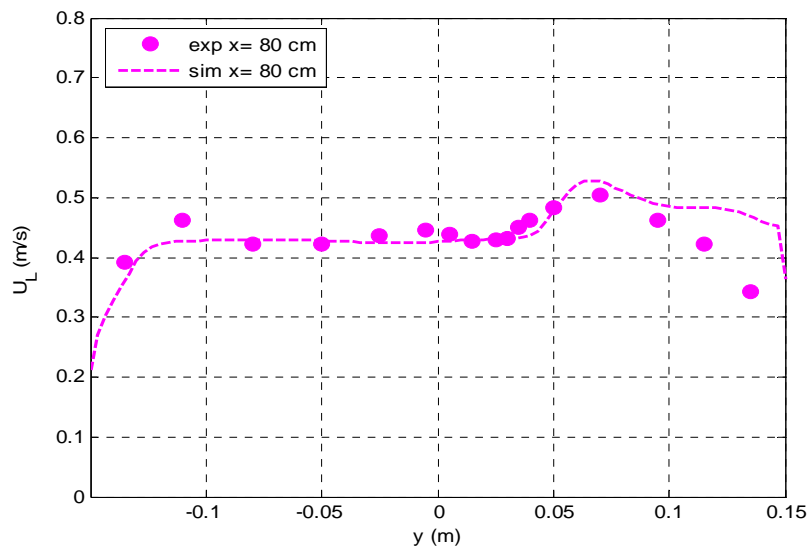
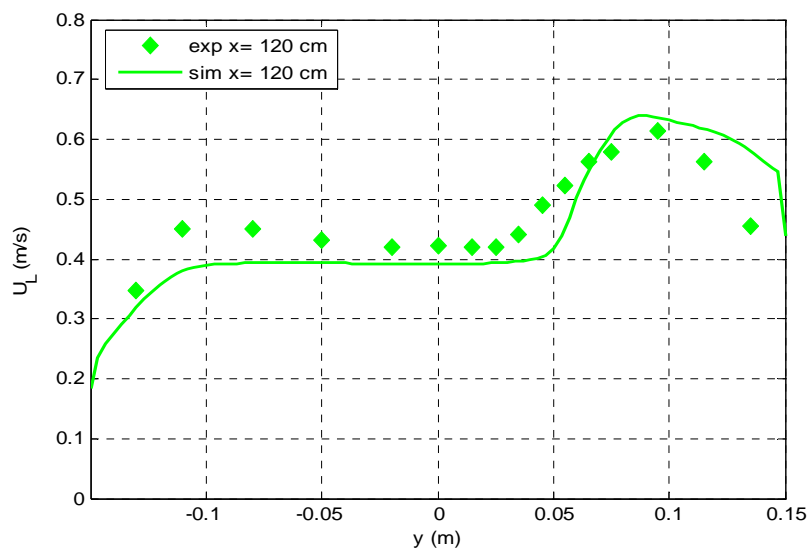


Figure 4. 10: Profil de vitesse moyenne dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.50$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).



**Figure 4. 11: Profil de vitesse moyenne dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.80$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).**



**Figure 4. 12: Profil de vitesse moyenne dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.120$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).**

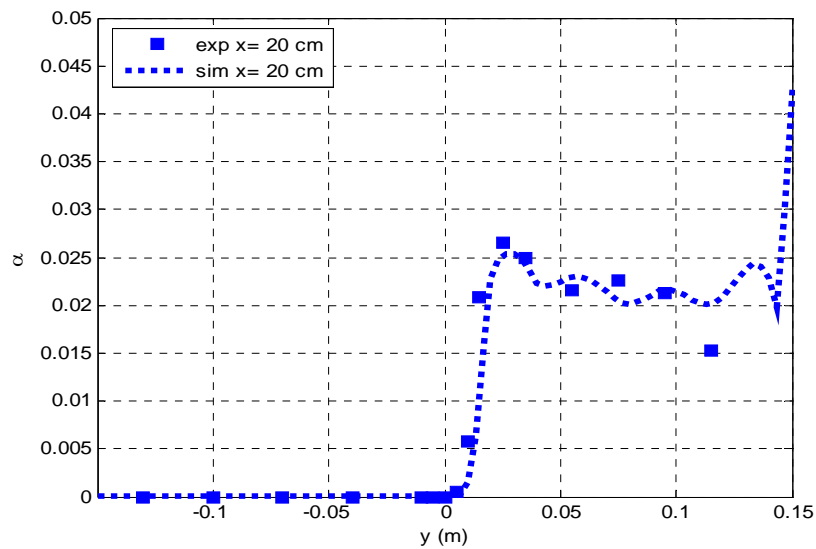
L'examen des figures (4.9) à (4.12) montre que l'application du modèle dans cette configuration d'écoulement à bulles vertical, conduit à des résultats très satisfaisants : le modèle rend bien compte des différences observées par rapport aux écoulements monophasiques ; notamment, il prédit bien l'inversion des profils des vitesses dans les noyaux sous l'effet de flottabilité. En effet, la vitesse dans le noyau monophasique décélère tandis que dans le noyau diphasique elle s'accélère. Loin de l'entrée de la zone de mélange diphasique, le profil de vitesse de la section  $x = 1.20$  m présenté sur la figure



(4.12) indique que le modèle produit un gradient plus fort que dans les expériences. Ceci peut être relié à l'effet éventuel des parois dans cet écoulement ou à un probable défaut de prédiction du taux de vide et donc aux effets d'accélération associés à la flottabilité. Des effets tridimensionnels peuvent également apparaître après l'inversion des profils des vitesses.

### 4.5.3 Profils de taux de vide

Les figures (4.13) à (4.16) présentent les profils de taux de vide respectivement dans les sections  $x = 20\text{cm}$ ,  $x = 50\text{cm}$ ,  $x = 80\text{cm}$  et  $x = 120\text{cm}$ . Nous rapportons sur ces figures les données expérimentales obtenues dans les mêmes sections.



**Figure 4. 13: Profil de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.20\text{ m}$ . Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).**

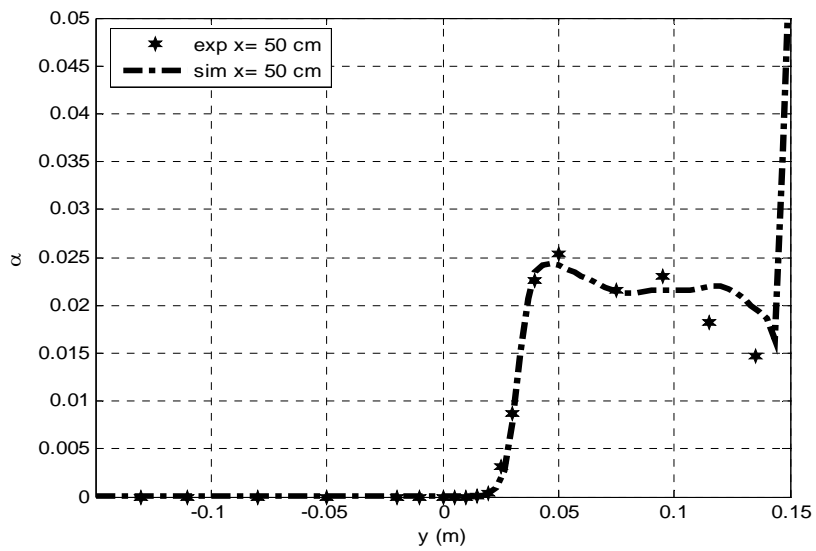


Figure 4. 14: Profil de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à x=0.50 m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).

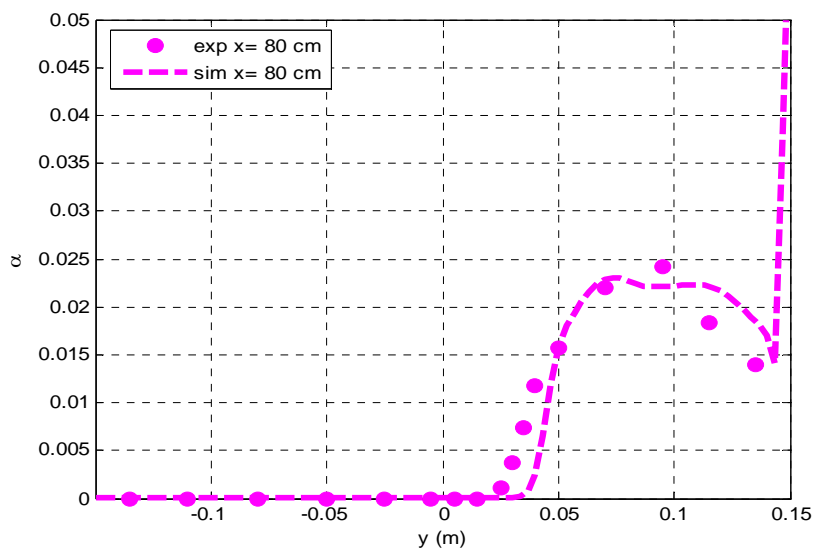
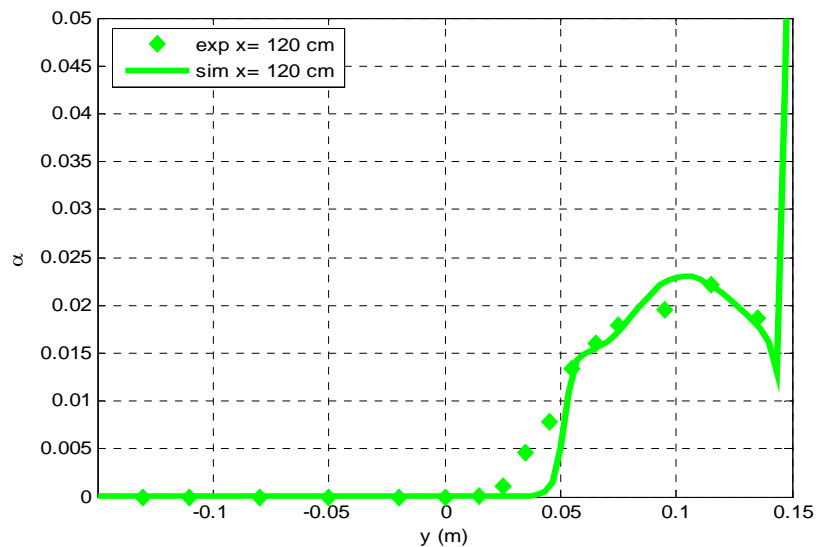


Figure 4. 15: Profil de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à x=0.80 m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).



**Figure 4. 16: Profil de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=1.20$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm1).**

Nous remarquons que les résultats numériques des profils de taux de vide sont en bon accord avec les données expérimentales. Dans toutes les sections, le taux de vide dans les noyaux est bien reproduit. Dans les zones de fort gradient de taux de vide, le modèle de transfert interfacial de quantité de mouvement permet de prédire les gradients du taux de vide dans les deux sections  $x = 20\text{cm}$  et  $x = 50\text{cm}$ , tandis que pour les deux dernières sections  $x = 80\text{cm}$  et  $x = 120\text{cm}$ , nous observons un petit décalage dans cette zone de gradient. Ceci peut être expliqué par le choix des coefficients du modèle interfacial de quantité de mouvement. Des tests de sensibilité portant sur ces coefficients seront présentés plus loin dans ce chapitre. Ils permettront de préciser le rôle des différentes forces qui agissent sur les bulles dans la prédiction de leur distribution spatiale.

#### 4.5.4 Profils de turbulence

Les figures (4.17) à (4.20) présentent les résultats numériques des profils de l'énergie turbulente totale dans les sections  $x = 20\text{cm}$ ,  $x = 50\text{cm}$ ,  $x = 80\text{cm}$  et  $x = 120\text{cm}$ . Nous confrontons là encore ces résultats numériques avec les données expérimentales de l'énergie turbulente estimée à partir de l'hypothèse d'isotropie.

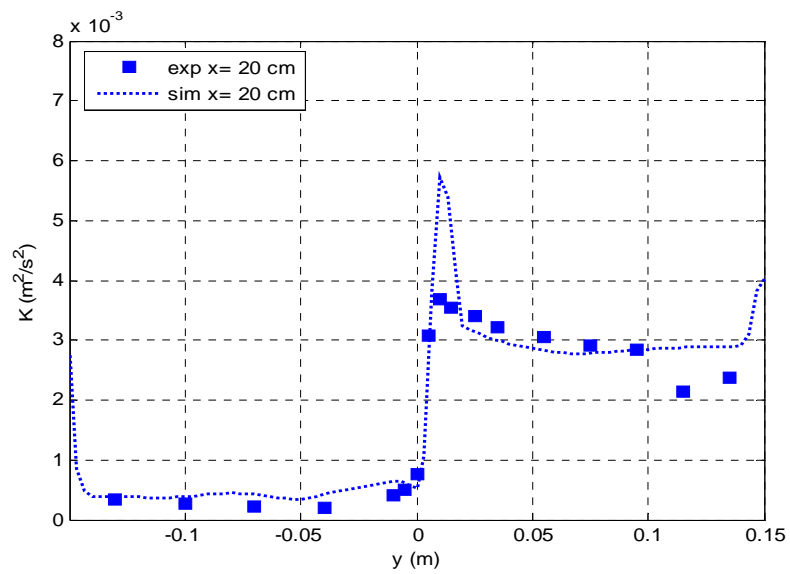


Figure 4. 17: Profil de l'énergie turbulente totale dans l'écoulement de zone de mélange à bulle (zdm1) à  $x=0.20$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.

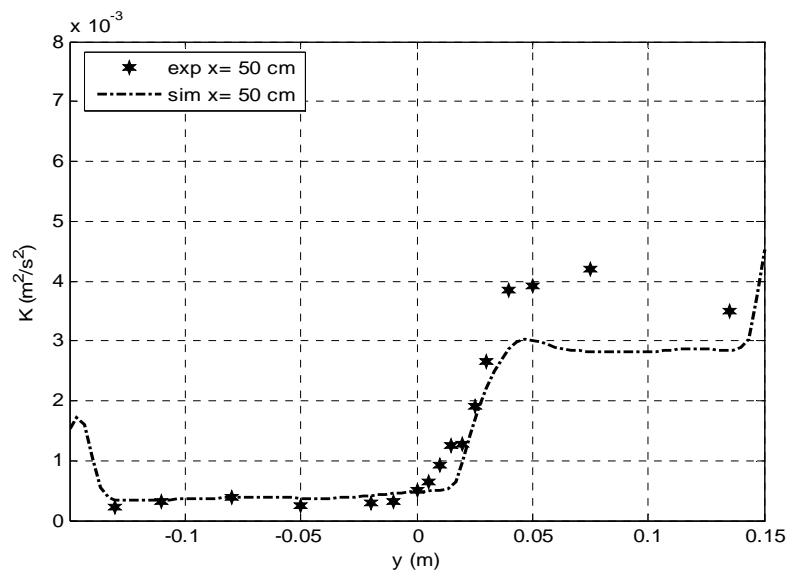
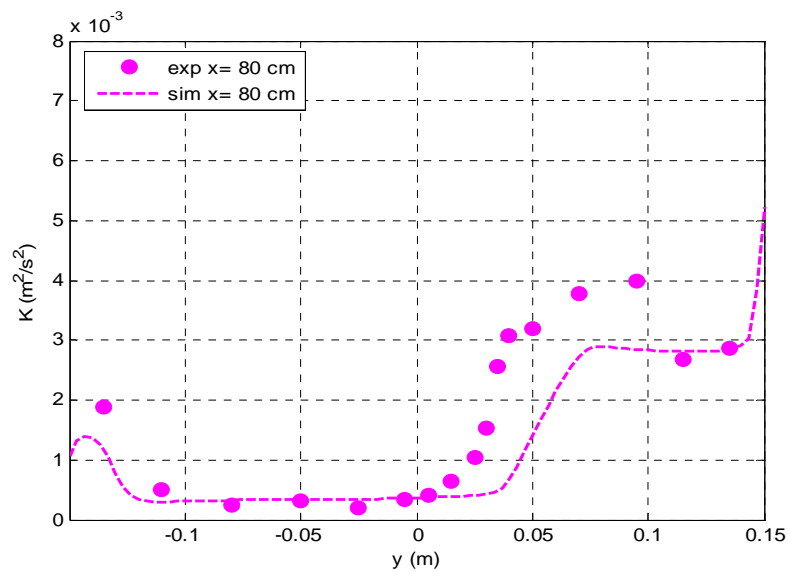
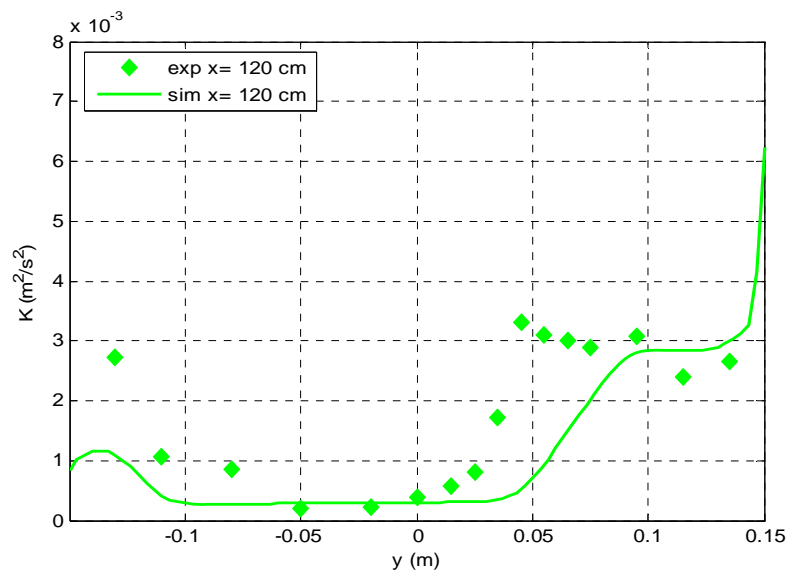


Figure 4. 18 : Profil de l'énergie turbulente totale dans l'écoulement de zone de mélange à bulle (zdm1) à  $x=0.50$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.



**Figure 4. 19 : Profil de l'énergie turbulente totale dans l'écoulement de zone de mélange à bulle (zdm1) à  $x=0.80$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 20 : Profil de l'énergie turbulente totale dans l'écoulement de zone de mélange à bulle (zdm1) à  $x=0.120$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**

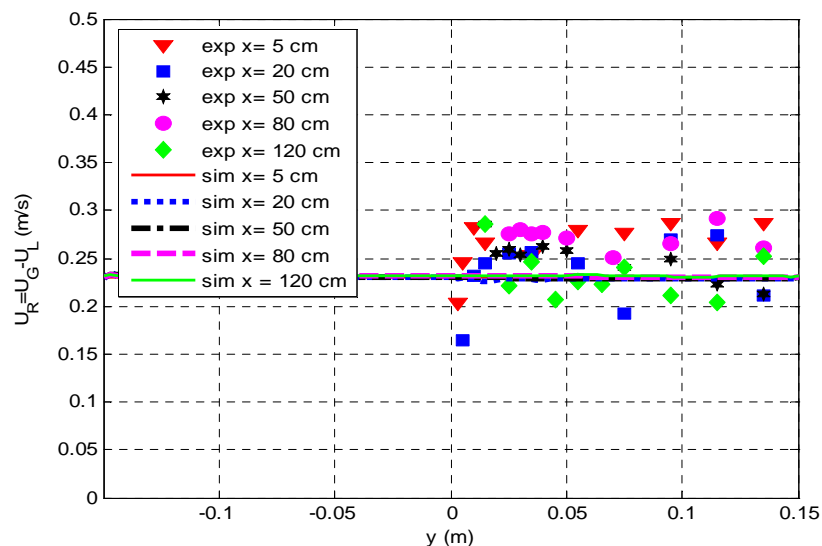
Les figures (4.17) à (4.20) montrent que la comparaison des simulations avec les résultats expérimentaux n'est pas parfaite, mais qu'une partie importante de la physique est reproduite par le modèle.

Les résultats numériques permettent de rendre compte de la valeur importante de l'énergie turbulente dans le noyau diphasique par rapport au noyau monophasique. Ceci reflète le montant important de l'énergie pseudo-turbulente induite par la présence des bulles. Cette énergie cinétique pseudo-turbulente est ici essentiellement introduite en entrée. Le

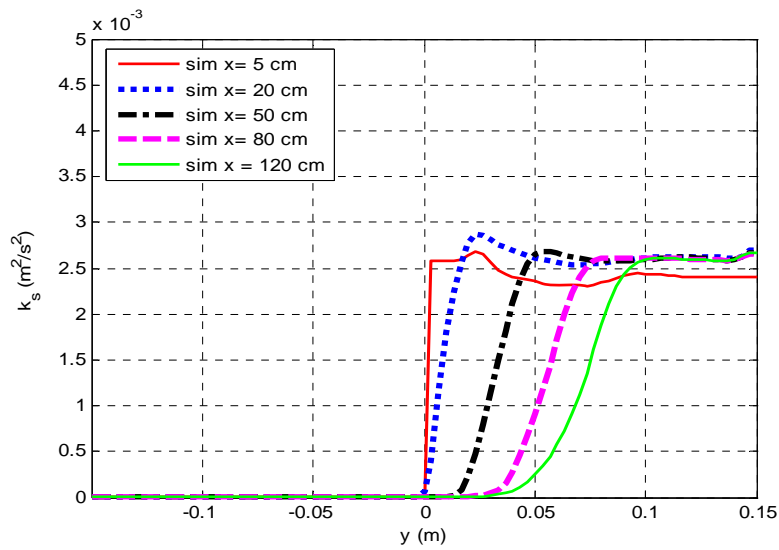
modèle permet de la transporter correctement. Il serait également possible de la générer depuis l'entrée, à condition toutefois de prendre en compte les effets de sillages, et en adaptant donc le terme source de l'énergie cinétique pseudo-turbulente comme dans Chahed *et al.*, (2004).

On note un écart entre les profils calculés et les profils qui représentent les données expérimentales. Cependant, comme pour les simulations de l'écoulement monophasique, on compare l'énergie turbulente produite par le modèle à la mesure de  $\frac{3}{2}\overline{u_L^2}$ . Si l'écart entre les simulations et les mesures semble s'accroître en écoulement diphasique, ceci peut s'expliquer, au moins en partie, par l'important montant de l'énergie pseudo-turbulente qui est fondamentalement anisotrope. Une partie de l'écart est certainement également liée à un défaut de prédiction du taux de vide ou de la vitesse relative dont les variations peuvent affecter le montant énergétique de la pseudo-turbulence ou du terme source dans l'équation de  $k_S$ . Nous avons remarqué précédemment que la prédiction du taux de vide est quasi-satisfaisante. Il semble donc plutôt que la prédiction de la vitesse moyenne relative ou le modèle de terme source de  $k_S$  restent à améliorer.

Dans ces simulations, la vitesse relative des bulles à l'entrée de l'écoulement est prise égale à sa valeur limite. Nous constatons qu'elle reste constante dans tout le domaine de l'écoulement, c'est-à-dire qu'elle est peu sensible aux effets d'accélération spatiale (figure 4.21). Dans ces conditions, le terme de production dans l'équation de transport de la pseudo-turbulence reste faible et la pseudo-turbulence, non dissipative, est essentiellement convectée et diffusée (figure 4.22).

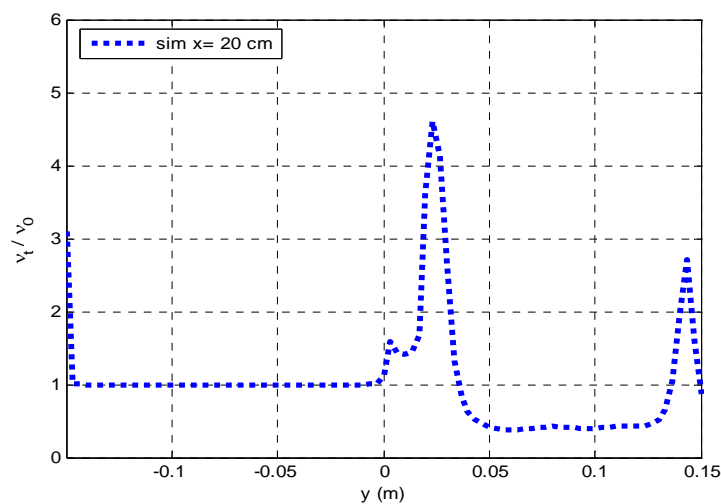


**Figure 4. 21 : Profil de la vitesse relative dans l'écoulement de zone de mélange à bulle (zdm1) à différentes sections. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 22 : Profil de l'énergie turbulente pseudo turbulente dans l'écoulement de zone de mélange à bulle (zdm1) à différentes sections.**

La formulation (4.11) proposée pour exprimer la viscosité turbulente en écoulement à bulles indique, que dans les écoulements où la pseudo-turbulence est importante, l'agitation supplémentaire induite par les bulles se traduit par une augmentation de la viscosité turbulente. Pour illustrer cela on porte sur la figure (4.23) le profil transversal en  $x = 0.20 \text{ m}$  du rapport de la viscosité turbulente dans l'écoulement à bulles et de  $\nu_{t0}$  qui est calculée comme en écoulement monophasique. Cette figure indique que dans la zone de fort gradient de vitesse, la viscosité turbulente en écoulement à bulles est 2 à 5 fois supérieure à sa valeur  $\nu_{t0}$  conformément à ce que peut prévoir le modèle (équation (4.11)). Cela explique en partie la bonne prédiction des profils de vitesse moyenne et témoigne d'une bonne évaluation du frottement turbulent.



**Figure 4. 23 : Rapport de viscosités turbulentes diphasique et monophasique à  $x=0.20 \text{ m}$ .**

## 4.5.5 Sensibilité aux divers termes du transfert interfacial de quantité de mouvement

On se propose dans cette partie de tester les effets des différents termes de la formulation du terme d'échange interfacial de quantité de mouvement (éq. 4.6) sur la distribution des phases. Nous analysons dans cette étude numérique l'importance des termes non linéaires issus de la masse ajoutée et du lift dans le phénomène de distribution des phases. Dans une première série de simulations de la zone de mélange à bulles à faible taux de vide, nous analysons l'effet des termes non linéaires issus de la masse ajoutée, ensuite dans une seconde série de simulations, nous étudions l'effet du coefficient de portance.

### 4.5.5.1 Sensibilité de la distribution des phases aux termes non linéaires de masse ajoutée

Nous testons dans cette section la sensibilité du modèle d'échange interfacial aux termes non-linéaires issus de la masse ajoutée. Nous avons remarqué, sur la figure 3.19, que le rapport des variances dans les deux phases n'est pas constant dans la zone des gradients et varie entre les valeurs 1 à 2 et 4 à 5. À l'heure actuelle, on n'a pas de modèle précis pour calculer l'agitation des bulles mais nous allons nous appuyer sur ces mesures expérimentales pour tester l'effet du terme non linéaire de la masse ajoutée avec différentes valeurs de  $C_{11}; C_{22}$  allant de 2 à 9 parce que la valeur 9 correspond à la valeur maximale obtenue par la théorie de la dispersion de Tchen.

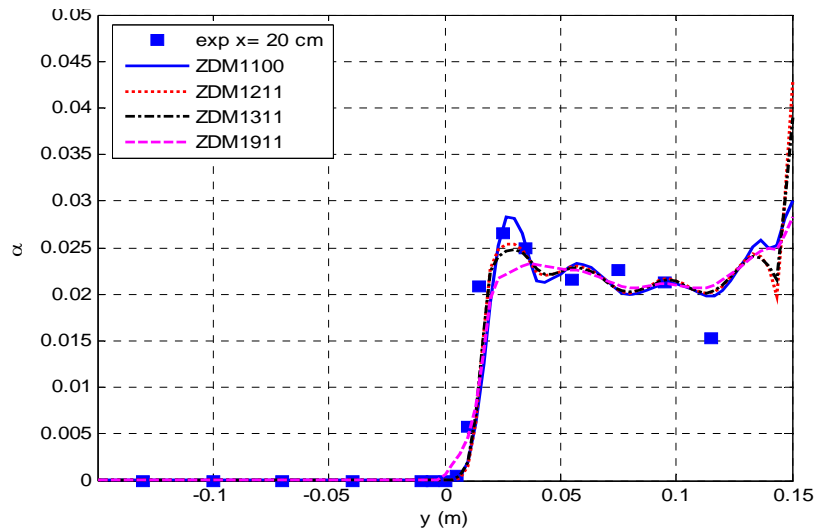
Nous avons réalisé une série de simulations décrites ci après.

Dans la simulation *ZDM1100*, on ne tient compte, dans le terme d'échange interfacial de quantité de mouvement, que des termes moyens de traînée. Dans les simulations (*ZDM1211* ; *ZDM1311* et *ZDM1911*), nous supposons que les tenseurs des contraintes turbulentes dans le gaz sont proportionnelles à celles du liquide en utilisant les relations (4.13) avec respectivement les valeurs 2, 3 et 9 pour les coefficients des termes non linéaires ( $C_{11}; C_{22}$ ). On prend la valeur  $C_{12} = 1$  pour le coefficient des composantes non diagonales. Nous introduisons aussi dans ces trois simulations un effet de la force moyenne de portance et un effet de la force moyenne de masse ajoutée. La force de portance est exprimée avec un coefficient  $C_L = 0.25$  conformément aux expériences de Lance & Naciri (1992) pour une bulle dans un écoulement en rotation. Et la force de masse ajoutée est exprimée avec le coefficient  $C_M = 0.5$ . Le tableau 4.1 récapitule les conditions de calcul dans ces simulations. Les profils de taux de vide sont reportés sur les figures (4.24) à (4.27).

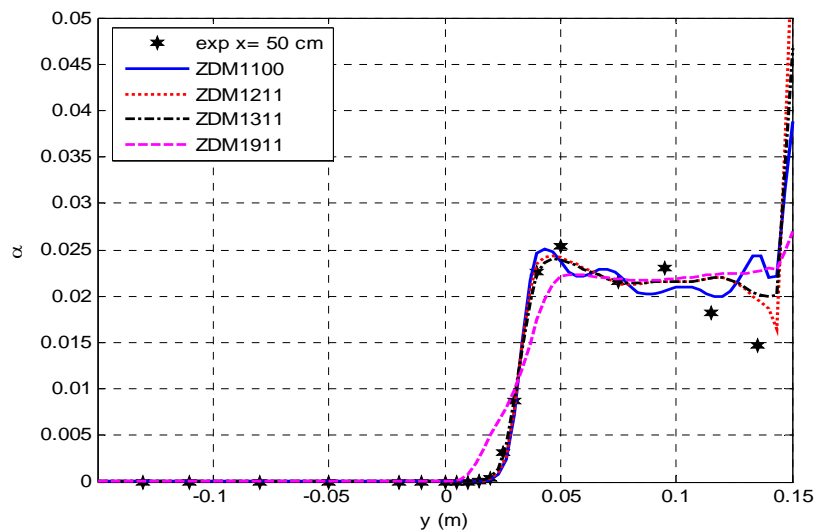


**Tableau 4. 1 : Simulations de sensibilité de la distribution de taux de vide aux termes non linéaires issues de la masse ajoutée.**

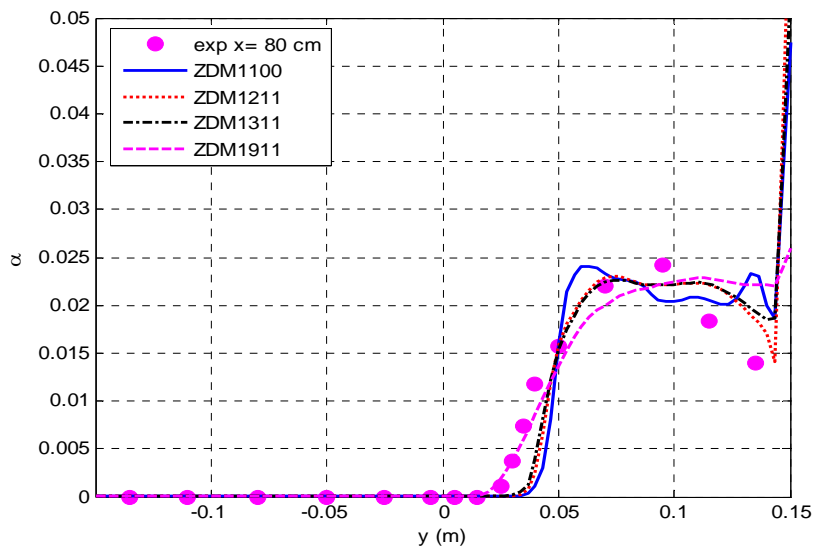
Simulations	Termes non linéaires : $C_{11} = C_{22}$	Force de portance : $C_L$	Force de Masse ajoutée : $C_M$
ZDM1100	1	0	0
ZDM1211	2	0.25	0.5
ZDM1311	3	0.25	0.5
ZDM1911	9	0.25	0.5



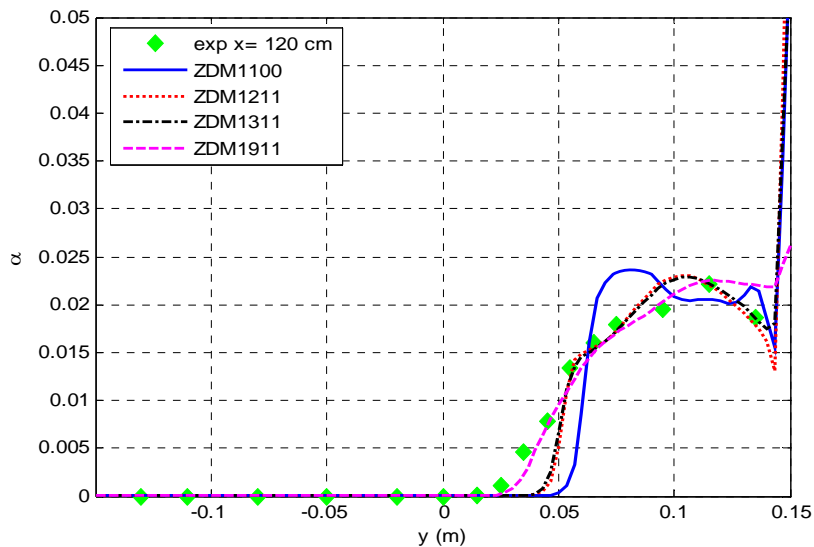
**Figure 4. 24: Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 0.20$  m : effet des termes non linéaire de masse ajoutée avec force de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 25: Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 0.50$  m : effet des termes non linéaire de masse ajoutée avec force de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 26: Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 0.80$  m : effet des termes non linéaire de masse ajoutée avec force de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 27: Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 1.20$  m : effet des termes non linéaire de masse ajoutée avec force de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**

Les résultats des simulations montrent que, dans le cas où on ne tient pas compte de la contribution de la turbulence dans le bilan transversal de quantité de mouvement et sans force de portance ni de masse ajoutée moyenne (*ZDM1100*), l'effet de la turbulence qui se manifeste via le terme de pression (terme de Tchen) maintient le pic de taux de vide dans la zone cisailée de la zone de mélange. Dans les simulations des trois autres cas

(*ZDM1211* ; *ZDM1311* et *ZDM1911*), l'effet du terme de portance renforce un pic de taux de vide près de la paroi verticale. Dans ces simulations, on observe également une atténuation du pic de taux de vide dans la zone de mélange quand on tient compte des termes non linéaires. En augmentant les coefficients des termes non linéaires de la masse ajoutée, nous observons que le gradient de taux de vide diminue dans la zone cisailée, figures (4.25) à (4.27).

Avec des valeurs des coefficients  $C_{11}$  et  $C_{22}$  comprises entre 2 et 3 les simulations produisent les gradients de taux de vide observés dans la zone cisailée dans les sections situées à  $x = 0.2 m$  et à  $x = 0.5 m$  alors que plus loin dans les sections situées à  $x = 0.8 m$  et  $x = 1.2 m$ , les profils de taux de vide sont bien prédits avec des valeurs  $C_{11}$  et  $C_{22}$  égales à 9.

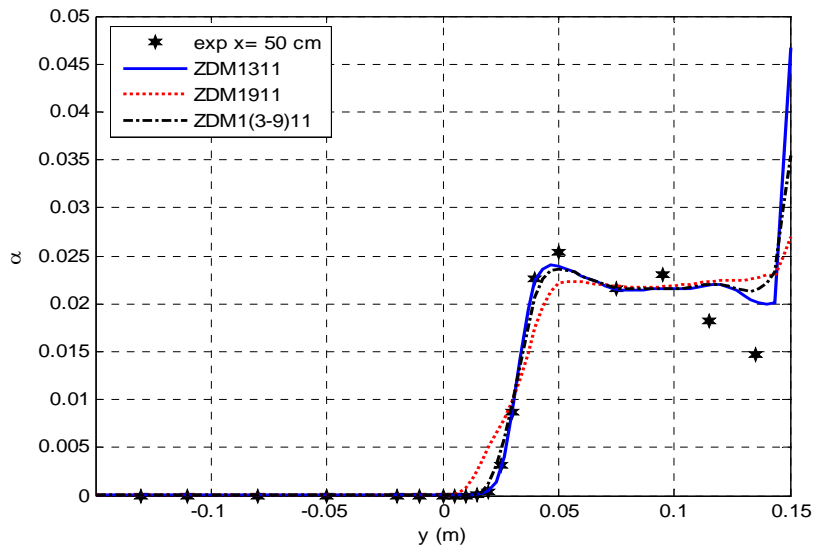
Ces simulations montrent que l'on obtient une bonne prédiction du profil de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulles lorsqu'on prend en compte les termes non linéaires de la masse ajoutée et précisent le rôle joué par ces termes dans le phénomène de migration des bulles dans la zone de forts gradients de vitesse.

Ces résultats indiquent d'autre part, comme l'on pouvait d'ailleurs s'y attendre, que le coefficient de proportionnalité qui relie le tenseur des contraintes turbulentes du gaz à celui du liquide ne doit pas être pris constant pour pouvoir prédire le taux de vide dans tout l'écoulement. Ces coefficients devront même varier de manière significative au sein de l'écoulement. On peut en effet supposer que ce coefficient dépend de la turbulence locale, de la taille des bulles et de leurs formes, des interactions hydrodynamiques qui peuvent être importantes dans les zones de fort taux de vide, etc.

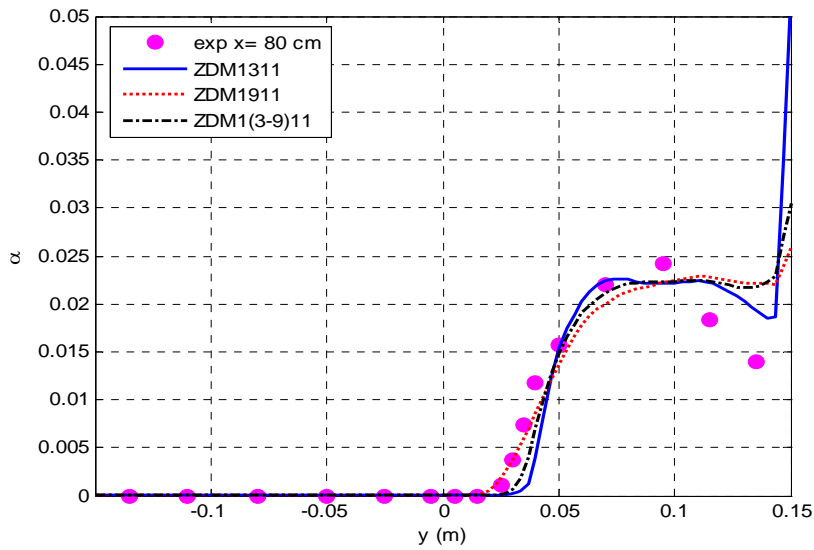
Pour mettre en évidence cette idée, nous avons réalisé une simulation en faisant varier les coefficients  $C_{11}$  et  $C_{22}$  en fonction de  $x$ . Pour cette simulation (*ZDM1(3-9)11*), les coefficients  $C_{11}$  et  $C_{22}$  sont supposés varier linéairement entre la valeur 3 dans la section  $x = 0.05 m$  et la valeur 9 dans la section  $x = 1.2 m$ . Les résultats de cette simulation sont comparés avec ceux obtenus avec des coefficients constants respectivement égaux à 3 et 9 (*ZDM1311* et *ZDM1911*) et comparés aux données expérimentales. Les figures (4.28), (4.29) et (4.30) représentent les résultats des simulations illustrées dans le tableau (4.2).

**Tableau 4. 2: Variation des coefficients du terme non linéaire en fonction de x**

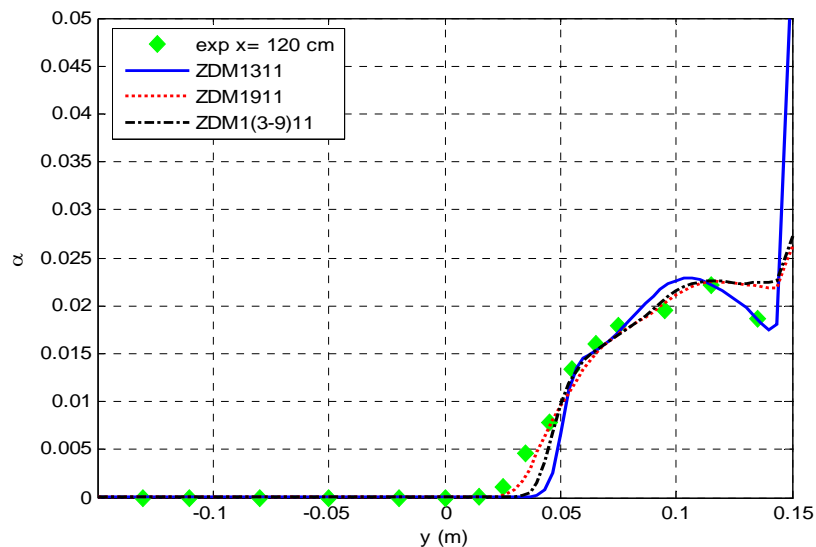
Simulations	Termes non linéaires : $C_{11} = C_{22}$	Force de portance : $C_L$	Force de Masse ajoutée : $C_M$
<i>ZDM1311</i>	3	0.25	0.5
<i>ZDM1911</i>	9	0.25	0.5
<i>ZDM1(3-9)11</i>	3-9	0.25	0.5



**Figure 4. 28 : Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 0.50$  m : effet de la variation linéaire des termes non linéaire de masse ajoutée. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 29 : Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 0.80$  m : effet de la variation linéaire des termes non linéaire de masse ajoutée. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 30 : Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 1.20$  m : effet de la variation linéaire des termes non linéaire de masse ajoutée. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**

Les résultats de la simulation (*ZDM1(3-9)11*) montrent que les profils de taux de vide sont mieux reproduits dans les sections  $x = 0.5$  m et  $x = 0.8$  m en prenant en compte cette évolution de la réponse des bulles à la turbulence. Cependant, pour la section  $x = 1.2$  m, le gradient de taux de vide dans la zone cisailée est moins bon que dans la simulation (*ZDM1911*). Nous remarquons aussi dans ces deux simulations que le pic de taux de vide à la paroi est atténué. On peut attribuer ce résultat à un effet de diffusion associé aux termes interfaciaux non linéaires.

Les profils de vitesse moyennes et de turbulence sont présentés dans les figures A4.1 et A4.2 en annexe 4 car ils sont peu sensibles aux variations du taux de vide, sauf dans le cas *ZDM1911* qui améliore un peu le calcul des vitesses moyennes dans les sections les plus hautes.

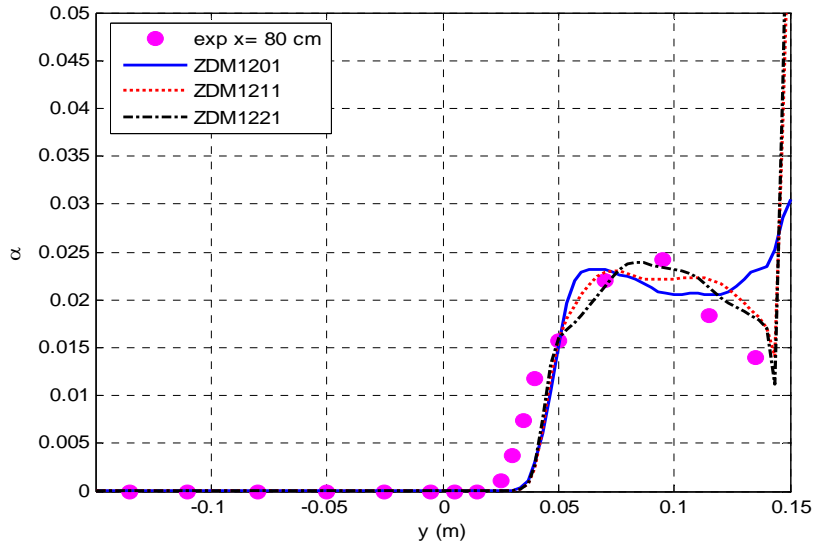
Cette analyse de sensibilité montre l'importance des termes non linéaires dans le phénomène de distribution des bulles. Elle indique également que l'on a besoin de mieux modéliser l'agitation des bulles pour représenter ces effets.

#### 4.5.5.2 Sensibilité de la distribution des phases à la force de portance

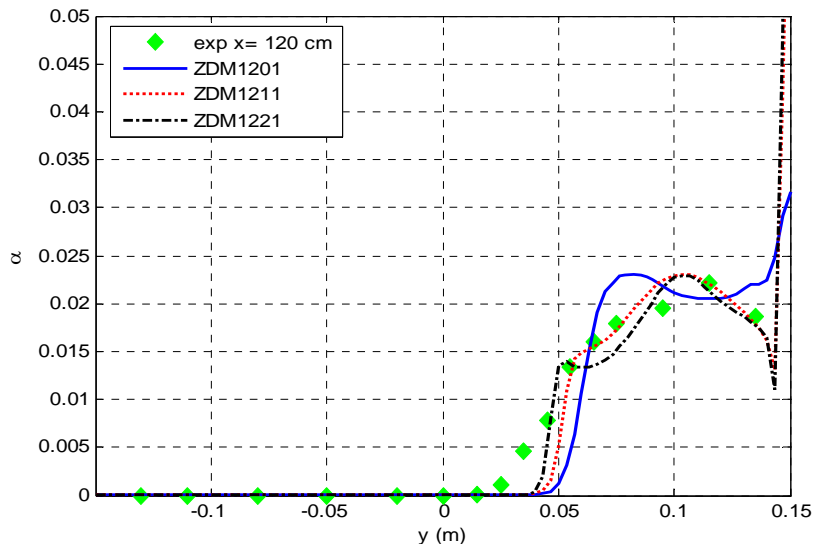
On se propose ici de tester la sensibilité de la distribution des phases dans l'écoulement de zone de mélange *zdm1* à la force de portance : on procède à des simulations avec différents coefficients de portance en tenant compte des termes non linéaires et de la contribution moyenne de la masse ajoutée. Ces simulations sont récapitulées dans le tableau suivant :

**Tableau 4. 3: Simulations de sensibilité de la distribution de taux de vide à la force de portance.**

Simulations	Termes non linéaires $C_{11} = C_{22}$	Force de portance $C_L$	Force de Masse ajoutée $C_M$
ZDM1201	2	0	0.5
ZDM1211	2	0.25	0.5
ZDM1221	2	0.5	0.5



**Figure 4. 31 : Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 0.80$  m : effet de la variation du coefficient de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**



**Figure 4. 32 : Profils de taux de vide dans la zone de mélange à bulles à  $x = 1.20$  m : effet de la variation du coefficient de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**

Les figures (4.31) et (4.32) montrent que la force de portance joue un rôle important dans la distribution des phases dans la zone des gradients de vitesse. Nous remarquons aussi qu'en l'absence de la force de portance, les profils de taux de présence sont mal reproduits. La prise en compte de la force de portance avec un coefficient  $C_L=0.25$  améliore la prédiction du taux de vide dans les zones de gradient de vitesse moyenne dans les deux sections ( $x = 0.5 m$  et  $x = 0.8 m$ ). Rappelons que ce coefficient correspond à la valeur mesurée par Lance & Naciri (1992). Mais le fait de prendre  $C_L=0.25$  ou  $0.5$  n'est pas crucial puisque les simulations donnent alors toutes les deux des résultats semblables.

#### 4.5.6 Transfert de masse

Dans cette partie, nous présentons l'étude du transfert de masse en écoulement turbulent à bulles de type couche de mélange à faible taux de vide. L'oxygène pur est injecté d'un seul coté de la zone de mélange sous formes de bulles dispersées. Nous avons vu dans le chapitre 2 que le transfert de matière de la phase gazeuse à la phase liquide est conditionné par deux paramètres clés : la surface d'échange entre les deux phases, caractérisée par l'aire interfaciale,  $a$ , et le coefficient de transfert,  $k_L$  qui dépend des propriétés physico-chimiques des deux phases et certainement de la turbulence au voisinage des interfaces. Nous supposons dans ce travail, que les bulles ont des formes sphériques. Dans ce cas, l'aire interfaciale  $a = \frac{6\alpha}{d_B}$  l'aire interfaciale diminue lorsque le diamètre de bulles augmente, et vice versa.

Nous avons vu aussi dans le chapitre 2, que plusieurs corrélations existent pour le coefficient de transfert de masse  $k_L$ . Rappelons que Higbie (1935) propose un modèle qui s'écrit :

$$k_L = 2 \sqrt{\frac{D}{\pi t_c}} \quad (4.28)$$

D'autres travaux proposent d'autres corrélations du nombre de Sherwood qui relie le coefficient de transfert à la diffusivité (cf. §. 2.4.3). Nous rappelons que, pour des bulles sphériques, Brauer (1979) a proposé une corrélation du nombre de Sherwood donnée par (Mewes & Wiemann, 2003):

$$Sh = Sh_\infty \left[ \left( 1 + 0.433 Re^2 \right)^{-1} + 4.23 \right]^{-0.055} \quad (4.29)$$

Avec  $Sh_\infty$  est le nombre de Sherwood pour une bulle isolée, donné par :

$$Sh_\infty = 2 + \frac{0.651 (Re Sc)^{1.72}}{1 + (Re Sc)^{1.22}} \quad (4.30)$$

L'équation (4.29) est valide pour des nombres de Reynolds inférieurs à une valeur critique définie par :  $Re_{crit} = 3.73 \left( \frac{\rho_L \sigma^3}{g \mu^4} \right)^{0.209}$ , avec  $\mu$  la viscosité dynamique du liquide.

Dans ces simulations, la diffusivité moléculaire de l'oxygène est prise égale à  $D = 2.2 \cdot 10^{-9} m^2/s$  (Bejan A., 1993), ce qui correspond à un nombre de Schmidt de l'ordre de  $Sc = 455$ . Pour des diamètres de bulles de  $d_B = 1.8mm$  et avec une vitesse relative de l'ordre  $U_R \approx 0.24m/s$ , le nombre de Reynolds relatif est de l'ordre de  $Re = 450$ . Donc on vérifie bien la condition d'utilisation de la relation (4.29) puisque  $Re_{crit} = 607$ .

Nous avons effectué des simulations pour tester la sensibilité de l'évolution de la concentration d'oxygène dissous dans le liquide en fonction du coefficient de transfert de masse  $k_L$  ou du diamètre de bulles  $d_B$ . Nous adoptons pour les simulations présentées dans cette section, des coefficients  $C_{11}$  et  $C_{22}$  qui varient linéairement de la valeur 3 dans la section  $x = 0.05 m$  à la valeur 9 dans la section  $x = 1.2 m$ . Le coefficient  $C_{12}$  des composantes non diagonales du terme non linéaire prend la valeur 1. Le coefficient de masse ajoutée  $C_M$  est pris égal à 0.5 et le coefficient de portance  $C_L = 0.25$ . Le diamètre des bulles pour l'hydrodynamique est 1.8 mm, et les tests de sensibilité où il varie n'affectent que le nombre de Sherwood. Ceci revient à modéliser des effets de variation de forme et donc d'aire interfaciale.

#### 4.5.6.1 Sensibilité aux modèles de transfert de masse

Nous avons appliqué le modèle de Higbie (4.28) dans cet écoulement de zone de mélange. Deux temps caractéristiques ont été testés : le premier temps de contact est donné par  $t_c = \frac{d_B}{U_R}$  ; où  $U_R$  est la vitesse relative. Il représente un temps caractéristique

lié à l'échelle de la bulle. Le deuxième temps est l'échelle de Kolmogorov  $t_k = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\nu}}$ .

Nous avons aussi testé le modèle de Brauer (4.29 – 4.30). Ces simulations sont récapitulées dans le tableau suivant :

**Tableau 4. 4: Conditions de calcul de transfert de masse dans la zone de mélange diphasique zdm1 : sensibilité au coefficient de transfert.**

Simulations	Termes non linéaires : $C_{11} = C_{22}$	Force de portance : $C_L$	Force de masse ajoutée: $C_M$	Modèle de transfert de masse
ZDM1Hdb18	3-9	0.25	0.5	Higbie
ZDM1Kdb18	3-9	0.25	0.5	Kolmogorov
ZDM1Bdb18	3-9	0.25	0.5	Brauer



Les figures (4.33) à (4.36) représentent les résultats des simulations numériques des profils de concentration d'oxygène obtenus respectivement dans les sections  $x = 20\text{cm}$ ,  $x = 50\text{cm}$ ,  $x = 80\text{cm}$  et  $x = 120\text{cm}$ . Nous confrontons ces résultats numériques avec les données expérimentales de la zone de mélange diphasique à faible taux de vide zdm1.

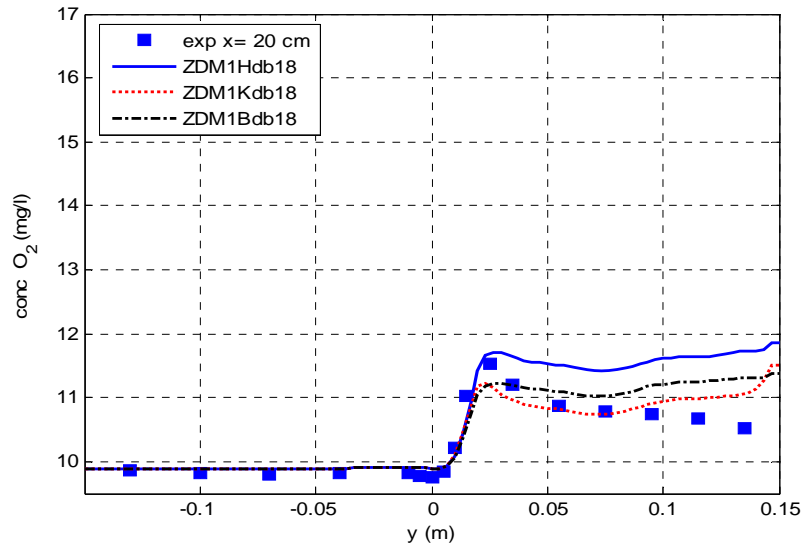


Figure 4. 33: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=20\text{ cm}$  : Sensibilité au coefficient de transfert  $k_L$ . Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.

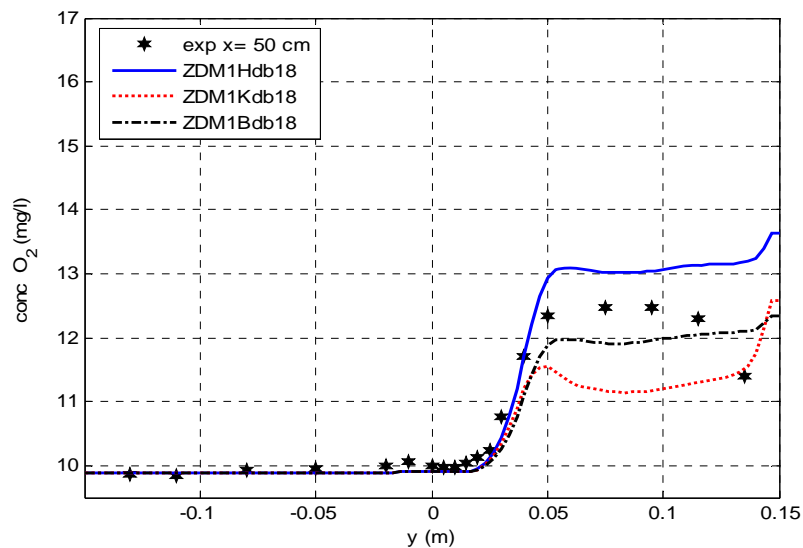


Figure 4. 34: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=50\text{ cm}$  : Sensibilité au coefficient de transfert  $k_L$ . Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.

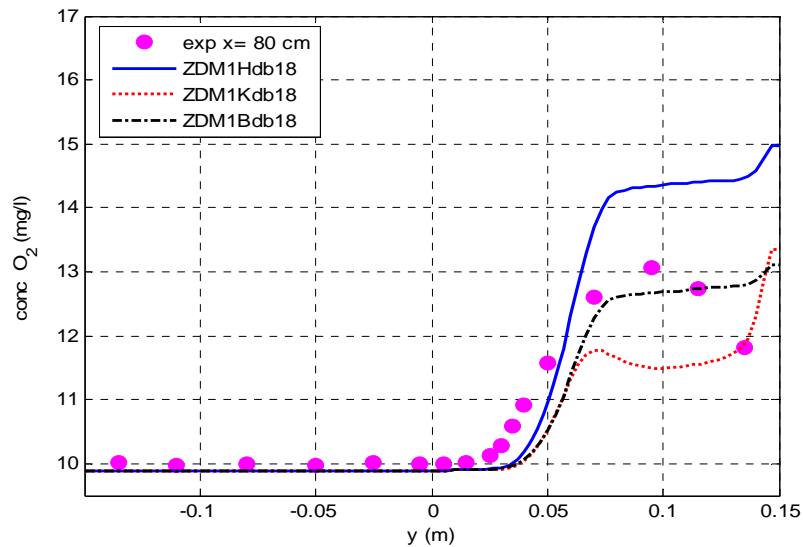


Figure 4. 35: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=80$  cm : Sensibilité au coefficient de transfert  $k_L$ . Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.

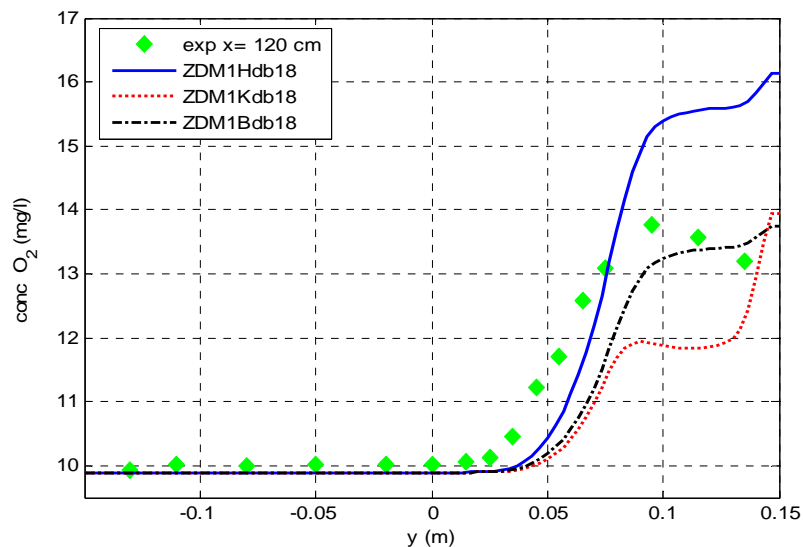


Figure 4. 36: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=120$  cm : Sensibilité au coefficient de transfert  $k_L$ . Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.

Les figures (4.33) à (4.36) montrent pour les différents modèles de transfert utilisés que la concentration en oxygène dissous croît dans le noyau diphasique. Dans la simulation (*ZDM1Hdb18*), le modèle de Higbie, avec le temps de contact associé à la taille de la bulle, surestime la concentration moyenne dans les noyaux de différentes sections présentées. Tandis qu'avec ce modèle et l'échelle de temps de Kolmogorov (*ZDM1Kdb18*), nous remarquons une sous-estimation de la concentration dans les noyaux. Dans les zones de gradient de vitesse, ce modèle permet de créer un pic de

concentration lié au pic de turbulence. On remarque aussi, que l'évolution de la concentration en oxygène dissous est plus rapide pour le temps de contact associé à l'échelle de temps du mouvement relatif que pour le temps de contact associé à l'échelle de Kolmogorov. La troisième simulation (*ZDM1Bdb18*) montre que le modèle de Brauer reproduit bien les résultats expérimentaux dans les noyaux. Nous remarquons aussi que la valeur du scalaire dans la zone de gradient de vitesse n'est pas bien reproduite dans les sections ( $x=0.8$  m et  $x=1.2$  m). Dans ces simulations, nous avons adopté la diffusion turbulente proposée par Chahed *et al.* (2003) qui fait intervenir les deux échelles de temps caractéristiques dans les écoulements à bulles. Mais il est difficile de juger de la valeur de ce modèle de diffusion du scalaire à cause de sous estimation de la concentration dans la zone de gradient. Ces faibles valeurs proviennent soit de celles également trop faibles du taux de vide (figure 4.29 et 4.30) et donc d'une sous-estimation des termes source de masse associés dans la région centrale, soit d'autres effets. En effet, les mesures expérimentales de diamètre de bulle dans la zone de gradient présentées sur la figure (3.15) du troisième chapitre, représentent des valeurs plus faibles des diamètres des bulles dans la zone cisailée et donc une augmentation d'aire interfaciale pourrait être à l'origine de cet écart.

#### 4.5.6.2 Sensibilité au diamètre des bulles

C'est pourquoi pour analyser la sensibilité du transfert d'oxygène au diamètre des bulles, nous avons testé trois diamètres des bulles :  $d_B = 1.6, 1.8$  et  $1.9\text{mm}$ . Dans ces simulations, nous avons utilisé le modèle de Brauer pour modéliser le coefficient de transfert de masse. Le tableau 4.5, illustre les conditions de calcul pour tester la sensibilité au diamètre des bulles. Les résultats de simulations sont représentés sur les figures (4.37) à (4.40).

**Tableau 4. 5: Conditions de calcul de transfert de masse dans la zone de mélange diphasique zdm1 : sensibilité au diamètre des bulles.**

Simulations	Termes non linéaires $C_{11} = C_{22}$	Force de portance $C_L$	Force de Masse ajoutée $C_M$	diamètre des bulles $d_B$ (mm)
<i>ZDM1Bdb16</i>	3-9	0.25	0.5	1.6
<i>ZDM1Bdb18</i>	3-9	0.25	0.5	1.8
<i>ZDM1Bdb19</i>	3-9	0.25	0.5	1.9

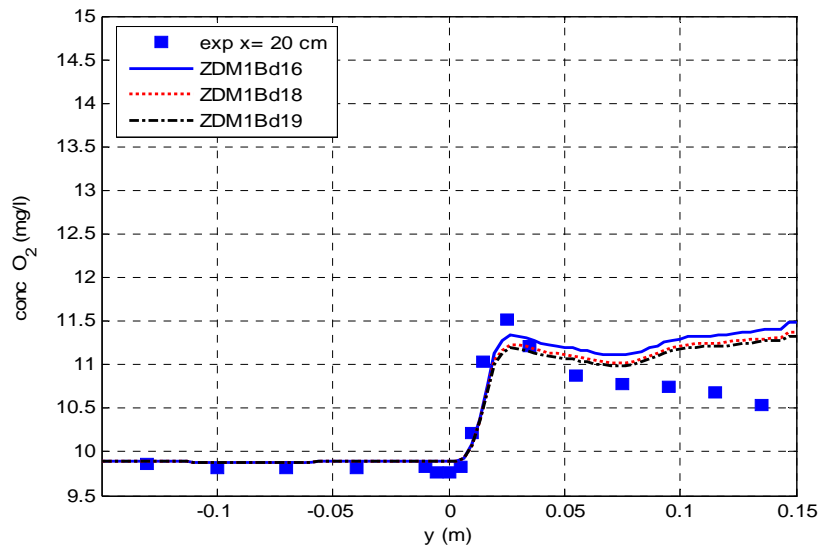


Figure 4. 37: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=20$  cm : Sensibilité au diamètre de bulles. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.

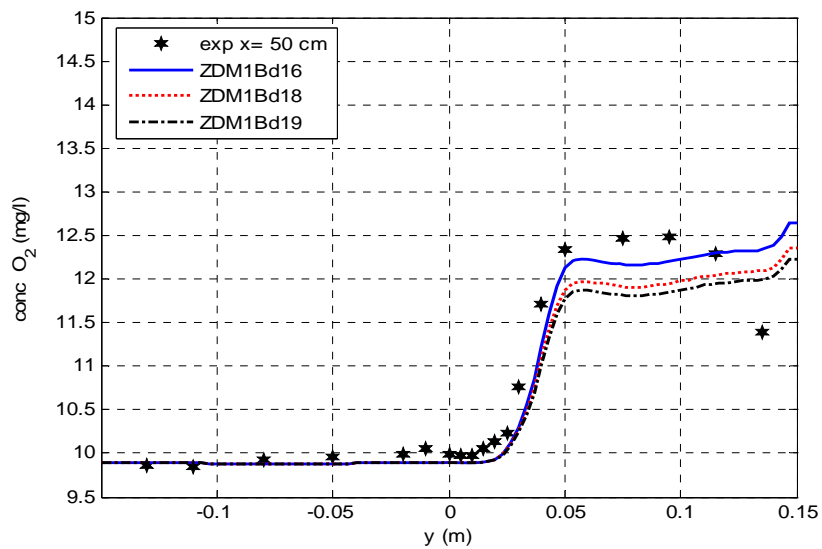
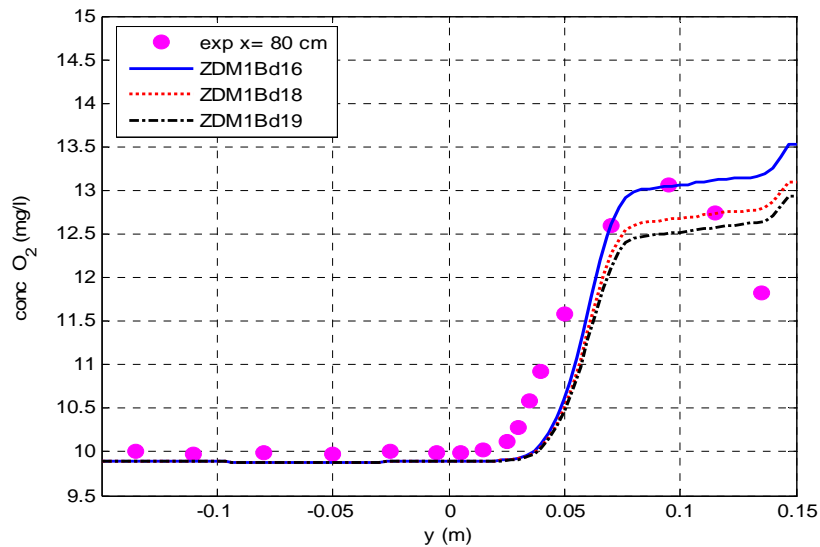
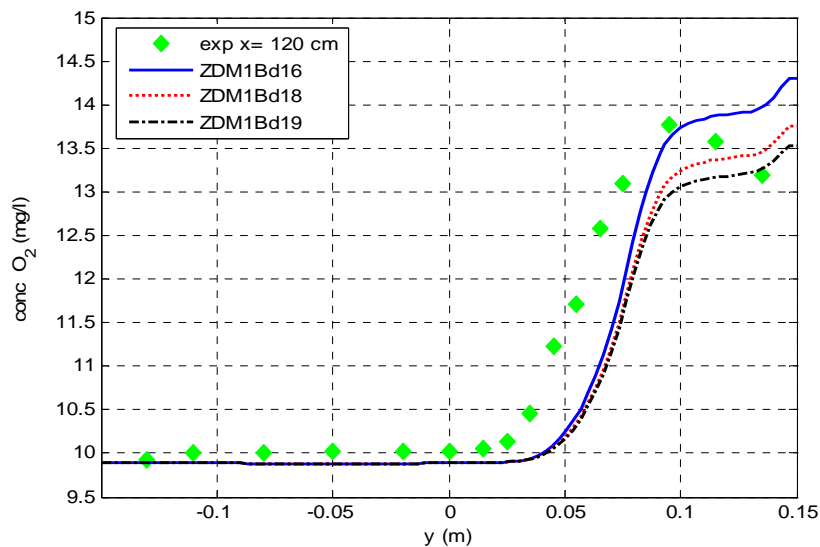


Figure 4. 38: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=50$  cm : Sensibilité au diamètre de bulles. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.



**Figure 4. 39: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=80$  cm : Sensibilité au diamètre de bulles. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.**



**Figure 4. 40: Profils de concentration moyenne dans la section  $x=120$  cm : Sensibilité au diamètre de bulles. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de zdm1.**

L'examen des figures (4.37) à (4.40) montre qu'en diminuant le diamètre de la bulle, la concentration en oxygène augmente globalement, comme attendu puisque le diamètre de bulles est inversement proportionnel à l'aire interfaciale. La sensibilité au diamètre est cependant moindre que celle que nous avons notée vis-à-vis du modèle de  $k_L$ . Par ailleurs dans la zone de gradient il n'y a pas d'amélioration de la prédiction par rapport aux expériences. Une piste d'amélioration des résultats pourrait être de prendre en compte

dans la modélisation du flux turbulent du scalaire de la variation du nombre de Schmidt turbulent.

## 4.6 Ecoulement de zone de mélange diphasique à fort taux de vide

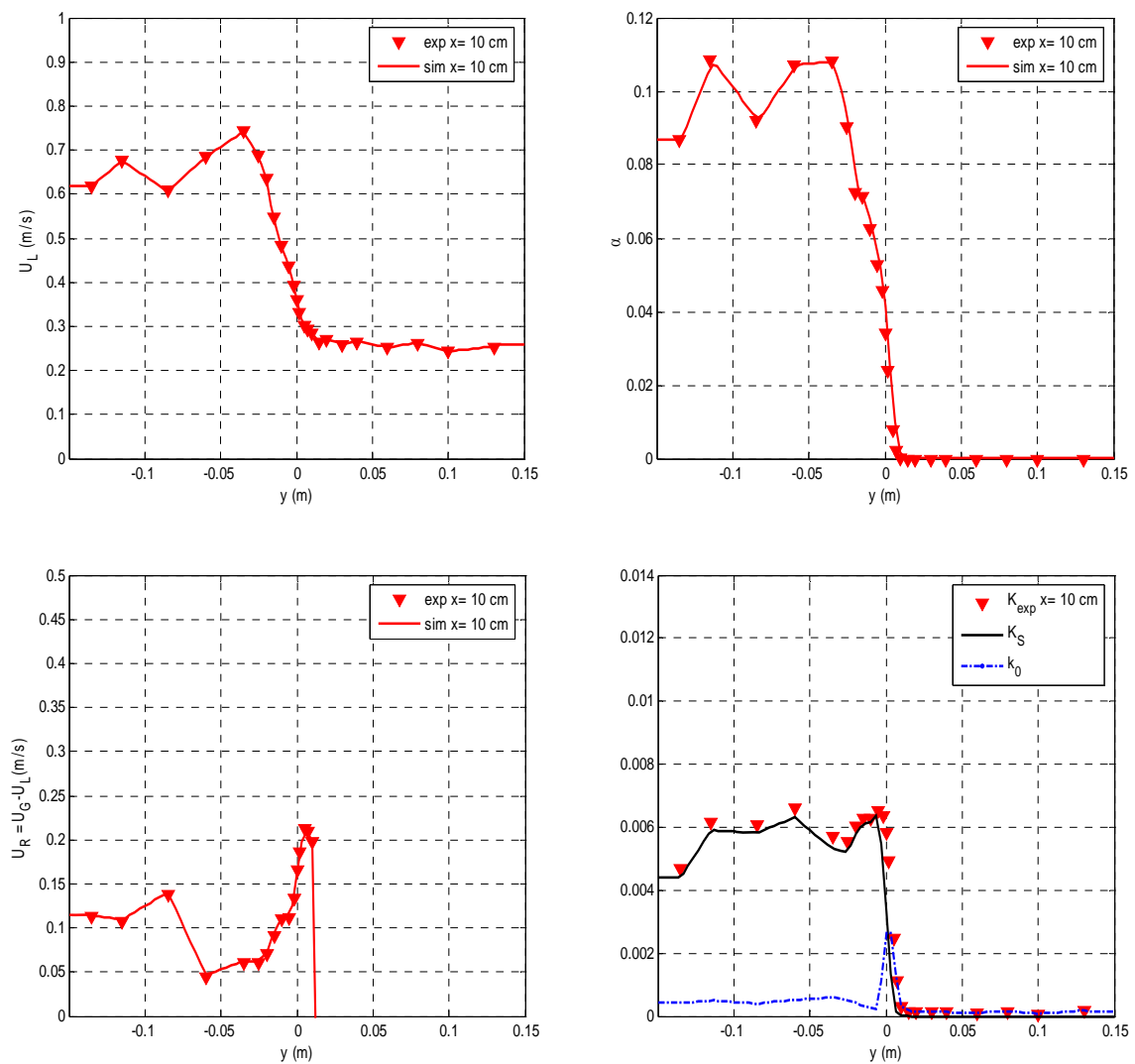
L'application du code Melodif à l'écoulement de zone de mélange diphasique à faible taux de vide (zdm1) a permis de préciser certains aspects des interactions interfaciales et leurs effets sur l'hydrodynamique de l'écoulement diphasique, sur la turbulence, sur la distribution des phases et sur le transfert de masse. A fort taux de vide, les interactions hydrodynamiques entre bulles deviennent importantes et modifient profondément la structure de l'écoulement à bulles. Rappelons que plusieurs travaux de modélisation ont tenté d'exprimer le coefficient de traînée des bulles en fonction du taux de vide pour rendre compte de la diminution de la vitesse relative observée dans les écoulements denses (Zuber & Ishii, 1979 ; Chahed *et al.*, 2004).

Nous présentons dans cette section les simulations relatives à l'expérience de couche de mélange à fort taux de vide. On teste notamment divers modèles du coefficient de traînée qui prennent en compte les fortes interactions hydrodynamiques qui caractérisent cet écoulement et nous commentons les résultats en les comparant aux données expérimentales.

### 4.6.1 Conditions de calculs

Rappelons que l'expérience de la zone de mélange diphasique zdm2 a consisté à injecter un fort taux de vide d'oxygène de l'ordre de 11% du côté de forte vitesse, et que l'écoulement monophasique est alors du côté faible vitesse.

De même que dans les simulations de la zone de mélange à faible taux de vide, nous avons commencé le calcul à partir de la première section où nous avons réalisé des mesures, c'est-à-dire en  $x = 10 \text{ cm}$ . Les conditions dans la section d'entrée de vitesse moyenne du liquide et de taux de vide sont également interpolées suivant le maillage utilisé à partir des données expérimentales en  $x = 10 \text{ cm}$  à partir du début de la zone de mélange (figure 4.41). La vitesse relative dans cet écoulement est interpolée suivant le maillage à partir du profil mesuré à la section  $x = 10 \text{ cm}$ . Dans ces simulations, le diamètre moyen de bulles est choisi égal à  $d_b = 2.3 \text{ mm}$  conformément aux résultats expérimentaux présentés dans le chapitre 3 (cf. figure 3.29).



**Figure 4.41 : Conditions d'entrée sur la vitesse du liquide, de taux de vide, de la vitesse relative et de la distribution de l'énergie turbulente totale pour les simulations de zdm2.**

L'énergie turbulente totale  $k$  est calculée par la formule (4.15). Une partie turbulente  $k_0$  est extraite de  $k$ , de la même façon que dans le premier écoulement à partir de l'intensité turbulente mesurée dans le noyau monophasique. Nous estimons donc l'énergie cinétique turbulente dans le noyau diphasique à partir de cette mesure d'intensité turbulente en écoulement monophasique. La partie pseudo-turbulente  $k_S$  est déterminée par la différence entre l'énergie turbulente totale ( $k$ ) et l'énergie turbulente ( $k_0$ ). Cette distribution de l'énergie totale entre énergie turbulente et pseudo-turbulente est représentée sur la figure (4.43).

Le taux de dissipation  $\varepsilon$  est calculé en fonction de l'énergie turbulente  $k_0$  et de la viscosité turbulente selon l'équation (4.15).

Dans ces simulations à fort taux de vide, nous avons adopté les mêmes constantes du modèle validé dans le premier écoulement (zdm1). On a donc repris pour le coefficient de lift  $C_L = 0.25$  et pour le coefficient de masse ajoutée  $C_M = 0.5$ . Pour les termes non-linéaires nous avons adopté que les coefficients  $C_{11}, C_{22}$  varient linéairement entre 3 à 9 ce qui est compatible avec les valeurs mesurées dans la zone cisailée de l'écoulement zdm2 (cf. figure 3.35). Les simulations numériques ont été réalisées avec trois expressions du coefficient de traînée. Dans la simulation *ZDM2SIM0*, nous avons utilisé, comme pour les simulations de la couche cisailée à faible taux de vide, le coefficient de traînée de Zuber & Ishii (1979) donné par la relation (4.23). La simulation *ZDM2SIM1* a été réalisée à l'aide du coefficient de traînée qui fait intervenir le taux de vide et a été proposé également par Zuber & Ishii (1979) :

$$C_D = \frac{2}{3} E\dot{\alpha}^{0.5} (1 - \alpha)^{-1.7} \quad (4.20)$$

Enfin, dans la troisième simulation nommée *ZDM2SIM2*, nous avons testé la formulation du coefficient de traînée proposée par Chahed *et al.* (2004) (voir chapitre 2). Son expression s'écrit :

$$C_D = C_{D0} \left(1 - \frac{4}{\frac{2}{\pi} \gamma^3 \eta^2} \alpha^{\frac{2}{3}}\right)^{-2} \quad (4.21)$$

avec  $\eta = \left[\frac{\pi}{6}\right]^{\frac{1}{3}}$  et  $\gamma$  le coefficient d'aplatissement défini comme le rapport de la longueur

du petit axe sur celle du grand axe d'une bulle ellipsoïdale. Ce coefficient est pris égal à  $\gamma = 0.46$  comme dans le travail de Garnier (2001), qui correspond à l'ordre de grandeur des quelques estimations visuelles dont on dispose.  $C_{D0}$  est le coefficient de traînée de la bulle isolée calculé par la formule (4.17). Le tableau suivant présente les différentes simulations de la zone de mélange diphasique zdm2.

**Tableau 4. 6: Simulations de la zone de mélange diphasique zdm2: sensibilité au coefficient de traînée**

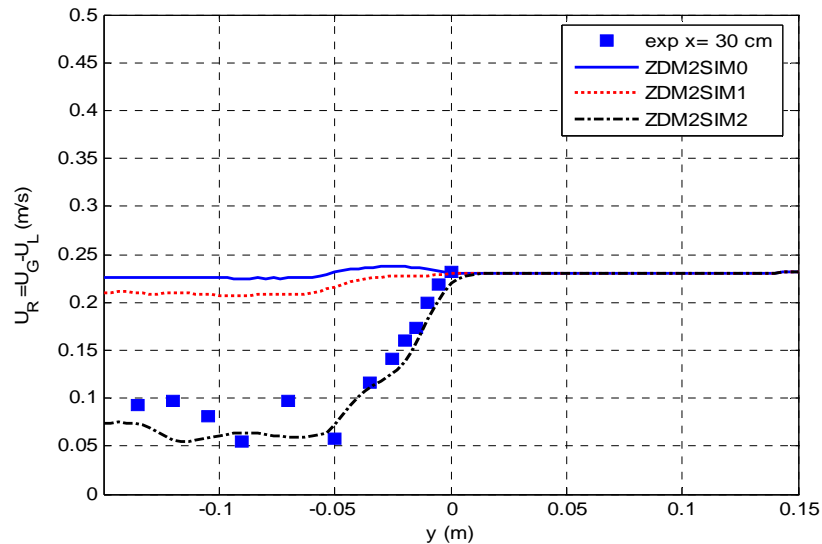
Simulations	Termes non linéaires $C_{11} = C_{22}$	Force de portance $C_L$	Force de Masse ajoutée $C_M$	Loi de traînée
<i>ZDM2SIM0</i>	3-9	0.25	0.5	Eq. (4.17)
<i>ZDM2SIM1</i>	3-9	0.25	0.5	Eq. (4.20)
<i>ZDM2SIM2</i>	3-9	0.25	0.5	Eq. (4.21)

## 4.6.2 Profils des vitesses relatives des bulles

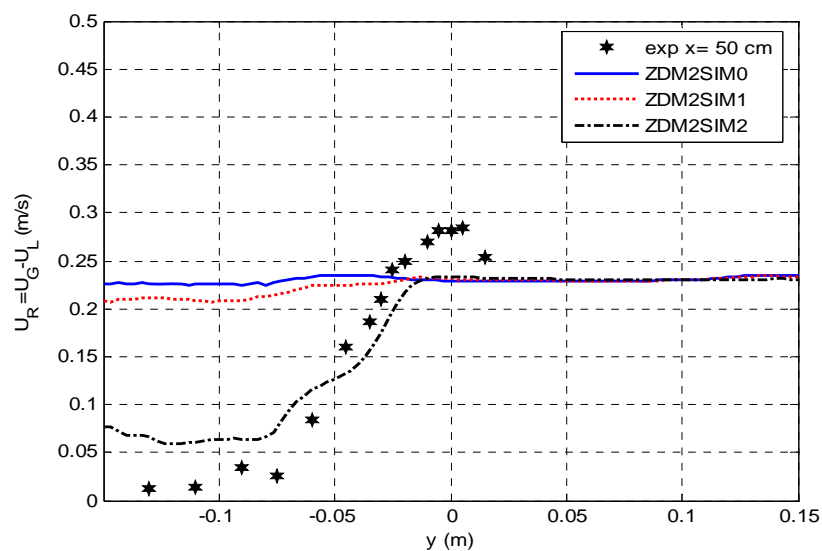
Les trois simulations présentées dans cette section sont réalisées avec les mêmes conditions de calcul sauf en ce qui concerne les coefficients de traînée. L'effet du



changement de loi de traînée doit d'abord avoir des conséquences sur le calcul des vitesses relatives. Nous présentons donc tout d'abord sur les figures (4.42) et (4.43) les comparaisons entre les résultats des trois simulations et les résultats expérimentaux dans les sections où on dispose de données complètes ( $x = 30$  et  $50$  cm).



**Figure 4. 42: Profils de vitesse relative dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.30$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).**



**Figure 4. 43: Profils de vitesse relative dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.50$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).**

Les profils expérimentaux de la vitesse relative indiquent de fortes réductions du glissement dans les régions de forts taux de vide. La simulation avec la loi de traînée

d'une bulle isolée (*ZDM2SIM0*) produit, comme dans les simulations précédentes de la couche de mélange à faible taux de vide, des vitesses relatives quasiment uniformes qui ne concordent pas avec les données expérimentales dans la zone diphasique où les taux de vide sont relativement importants. Les résultats de la simulation *ZDM2SIM1*, réalisée avec la loi fonction du taux de vide proposée par Zuber & Ishii (1979), restent assez éloignés des données expérimentales. Les vitesses relatives dans les différentes sections  $y$  restent largement surestimées. La loi de traînée proposée par Chahed *et al.* (2004) permet de reproduire l'influence des interactions hydrodynamiques à forts taux de vide sur le glissement. Les profils produits par la simulation sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux.

A titre indicatif, nous représentons sur la figure 4.44 les profils transversaux des trois coefficients de traînée utilisés dans ces simulations dans la section  $x = 30 \text{ cm}$ . Nous remarquons, que le coefficient de traînée proposé par Chahed *et al.* (2004) est largement supérieur au deux autres coefficients de traînée proposés par Zuber & Ishii (1979). Cette augmentation de la valeur du coefficient de traînée permet de reproduire les vitesses relatives dans cet écoulement diphasique à fort taux de vide. Rappelons que Chahed *et al.* (2004) indiquent que la loi de traînée est valable pour des taux de vide allant jusqu'à près de 15 %.

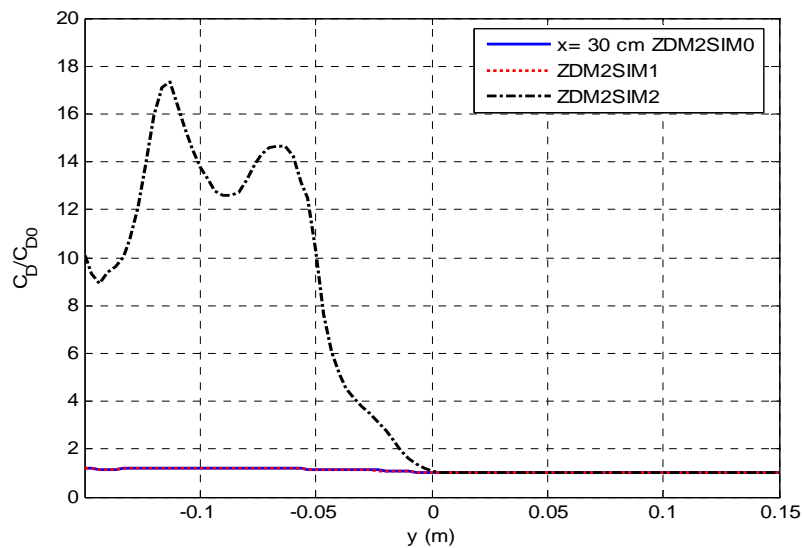


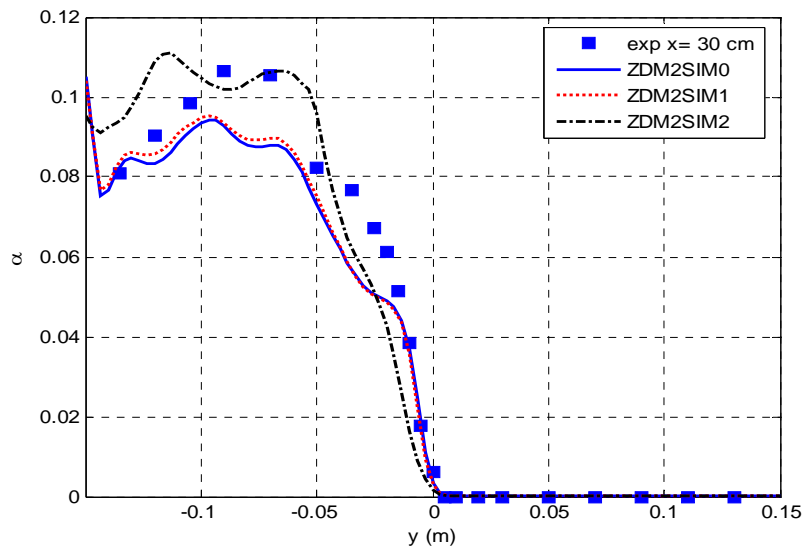
Figure 4. 44: comparaison des profils des rapports des trois coefficients de traînée dans la section  $x=0.30 \text{ m}$  utilisés dans les simulations de *zdm2*.

### 4.6.3 Profils de taux de vide

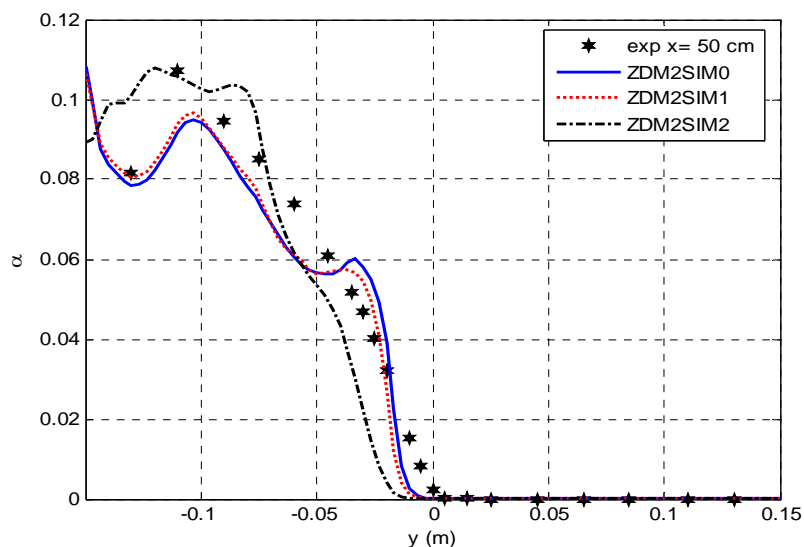
La vitesse relative va avoir un effet direct sur le calcul du taux de vide. Le taux de présence du gaz dépend du débit injecté mais dépend aussi du glissement des bulles qui,

par un effet purement cinématique, détermine en quelque sorte le temps de résidence des bulles ou leur taux de présence. La distribution du taux de vide est également déterminée par les forces exercées sur la bulle.

Nous présentons sur les figures (4.45) et (4.46) les profils de taux de vide dans les deux sections  $x = 30$  et  $50$  cm. Les résultats de simulations sont comparés aux résultats expérimentaux.



**Figure 4. 45: Profils de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.30$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).**



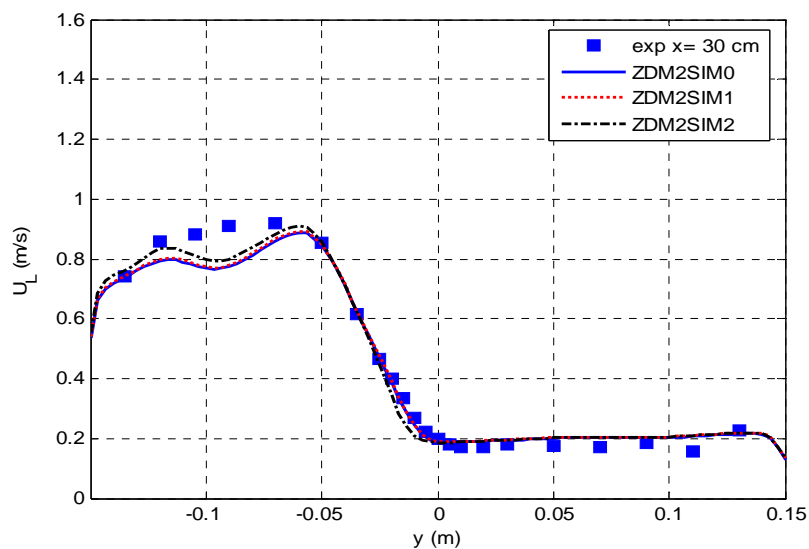
**Figure 4. 46: Profils de taux de vide dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.50$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).**

Les résultats des simulations montrent que la distribution de taux de vide est très sensible à la loi de traînée utilisée. D'une façon générale, les simulations *ZDM2SIM0* et *ZDM2SIM1*, qui produisent des glissements supérieurs aux glissements mesurés dans la zone de forts taux de vide, sous-estiment dans le même temps les taux de vide dans les deux sections. La simulation *ZDM2SIM2*, qui produit des vitesses relatives qui concordent avec les mesures produit également les niveaux de taux de vide observés dans la zone de forts taux de vide.

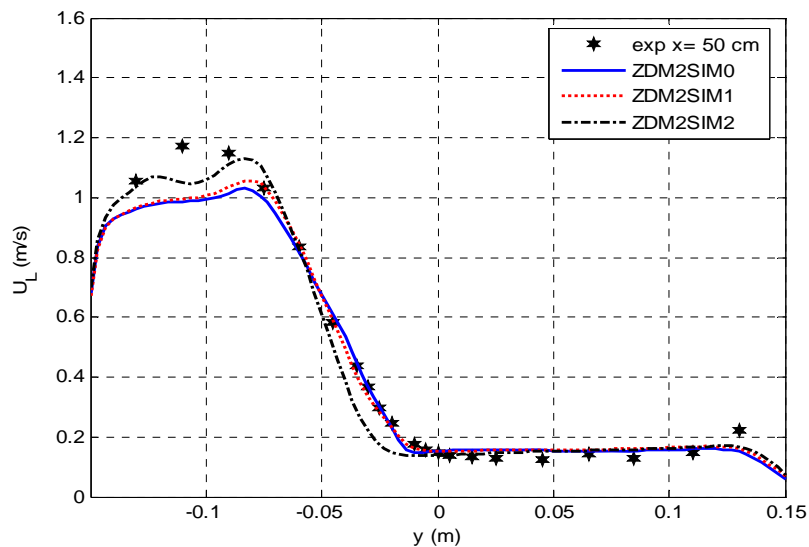
La distribution transversale du taux de vide est déterminée par le bilan des forces avec les coefficients ajustés dans les calculs de la couche de mélange à faible taux de vide. On remarque donc, que lorsqu'on réussit à bien reproduire le glissement des bulles (Simulation *ZDM2SIM2*) ces coefficients permettent d'obtenir une bonne concordance entre les simulations et les expériences.

#### 4.6.4 Profils de vitesse moyenne

On examine dans cette section les structures des champs de vitesse moyenne du liquide produites par les trois simulations. Les figures (4.47) et (4.48) présentent une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux dans les deux sections  $x = 30$  et  $50$  cm.



**Figure 4.47: Profils de vitesse moyenne dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.30$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).**



**Figure 4. 48: Profils de vitesse moyenne dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.50$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).**

L'examen des figures (4.47) et (4.48) montre que les profils de vitesse moyenne dans le liquide dépendent nettement de la prédiction du taux de présence. D'une façon générale comme dans le premier écoulement à plus faible taux de vide, le modèle rend bien compte de l'accélération du liquide dans les noyaux à bulles sous l'effet de l'allègement du mélange diphasique. De même dans les noyaux monophasiques, la décélération est bien générée. Cependant, les simulations qui surestiment la vitesse relative des bulles, sous-estiment dans le même temps le taux de vide et produisent des vitesses moyennes du liquide plus faibles en comparaison avec les valeurs mesurées dans les noyaux diphasiques, (*ZDM2SIM0* et *ZDM2SIM1*). Ce résultat est dû à la sous-estimation de l'effet de flottabilité fortement lié à la prédiction du taux de présence qui est sous-estimée dans la zone diphasique. La simulation *ZDM2SIM2* qui réussit à reproduire la réduction du glissement améliore la prédiction du taux de vide et produit des profils de vitesse moyenne qui concordent mieux avec les résultats expérimentaux. En frontière de la zone diphasique, les gradients de vitesse, et donc la largeur de la zone de mélange, sont assez bien reproduits.

#### 4.6.5 Profils de turbulence

Nous confrontons dans les figures (4.49) et (4.50), les résultats numériques des trois simulations présentés dans le tableau 4.6 avec les résultats expérimentaux concernant l'énergie cinétique turbulente totale dans la zone de mélange diphasique à fort taux de vide successivement dans les sections  $x = 30$  et  $50$  cm.

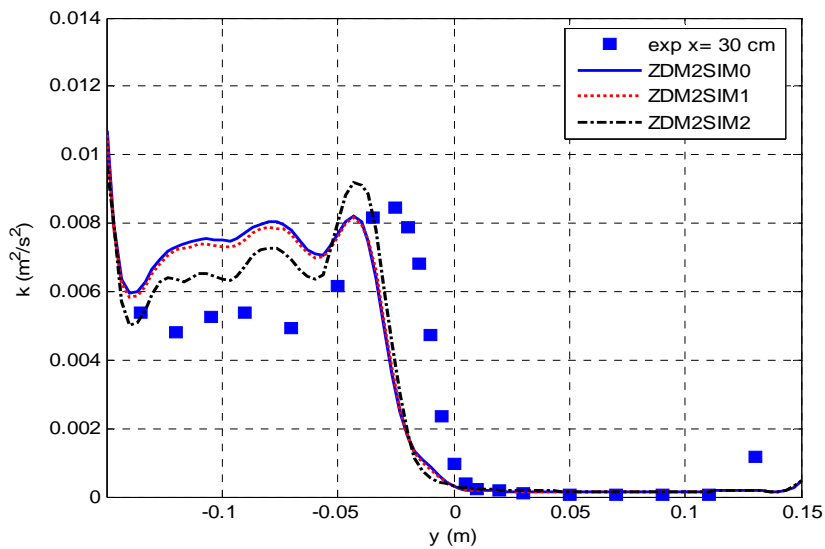


Figure 4. 49: Profils de l'énergie turbulente totale dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.30$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).

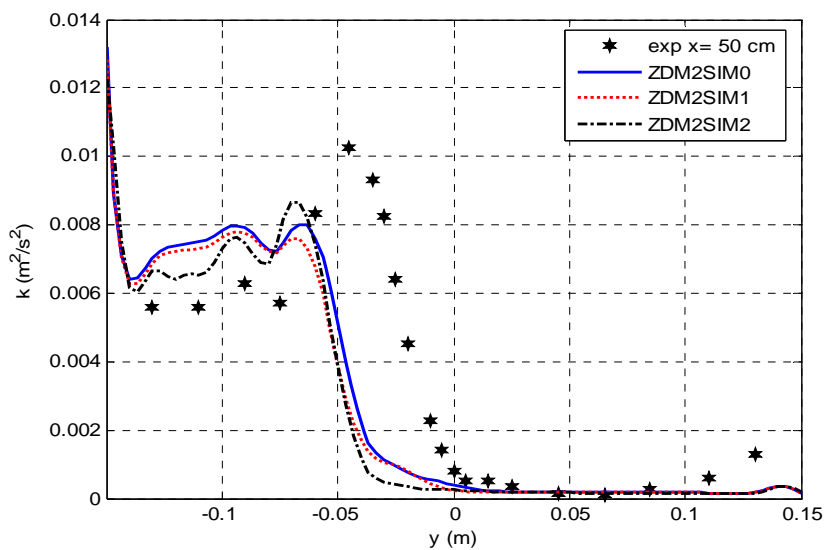


Figure 4. 50: Profils de l'énergie turbulente totale dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.50$  m. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux (zdm2).

Les figures (4.49) à (4.50) montrent que les niveaux d'énergie cinétique turbulente totale sont bien reproduits dans les noyaux monophasiques. Dans les noyaux diphasiques, ces niveaux d'énergie sont également correctement reproduits. La simulation *ZDM2SIM2* qui restitue le mieux le champ de taux de vide, produit en même temps les profils de vitesse dont les accélérations concordent le mieux avec l'expérience. Le cisaillement est certainement mieux prédit et les résultats des simulations montrent qu'on a alors tendance à produire un pic de turbulence plus marqué que dans les autres essais. L'intensité de ce

pic, comme sa position ne sont cependant pas en concordance avec les données expérimentales. On note ainsi un fort décalage transversal entre les profils d'énergie turbulente totale simulés et mesurés. Cela nous semble provenir de valeurs trop faibles des termes sources en énergie cinétique d'agitation.

Afin d'analyser l'origine de ce décalage nous avons tout d'abord tracé sur les figures (4.51 et 4.52) les profils d'énergie cinétique turbulente  $k_0$  et de viscosité turbulente en  $x = 50\text{cm}$  pour les trois simulations. Les profils de la partie turbulente de l'énergie cinétique turbulente indiquent l'apparition d'un pic dans la zone de gradient de vitesse en relation avec la production par les gradients de vitesse moyenne. Ce pic est plus important dans la simulation *ZDM2SIM2* et améliore la prédiction de l'énergie cinétique totale dans cette zone. Si on constate bien qu'un maximum de  $k_0$  est produit dans la zone cisailée, et qu'il se renforce dans l'essai *ZDM2SIM2* par rapport aux autres simulations (figure 4.51), ce pic reste cependant assez modéré. Cela est en lien avec les valeurs également relativement peu augmentées de la viscosité turbulente par rapport à  $\nu_{t0}$  dans la zone de production de turbulence par le cisaillement (figure 4.52). Ces profils mettent effectivement en évidence la contribution des interactions interfaciales dans la modification de la structure de la turbulence par comparaison au cas monophasique. Dans la zone de fort taux de vide le montant de l'énergie pseudo-turbulente est important et la formulation (4.11) reproduit une augmentation de la viscosité turbulente diphasique. Celle-ci est alors de 2 à 3 fois  $\nu_{t0}$ . Mais dans la région de fort cisaillement, la formulation (4.11) produit une atténuation de la viscosité turbulente par rapport à  $\nu_{t0}$ . Cela limite donc les mécanismes de production de turbulence par cisaillement. Mais, en l'absence de mesures de cisaillement, il est difficile de conclure sur une éventuelle faiblesse du modèle de viscosité turbulente dans cet essai à fort taux de vide. D'autant plus que les écarts observés entre les mesures et les valeurs numériques de  $k$  peuvent également provenir de valeurs trop faibles du terme source de l'équation de  $k_s$ . Sur la figure 4.53 nous avons également reporté l'énergie cinétique pseudo-turbulente en différentes sections pour l'essai *ZDM2SIM2*. Ces profils sont marqués par un transport transversal important de  $k_s$  et une diffusion assez faible. Dans sa version actuelle ce terme de production associé à la puissance de la force de masse ajoutée est très faible. Ce terme pourrait être reformulé sous une forme un peu différente et qui prendrait en compte la différence des accélérations particulières du liquide et du gaz. On pourrait ainsi écrire ce terme source :

$$C_M \alpha \overline{U_{Ri}} \left[ \frac{d\overline{U_{Gi}}}{dt} - \frac{D\overline{U_{Li}}}{Dt} \right] \text{ au lieu de } \frac{C_M}{2} \frac{D}{Dt} \left( \overline{\alpha U_R^2} \right) \text{ en considérant la puissance}$$

développée par la force de masse ajoutée dans le mouvement relatif.

Il resterait à voir si une telle expression pourrait donner des termes actifs dans la zone de frontière entre l'écoulement à bulles et l'écoulement monophasique, où des gradients

marqués de  $\alpha$  et de  $\overline{U_R}$  existent. Faute de temps cette idée n'a pas pu être testée avant la fin de la rédaction de ce manuscrit.

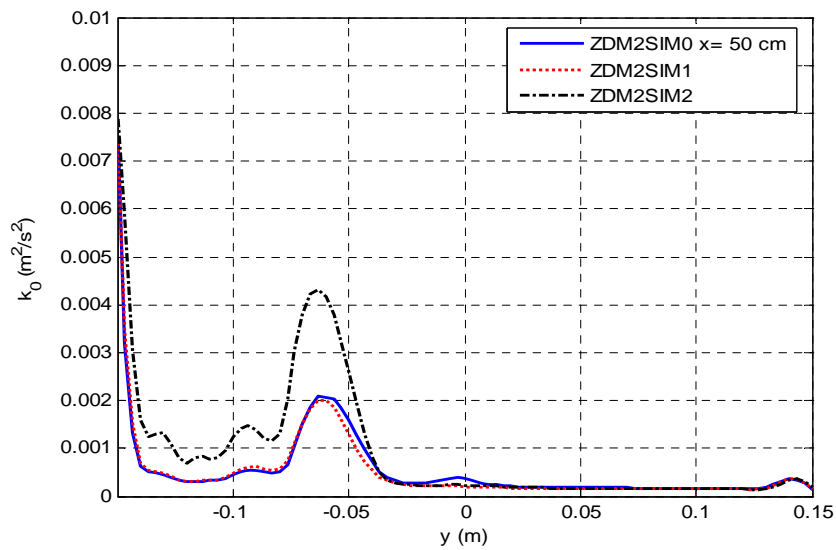


Figure 4. 51: Profils de l'énergie turbulente  $k_0$  dans l'écoulement de zone de mélange à bulle à  $x=0.50m$ .

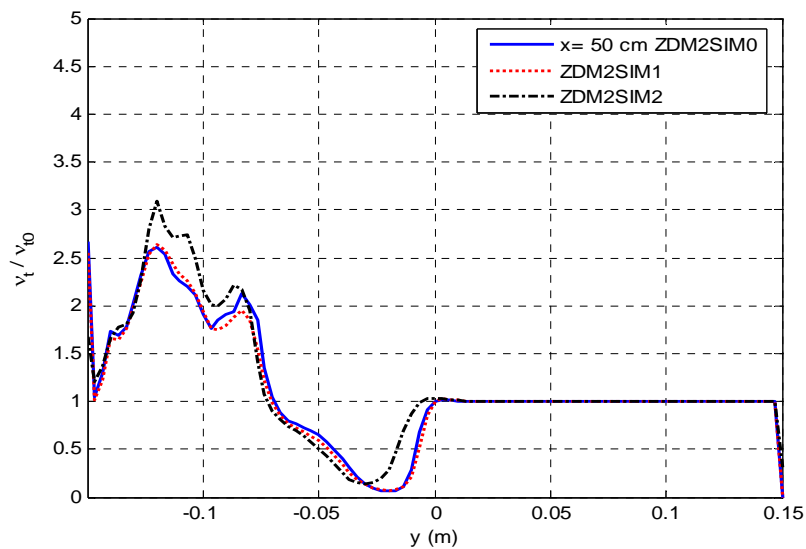
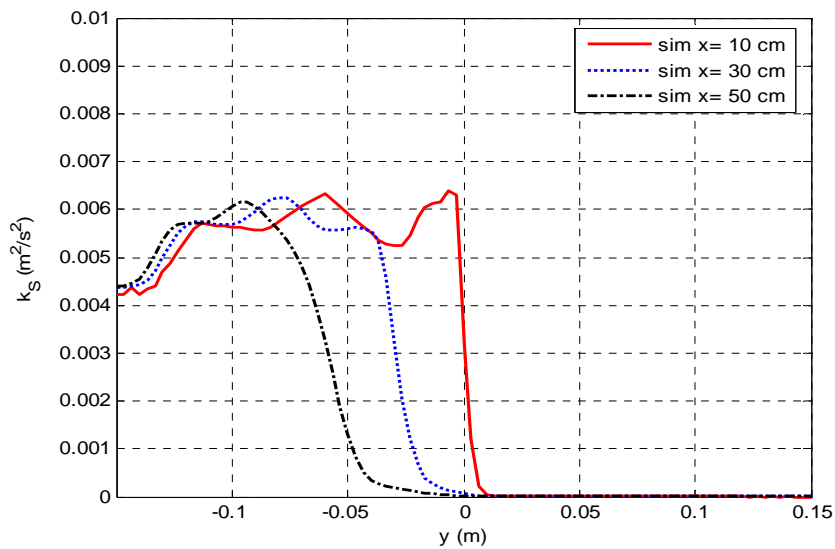


Figure 4. 52: Profils du rapport des viscosité  $v_t / v_{t0}$  dans l'écoulement de zone de mélange à bulle zdm2 à  $x=0.50 m$ .





**Figure 4. 53: Profils de l'énergie pseudo-turbulente  $k_S$  dans l'écoulement de zone de mélange à bulle pour la simulation *ZDM2SIM2*.**

#### 4.6.6 Transfert de masse

Nous avons évoqué dans le chapitre 3 les problèmes de mesure de la concentration dans cette zone de mélange diphasique *zdm2*. Nous pensons que cette difficulté est due à un décalage introduit par la chaîne de mesure entre deux expériences. Aussi avons-nous réalisé des simulations en introduisant comme concentration en entrée le profil expérimental simplement décalé pour que les concentrations dans le noyau monophasique soient identiques à celles des autres profils (figure 4.54).

La comparaison des résultats des simulations et des mesures de concentration dans les sections  $x = 30$  et  $50\text{cm}$  montre que, dans cet essai également, un accord raisonnable est obtenu lorsqu'on utilise le modèle de Brauer pour le transfert interfacial de masse (figures 4.55 et 4.56). Mais ces résultats montrent aussi qu'il est impératif de prédire correctement le mouvement relatif moyen pour que ce modèle de transfert interfacial de masse donne des résultats corrects pour le champ de concentration. L'essai *ZDM2SIM2* est en effet celui qui reproduit au mieux les concentrations dans le noyau à bulles. Sur les profils de concentration on retrouve un décalage transversal entre les résultats des simulations et des expériences similaire aux décalages observés sur les autres grandeurs.

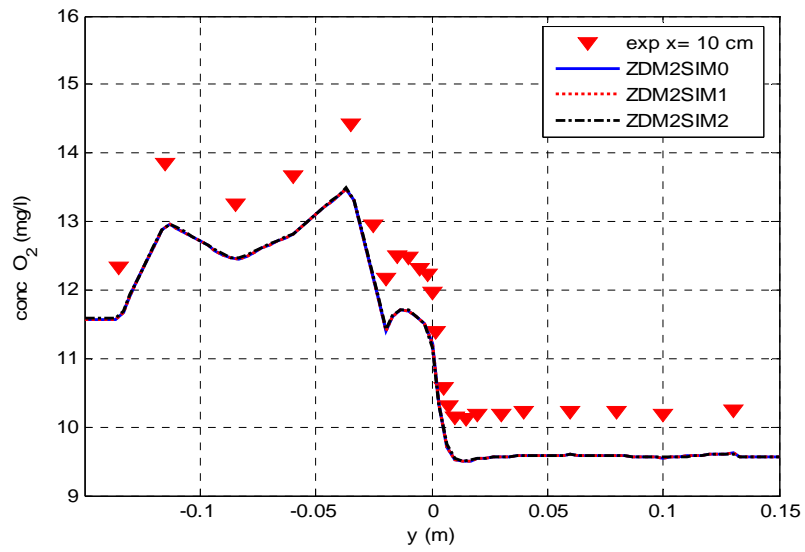


Figure 4. 54 : Profils de la concentration moyenne d'oxygène dans la section d'entrée de calcul dans les trois simulations. Comparaison avec les données expérimentales à  $x=10$  cm.

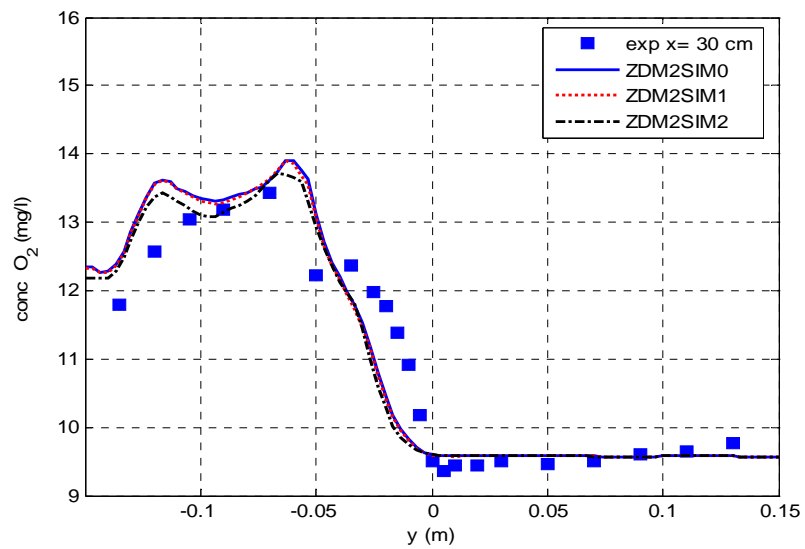


Figure 4. 55 : Profils de la concentration moyenne d'oxygène dans la section à  $x=30$  cm dans les trois simulations. Comparaison avec les données expérimentales.

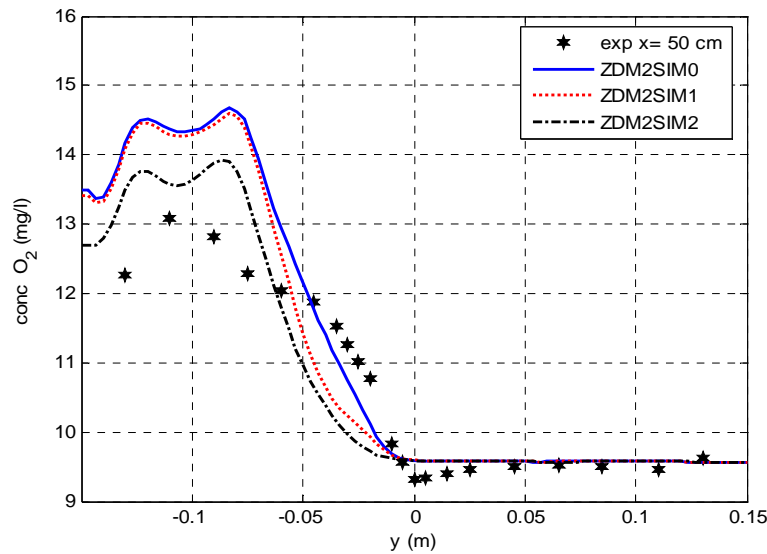


Figure 4. 56 : Profils de la concentration moyenne d'oxygène dans la section à  $x=50$  cm dans les trois simulations. Comparaison avec les données expérimentales.

## 4.7 Conclusions du chapitre 4

La mise en œuvre du modèle à deux fluides dans la simulation des écoulements diphasiques de zone de mélange à faible et à fort taux de vide nous a permis tout d'abord de tester le modèle de turbulence dans des écoulements inhomogènes où la pseudo-turbulence est importante. Un test de sensibilité a permis de montrer que le rôle de la turbulence et des forces interfaciales est important en ce qui concerne la prédiction de la distribution des phases. Ce résultat était connu, mais se confirme, et montre que dans la zone de mélange il serait intéressant de mettre en œuvre un modèle de dispersion des bulles, quitte à tester un modèle de type Tchen-Hinze avec les différentes échelles de la turbulence introduites par le modèle. Dans nos écoulements, nous pensons que les écarts observés entre l'énergie cinétique turbulente mesurée et les résultats du modèle proviennent de la formulation de l'équation de  $k_s$ . Nous souhaitons tester une autre formulation de cette équation qui prenne en compte un terme source où la puissance de la force de masse ajoutée intervient mais est reformulée. L'écoulement zdm2, dans lequel de forts gradients des vitesses relatives et de fortes accélérations ont été observés nous semble adéquat pour tester cette proposition. La qualité des prévisions du champ hydrodynamique dans les deux cas, permet d'avoir une bonne reproduction des champs de concentration avec le modèle de Brauer (1979) pour le coefficient de transfert interfacial de masse. La loi qui donne ce coefficient est proche de celle applicable dans le cas d'une bulle isolée. Mais dans l'essai zdm2, comme la vitesse relative dépend du taux de vide, une modulation du coefficient de transfert de masse par le taux de vide est donc

indirectement introduite. La représentation des effets de transport diffusif de la concentration reste, quant à elle, à améliorer.

## Chapitre 5 :

# Conclusion générale

---

Au terme de ce travail, un bilan s'impose, avant d'explorer les perspectives.

L'objectif scientifique de cette thèse était de démontrer la capacité d'un modèle Eulérien à deux fluides à reproduire le comportement hydrodynamique et les transferts ainsi que le transport de concentration dans un écoulement à bulles de zone de mélange turbulente soumise à des effets de flottabilité. Il s'agissait notamment d'identifier les lois de fermeture nécessaires, et de désigner les mécanismes importants pour reproduire les caractéristiques d'un écoulement proche de configurations industrielles.

Pour mener à bien cette recherche nous avons réalisé tout d'abord un travail d'exploration et d'analyse expérimentale. Ce travail a été conçu pour explorer des écoulements turbulents gaz-liquide, qui mettent en jeu des phénomènes de mélange et de transfert de matière. Nous nous sommes intéressés à des écoulements turbulents, dans lesquels le transfert de masse est contrôlé par la phase liquide, et où les bulles ont un mouvement relatif à grand nombre de Reynolds (de l'ordre de 100-600). Nous avons choisi d'étudier deux écoulements proches de situations industrielles et suffisamment contrastés, avec des taux de vide allant de 2 à 11%, pour permettre de donner des poids différents aux divers mécanismes qui interviennent dans le transfert de masse et le mélange. Ces expériences ont été réalisées sur une installation de l'IMFT construite au cours de la thèse de Larue de Tournemine (2001). Plusieurs techniques de mesure ont été mises en œuvre pour caractériser, par des mesures locales, l'hydrodynamique dans les deux phases et le champ de concentration en oxygène dissous dans l'eau. Ainsi, une base de donnée complète et détaillée a été constituée. Elle est d'ailleurs fournie en annexe.

Dans ces écoulements de référence les mécanismes respectifs de production de la turbulence et de la pseudo turbulence sont contrastés. Ils sont donc particulièrement intéressants du point de vue de la validation des modèles de turbulence et de transfert de masse en écoulements gaz-liquide à bulles.

La simulation numérique de ces écoulements a, ensuite, permis de montrer que le modèle Eulérien à deux fluides développé à l'ENIT et à l'IMFT est à même de reproduire

correctement ces écoulements. Il y a plusieurs conditions nécessaires à cela. Tout d'abord l'introduction d'un modèle de turbulence à deux échelles de temps est nécessaire. Ce modèle prend en compte les effets spécifiques des bulles sur la modification de la turbulence, via des modifications des mécanismes de base. Ensuite, il s'agit de reproduire correctement la distribution des bulles et leur vitesse relative, ce qui nécessite des lois d'échange de quantité de mouvement aux interfaces adaptées. Enfin, du point de vue des champs de concentration prévus par le modèle, leur qualité dépend fortement des lois d'échange aux interfaces. Ces lois sont assez mal connues en écoulement turbulent à bulles, et dans notre travail nous n'avons pu que constater que l'une des lois issues de la littérature semblait particulièrement bien adaptée à nos régimes d'écoulements (Brauer, 1979). La distribution des concentrations est également sensible à son transport diffusif, mais de ce point de vue nous n'avons testé qu'une loi de diffusion analogue à celle des grandeurs scalaires du modèle de turbulence existant. Un travail annexe sur le transport turbulent en écoulement monophasique constitue une première piste pour essayer de comprendre comment aller vers d'autres modèles de diffusion turbulente d'un scalaire en écoulement à bulles en s'appuyant sur une modélisation des équations de transport des flux turbulents du scalaire.

J'ai mené ce travail de thèse entre deux rives de la Méditerranée. J'ai à peu près partagé mon temps entre l'ENIT et l'IMFT, ce qui a demandé une organisation particulière de ce travail. Cela m'a parfois amené à faire des choix, liés notamment à l'inertie de la remise en route d'une installation expérimentale au delà de 3 à 6 mois d'arrêt de fonctionnement. Certaines pistes ouvertes durant ce travail n'ont ainsi pas forcément abouti, d'autres ne sont pas incluses, faute de temps, dans ce manuscrit (analyse spectrale des signaux de vitesse en phase liquide par exemple). J'ai réalisé des expériences dans une configuration présentant un cisaillement en entrée plus intense que dans les cas présentés ici, et à faible taux de vide (1.2%). L'objectif de ces mesures complémentaires est de voir si le transfert de masse pourrait être modulé de manière marquée par des variations des échelles de la turbulence en écoulement à bulles, celles-ci variant de façon schématique des échelles produites uniquement par le cisaillement moyen aux échelles liées au mouvement relatif des bulles. Ces mesures réalisées en fin de thèse n'ont pas encore été analysées.

D'autre part et compte tenu de l'importance de la distribution des tailles des bulles dans les phénomènes de transfert en milieu gaz-liquide, il nous paraît indispensable, à terme, de prendre en compte la distribution des diamètres pour mieux préciser la formulation des forces interfaciales et aboutir à une meilleure représentation de la distribution des bulles. Pour y parvenir il faudrait construire des modèles à  $N+1$  fluides ( $N$  dispersions de tailles différentes et la phase continue). Une telle démarche mécaniste, bien que théoriquement envisageable, pose le problème de la modélisation des interactions entre la phase continue et les différentes classes de la dispersion (interactions avec le champ moyen et fluctuant) et la description des échanges entre les  $N$  dispersions (interactions hydrodynamiques,

coalescence, rupture). Ces difficultés renvoient à la nécessité de développer de nouvelles expériences pour soutenir l'effort de modélisation dans ce domaine.

Cependant, dès maintenant, l'intégration d'une approche plus phénoménologique permet d'élargir le champ d'application des modèles à deux fluides monodisperses à une population de bulles présentant une certaine distribution de tailles mais aussi de formes. Il s'agit d'une façon générale de modéliser une équation de transport d'un paramètre représentant la dispersion (aire interfaciale, modèles de population etc...). Le retour attendu d'une telle démarche est d'abord de mieux représenter les aires d'échange interfacial et donc les flux interfaciaux. Ensuite l'information recueillie à partir d'une telle modélisation peut être utilisée pour mieux représenter les échanges de quantité de mouvement aux interfaces et les effets de la distribution de taille de bulles sur la structure de l'écoulement. C'est dans cette perspective que s'intègre l'ensemble des travaux menés en collaboration entre l'ENIT, l'IMFT et le LIPE de l'INSA de Toulouse sur la modélisation des réacteurs gaz-liquide.

## Bibliographie

---

- Abbas M., 2004. Analyse expérimentale de la diffusion d'une concentration en oxygène en écoulement diphasique dispersé à bulles. Rapport de master IMFT.
- Antal S.P, Lahey JR, Flaherty J.E, 1991. Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 5, pp. 635-652.
- Auton T. R., Hunt J. C. R., Prud'Homme M., 1988. The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow. *J. Fluid Mech.*, vol. 197, pp. 241-257.
- Banerjee, S., Rhodes, R. & Scott, D. S., 1968. Mass transfer to falling wavy liquid films in turbulent flows. *Ind. Engng Chem. Fund.* 7, 22–26.
- Batchelor G. K., 1972. Sedimentation in a dilute dispersion of spheres. *J. Fluid Mech.*, vol. 52, pp. 245-268.
- Bejan, A. , 1993. Heat Transfer. John Wiley & Sons, Inc.
- Bel F'dhila R., 1991. Analyse expérimentale et modélisation d'un écoulement vertical à bulles dans un élargissement brusque. Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Bel F'dhila R., Simonin O., 1992. Eulerian prediction of a turbulent bubbly flow downstream of a sudden pipe expansion. 6<sup>th</sup> Workshop on Two-phase flow predictions, 30 march-2 April, Erlangen.
- Bel F'dhila, R., Duineveld, P.C., 1996. The effect of surfactant on the rise of spherical bubble at high Reynolds and Peclet numbers. *Phys. Fluids* 8 (2), pp. 310-321.
- Bellakhal G., 2005. Modélisation des écoulements turbulents à bulles. Thèse de doctorat de l'ENIT et de l'INP de Toulouse.
- Bellakhal G., Chahed J., Masbernat L., 2004-a. Analysis of the turbulence structure in homogeneous shear bubbly Flow using a turbulent viscosity model. *Journal of Turbulence* 5, 036.
- Bellakhal G., Chahed J., Masbernat L., 2004-b. k-Omega turbulence model for bubbly flows. 5th International Conference on Multiphase Flow, ICMF'05, Yokohama, Japan,



- May 30–June 4, Paper No. 319.
- Biesheuvel A., Van Wijngaarden L., 1984. Two-phase flow equation for a dilute dispersion of gas bubbles in liquid. *J. Fluid Mech.*, vol. 148, pp. 301-318.
- Bird R.B., Stewart W.E. et Lightfoot E.N., 1960. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, New York.
- Blanco A., Magnaudet J., 1995. The structure of the axisymmetric high Reynolds number flow around an ellipsoidal bubble of fixed shape. *Phy. of Fluids*, 7.
- Brauer, H., 1979. Particle/fluid transport processes . *Progress in Chemical Engineering* 17, 61–99.
- Brenner H., 1963. Forced convection heat and mass transfer at small Peclet numbers from a particle of arbitrary shape. *Chem. Eng. Sci.*, 18, pp. 109-122.
- Browand F. K., Weidman P. D., 1976. Large scales in the developing mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 76, part 1, pp. 127-144.
- Buscaglia, G., Bombardelli A., Garcia H., 2002. Numerical modeling of large-scale bubble plumes accounting for mass transfer effects. *International Journal of Multiphase Flow*, 28, pp1763-1785.
- Chahed J., 1999. Forces interfaciales et turbulence dans les écoulements à bulles : Modélisation et étude de cas de référence. Thèse de Doctorat ès Sciences de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis.
- Chahed J., Bellakhal G., Masbernat L., 2004. Turbulence and pseudo-turbulence modelling in low and high void fraction bubbly flows. 5th International Conference on Multiphase Flow, ICMF'05, Yokohama, Japan, May 30–June 4, Paper No. 318.
- Chahed J., Colin C., Masbernat L., 2002. Turbulence and phase distribution in bubbly pipe flow under micro-gravity condition. *J. Fluid Eng.*, vol. 124(4), pp. 951-956.
- Chahed J., Roig V., Mabernat L., 2003. Eulerian-Eulerian two-fluid model for turbulent bubbly flows. *Int. J. of Multiphase Flow*, vol.29 (1), pp.23-49.
- Clark N. N., Turton R., 1988. Chord length distributions related to bubble size distributions in multiphase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 14, No. 4, pp. 413-424.
- Clift R., Grace J. R., Weber M. E., 1978. *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, New York.
- Cockx A., 1997. Modélisation de contacteurs gaz-liquide : Application de la mécanique des fluides numériques aux airlifts. Thèse de Doctorat INSA Toulouse.
- Cockx A., Do-Quang Z., Line, A., Roustan, M., 1999. Use of computational fluid dynamics

- for simulating hydrodynamics and mass transfer in industrial ozonation towers. *Chem. Engng. Science*, 54, 5085.
- Cockx A., Line A., Roustan M., Do-Quang Z., Lazanova V., 1997. Numerical simulation and physical modelling of the hydrodynamics in an air-lift internal loop reactor. *Chem. Engng. Science*, 52, pp. 3787-3793.
- Cuenot B., Magnaudet J., Spennato B., 1997. The effects of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble. *J. Fluid Mech.*, vol. 339, pp. 25-53.
- Danckwerts P.V. 1951. Significance of liquid-film coefficients in gas absorption. *Industrial and Engineering Chemistry*, vol. 43, n° 6, p 1460-1467.
- Dani, A. Cockx, A., Guiraud, P., 2006. Direct numerical simulation of mass transfer from spherical bubbles : the effect of interface contamination at low Reynolds numbers. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*. Vol.4, A2.
- Delhaye J.M., 1968. Film chaud en écoulement diphasique. *C.R. Acad. Sc. Paris*, t.266.
- Deutsch E., Simonin O., 1991. Large eddy simulation applied to the motion of particles in stationary homogeneous fluid turbulence. *Int. Symp. on Turbulence Modification in Multiphase Flows*, June 23-26, Portland.
- Deutsch E., 1992. Dispersion des particules dans une turbulence homogène isotrope stationnaire calculée par simulation numérique directe des grandes échelles. *These de Doctorat IMFT*.
- Drew D. A., 1983. Mathematical modelling of two-phase flow », *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 15, pp. 261-291.
- Drew D.A., Lahey R.T., 1982. Phase distribution mechanisms in turbulent low-quality two-phase flow in circular pipe. *J. Fluid Mech.*, vol. 117, pp. 91-106.
- Drew D.A., Wood R.T., 1985. Overview and taxonomy of models and methods for workshop on two-phase flow fundamentals. *National bureau of standards, Gaithersburg, Maryland*, September 22-27.
- Eames I., Bush J. W. M., 1999. Longitudinal dispersion by bodies fixed in a potential flow. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 455, pp. 3665–3686.
- Ellingsen K., 1998. Hydrodynamique des écoulements pilotés par l'ascension de bulles d'air virevoltantes. *Thèse Spécialité : Mécanique des Fluides*, Institut National Polytechnique de Toulouse, France.
- Ellingsen K., Risso F., 2001. On the rise of an ellipsoidal bubble in water; oscillatory paths and liquid-induced velocity. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 440, pp. 235-268.
- Esmaeeli A., Tryggvason G., 1999. Direct numerical simulations of bubbly flows. Part.2 Moderate Reynolds number arrays. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 385, pp 325-358.

- Farrar B., Bruun H. H., 1989. Interaction effects between a cylindrical hot-film anemometer probe and bubbles in air/water and oil/water flows. *J. Phys. Instrum.*, 22, 114-123.
- Fortescue, G. E. & Pearson, J. R. A. 1967. On gas absorption into a turbulent liquid. *Chem. Engng. Science*, 22, pp. 163–1176.
- Garnier C., Lance M., Marié J.L., 2002. Measurement of local flow characteristics in buoyancy-driven bubbly flow at high void fraction, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 26, pp. 811-815.
- Garnier C., 2001. Transfert de quantité de mouvement dans les écoulements à bulles denses homogènes pilotés par la gravité. Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon.
- Gatignol R., 1983. The Faxén formulae for a rigid particle in an unsteady non-uniform Stokes flow. *Journal de mécanique théorique et appliquée*. Vol.9, 143-160.
- Hadamard J. S., 1911. *C.R.A.S.*, Paris, vol. 152, pp 1735-1738.
- Hibiki T., Ishii M., 2000. One-group interfacial area transport of bubbly flows in vertical round tubes. *Int. J. Heat Mass Transfer* 43, 2711–2726.
- Higbie E. (1935), “The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure”. *Trans. AIChE*, vol. 31, p 365-389.
- Hinze J. D., 1975. *Turbulence*. 2<sup>ème</sup> édition, Mac Graw Hill, New York.
- Ishii M., 1975. *Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow*. Eyrolles, Collection de la Direction des Etudes et Recherche d'Electricité de France.
- Joshi J. B., 2001. Computational flow modelling and design of bubble column reactors. *Chemical Engineering Science*, 56 , pp. 5893–5933.
- Kamp A., 1996. *Ecoulements turbulents à bulles dans une conduite en micropesanteur*. Thèse Spécialité: Mécanique des Fluides, Institut National Polytechnique de Toulouse, France.
- Khinast J. G., Koynov A. A., Leib T. M., 2003. Reactive Mass Transfer at Gas-Liquid Interfaces: Impact of Micro-Scale Fluid Dynamics on Yield and Selectivity of Liquid-Phase Cyclohexane Oxidation. *Chem. Eng. Sci.* 58, pp. 3961–3971.
- Koynov A., Khinast J. G., Tryggvason G., 2005. Mass transfer and chemical reactions in bubble swarms with dynamic interfaces. *AIChE Journal*, vol. 51, n°10, pp. 2786-2800.
- Krishna R. and van Baten J.M., 2003. Mass transfer in bubble columns. *Catalysis Today* vol. 79–80 .pp. 67–75.
- Lahey R.T, Lopez de Bertodano M., 1991. The prediction of phase distribution using two-fluid models. *ASME/JSME Thermal Engineering proceeding*, vol. 2, pp. 193-200
- Lakehal D., Smith B. L., Milelli M., 2002. Large-eddy simulation of bubbly turbulent shear

- flows. *Journal of Turbulence* 3, 025.
- Lamb, 1932. *Hydrodynamics*. Dover Press, New-York.
- Lamont, J. C. & Scott, D. S., 1970. An eddy cell model of mass transfer into the surface of a turbulent liquid. *AIChE J.* 16, 513–519.
- Lance M., 1986. *Etude de la turbulence dans les écoulements diphasiques dispersés*. Thèse de doctorat ès Sciences, Université Claude Bernard, Lyon, France.
- Lance M., Bataille J., 1991. Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air water flow. *J. Fluid Mech.* 222, 95-118.
- Lance M., Lopez de Bertodano M., 1992. Phase distribution phenomena and wall effects in bubbly two-phase flows. *Third Int. Workshop on Two-Phase Flow Fundamentals*, Imperial College, London, June 15-19.
- Lance M., Marié J.L., Bataille J., 1991. Homogeneous turbulence in bubbly flows". *Journal of Fluids Engineering*, vol. 113, pp. 295-300.
- Larue de Tournemine A., 2001. *Etude expérimentale de l'effet du taux de vide en écoulements diphasiques à bulles*. Thèse Spécialité: Mécanique des Fluides, Institut National Polytechnique de Toulouse, France.
- Launder B.E., Reece G.J., Rodi W., 1975. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid mech.* 68, part 3, 537-566.
- Lee S.J., Lahey R.T., Jones O.C., 1989. The prediction of two phase turbulence and phase distribution phenomena using  $k - \epsilon$  model. *Japanese Journal of Multiphase Flow*, vol. 3, pp 335-368.
- Legendre D., Borée J., Magnaudet J., 1998. Thermal and dynamic aspects of the evolution of a spherical bubble moving steadily in a superheated or subcooled liquid. *Physics of fluids*, vol. 10 (6), pp. 1256.
- Legendre D., Magnaudet J., 1998. Interaction between two spherical bubbles rising side by side. *3th International Conference on Multiphase Flow*, Lyon, France.
- Legendre, D., 1996. *Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique*. Thèse de Doctorat. Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Fabre J., Legendre D., 2000. *Ecoulements diphasiques*. Cours ENSEEIHT.
- Levich, V. G., 1962. *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice-Hall.
- Liu T. J. and Bankoff S. G., 1990. Structure of air–water bubbly flow in a vertical pipe: I. Liquid mean velocity and turbulence measurements. *Int. J. Heat Mass Transfer* 36, 10, pp. 49–60

- Lopez de Bertodano M., Lee S.J., Lahey R.T., Drew D.A., 1990. The prediction of two-phase turbulence and phase distribution using a Reynolds stress model. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 112, pp. 107-113.
- Lopez de Bertodano M., Lee S.J., Lahey R.T., Jones O. C., 1994. Development of a  $k - \varepsilon$  model for bubbly two-phase flow. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 116, pp. 128-134
- Magnaudet J. and Eames I., 2000. The motion of high-reynolds-number bubbles in inhomogeneous flows. *Ann. rev. Fluid Mech.*, 32, pp. 659-708.
- Magnaudet J., Rivero M., Fabre J., 1995. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady staining flow. *J. Fluid. Mech.*, vol.284, pp. 97-135
- Mareuge I., Lance M., 1995. Bubble-induced dispersion of a passive scalar in bubbly flows. *Proceeding of the 2nd International Conference on Multiphase flow*, Kyoto, April 3-7.
- Maxey R., Riley J., 1983. Equation of motion for a small rigid sphere in non-uniform flow", *Phys. of Fluids*, vol. 26 (4), pp. 883-889.
- Merle A., 2004. Interaction d'une bulle sphérique avec un écoulement turbulent ou tourbillonnaire. Thèse de Doctorat à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- Mewes D., Wiemann D., 2003 Two-phase flow with mass transfer in bubble columns. *Chem. Eng. Technol.*, 26, pp. 862-868.
- Minier J. P., 1992. Construction de la trajectoire d'une particule dans un écoulement turbulent. *Electricité de France, Direction des Etudes et de Recherches*.
- Montes F. J., Galan M.A., Cerro R.L., 1999. Mass transfer from oscillating bubbles in bioreactors. *Chem. Eng. Sci.*, 54, pp. 3127-3136.
- Moore D. W., 1963. The boundary layer on a spherical gas bubble. *J. Fluid. Mech.*, vol.16, pp. 161-176.
- Moore, D.W., 1965. The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity. *J. Fluid Mech.*, vol.23, pp. 749-766.
- Morchain J., 2001. Validation of STAR CD CFD code on basic experiments. *Rapport BRITE 2001*.
- Morel C., 1997. Modélisation multidimensionnelle des écoulements diphasiques gaz-liquide. Application à la simulation des écoulements à bulles ascendants en conduite verticale. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Paris.
- Moursali E., Marié J.L., Bataille J., 1995. An upward turbulent bubbly layer along a vertical flat plate. *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 21, pp. 107-117.
- Mudde R. F., Saito T. 2001. Hydrodynamical similarities between bubble column and bubbly pipe flow. *J. Fluid Mech.* , vol. 437, pp. 203-228.

- Oxygen sensor manuel, Unisense. [www.unisense.com](http://www.unisense.com)
- Ponoth, S.S., McLaughlin, J. B., 2000. Numerical simulation of mass transfer for bubbles in water. *Chemical Engineering Science*, 55, pp.1237-1255.
- Ramirez J.A., Davis R. H., 1999. Mass transfer to a surfactant- covered bubble or drop. *AIChE J.*, 45, (6), pp. 1355-1358.
- Rietema K., Van Den Akker H.E.A., 1983. On the momentum equations in dispersed two phase systems. *Int. J. Multiphase Flow*, vol.9, N°1, pp.21-36.
- Rivero M., Magnaudet J., and Fabre J., 1991. Quelques résultats nouveaux concernant les forces hydrodynamiques sur une sphère solide ou une bulle sphérique. *C. R. Acad. Sci. Paris Série. II* 314, p. 1499.
- Roig V., 1993. Zones de mélange d'écoulements diphasiques à bulles. Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Roig V., Larue de Tournemine A., 2007. Measurement of interstitial velocity of homogeneous bubbly flows at low to moderate void fraction. *J. Fluid Mech.* , in press
- Roig V., Suzanne C., Masbernat L., 1998. Experimental investigation of a turbulent bubbly mixing layer. *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 24, pp. 35-54.
- Sato Y., Sadatomi L., Sekoguchi K., 1981. Momentum and heat transfer in two-phase bubbly flow. *Int. J. Multiphase Flow*. 7, pp.167-190.
- Sato Y., Sekoguchi K., 1975. Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow. *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 2, pp. 79-95.
- Savic P., 1953. Circulation and distortion of liquid drops falling through a viscous medium. National Research Council of Canada, Report No. MT-22.
- Serizawa A. and Kataoka I., 1990. Turbulence suppression in bubbly two-phase flow. *Nuc. Eng. Des.*, vol. 122, pp. 1-16
- Serizawa A., Kataoka I., Michiyoshi I., 1986. Phase distribution in bubbly flow. Data set N°24, Proceeding of the Second International Workshop on Two-phase Flow Fundamentals.
- Serizawa A., Kataoka I., Michiyoshi I., 1992. Phase distribution in bubbly flow. *Multiphase Science and technology*, vol. 6, Hewitt, G.F., Delhay J.M., Zuber N., Eds, Hemisphere Publ. Corp, pp. 257-301.
- Simonin O., 1991. Prediction of the dispersed phase turbulence in particle-laden jets. 4th Symposium on Gas-Solid Flows, ASME FED, Vol. 121, pp 197-206.
- Simonin O., 1990. Eulerian formulation for particle dispersion in turbulent two phase flow. 5<sup>th</sup> Workshop on Two-Phase Flow Predictions, 19-22 Mars, Erlangen, R.F.A.

- Simonin O., Viollet P.L. 1989. Numerical study on phase dispersion mechanism in turbulent bubbly flows. Int. Conf. on Mechanics of two-phase Flows, June 12-15, Taipei, Taiwan.
- Simonin O., Viollet P.L., 1990. Prediction of an oxygen droplets pulverization in a compressible subsonic coflowing hydrogen flow. Symposium on Numerical Methods for Multiphase Flows, June 4-7, Toronto, Canada
- Sokolochin A., Eigenberger G., Lapin A., 2004. Simulation of bouancy Driven Bubbly flow: Established simplifications and open questions. AIChE J., vol. 50, (1), pp. 24-45.
- Stuhmiller, 1977. The influence of interfacial pressure forces on the character of two-phase flow model equations. Int. J. Multiphase Flow, vol. 3, pp. 551-560.
- Takemura F. et Yabe A., 1999. Rising speed and dissolution rate of a carbon dioxide bubble in slightly contaminated water. J. Fluid Mech. 378, pp. 319-334.
- Tchen C. M., 1947. Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid. Thèse de Doctorat Technische Hogeschool Delft.
- Thai Van D., Minier J.P., Simonin O., Freydier P., Olive J., 1994. Multidimensional two-fluid model computation of turbulent dispersed two-phase flows. Numerical Method of Multiphase Flows, ASME, vol. 185
- Theofanous T. G., Houze R. N., Brumfield L. K. 1976. Turbulent mass transfer at free, gas-liquid interfaces, with applications to open-channel, bubble and jet flows. Intl J. Heat Mass Transfer 19, 613-624.
- Tomiyama A., 2004, Tomiyama, A. Drag, lift and virtual mass forces acting on a Single Bubble. 3<sup>rd</sup> International Symposium on Two-Phase Flow Modelling and Experimentation Pisa, 22-24 September.
- Tomiyama A., Tamaia H., Zunb I., Hosokawa S., 2002. Transverse migration of single bubbles in simple shear flows. Chemical Engineering Science, vol. 57, pp. 1849 – 1858.
- Tomiyama A., Zun I., Sou A., Sakaguchi T., 1993. Numerical analysis of bubble motion with the VOF method. Nuclear Engineering Design, vol. 141, pp. 69-82.
- Troshko A A and Hassan Y A 2001 A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows Int. J. Multiphase Flow 27 1965-2000.
- van Baten J.M. and Krisshna R., 2003. Comparaison of hydrodynamics and mass transfer in Airlift and bubble column reactors using CFD. Chemical Eng. Technol., vol.26, 10. pp.1094-1079.
- Vasconcelos, J. M. T., Orvalho, S. P., Alves, S. S., 2002. Gas-liquid mass transfer to single bubbles : effect of surface contamination. American Institute of Chemical Engineers Journal, 48 (6), pp. 1145-1154.

- Voinov O. V., 1973. Force acting on a sphere in an homogenous flow of an ideal fluid. *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 14, pp. 592-594;
- Wallis G. B., 1969. *One dimensional two-phase flows*. Mc Graw-Hill, New-York.
- Wang D. M., Issa R. I., 1992. Two phase turbulence modelling – A review. Technical report II-14, BRITE/EURAM, Projet BE 4098, September.
- Wang D. M., Issa R. I., Gosman A. D., 1994. Numerical prediction of dispersed bubbly flow in a sudden enlargement", *Num. Methods in Multiph. Flow*, vol. 185.
- Wang S.K, Lahey Jr R.T, Jones Jr O.C. 1987. Three dimensional turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two phase flows. *Int. J. Multiphase Flow*. 13 327-343.
- White, B. , Nepf, H. , 2003. Scalar transport in random cylinder arrays at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.* , vol. 487, pp. 43-79.
- Whitman W. G., 1929. The two film theory of gas absorption. *Chemical and Metallurgical Engineering*, 4, 146.
- Wilcox D. C., 1988. Reassessment of the scale-determination equation for advanced turbulence models. *AIAA J.*, vol. 26 (11), pp. 1299-1310.
- Winant C. D., Browand F. K., 1974. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 63, part 2, pp. 237-255.
- Wu Q., Kim S., Ishii M., Beus, S.G., 1998. One-group interfacial area transport in vertical bubbly flow. *Int. J. Heat Mass Transfer* 41, 1103–1112.
- Wynanski, I., Fiedler, H.E., 1970. The two-dimensional mixing region. *J. Fluid Mech.* 41 (2), 327–361.
- Yao, W., Morel, C., 2004. Volumetric Interfacial Area Prediction in Upwards Bubbly Two-Phase Flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 47, 307-328.
- Zenit R., Koch D. L., Sangani A. S., 2001. Measurements of the average properties of a suspension of bubbles rising in a vertical channel. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 429, pp. 307-342.
- Zhou L. X., 2001. Recent advances in the second order momentum two-phase turbulence models for gas-particle and bubble-liquid flows. *Proc. 4th Int. Conf. on Multiphase Flow (New Orleans) CD-ROM*, Paper 602.
- Zuber N., Ishii M., 1979. Drag Coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. *AICHE J.*, 25, pp. 843-855.



## ANNEXE CHAPITRE 2

---

## First and second order modelling of turbulent scalar transport in homogeneous turbulence

H. Ayed<sup>1,2\*</sup>, J. Chahed<sup>1</sup>, and V. Roig<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis BPN°37, 1002 Le Belvédère, Tunis, Tunisia,

<sup>2</sup>Institut de Mécanique des fluides de Toulouse, UMR CNRS 5502, Av. C. Soula, 31400, Toulouse, France

\*Corresponding author. E-mail: [ayed@imft.fr](mailto:ayed@imft.fr)

### Abstract

The present work aims at developing a full second order model for turbulent transport of a passive scalar. A turbulent Prandtl number formulation is obtained by reducing the second order modelling. A first order turbulence model is then proposed with an algebraic formulation of the turbulent scalar flux. The model is tested in homogeneous shear flow with an imposed mean scalar gradient. The Direct Numerical Simulation (DNS) data by Rogers *et al.* [1] were used in the validation of the first and second order modelling of the turbulent passive scalar transport. The comparison of the numerical results with DNS data shows good agreements.

**Keywords:** Passive scalar, turbulent flux, homogeneous shear flow, turbulence modelling

### 1. Introduction

The prediction of the transport of scalars such as temperature, chemical species or pollutants in turbulent flows is of great importance in the design and the control of industrial fluid systems. During the last decades, an important progress in the statistical modelling of the turbulent transport of passive scalar has been achieved. Number of recent works was devoted to the development of first and second order turbulence models, (Nagano *et al.* [2]; Abe *et al.* [3,4]; Kawamura *et al.* [5]; Wikström *et al.* [6]). The model developed by Nagano *et al.* [2] is developed for heat transfer problems in

both wall and free turbulent flows. Abe *et al.* [3,4] proposed a modified version of Nagano model. Furthermore, the model can also take into account the low Reynolds number effects in the near-wall region and is also applicable to complex heat transfer fields with flow separation and reattachment by introducing the Kolmogorov velocity scale. Kawamura *et al.* [5] proposed a transport model for the turbulent heat flux by introducing the interaction between the mean temperature and velocity gradients in rapid term of turbulent scalar flux equation.

On the other hand, many experimental and numerical simulation works were

devoted to the study of the scalar transport in homogeneous turbulence (Rogers *et al.* [1], Maekawa *et al.* [7], Tavoularis *et al.* [8]). As a result, complete data bases concerning the statistical description of the turbulent correlations involving the turbulent scalar fluctuation are now available. In homogeneous turbulence, the mean values of the velocity and of the passive scalar fields are known and fixed through the flow domain. Furthermore, in homogeneous turbulence the diffusion is neglected. In the frame work of these hypotheses, it becomes possible to focus the analysis on the budget of turbulent correlations (production, dissipation, redistribution) and many numerical works used these basic turbulence data in order to validate statistical turbulence modelling involving scalar transport closure.

Recently, Wikström *et al.* [6] proposed a new algebraic relation based on second order closure for the turbulent passive scalar transport and applied to homogeneous turbulence. This model may be regarded as one of the most complete closure of the pressure-scalar gradient correlation.

The present work aims at developing a full second order model for turbulent transport of passive scalar flux in homogeneous turbulence. After the validation of the second order model, a full first order modelling is obtained by reducing the second order model.

## 2. Second order modelling of the transport equations

Without transfer, the Reynolds averaged transport equation for the mean scalar,  $\bar{\Theta}$ , for incompressible flows reads :

$$\frac{D}{Dt} \bar{\Theta} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \sigma \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_i} - \overline{u_i \theta'} \right) \quad (1)$$

where  $\sigma$  is the molecular diffusivity.

In equation (1) appears the scalar flux,  $\overline{u_i \theta'}$ , which originates from the averaging of the nonlinear term in the transport equation of the total scalar field. This term plays a role analogous to that of the Reynolds stress tensor in the mean flow equation. The exact transport equation for scalar flux  $\overline{u_i \theta'}$ , may be analytically, it is expressed as (Launder [9]):

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \overline{u_i \theta'} = & - \left( \overline{u_j \theta'} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \right) \\ & + \frac{1}{\rho} \overline{p'} \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} - (\sigma + \nu) \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \theta'}{\partial x_j}} \\ & - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j \theta'} - \nu \theta' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \sigma \overline{u_i} \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \right) \\ & + \frac{1}{\rho} \overline{p' \theta'} \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

The first terms in right hand of equation (2) represents the production of the turbulent scalar flux, due to the interaction of Reynolds stresses with the mean scalar gradient and to the scalar flux interacting with the mean velocity gradient. The second term is the pressure-scalar gradient correlation, the third term is the rate of dissipation and the last term represents the turbulent and molecular diffusions. In homogeneous turbulence the diffusion is zero and the transport

equation of the scalar flux, can be concisely written as:

$$\frac{D}{Dt} \overline{u_i \theta} = P_{\theta} + \Pi_{\theta} - \varepsilon_{\theta} \quad (3)$$

where  $P_{\theta}$  is the production term,  $\Pi_{\theta}$  is the pressure-scalar gradient correlation and  $\varepsilon_{\theta}$  is the dissipation of the scalar flux.

Launder *et al.* [10] assumed that the dissipation term is negligible at high Reynolds number but the two terms  $\Pi_{\theta}$  et  $\varepsilon_{\theta}$  are usually modelled together and similar methods than those used in the closure of the Reynolds Stress transport equation are used [5, 6]. Wikström *et al.* [6] proposed a closure of the difference between the pressure-scalar gradient correlation and the dissipation term in the following general form:

$$\begin{aligned} \Pi_{\theta} - \varepsilon_{\theta} = & - \left( C_{\theta 1} + C_{\theta 5} \frac{k}{\varepsilon q} \overline{u_m \theta} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_m} \right) \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} \\ & + C_{\theta 2} \overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + C_{\theta 3} \overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \\ & + C_{\theta 4} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4)$$

where  $C_{\theta 1}$ ,  $C_{\theta 2}$ ,  $C_{\theta 3}$ ,  $C_{\theta 4}$  and  $C_{\theta 5}$  are constants,  $q = \frac{\overline{\theta^2}}{2}$  is the scalar variance,  $k = \frac{\overline{u_i u_i}}{2}$  is the turbulent kinetic energy and  $\varepsilon$  its dissipation rate. In homogeneous turbulence, the transport equation of  $q$  writes:

$$\frac{D}{Dt} q = P_{\theta} - \varepsilon_{\theta} \quad (5)$$

where  $P_{\theta} = \overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j}$  is a production term of the

scalar variance  $q$ ,  $\varepsilon_{\theta} = \sigma \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j}$  is its

dissipation rate. The transport equation of  $\varepsilon_{\theta}$  is modelled according to Abe *et al.* [4] and Farshchi *et al.* [11].

$$\frac{D}{Dt} \varepsilon_{\theta} = C_{\gamma 1} \frac{\varepsilon_{\theta} P_{\theta}}{2q} + C_{\gamma 1}^* \frac{\varepsilon_{\theta} P}{k} - C_{\gamma 2} \frac{\varepsilon_{\theta}^2}{2q} - C_{\gamma 2}^* \frac{\varepsilon \varepsilon_{\theta}}{k} \quad (6)$$

where  $C_{\gamma 1}$ ,  $C_{\gamma 2}$ ,  $C_{\gamma 1}^*$  and  $C_{\gamma 2}^*$  are constants and  $P$  is the production term of the Reynolds stress.

The model of the pressure-scalar gradient correlation proposed by Wikström *et al.* [6] which comprises five constants, generalizes a certain number of existing models. When only the first constant is retained with the value  $C_{\theta 1} = 3.2$ , the model (4) reduces to the linear model of Launder [9]. When the constant  $C_{\theta 2}$  is added, we obtain the non linear model of Launder [9] with  $C_{\theta 2} = 0.5$  or the non linear model Daly and Harlow [12] with  $C_{\theta 2} = 1$ . Wikström *et al.* [6] tried different models using different combinations and formulations of the constants in the model (4) as illustrated in table 1.

**Table 1:** Different formulations of the pressure-scalar gradient model (equation 4) Wikström *et al.* [6]

Model	$C_{\theta 1}$	$C_{\theta 2}$	$C_{\theta 3}$	$C_{\theta 4}$	$C_{\theta 5}$
(a)	3.2	0.5	0.5	0	0
(b)	2.5	0	0	0.35	0
(c)	$1.6 \frac{r+1}{r}$	0	0	0	0.5

In the model (c), Wikström *et al.* [6] introduced the time ratio  $r = \frac{q\varepsilon}{k\varepsilon_{\theta}} = \frac{\tau_{\theta}}{\tau} = \frac{1}{R}$  in the formulation of the parameter  $C_{\theta 1}$ . Where  $\tau = \frac{k}{\varepsilon}$  is the dynamic time scale of turbulence,  $\tau = \frac{q}{\varepsilon_{\theta}}$  is characteristic scalar time scale.

The transport equation of the turbulent scalar flux together with the transport equations of the scalar variance  $q$  and its dissipation rate  $\varepsilon_{\theta}$  allow computing the turbulent scalar flux provided that the

Reynolds stress tensor is determined. The transport equation of the Reynolds stress tensor written as:

$$\frac{D}{Dt} \overline{u_i u_j} = P_{ij} + \Pi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (7)$$

where  $P_{ij}$  is the production term of the Reynolds stresses,  $\Pi_{ij}$  represents the redistribution by the pressure fluctuations and  $\varepsilon_{ij}$  is the dissipation term of the Reynolds stresses transport equations. The production term doesn't need modelling, but closures are required for the redistribution and the dissipation terms. For this purpose, the standard second order turbulence model, in homogeneous turbulence, proposed by Launder *et al.* [10] is used. Thus, the terms of right hand side of transport equation (7) are written as follows:

$$P_{ij} = - \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k} \right) \quad (8)$$

$$\Pi_{ij} = -\gamma \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) \quad (9)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (10)$$

where  $P = \text{trace}(P_{ij})$ ;  $C_1 = 1.8$  and  $\gamma = 0.6$ .

According to equation (10), the dissipation rate of the turbulent energy  $\varepsilon$  is assumed to be isotropic in accordance with the local isotropy hypothesis. The transport equation of the dissipation rate  $\varepsilon$  is modelled using a classical transport equation. In homogeneous uniformly sheared turbulence, this transport equation writes:

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = -C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u v} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11)$$

Where  $C_{1\varepsilon} = 1.44$  and  $C_{2\varepsilon} = 1.9$ . And the transport equations of the principal components the Reynolds stress tensor are finally modeled as:

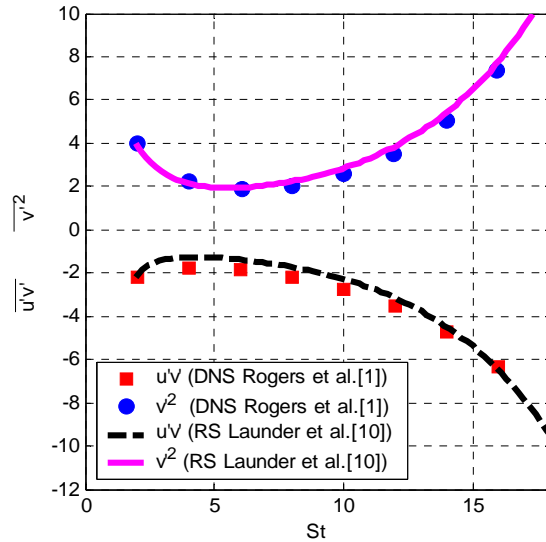
$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u^2}}{Dt} &= -2\overline{u v} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \frac{2}{3} \varepsilon \\ &\quad - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u^2} - \frac{2}{3} k \right) - \gamma \left( P_{11} - \frac{2}{3} P \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{v^2}}{Dt} &= -\frac{2}{3} \varepsilon - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{v^2} - \frac{2}{3} k \right) \\ &\quad - \gamma \left( P_{22} - \frac{2}{3} P \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{D\overline{u v}}{Dt} = -\overline{v^2} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{u v} - \gamma P_{12} \quad (14)$$

A two-dimensional numerical code has been developed for parabolic flow resolution. The numerical method is based on a finite-difference scheme and the equations are solved with an explicit method.

Because the turbulent passive scalar flux does not affect the velocity field, we first started by validating the second order turbulence model. The full equations of the second order model were approximated by finite difference scheme and solved. For this purpose, the inlet conditions were suitably adjusted in order to reproduce the evolution of the Reynolds stress tensor. The numerical results are confronted to the Direct Numerical Simulation (DNS) data of Rogers *et al.* [1] obtained in homogeneous turbulent pure shear flow with a constant mean shear and a constant mean temperature gradient in the  $x_2$  direction. Figure 1 show good agreement between the numerical results and the DNS data of Rogers *et al.* [1].



**Figure 1:** Development of the Reynolds stress tensor components of Reynolds stress tensor in a sheared turbulence (DNS by Rogers *et al.* [1])

Once the Reynolds stress transport model assessed, the analysis is then focussed on the second order modelling of the transport equation of the turbulent passive scalar. For this purpose the closure of the pressure-scalar gradient correlations and of the destruction rate tensor are evaluated, and the numerical results are compared with the (DNS) data of Rogers *et al.* [1].

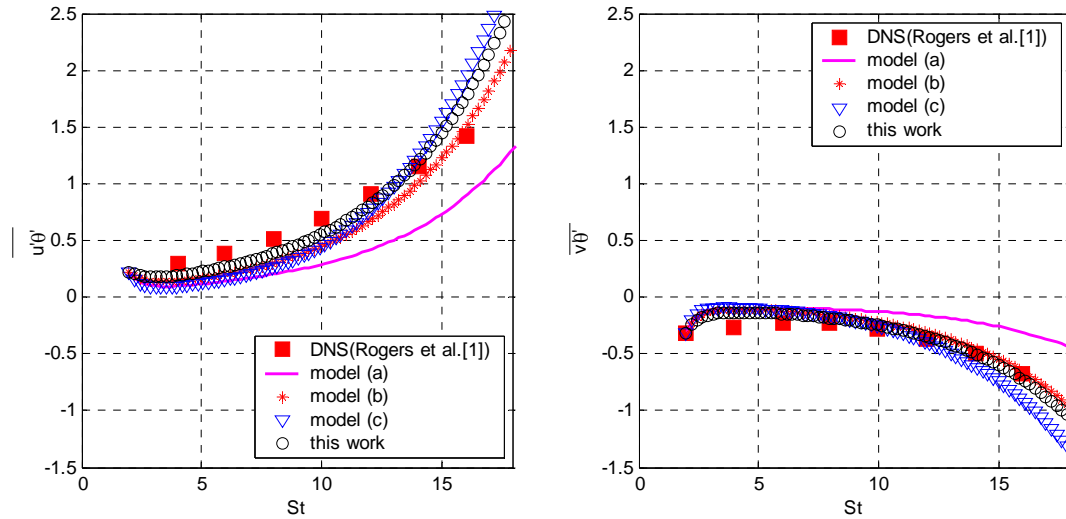
For this purpose different closures of the pressure-scalar gradient term were tested. In particular the three closures proposed by Wikström *et al.* [6] (models a, b, and c) were tested and an additional formulation of the model is proposed. This model writes:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \overline{u_i \theta} = & - \left( \overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \right) \\ & - C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{\theta 4} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (15)$$

In equation (15), the constants of the original Wikström *et al.* [6] model are fixed to

$$C_{\theta 1} = 1.3 \frac{r+1}{r}; C_{\theta 4} = 0.35 \text{ and } C_{\theta 2} = C_{\theta 3} = C_{\theta 5} = 0.$$

In these simulations the transport equation of the destruction rate  $\varepsilon_\theta$  of the scalar variance  $q$  is computed using the following constants ( $C_{\gamma 1} = 2.4, C_{\gamma 2} = 1.89, C_{\gamma 1}^* = 0.1$  and  $C_{\gamma 2}^* = 0.95$ ). The results of these simulations are reported in figure (2) and compared to the (DNS) data of Rogers *et al.* [1]. Figure (2) shows a good agreement between the DNS data of Rogers *et al.* [1] and the numerical results of the turbulent passive scalar fluxes  $\overline{u \theta}$  and  $\overline{v \theta}$  obtained with the second order model as it is adjusted above.



**Figure 2:** Development of the turbulent passive scalar flux. Comparison between the numerical results and DNS data of Rogers *et al.* [1].

### 3. First order modelling of the scalar flux equations

Rodi [13] suggested that the transport of the Reynolds stress tensor is proportional to the transport of the turbulent energy. This assumption is written as:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \overline{u_i u_j} - Diff(\overline{u_i u_j}) &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left( \frac{Dk}{Dt} - Diff(k) \right) \\ &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P - \varepsilon) \end{aligned} \quad (16)$$

Using the formulations (8), (9) and (16), the components of Reynolds stress can be written as:

$$\frac{\overline{u'^2}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{(1-\gamma) \left( \frac{P_{11}}{\varepsilon} - \frac{2P}{3\varepsilon} \right)}{C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon}} \quad (17)$$

$$\frac{\overline{v'^2}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{(1-\gamma) \left( -\frac{2P}{3\varepsilon} \right)}{C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon}} \quad (18)$$

$$\frac{\overline{u'v'}}{k} = \frac{(1-\gamma) \left( \frac{P_{12}}{\varepsilon} \right)}{C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon}} \quad (19)$$

The formulation of the transversal normal component of the Reynolds stress tensor  $\overline{v'^2}$  (Eq. (18)), together with equation (19) allow us to obtain an explicit expression of the turbulent shear stress in the form:

$$\overline{u'v'} = \frac{2}{3} (1-\gamma) \frac{C_1 - 1 + \gamma \frac{P}{\varepsilon}}{\left( C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon} \right)^2} k^2 \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \quad (20)$$

Boussinesq hypothesis allows expressing the Reynolds stress using the concept of turbulent viscosity  $\nu_t$  as:

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (21)$$

One can thus deduce, from equation (20), the following expression of the turbulent eddy viscosity, [10]:

$$\nu_t = \frac{2}{3} (1-\gamma) \frac{C_1 - 1 + \gamma \frac{P}{\varepsilon}}{\left( C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon} \right)^2} k^2 \quad (22)$$

We may use a similar formulation than that used in the approximation of the components of the Reynolds stress in order to develop algebraic relations for the turbulent passive scalar flux. Gibson and Launder [14] proposed an approximation of the turbulent passive scalar flux based on the assumption that the transport of the passive scalar flux is proportional to the transport of the parameter  $\sqrt{kq}$  and modelled as follows:

$$\begin{aligned} & \frac{D}{Dt} \overline{u_i \theta} - \text{Diff}(\overline{u_i \theta}) \\ &= \frac{\overline{u_i \theta}}{\sqrt{kq}} \left( \frac{D\sqrt{kq}}{Dt} - \text{Diff}(\sqrt{kq}) \right) \\ &= \frac{\overline{u_i \theta}}{2k} (P - \varepsilon) + \frac{\overline{u_i \theta}}{2q} (P_\theta - \varepsilon_\theta) \end{aligned} \quad (23)$$

Using the second order closure (equations 3 and 4), the components of the turbulent scalar flux can be written as:

$$\begin{aligned} -\overline{u \theta} &= \Lambda_\theta (1 - C_{\theta 4}) \frac{k}{\varepsilon} \overline{u v} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial y} \\ &+ \Lambda_\theta (1 - C_{\theta 2}) \frac{k}{\varepsilon} \overline{u \theta} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \\ -\overline{v \theta} &= \Lambda_\theta (1 - C_{\theta 4}) \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial y} \end{aligned} \quad (24)$$

$$+ \Lambda_\theta (1 - C_{\theta 3}) \frac{k}{\varepsilon} \overline{u \theta} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \quad (25)$$

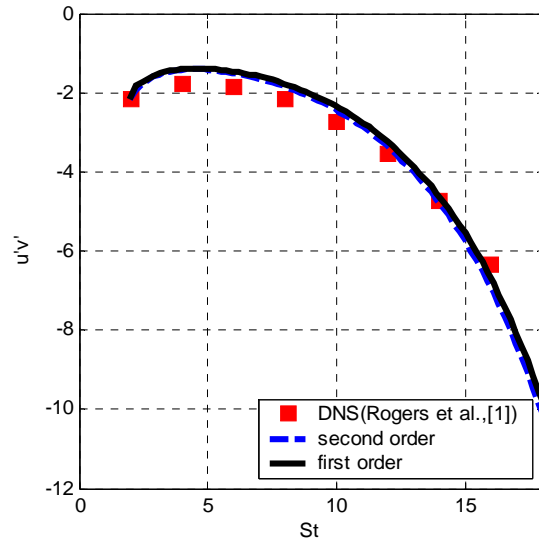
Where

$$\Lambda_\theta = \left[ C_{\theta 1} + \frac{1}{2} \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 \right) + \frac{k \varepsilon_\theta}{2q \varepsilon} \left( \frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta} - 1 \right) \right]^{-1} \quad (26)$$

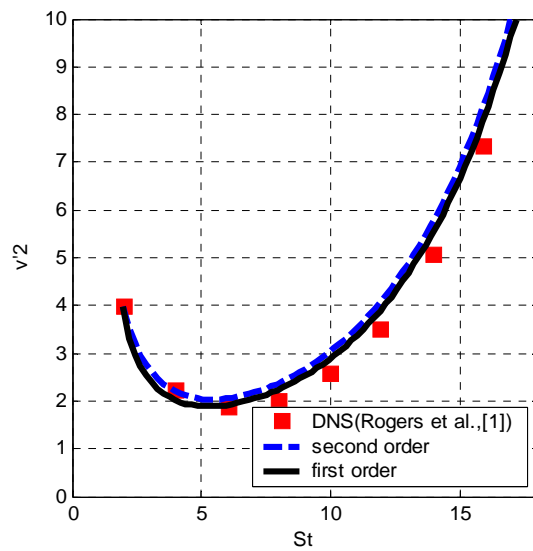
On the basis of this formulation we may compute the turbulent passive scalar fluxes using a first order modelling. This model is based on a two-equation turbulence model ( $k - \varepsilon$  model with algebraic relations) and on the modelling of the transport equations of the scalar variance ( $q$ ) and of its dissipation rate  $\varepsilon_\theta$ .

Figures (3) and (4) show the numerical results of the evolution of the Reynolds stress components obtained from the algebraic relations (equations 18 and 19) and compared with the numerical results of the second order closure. The comparison shows the same good concordance of the numerical results obtained with the two models with the DNS data of Rogers *et al.* [1].





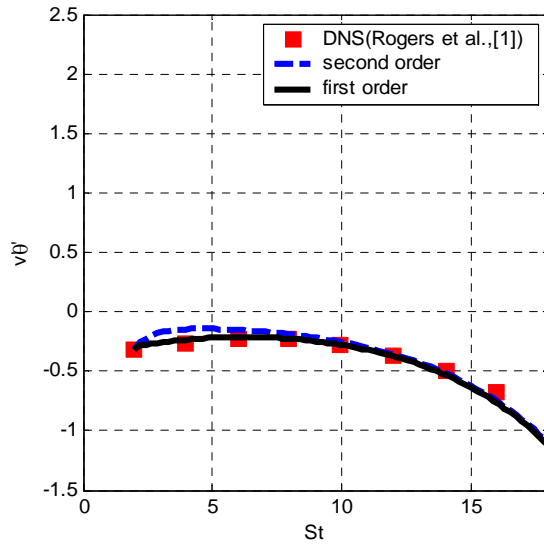
**Figure 3:** Development of the turbulent shear stress. Comparison between the numerical results and DNS data of Rogers *et al.* [1].



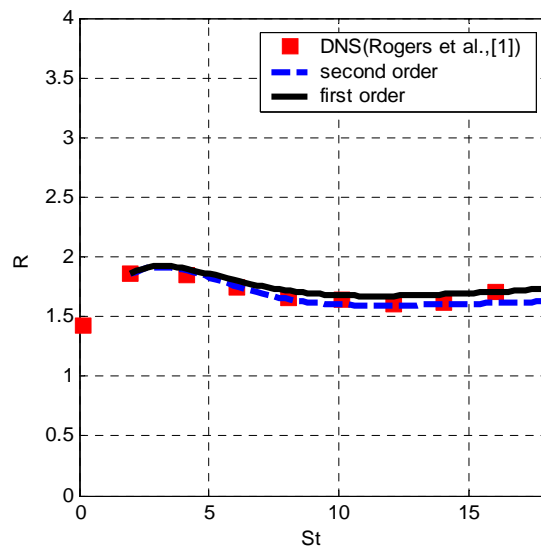
**Figure 4:** Development of the transversal normal component of the Reynolds stress tensor. Comparison between the numerical results and DNS data of Rogers *et al.* [1].

Figure (5) shows, for example, the numerical results of the turbulent passive scalar flux  $\overline{v\theta}$  obtained with the two models. Once again a good agreement is

observed between the DNS data of Rogers *et al.* [1] and the numerical results obtained with the first and second order models.



**Figure 5:** Development of the turbulent passive scalar flux  $\overline{v\theta}$ . Comparison between the numerical results and DNS data of Rogers *et al.* [1].



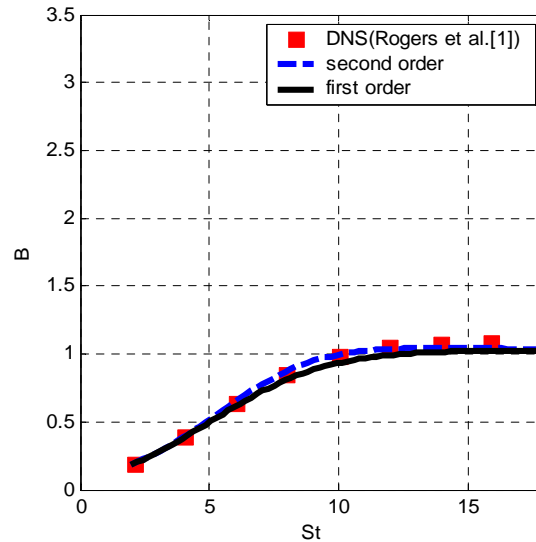
**Figure 6:** Development of the dimensionless parameter  $R$ . Comparison between the numerical results and DNS data of Rogers *et al.* [1].

A comparison between the predicted length and time scales characterising the

behaviour of the velocity and scalar fields is presented in figures (6) and (7).

Figure (6) represents the dimensionless parameter  $R = \frac{k\varepsilon_\theta}{\varepsilon q}$  that represents the ratio between the hydrodynamic turbulence timescale to the scalar turbulence time scale. Figure (7)

represents the dimensionless parameter  $B = \frac{\sqrt{k}/S}{\sqrt{q}/S_\theta}$  that represents the length scale of the fluctuating velocity field compared to the fluctuating scalar field.



**Figure 7:** Development of the dimensionless parameter  $B$ . Comparison between the numerical results and DNS data of Rogers *et al.* [1].

## 5. Conclusion

In this study, we have analysed a full second order model for turbulent transport of passive scalar flux, in homogeneous turbulence. The model has been tested against the DNS data of Rogers *et al.* [1] in homogeneous turbulence. The passive scalar flux equation incorporates a full modelling of the pressure-scalar gradient correlation proposed by Wikström *et al.* [6]. A first

order modelling is deduced from a reduction of a second-order model. This model is based on two-equation turbulence model ( $k - \varepsilon$  model with algebraic relations) and modelling of the transport equations of the scalar variance ( $q$ ) and of its dissipation rate  $\varepsilon_\theta$ . The numerical results clearly show that the model reproduces correctly the development of the turbulent passive scalar flux.

## 6. References

[1] M. M. Rogers, P. Mansour, W. C. Reynolds, J. Fluid Mech. , 203, (1989),77.

[2] Y. Nagano, M. Tagawa, T. Tsuji, In Proceedings of the ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference, Vol.3, (1991), 233-240.

- [3] K. Abe, T. Kondoh, Y. Nagano, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, (1995), 1467-1481.
- [4] K. Abe, T. Kondoh, Y. Nagano, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 17, (1996), 228.
- [5] H. Kawamura, Y. Kurihara, *Int. J. of heat and Mass transfer*, 43, (2000), 1935-1945.
- [6] P. M. Wikström, S. Wallin, A.V. Johansson, *Physics of Fluids*, vol. 12, N°3, (2000), 688-702.
- [7] H. Maekawa, M. Kobayashi, *Transaction of JSME* 45B, (1979), 983-992.
- [8] S. Tavoularis, S. Corrsin, Part 1, *J. Fluid Mech.*, 104, (1981), 311-347.
- [9] B. E. Launder, "Heat and mass transport, in *Turbulence*", edited by P. Bradshaw Springer, Berlin, (1978), 231-287.
- [10] B.E. Launder, G.J. Reece, W. Rodi , *J. Fluid mech.* 68, part 3, (1975) 537-566.
- [11] M. Farshchi, W. Kollmann , R.W. Dibble, R.W. Schefer, In *Fifth Symp. Of Turbulent shears Flows*. Cornell Univ, (1985), 10-19.
- [12] B. J. Daly, F. H. Harlow, *Phys. Fluids*, 13, (1970), 2634.
- [13] W. Rodi, Ph.D. diss. Department of Mechanical Engineering, Imperial College, London, (1972).
- [14] M.M. Gibson, B. E. Launder, *J. of Heat Transfer*, (1976), 81-87.

## ANNEXE CHAPITRE 3

---

### Modèle 1D à deux fluides

Nous présentons un modèle de bicouche entre deux fluides parfaits immiscibles présentant un contraste de densités, en écoulement vertical incompressible développé par Larue de Tournemine (2001). Dans cette thèse, nous avons ajouté à ce modèle hydrodynamique une équation de transport de la concentration en oxygène dissous.

On considère deux fluides de masses volumiques  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , tels que  $\rho_1$  est la masse volumique du liquide, et  $\rho_2 = (1 - \alpha)\rho_1$  la masse volumique du mélange dans le noyau diphasique.

On travaille dans l'approximation d'un écoulement diphasique homogénéisé incompressible.

Dans le repère  $(O, x, y, z)$ , l'écoulement est vertical ascendant, avec  $U_{10}$  et  $U_{20}$  comme vitesses initiales, et a lieu entre deux parois situées à  $y = -b$  et  $y = b$  (figure A3.1). L'écoulement est supposé stationnaire et unidimensionnel:  $U_1, U_2, y_s, P_1$  et  $P_2$  sont fonction de  $x$  uniquement,  $P_1$  et  $P_2$  étant les pressions dans les fluides 1 et 2.

Introduisons d'ores et déjà la fraction de phase moyenne  $R_i(x)$  définie par  $R_i(x) = \frac{A_i(x)}{A}$  où  $A_i(x)$  représente l'aire moyenne occupée par la phase le fluide  $i$  et  $A$  l'aire totale de la section. On a donc (cf. figure A3.1):

$$R_i(x) = \frac{h_i(x)L}{A} \tag{A3.1}$$

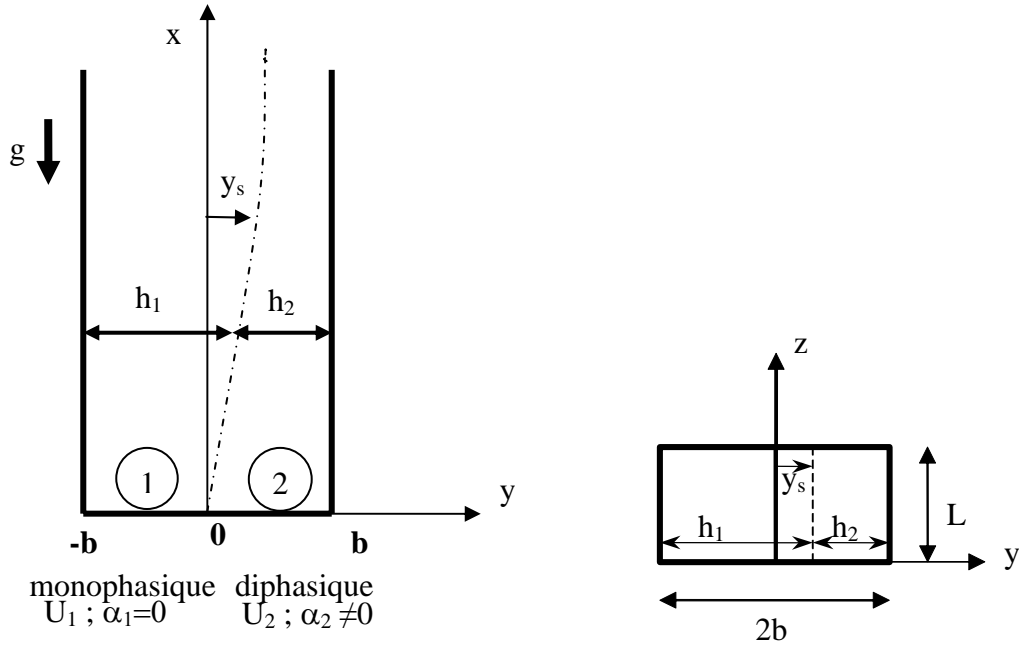


Figure A3.1: Schématisation De la configuration étudiée : (a) vue de face ; (b) vue de dessus.

Les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de transport de concentration moyennées dans la section perpendiculaire à l'écoulement, s'écrivent respectivement :

$$\frac{d}{dx}(\rho_1 R_1 U_1) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{dx}(\rho_2 R_2 U_2) = 0 \quad (\text{A3.2})$$

$$\frac{d}{dx}(\rho_1 R_1 U_1^2) = -R_1 \frac{dp}{dx} - \rho_1 R_1 g \quad \text{et} \quad \frac{d}{dx}(\rho_2 R_2 U_2^2) = -R_2 \frac{dp}{dx} - \rho_2 R_2 g \quad (\text{A3.3})$$

$$\frac{d(R_2 U_2 C)}{dx} = S(x, C) \quad (\text{A3.4})$$

$S(x, C) = kla(C^* - C)$  est le transfert interfacial d' $O_2$  écrit de façon classique, proportionnel à la différence de concentration entre l'interface et le milieu ambiant.  $C^*$  est un terme puits ou source selon que la solution est saturée en oxygène ou pas. Le coefficient  $kla$  est le taux de transfert, il est en fonction du coefficient de transfert de masse à travers l'interface des bulles, noté  $k_L$ , et de l'aire interfaciale  $a$  qui est donnée pour des bulles sphériques par  $a = \frac{6\alpha}{d_B}$ . Le coefficient de transfert de masse est exprimé

selon le modèle de Higbie par :

$$k_L = 2 \sqrt{\frac{DU_R}{\pi d_B}} \quad (\text{A3.5})$$

où  $D = 2.2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$  est la diffusivité de l'oxygène.

$C^*$  est la concentration à l'équilibre à l'interface du côté liquide. La loi de Henry permet de l'écrire sous la forme  $C^* = \frac{P}{He}$ , où  $He = 74.68 \text{ MPa}/(\text{mol/l})$  est la constante de Henry, et  $P$  est la pression partielle de l'oxygène dans le gaz.

L'application de ce modèle simple aux expériences en couche de mélange diphasique fournit l'évolution longitudinale des vitesses et de la concentration moyenne dans les noyaux présentée dans les figures (A3.2 et A3.3) respectivement pour les deux expériences nommées zdm1 et zdm2.

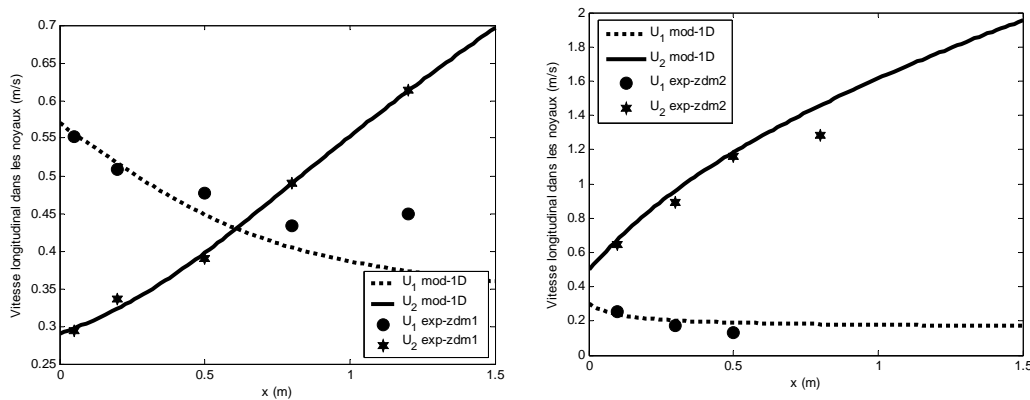


Figure A3.2 : Comparaison de l'évolution longitudinale des vitesses dans les noyaux des cas d'études (a) zdm1 et (b) zdm2 avec le modèle 1D.

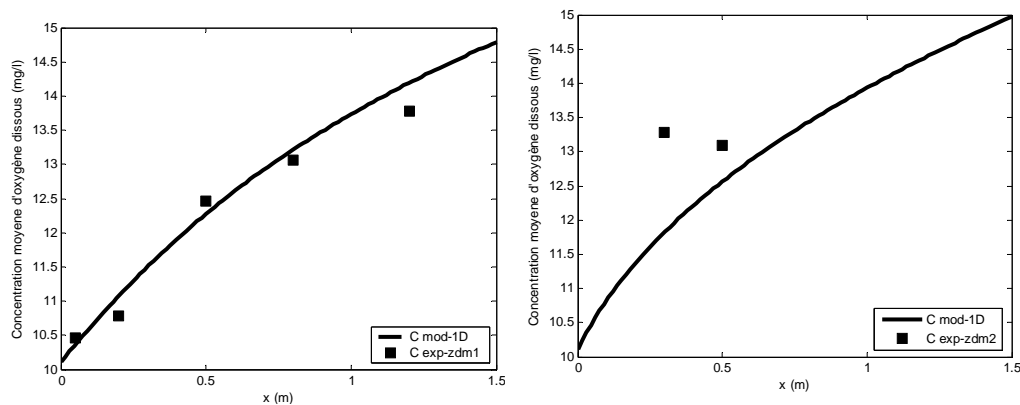


Figure A3.3 : Comparaison de l'évolution longitudinale de la concentration moyenne d'oxygène dissous dans le noyau diphasique avec le modèle 1D pour une loi de transfert de type Higbie ((a) zdm1 et (b) zdm2).

## Résultats expérimentaux de la zone de mélange à faible taux de vide zdm1

### 1. zdm1 : Section x=5 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.05	13.5	11.113	0.305	0.05062	0.00256	5000	0.285	0.00099
0.05	11.5	10.810	0.299	0.04820	0.00232	5000	0.282	0.00120
0.05	9.5	11.140	0.275	0.03520	0.00124	5000	0.264	0.00050
0.05	7.5	10.462	0.293	0.04135	0.00171	5000	0.277	0.00049
0.05	5.5	10.584	0.290	0.03109	0.00097	5000	0.282	0.00026
0.05	3.5	10.712	0.297	0.04248	0.00180	5000	0.283	0.00041
0.05	1.5	10.662	0.277	0.04460	0.00199	5000	0.262	0.00053
0.05	1	11.011	0.263	0.03690	0.00136	5000	0.255	0.00050
0.05	0.5	9.937	0.346	0.05545	0.00307	5000	0.346	0.00305
0.05	0.3	9.859	0.470	0.06105	0.00373	5000	0.472	0.00368
0.05	0	9.883	0.632	0.03244	0.00105	5000	0.632	0.00106
0.05	-0.5	9.887	0.631	0.01667	0.00028	5000	0.631	0.00028
0.05	-1	9.905	0.617	0.01585	0.00025	5000	0.617	0.00025
0.05	-1.5	9.904	0.565	0.02138	0.00046	5000	0.565	0.00046
0.05	-3	9.895	0.585	0.01970	0.00039	5000	0.585	0.00039
0.05	-5	9.893	0.554	0.01336	0.00018	5000	0.554	0.00018
0.05	-8	9.873	0.565	0.01861	0.00035	5000	0.565	0.00035
0.05	-11	9.884	0.554	0.01524	0.00023	5000	0.554	0.00023
0.05	-13	9.894	0.550	0.01693	0.00029	5000	0.550	0.00029



Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.05	13.5	0.0264	0.592	0.045	0.0015	0.00017	1322
0.05	11.5	0.0195	0.566	0.042	0.0016	0.00022	2012
0.05	9.5	0.0213	0.562	0.041	0.0016	0.00023	2007
0.05	7.5	0.0198	0.569	0.040	0.0015	0.00022	2155
0.05	5.5	0.0237	0.570	0.045	0.0015	0.00017	1129
0.05	3.5	0.0205	0.550	0.040	0.0016	0.00011	1002
0.05	1.5	0.0240	0.544	0.041	0.0016	0.00015	1073
0.05	1	0.0093	0.546	0.036	0.0016	0.00020	437
0.05	0.5	0.0021	0.593	0.045	0.0015	0.00005	409
0.05	0.3	0.0001	0.675	0.029	0	0.00089	20
0.05	0	0	0	0	0	0	0
0.05	-0.5	0	0	0	0	0	0
0.05	-1	0	0	0	0	0	0
0.05	-1.5	0	0	0	0	0	0
0.05	-3	0	0	0	0	0	0
0.05	-5	0	0	0	0	0	0
0.05	-8	0	0	0	0	0	0
0.05	-11	0	0	0	0	0	0
0.05	-13	0	0	0	0	0	0

## 2. zdm1 : Section x=20 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.2	13.5	10.530	0.334	0.03976	0.00158	5000	0.328	0.00093
0.2	11.5	10.676	0.294	0.03772	0.00142	5000	0.287	0.00077
0.2	9.5	10.747	0.298	0.04345	0.00189	5000	0.289	0.00107
0.2	7.5	10.777	0.344	0.04409	0.00194	5000	0.333	0.00106
0.2	5.5	10.881	0.337	0.04503	0.00203	5000	0.324	0.00104
0.2	3.5	11.208	0.348	0.04627	0.00214	5000	0.337	0.00119
0.2	2.5	11.522	0.353	0.04758	0.00226	5000	0.340	0.00117
0.2	1.5	11.033	0.383	0.04864	0.00237	5000	0.375	0.00160
0.2	1	10.213	0.438	0.04951	0.00245	5000	0.438	0.00235
0.2	0.5	9.836	0.530	0.04522	0.00204	5000	0.529	0.00203
0.2	0	9.759	0.585	0.02245	0.00050	5000	0.585	0.00050
0.2	-0.5	9.766	0.572	0.01846	0.00034	5000	0.572	0.00034
0.2	-1	9.823	0.516	0.01668	0.00028	5000	0.516	0.00028
0.2	-4	9.808	0.498	0.01125	0.00013	5000	0.498	0.00013
0.2	-7	9.807	0.509	0.01248	0.00016	5000	0.509	0.00016
0.2	-10	9.818	0.471	0.01359	0.00018	5000	0.471	0.00018
0.2	-13	9.860	0.502	0.01502	0.00023	5000	0.502	0.00023

Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.2	13.5	0.0045	0.545	0.040	0.00161	0.00020	703
0.2	11.5	0.0154	0.568	0.042	0.00158	0.00015	729
0.2	9.5	0.0213	0.567	0.043	0.00164	0.00015	952
0.2	7.5	0.0226	0.536	0.036	0.00169	0.00018	4406
0.2	5.5	0.0216	0.582	0.044	0.00164	0.00014	1010
0.2	3.5	0.0250	0.605	0.045	0.00159	0.00019	1190
0.2	2.5	0.0266	0.608	0.047	0.00166	0.00022	1262
0.2	1.5	0.0208	0.628	0.051	0.00166	0.00020	1032
0.2	1	0.0058	0.670	0.048	0.00166	0.00022	311
0.2	0.5	0.0005	0.694	0.046	0.00164	0.00002	25
0.2	0	0	0	0	0	0	0
0.2	-0.5	0	0	0	0	0	0
0.2	-1	0	0	0	0	0	0
0.2	-4	0	0	0	0	0	0
0.2	-7	0	0	0	0	0	0
0.2	-10	0	0	0	0	0	0
0.2	-13	0	0	0	0	0	0

## 3. zdm1 : Section x= 50 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.5	13.5	11.396	0.348	0.04834	0.00234	5000	0.340	0.00182
0.5	11.5	12.290	0.381	0.06561	--	5000	0.365	0.00364
0.5	9.5	12.479	0.356	0.06328	--	5000	0.343	0.00325
0.5	7.5	12.466	0.390	0.05294	0.00280	5000	0.377	0.00178
0.5	5	12.332	0.439	0.05109	0.00261	5000	0.426	0.00159
0.5	4	11.712	0.443	0.05071	0.00257	5000	0.431	0.00167
0.5	3	10.755	0.456	0.04203	0.00177	5000	0.450	0.00129
0.5	2.5	10.235	0.459	0.03560	0.00127	5000	0.457	0.00103
0.5	2	10.128	0.472	0.02904	0.00084	5000	0.473	0.00083
0.5	1.5	10.047	0.489	0.02886	0.00083	5000	0.487	0.00089
0.5	1	9.969	0.498	0.02484	0.00062	5000	0.498	0.00062
0.5	0.5	9.967	0.494	0.02062	0.00043	5000	0.494	0.00043
0.5	0	9.989	0.492	0.01818	0.00033	5000	0.492	0.00033
0.5	-1	10.051	0.476	0.01436	0.00021	5000	0.476	0.00021
0.5	-2	9.990	0.488	0.01415	0.00020	5000	0.488	0.00020
0.5	-5	9.959	0.472	0.01277	0.00016	5000	0.472	0.00016
0.5	-8	9.921	0.490	0.01617	0.00026	5000	0.490	0.00026
0.5	-11	9.843	0.504	0.01450	0.00021	5000	0.504	0.00021
0.5	-13	9.856	0.502	0.01236	0.00015	5000	0.502	0.00015

Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.5	13.5	0.0147	0.560	0.044	0.00176	0.00018	838
0.5	11.5	0.0182	0.603	0.046	0.00174	0.00019	1014
0.5	9.5	0.0230	0.606	0.053	0.00174	0.00020	1059
0.5	7.5	0.0215	0.630	0.054	0.00176	0.00024	1039
0.5	5	0.0254	0.697	0.053	0.00176	0.00029	1329
0.5	4	0.0226	0.705	0.052	0.00169	0.00026	1195
0.5	3	0.0088	0.709	0.05	0.00166	0.00022	480
0.5	2.5	0.0032	0.718	0.052	0.00163	0.00016	184
0.5	2	0.0004	0.727	0.034	0.00160	0.00006	19
0.5	1.5	0.0001	0.775	0	0	0.00035	3
0.5	1	0	0	0	0	0	0
0.5	0.5	0	0	0	0	0	0
0.5	0	0	0	0	0	0	0
0.5	-1	0	0	0	0	0	0
0.5	-2	0	0	0	0	0	0
0.5	-5	0	0	0	0	0	0
0.5	-8	0	0	0	0	0	0
0.5	-11	0	0	0	0	0	0
0.5	-13	0	0	0	0	0	0

## 4. zdm1 : Section x= 80 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.8	13.5	11.822	0.342	0.04377	0.00192	5000	0.337	0.00140
0.8	11.5	12.735	0.422	0.04222	0.00178	5000	0.443	0.00138
0.8	9.5	13.060	0.462	0.05163	0.00267	5000	0.450	0.00170
0.8	7	12.602	0.505	0.05013	0.00251	5000	0.492	0.00157
0.8	5	11.578	0.482	0.04618	0.00213	5000	0.472	0.00130
0.8	4	10.918	0.463	0.04526	0.00205	5000	0.454	0.00136
0.8	3.5	10.587	0.450	0.04141	0.00171	5000	0.443	0.00120
0.8	3	10.284	0.431	0.03192	0.00102	5000	0.429	0.00077
0.8	2.5	10.125	0.429	0.02627	0.00069	5000	0.428	0.00058
0.8	1.5	10.016	0.426	0.02060	0.00042	5000	0.426	0.00041
0.8	0.5	9.986	0.438	0.01672	0.00028	5000	0.438	0.00028
0.8	-0.5	9.994	0.447	0.01507	0.00023	5000	0.447	0.00023
0.8	-2.5	10.007	0.437	0.01118	0.00012	5000	0.437	0.00012
0.8	-5	9.977	0.422	0.01445	0.00021	5000	0.422	0.00021
0.8	-8	9.983	0.422	0.01292	0.00017	5000	0.422	0.00017
0.8	-11	9.973	0.462	0.01811	0.00033	5000	0.462	0.00033
0.8	-13.5	10.007	0.392	0.03553	0.00126	5000	0.392	0.00126

Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.8	13.5	0.0140	0.604	0.051	0.00173	0.00025	651
0.8	11.5	0.0183	0.714	0.046	0.00185	0.00040	882
0.8	9.5	0.0242	0.728	0.056	0.00174	0.00032	1294
0.8	7	0.0219	0.756	0.059	0.00175	0.00033	1220
0.8	5	0.0157	0.754	0.057	0.00178	0.00032	865
0.8	4	0.0118	0.739	0.054	0.00169	0.00025	659
0.8	3.5	0.0074	0.725	0.053	0.00167	0.00028	424
0.8	3	0.0038	0.712	0.048	0.00165	0.00024	212
0.8	2.5	0.0012	0.705	0.056	0.00164	0.00022	68
0.8	1.5	0	0	0	0	0	0
0.8	0.5	0	0	0	0	0	0
0.8	-0.5	0	0	0	0	0	0
0.8	-2.5	0	0	0	0	0	0
0.8	-5	0	0	0	0	0	0
0.8	-8	0	0	0	0	0	0
0.8	-11	0	0	0	0	0	0
0.8	-13.5	0	0	0	0	0	0

## 5. zdm1 : Section x= 120 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
1.2	13.5	13.190	0.456	0.04209	0.00177	5000	0.449	0.00116
1.2	11.5	13.575	0.563	0.04004	0.00160	5000	0.555	0.00099
1.2	9.5	13.774	0.614	0.04534	0.00206	5000	0.603	0.00121
1.2	7.5	13.089	0.580	0.04381	0.00192	5000	0.570	0.00112
1.2	6.5	12.578	0.562	0.04472	0.00200	5000	0.553	0.00126
1.2	5.5	11.706	0.522	0.04546	0.00207	5000	0.514	0.00138
1.2	4.5	11.226	0.489	0.04693	0.00220	5000	0.486	0.00176
1.2	3.5	10.462	0.440	0.03375	0.00114	5000	0.436	0.00081
1.2	2.5	10.128	0.421	0.02324	0.00054	5000	0.420	0.00047
1.2	1.5	10.053	0.420	0.01968	0.00039	5000	0.420	0.00039
1.2	0	10.021	0.423	0.01606	0.00026	5000	0.423	0.00026
1.2	-2	10.018	0.420	0.01216	0.00015	5000	0.420	0.00015
1.2	-5	10.021	0.432	0.01174	0.00014	5000	0.432	0.00014
1.2	-8	9.999	0.449	0.02390	0.00057	5000	0.449	0.00057
1.2	-11	10.009	0.450	0.02657	0.00071	5000	0.450	0.00071
1.2	-13	9.933	0.348	0.04265	0.00182	5000	0.348	0.00182



Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
1.2	13.5	0.0187	0.708	0.054	0.00192	0.00026	1071
1.2	11.5	0.0222	0.767	0.056	0.00187	0.00028	3413
1.2	9.5	0.0195	0.826	0.055	0.00185	0.00039	1201
1.2	7.5	0.0180	0.821	0.055	0.00188	0.00034	1092
1.2	6.5	0.0160	0.786	0.056	0.00184	0.00032	982
1.2	5.5	0.0134	0.748	0.055	0.00186	0.00038	844
1.2	4.5	0.0078	0.696	0.039	0.000995	0.00065	557
1.2	3.5	0.0046	0.686	0.054	9.48E-05	0.00060	285
1.2	2.5	0.0011	0.642	0.045	6.34E-05	0.00048	101
1.2	1.5	0.0001	0.706	0.032	3.50E-05	0.00029	6
1.2	0	0	0	0	0	0	0
1.2	-2	0	0	0	0	0	0
1.2	-5	0	0	0	0	0	0
1.2	-8	0	0	0	0	0	0
1.2	-11	0	0	0	0	0	0
1.2	-13	0	0	0	0	0	0

## Résultats expérimentaux de la zone de mélange à fort taux de vide zdm2

### 1. Zdm2 : Section x=10 cm

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.1	-13.5	12.347	0.620	0.05602	0.00314	5000	0.591	0.00162
0.1	-11.5	13.871	0.678	0.06418	0.00412	5000	0.636	0.00208
0.1	-8.5	13.266	0.609	0.06358	0.00404	5000	0.566	0.00204
0.1	-6	13.681	0.687	0.06634	0.00440	5000	0.628	0.00228
0.1	-3.5	14.444	0.743	0.06162	0.00380	5000	0.699	0.00193
0.1	-2.5	12.964	0.688	0.06080	0.00370	5000	0.645	0.00163
0.1	-2	12.180	0.636	0.06346	0.00403	5000	0.601	0.00217
0.1	-1.5	12.507	0.547	0.06468	0.00418	5000	0.513	0.00220
0.1	-1	12.495	0.483	0.06470	0.00419	5000	0.452	0.00216
0.1	-0.5	12.327	0.438	0.06602	0.00436	5000	0.410	0.00245
0.1	-0.2	12.240	0.392	0.06518	0.00425	5000	0.360	0.00216
0.1	0	11.980	0.360	0.06238	0.00389	5000	0.334	0.00198
0.1	0.2	11.410	0.331	0.05731	0.00328	5000	0.308	0.00140
0.1	0.5	10.589	0.302	0.04072	0.00166	5000	0.289	0.00062
0.1	0.7	10.316	0.293	0.02718	0.00074	5000	0.288	0.00026
0.1	1	10.161	0.284	0.01436	0.00021	5000	0.284	0.00015
0.1	1.5	10.133	0.265	0.01012	0.00010	2500	0.265	0.00010
0.1	2	10.196	0.270	0.01033	0.00011	2500	0.270	0.00011
0.1	3	10.201	0.260	0.00922	0.00009	2500	0.260	0.00009
0.1	4	10.234	0.266	0.00913	0.00008	2500	0.266	0.00008
0.1	6	10.243	0.253	0.00837	0.00007	2500	0.253	0.00007
0.1	8	10.228	0.262	0.01030	0.00011	2500	0.262	0.00011
0.1	10	10.199	0.244	0.00734	0.00005	2500	0.244	0.00005
0.1	13	10.267	0.254	0.01080	0.00012	2500	0.254	0.00012

## Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.1	-13.5	0.0869	0.733	0.0740	0.0021	0.00039	5567
0.1	-11.5	0.1085	0.785	0.0890	0.0022	0.00040	5819
0.1	-8.5	0.0920	0.747	0.0960	0.0022	0.00042	5340
0.1	-6	0.1072	0.731	0.0900	0.0022	0.00041	5267
0.1	-3.5	0.1082	0.804	0.0870	0.0021	0.00040	5917
0.1	-2.5	0.0903	0.749	0.0800	0.0021	0.00035	4872
0.1	-2	0.0725	0.706	0.0700	0.0021	0.00039	7037
0.1	-1.5	0.0715	0.639	0.0750	0.0021	0.00037	6152
0.1	-1	0.0625	0.593	0.0610	0.0020	0.00038	3213
0.1	-0.5	0.0529	0.549	0.0600	0.0019	0.00034	3441
0.1	-0.2	0.0456	0.526	0.0580	0.0018	0.00030	2016
0.1	0	0.0341	0.525	0.0460	0.0018	0.00028	1804
0.1	0.2	0.0240	0.517	0.0420	0.0018	0.00023	1322
0.1	0.5	0.0080	0.515	0.0390	0.0016	0.00018	638
0.1	0.7	0.0023	0.503	0.0380	0.0016	0.00025	171
0.1	1	0.0002	0.483	0.0200	0.0014	0.00001	13
0.1	1.5	0	0	0	0	0	0
0.1	2	0	0	0	0	0	0
0.1	3	0	0	0	0	0	0

## 2. Zdm2 : Section x=30 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.3	-13.5	11.793	0.743	0.06000	0.00360	5000	0.719	0.00221
0.3	-12	12.568	0.860	0.05672	0.00322	5000	0.834	0.00185
0.3	-10.5	13.042	0.882	0.05924	0.00351	5000	0.849	0.00212
0.3	-9	13.188	0.908	0.05983	0.00358	5000	0.878	0.00223
0.3	-7	13.424	0.920	0.05731	0.00328	5000	0.887	0.00198
0.3	-5	12.233	0.852	0.06416	0.00412	5000	0.819	0.00258
0.3	-3.5	12.372	0.617	0.07376	0.00544	5000	0.581	0.00313
0.3	-2.5	11.988	0.466	0.07506	0.00563	5000	0.434	0.00351
0.3	-2	11.783	0.398	0.07246	0.00525	5000	0.367	0.00302
0.3	-1.5	11.390	0.335	0.06731	0.00453	5000	0.306	0.00227
0.3	-1	10.913	0.271	0.05624	0.00316	5000	0.247	0.00100
0.3	-0.5	10.187	0.220	0.03945	0.00156	5000	0.209	0.00051
0.3	0	9.504	0.197	0.02524	0.00064	5000	0.194	0.00032
0.3	0.5	9.358	0.178	0.01573	0.00025	2500	0.178	0.00021
0.3	1	9.445	0.171	0.01279	0.00016	2500	0.176	0.00017
0.3	2	9.442	0.169	0.01125	0.00013	2500	0.169	0.00013
0.3	3	9.510	0.181	0.00855	0.00007	2500	0.181	0.00007
0.3	5	9.457	0.174	0.00649	0.00004	2500	0.174	0.00004
0.3	7	9.504	0.169	0.00545	0.00003	2500	0.169	0.00003
0.3	9	9.610	0.184	0.00529	0.00003	2500	0.184	0.00003
0.3	11	9.636	0.155	0.00654	0.00004	2500	0.155	0.00004
0.3	13	9.772	0.227	0.02794	0.00078	2500	0.227	0.00078

Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.3	-13.5	0.0810	0.835	0.0660	0.0022	0.00056	9812
0.3	-12	0.0903	0.958	0.0920	0.00229	0.00062	8007
0.3	-10.5	0.0985	0.962	0.1080	0.00229	0.00055	6266
0.3	-9	0.1065	0.963	0.1010	0.00228	0.00049	6480
0.3	-7	0.1056	1.017	0.1070	0.00231	0.00048	6671
0.3	-5	0.0821	0.909	0.1040	0.00232	0.00059	6199
0.3	-3.5	0.0766	0.733	0.0780	0.00209	0.00045	3808
0.3	-2.5	0.0672	0.607	0.0720	0.00211	0.00044	2824
0.3	-2	0.0612	0.558	0.0650	0.00209	0.00043	2460
0.3	-1.5	0.0514	0.508	0.0610	0.00206	0.00046	1925
0.3	-1	0.0385	0.47	0.0530	0.00209	0.00047	1696
0.3	-0.5	0.0177	0.439	0.0470	0.00182	0.00027	643
0.3	0	0.0062	0.429	0.0390	0.00167	0.00036	224
0.3	0.5	0	0	0	0	0	0
0.3	1	0	0	0	0	0	0
0.3	2	0	0	0	0	0	0
0.3	3	0	0	0	0	0	0

### 3. Zdm2 : Section x=50 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	C (mg/l)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.5	-13	12.272	1.055	0.06099	0.00372	5000	1.032	0.00258
0.5	-11	13.086	1.170	0.06108	0.00373	5000	1.139	0.00267
0.5	-9	12.822	1.151	0.06470	0.00419	5000	1.122	0.00289
0.5	-7.5	12.287	1.030	0.06181	0.00382	5000	1.006	0.00263
0.5	-6	12.048	0.837	0.07446	0.00554	5000	0.811	0.00392
0.5	-4.5	11.882	0.585	0.08271	0.00684	5000	0.547	0.00493
0.5	-3.5	11.532	0.439	0.07887	0.00622	5000	0.400	0.00319
0.5	-3	11.271	0.368	0.07423	0.00551	5000	0.335	0.00248
0.5	-2.5	11.014	0.298	0.06540	0.00428	5000	0.279	0.00207
0.5	-2	10.778	0.246	0.05482	0.00300	5000	0.231	0.00128
0.5	-1	9.835	0.178	0.03897	0.00152	5000	0.171	0.00066
0.5	-0.5	9.568	0.157	0.03080	0.00095	5000	0.154	0.00057
0.5	0	9.327	0.146	0.02309	0.00053	5000	0.145	0.00042
0.5	0.5	9.340	0.136	0.01849	0.00034	5000	0.136	0.00032
0.5	1.5	9.409	0.135	0.01824	0.00033	2500	0.134	0.00032
0.5	2.5	9.468	0.129	0.01479	0.00022	2500	0.129	0.00022
0.5	4.5	9.491	0.125	0.01020	0.00010	2500	0.125	0.00010
0.5	6.5	9.514	0.143	0.00782	0.00006	2500	0.143	0.00006
0.5	8.5	9.493	0.127	0.01378	0.00019	2500	0.127	0.00019
0.5	11	9.460	0.145	0.01975	0.00039	2500	0.145	0.00039
0.5	13	9.627	0.222	0.02918	0.00085	2500	0.222	0.00085

Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.5	-13	0.0816	1.068	0.0830	0.0023	0.00057	5378
0.5	-11	0.1072	1.184	0.1040	0.0024	0.00055	7788
0.5	-9	0.0947	1.185	0.1050	0.0024	0.00061	6723
0.5	-7.5	0.0852	1.055	0.1080	0.0024	0.00058	9241
0.5	-6	0.0738	0.921	0.0940	0.0023	0.00053	4416
0.5	-4.5	0.0608	0.745	0.0900	0.0022	0.00051	2969
0.5	-3.5	0.0518	0.625	0.0860	0.0022	0.00052	2153
0.5	-3	0.0470	0.577	0.0780	0.0022	0.00050	1868
0.5	-2.5	0.0400	0.539	0.0640	0.0021	0.00041	1475
0.5	-2	0.0320	0.495	0.0590	0.0022	0.00048	1099
0.5	-1	0.0152	0.448	0.0520	0.0020	0.00039	504
0.5	-0.5	0.0083	0.438	0.0500	0.0020	0.00042	289
0.5	0	0.0022	0.427	0.0430	0.0019	0.00003	73
0.5	0.5	0.0001	0.42	0.0450	0.0009	0.00049	8
0.5	1.5	0.0003	0.388	0.0000	0.0012	0.00002	8
0.5	2.5	0	0	0	0	0	0
0.5	4.5	0	0	0	0	0	0
0.5	6.5	0	0	0	0	0	0
0.5	8.5	0	0	0	0	0	0
0.5	11	0	0	0	0	0	0
0.5	13	0	0	0	0	0	0

## 4. Zdm2 : Section x=80 cm

Dans le liquide

x (m)	y (cm)	$U_L$ (m/s)	$u'_L$ (m/s)	$u'^2_L$ (m/s)	fe (hz)	$U_{Lcl}$ (m/s)	$u'^2_{Lcl}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
0.8	-13.5	1.150	0.07735	0.00598	5000	1.125	0.00538
0.8	-12	1.252	0.06898	0.00476	5000	1.229	0.00409
0.8	-10.5	1.314	0.06409	0.00411	5000	1.292	0.00349
0.8	-9	1.191	0.07250	0.00526	5000	1.167	0.00524
0.8	-7.5	1.004	0.09380	0.00880	5000	0.980	0.00853
0.8	-6.5	0.849	0.11263	0.01268	5000	0.808	0.01422
0.8	-5.5	0.687	0.12745	0.01624	5000	0.611	0.01459
0.8	-4.5	0.533	0.13277	0.01763	5000	0.475	0.01272



Dans le gaz

x (m)	y (cm)	alpha	$U_G$ (m/s)	$u'_G$ (m/s)	$d_B$ (m)	$d'_B$ (m)	Nbulles
0.8	-13.5	0.0872	1.233	0.0890	0.0024	0.00051	7026
0.8	-12	0.0920	1.298	0.1100	0.0024	0.00056	10063
0.8	-10.5	0.0855	1.346	0.1130	0.0024	0.00057	7828
0.8	-9	0.0772	1.262	0.1120	0.0023	0.00053	7011
0.8	-7.5	0.0652	1.123	0.1080	0.0024	0.00053	4781
0.8	-6.5	0.0619	1.001	0.1080	0.0024	0.00066	4038
0.8	-5.5	0.0603	0.877	0.1070	0.0023	0.00055	3586
0.8	-4.5	0.0557	0.782	0.1060	0.0024	0.00045	3336
0.8	-3.5	0.0501	0.693	0.0910	0.0023	0.00057	2243
0.8	-2.5	0.0386	0.615	0.0870	0.0024	0.00058	1721
0.8	-2	0.0352	0.593	0.0620	0.0022	0.00046	1311
0.8	-1.5	0.0293	0.566	0.0550	0.0022	0.00043	1052
0.8	-1	0.0266	0.532	0.0590	0.0021	0.00041	906
0.8	0	0.0188	0.500	0.0500	0.0023	0.00047	605
0.8	1	0.0118	0.427	0.0420	0.0021	0.00039	331
0.8	2.5	0.0057	0.377	0.0400	0.0018	0.00016	140
0.8	4.5	0	0	0	0	0	0
0.8	6.5	0	0	0	0	0	0
0.8	8.5	0	0	0	0	0	0
0.8	11	0	0	0	0	0	0
0.8	13	0	0	0	0	0	0

## ANNEXE CHAPITRE 4

### Simulations numérique de la couche de mélange à faible taux de vide zdm1

#### 1. Sensibilité aux divers termes du transfert interfacial de quantité de mouvement :

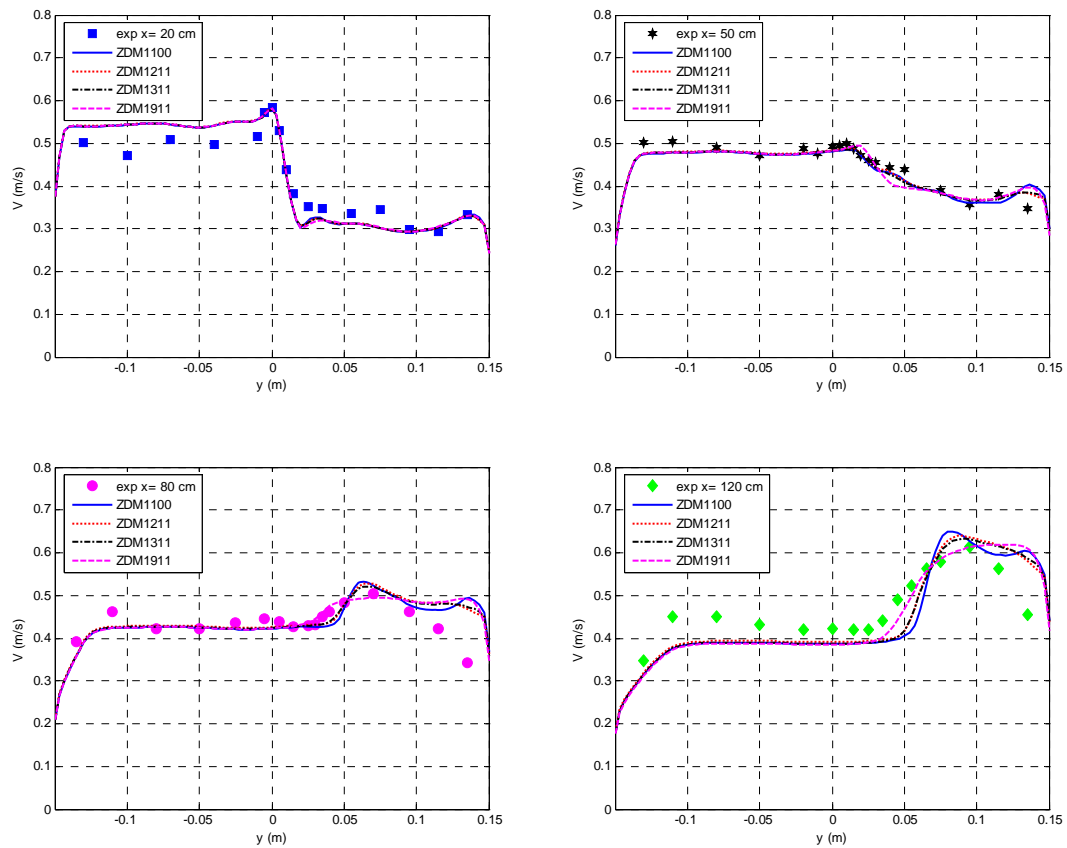
##### Sensibilité de la distribution des phases aux termes non linéaires de masse ajoutée

Le tableau A4.1 récapitule les conditions de calcul dans les simulations de la couche de mélange diphasique à faible taux de vide zdm1 :

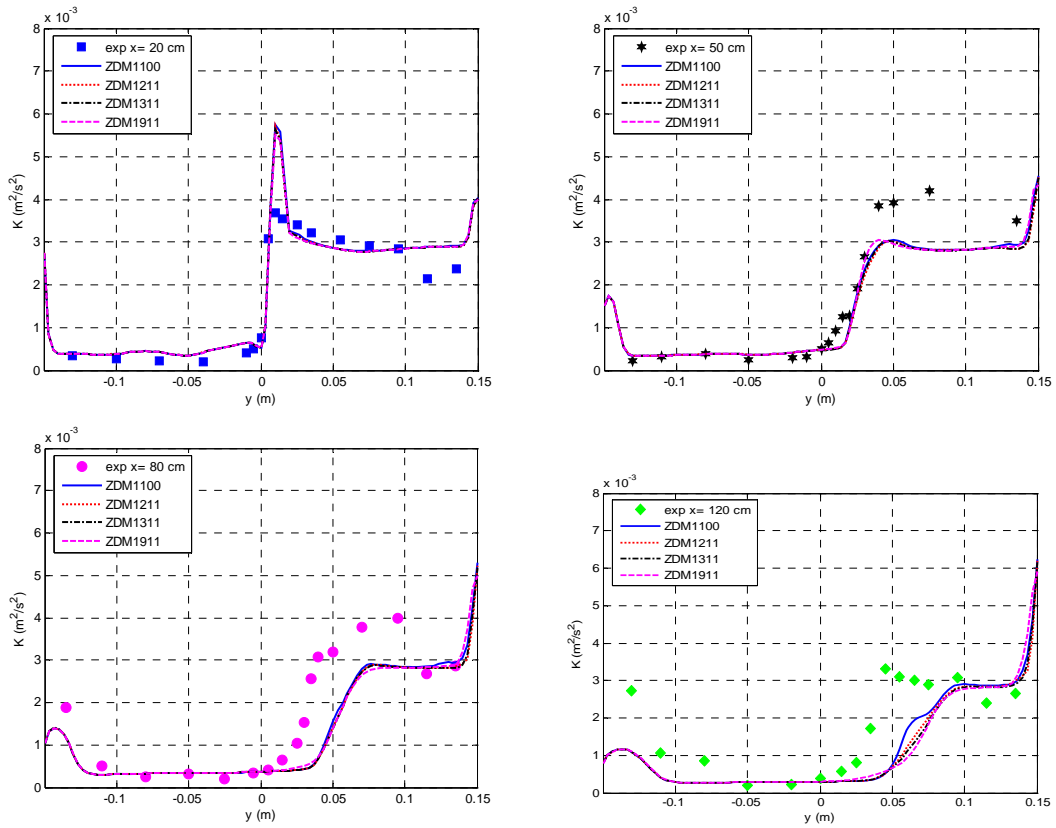
**Tableau A4. 1: Simulations de sensibilité de la distribution de taux de vide aux termes non linéaires issues de la masse ajoutée.**

Simulations	Termes non linéaires $C_{11} = C_{22}$	Force de portance $C_L$	Force de Masse ajoutée $C_M$
ZDM1100	1	0	0
ZDM1211	2	0.25	0.5
ZDM1311	3	0.25	0.5
ZDM1911	9	0.25	0.5

Nous présentons sur la figure A4.1, les résultats de ces simulations des vitesses du liquide et de l'énergie turbulente dans les sections  $x = 0.2 m$ ,  $x = 0.5 m$ ,  $x = 0.8 m$  et  $x = 1.2 m$ .



**Fig. A4. 1 :** Profils de la vitesse moyenne du liquide dans la zone de mélange à bulles à différentes sections: effet des termes non linéaire de masse ajoutée avec force de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.



**Tableau A4. 2 : Profils de l'énergie turbulente totale dans la zone de mélange à bulles à différentes sections: effet des termes non linéaire de masse ajoutée avec force de portance. Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux.**