Doktori értekezés

Megtanitási programcsomag az egyenletek cimü témához /ált. isk. 8.o./

Oros Sándor

1983

A disszertáció felépitése

Bevezetés

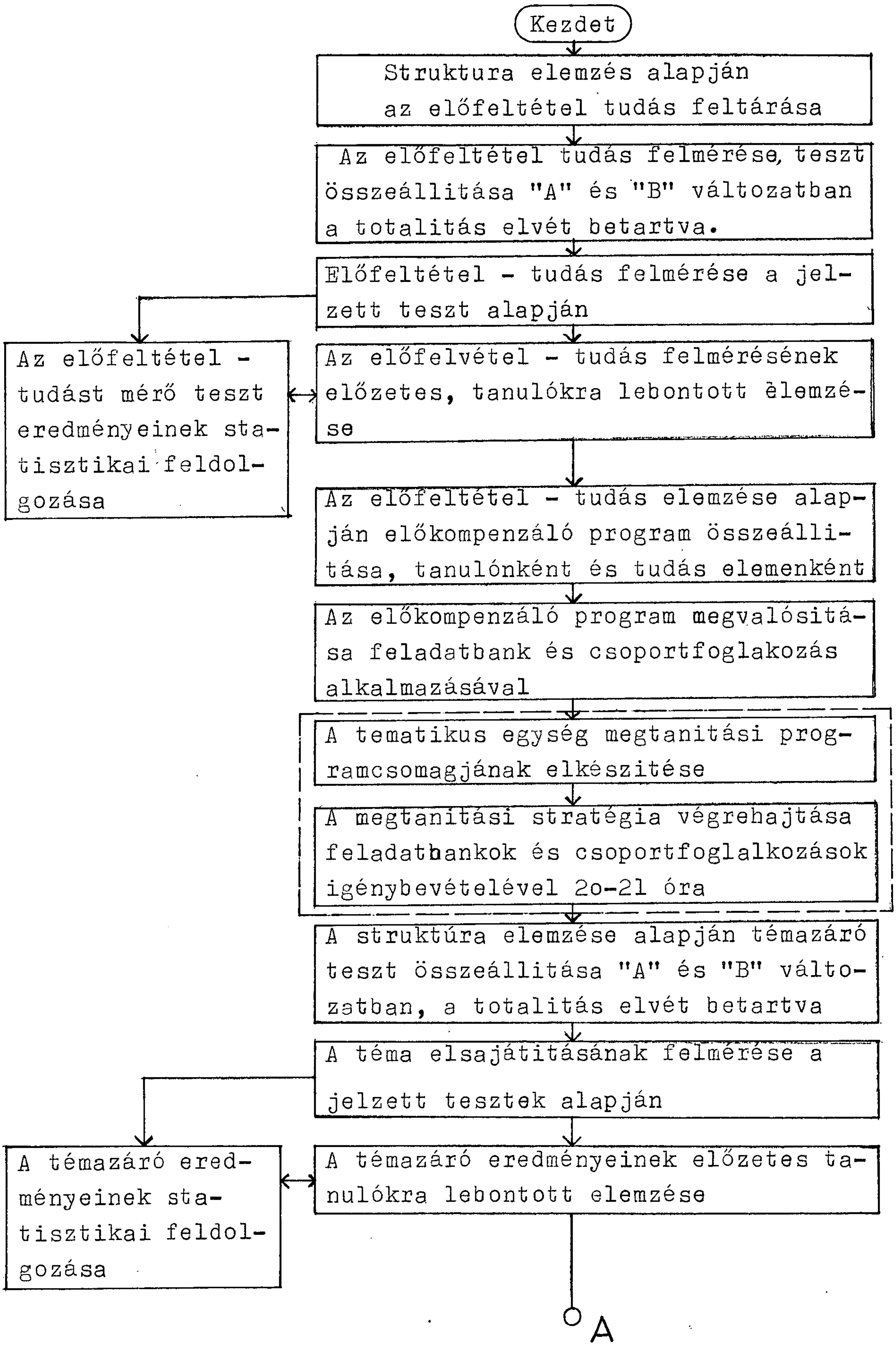
A pedagógiai gyakorlatnak régóta ismert célja, hogy a felnővekvő nemzedékkel elsajátittassuk az emberiség eddig felhalmozott tudásanyagát, és fogékonnyá tegyük tanitványainkat a folyamatos fejlődés során születő új fogalmak, ismeretek befogadására, megértésére. Napjainkban a tanitás, megtanitás fogalma kibővült szinte új értelmet kapott: alapvetően kritériumorientált oktatást jelent. Vagyis, bármely iskolatipusban a tanulók legalább kétharmad részének el kell érnie a 7o-85 %-os megtanulási szintet. Ennél többre nincs szükség, nem cél. Ezt a célt tűzte ki a Szegedi József Attila Tudományegyetem Pedagógia tanszéke, külföldi törekvések, eredmények, hazai adaptációjával. A munka méretei szinte beláthatatlanok. Egyik legnehezebb probléma a tudati szféra. A társadalom és benne a pedagógus társadalom egy évszázados pedagógiai örökség átörökösitésére van felkészitve. Az osztályrendszerü, átlagra méretezett tanitás sok évtizedes gyakorlata oly mély nyomokat hagyott tudatunkban, hogy annak gyökeres megváltoztatása hosszú ideig tartó harc eredménye lehet csupán. A több mint kezdeti lépések megkezdődtek. Uj fogalmak indultak el hóditó útjukra. A megtanitási stratégia, a megtanitási programcsomag fogalmainak lényegéről a Pedagógia Technológia 1981/1 folyóiratszáma első tanulmányából tájékozodhatunk. Számtalan tanulmány jelent meg egy egy anyagrészről készitett programcsomagról. Ezek lényege abban foglalható össze, hogy egy olyan megtanitási és megtanulási stratégiát igyekeznek kidolgozni kisebb nagyobb témákra, melyek azután általánosithatók, és velük elérhetők a már jelzett kritériumok. Lényeges elemük még az, hogy ténylegesen olyan programcsomagok, melyek minden oktatást segitő anyagot, a pedagógus kezébe kivánnak adni. Az ő munkája a helyi körülményeknek megfelelő válogatás és a végrehajtás.

A jelen munka is egy megtanitási programcsomag készitésére vállalkozik, az egyenletek cimü témába /ált. isk. 8. o./ Olyan stratégia kidolgozására tesz kisérletet, mely a jelen oktatási körülmények között funkcionáltatható, és hatékonysága a kritériumnak megfelel. Ez pedig sem a jelen esetben, sem a kölünféle tanulmányokban leirt kisérletekben nem kis feladat. A stratégia egy strukturaelemzés alapján összeállitott előfeltétel-tudást mérő teszt megiratásával kezdődik. Ennek elemzése szolgáltatja az előkompenzáló program megtervezését, majd végrehajtását tanulókra és tudáselemekre lebontva. Ezt követi a megtanitási stratégia megtervezése és végrehajtása 2o-21 órában. Lényegét tekintve a csoportfoglalkozás különféle módózatait alkalmazzuk. A tematikus egység témái közben és végén folyamatos kompenzálást valósit meg, és a témát témazáróval zárja. Ez utóbbi elemzése adja az alapot az utókompenzaló program összeállitására ugyancsak tanulónként és tudáselemenként. A kisérlet az utókompenzálás megvalósitásával zárul. A modell igy irható le:

előfeltétel — tudás mérése → előkompenzálás → téma megtanitása → témazáró mérés → utókompenzálás.

Ettől a folyamattól, ennek jó megoldásától várjuk a megnyugtató, előremutató eredményt. Az a reményünk, hogy a kisérlet a matematika megtanitásá részéről is ad valami kiindulási adalékot ahhoz a nagy munkához, ami már eddig megvalósult és ami még ezután vár a kutató együttesekre.

A vizsgálat blokksémája



A

A témazáró eredményeinek elemzése alapján utókompenzáló program összeállitása, tanulónként és tudáselemenként

Az utókompenzáló program megvalósitása, feladatbank és csoportfoglalkozás alkalmazásával.

Vége

I.

Hazánkban a probléma felvetése a hatvanas évek közepétől kezdődött, amikor is külföldi mintára a mérés nálunk is tért hóditott a pedagógiában. Pedagógiai elméletünk rájött arra, hogy tudományos fejlődés egzakt mérés nélkül nem képzelhető el. Nagy lépést jelentett ebben a tekintetben Ágoston-Nagy-Orosz: 1971 "Méréses módszerek a pedagógiában" cimü munka, valamint Nagy: 1972 "A témazáró tudásszintmérés gyakorlati kérdései" cimü munka. Ezek lehetőséget adtak a tudományos szintü mérések elterjedésére. A különféle mérések szolgáltatták az akkor meglévő tantervek megvalósitásának értékét, a módszerek hatékonyságát stb. Ezektől várta az oktatásügy a tartalmi és módszertani megújhodást. A tapasztalatok azt mutatják, hogy erre nagy szükség van. Megindult a témazáró tudásszintmérés alapján a standardizált témazáró tesztek /pl. Gazsó: 1975/ összeállitása a különböző tárgyakból. Ezek alkalmazása megmutatta a különböző oktatási helyzetekben az eredményeket pl. Elemi számolási készség mérése /Nagy: 1971/. A mérések szinte minden területen a meglévő tartalmi és módszertani változás szükségességét igazolták. Megindultak a kisérletek a különböző tantárgyak korszerüsitése érdekében. Ez a folyamat napjainkig lényegében lezárult, és úgy látszik egy időre nyugvó pontra jutott. Pl. matematikából első osztálytól a 4. gimnáziumig, már az új matematika koncepciója szerint készült tankönyvek érvényesek. Kisebb-nagyobb korrekciót, a tantervi felépitésben eszközölt változtatásokat igényel csupán.

Ez azonban csak első lépés az oktatás korszerüsitésének folyamatában. Az oktatási rendszer strukturális változásáról nem szólva, a következő elkerülhetetlen teendő a módszerek fokozatos, de gyökeres megújitása.

Az oktatás módszereit tekintve lassú az előrehaladás. Még mindig beéri az osztályrendszerü oktatás kezdetén kialakult sémákkal, nevezetesen: a herbarti, ill. zilleri koncepcióval. Hagyományos osztálykeretben új, mondhatni rendszeridegen módszerekkel próbálkozik pl. csoportfoglalkozás, programozott oktatás, stb. melyek vagy nem mennek át a gyakorlatba, vagy formalista próbálkozások maradnak. Részproblémákat oldanak meg, de egyik sem foglalkozik az egyének fejlődésének optimális biztositásával. Egyszerüen szólva a tanár "leadja" az anyagot, és az egyéni fejlődéssel már kevésbé törödik, de nem is törődhet. Igy alakul ki az a helyzet, hogy egy vékony elit réteg mellett a tanulók nagy része hiányainak állandó növekedése következtében, egyre reménytelenebb helyzetbe sodródik. Ez a folyamat már a beiskolázás során predesztinálódik /Nagy: 1974/, ahol csupán az életkori alapelv érvényesül és a fejlettséget nem veszik figyelembe /Nagy: 1974/a/. Az egyéni boldogulás és a társadalmi szükségszerüség egyaránt azt kivánja, hogy minden tanuló egyrészt adottságait teljes mértékben kibontakoztatva, másrészt az elvárásoknak megfelelően fejlődjék tanulmányai során. Ezen gondolatok valóra váltásához visz közelebb a kompenzáló beiskolázási modell /Nagy: 1974/b/ és egyáltalán a kompenzálás gondolata. Ez nagyon régi probléma megoldását igéri; törödik a lemaradottakkal, akár már indulásnál, akár folyamatosan következett be a lemaradás. Továbbá fejlődési lehetőséget ad a gyorsabban haladóknak.

A témakompenzációs oktatás kialakitásának első lehetősége a József Attila Tudományegyetem Pedagógia Tanszéke vezetésével létrejött kutatási team több éves programja. Ennek feladatai és eredményei az Egyetem kiadványában "A tanulók irányitó értékelése feladatbankok segitségével" cimmel található meg. /Nagy: 1977/.

A kutatási program célkitüzései szükségessé a különféle kisérletek pedig lehetővé teszik a kompenzáló oktatás kidolgozását. Ezt támasztják alá a jelenlegi iskolarendszer keretei, valamint az új tantervek bevezetése. Az adott iskolatipus, adott korosztályának adott témájához tervezett és elkészitett előkompenzáló és utókompenzáló program feladatbankjainak és gyakorlatrendszereinek szellemi munkabefektetése indokolja az állandóságot. Jelenleg olyan sajátosan hazai kompenzatórikus oktatás kidolgozásán fáradoznak, mely az elsajátitást 7o-85 %-os szinten garantálná minden iskolába járó, ép idegrendszerü tanulónak. Az elsajátitás eddigi mértékéhez /3o-4o %-os/ viszonyitva elérhetetlennek látszik, pedig nem irrális tervek;

megvalósithatóságukat világszerte sok hasonló törekvés és eredmény bizonyitja. /pl. a "mastery learning" program, L. Csapó: 1978/

Az oktatás megújhodása figyelhető meg az egész világon. A közoktatáson belül egyre jobban megvalósul az egyéni különbségek figyelembe vétele. Ez azonban a pedagógus további terhelése útján nem megoldható. A pedagógus tekintetében csak a pályára való kiválasztás, majd a képzés szinvonalának emelésével léphet az oktatásügy. Itt jön be a témakompenzációs oktatással kapcsolatos elképzelés /Nagy: 1977/, mely kifejti a kétféle kompenzációval összefüggő feladatokat. Ezek szerint, akárcsak az oktatástechnológiában kialakult elgondolások szerint, el kell látni a pedagógusokat megfelelő feladatbankokkal, gyakorlatrendszerekkel, programokkal, melyekkel a kompenzálás minden tanulóra és tudáselemre megvalósitható. A pedagógus teendője csak az adott területre megfelelő kiválasztás, majd végrehajtás legyen. Örvendetes, hogy hazánkban is megindultak a törekvések e feladat megvalósitására. /L. Nagy: 1981/a, 1981/b /

Ha a fenti lehetőségeket a matematika területén is ki akarjuk használni, előzetesen meg kell vizsgálnunk a kompenzáció lehetőségeit, szükségességét a matematikában is. Tarthatatlan az az állapot, hogy a tanulók nagy része megfelelő előfeltétel-tudás nélkül kerül szembe újabb és újabb problémákkal, melyek között szoros összefüggés van.

Ennek a problémának vizsgálatát végezte el a disszertáció irója 1981-ben szakdolgozati szinten. A vizsgálat az előfeltétel-tudás és az elsajátitás összefüggésére terjed ki az egyenletek tanitásának témájában /ált. isk. 8. o./, mely egyben a jelen munka megelőző vizsgálata volt. A minta nagysága 15o fő, ami magában bizonyos következtetésre jogosit.

A vizsgálat eredménye szerint az előfeltétel-tudás elsajátitást befolyásoló hatásának mértéke 18 %. Ez az általános felfogás szerint kevésnek látszik a tantárgy sajátosságait, logikai felépitettségét, figyelembe véve, de ha a matematika tanitására és tanithatóságára figyelemmel vagyunk, akkor elegendő mértékü. Ugyanis, mint a kisérlet mutatja, 8 év felhalmozódott matematikai és egyéb tudás tartalma nem mérhető egyetlen tesztben, de nem is képez előfeltétel-tudást a téma elsajátitásában. Ezt ragyogóan mutatja a regressziós egyenes /$y = 27 + 0{,}45x$/ konstans értéke: a 27. Ha szoros volna, tökéletesen szoros az összefüggés, akkor az $x = 0$-ra $y = 0$ esnék, vagyis nulla előfeltétel-tudásra nulla elsajátitás következnék. De a függvény azt mutatja, hogy az előfeltétel-tudás nulla értékére, tetemes elsajátitási érték jut /27/. Ez adódhat az elsajátitás minőségéből, készségekből, vagy mindkettőből. Nincs okunk a vizsgálat tesztjei alapján /előfeltétel-tudás 37 %, témazáró 44 %/ feltételezni csak az előbbit. És mint ahogy az elemzések során nyomon követhető az előfeltétel-tudást megelőző ismeretek meghatározó jellege, kimondható:

A matematikára - szoros logikai összefüggése ellenére - nem jellemző az előfeltétel-tudás és a téma elsajátitásának szoros és közvetlen összefüggése. Ennek okát elsősorban abban látjuk, hogy a matematika tanitása több évre elhúzodó folyamat, és adott témazáró teszt sikeres megirásában nagy szerepet játszanak a hosszabb idő alatt kialakuló készségek, jártasságok, képességek.

Nem feledkezhetünk meg a matematikára oly jellemző intuiciók, sejtések szerepéről sem, melyek a témazáró sikerét is befolyásolhatják. A befolyás mértéke /18 %/ és éppen a hosszúra nyúlt oktatás viszont egyértelmüen indokolja a kompenzatórikus program alkalmazását, mint a felzárkoztatás új, remélhetően hatásos módszerét. Ugyanakkor a kompenzációtól sem várhatunk gyors, azonnali, hanem csak hosszabb távon ható eredményeket.

Időközben a kompenzációról alkotott elképzelések is megváltoztak. Az eddigi elképzelések szerint valamely téma tanitása előtt az előismereteket feltáró témanyitó teszt tanúsága alapján előkompenzálás, majd a téma megtanitása után a témazáró tanulsága alapján utókompenzálást tartottak volna. Ez kétségtelenül biztositja annak a régi problémának lényeges csökkentését, hogy a tanulók megfelelő ismeretek nélkül kezdjék az új ismeretek tanulását. Azonban ebben a rendszerben úgy látszik mintha az ismeretek pótlása, a kompenzálás az oktatás folyamatában periódikusságot követelne. Minden téma előtt és után kerülne megvalósitásra. Ezt a folyamatot szakaszossá teszi és ellentmond az egyéb permanens ismétlésre vonatkozó elveinkkel. Ezen kivül a matematika oktatásának jelenkori elképzelése éppen a témánkénti elkülönülés ellen van. A gondolkodást nem akarja témába szoritani, a sablonok feloldása érdekében ritkán ad homogén problémákat. Könnyü észrevenni, hogy ebben a kompenzációban az elő és utókompenzálás kizárólagos alkalmazása nem lehet teljes értékü. Kézenfekvő tehát a folyamatos kompenzálás gondolata /Nagy: 1981/. Eszerint a tematikus egységek témáin belül, azok tanitása közben folyamatosan történjék a kompenzálás. Ebben kiemelendő a témánkénti kompenzálás, mely a téma megtanitása végén alkalmazott un. ellenörző felmérés alapján történik. A folyamatosság az eddig elmondottakon kivül azért is szükséges, mert az elő és utókompenzálásra tervezett és forditható 1-2 óra kevésnek bizonyul, legalább is a kisérleti körülmények között. De a matematikából a rendszer feltételezett funkcionálása során sem jobb a helyzet, ha egymástól függetlenebb témák követik egymást pl. geometriai transzformációk, algebra.

A folymatos kompenzálás magasabb szintü új fogalom a megtanitási stratégia szerves része /Nagy: 1981/b/. A közoktatás évszázados gyakorlata fordul ki a sarkából azzal, hogy nem a középmezőnyre épiti az oktatást, mivel ez a réteg a legszámosabb, nem törödve lényegében a legjobbak és a leggyengébbek fejlődésével, hanem megtanitást igér minden oktatásban résztvevő tanuló részére. Természetesen saját lehetőségeinek és a társadalmi szükségleteknek megfelelően. Mindez egy kritériumorientált oktatás keretében, ahol a kritérium kompromisszum mellett 7o-85 %-os. A felső kategóriába eső tanulók esetében jó és jeles teljesitményt jelent, s egyben az elsajátitás felső határát is. A kompromisszum azt jelenti, hogy megelégszik a tanulók 2/3 részének idetartozásával. Elvileg az oktatás adott témában addig folyik mig ez nem teljesül. Ezzel az elképzeléssel a külföldi gyakorlat és a hazai törekvések valamint kisérletek eredményei olyan remények megvalósulása felé mutatnak, amit közoktatásban soha nem reméltek.

Most már csak annak magyarázata van hátra, hogyan lehet a megtanitás kitüzött célját megvalósitani. Erre a választ a pedagógiai programcsomagok /Nagy: 1981/a/ megvalósitásától várhatjuk. "Pedagógiai programcsomagnak nevezzük az olyan rendszert, amely adott konkrét pedagógiai cél, krtitérium teljesitéséhez kisérletileg igazolt hatékonyságú, rögzitett pedagógiai program köré szervezi a tartalmi és a tanulási információkat, információhordozókat, és amely lehetővé teszi a frontális osztálymunka meghaladását, a tanulás a szeméyliségfejlődés tudatosabb és hatékonyabb irányitását." /Nagy: 1979/. A definicióban foglaltak megvalósitása természetesen csupán a kutatóktól várható. A pedagógusnak sem ideje, sem a kidolgozáshoz megfelelő körülményei, elméleti felkészültsége nincs. De nem is az ő feladata. Az ő feladata a helyi körülményekre való adaptálás, végrehajtás. Szeretnénk hangsúlyozni, hogy nem receptek adásáról van szó! A programcsomagok lehetőséget kinálnak kidolgozott anyagokkal, programokkal. Felhasználásuk rugalmas, körülményekhez igazitott alkalmazást tesznek lehetővé. De ezen belül biztositják az optimális eredményt azzal, hogy a program minden részlete elméleti és gyakorlati szakemberek kisérletileg is igazolt munkája. Vagyis az elsajátitás legoptimálisabb útját ajánlja. Ezen belül helyt ad a választásnak az egyéni úton történő megvalósitásnak, kezdeményezésnek. A programcsomag szükséges, de nem elégséges. A tanár alkotó, kiválasztó, egyénien megvalósitó személyisége nélkülözhetetlen.

Eddig számos programcsomag látott napvilágot: Pl. A megtanitás stratégiája - kézirat - Szeged, 1981. Zömében egy-egy témát dolgoznak fel a 7. osztályos kémia kivételével, ahol a teljes évi anyag elkészült. A szerzők általában többféle utat követnek, de ez érthető is, hisz minden tantárgynak megvan a maga specifikuma. A jelen munka is egy programcsomag összeállitására vállalkozik. A jelen és jövő feladata a különféle tantárgyak minden évfolyamra való feldolgozása programcsomagok formájában. A feladat hatalmas, sok évre szóló.

II.

A kisérlet célja egy megtanitási programcsomag összeállitása, kipróbálása és az eredmények elemzése. Kisérletet teszünk ált. isk. 8. o-ban az egyenletek cimü tematikus egység kritériumorientált megtanitására. A kritérium 7o-85 %-os. Ennek elérése vagy megközelitése a cél. Ezzel kivánunk egy szélesebb körü kutatási programhoz adalékot, tapasztalatot szolgáltatni matematikából.

A kisérlet Pécs négy általános iskolájának 6 nyolcadik osztályára terjedt ki. Összesen kb. 15o tanulóval.

Részletezve:

II. sz. Gyakorló	2 osztály	/ideiglenes mat./
I. sz. Gyakorló	1 "	/új matematika/
Dr Hall József Ált. isk.	2 "	/új és ideig./
I. sz. Kertvárosi Ált. isk.	1 "	/ideiglenes mat./

Az összetétel területileg is, és a tanulók fejlettségét tekintve is heterogén. Területileg: 2 Gyakorló, 1 városi /nem belvárosi/ és 1 peremkerületi iskola. Fejlettség szempontjából: 2 jobb és 4 átlagos osztály van. Egészen gyenge összetételü nincs.

Tanárok: 3 gyakorló-iskola: 1 jó, 2 átlagos, 2 városi tanár: mind kettő jó. A tanárok egy kivételével folyamatosan tanitották az osztályokat.

Tehát az iskolák, a tanulók, és a tanárok kiválasztása adott lehetőségek mellett a szélesebb körü mintavétel elvét kivánta követni.

A kisérlet 1982. okt. elejétől december végéig tart.

Tartalmilag Ált. Isk. 8. o. Egyenletek cimü tematikus egységet kivánja megtanitani. A kisérlet egy előfeltétel-tudást mérő teszt megiratásával kezdődik. Ennek összeállitását a téma strukturaelemzése előzte meg. A teszt eredményei alapján kétórás előkompenzáló program végrehajtása történik a programcsomagban később leirtak szerint. Ennek lényege tartalmilag a teszt itemeire kidolgozott feladatrendszerbank, melyek nagytömegü, szükséglet szerinti felhasználást tesznek lehetővé. Módszertanilag az egyéni, a mikro csoportos és kis csoportos foglalkozások jellemzik, de tervezett a közös munka, sőt a korrepetálás is. A legnagyobb feladat és egyben a siker feltétele a szervezés. A tanárok mindent kézhez kapnak: az előkompenzálás programját, a csoportfoglalkozások tartásának elveit, a feladatrendszerbankot megfelelő példányszámban stb. A szervezést viszont nekik kell megoldaniuk megfelelő irásbeli és szóbeli tájékoztatás után.

Az előkompenzálást követi a tematikus egység megtanitása, amely 21 órából áll. A megtanitás elősegitésére a programcsomag óraprogramokat tartalmaz. Ez adja a stratégia gerincét. Ezen kivül a felhasználásra különféle ajánlások, órakezdő feladatbank, fólia terv stb. áll a tanárok rendelkezésére. Az óraprogramok lényege a tervezett csoportfoglalkozás: mikro, kis, és differenciált foglalkozások helyének megjelölése és az elsajátitandó ismeretek elemző, bemutató, rögzitő bemutatása.

A megtanitás folyamatos kompenzálás segitségével történik, melynek egyik módja a témánkénti ellenörző mérések alapján történő folyamatos kompenzálás. Ezen kivül a programcsomagban található - az óraprogramokban megvalósitásra kerülő többféle munkaforma segiti ezt a kompenzálást.

A tematikus egység megtanitása után a strúktúra elemzés alapján összeállitott témazáró teszt megiratása következik. Ez adja a kritériumnak megfelelő vagy nem megfelelő eredményt.

A témazáró eredményei alapján, itemekre és tanulókra lebontva utókompenzáló program végrehajtásával zárul a kisérlet.

Az utókompenzálás lényegében az előkompenzálás útját követi. Ennek a fázisnak a tartalmi gerincét szolgálja a minden itemre kidolgozott feladatrendszerbank. Ezek egyéni, szükséglet szerinti felhasználásától várjuk a még fennmaradó hiányok pótlását. Munkaformák tekintetében egyéni, közös és csoportfoglalkozások váltják egymást a tervezett 2 utókompenzáló órán.

<u>A kisérlet igy irható le röviden:</u>

előfeltétel-tudást mérő teszt megiratása → előkompenzálás → a tematikus egység megtanitása → témazáró megiratása → utókompenzálás

A kisérlet hipotézisei, egyes megoldások indoklásai:

- A tanulók tudásbeli különbségei a hazai körülmények között is kompenzálhatók.
- A témakompenzációs oktatás megnöveli az oktatás hatékonyságát.
- Ez az oktatási forma minden tárgyra, igy a matematikára is alkalmazható.
- Beilleszthető a jelenlegi oktatási körülményeinkbe.
- Eszközei és módszerei kidolgozhatók.
- Megfelelő programcsomagok mellett minden pedagógus alkalmazni tudja, nem ró a jelenleginél nagyobb terhet rá.
- Az elsajátitás legalább 7o %-os szinten biztositható.
- A folyamatos kompenzálás még nagyobb eredmény elérését teszi lehetővé.

A megtanitási stratégia összeállitásánál a következő szempontokat vettük figyelembe:

- Kisérleti körülmények között nem müködő tanárok és diákok vesznek részt a program megvalósitásában. Ebből fakadóan kellő módon tükröznie kell a stratégiának a tudati formálásra való törekvést.
- Részletesebb leirást kell adni a feladatbankok használatáról, a csoportfoglalkozásokról, a kompenzálásokról és egyáltalán a megtanitás gondolatáról.
- Olyan munkaformákat kellett választani, melyek a megvalósithatóság mellett általánosithatók.

- Eszközök tekintetében a tantárgy specifikumai és az egyszerüség volt a döntő szempont. Ezért alakalmaztuk a tankönyvet, munkalapot, feladatlapot és irásvetitőt csupán.
- Törekedünk a gyakorlatban funkciónáló munkaformák beépitésére, igy pl. a különféle óramozzanatok céliranyos megoldásaira, két alkalommal a korrepetálásra, a házi veresenyekre az irásvetitő rendszeres alkalmazására, a differenciált csoportfoglalkozásra stb.
- A megtanitás programja sokat vár a tanári munka intenzitásától. Az egyes feladatok elemző, igen okszerü bemutatásától, majd az erre következő önálló munka utáni visszacsatolás alapján történő egyéni és közös beavatkozástól.

Modellje:

probléma → megoldás -/v. kisérlet/ → visszacsatolás → → beavatkozás → megtanulás → begyakorlás.

- A szöveges egyenletek előkészitését szolgáló órakezdő feladatok szöveges feladataitól, majd a szöveges egyenleteket elemző tanári munkától szintén sokat várunk.

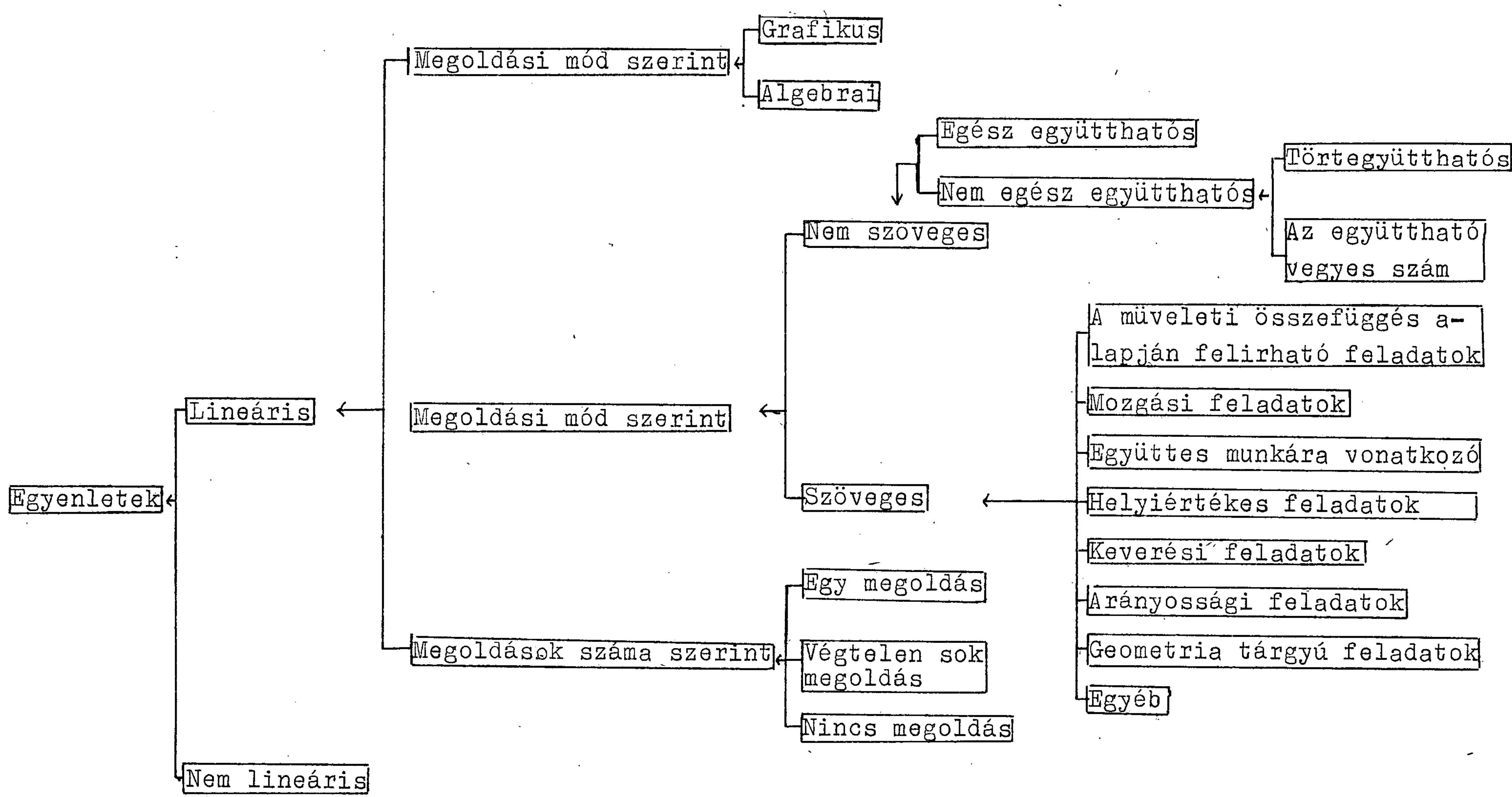
Modellje:

feladat → rövid, összefüggést tükröző felirás → elemzés → az egyenlőség felirása, alternativák → az egyenlet megoldása → a megoldás értelmezése → ellenőrzés pl. az egyenlőség felirása gondolatmenete alapján /értelemszerüen/

- Alapelvünk ténylegesen a hipotézisben állitottak megvalósithatósága, a jelenlegi tanári munkától való minél kevesebb eltérés és egyáltalán a célszerüség.

- Éppen ezért kerültük a nagyon bonyolult, valóságtól elrugaszkodott, néha értelmetlen megoldásokat.
- A megtanitási programcsomag 1-1 példányát minden tanár kézhez kapja.

Struktura és mennyiségi elemzés: Egyenletek: általános iskola 8. o



Számbavétel és csoportositás

1. Szükséges ismeretek

racionális számok:

müveletek /összeadás, kivonás, szorzás, osztás/

előjelek, müveleti jelek

zárójelfelbontás

müveletek törtekkel – közönséges törtek; tizedes törtek

törtrész fogalma

közös nevezőre hozás – legkisebb közös többszörös; bővités, egyszerüsités

abszolut érték

számegyenes

algebrai kifejezések:

Szorzat szorzása, osztása

kiemelés - szorzattá alakitás

összeg szorzása, osztása

összevonás

együttható

egynemü kifejezések

különnemü kifejezések

összeg, különbség, szorzat, hányados kiszámitása

helyettesités

zárójelfelbontás

hatvány - kitevő

törtek bővitése, egyszerüsitése

közös nevezőre hozás

törtvonal mint zárójel

első fokú egyismeretlenes egyenlet megoldása

<u>függvények</u>:

koordináta rendszer ismerete

pontok ábrázolása

összetartozó értékpárok

függvény fogalma

függvényérték fogalma

függvényérték leolvasása

lineáris függvény fogalma

függvény ábrázolása koordináta rendszerben - képe

lineáris függvény megoldása táblázattal, grafikonnal, képlettel

grafikonok metszéspontja

<u>Egyenletek</u>:

egyenlet fogalma

egyenlet felirása

megoldás, vagy gyök fogalma

megoldások száma

lineáris egyenlet fogalma

lineáris egyenlet grafikus megoldása

lineáris egyenlet algebrai megoldása

lineáris egyenlet megoldásának ellenőrzése

szöveges egyenletek ellenőrzése

<u>müveletek</u>:

müveleti sorrend

egyéb:

ponthalmazok

ponthalmazok metszete

mennyiség fogalma

2. Fogalmak

előjel fogalma

müveleti jel fogalma

számegyenes fogalma

koordináta rendszer

pont koordinátái

abszolut érték

a nulla

halmazképző fogalmak

reláció

függvény

valós szám

racionális szám

pozitiv, negativ szám

törtszám

egyenlőség – igaz / hamis

egyenlet

azonosság

lineáris egyenlet

elsőfokú egyenlet

algebrai kifejezés

képlet

felcserélhetőség, csoportosithatóság

azonos átalakitás

ponthalmaz

metszet

igazsághalamaz

közös nevezőre hozás

<u>rendszerképző fogalmak</u>

valósszámok

racionális számok

algebrai kifejezés

függvény

egyenlet

lineáris egyenlet

azonosság

3. <u>Tények</u>:

a 0 racionális szám

0-val való osztást nem értelmezzük

0-t bármely számmal osztva 0-t kapunk

a +, - előjelek

a racionális számok hozzárendelhetők a számegyenes pontjaihoz.

a pozitiv számok 0-nál nagyobb számok

a negativ számok 0-nál kisebb számok

Nincs legnagyobb pozitiv szám

nincs legkisebb negativ szám

a lineáris egyenletnek 0, 1 vagy végtelen sok megoldása van

két egyenesnek: 0, 1 vagy végtelen sok metszéspontja van

A lineáris függvény képe egyenes

nem minden egyenletnek van gyöke

a legkisebb k.t. a közös többszörösök közül a legkisebb

4. Szabályok:

törtek bővitése, egyszerüsitése

törtek összeadása

törtek kivonása

közös nevezőre hozás - lk.k.t.

törtek szorzása egész számmal
törtek osztása egész számmal } százalékszámitás

müveletek tizedes törtekkel

alapmüveletek racionális számokkal

müveletek sorrendje

azonos átalakitások:

$\left.\begin{array}{l} a + b = b + a \\ ab = ba \end{array}\right\}$ kommutativitás

$/a + b/ + c = a + /b + c/$ asszociativitás

$/ab/\cdot c = a\cdot/b\cdot c/$

$/a + b/\cdot c = ab + bc$ disztributivitás

$ax + bx = /a + b/\cdot x$ kiemelés

$/a + b/\cdot/c + d/ = ac + bc + ad + bd$ több tag szorzása több taggal

összeg osztása

szorzat osztása

helyettesités

egynemü kifejezések összevonása

egyenlet megoldása algebrai úton

egyenlet megoldása grafikus úton

szöveges egyenletek megoldása
/adatgyüjetés, összefüggések felirása, egyenlet felállitása, ellenőrzés a szöveg alapján - értelemszerüen/

5. <u>Törvények</u>

a 0 nem pozitiv és nem negativ
2 pozitiv szám közül az a nagyobb, amelyik abszolut értéke nagyobb
2 negativ szám közül az a nagyobb, amelyik abszolut értéke kisebb
pozitiv és negativ számok közül a pozitiv a nagyobb
egyenlő nevezőjü törtek közül az a nagyobb, amelyik számlálója nagyobb
két egyenlő számlálójú tört közül az a nagyobb, amelyik nevezője kisebb
az egyenlet mindkét oldalának változtatása ...
az egyenletet akár algebrailag, akár grafikusan oldjuk meg, a megoldás ugyanaz lesz.
ha az egyik egyenlet minden megoldása, megoldása a másik egyenletnek, akkor a két egyenlet ekvivalens
azokat az egyenleteket, amelyekben a nevezőben ismeretlen van, diszkutálni kell
csak az egynemü kifejezések vonhatók össze
a törtvonal zárójelet helyettesit
minden azonosság egyenlőség, de nem minden egyenlőség azonosság
minden egyenelet egyenlőség, de nem minden egyenlőség egyenlet
minden függvény reláció, de nem minden reláció függvény

Forgató könyv a megtanitási programcsomaghoz

Tartalom:

A II/1-16-ig történő összeállitás sorrendje a végrehajtás ütemezését is mutatja.

<u>A végrehajtás mikéntje:</u>

II./o. Az első tanári teendő a jelzett program áttanulmányozására abból a célból, hogy a kisérlethez szükséges előkészületeket megtehesse. Ez pedig nélkülözhetetlen elsősorban a csoportok kialakitása és funkcionálása miatt. A kisérlet gerince a csoportfoglalkozás, igy az azzal való megoldások nem indithatók csupán a kisérlet kezdetekor. Hasonló a helyzet a II./o. egyéb igényével szemben is, tehát kérjük a benne foglaltak megvalósitását.

II./1. Ezután egy szülői értekezlet összehivását igényli a programcsomag, ahol felhivást kell a szülőkhöz közvetiteni a kisérlet ismertetése és támogatása céljából. Erre azért van szükség, mert a stratégia komolyan alapoz az otthoni tanulásra a házi feladatok lelkiismeretes megoldása mértékében. Ezt kellene a családnak elősegitenie. Az időpont a kisérlet megkezdése előtti 1-2 hét lehet.

II./2. A következő teendő a csoportfoglalkozások elméletével és gyakorlati végrehajthatóságával való foglalkozás. Ebből a célból a tanárok tanulmányozzák a II./2 sorszámú tájékoztatást, az irodalomból pedig ha tehetik Dr Buzás László: A csoportmunka időszerü kérdései cimü munkát: Pedagógiai Közlemények 1. Tankönyvkiadó. 1969. A II./o. pontban szereplő csoportfoglalkozások ismeretének fontossága természetesen ide is vonatkozik. Kérjük tehát az alapos felkészülést ebből a témából.

II./3. Bár a kisérletre nem jellemző a korrepetálás, de kétszeri szereplése indokolja áttanulmányozását. A munka folyamatában kérjük negyedikként ennek elolvasását.

II./4. A sorban a következő téma, amire fel kell készülni, a gazdagitó program. Ez az érdeklődő tanulókon kivül azoknak szól, akik a kötelező anyagrészek elsajátittásán túl vannak. Tehát felfelé differenciál. Kérjük figyelmes áttanulmányozását és funkcionálásának megszervezését.

II./5. A megtanitási stratégia sikere nagymértékben függ az ebben a pontban leirtak megvalósulásától. A megtanitás próbaköve a megtanulás és az ezt segitő munkaformák és eszközök. Előre fel kell késziteni a tanulókat erre. Az előzőekhez hasonlóan kérjük gondos áttanulmányozását és végrehajtását.

II./6. Ezzel a ponttal ténylegesen kezdetét veszi a kisérlet. Amikor tehát a tanmenetben az egyenletek tanitása következik, illetve azt megelőzően három órával, a programcsomagban ezen sorszám alatt megtalálható teszteket "A" és "B" változatban egy óra kb. 4o perc időtartam felhasználásával megiratja. Igy az előfeltétel-tudás felmérése megtörténik. Az "A" és "B" nem igényel válogatást, padsoronkénti elkülönitést jelent. Viszont a tanuló is, és a tanár is jegyezze fel a csoportbeosztást, mert a témazárónál azonos csoportbéli tesztet kell kapnia minden tanulónak. Az óra végén a visszacsatoláshoz, majd a javitáshoz ugyancsak a programcsomagban az ezen sorszám alatt megtalálható javitókulcsot használja. A javitásnál a tudás elemek -itemek- o vagy 1 pontot kapnak aszerint, hogy a megoldása jó /1/ vagy rossz /o/.

II./7. Itt lényegében az előkompenzálás tartalmi anyagát találja. Minden itemre vagy feladatra feladatrendszert ad a csomag. Ezek összeállitása olyan, hogy önálló tanulói megoldása a hiány pótlását reméli. Ugyanakkor az önálló megoldást is biztositja az esetek zömében. Áttanulmányozása tehát az előkompenzálás programjának végrehajtása érdekében nélkülözhetetlen.

II./8. Ebben a pontban megtalálja az előkompenzálás végrehajtásának programját. Szoros végrehajtása illetve előzetes megtervezése nagy szervező készséget, erős akaratot, figyelem megosztást igényel. Ebben is kérjük az odaadó akaratot és felkészülést. Itt a legfontosabb a szervezettség! Mindennek meglegyen a helye, ideje, ellenőrzése.

II./9. Az előkompenzálás után a figyelmet a téma megtanitására kell forditani. Ennek első lépése az ebben a pontban leirtak megértése és elfogadása. Fontos az egyes óramozzanatokkal szemben támasztott kritériumok betartása és a megoldások szellemének átvétele. Kérjük gondos tanulmányozását!

II./lo. Ebben a pontban foglaltaknál ugyancsak fontos a végrehajtás módozatai mellett főleg az elvi szempontok figylelembe vétele és annak gyakorlatba való átültetése. A kisérlet egyik vezérgondolata fogalmazódik itt meg, a folyamatos kompenzálás ajánlásával. A megtanitás nagymértékben attól függ, hogyan tudjuk ezt megvalósitani. Erre való felkészülést célozza az ebben a pontban leirtak tanulmányozása.

II./ll. Az órakezdő feladatbank ismerete szükséges a megtanitási program megvalósitásához. Ebből kérjük az órakezdő feladatok /l vagy 2/ kiválasztását, egyéb helyen leirtak figyelembe vételével. Ennek lényeges szerepe van a szöveges egyenletek megtanitásának sikerében.

II./12. A megtanitási program fóliaterve konkrét segitséget ad a végrehajtásban. Minden fólia kódjele meghatározza a felhasználás helyét és a tartalmat. Itt nem kiválasztásról, hanem az órákba való beépitésről van szó. Kérjük a programban való pontos alkalmazásukat.

II./13. A megtanitási programok /l-2o óra/ tanulmányozása előzetesen és folyamatosan rendkivül fontos ez a megtanitás kritériuma tartalmilag és stratégiailag egyaránt. Ez akkor sikeres, ha a 9. lo. ll. és 12. pontokkal együtt végezzük. A program végrehajtásának készsége mellett igen fontos a megtanitás szellemének elsajátitási készsége. Az erre való törekvést kérjük főleg.

II./14. A téma megtanitásának kb. egy hónapos időtartama végén az ebben a pontban megadott témazáró tesztek "A" és "B" változatainak megiratása következik. Ez az előfeltétel-tudást mérő tesztek megiratásához hasonlóan történik. Pontos végrehajtást kérünk.

II./15. A támazáró teszt megiratása után az utókompenzálásra való felkészülést szolgálja az egyes tudáselemekhez irt feladatrendszerek megismerése. Ezek adják az utókompenzálás tartalmi anyagát és részben módszerét is.

II./16. A megtanitási programcsomag utolsó eleme az utókompenzálási programtervezet. Ez az utókompenzálás végrehajtását programozza. Itt is mint az előkompenzálásnál a szervezés a legfontosabb feltétele a sikernek.

A kisérletet megelőző tanári teendők:

1. Az osztályok jelenlegi pontos létszámát, névsorát, jelzését összeirni és egy példányt leadni. A névsorban feltüntetni az utolsó matematika osztályzatukat.
2. Háromféle csoportot összeállitani:
   a/ mikro csoport: 2 fő, egyik a "tutor", aki segitséget tud nyújtani. Jó, ha önkéntesen történik az összeállitás.
   b/ kis csoport: 5-6 fő, egy megbizott vezetővel, aki az 5-6 főből választandó. Ez a tanuló jobb képességü, megbizható legyen. Lehetőleg az önkéntesség figyelembevételével válasszák.
   c/ differenciált csoport: A: a témában legjobbak, B: a közepesek, C: a leggyengébbek. Az osztályt arányosan kell szétosztani.

Ezeket a csoportokat irásban rögziteni, a gyakorlatban müködtetni kell szeptembertől kezdve. Csak igy biztositható a megtanitási stratégiában való funkcionálásuk.

3. Otthoni tanulópárok összeállitása, legalább a közepes és annál gyengébb tanulók részére. Tehát egy gyenge és egy jobb tanuló párositása lehetőleg önkéntes alapon és a lakóhelyek figyelembevételével.
   Ezt a rendszert is irásban rögziteni kell! Egy példányt leadni sziveskedjenek.

4. A szülőknek szóló mellékletet szeptember végén tartandó szülői értekezleten szükséges felolvasni. Amennyire lehetséges annak szelleméről és főleg gyakorlásáról győzzék meg a szülőket. Különös tekintettel az olvasásra és a házi feladatok megoldására. Néha ellenőrizzük is.

5. A geometriai részt mind az ismétlésben mind az új anyagban későbbre tervezzék, hogy karácsonyig az egyenletek témája töretlenül befejeződjék.

6. <u>Már előre szoktassák a tanulókat a következőkre</u>:

   a/ A házi feladatok intenziv ellenőrzése 8-lo perc. Tanuljanak belőle. A kompenzálás helye.

   b/ Órakezdő feladat gyakorlatára

   c/ Szóbeli számolásra. Csak az eredményt irják le a tanulók!

   d/ Csoportfoglalkozásokra /a, b, c/

   e/ Uj anyagnál követendő út nagy vonalakban: Bemutató elemzés; esetleg félig önálló, majd önálló munka.

   f/ Az önálló munkáltatás minél többet szerepeljen. Utána visszacsatolás és ennek függvényében beavatkozás.

   g/ Lehetőséghez mérten a frontális munka csak a téma nyitásakor szerepeljen. Törekedjék differenciált munkát végezni legalább a legjobbak és leggyengébbek figyelembevételével. Egyik pólusnak továbbfejlődést a másiknak a szükséges segitséget megadva. Ez nem jelenti a közepesek elhanyagolását. Az eszmény: minden tanulónak a megfelelő fejlődést biztositó segitség megadása. A szükséges és lehetséges figyelembevétele.

h/ Alkalmazott összefoglalás gyakorlata érvényesüljön. Melynek lényege a tanultak alkalmazása, ami ad valami újat is, és nem reprodukáló jellegü. Külső formája is más mint ami az órán szerepelt. Pl. táblázat, halamaz ábra, igaz-hamis állitások, diszkusszió stb.

i/ A házi feladatok differenciáltak legyenek. Legalább a kiemelkedő tanuló tekintetében külön programmal. Ezenkivül a mindenkinek szóló 2-3 feladat, és egy szorgalmi feladat. Törekedni kell valami motiválással arra, hogy mennél több szorgalmi feladatot oldjanak meg a tanulók.

j/ A tehetségesebb tanulók részére kéthetenkénti időtartamra jó lenne folyamatos metematika-versenyt tartani. Hirdető táblára kiirt feladatok megoldásával, beadásával és értékelésével. Gondoskodni kellene esetleg külső motiváló eszközökről is.

k/ Használják az irásvetitőt szükség szerint.

l/ Olvassák el, a Köznevelés 1981. okt. 16. számából dr Nagy József egyetemi tanár "A megtanitás stratégiája" cimmel szereplő cikkét.

Kedves Szülők!

Gyermekeik ebben az évben olyan szerencsés helyzetbe kerültek, hogy részesei lehetnek a matematika tanitásával összefüggő olyan kisérleteknek, melynek célja a teljes elsajátitás minden tanuló számára. Sajnos ez csupán egy téma megtanitására, tehát egy hónap oktatására vonatkozik. Nvezetesen az egyenletek megtanitására. Ez a téma továbbtanulóknak igen fontos.

Ez a feladat az adott iskolai körülmények között igen nehéznek látszik, ezért kérjük a kedves Szülők lehetőség szerinti hathatós segitségét.

A kisérlet perspertivikus célja egy olyan megtanitási stratégia kidolgozása, mely a későbbiek során általános bevezetéssel biztositani tudná az egyenletek teljes elsajátitását.

E nemes cél érdekében a következőket kérjük a kedves Szülőktől:

1. A tanulás alapja az olvasni tudás. Mivel gyermekeink egy része ebben a tekintetben hiányokkal küszködik, kérjük a Szülőket, hogy szeptembertől a kisérlet kezdetéig, tehát november elejéig, gyermekük olvasási készségének fejlesztését elősegiteni sziveskedjenek. Ennek módját abban látjuk, hogy naponta megfelelő ellenőrzés mellett legalább 15 percig gyakorolják a hangos olvasást. Ez lehet bármely tantárgy tananyaga. Ezt jól kiegészitené, ha

egyes részletek elolvasása után a tanuló elmondaná annak tartalmát saját szavaival. Ennek az a célja, hogy amit elolvas, értse is meg, és tudja reprodukálni. Igen jó, ha esetenként egy-egy értelmes mondatot kivülről is megtanul. Ez úgy hasznos, ha olyant tanul meg, ami az adott tantárgyra való felkészülést segiti.

2. A kisérlet 1 hónapos időtartamára az 1. pontban foglaltak úgy módosuljanak, hogy matematikából az anyag tanulása során felmerülő tanulnivalót, szabályt szószerint tanulja meg.

3. Ezzel összefüggésben tehát kérjük a kedves Szülők ellenőrző tevékenységét minden matematika óra előtt. Ez abból áll, hogy füzetet, munkalapokat, könyvet megnézve megállapitanák a tanulni valót, és azt megkövetelnék maximális szinten. Ezen túlmenően a házi feladatként feladott feladatok, feladatsorok utasitás szerinti megoldását ellenőrizzék tartalmilag és megfelelő esztétikai kivitelben.

4. A házi feladatok sokszor teljesen egyéniek lesznek. Igy magának a tanulónak kell azokat megoldani és a bennük lévő tudástartalmat elsajátitani. Sok esetben tanulópár-rendszer alapján történik ez, melyhez szintén kérjük a Szülők segitségét oly módon, hogy tegyék lehetővé a gyermekek együttes tanulását lakásukon.

5. Összefoglalóan annak biztositását, elősegitését kérjük, hogy a tanuló otthon végzendő tanulása a maximá-

lis legyen.

Előre is köszönjük a lényegében 1 hónapos kitartó, következetes segitségüket.

A csoportfoglalkozások gyakorlati alkalmazása

Háromféle változatát alkalmazzuk:

1. Mikro csoport: 2-3 fő
2. Kis csoport: 5-6 fő
3. Differenciált csoport: A, B, C /A pillanatnyi fejlettség szintjét mutató differenciálás/

1. A mikro csoport általában két főből áll. Az egyik tanuló a segitségre szoruló, a másik a segitő un. tutor. A gyakorlat lényege már a meghatározásban benne van. A kapott programot mindkét tanuló önállóan probálja megoldani. Eközben felmerülő nehézségek leküzdését segiti a tutor. Tehát nem megoldja a segitésre szoruló tanuló helyett a problémát, hanem rávezeti, segiti az önállóság megtartása mellett. Közben a tutor maga is fejlődik. Tanitva tanul. A magyarázat hevében az elemzés közben jön rá olyan összefüggésekre, melyekről esetleg előzőleg nem tudott. Az a tény, hogy hogyan tegye érthetővé társa számára a problémát, az a felelősség, az az inponáló bizalom mely iránta megnyilvánul, az a feszült helyzet, találékonnyá teszi a tutort és fejlettségét magasabb szintre emeli. Hisz a probléma mélyebb boncolgatása mindig hoz új és új felismerést. Ugyanakkor a másik tanuló hozzájut olyan ismeretekhez, melyek megszerzése egyedül reménytelen volna. A mikro csoport pedagógiai értéke ebben kétirányú fejlődés várható biztosi-

tásában van. Nem lényegtelen ezen kivül az a szociális hatás, mely a kölcsönösség alapján hat a tanulókra. A rendszeres munkakapcsolat, a problémák együttes leküzdése, a közös sikerélmény összekovácsolja a két embert. Baráti kapcsolat jöhet létre. Az egyik baráti segitséget kap, ha kell; a másik ad, ha tud. Esetenként forditva is lehet. Hisz a korábban elmaradt tanuló, néha kis segitség után kibontakozva, szárnyra kapva felülmulhatja korábbi önmagát. Vagyis a kapcsolat értéke kölcsönös, és ezt kell hangsúlyozni! Mind a szervezésnél, mind a gyakorlatban ügyeljünk arra, ne alakuljon ki a tanulókban a "megbélyegzett" és a "sztár" személyiség-jelleg.

Természetesen előfordulhat, hogy a tutor sem tud segiteni. Ilyenkor az ő kérésére a tanár adja meg a segitséget.

Szervezési kérdések tekintetében nem tekintjük a tutort vezetőnek. Igy tehát a feladatok megoldásánál nem a tutor mint csoportfelelős számol be, hanem minden tanuló önmagáért felel. A tutor csak segit, ha kell.

Elő kell késziteni a tanulókat erre a szerepre. Az egyik tanulót arra, hogy ha valami problémája van, forduljon a tutorhoz, majd önállóan folytassa munkáját, a tutort pedig arra, hogy adja meg a segitséget legjobb tudása szerint. Ez utóbbinál hangsúlyozzuk a rávezetés gondolatát. Tehát ne kész sémát adjon, hanem rávezető munkával ébressze rá társát a megoldásra. Ha ezt nem tudja, akkor legalább indokolja részletesen a megoldást.

Az ülésrend tekintetében az a jó gyakorlat, ha matematika órán eleve ilyen rendbe ülnek a tanulók. Akkor ugyanis bármikor alkalmazható ez a csoportmunka különösebb felfordulás nélkül.

Ezt a csoportformát egyszerübb ismeretek önálló szerzésekor, valamint feladatok megoldása során alkalmazzuk. Ez utóbbit különösen akkor, ha nem hisznek az egyéni megoldhatóságban minden tanuló tekintetében. Tehát az ismeretszerzés folyamatának, a begyakorlásnak a középső harmadában alkalmazzuk. Bár ez csupán durva megközelités.

2. A kis csoport általában 5-6 főből áll, kik közül egy felelős vezetőt kell választani. Ez a tanuló legyen az adott témában leginkább otthon és legyen rátermett, megbizható segitőtársa a többieknek. Sok múlik az ő kiválasztásán. Lehetőség szerint a tanulók maguk válasszák, és csak helytelen választás esetén tegyünk mi javaslatot. A csoportok lehetnek homogének és heterogének. Mi a kisérletben heterogén csoportokat foglalkoztatunk. A szervezés egyszerüsége érdekében többnyire azonos feladatokat kapnak a csoportok. Ez természetesen történhet másként is az irodalom és a gyakorlat szerint egyaránt. Igy a jelen kisérletben is biztositva van a leirtaktól eltérő alkalmazás minden tanár részére. Egyiknek is másiknak is

megvannak az előnyei. A választást a helyi személyi, tanulói és szaktanári körülmények határozzák meg.

A kis csoportok müködési területe elsősorban az új ismeretek csoportban történő megszerzése, bizonyos kutató elemző munkával, vélemények kicserélésével. Ezen kivül olyan feladatok közös megoldására alkalmas, melyek az ismeretek kezdetén még kevesek sajátja, és szükség lehet a kollektiv bölcsességre. Azt mondhatjuk, hogy az ismeretszerzés folyamatában az első harmad az alkalmazási területe. Természetesen ez nem kizárólagos, hisz később is adódhatnak olyan komplex problémák, melyek felbontása és együttes megoldása célravezető.

A csoportban való munka lehetőségei a szakirodalomban megtalálhatók. Itt most a lehetőségekből kiindulva és a körülményekre alkalmazható megoldással foglalkozunk csupán.

A korábbiak szerint itt azzal a formával foglalkozunk, amikor valamennyi csoport ugyanazzal a tananyagrészlettel illetve ugyanazzal a feladattal foglalkozik. Ilyenkor jó alkalom van arra, hogy a tanulók egymás tudását kiegészitsék, helyesbitsék. Közben természetesen a tanár ráirányithatja figyelmüket a megfelelő módszerre és felfedheti az eredmények és hiányosságok okait. Jelen kisérletben ezek a foglalkozások egyrészt, a fogalomalkotást megelőző tapasztalatok szerzésére, másrészt és főleg egyenletek, ezen belül is elsősorban szöveges egyenletek megoldásában funkcionálnak. De minden ettől eltérő, vagy ezt kiegészitő eredményes próbálkozás elfogadható és természetes.

A csoportmunka idején a csoportok egymástól kissé elkülönülve, csendben dolgoznak. Ez a munka is alapvetően egyéni probálkozáson alapszik kezdetben. Legalább is ebben a rendszerben. Csak a közben felmerülő problémák megoldását segiti a kis közösség ill. valamelyik tagja. És ez megint önálló munkával folytatódik egészen a következő problémáig. Jó, ha az egyéni ütemet biztositja a csoport. Ha a probléma súlya oly nagy, hogy többen nem tudnak elindulni, akkor közös megbeszéléssel kezdődik a csoport munkája. Előfordulhat, hogy egyik előtt sem világos, milyen sorrendben foglalkozzanak az egyes feladatokkal, vagy milyen részletességgel válaszoljanak vagy éppen ellenőrizzék a feladatot. Ilyen esetben a nevelő a csoportnak halkan megadja a szükséges útmutatást. Amikor letelt a téma feldolgozására szánt idő, a munkacsoportok beszámolnak. Ez több okból is lényeges: egyrészt, szoktatja a tanulókat a helyes beszédre, indoklásra, gondolataik önálló kifejtésére, másrészt alkalmasint a tanulótársak tanulnak az elmondottakból pl. ha nem azonos témát dolgoznak fel a csoportok. De szoktat a gondolkodásra, az odafigyelésre, vitára. Természetesen előfordulhat olyan gyakorlat is, hogy a csoport minden tagja megértését ellenőrizve, fontosabbnak tartja a tanár a továbbfejlődést egy újabb probléma adásával. Ez mindenkor az adott helyzettől, céltól és lehetőségtől függ. A tanár joga és kötelessége a legjobb mód kiválasztása. A beszámolót a felelős jelzése után bármelyik tanuló végezheti.

Végül a tanulókkal szembeni kivánalomról néhány szót: Feltétlenül szükséges a jó osztályközösség, tehát az egymás iránti felelősségérzet, a segitőkészség, továbbá a tárgy iránti érdeklődés s az önálló munkavégzés megfelelő szintje.

Fontos: a folyamatos gyakorlás, vagyis a csoportfoglalkozásos órák gyakorlata.

3. A jelen differenciált csoport nem azonos az irodalomban /dr Buzás: 1969/ szereplő azonos nevü csoporttal, melynek lényege, hogy a brigád a kapott feladatot tovább tagolja, s egyénekre is felbontja. Ez a differenciált csoport pillanatnyi fejlettség szintjét mutató differenciálás eredménye. Több változata lehetséges, amiből mi a gyakorlatban leginkább bevált és alkalmazott formát a három csoportos /A; B; C/ bontást választottuk. "A" csoportba kerülnek az osztály azon tanulói, akik az adott témában a legmagasabb fejlettségi szintet mutatják. "B" csoportba a közepesek kerülnek, a "C" csoportba pedig a legalacsonyabb fejlettséget mutató tanulók. Röviden: erősek, közepesek, gyengék. E csoportbontás célja nem a csoportfoglalkozás, hanem nekik szánt feladatok differenciálása

oly módon, hogy a csoportokban lévő tanulók fejlődését leginkább szolgálja. Igy az "A" csoport kapja a legnehezebb feladatokat és tagjai önállóan dolgoznak. Biztositva az igényszintjüknek megfelelő fejlődést. A "B" csoport tagjai is önállóan dolgoznak, de már a visszacsatolás során, esetleg egyénileg is kaphatnak segitséget. Az ő feladataik szintén a fejlettségükhöz igazódik. A "C" csoport tagjai kapják a tanár segitségét elsősorban, de alapvetően nekik is önállóan kell már dolgozni. A rendszer lényege éppen az, hogy a problémát differenciálja legalább három csoportra, igy mind három rétegnek a neki megfelelő fejlődést biztositja. Leginkább az "A" csoport gazdagitó programjával és a "C" csoport tanári támogatásával. A csoportok közötti mozgás elvileg is és gyakorlatilag is lehetséges. Tehát a "C" csoportból kerülhet "B"-be és viszont.

Mivel e munkaforma alapja az önálló feladatmegoldás természetes, hogy az itt alkalmazott csoportfoglalkozások közül ennek alkalmazása az ismeretszerzés folyamatának utolsó harmadában történik elsősorban. Hisz a téma zárását jelentő témazárót is teljesen önállóan kell megoldaniuk.

Ennek a csoportfoglalkozásnak alapja a szervezés, a problémák jó ismerete, tudása, elemző készség és a figyelem megoszlásának képessége. Első feladat a három csoport feladatainak megtervezése bőséges számban. Természetesen azok megoldása, tudása. A csoportok általában 1-1 padsorban külön ülnek kb. 8-lo tanulóval. A feladatokat ha Tk-ből, Fgy-ből, Ml-ból jelöljük ki, akkor egyszerüen a tábla három részre osztása után, mindegyikhez felirjuk a feladatot v. feladatokat attól függően, hogyan akarjuk? A legjobb pl. többet - ha nem is mind - felirni, mert igy elkerüljük a problémát, ami akkor következik be, mikor valamelyik tanuló befejezte munkáját, de a tanár még nem ért oda hozzá. Ilyenkor kezdheti a másik feladatot, ha van legalább néhány a táblán. A felirás módja: Tk/185/36/c ... Erre szoktassuk rá a tanulókat. Ha nem tudunk kijelölni feladatot, akkor adjuk szóban, irásban v. irásvetitővel a csoportbeosztás szerint a feladatokat. - Igy tehát pl. "A" és "B" csoport előtt több feladat, a "C" csoport előtt egy feladat van. Utasitást adunk az önálló munka megkezdésére. Azt is megmondjuk, hogy aki végzett, az kezdheti a következőt. Ugyanakkor a "C" csoport egyéni munkáját figyeljük és segitünk. Ha tipus probléma tapasztalható, akkor a táblánál megoldjuk, de teljesen szinkronban a csoport többi tagjával. Ha ezt a problémát lezártuk, akkor a "C" csoport kap egy hasonló feladatot teljesen önálló megoldásra. Mig ők ezt teljesitik, természetesen előbb az "A" csoportot kérdezzük meg ez első feladat megoldásáról, lehetőleg röviden, illetve a szükségletnek megfelelően. Ezután áttérünk a "B" csoportra; visszacsatolás, beavatkozás ... Ezután ők is csinálhatják a következő feladatot. Erre már valószinü a "C" csoport is elkészült. Kaphatják a következő olyan feladatot melyhez valószinü tanári segitség kell. Ezt közösen rendezve, megint önálló feladatot kapnak és a folyamat kezdődik elölről. Egészen az óra végéig. Természetesen ez nem megy mindig ilyen simán, de a jó szervezés, a feladatok teljes ismerete, a figyelem megoszlása kivezet a bajból.

A csoportfoglalkozások /a, b, c/ alkalmazásának indoklása

Célja lényegében a frontális osztálymunka egyeduralmának megtörése, sőt a minimumra szoritása az oktatásban. Történik ez abból a törekvésből, hogy az oktatásnak ki kell lépni a "tanitgatás" gyakorlatából, és meg kell valósitani a megtanitás gyakorlatát. Ami pontosabban azt jelenti, hogy tanulókra lebontva a megtanitást 7o-85 %-ra kell emelni. Vagyis a tanulók ismereteit ehhez a kritériumhoz orientáltan kell bőviteni ill. biztositani. Ez pedig frontális osztálymunkával nem lehetséges. Csak egy olyan megtanitási stratégia biztositja ezt, ahol lényegében az egyének oktatása folyik közösségi kereteken belül. Ennek formája jelenleg csak a különféle csoportfoglalkozások kombinativ alkalmazása lehet. A frontális osztálymunka csupán a téma nyitásához, a probléma bemutatására, bemutató elemzése céljából használható.

A korrepetálásról

Bár a korrepetálás gyakorlata az utóbbi évtizedekben kisérő jelensége volt oktatásunknak, ez a stratégia kevésbé veszi figyelembe. Elsősorban azért nem, mert azt az elvet valljuk, hogy az ismeretek elsajátitását a szorgalmi idő alatt ill. a tanitási órák alatt kell biztositani. Elsősorban racionálisan elsajátitható anyagmennyiséggel és korszerü módszerekkel. Ha minden határon túl a korrepetálást alkalmaznánk, amire pedagógiai gyakorlatunkban számos példa van, -- legalább is az alsóbb vezetők elvárását illetően --, akkor tulajdonképpen egy párhuzamos iskolarendszer körvonalazódnék. Ha ezt minden vagy több tárgyra vonatkoztatjuk, könnyü belátni tanulóink terhelésének indokolatlan és főleg káros nagyságát. Mert bár igaz, hogy több idő alatt jobb eredményt érhetünk el, de az is igaz, hogy még több idő alatt még jobb eredmények születnek. Hol a határ? Vagy nincs megállás? Kell lennie, hisz elsősorban embereket, személyiségeket akarunk nevelni. Éppen ezért az optimális igénybevételnek van csak létjugosultsága. Ez pedig megközelitően az adott anyagmennyiség tantervi óraszámának megfelelő. Minden ettől való eltérés csak igen indokolt esetben lehetsége; vagy az egyéni érdeklődés függvényében képzelhető el.

A fenti indoklás érvénybe tartását tükrözi a jelen stratégia is, mely a megtanitás során nem tervez korrepetálást. Ez viszont nem jelenti, hogy esetenként, rászorulókként nem lehet v. nem kell igénybe venni ezt a segitő formát. Igy ez a kisérlet is igénybe veszi a kb. másfél hónap alatt két alkalommal az előkompenzálás és utókompenzálás rövidre tervezhető programjának segitése céljából néhány, a teszteket reménytelenül gyengén megoldó tanuló részére, egy-egy óra időtartamra. Véleményünk szerint ez szükséges és nem mond ellent a fent leirt elveknek és főleg a gyakorlatban megkövetelt elvárásnál jóval kevesebb.

Mint az eddigiekből is kiderült néhány egészen gyenge tanuló számára tervezett lehetőség. Ugyanis az előfeltétel-tudást mérő teszt alapján tartott előkompenzáló program 2-3 órája /2/ rendkivül kevés ahhoz, hogy a leginkább lemaradottak felzárkoztatását is biztositsa. Ez pedig elveink szerint és a kisérlet szerint is nélkülözhetetlen a téma megtanitásához. Ugyanis saját előző kisérlet tanusága szerint az előfeltétel-tudás elsajátitást befolyásoló mértéke 18 %, ami nem kevés. Esetenként természetesen ez több is lehet. Ugyanez a helyzet az utókompenzálásnál. Ott is csupán 2-3 óra áll rendelkezésre, ami szintén kevésnek látszik az egészen gyenge teljesitmények felfejlesztéséhez. Bár lehetőség van arra, hogy a megtanitási stratégia oly sikeres, hogy erre a munkaformára nem lesz szükség. Abban az esetben nem alkalmazzuk. Az előkompenzálásnál viszont feltétlenül szükséges lesz.

Szervezése, végrehajtása:

Az előfeltétel-tudást mérő tesztek megiratása és kijavitása után elénk tárul az egyes tanulók teljesitménye. Ezekből kiválasztjuk azt a néhány tanulót, kiket a rendelkezésre álló 2 óra előkompenzálás programjával kevés reménnyel tudnánk felzárkóztatni. Ezekkel a tanulókkal közös időpont egyeztetés alapján, vagy aznap délután, vagy másnap délután egy korrepetáló órát tartunk. Célja, egyéni foglalkozás alapján a tudáselemenkénti felzárkóztatás. Ugy kell a problémát sorra venni, hogy azok legnehezebb, egyéni foglalkozást igénylő részei a korrepetáláson rendeződjenek. Erre a célra fel lehet használni az előkompenzálás feladatlapjait, melyek kész és szerkesztett feladatrendszert tartalmaznak. A fennmaradó azon problémákat, melyek a jelzett 2 órán közösségben is megoldhatók, azok majd a tanitási órán kerülnek sorra. A korrepetálás tartalmi megerősitése céljából adhatunk otthonra szerény gyakorlatrendszert, amit esetleg külön lapon nyújtanak be a tanárnak, hogy legyen ideje a javitásra és értékelésre.

A témazáró megiratása, javitása után hasonló elvek szerint válasszuk ki azt a kevés tanulót a korrepetálásra, akik feltételezésünk szerint erre rászorulnak. Az eljárás az előkompenzáláshoz hasonló, leirásától eltekintünk.

A folyamatos szaktárgyi verseny - gazdagitó program

A szaktárgyi verseny beépül a megtanitási stratégia azon gondolatkörébe, mely szerint meg kell adnunk az oktatás során egyrészt minden tanulónak a saját lehetőségének, másrészt a társadalmi elvárásoknak megfelelő fejlődési lehetőséget. Alapvetően tehát ezt a célt szolgálja az egyenletek megtanitása idejére bevezetendő folyamatos szaktárgyi verseny. Ezen belül célja kettős: egyrészt az érdeklődő és tehetségesebb tanulók részére biztositjuk a fejlődésükhöz elengedhetetlenül szükséges erőfeszitést és gyakorló teret, másrészt viszont a kevésbé jó képességü /esetleg kisebb szorgalmú/ tanulók is jussanak sikerélmény lehetőségéhez, és ezzel szeressék meg a matematikát. Ezenkivül nem közömbösek azok az értékes emberi tulajdonságok sem, melyek a matematikával való önkéntes foglalkozás során kialakulnak. Végül ez a verseny bevezetője lehet az iskola hagyományos matematika házi és egyéb versenyeinek, melyet általában december végéig célszerü megrendezni! Általánositásának tulajdonképpen akadálya nincs, mert legtöbb helyen gyakorlat. Legfeljebb a téma rendezettsége, a végrehajtás rendszeressége és az általánossá tétel -- mint a megtanitás része -- lehet új.

A vereseny lebonyolitása: Az egyenletek tanitásának idejére hetenként hirdető táblára versenyfeladatok cimen kitüzünk 2-3-4 feladatot a belső körülményektől függően

/idő, érdeklődés, rátermettség stb/. A feladatokat pontszámmal látja el a tanár. Előzőleg természetesen tisztázni kell a tanulókkal a célt, a pontok szerzésének követelményeit stb. Ez az lehet, hogy az utolsó forduló után összesitjük az elért pontokat, és rangsoroljuk a teljesitmény alapján a résztvevőket. A legjobbakat évvégén tanévzáró ünnepség alkalmával nevük felolvasásával és jutalomkönyvvel /matematika/ honoráljuk. Jelen esetben a december végi házi verseny eredményeit és a folyamatos verseny eredményét kell hasonló módon értékelni.

A kitüzött feladatokat a következő hét beadási határidejének lejárta után beszedjük a megoldóktól, kijavitjuk és pontozzuk ill. értékeljük. Ezzel egyidőben a hirdető táblán közöljük a helyes megoldásokat, hogy a tanulók maguk is tudják értékelni saját munkájukat. Továbbá szükséges egyénekre és feladatokra lebontott pontszámot is közölni a táblán. A vezető tanár minderről a maga számára kimutatást vezet, hogy tudja a tanulókat irányitani, értékelni és a verseny végén a munkát összegezni.

A verseny során legyünk azzal tisztában, hogy a teljesitmények mögött gyakran szülői v. egyéb segitség állhat. Ha igy is van, ez már eredmény, azonban egyéni beszélgetés és a feladat elemzése alapján erről pontosan győződjünk meg, és a közös erőfeszités elismerése mellett, törekedjünk a tanuló önálló munkájának biztositására. Ugyanakkor a pontszámok realitását is alakitsuk ki.

Ez utóbbi nehézség miatt a verseny tényleges értékelése csak a közös házi verseny alapján dölhet el, ahová belépési jogot ad az előzetes versenyben való részvétel.

A feladat -"bankról": A feladatok száma 32.

Az összeállitásnál főszempont az volt, hogy az azonos téma mellett különbözzenek a feladatok problémái, megfogalmazásai az óraprogramok feladataitól. Lehetőleg ne lehessen semmilyen sémára ráhúzni. Uj gondolatokat ébresszen, más gondolatmenetet tegyen szükségessé mint az órai feladatok. Gazdagitó program legyen!

A feladatok alkalmazása, kitüzése:

Ugy válogassuk össze, hogy minden fordulóban legyen egy olyan feladat, amihez önállóan hozzá tudnak szólni a gyenge "négyesek" és a "közepesek" is. A verseny során az egyes fordulók feladatai fokozatosan nehezedhetnek.

Először a numerikus feladatokat adjuk fel, majd a vegyes témájú szöveges feladatokat. Végül a mozgási feladatokat. A keretezett feladatok a legnehezebbek. Ezekből fordulónként csak egy-egy legyen, illetve a verseny vége felé szaporodjanak.

Versenyfeladatok:

Törtegyütthatós egyenletek: pontok helye: ..

1. $\frac{5x-3}{4} - 3 = 5 \quad /\cdot 4$

$5x-3-12 = 20$

$5x = 35$

$\underline{x = 7}$

E.: $\frac{5\cdot 7-3}{4} - 3 = 5$

$8-3 = 5$

$\underline{5 = 5}$

több tag a számlálóban

3 pont

2. $\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7} \quad /\cdot 4$

$35x-28 = 32x+2$

$3x = 30$

$\underline{x = 10}$

E.: $\frac{5\cdot 10-4}{2} = \frac{16\cdot 10+1}{7}$

$\underline{23 = 23}$

Mindkét oldalon tört és ismeretlen

4 pont

3. $1 - \frac{2x-5}{6} = \frac{3-x}{4} \quad /\cdot 24$

$24-/8x-20/ = 18-6x$

$24-8x+20 = 18-6x$

$44-8x = 19-6x$

$26 = 2x$

$\underline{13 = x}$

E.: $1 - \frac{2\cdot 13-5}{6} = \frac{3-13}{4}$

$\underline{-2,5 = -2,5}$

Negativ előjelü tört

5 pont

4. $\frac{x+17}{5} - \frac{3x-7}{4} = -2 \quad /\cdot 20$

$4x+68-/15x-35/ = -40$

$4x+68-15x+35 = -40$

$-11x+103 = -40$

$143 = 11x$

$\underline{13 = x}$

E.: $\frac{13+17}{5} - \frac{39-7}{4} = -2$

$6-8 = -2$

$\underline{-2 = -2}$

5 pont

5. $\frac{4x}{3} - 17 - \frac{3x-17}{4} = \frac{x+5}{2}$ /·12

$$16x-204+9x-51 = 6x+30$$
$$25x-255 = 6x+30$$
$$19x = 285$$
$$\underline{x = 15}$$

E. $\frac{60}{3} - 17 + \frac{45-17}{4} = \frac{15+5}{2}$

$$20-17+7 = 10$$
$$\underline{10 = 10}$$

Kettőnél több nevező

5 pont

6. $\frac{x+3}{2} - \frac{2x+1}{3} + \frac{3x-1}{4} - \frac{5x-3}{8} = 1$ /·24

$$12x+36-/16x+8/+18x-6-/15x-9/ = 24$$
$$\underline{12x}+36-\underline{16x}-8+\underline{18x}-6-\underline{15x}+9 = 24$$
$$-x+31 = 24$$
$$-x = -7$$
$$\underline{x = 7}$$

E. $5-5+5-4=1$

$$\underline{1=1}$$

Kettőnél több különböző nevező. Két negativ előjelü tört Minden számláló több tag A jobb oldal: 1

6 pont

7. $\frac{x}{4} - \frac{x+1}{5} + \frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} + \frac{x+4}{7} = 9$ /·420

$$105x-/84x+84/+210x+420-/140x+420/+$$
$$+60x+240= 3780$$
$$105x-84x-84+210x+420-140x-420+60x+240 = 3780$$
$$151x+156 = 3780$$
$$151x = 3624$$
$$\underline{x = 24}$$

A lk.k.t. nagy szám

E. $\frac{24}{4} - \frac{25}{5} + \frac{26}{2} - \frac{27}{3} + \frac{28}{7} = 9$

$$6-5+13-9+4 = 9$$
$$\underline{9 = 9}$$

6 pont

8. $\dfrac{3x+0,5}{4} - \dfrac{4x-5}{5} = \dfrac{5x-0,5}{4}$ /·20

A számlálóban tizedes tört is van.

$$15x+2,5-/16x-20/ = 25x-2,5$$
$$15x+2,5-16x+20 = 25x-2,5$$
$$-x+22,5 = 25x-2,5$$
$$25 = 26x$$
$$\underline{x = \frac{25}{26}}$$

<u>5 pont</u>

$\boxed{9.}$ $\dfrac{0,007+0,082}{0,01} = 8,34-0,08/0,3x-0.06/$ /·0,01

$$0,007x + 0,082 = 0,0834-0,0008/0,3x-0,06/ \quad \cdot/1000$$
$$7x+82 = 83,4-0,24x+0,048$$
$$7,24x = 1,448$$
$$\underline{x = 0,2}$$

A nevezőben is van tizedes tört

<u>5 pont</u>

<u>Szöveges feladatok felirása törteggyütthatós egyenletekkel</u>

10. Gondoltam egy számot: x

Elvettem belőle 20-at: 20

Elvettem a maradék harmadát: $\dfrac{x-20}{3}$

Maradt:42: 42

Melyik számra gondoltam?

a. $x-20-\dfrac{x-20}{3} = 42$ /·3

$$3x-60-/x-20/ = 126$$
$$3x-60-x+20 = 126$$
$$2x-40 = 126$$
$$2x = 166$$

$\underline{x = 83}$ a gondolt szám

b. $20+\dfrac{x-20}{3} + 42 = x$ /·3

$\underline{x = 83}$

E. szöveg alapján! az egyenlőség felirása alapján!

6 pont

11. Egy kosár szilvából az első gyerek megevett 12-szemet. A második megette a maradék $\frac{2}{5}$ részét. Igy a harmadiknak 18 szem maradt. Hány szem szilva volt?

x szem szilva volt.

$$\left.\begin{array}{lll} 1. & \text{gyerek} & 12 \text{ szem /db/} \\ 2. & " & \frac{/x-12/2}{5} \text{ vagy } \frac{2}{5}/x-12/ \text{ szem} \\ 3. & " & 18 \text{ szem} \end{array}\right\} x \text{ /db/}$$

a. $12+\frac{2/x-12/}{5}+18 = x \quad /\cdot 5$

$$60+2x-24+90 = 5x$$
$$2x+126 = 5x$$
$$126 = 3x$$
$$42 = x$$

b. $x-12-\frac{2/x-12/}{5} = 18$

$$5x-60-2x+24 = 90$$
$$3x-36 = 90$$
$$3x = 126$$
$$x = 42 \text{ szem szilva volt.}$$

E. Értelemszerüen a szöveg alapján!

6 pont

12. Egy bizonyos mennyiségü cukorkából elhasználtak 15 kg-ot, majd a maradék ötödrészét. Még igy is 3 kg-mal több maradt, mint amennyit elhasználtak. Mennyi volt a cukor eredetileg.

x kg cukor volt

Elhasználtak: 1 15 kg • E. 45

$2\ \frac{x-15}{5}$ /kg/ 15 } 21

maradt: $x-15-\frac{x-15}{5}$ $\frac{45-15}{5}=6$ }

$x-15-\frac{x-15}{5}-3=15+\frac{x-15}{5}$ •• $45-21=24$

$5x-75-/x-15/-15=75+x-15$ • $24-21=3$

$5x-75-x+\cancel{15}-\cancel{15}=75+x-15$ •

$4x-75=60+x$ •

$3x=135$

$x=45$ /kg/ cukor volt.

<u>7 pont</u>

13. Gondoltam egy számot. Ha a 2-vel kisebb szám ötszöröséhez hatot adunk, és vesszük az összeg kilenced részét, a gondolt számot kapjuk. Melyik számra gondoltam?

$\frac{5/x-2/+6}{9}=x$ •• e. $\frac{5/-1-2/+6}{9}=-1$

$\frac{5x-10+6}{9}=x$ • $\frac{-15+6}{9}=-1$

$5x-10+6=9x$ • $\underline{-1=-1}$

$-4=4x$

$\underline{x=-1}$

<u>5 pont</u>

14. Gyuszi első napon elköltötte a pénze felét és még 3 forintot. Második nap elköltötte a maradék 80 %-át. Igy 5 Ft-ja maradt. Mennyi pénze volt?

x Ft-ja volt

1 nap $\frac{x}{2}+3$ Ft-ot költött

2. " $\left(\frac{x}{2}-3\right)\cdot 0{,}8$ "

maradt: 5 Ft.

$x-\left(\frac{x}{2}+3\right)-\left(\frac{x}{2}-3\right)\cdot\frac{4}{5}=5$ ••

$x-\frac{x}{2}-3-\frac{4x}{10}+\frac{12}{5}=5$ /·10 •

$10x-5x-30-4x+24=50$

$x-6=50$

$\underline{x=56}$ forintja volt

E. $56-31-20 = 5$

$\underline{5 = 5}$

<u>Vegyes témájú szöveges feladatok megoldása egyenlettel</u>

15. Egy 16 km hosszú, 240 dkg tömegü vashuzalt kettévágunk úgy, hogy az egyik darab tömege 30 dkg-mal több legyen. Milyen hosszú a két darab külön-külön?

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Egyik darab} & x \text{ dkg} \\ \text{Másik "} & x+30 \text{ dkg} \end{array}\right\} 240 \text{ dkg} \Rightarrow$$

$$x+/x+30/ = 240$$
$$2x+30 = 240$$
$$2x = 210$$
$$\underline{x = 105\ /\text{dkg}/}$$
$$\underline{x+30 = 135\ /\text{dkg}/}$$

1 dkg huzal y /cm/

$$\left.\begin{array}{lll} 105 \text{ "} & \text{"} & 105y\ /\text{cm}/ \\ 135 \text{ "} & \text{"} & 135y \text{ "} \end{array}\right\} 1600 \text{ cm}$$

$$105y+135y = 1600$$
$$24\cancel{0}y = 160\cancel{0}$$

1 dkg huzal: $y = \frac{20}{3}$ /cm/

$$\Longrightarrow \quad 105\text{dkg} \rightarrow \frac{105\cdot 20}{3} = 700\cancel{\text{cm}} = \underline{\cancel{7m}}$$
$$135\text{dkg} \rightarrow \frac{135\cdot 20}{3} = 900\cancel{\text{cm}} = \underline{\cancel{9m}}$$

E. $\rightarrow$ 16m

Rövidebben: nem egyenlettel: pl.

$$240:30 = 8$$
$$16:8 = 2$$
$$/16-2/:2 = 14:2 = \underline{7m}$$
$$7+2 = \underline{9m}$$

<u>6+1 pont</u>

16. Két szám összege -18, a különbsége 6. Melyik ez a két szám?

Egyik: x

Másik: x+6

$$x+/x+6/ = -18$$
$$2x+6 = -18$$
$$2x = -24$$
$$\left.\begin{array}{r} \underline{x = -12} \\ \underline{x+6 = -6} \end{array}\right\} \text{a két szám}$$

E. $-12+/-6/ = -18$

$-6-/-12/ = +6$

<u>4 pont</u>

17. Három magtárban 847,7 q gabona van. A másodikban annyi, mint az elsőben lévő 8o %-a, a harmadikban annyi, mint a másodikban lévő mennyiség 2o %-a. Hány q gabona van az egyes magtárakban?

1-ben: x /q/ $\quad$ x+o,8x+o,16x = 847,7

2-ban: o,8x /q/ $\quad \Longrightarrow \quad$ 1,96x = 847,7

3-ban: <u>o,8x o,2 = o,16x /q/</u> $\quad$ <u>x = 432,5 /q/</u>

847,7 q $\quad$ <u>o,8x = 346 /q/</u>

<u>o,16x = 69,2 /q/</u>

összesen: 847,7 /q/

<u>6 pont</u>

18. Egy négyzetes oszlop oldaléle 5 cm-rel nagyobb mint az alapéle. Valamennyi együttes élének hossza 8o cm. Mennyi az oszlop térfogata?

a = x /cm/ $\quad$ 2·4x+4/x+5/ = 8o $\quad$ E. 8·5+4·1o = 8o /cm/

m = x+5 /cm/ $\quad$ 8x+4x+2o = 8o $\quad$ 4o+4o = 8o

12x = 6o $\quad$ <u>8o = 8o</u>

<u>x = 5 /cm/</u>

<u>x+5 = 1o /cm/</u>

v = 5·5·1o = <u>25o /cm³/</u>

<u>6 pont</u>

19. Három iskolában összesen 127o tanuló volt. A másodikban 15o tanulóval több, mint az elsőben. A harmadikban pedig olyan sokan járnak, hogy még a fele is több nyolcvannal, mint ahányan az első iskolába járnak. Hány tanuló jár az egyes iskolákba?

1. iskolába: x tanuló
2. " : x+15o "
3. iskolába: /x+8o/2 "

} 127o tanuló

x+x+15o+/x+8o/2 = 127o

x+x+15o+2x+16o = 127o

4x+31o = 127o

4x = 96o

x = 24o tanuló

x+15o = 39o tanuló

2x+16o = 64o tanuló

összesen =127o tanuló

7 pont

2o. Egy négyzet alapú gúla /egyenes/ térfogata 7l 7dl 7cl 6ml. A gúla alapéle 2,7 dm. Milyen magas a gúla?

mértékváltás:

$V = \frac{a^2 \cdot m_g}{3}$

$7{,}776 = \frac{2{,}7^2 \cdot m}{3}$

$23{,}328 = 7{,}29\ m$

$3{,}2 = m$

3,2 dm a magasság

4 pont

21. Az őszi almaszüretre lovaskocsikkal szállitották ki a gyerekeket. Ha 7 tanuló ült fel egy kocsira, akkor háran lemaradtak. Ha nyolc tanuló ült fel, az utolsó kocsira csak 7-en kerültek. Hányan mentek almaszüretre és hány kocsi volt?

x kocsi volt:

7x+3 = 8x-1

3 = x-1

4 = x

Négy kocsi volt

E. 7·4+3 = 8·4-1

31 = 31

31 tanuló szüretelt.

5 pont

22. Egy gépirónő 8 napra tervezte a gépelést, ha mindennap ugyanannyit gépel. Ha naponta 15 oldallal többet gépel 5 nap alatt végezne a kivánt gépeléssel. Hány oldalt akart eredetileg gépelni? Hány oldalas a kézirat?

x oldalt akart eredetileg gépelni — $/x+15$ oldalt/

$8x$ oldal — $/x+15/\cdot 5$ oldalt

$8x = /x+15/\cdot 5$

$8x = 5x+75$

$3x = 75$

$\underline{x = 25}$ oldalt akart naponta gépelni

$8\cdot 25 = 5\cdot 40$

$\underline{200 = 200}$ oldalas a kézirat

4 pont

23. Két hordó tele van. Az egyikben lévő mennyiség 12,5 %-a ugyanannyi, mint a másikban lévő mennyiség 12 %-a. Hány literesek a hordók, ha az egyik 5 literrel nagyobb a másiknál?

Egyik hordó: x l-es
Másik " : x+5 l-es

$\Rightarrow$

$0{,}125x = 0{,}12/x+5/$

$0{,}125x = 0{,}12x+0{,}6$

$0{,}005x = 0{,}6$

$x = 200\cdot 0{,}6 = \underline{120\ /l/}$

$x+5 = \underline{125\ /l/}$

E. $120\cdot 0{,}125 = 125\cdot 0{,}12$

$\underline{15 = 15}$

6 pont

24. Egy állami gazdaság két szántóföldje közül az egyik területe kétszer akkora, mint a másiké. A gazdaság valamennyi traktora egy reggel a nagyobb szántóföldön kezdett dolgozni. Fél nap eltelte után a traktorok fe-

le a nagyobb szántóföldön dolgozott tovább, a másik fele pedig átment a kisebb területü szántóföldre. A nagyobb szántóföldön dolgozó traktorok estére befejezték a munkát, a kisebb szántóföldön dolgozó traktorok pedig annyit végeztek, hogy a következő munkanapon már egy traktor be tudta fejezni a szántást. Hány traktora volt a gazdaságnak?

Egység legyen: 1 traktor által 1 nap alatt felszántott földterület [illegible]

<u>n</u> számú traktor van

Akkor a nagyobb földterületen n számú traktor $\frac{1}{2}$ napig dolgozott és felszántott $n\cdot\frac{1}{2} = \frac{n}{2}$ egységnyi területet. A nagyobb földterületen $\frac{n}{2}$ számú traktor $\frac{1}{2}$ napig dolgozott, felszántott $\frac{n}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{n}{4}$ egységnyi földterületet. A kisebb földterületen $\frac{n}{2}$ számú traktor dolgozott $\frac{1}{2}$ napig, s fölszántott $\frac{n}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{n}{4}$ egységnyi területet. Itt felszántatlanul maradt 1 egységnyi terület.

A nagyobb terület tehát $\frac{n}{2} + \frac{n}{4}$ egységnyi;

a kisebb " " $\frac{n}{4} + 1$ "

Igy: $\frac{n}{2} + \frac{n}{4} = \left(\frac{n}{4} + 1\right)\cdot 2$

<u>$n = 8$</u> traktora volt a gazdaságnak

<u>9 pont</u>

<u>Mozgással kapcsolatos feladatok megoldása egyenlettel</u>

25. Egy gyalogos 4 km/h sebességgel haladva megy a faluból a városba. Visszafelé ugyanezzel a sebességgel megy az út 4o %-ában, de a többi utat már 5 km/h sebességgel teszi meg, igy 45 perccel előbb ér vissza. Milyen távol van a falu a várostól? Csak az út hátralévő 6o%-

ával, vagyis $\frac{3}{5}$ -ével számolunk.

Ezt x óra alatt tette meg.

	V	t	s
oda	4 km/h	x óra	4x /km/
vissza	5 km/h	$x-\frac{3}{4}$ óra	$5/x-\frac{3}{4}$ / km

$4x = 5/x - \frac{3}{4}/$

$4x = 5x - \frac{15}{4}$ az út 6o %-a $4\cdot 3\frac{3}{4} = \underline{15\ km}$

$16x = 2ox - 15$ vagy: $5\cdot 3 = 15$ km

$15 = 4x$

$\underline{x = 3\frac{3}{4}\ /h/}$ az út: $15:o,6o = \underline{25\ km}$ 8 pont

26. Két autó indul egymeással szemben egyik helységből a másikba. Egyszerre indultak. Találkozásuk után, amikor már 87 km volt közöttük a távolság, az egyik autó megtette tervezett útjának 85 %-át, a másik a $\frac{7}{8}$ részét. Milyen messze van egymástól a két helyiség?

A távolság x km

1. autó megtett o,85x /km-t/ $\Longrightarrow$
2. " " $\frac{7}{8}x$ "

$\Longrightarrow$ o,85x+o,875x = x+87 E. $12o\cdot\frac{7}{8} = 1o5$ km

1,725x-87 = x $12o\cdot\frac{85}{1oo} = 1o2$ km

o,725x = 87 1o5+1o2 = 2o7 km

$\underline{x = 12o}$ 2o7-12o = 87 km

A távolság 12o km.

7 pont

27. Az egyik helyiségből a másikba elindult egy gyalogos, majd 1,5 órával később elindult utána egy lovas is. A gyalogos is a lovas sebességének aránya 1:3. A lovas

4o perccel előbb ér célba, mint a gyalogos. Mekkora sebességgel halad mindegyik, ha a két helyiség távolsága 13 km.

gyalogos: Lovas

$V_1 : V_2 = 1:3$

$t_1 : t_2 = 3:1$

$t_2 = 1\frac{1}{12}$ óra

$t_1 = 3\frac{1}{4}$ óra

$V_1 = 13:\frac{13}{4} = 13\cdot\frac{4}{13} = 4$ km/h a gyalogos

$V_2 = 13:\frac{13}{12} = 13\cdot\frac{12}{13} = 12$ km/h a lovas

sebessége

E. 4o perc + 1,5 óra = $2\frac{1}{6}$ óra

$2\frac{1}{6}$ óra $= \frac{13}{6}\cdot\frac{3}{2} = \frac{13}{6}\cdot\frac{3}{2} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$

$3\frac{1}{4}:3 = 1\frac{1}{12}$ óra

7 pont

28. Egy vonat 1 óra 12 perces késéssel indult. Ezért, hogy időben megérkezzék, 21o km-en át sebességét 2o %-val, a hátra lévő 125 km-es szakaszon pedig 25 %-ával növelte. Mekkora volt az eredetileg tervezett sebessége?

	s	V	t
tervezett:	335 km	x km/h	$\frac{335}{x}$
1.	21o km	1,2x km/h	$\frac{210}{1,2x}$
2.	125 km	1,25x	$\frac{125}{1,25x}$

$\frac{210}{1,2x} + \frac{125}{1,25x} + \frac{6}{5} = \frac{335}{x}$ /x

$175+100+\frac{6x}{5} = 335$

$\frac{6x}{5} = 60$

$6x = 300$

$x = 50$ km/h volt a tervezett sebesség

Az első szakaszon 5o+lo = 6o km/h

A második szakaszon 5o+12,5 = 62,5 km/h

7 pont

29. A motorkerékpáros már 16 km-re volt a várostól, amikor utána indult egy személyautó. Az előbbi 6o km/h, az utóbbi 8o km/h sebességgel halad. Hány órakor éri utol az autó a motorost, ha 9 óra lo perckor indult el utána?

	s	v	t
motoros	x km	6o km/h	$\frac{x}{60}$
autó	x+16 km	8o "	$\frac{x+16}{80}$

A két idő egyenlő

$\frac{x}{60} = \frac{x+16}{80}$

$80x = 60x+960$

$20x = 960$

$\underline{x = 48}$ /km/

$\underline{x+16 = 64}$ /km/

E. t = 48:6o = o,8 /h/

64:8o = o,8 "

o,8 óra = 48 perc

9 óra lo perc + 48 perc =

= 9 óra 58 perc

6 pont

3o. Egy gyalogos alakulat parancsnokától futár indul a tüzérség parancsnokához. Bizonyos idő múlva a megtett út hossza úgy aránylik a még hátralévő út hosszához, mint 3:4, de ha megtesz 1,2 km-t, a megtett út és a még hátralévő út aránya 7:6 lesz. Mekkora a két alakulat közötti távolság?

Először: a megtett út $\frac{3}{7}$ -e az egésznek /3:4 → 7 rész/

Másodszor: " $\frac{7}{13}$ -a " /7:6 → 13 rész/

a különbség: 1,2 km

Tehát: $\frac{3x}{7} + 1,2 = \frac{7x}{13}$

$$39x+1o9,2 = 49x$$

$$1o9,2 = 1ox$$

$\underline{x = 1o,92}$ km a távolság a két alakulat között.

<u>7 pont</u>.

$\boxed{31.}$ Két helyiség között a távolság 16 km. Egy időben és azonos irányban indul el az egyikből egy kerékpáros, a másikból egy gyalogos. A gyalogos 8 km-t tett meg, amikor a kerékpáros utolérte. Ha az utobbi sebessége 4 km/h-val nagyobb volna, már utolérné a gyalogost akkor, amikor az $5\frac{1}{3}$ km-t tett meg. Mekkora mindegyiknek a sebessége?

	s	V	V_1	S_1	t
gyalogos:	8 km	x	x	$5\frac{1}{3}$ km	$5\frac{1}{3}/x$ /h/
kerékpáros:	24 "	3x	3x+4	$21\frac{1}{3}$	$\frac{21\frac{1}{3}}{3x+4}$ "

Az idők egyenlők:

Tehát: $\frac{5\frac{1}{3}}{x} = \frac{21\frac{1}{3}}{3x+4}$

$$5\tfrac{1}{3}/3x+4/ = 21\tfrac{1}{3}x$$

$$21\tfrac{1}{3} = 5\tfrac{1}{3}x$$

$\underline{x= 4}$ km/h volt a sebességük

$\underline{3x = 12}$ km/h

<u>7 pont</u>

32. Azonos irányban egyszerre indul el az úton a gyalogos és a kerékpáros. Az előbbi 4 km/h, az utóbbi 12 km/h sebességgel haladt. A kerékpáros megtett 22 km-t, amikor eszébe jutott valami, amit elfelejtett a gyalogossal közölni. Ezért megfordult és visszafelé jött. Mennyi idő telt el indulásuk óta, mig ismét kezet fogtak?

Kerékpáros: 22 km-t

Gyalogos: $22:3 = 7\frac{1}{3}$ km-t •

A kettő távolsága: $22-7\frac{1}{3} = 14\frac{2}{3}$ km •

	V	t	s
k:	12 km/h	x h	12x
gy:	4 km/h	x "	4x

$$\left.\begin{matrix}12x\\4x\end{matrix}\right\} = 14\frac{2}{3}\text{ km}$$ •

$$4x+12x = 14\frac{2}{3}$$ •

$$16x = \frac{44}{3}$$

$$\underline{x = \frac{11}{12}}\ /\text{óra}/$$ •

$\frac{11}{12}+1\frac{10}{12}+1\frac{21}{12} = \underline{2\frac{3}{4}}$ óra múlva fognak újra kezet •

7 pont

Tanulási programok, egyéni munka eszközei, programjai

A tanulási programok a megtanitás stratégiáját a tanuló oldaláról közelitik meg. Azt vizsgálja, hogy a megtanitás folyamatában milyen tevékenységek, milyen eszközök szükségesek az elsajátitás érdekében. Ahogy a kisérlet lényegében három fő részre tagozódik: előkompenzálás, megtanitás, utókompenzálás, úgy a tanulási program is.

1. Előkompenzálás:

Az előfeltétel-tudást mérő teszt tanulsága alapján, minden tanuló itemekre lebontott feladatlapot kap a hiányok pótlására. Ezeket a feladatlapokat az előfeltétel-tudás letakarásával készült feladatbank, pontosabban feladatrendszer bank tartalmazza. Ebben minden tudáselemre feladatlap van, melynek összeállitása olyan, hogy önálló feldolgozásra alkalmas. Az egyes feladatok logikai összefüggése szoros, egyik a másikra épül, és segitségükkel szinte észrevétlenül sajátitja el a tanuló a hiányzó ismereteket. Témától függően hosszabb rövidebb ideig tartó programok. A legtöbb 5-lo-15 perc, de a leghosszabb is rövidebb egy tanitási óra időtartamánál. Tehát ez szolgálja az alapeszközt az előkompenzáláshoz. Ebből kapnak házi feladatot, órai munkát, korrepetálásra, sőt a gazdagitó programrészből az arra illetékes tanulók. A programok adását megtaláljuk az előkompenzálás programtervében. Itt most a tanulási programmal foglalkozunk.

A feladatlapokat vagy önálló munkára, vagy kiscsoportban végzett munkára ill. mikró csoportban végzett munkára kapják a tanulók. Házi feladatként viszont lényegében egyéni munkára adjuk a feladatokat. A tanulási szisztéma ezek szerint változik.

Önálló munka esetén: A tanulónak elöször figyelemesen el kell olvasni az egész programot, hogy lássa miről is van szó. Meg kell állapitania honnan hová kell eljutnia? Azután az első megoldandó feladatot megoldja. Ez általában nem okoz problémát, tehát sikerélménnyel jár, mert az összeállitás az első feladatokban olyan régi ismeretekre támaszkodik, melyek valószinüek minden tanulónál. Fontos, hogy az egyes feladatok logikai menetét rögzitse magában. Sőt, ha a megoldást elősegitő kérdések szabályok, törvények is szerepelnek, úgy azokat jegyezze is meg. A következő feladat átolvasása után próbálja megállapitani, hogy mi az eltérés az előző feladathoz képest, milyen feltételben van a kettő között különbség stb. Csak ezután próbálkozzék a megoldással. Igy kövesse a feladatlap feladatait egészen a program végéig. A feladatlap utolsó problémája az előteszt azon tudáselemének ismeretét kivánja, amit a tanuló nem tudott megoldani. Igy jut el végsősoron hiányának pótlásához. A végén viszont szükséges, hogy a nyert tapasztalatokat mégegyszer megfogalmazza magának és próbálja azt megjegyezni.

Mikró csoportos munka esetén: Ez két tanuló együttdolgozását jelenti, ahol az egyik a segitőtásr, a tutor. Itt is lehetőség szerint önálló munkának kell felfogni a feladatot, tehát a segitségre szoruló próbálkozik a megoldással, csak ha problémája van, a tutor segit rávezetni elsősorban. Tehát az egyik tanuló az előző pontban foglaltak szerint járjon el, a tutor pedig a rávezetésre készüljön fel elsősorban. Igy tehát mindkettőjüknek elöször el kell olvasni az egész programot. A segitett tanuló a programból tanul no és a tutortól, a tutor pedig az elemzésre való felkészülésből, ami egyre mélyebb megismerésre vezeti a segitőt. A tutornak gondoskodni kell a szerzett ismeretek rögzitéséről, akár visszakérdezéssel is.

Kis csoportos munka esetén: Ez a csoport heterogén összetételü 5-6 tanulóból áll; közülük az egyik vezető. Ő fogja össze a csoportot, és tartja a kapcsolatot a tanárral. Ezeknek a tanulóknak van legtöbb próblémájuk. Igy kiválaszthatók a közös próblémák. Ezekre kapnak programot folyamatosan rendezési ütemüknek megfelelően. A programot egyénenként kapják, és minden csoporttag megpróbálkozik a megoldással az önálló munkánál leirtak szerint. A munkaközben felmerülő problémákat a csoport megbeszéli úgy, hogy akinek ötlete van közre adja, a többi pedig megvitatja. Végül a vezető tutornak az állásfoglalása és magyarázata dönti el a vitát, illetve ha ő sem tudja, kéri meg a tanárt segitségadásra. A lényege ennek a formának az egyéni próbálkozás, a többféle vélemény ütköztetése, az igazság leszürése, elfogadása és főleg rögződése. A feladatok megoldásának tanulságait a vezetőnek kell segiteni leszürni és gondoskodni a megjegyzésről. Ha komoly nehézség merül fel, akkor a téma "újra tanitása" is lehetséges. A tanulóknak igyekezni kell jól megérteni, megjegyezni a problémát, megfigyelni a társak véleményét, érvelni, majd a kikristályosodott megoldás menetét magukban rögziteni. A tanulók jegyzetelhetik is a leglényegesebb megállapitásokat. Minden feladatlap végén fogalmazzák meg a probléma megoldási menetét, és jegyezzék meg!

Házi feladatok megoldása esetén: Miután egyéni megoldásra kapják elsősorban a házi feladatot az ebben a pontban foglaltak érvényesek. Azonban itt kiegészül a tanulók tanulási programja, a szóbanforgó anyagrészek elméleti részének megtanulásával. Ezt feltétlenül jelöljük meg a tanulóknak a tankönyvből. A sorrend is fontos! Előbb megtanulják a kijelölt elméletet, és utána állnak neki a feladatlap megoldásának.

2. Megtanitási program:

Ezen belül a tanulási program két részre bontható:

a. A tanitási órákra b. Az otthoni munkára

a. Tanitási órák: A tanitási órák tanulási programja a megtanitási program és a tanár munkája által meghatározott. Ennek hatékonyságát természetesen befolyásoja az, hogy mennyire eltökélt a tanuló az ismeretek befogadására. Az általános befogadó készség mellett az órák különböző mozzanataiban megvan a tanuló lehetősége a folyamat sikerének elősegitéséében. Aminek hasznát elsősorban ő kamatoztathatja. Lássuk ezeket a lehetőségeket a jelen kisérletben ill. a megtanitási programokban.

Órakezdő feladat: Általában olyan szöveges probléma összefüggéseit kell feltárni, melyek a további előrehaladást elősegitik, de megoldásuk visszafelé is sokmindent lerendeznek a tanuló fejében. Ezért tehát fontos a koncentráció akár elmondva, akár vetitve kapja az információt. Szükséges az adatok összefüggést tükröző felirása, majd ennek alapján egy megoldási terv leirása. Ennek a gyakorlatnak célja a szöveges feladatok ill. a szöveges egyenletek megoldási készségfejlesztésének előkészitése. Az eredményes munkához nélkülözhetetlen akár a saját "felfedezés", akár a tanári elemzés utáni eredmény tanulói rögzitése, megjegyzése, abból a célból, hogy a következő alkalommal előállt problémát könnyebben felismerje és megoldja. Odaadó akarat szükséges a tanuló részéről.

Házi feladatok: A házi feladatok ellenőrzése része a folyamatos kompenzálásnak. A tanuló önálló otthoni feladatmegoldása után az iskolai elemző, értékelő ellenőrzés a még felmerülő hiányok pótlására kitünően alkalmas. Ezért egyrészt biztositani kell a megtanitás programjában a jelzettek teljesülését, másrészt a tanulási programban a tanuló motiváltságát, tanulni akarását. A tanuló, ha kell, tegyen fel kérdéseket azokból a problémákból, amiket nem jól csinált, mert nem értette meg. Ne csak aláhúzásával jelezze a hibát, hanem az elhangzottak alapján javitsa is ezt, és lehetőleg jegyezze meg a helyes megoldást. A matematika tanulása eltér az egyéb tárgyak tanulásától. Ebben a tárgyban ezeket a lehetőségeket nagyon ki kell aknázni. Egyébként a kisérlet éppen a folyamatos kompenzálás érdekében elegendő időt szán a házi feladatok ellenőrzésére.

Uj ismeretek szerzése: Különféle módokon történik a megtanitási programban. De mindegyiknek van egy közös vonása mégpedig, lehetőség szerint az ismeretszerzés önálló útját követi. Ehhez kell a tanuló aktiv közremüködése, elsősorban saját haladása érdekében. Tehát minden olyan óramozzanatban, ahol lehetőség nyilik az önálló "kutatásra", feldolgozásra, gyakorlásra, a tanulónak mindent el kell követnie a probléma önálló megoldása érdekében. A nagy figyelem, koncentráció mellett fel kell idéznie korábbi ismereteit, melyek a témákhoz kapcsolhatók. Ismernie kell az előző órákon tanultakat, meg kell próbálnia azok alkalmazását az új problémára. Ha szükséges a tutor vagy a tanár segitségét kell kérnie. Csoportmunkánál a csoport tagjaival kell megvitatni az adott problémát. De mindig c csak annyit amennyi az egyéni előrejutáshoz szükséges. Mindenkor törekedni kell a tanulság leszürésére, rögzitésére. Megfelelő beállitódás nélkül nem lehet előrejutni. Ugyanezek vonatkoznak a gyakorlásra, az alkalmazott összefoglalásra. Aktiv közremüködés szükséges.

Házi feladat feladása: Itt arra kell ügyelnie a tanulónak, hogy pontosan jegyezze fel füzetébe a feladatokat, és az előkészités . megfigyelésén túl jegyezze is le. Sokkal könnyebben oldja meg igy majd önállóan odahaza a feladatokat. Irásbeli munkája legyen gondos, logikailag rendezet. Alakuljon ki benne az az igény, hogy amit irásban elkészit, vagy kiad a kezéből esetleges ellenőrzésre az a tőle telhető legtökéletesebb legyen. Hisz a róla alkotott kép nagyrészt azután alakul ki. Igy nyeri meg mások pozitiv véleményét, ugyanakkor az egyre jobb teljesitményt, tudást.

b/ Otthoni tanulási program:

A jelenleg érvényben lévő tantervek mennyiségi mutatói, az iskolarendszer struktúrája, az alkalmazott módszerek, mind azt indokolják, hogy az oktatás sikeres munkája érdekében nem mondhat le, az otthoni tanulás intenzitásáról. Erre ez a kisérlet is épit, hisz azonos anyagmennyiség lényegében azonos idő alatti megtanitására vállalkozik. Továbbá a személyi feltételek is változatlanok. A különbség a szervezettségben és bizonyos mértékig a tárgyi feltételekben van. Az egyenletek témája a matematikán belül is különleges helyet foglal el abból a szempontból, hogy szöveges tanulni való szinte nincs. Ez eléggé speciális tanulási programot kiván az elsajátitás során. Ebből a specifikus helyzetből fakad a tanulóknál, szülőknél sőt a tanároknál is az a téveszme, hogy ebben a témában nincs is mit tanulni, egyszerüen meg kell csak érteni. A többi az iskola dolga. Az biztos, hogy a megtanulás kulcsa a megtanitás ebben a témában, de az otthoni munka itt sem nélkülözhető. Mire gondolhatunk? A megtanitás során a tanulók házi feladatot kapnak, és jobb esetben kijelőlik a tanulni valót, az áttanulmányozásra kijelölt anyagrészt. A gyakorlat szerint a tanulók készülése a házi feladat jól, rosszul való elkészitése. Ez természetesen nem elegendő! Azt kell elérni a megtanitás után, hogy a tanulók ne álljanak neki a házi feladat megoldásának, mig megfelelő előtanulmányt nem végeztek. Mire célzunk?

a/ Ha van elméleti rész kijelőlve, akkor annak tanulmányozása során tanulják meg a kijelölt részt, illetve jegyezzék meg a tanulságot, a lényeges mondandót.

b/ Ha minta példát kell megnézni, akkor annak figyelmes tanulmányozása, megértése után rögzitsék magukban a megoldás menetet és azokat a részeket melyek újak a korábbi ismeretekhez képest.

c/ Ezután jön az iskolai munka, füzet alapján történő tanulmányozása az előbbiek mintájára. Főleg a bemutatott a közösen végzett és a biztosan jó feladatmegoldásokat tanulmányozza. Továbbá az esetleg irásban rögzitett fogalmakat, megjegyzéseket. A c/ pontban foglaltak teljesen hiányoznak a gyakorlatból, annál is inkább, mert nem fektettünk súlyt a füzetek tartalmára, képére. Nem tekintjük a tanulás formájának, pedig az! Ezen kell változtatni a stratégiának, és ezt kell felhasználnia a tanulási programnak.

d/ Ezután következhet csak a házi feladatok megoldása, a már korábban leirt módon. Ezekről még annyit meg kell jegyezni, hogy a tanulókban jó, ha kialakul az szokás, hogy ha megoldás közben megakad, ne fusson azonnal segitségért, vagy pláne otthagyja a megoldást, hanem kutassa ki az a/ b/ c/ pontokban foglaltak alapján a probléma megoldását! Ez a szokás az egyik legértékesebb a matematika tanulásban. Erre törekedjünk! Ha azután ilyen előzmények után meg tudja oldani a feladatot, olyan sikerélményben lesz része, amit eddig még nem élt át, és ami energiát ad a további feladatmegoldáshoz. Ez egy kicsit az értelmes munkára, a kutatásra nevelés is.

3. <u>Utókompenzálás</u>: Lényegében az előkompenzálásnál leirtak érvényesek itt is. A tagolódás tehát az alkalmazott munkaformák szerint:

- önálló munka esetén
- mikó csoportos munka esetén
- kis csoportos munka esetén
- házi feladatok alkalmával

Az egyéni, páros és csoportos munka eszközei:

Lényegében: tankönyv, feladatgyüjtemény, munkalap, feladatlap, irásvetitő transzparens
A program adása ezeknek az eszközöknek felhasználásával történik.

Előkompenzálásnál: A feladatrendszer bankban található feladatlapokból szükséglet szerint kapnak a tanulók. Ezek a feladatlapok egy-egy itemre szóló feladatsorok. A nehézségi foktól függően hosszabbak, rövidebbek.
Ezek mindhárom munkaformánál alkalmazhatók. Igy: egyéni, páros, és csoportos munkánál.

Megtanitási programnál: A tankönyv a feladatgyüjtemény, a munkalapok, az irásvetitő transzparensek használatosak. Szintén mindhárom munkaformánál alkalmazhatók ill. alkalmazást nyernek. Az irásvetitő transzparensek természetesen a program adásának és a visszacsatolásnak az eszközei.

Utókompenzálásnál: Az előkompenzáláshoz hasonlóan, az az utókompenzáló feladatrendszer bank tartalmaz az egész témazáró lényeges tudásanyagát letakaró feladatlapokat. Ezekből kapnak a tanulók egyéni hiányaik pótlására megfelelő számut. Mindhárom munkaformánál ezeket alkalmazzuk.

Házi feladatoknál: Természetszerüleg az irásvetitő kivételével minden emlitett eszköz felhasználást nyer.

Külön emlitést kell tenni a gazdagitó programokról, melyek az előkompenzálás és az utókompenzálás idején funkcionálnak. Ezek tartalmát is az emlitett feladatbank tartalmazza.

Van még ezenkivül a gazdagitó program gondolatkörén belül, az egész kisérlet időtartamára kiterjedő tanitási órán kivüli tantárgyi verseny, melynek programja külön megtalálható.

Előismeretet mérő lap — "A" változat

Általános iskola — Név: ....

Matematika 8. osztály — Iskola: ....

/:Ideiglenes:/ — Osztály: ....

Egyenletek tanitásához

1./ Ird fel müveleti jelekkel, és számitsd is ki!

Mennyi 2-nek a $\frac{8}{3}$ része és $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{3}$ részének az összege?

....

....

....

....

....

a	b	c

2./ Két szám összege 25, különbsége 11. Melyik ez a két szám? Ellenőrizd!

....

....

....

....

....

a	b	c	d

3./ Végezd el a kijelölt müveleteket! Előbb a zárójelben!

/-2,5 + 6,4 - 9,8 + 11,3 - 9,25/:5 = ...

....

....

a	b

4./ Az alábbi kifejezés értékét kétféleképpen számitsd ki!

I. $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{4}{5}-\frac{1}{7}\right)\right]\cdot\frac{5}{3}=$ ....

....

....

II. $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{4}{5}-\frac{1}{7}\right)\right]\cdot\frac{5}{3}=$ ....

....

....

a	b	c	d	e	f	g

5./ Hány km van még hátra a kerékpárosok 15o km-re tervezett útjából, ha az egyik napon s km-t, a másik napon a hátralévő út negyedét tették meg?

....

....

....

....

a	b	c	d	

6./ Alakitsd a következő képletet úgy, hogy az $y = ax + b$ alakú legyen, majd ábrázold értéktáblázat nélkül!

$$y = \frac{4/x - 1/}{2} + 1$$

....

....

....

....

a	b	

Teljesitmény:...... % pont.

Javitókulcs

Előismeretet mérő lap "A" változat

8.o.

Egyenletek tanitásához

1\. a. $2\cdot\frac{8}{3}$ és $\frac{4}{5}\cdot\frac{8}{3}$

b. $2\cdot\frac{8}{3} + \frac{4}{5}\cdot\frac{8}{3} = \frac{16}{3} + \frac{32}{15} =$

c. közös nev, $= \frac{80}{15} + \frac{32}{15} = \frac{112}{15} = \underline{7\frac{7}{15}}$

2\. a. mit fejez ki a különbség: 25-11 = 14

b. a 14-ben két egyenlő szám van: 14:2=<u>7</u> a kisebb szám

c. a kisebb számhoz a különbséget: 7+11=<u>18</u> nagyobb szám

d. ellenőrzés: 18+7 = 25 18-7 = 11

Természetesen más okoskodás is elfogadható!

3\. a. összevonás: /-21,55+17,7/:5 = /-3,85/:5=

b. osztás: /-3,85/:5 = <u>-0,77</u>

4\. a. zárójelfelbontások: $\left(-\frac{2}{7} - \frac{4}{5}+\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{5}{3} = -\frac{10}{21} - \frac{20}{15}+\frac{5}{21} =$

b. közös nev. hozás: $= -\frac{50}{105} - \frac{140}{105} + \frac{25}{105} =$

c. összevonás átalakitás: $-\frac{165}{105} = -1\frac{60}{105} = -1\frac{20}{35} = \underline{-1\frac{4}{7}}$

II\. d. zárójelfelbontás: $\left(-\frac{2}{7} - \frac{4}{5} + \frac{1}{7}\right)\cdot\frac{5}{3} =$

e. közös nevező: $= \left(-\frac{10}{35} - \frac{28}{35} + \frac{5}{35}\right)\cdot\frac{5}{3} =$

f. összevonás: $= \left(-\frac{\cancel{33}}{\cancel{35}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}}\right) =$

g. szorzás, eredmény: $= -\frac{11}{7} = \underline{-1\frac{4}{7}}$

5\. a. Megoldási terv készitése. Annak felismerése, hogy 150 km-ből kell kivonni az 1. és 2. napon megtett utat, hogy megtudja mennyi van még hátra?

b. először megtett <u>s</u> km-t: 150-s

c. a 2. napon hátralévő negyedét: $\frac{150-s}{4}$

d. $150-s-\frac{150-s}{4}$ km van még hátra ill. vissza

Javitókulcs

Előismeretet mérő lap "A" változat

8.o.

6. a. átalakitás: $y = \frac{\cancel{4}/x-1/}{\cancel{2}} + 1 =$

$= 2/x-1/ + 1 = 2x-2+1 = \underline{2x-1}$

b. ábrázolás: meredekség, konstans

Előismeretet mérő lap — "B" változat

Általános iskola — Név: ....

Matematika 8. osztály — Iskola: ....

/:Ideiglenes:/ — Osztály: ....

Egyenletek tanitásához

1./ Az alábbi kifejezés értékét kétféleképpen számitsd ki!

I. $\frac{5}{3}\cdot\left[-\left(+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{5}\right]=$ ....

....

....

II. $\frac{5}{3}\cdot\left[-\left(+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{5}\right]=$ ....

....

....

a	b	c	d	e	f	g

2./ Ird fel a következő szorzást úgy, mintha fejben számolnád ki! $32\cdot 43=$ .... = ... = ...

a	b	c

3./ Végezd el a következő müveleteket!

$/2x-4xy+y/\cdot 2xy=$ ....

....

$/3b^3-6b^2+12b/:/-3b/=$ ....

....

a	b

4./ Egy sportkörnek egymás mellett van a labdarugó és kézilabda pályája. Az első pálya a méter, a második pálya b méter hosszú, és mind a kettő c méter széles. Számitsd ki a pályák együttes területét kétféleképpen: ....

....

a	b

5./ Bontsd fel a következő számokat helyiérték szerint!

1345 = ...

222 = ...

a	b

6./ Ird fel azt a három számot, melyben a db százas b db tizes, c db egyes van!

....

a

7./ Ird fel az út, idő és sebességre vonatkozó tanult összefüggéseket. Egyet irjál fel emlékezetből, vagy következtesd ki, a többit egyenlet rendezéssel!

....

....

....

....

a	b	c

8./ Egy téglalap oldalainak aránya 7:5, a téglalap területe 14o cm^2. Hány cm hosszúak a téglalap oldalai? ....

....

....

....

....

a	b	c

9./ Van két fogaskerék. Az egyiken 72 fog, a másikon 18 fog van. Mennyit fordul a kisebbik kerék percenként, ha a nagyobb kerék 25-öt fordul? Milyen összefüggés van a kerék sugara és a fordulatszáma között?

Ellenőrizd is! ....

....

....

....

....

a	b	c

Teljesitmény: .... % pont

Javitókulcs

Előismeretet mérő lap "B" változat

8.o.

Egyenletek tanitásához

1. I. a. zárójelfelbontások: $\frac{5}{3}\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right) = -\frac{25}{18}+\frac{10}{9}+\frac{20}{15} =$

b. közös nev. hozás: $= -\frac{125}{90} + \frac{100}{90} + \frac{120}{90} =$

c. összevonás: $= -\frac{125}{90} + \frac{220}{90} = \frac{95}{90} = 1\frac{5}{90} = \underline{1\frac{1}{18}}$

II. d. negativ előjelü zárójelfelbontása: $\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right) =$

e. közös nev. hozás: $\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{25}{30} + \frac{20}{30} + \frac{24}{30}\right) =$

f. összevonás: $= \frac{\cancel{5}}{3}\,\frac{19}{\cancel{30}} =$

g. beszorzás, átalakitás: $= \frac{19}{18} = \underline{1\frac{1}{18}}$

2. a. összegre bontás: $/30+2/\cdot/40+3/ =$

b. kéttagú összegek szorzása: $30\cdot 40+2\cdot 40+30\cdot 3+2\cdot 3 =$

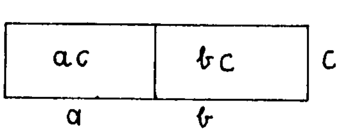
$= 1200+80+90+6 =$

c. összeadás, eredmény: $= \underline{1376}$

3. a. beszorzás: $\underline{4x^2y - 8x^2y^2 + 2xy^2}$

b. osztás: $\underline{-b^2 + 26 - 4}$

4. a. $\underline{/a + b/\cdot c}$ esetleg rajz:



b. $\underline{ac + bc}$

5. a. $1345 = 1\cdot 1000+3\cdot 100+4\cdot 10+5\cdot 1 = \underline{1000+300+40+5}$

b. $222 = 2\cdot 100+2\cdot 10+2\cdot 1 = \underline{200+20+2}$

6. a. $\underline{100a + 10b + 1c}$

Javitókulcs

Előismeretet mérő lap "B" változat

8.o.

7. a. $s = v \cdot t$ A sorrend természetesen nem

b. $v = \frac{s}{t}$ számit

c. $t = \frac{s}{v}$

8. a. az arány értelmezése: az egyik oldal 7 rész, a másik 5 rész

b. ha egy rész a, akkor $7a \cdot 5a = 14o$

vagy egyik oldal 7a $35a^2 = 14o$

másik " 5a $a^2 = 4$

ezek szorzata = 14o $\underline{a = 2}$

c. megoldás: 1 rész 2

7 rész $7 \cdot 2 =$ 14 cm

5 rész $5 \cdot 2 =$ lo cm

9. a. 72 foggal 25-öt fordul

18 foggal $4 \cdot 25 =$ loo -at fordul

b. összefüggés leirása: forditott arányosság

c. ellenőrzés: $72 \cdot 25 = 18oo$ fog

$18 \cdot loo = 18oo$ fog találkozik 1 perc alatt

Sorszám		E - itemek																						
	Név "A" vált.	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	nyerspont össz.
1.																								
2.																								
3.																								
4.																								
5.																								
6.																								
7.																								
8.																								
9.																								
1o.																								
11.																								
12.																								
13.																								
14.																								
15.																								
16.																								
17.																								
18.																								
19.																								
2o.																								

E - itemek

Sorszám	Név "B" vált.	1							2			3		4		5		6	7			8			9			ny
		a	b	c	d	e	f	g	a	b	c	a	b	a	b	a	b	a	a	b	c	a	b	c	a	b	c	cö
1.																												
2.																												
3.																												
4.																												
5.																												
6.																												
7.																												
88																												
9.																												
10.																												
11.																												
12.																												
13.																												
14.																												
15.																												
16.																												
17.																												
18.																												
19.																												
20.																												

Gazdagitó program /60 - 70 - 80 % esetén/

Azoknak a tanulóknak a részére, akik a legmagasabb százalékos eredmény közelében teljesitették az előtesztet, és tutorként nem működnek. Ezen tanulók önálló munkára kaphatnak feladatokat a jelen programból, személyre szóló válogatás alapján. Mindez az előkompenzálás idejére vonatkozik. Célja: a megfelelő előfeltétel - - tudással rendelkező tanulók személyre szóló továbbfejlődési lehetőségének biztositása.

1. Végezd el a következő müveleteket:

a./ $\left[\left(3\frac{4}{5}+4\frac{2}{3}\right)-\left(2\frac{3}{4}-1\frac{2}{3}\right)\right]\cdot 2\frac{3}{4}=\left[\left(3\frac{12}{15}+4\frac{10}{15}\right)-\left(2\frac{9}{12}-1\frac{8}{12}\right)\right]\cdot 2\frac{3}{4}=$

$=\left(7\frac{22}{15}-1\frac{1}{12}\right)\cdot 2\frac{3}{4}=\left(8\frac{7}{15}-1\frac{1}{12}\right)\cdot 2\frac{3}{4}=\left(8\frac{28}{60}-1\frac{5}{60}\right)\cdot 2\frac{3}{4}=7\frac{23}{60}\cdot 2\frac{3}{4}=$

$=\frac{443}{60}\cdot\frac{11}{4}=\frac{4873}{240}=\underline{\underline{20\frac{73}{240}}}$

b./ $\left[\frac{4}{5}\cdot 2\frac{3}{7}-\left(3\frac{1}{4}-2\frac{5}{6}\right)\right]\cdot 4\frac{2}{3}=\left[\frac{4}{5}\cdot\frac{17}{7}-\left(3\frac{3}{12}-2\frac{10}{12}\right)\right]\cdot 4\frac{2}{3}=$

$=\left[\frac{68}{35}-\left(2\frac{15}{12}-2\frac{10}{12}\right)\right]\cdot 4\frac{2}{3}=\left(\frac{68}{35}-\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{14}{3}=\left(\frac{816}{420}-\frac{175}{420}\right)\cdot\frac{14}{3}=$

$=\frac{\overset{272}{\cancel{816}}}{\underset{30}{\cancel{420}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}-\frac{175}{\underset{30}{\cancel{420}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{14}}}{3}=\frac{272}{30}-\frac{175}{90}=\frac{816}{90}-\frac{175}{90}=\frac{641}{90}=\underline{\underline{7\frac{11}{90}}}$

2. Egyik fogaskerék hajtja a másikat. Az érintkező fogakat megjelöljük. Az egyik keréken 24 fog van, a másikon 36. Hányat fordul mindegyik kerék, mig a megjelölt fogak ismét találkoznak?

A fogak számának legkisebb közös többszörösét kell keresni!

$$\begin{array}{r r r|l}
24 & , & 36 & 2 \\
12 & & 18 & 2 \\
6 & & 9 & 2 \\
3 & & 9 & 3 \\
1 & & 3 & 3 \\
1 & & 1 &
\end{array}$$

lk.k.t.= $2^3 \cdot 3^2 = 72$

72 : 24 = 3 fordulat a kisebb keréknél

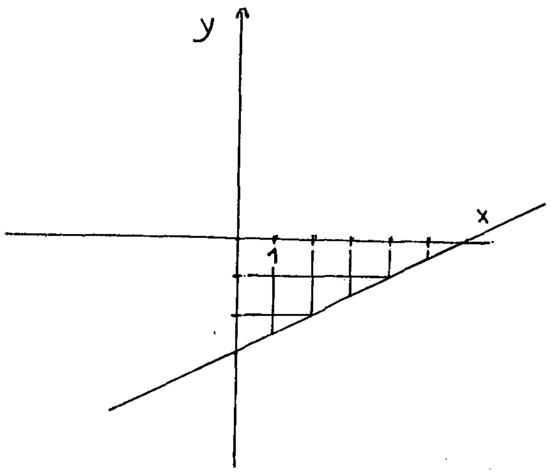
72 : 36 = 2 fordulat a nagyobb keréknél

3. Ábrázold a következő függvényeket értéktáblázat nélkül, egy

koordináta rendszerben!

$$\left.\begin{array}{l} y = \frac{2}{3}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x + 1 \end{array}\right\} \text{ mit tapasztalsz?}$$

4. Ird le a függvény képletét!



$y = \frac{1}{2}x - 3$

Hol metszi az y tengelyt? ....

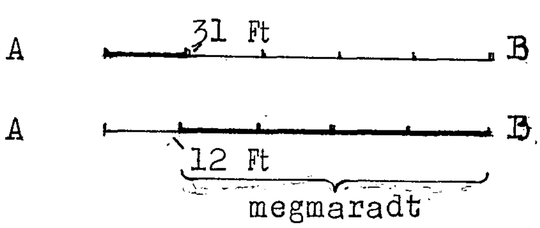
Hol metszi az x tengelyt? ....

Mekkora a meredeksége? ....

Milyen az iránya?

süllyedő	húzd alá a
emelkedő	megfelelőt!

5. Miután egy dolgozó félhavi fizetésének $\frac{1}{5}$ részét lakbérre, 31 Ft-ot pedig újságra kifizetett, - megmaradta félhavi fizetésének $\frac{3}{4}$ része és még 12 Ft. Mennyi a dolgozó havi fizetése?



Az ábrán A B szakasszal jelöltük a félhavi fizetést, amiről tudjuk, hogy lakbérre kifizetett $\frac{1}{5}$ r. és az újságra 31 Ft-on kivül a maradékként szereplő $\frac{3}{4}$ részből és 12 Ft-ból áll. A törtrésznek nem ismerjük a számértékét, a 31 + 12 = 43 Ft-ról pedig egyenlőre nem tudjuk, hogy a félhavi fizetésnek hányad része. Azt azonban beláthatjuk, hogy a 43 Ft a félhavi fizetés $\frac{1}{4}$ és $\frac{1}{5}$ része közötti különbség: $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ rész. Ha a fizetés $\frac{1}{20}$ része 43 Ft, akkor a félhavi fizetés $20 \cdot 43 = 860$ Ft. Az egész pedig $2 \cdot 860 = \underline{\underline{1720 \text{ Ft}}}$.

E. A félhavi fizetésnek: 860 Ft-nak $\frac{1}{5}$ része 172 Ft. $\frac{3}{4}$ része $860 \cdot \frac{3}{4} = 645$ Ft. Ez összesen 717 Ft. Amihez valóban 31 + 12 = 43 Ft kell, hogy 860 Ft legyen.

6. Egy téglalap oldalainak aránya 9:7, a téglalap területe 252 cm^2.

Hány cm hosszúak a téglalap oldalai?

Az egyik oldal 9 rész $\quad t = a \cdot b \quad 9x \cdot 7x = 252$

A másik oldal 7 rész $\quad$ egy rész: $x \quad 63x^2 = 252$

$x^2 = 4$

$\underline{\underline{x = 2}}$

1 rész: 2

$$\left.\begin{array}{ll} \text{9 rész} & 9 \cdot 2 = \underline{\underline{18}} \\ \text{7 rész} & 7 \cdot 2 = \underline{\underline{14}} \end{array}\right\} t = 14 \cdot 18 = \underline{252}$$

a: oldal: 18 cm

b: oldal: 14 cm

7. M1/42/2/a, b, c

a. $t = a \cdot b$ $\quad$ b. $t = ab - 2x$ $\quad$ c. $t = \begin{cases} ab - 2x - c \\ ab - 2x + 2c \end{cases}$

8. Két szám különbsége 8. A kisebbik szám x. Mekkora a nagyobbik?

Két szám szorzata 28. Az egyik szám a. Melyik a másik szám?

.....

Két egész szám hányadosa 3. Az osztó y. Mekkora az osztandó?

.....

Két szám összege 30. Jelöld a két számot! I. ..... II. .....

Két szám különbsége 5. Jelöld a két számot! I. .... II. ....

Két szám szorzata 36. Jelöld a két számot! I. .... II. ....

Két szám hányadosa 18. Jelöld a két számot! I. .... II. ....

9. M1/21/4.

$$\underline{y = -\frac{x^2}{2}}$$

10. Ird fel a következő táblázattal megadott függvény képletét!

a.

x	1	2	3	5	-2	-3	4	0
y	2	5	8	14	-7	-10	11	-1

y = ...

/: $y = 3x - 1$:/

b.

x	1	2	-2	3	-4	5	-3	-95
y	3	5	-3	7	-7	11	-5	0

y = ...

/: $y = 2x + 1$:/

A képlet felirása után ird be a hiányzó értékeket!

E/A/1/a item

Feladatrendszerek az előkompenzáláshoz

Törtrész kiszámitása:

Bemutatás:

1. Mennyi 8-nak a $\frac{3}{4}$ része? Oldjuk meg következtetéssel!

8-nak az $\frac{1}{4}$ része $8:4 = 2$

$\frac{3}{4}$ része $3 \cdot 2 = \underline{\underline{6}}$

Tehát 8-nak a $\frac{3}{4}$ része 6 .

egész mennyiség — törtrész mutató /tört/ — törtrész

Következtetéssel hogyan oldható meg? Az egésze /8/ osztottuk a törtrész mutató nevezőjével /4/, majd szoroztuk a törtrész mutató számlálójával /3/.

2. Figyeld meg a következőket:

1 kg	árú	16 Ft	Bármennyi árú árát hogy kapjuk? Ugy,
2 kg	árú	$2 \cdot 16$ Ft	hogy az egységárat szorozzuk az árú
3 kg	árú	$3 \cdot 16$ Ft	mennyiségével.
$\frac{3}{4}$ kg	árú	$\frac{3}{4} \cdot 16$ Ft	Ugyanakkor a $\frac{3}{4}$ kg vagy az $\frac{1}{2}$ kg árú ára
$\frac{1}{2}$ kg	árú	$\frac{1}{2} \cdot 16$ Ft	az egységárnak, a 16 Ft-nak a $\frac{3}{4}$ része ill.
⋮		⋮	az $\frac{1}{2}$ része, amit igy határoztunk meg:
			$\frac{3}{4} \cdot 16$; $\frac{1}{2} \cdot 16$ vagyis szorzással!

Tehát a törtrész kiszámitása törttel való szorzással történik!

Igy mivel a tényezők felcserélhetők, irhatjuk: $\cancel{16}^{4} \cdot \frac{3}{\cancel{4}_1} = \underline{\underline{12}} \rightarrow$ osztottunk a törtrész mutató nevezőjével /4/ és szoroztunk a törtrész mutató számlálójával /3/. Ugyanúgy: $\cancel{16}^{8} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_1} = \underline{\underline{8}}$

A 2. feladat mintájára az első feladatot is kiszámithatjuk röviden törttel való szorzással: $\cancel{8}^{2} \cdot \frac{3}{\cancel{4}_1} = \underline{\underline{6}} \rightarrow$ osztottunk a törtrész mutató nevezőjével /4/ és szoroztunk a törtrészmutató számlálójával /3/, ugyanúgy mint a következtetésnél. Az eredmények azonosak /6/

Tehát törtrész kiszámitása = törttel való szorzással!

3. Oldd meg önállóan és kétféleképpen: Egy méter szövet 128 Ft. Mennyibe kerül $\frac{3}{5}$ m? Nyilvánvalóan $\frac{3}{5}$ részébe!

Következtetéssel: Törttel való szorzással:

128 Ft-nak ...... része .... =   =

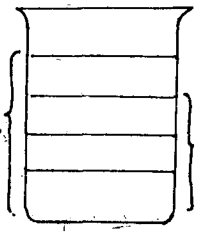
128 Ft-nak ...... része ....

Az eredmények ....

A nevezővel való osztás és a számlálóval való szorzás sorrendje felcserélhető!

4. Oldd meg önállóan és kétféleképpen: Egy edényben $\frac{4}{5}$ részig van festék. Elhasználjuk $\frac{3}{4}$ részét. Hányad része ez az egész edénynek?

Következtetéssel: Törttel való szorzással:

$\frac{4}{5}$r.  $\frac{3}{4}$ része ⟶ az egésznek ...... = része

része ....

$\frac{4}{5}$ résznek .... része ....

$\frac{4}{5}$ résznek .... része ....

A kapott eredmények ....

5. Válaszolj a következő kérdésekre:

a. Mit jelent $\frac{5}{6}$-dal szorozni? ....

b. Hogyan számitjuk ki valaminak az $\frac{5}{6}$ szeresét? ....
....

c. Hogyan számitjuk ki valaminek az $\frac{5}{6}$ részét? ....
....

d. Fogalmazd meg, törtrész kiszámitása alapján, mit fejeznek ki a következő szorzások:

$5 \cdot \frac{1}{2}$ = ...

$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} =$ ....

$3\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} =$ ....

6. Ird fel müveleti jelekkel: Mennyi 3 egész $\frac{5}{3}$ és az $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ részének az összege?

....

E/A/1/b.

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Törtrészek összegének meghatározása:

1. Jelöld ki 6-nak és 24-nek az összegét!

   .... + ...

2. Jelöld ki 12, 36 és 48 összegét!

   .... + ... + ...

3. Ird le algebrai kifejezés formájában, a, b, és c összegét!

   ....

4. Jelöld ki 18 és 15 különbségét!

   .... − ....

5. Jelöld ki x és y különbségét!

   .... − ....

6. Édesanya elment vásárolni reggelire valót. Először a forintért kenyeret vett, majd b forintért tejet, és végül c forintért felvágottat. Mennyit fizetett a pénztárnál?

   ....

7. Az osztály tanulói kirándulni mentek egy lo-km-es útszakaszon. Az első órában megtették az út $\frac{3}{4}$ részét, a 2. órában 4 km-t. Mekkora utat tettek meg 2 óra alatt? Előbb jelöld ki, hogy számolod ki, majd számitsd is ki!

   .... + ... = ...

8. Egy másik kiránduláson az út S km. Az első órában megtették $\frac{2}{5}$ részét, a 2. órában a $\frac{3}{5}$ részét. Mekkora utat tettek meg? Jelöld ki a kiszámitás módját! Számitsd ki!

   ....

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Közös nevezőre hozás:

1. Add össze a következő törteket!

$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

2. Add össze a következő törteket! A nevezők különbözőek, teközöe nevezőre kell hozni:

$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \ldots + \ldots = \ldots$

Keresd meg a nevezők legkisebb közös többszörösét, azt a legkisebb számot, amelyben a nevezők /5 és 2/ maradék nélkül megvannak.

Ugyanigy:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \ldots + \ldots = \ldots$

Mivel nincs közös osztójuk a lk.k.t. a két nevező szorzata. /1o/

Eszerint bővitsd a törteket!

$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \ldots + \ldots = \ldots = \ldots$

Bővités: ahányszorosára nőtt a nevező, annyiszorosára nő a számláló is, hogy a tört értéke ne változzék.

Pl. $\frac{1}{5}$ esetében a nevező kétszeresére nőtt az új nevező /1o/ esetén, tehát a számláló is kétszeresére nő. Igy $\frac{2}{10}$ lesz. Bővités után már a törtek összeadhatók.

Egynél nagyobb tört átalakitása vegyesszámmá:
Egynél nagyobb tört, amelyiknek a számlálója nagyobb mint a nevezője pl. $\frac{23}{20} \rightarrow$ egy egész az $\frac{20}{20}$, igy a $\frac{23}{20}$-ból kitelik 1 egész és még $\frac{3}{20}$
Igy: $\frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$

3. Add össze a következő törteket! a lk.k.t. = 24

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{4}{8} + \frac{3}{2} = \ldots + \ldots + \ldots + \ldots = \ldots = \ldots = \ldots$

A legegyszerübb alakban fezezd ki! Ha a lk.k.t. nem találod meg, figyeld meg a következő közös törzstényezőre bontást!

Mindig a legkisebb törzsszámmal osztunk. Az osztót a vonaltól jobbra irjuk a hányadost az illető számjegy alá. Amelyik nem osztható az változatlanul leirjuk. Ha a hányadosok mind 1-et mutatnak, akkor a vonal jobb oldalán lévő törzsszámok szorzata lesz a lk.k.t.

4 ,	6 ,	8 ,	2	2
2	3	4	1	2
1	3	2	1	2
1	3	1	1	3
1	1	1	1	

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

4. A tanultak felhasználásával végezd el a következő müveletet!

$$\frac{5}{7} + \frac{12}{21} + \frac{24}{28} = \ldots + \ldots + \ldots = \ldots = \ldots = \ldots$$

7 ,	21 ,	28	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

A legegyszerübb alakban fejezd ki!

A lk.k.t. ....

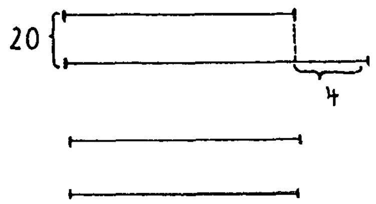
E/A/2/a, b, c, d item

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

1. Két szám összege 2o, különbsége 4. Melyik ez a két szám?

Ellenőrizd!

a.



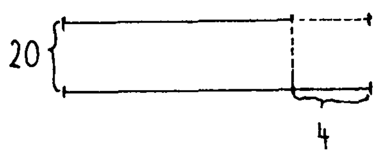
Mit fejez ki a különbség? Az egyik szám a különbséggel nagyobb. Ne legyen nagyobb! Vegyük el! Akkor a két szám egyenlő, összegük: 2o - 4 = 16

Ennek fele az egyik szám, vagyis a kisebb. 16 : 2 = 8 → a kisebb szám

A nagyobb a különbséggel nagyobb:

8 + 4 = 12 → a nagyobb szám

b.



A kisebbet egészitsük ki a külöbséggel igy az összegük: 2o + 4 = 24

Ebben a számban két egyenlő nagyobb szám van, tehát: 24 : 2 = 12 → a nagyobb szám

A kisebb a különbséggel kevesebb:

12 - 4 = 8 → a kisebb szám

Tehát vagy levonjuk a különbséget az összegből és osztjuk kettővel, vagy hozzáadjuk a különbséget az összeghez és osztjuk kettővel. Előbbi esetben a kisebb számot, utobbi esetben a nagyobb számot kapjuk.

a. $\frac{2o - 4}{2} = \frac{16}{2} = \underline{\underline{8}}$ ⟶ a kisebb szám

b. $\frac{2o + 4}{2} = \frac{24}{2} = \underline{\underline{12}}$ ⟶ a nagyobb szám

2. Két szám különbsége 14, összege 58. Melyik ez a két szám?

a. $\frac{58 - ..}{...}$ = ... = ... a kisebb szám

b. $\frac{58 + ..}{...}$ = ... = ... a nagyobb szám

3. Egy 16m hosszúságú, 24o dkg tömegü vashuzalt kettévágtunk úgy, hogy az egyik darab töbege 3o dkg-mal lett nagyobb a másiknál. Milyen hosszú a két darab külön külön?

$\frac{240 - \dots}{\dots}$ = ... = ... dkg a rövidebb; ...... dkg a hosszabb

16 m-re 24o dkg jut .... : .... = ...m a kisebb

1 m-re .... jut ⟹

.... : .... = ... m a hosszabb

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Összevonás:

1. Vond össze:

   2 + 13 + 27 = ...

   -3 -4 -18 = ...

   Egyenlő előjelü számokat úgy vonunk össze, hogy az abszolut értékeket összeadjuk és a közös előjelet leirjuk.

2. Vond össze az egynemüeket!

   4a + 13a + 7a + 21a = ...

   -5b -1 -4b -9 = ...

   Egynemü kifejezés: amelyek a betüben és a kitevőben megegyeznek. Ezek összevonhatók!

3. Vond össze a következő különböző előjelü számokat!

   -4 + 2,5 -5 + 13 = ...

   - 5,5 + 13,5 + 2,5 -4 = ...

   Különböző előjelü számokat úgy vonunk össze, hogy a nagyobb abszolut értékü számból kivonjuk a kisebb abszolut értékü számot és a nagyobb abszolut értékü szám előjelét tartjuk meg. Illetve: az összeg előjele a nagyobb abszolut értékü szám előjele lesz.

4. Vond össze az egynemüeket!

   5c -12 -3c + 6 -c = ...

   2xy + 17 -xy -15 + 6xy = ...

5. Végezd el az összevonást úgy, hogy elöbb a pozitivokat, majd a negativokat vond össze, végül a kettőt!

   -17,5 + 48,36 -4,9 -5,34 + 7 -o,16 + 1 = ... = ...

6. Végezd el az összevonást úgy, hogy ne csoportosits, hanem a felirás sorrendjét kövesd!

   -2,5 + 6,4 -9,8 + 11,3 -9,25 = ...

E/A/3/b

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Racionális számok osztása:

1. Végezd el a következő osztásokat:

   12 : 3 = ... Egyenlő előjelü számok hányadosa pozitiv.

   (-12) : (-3) = ...

   (-2,25) : (-o,25) = ... E./ is: ....

2. Végezd el a következő osztásokat:

   (-12,8) : 4 = ... Különböző előjelü számok hányadosa

   27,5 : (-2,5) = ... negativ

   E./ is: ....

3. Végezd el a kijelölt müveleteket! Müveleti sorrend!

   (-6,2 + 12,8) : 3 = ... = ...

   (-6,2 + 17,8 -2,3) : (-3) = ... = ...

4. Végül:

   (-2,5 + 6,4 -9,8 + 11,3 -9,25) : 5 = ... = ...

E/A/4/a, b, c, d, e, f, g

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

1. Végezzük el a következő müveletet! Tanulmányozd a megoldást!

$$\left(+2\frac{3}{4}\right)-\left(-1\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{3}{8}\right)-\left(+4\frac{2}{3}\right)=$$

Bontsuk fel a zárójelet!

$$2\frac{3}{4}+1\frac{1}{2}-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}-4\frac{2}{3}= \Longleftarrow$$

Pozitiv szám kivonása helyett, ugyanazon abszolut értékü negativ szám hozzáadását végezzük.

Hozzuk közös nevezőre!

a lk.k.t: 24

$$=2\frac{18}{24}+1\frac{12}{24}-\frac{2o}{24}+\frac{9}{24}-4\frac{16}{24}=$$

Negativ szám kivonása helyett, ugyanazon értékü pozitiv szám hozzáadását végezzük.

Vagyis az előjel kivonásnál ellenkezőre változik.

Külön vonjuk össze a pozitivokat, külön a negativokat.

Vonjunk össze!

$$=2\frac{18}{24}+1\frac{12}{24}+\frac{9}{24}-\frac{2o}{24}-4\frac{16}{24}=3\frac{29}{24}-4\frac{36}{24}=4\frac{15}{24}-4\frac{36}{24}=$$

$$=-\frac{21}{24}=\underline{\underline{-\frac{7}{8}}}$$

2. Végezd el a következő müveleteket!

$$\left[\left(3\frac{4}{5}+4\frac{2}{3}\right)-\left(2\frac{3}{4}-1\frac{2}{3}\right)\right]2\frac{3}{4}=$$

Bontsd fel a belső zárójeleket!: $=\left(\ldots+\ldots-\ldots\ \ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=$

Hozd közös nevezőre!

A lk.k.t.: .... $=\left(\ldots+\ldots-\ldots\ \ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=$

Vonjunk össze! $=\left(+\ldots-\ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=\left(\ldots\right)2\frac{3}{4}=\left(\ldots\right)\cdot\ldots=$

Végezd el a beszorzást, bontsd fel a zárójelet ezzel!

A beszorzáshoz a vegyes számot alakitsd törtté!

$=\left(\ldots\right)\cdot\ldots=\ldots\ldots=\ldots\ldots$

Ahol lehet egyszerüsits! Alakitsd vegyes számmá.

3. Kétféleképpen számitsd ki!

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)\right]\frac{2}{3}=$$

I. Bontsd fel a gömbőlyü zárójelet, vonj össze és azután szorozz be!

$$=\left(-\ \ldots\ -\ \ldots\ \ldots\right)\cdot\frac{2}{3}=\left(\ldots\ \ldots\ \ldots\right)\cdot\frac{2}{3}=\left(\ldots\ \ldots\right)\cdot\frac{2}{3}=$$

$$=\ \ldots\ \frac{2}{3}=\ \ldots$$

II. Először szorozza be, majd bontsd fel a zárójeleket és vonj össze!

$$=\left(\ldots\right)-\left(\ldots\ \ldots\right)=\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ =\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ =$$

$$=\ \ldots\ \ldots\ =\ \ldots\ =\ \ldots$$

E/A/5/a

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Megoldási terv készitése:

1. Készits megoldási tervet a következő szöveges feladatokról.

Édesanya 5oo Ft-al ment italt vásárolni szilveszterre. Összesen 185 Ft-ért vásárolt. Hogy számitod ki mennyi pénze maradt?
Megoldás: az elvitt pénzösszegből kivonjuk az italra költött pénz összegét: 5oo - 185 Ft-ja maradt.

2. Édesapa karácsony előtt Z Ft jutalmat kapott. Ebből ajándékokra elköltött x Ft-ot. Mennyi pénzt tudott Édesanyának karácsonyra odaadni? .... Ft-ot.

3. Jóska 25o Ft-os szebpénzéből ajándékot vásárolt kishugának 125 Ft-ért, öccsének 121 Ft-ért. Mennyi maradt a pénzéből?
Jelöld ki, hogy számitod ki: ....
és még hogyan? : ....
Fogalmazd is meg: ....
....

4. Az osztály három napos túrára megy, összesen 9o km-re. Első nap megtettek 35 km-t, 2. napon megtettek 28 km-t. Hány km maradt a 3. napra? Jelöld ki egy müvelet a kiszámitás módját! .... km maradt.
Fogalmazd is meg a kiszámitás módját! : ....
....

5. Jóska segitett Édesapjának az ablakok festésébe. Külön kapott 2 kg festéket. Ebből első nap elhasznált $\frac{3}{4}$ kg-ot, második nap a maradék felét. Mennyi maradt a 3. napra? Jelöld ki! Majd fogalmazd meg a kiszámitás módját! ....
Fogalmazás: ....
....

E/A/5/b

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

A maradék meghatározása, kijelölése:

1. Pista 12o Ft-ot gyüjtött össze? Édesanyjának 35 Ft-ért ajándékot vett. Mennyi pénze maradt? Elöször csak jelöld ki, hogy számitod ki! ....
Fogalmazd meg a kiszámitás módját! ....
....

2. Augusztus 26-án délben a hőmérő higanyszála 29 °C mutatott. A délutáni zivatar miatt a hőmérséklet éjszakára 11 °C-al csökkent. Hány °C mutatott a hőmérő higanyszála? Elöször csak jelöld ki! ....
Fogalmazd is meg! ....
....

3. A mókus őrs mezei futóversenyt rendezett. A táv hossza 6 km. Jancsi x km után feladta a versenyt. Hány km-re volt a céltól? Jelöld a megfelelő müvelettel! : ....
Fogalmazd is meg! ....
....

4. Béla karácsonyi ajándékként loo Ft-os ajándékcsomagot akart összeáálitani. Vett b Ft-ért egy könyvet. Mennyi maradt a többi ajándékra. Jelöld ki! ....
Fogalmazd is meg! ....
....

E/A/5/c

Feladatrendszer az előkompenzálásra

A maradék és annak valahányad részének kijelölése

1. Karcsi őszi hulladékgyüjtéskor 12o Ft-ot kapott. Hugának vett egy tábla mogyorós csokit 21 Ft-ért. A maradék pénzének $\frac{1}{3}$-án édesanyjának vett bonbont. Mennyibe került a bonbon? Először csak jelöld ki, hogy számitod ki! ....=.........
= .... Ft.
Fogalmazd is meg! ....
....

2. Klári autóstoppal indult haza. Az út hazáig 165 km. 4o km-t zsigulival a hátrlévő út $\frac{1}{3}$ részét trabanttal tette meg. Mennyit utazott trabanttal?
Először jelöld ki! ....
Fogalmazd is meg! ....
....

3. Peti vasárnap délután 7 órától 9-ig TV-t nézett. Ebből x óráig nézett sportmüsort. A fennmaradó idő harmadrészében filmet. Mennyi ideig nézett filmet? Jelöld ki a számitás módját!
....
Fogalmazd is meg! ....
....

4. Egy △ oldalairól a következőket tudjuk. A leghosszabb oldala lo cm. A másik oldala "a" cm. A harmadik oldalról tudjuk, hogy a két oldal különbségének $\frac{3}{2}$ része. Mekkora a harmadik oldal? Jelöld ki! ....
Fogalmazd is meg a kiszámitás módját! ....
....

E/A/5/d

Feladatrendszer az előkompenzálásra

Megoldási terv felirása

1. Gyurka egész évben 364 Ft-ért vett takarékbélyeget. Ebből 126 Ft-ért labdát vett. A maradék részből 15o Ft-ért fürdőnadrágot. Mennyi pénze maradt Gyurkának? Elöször jelöld ki, hogy számitod ki! a/ ....

b/ ....

Fogalmazd is meg! ....

....

2. Jóska almát árult a nyáron. Egyik reggel 15o kg almája volt. lo óráig eladott 45 kg-ot, 12-ig a maradék harmadát. Hány kg almája maradt? Elöször jelöld ki egy müveletsorral, hogy számitod ki! a/ .... b/ ....

Fogalmazd is meg! ....

....

3. Sanyi és Feri Budapestre utaznak gépkocsival. A benzintartályban 39 l benzin van. Szekszárdig elfogyott x liter benzin. Paksig a maradék negyed része. Hány l benzin maradt a tartályban? Jelöld ki: a/ ....

b/ ....

Fogalmazd is meg! ....

....

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Függvények átalakitása, egyszerübbé tétele:

Ird egyszerübb alakban a következő függvényeket!

1. $y = \frac{1}{3}x \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots$
2. $y = \frac{1}{2}x + 5 \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots$
3. $y = 8 - (6 - x) \rightarrow y = \ldots\ldots\ldots$

   $= \ldots\ldots\ldots$
4. $y = -(2x + 4) \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots$

<u>Zárójelfelbontás</u>: a tagok előjele ellenkezőre változik.

5. $y = 4 \cdot (x - 1) \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots$

<u>Zárójelfelbontás</u>: elvégezzük a beszorzást.

6. $y = \frac{3x - 6}{3} \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots$

<u>Összeg osztása</u>: minden tagot elosztunk.

7. $y = \frac{25 \cdot (2x - 1)}{5} \rightarrow y = \ldots\ldots\ldots$

   $= \ldots\ldots\ldots$

<u>Szorzat osztása</u>: csak egyik tényezőt osztjuk, majd zárójelfelbontás: elvégezzük a beszorzást.

8. $y = \frac{(x + 2) \cdot 12}{4} - 2 \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$
9. $y = \frac{4 \cdot (x - 1)}{2} + 1 \longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

E/A/6/b

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Függvények ábrázolása:

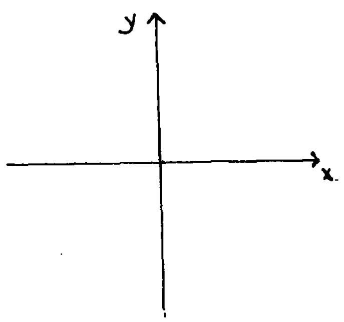
I. Ábrázoljátok a következő függvényeket egy koordináta rendszerben.

a. $y = 2x$ c. $y = 2x - 1$

b. $y = 2x + 5$ d. $y = 2x - 3$

A függvények ábrázolásához a következő értéktáblázatot töltsétek ki!

Ábrázolás!



x	-2	1	Az y tengelyt metszi
a. 2x			
b. 2x + 5			
c. 2x − 1			
d. 2x − 3			
2x + b			

Az ábrázolás után a függvények y tengellyel alkotott metszéspontját is vizsgáljátok meg!

1. Mit állapithattok meg a függvény képéről?

   a. egy pontban metszik egymást
   b. párhuzamosak
   c. nem egy pontban metszik egymást

   A megfelelő választ karikázd be!

2. Ha párhuzamosak, akkor mindegyik .... szöget zár be az x tengellyel.

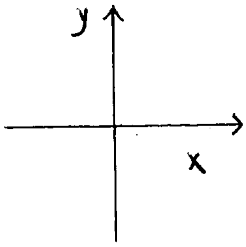
3. Erre az utal, ami a függvényt megadó kifejezésekben közös. Mi ez? ....

II. Ábrázoljátok a következő függvényeket a közös koordináta rendszerben!

a. $y = 3x$ c. $y = -3x$

b. $y = \frac{1}{2}x$ d. $y = x$

Ábrázolás:



Értéktáblázat

x	-2	1	y tengelyt metszi
a. $3x$			
b. $\frac{1}{2}x$			
c. $-3x$			
d. x			
ax			

1. Mit állapithatunk meg a függvények képéről?

   a. egy pontban metszik egymást

   b. párhuzamosak

   c. nem egy pontban metszik egymást

2. Ird le miben különböznek a függvényt megadó kifejezések!

....

3. Hasonlitsuk össze a függvények x tengellyel alkotott szögüket! ....

4. Az abszcissza tengellyel bezáró szög függ az............

....

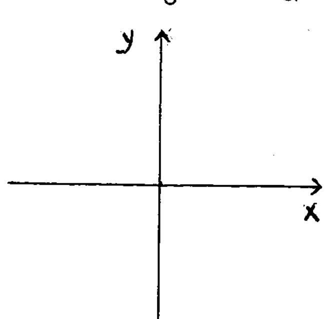
<u>Megtanulandó</u>!

Az x együtthatója megmutatja a függvény <u>meredekségét</u>. Előjele az irányát: ha <u>pozitiv</u> akkor <u>emelkedő</u>,ha <u>negativ</u> akkor <u>süllyedő</u>.

A konstans /b/ értéke megmutatja az y tengellyel alkotott metszéspontot.

III. <u>Ábrázolás értéktáblázat nélkül</u>:

1. Ábrázoljátok az $y = 2x + 3$ függvényt!



a. hol metszi az y tengelyt? ....

b. emelkedő v. süllyedő függvény?

/: húzd alá a megfelelőt :/

c. mekkora a meredeksége? ....

d. mit fejez ki a meredekség általában? ..

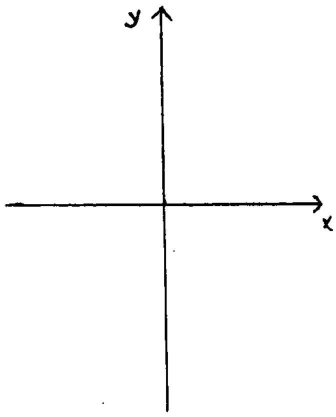
....

e. hogyan határozzuk meg ábrázolásnal?

Jelen esetben: minden x-re két y jut!

Egyet lépünk jobbra /x/, kettőt felfelé /y/

2. Ábrázoljátok az $y = -4x + 1$ függvényt!



a. hol metszi az y tengelyt? ....

b. emelkedő v. süllyedő függv. ....

c. mekkora a meredeksége? ....

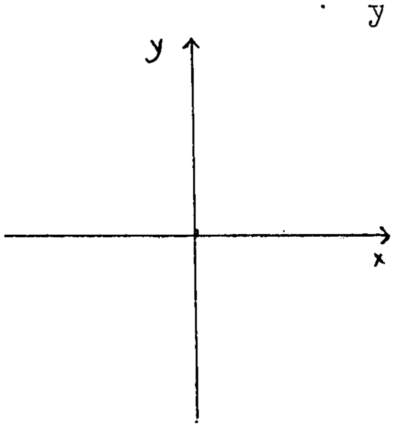
d. hogyan határozzuk meg az ábrázolásnál?

Jelen esetben: minden x-re négy y jut.

Egyet lépünk jobbra /x/ négyet lefelé /y/ mert süllyedő függvény.

3. Ábrázoljuk az $y = \frac{4(x - 1)}{2} + 1$ függvényt!

y = ...



E/B/1/a, b, c, d, e, f, g

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

1. Végezzük el a következő müveletet! Tanulmányozd a megoldást!

$$\left(+2\frac{3}{4}\right)-\left(-1\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{3}{8}\right)-\left(+4\frac{2}{3}\right)=$$

Bontsuk fel a zárójelet!

$$2\frac{3}{4}+1\frac{1}{2}-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}-4\frac{2}{3}= \Longleftarrow$$

Pozitiv szám kivonása helyett, ugyanazon abszolut értékü negativ szám hozzáadását végezzük.

Negativ szám kivonás helyett, ugyanazon értékü pozitiv szám hozzáadását végezzük.

Vagyis az előjel kivonásnál ellenkezőre változik.

Hozzuk közös nevezőre!

a lk.k.t: 24

$$=2\frac{18}{24}+1\frac{12}{24}-\frac{20}{24}+\frac{9}{24}-4\frac{16}{24}=$$

Külön vonjuk ossze a pozitivokat, külön a negativokat.

Vonjunk össze!

$$=2\frac{18}{24}+1\frac{12}{24}+\frac{9}{24}-\frac{20}{24}-4\frac{16}{24}=3\frac{29}{24}-4\frac{36}{24}=4\frac{15}{24}-4\frac{36}{24}=$$

$$=-\frac{21}{24}=\underline{\underline{-\frac{7}{8}}}$$

2. Végezd el a következő müveleteket!

$$\left[\left(3\frac{4}{5}+4\frac{2}{3}\right)-\left(2\frac{3}{4}-1\frac{2}{3}\right)\right]2\frac{3}{4}=$$

Bontsd fel a belső zárójeleket!: $=\left(\ldots + \ldots - \ldots \;\ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=$

Hozd közös nevezőre!

A lk.k.t.: .... $=\left(\ldots + \ldots - \ldots \;\ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=$

Vonjunk össze! $=\left(+\ldots - \ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=\left(\ldots\right)\cdot 2\frac{3}{4}=\left(\ldots\right)\cdot\ldots=$

Végezd el a beszorzást, bontsd fel a zárójelet ezzel!

A beszorzáshoz a vegyes számot alakitsd törtté!

$=\left(\ldots\right)\cdot\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Ahol lehet egyszerüsits! Alakitsd vegyes számmá.

3. Kétféleképpen számitsd ki!

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)\right]\cdot\frac{2}{3}=$$

I. Bontsd fel a gömbölyü zárójelet, vonj össze és azután szorozz be!

$$=\left(-\ \ldots\ -\ \ldots\ \ldots\right)\cdot\frac{2}{3}=\left(\ldots\ \ldots\ \ldots\right)\cdot\frac{2}{3}=\left(\ldots\ \ldots\right)\cdot\frac{2}{3}=$$

$$=\ \ldots\ \frac{2}{3}=\ \ldots$$

II. Először szorozz be, majd bontsd fel a zárójeleket és vonj össze!

$$=\left(\ldots\right)-\left(\ldots\ \ldots\right)=\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ =\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ =$$

$$=\ \ldots\ \ldots\ =\ \ldots\ =\ \ldots$$

E/B/2/a

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Összegre bontás:

1. Bontsd fel helyiérték szerint:

   11 = 1·1o + 1·1 = 1o + 1

   23 = + = +

   44 = + = +

   555 = + + = + +

A számjegy alaki értéke a számjegy alakjától függ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

A számjegy helyi értéke a számjegy helyétől függ → helyiérték-táblázat: . . . ezres, százas, tizes, egyes, . . .

A szájegy valóságos, tényleges értéke az alaki és helyiérték szorzata pl. $11 = \underbrace{1\cdot 1o}_{\text{az 1-es valóségos értéke}} + \underbrace{1\cdot 1}_{\text{a 2. 1-es valóságos értékes}} \dots$

A szám: A számjegyek valóságos értékének összege. Pl:

382 = 3·1oo + 8·1o + 2·1

2. Jelöld ki a szorzást úgy, hogy a tényezőket összegeire bontod!

Pl. 35·43 = (3o + 5)·(4o + 3)

53·48 = ... · ......

137·75 = ... · ....

236·14o = ... · ....

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Kéttagú összegek szorzása:

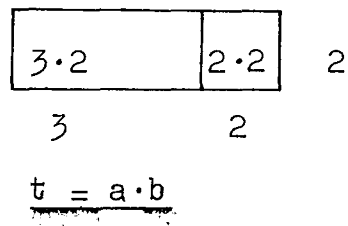
1. Bontsd fel a zárójelet – végezd el a beszorzást – !

$(12 + 4)\cdot 3 = \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$ Az összeg minden

vagy $= \dots\dots\dots \cdot 3 = \dots\dots\dots$ tagját beszorozzuk.

$(a + b)\cdot 4 = \dots\dots + \dots\dots$

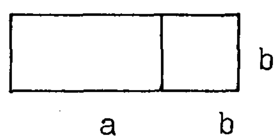
2. Felirtuk a területet kétféleképpen:



I. $(3 + 2)\cdot 2$

II. $3\cdot 2 + 2\cdot 2$

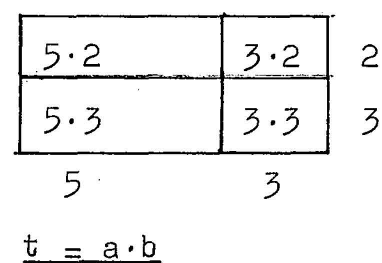
Hasonlóan ird fel:



I. ....

II. ....

3. Felirtuk a területet kétféleképpen:



I. $(5 + 3)\cdot(3 + 2)$

II. $15 + 9 + 10 + 6$

Az egyik összeg minden tagját megszorozzuk a másik összeg minden tagjával.

4. Végezd el a kijelölt szorzást!

$(1 + 3)\cdot(4 + 5) = \dots + \dots + \dots = \dots + \dots + \dots + \dots = \dots$

5. $32\cdot 43 = (30 + 2)(\quad) = \dots + \dots + \dots =$

$= \dots + \dots + \dots = 1376$

E/B/3/a

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Összeg szorzása algebrai kifejezésekkel

1. Bontsd fel a zárójelet – végezd el a beszorzást!

$5(3 + 4) = \dots + \dots = \dots$

$6(8 - 2) = \dots - \dots = \dots$

$(a + b)c = \dots + \dots$

Az összeg minden tagját beszorozzuk.

$2(6 - 2 + 5) = \dots + \dots + \dots = \dots$

$3(x - 2 + y) = \dots + \dots + \dots$

minden tagot megszorozzuk.

2. Végezd el a következő szorzásokat:

$a \cdot a = \dots$	$b^2 \cdot b = \dots$	$c \cdot (-c) = \dots$
$x \cdot y = \dots$	$xy \cdot x = \dots$	$-xy \cdot y = \dots$
$3z \cdot 6 = \dots$	$4v \cdot v = \dots$	
$5y \cdot 4x = \dots$	$3y \cdot 2y = \dots$	
$(-y) \cdot 2x = \dots$	$(-2x) \cdot 4x = \dots$	

Szorzatot úgy szorzunk, hogy csak egyik tényezőjét szorozzuk. A számokat a számokkal, betüket a betüvel szorozzuk.

3. Bontsd fel a zárójelet – végezd el a beszorzást!

$(x - 2y + y^2) \cdot 2x = \dots - \dots + \dots$

Minden tagot szorozz meg! Az előjelet vedd figyelembe!

$(2x - 4xy + y - 3) \cdot 2xy = \dots - \dots + \dots - \dots$

4. Végezd el a beszorzást!

$(3a^2 - 4ab + 7b^2) \cdot (-2ab) = - \dots + \dots - \dots$

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Összeg osztása:

1. Bontsd fel a zárójelet, végezd el a kijelölt osztást!

$(24 + 18):3 = \ldots + \ldots = \ldots$

$\frac{15 - 35}{7} = \ldots - \ldots = \ldots$

$(a + b):c = \ldots + \ldots$

$\frac{x + y}{z} = \ldots + \ldots$

$\frac{12 - 8 + 6}{2} = \ldots + \ldots + \ldots = \ldots$

Az összeg minden tagját oszd el!

Végezd el a következő osztásokat!

$\frac{a}{a} = \ldots$ $\quad \frac{b^2}{b} = \frac{b\ b}{b} = \ldots$ $\quad \frac{c}{-c} = - \ldots$

$x : y =$ $\quad \frac{xy}{x} = \ldots$ $\quad \frac{-xy}{y} = - \ldots$

$\frac{4\ z}{2} = \ldots$ $\quad \frac{6v}{v} = \ldots$

$\frac{5y}{4y} = \ldots$ $\quad \frac{3y}{6x} = \ldots$

Szorzatot úgy osztunk, hogy csak egyik tényezőjét osztjuk. A számokat a számokkal osztjuk v. egyszerüsitünk, a betüt a betüvel osztjuk.

$\frac{-y}{2y} = \ldots$ $\quad (-12x):(3x) = \ldots$

$(-18z^3):(-4z) = \ldots$

3. Bontsd fel a zárójelet, végezd el az osztást!

$(3a - 2 + 4ab):(-a) = - \ldots + \ldots - \ldots$

$(3a^2 - 2b + 6a^3): 3a = \ldots - \ldots + \ldots$

Minden tagot ossz el! Az előjelet vedd figyelembe!

4. Végezd el az osztást! Vonj is össze!

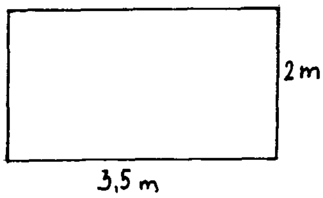
$(9b^3 - 6b^2 + 12b - 15b) : (-3b) =$

$= - \ldots + \ldots - \ldots + \ldots = - \ldots + \ldots - \ldots$

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Terület kiszámitása

1. Mekkora a téglalap területe?

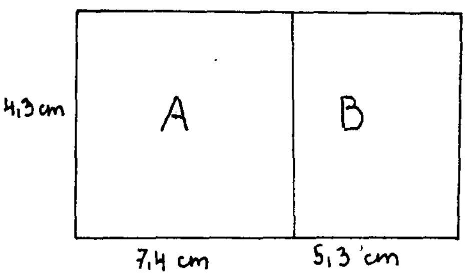


$t = a \cdot b$

$t = \dots \cdot \dots = .$

A téglalap területe egyenlő a két szomszédos oldal szorzata.
Vagy: hosszúság szélesség.

2. Az ábrán látható téglalapot kétfelé vágtuk.



a. mekkorák az eredeti téglalap oldalai:

egyik oldal: ....

a másik oldal: ....

b. mekkora volt az eredeti téglalap területe?

$t = \dots\dots \; \dots\dots = \dots\dots$

c. mekkora A és B területe külön külön?

$t_A = \dots\dots \; \dots\dots = \dots\dots$ $t_B = \dots\dots \; \dots\dots = \dots\dots$

d. mekkora A és B területe együttvéve?

$t_A + t_B = \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$

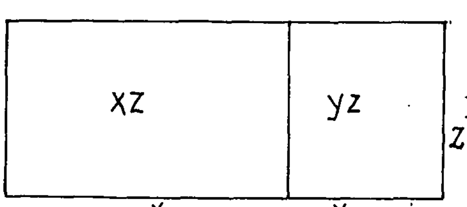
Hasonlitsd össze az eredeti területet A és B összegével!

....

Tehát: $\underline{(7,4 + 5,3) \cdot 4,3 = 7,4 \; 4,3 + 5,3 \; 4,3} = 54,61$ /cm²/

! Összeget úgy szorzunk egy számmal, hogy minden tagját megszorozzuk.

3. A rajzon két pálya adatait látjátok. Határozzátok meg az együttes területet kétféleképpen!



I. ....

II. ....

A kettő együtt: .... = ...

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

Számok felbontása helyiérték szerint:

1. Bontsd fel helyiérték szerint:

$12 = 1\cdot 10 + 2\cdot 1 = 10 + 2$

34 = ... + ... = ... + ...

55 = ... + ... = ... + ...

999 = ... + ... + ... = ... + ... + ...

A számjegy alaki értéke a számjegy alakjától függ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

A számjegy helyi értéke a számjegy helyétől függ helyiértéktáblázat: . . . ezres, százas, tizes, egyes . . .

A számjegy valóságos, tényleges értéke az alaki és helyiérték szorzata pl. $22 = \underbrace{2\cdot 10}_{\text{az első kettes valóságos értéke}} + \underbrace{2\cdot 1}_{\text{a 2. kettes valóságos értéke}}$

A szám: A számjegyek valóságos értékének összege Pl:

$425 = 4\cdot 100 + 2\cdot 10 + 5\cdot 1 = \underbrace{400 + 20 + 5}_{\text{a számjegyek valóságos értékei.}}$

2. Bontsd fel helyiérték szerint:

$1345 = 1\cdot 1000 + 3\cdot 100 + 4\cdot 10 + 5\cdot 1$ = ... + ... + ... + ...

2563 = ... + ... + ... + ... = ... + ... + ... + ...

222 = ... + ... + ... = ... + ... + ...

3. Ird le a következő számokat mely

2 db ezrest, 4 db százast, 5 db tizest, o egyest tartalmaz:

..... + ... + ... + ... = ... + ... + ... + ...

Hasonlóan:

1 ezres, o százas, o tizes, 1 egyes

..... + ... + ... + ... = ... + ... + ... + ...

4. Ird fel azt a számot, melyben x db tizes és y db egyes van.

... + ...

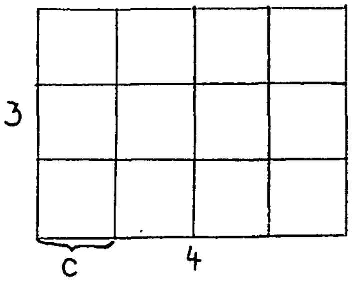
5. Ird fel a háromjegyü számot, amelyben z db százas, v db tizes, és s db egyes van:

... + ... + ...

E/B/8/a, b, c item

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

1. Egy téglalap oldalainak aránya 3:4, a téglalap területe 12 cm^2. Hány cm hosszúak a téglalap oldalai?



3:4 Az arány értelmezése:

$t = 12\ cm^2$ egyik oldal : .... rész

másik oldal : .... rész

A téglalap területének kiszámitása: ....

Legyen az 1 rész c   3 rész .... ⟹

4 rész ....

⟹ $t = a \cdot b$

Megoldás: $12 = 3c \cdot 4c$

1 rész 1 $12 = 12 \cdot c^2$

3 rész $3 \cdot 1 = \underline{\underline{3cm}}$ $1 = c^2$ $c^2 = c \cdot c = 1 \cdot 1 = 1$

4 rész $4 \cdot 1 = \underline{\underline{4cm}}$ $1 = c$

Ellenőrzés:

$t = a \cdot b = 3 \cdot 4 = \underline{12\ cm^2}$

Az aránypárok és a terület azonnal megmutatják a megoldást

$3 \cdot 4 = 12 \Rightarrow$ tehát $a = 3$ cm, $b = 4$ cm – az 1 rész 1.

2. Mekkora lesz egy baromfiudvar szélessége és hosszúsága ha arányuk 4:8, területe pedig 128 m^2?

4:8 Az arány értelmezése: szélessége: .... rész

$t = 128\ m^2$ hosszúsága: .... rész

Legyen 1 rész $\underline{a}$ ⟶ 4 rész: ....

8 rész : ....

megoldás: a terület: .... = 128

1 rész .... = 128

4 rész .... = ...

8 rész .... a = ...

Ellenőrzés:

$t = a \cdot b =$ .... = ... m^2

E/B/9/a, b, c item

Feladatrendszer az előkompenzáláshoz

1. Van két egymással kapcsolódó fogaskerék. Az egyiken 36 fog van, a másikon 9 fog van. Mennyit fordul a kisebbik kerék percenként, ha a nagyobb kerék 24-t fordul? Milyen összefüggés van a kerék sugara és a fordulatszáma között? Ellenőrizd is!

a. a nagyobb kerék 36 foggal 24-et fordul percenként

a kisebb kerék 9 foggal ..... " "

A kapcsolódó fogaskerekeknél percenként - adott időegység alatt - ugyanannyi fog találkozik. Tehát ugyanannyi fogat kell produkálni mindkét keréknek. Ez úgy lehetséges, hogy pl. a nagyobb kerék forgásához viszonyitva a kisebb kerék gyorsabban forog.

b. Összefüggés a fogak száma és a fordulatszám között: <u>forditott arányosság</u>. Ahányszoros a fogak szám, annyiadrész a fordulatszáma, vagy ahányadrész a fogak száma, annyiszoros a fordulatszám.

Összefüggés a kerék sugara és fordulatszáma között: <u>forditott</u> arányosság.

c. Ellenőrzés:

nagyobb kerék 36 foggal és 24 fordulattal percenként:

36 24 = <u>864 fog</u>

kisebb kerék 9 foggal és 96 fordulattal percenként:

9 96 = <u>864 fog</u>

2. Két kapcsolódó fogaskerék közül az egyiken 30 fog, a másikon 15 fog van. A kisebb kerék 60-at fordul percenként.

Mennyit fordul a nagyobb kerék? Milyen összefüggés van a fogak száma és a fordulatszám között? Ellenőrizd is!

a. a kisebb kerék 15 foggal   6o-at fordul percenként

a nagyobb " 3o foggal   ..... fordul percenként

b. az összefüggés leirása: ....

c. ellenőrzés:

a kisebb kerék 15 foggal és 6o fordulattal percenként:

.... = ... fog

a nagyobb kerék 3o foggal és 3o fordulattal percenként:

.... = ... fog

Előkompenzálási programtervezet

Az előkompenzálásra a kisérlet 2 órát tervez, plusz egy óra korrepetálást az egészen gyenge tanulók részére. Az előfeltétel - tudást mérő tesztet a tanitó tanárok javitják olyképpen, hogy minden tudáselem 0 vagy 1 pontot ér aszerint, hogy az adott item megoldása jó vagy rossz. A teszten ezt feladatonként és tesztenként összegzik. Igy lényegében elegendő információhoz jutnak az előkompenzálás megtervezéséhez, majd végrehajtásához. Az áttekinthetőség érdekében egy kimutatást kapnak minden tanulóra és itemre Pl.

	1. feladat			2. feladat					
a tanuló	a	b	c	a	b	c	d	e	...
Gács Pál	1	o	1	1	1	o	o	1	
.									
.									
.									

A kijavitott teszt értékeit beirja a tanár a táblázatba, és előtte áll tanulókra, feladatokra, itemekre lebontva az előkompenzálás kulcsa. Ennek alapján kell megterveznie minden tanulóra az előkompenzálás programját. Erre majd visszatérünk.

Az előfeltétel- tudást mérő teszt megiratását úgy kell kell tervezni, hogy utána a 2. napon legyen csak matematika óra, hogy a tanár a javitással és az előkompenzálás megszervezésével elkészülhessen. A javitást javitókulcs segitségével végzik. Természetesen a tervezés megodható akkor is ha következő nap van matematika óra.

A teszt megiratása után házi feladatként mindenki a másik csoportbeli tesztet kapja kézhez feldolgozásra, amire esetleg két nap áll rendelkezésükre. Itt kezdődik az otthoni tanulópár rendszernek és a szülők ellenőrzésének első erőpróbája. Mindent el kell követni ennek az otthoni munkának a sikeréért!

A teszt iratás órájának utolsó néhány percében meg kell állapitani a leggyengébben sikerült tesztek tulajdonosait, /max. 5-lo fő/. Nekik még aznap délután vagy másnap, korrepetálást kell tartani a már leirtak szerint. Ennek a létszámnak gyors megállapitása történhet folyamatos megfigyelés alapján, hisz a tanár ismeri tanulóit. Az önálló munka során könnyen kiválaszthatja a jelzett tanulókat esetleg úgy, hogy közben feljegyzést készit magának a szerzett információkról. De történhet úgy is, hogy irásvetitőn feladatonként kivetiti az eredményeket a tanulók pedig pl. rossz megoldás esetén a feladat sorszámát áthuzzák. A végén minden tanuló megszámolja hibás feladatának számát, és válaszolnak kézfeltartással a tanár kérdéseire. Innét már kézenfekvő a megfelelő tanulók kiválasztása. Ez utóbbi eljárás azért is jó, mert visszacsatolása révén motiválja a tanulókat és tájékoztatja a tanárt. A kiválasztott tanulók a korrepetálás után oldják meg a házi feladatot ugyancsak tanulópár rendszerben.

Ezután térjünk vissza a kimutatáshoz. Az itt találtakat három részre kell osztályozni:

1. Kiválasztjuk azokat a tanulókat, akiknek teljesitménye hibátlan illetve néhány item ismerete pótlandó.

2. Megnevezzük azokat a tanulókat, akiknek a teljesitménye nem éri el a 4o-5o %-ot.

3. Végül kijelöljük azon tanulókat kik nagyrészt önállóan ill. tutor segitségével tudják pótolni hiányukat. Ez tehát tulajdonképpen két csoportba sorolást jelent.

Az előfeltétel-tudást mérő óra végén a korábban leirtak alapján szükséges az 1. pontba tartozó tanulók meghatározása két okból: Egyrészt, hogy nekik az óra végén kevés hibájuk kompenzálására a feladatrendszer bankból megfelelő programot adhatunk, másrészt az előbbivel összefüggésben ezekből a tanulókból állitjuk össze a tutorok gárdáját a két nap múlva tartandó kompenzáló órához. Ezek a tanulók tehát alapvetően odahaza és teljesen önállóan kompenzálódnak elsősorban. További fejlődésüket két dolog fogja elősegiteni: a/ a tutorság b/ a gazdagitó program azok számára kik nem kaptak tutor megbizatást. A gazdagitó programot az előkompenzáló feladatbank gazdagitó programjából kapják az első és/vagy a 2. kompenzáló órán. Előnyös ha a tutorokat esetleg váltjuk a két órán. Ez részben a pillanatnyi körülményektől függ. Tehát egy részük az első órán lesz tutor, a másik részük gazdagitó programot kap. A 2. órán pedig forditva. A gazdagitó programot megoldó tanulók ellenőrzése a gazdagitó programban feltüntetett javitókulcs alapján megoldható. Házi feladatuk, mint korábban irtuk, a másik csoport tesztje az első kompenzáló órára. Azután gazdagitó program. Ezzel az 1.

pontban felvett tanulók programozása, kompenzálása le is zárult.

A 2. és 3. csoportba tartozó tanulók előkompenzálása az első és második kompenzáló órán történik a következőképpen:

Az első előkompenzáló óra: Funkciója elsősorban két irányú: Egyik a 2. pontba tartozó tanulók - ide tartozik feltehetően a zöme - "újra megtanitása" kis csoportokban. E tanulók egy csoportba vonását a gyengébb eredmény indokolja. Részükre össze kell állitani a mindegyikükre jellemző - tehát közös - probléma sort, és azokra a feladatrendszer bankból egymás után megoldatni a szükséges feladatokat. Erre kész programlapok állnak rendelkezésre. A csoportfoglalkozás menete a már más helyen leirtak szerint történik azzal a kiegészitéssel, hogy fokozottabban meg kell győződni a tanulókra lebontott eredményességről. A tanár természetesen csoportos és egyéni segitséget ad a koordinálás mellett. Ez a folyamat óra végéig tart.

A másik a 3. pontba tartozó tanulók két csoportra bonthatók: a/ az önállóan dolgozni tudók, b/ a tutorok segitségével dolgozók. Előfordulhat, hogy ez a bontás szükségtelen, és mindannyian csak tutor segitségével boldogulnak illetve nincs annyi segitő, mint amennyi kellene.

a/ esetben a feladatbankból ezen az órán megoldható mennyiségü feladatlapot kapnak egyéni megoldásra. Menet közben ellenőrizhetők.

b/ esetben a párok szintén feladatlapot kapnak, amit azután a segitségre szorolú próbál megoldani, és ha megakad, kap segitséget a tutortól. Ha ő sem tud segiteni, akkor fordul a tanárhoz.

Mindkét /a. és b./ csoport saját nem vagy rosszul megoldott itemére kap sorban egymás után feladatrendszert. Itt emlitjük meg, hogy a feladatrendszerek olyan összeállitások, melyek az önálló munkát biztositják azzal, hogy egyik feladatra szorosan ráépül a másik. Tehát szoros logikai kapcsolatban vannak, és igy szinte észrevétlenül vezeti rá a tanulót a szükséges ismeretre.

Házi feladat az első kompenzáló óra után:

- Az erre az órára elkészitett házi feladat teszteket óra elején beszedjük, odahaza átnézzük, tájékozodunk, és a 2. kompenzáló óra vezetésében figyelembe vesszük /részben/

  A házi feladatok teljesen egyénre szabottak, tehát meg kell valósitani a teljes differenciálást, kivéve az 1. csoportbelieket.

Igy: - az 1. csoportbeliek egységesen a gazdagitó programból kapnak házi feladatot. Minden tutór ide sorolandó.

- a 2. csoportbeliek a csoporfoglalkozás után fennmaradó problémák folytatásaként 1-2 itemre kapnak feladatrendszert. Minden tanuló a neki szükségeset, bár itt eléggé egységesithető, hisz ez a csoportfoglalkozás alapja.

- a 3. csoport tagjai szintén a fennmaradó problémákból 1-2 feladatlapot kapnak.

Az első előkompenzáló óra munkaformái:

1. gazdagitó program
2. kis csoportos kompenzálás
3. mikro csoportos kompenzálás
4. önálló kompenzálás

Tanácsos az első kompenzáló óra munkaformái szerinti tagoltságát az ülésrendben is kifejezésre jutattni.

A végrehajtás sikere és az eredményesség a szervezéstől és ezzel összefüggésben a folyamatos nyilvántartástól függ. Az alapadatokat tartalmazó kimutatásban jelölni kell a háromféle csoportot másképpen. Jelölni célszerü a tutorokat és a korrepetálásra igényttartókat. Azután egyénenként a már megoldott problémákat jelentő itemek 0 jelét át kell húzni. Igy kiderülnek a még megoldásra váró kérdések tanulókra vetitve.

A második előkompenzáló óra: Ezen az órán az összes egyéni problémának már teritékre kell kerülni. Itt más lesz a szervezés, mint az első órán. Nem tartunk un. kis csoportos foglalkozást, hanem a megmaradt ismeret hiányokat mikro csoportos megoldással próbáljuk lerendezni. Tehát a 2. csoport tagjai mellé tutorokat állitunk. A foglalkozás tartalmát, a segitett tanuló még hiányzó, megoldatlan itemjei határozzák meg. Ők kapják tehát a feladatlapot és a tutorok segitségével oldják meg. Ha nincs annyi olyan tutor, aki problémamentes, akkor a tutor is kaphat neki szükséges feladatrendszert. Az együttdolgozást igy is megoldhatják, bár ezt azért ha lehet kerüljük.

Elvileg az első csoport tagjai tutorok, nemcsak a 2. csoport segitése, hanem a 3. csoport tutort igénylő része számára is. Ha még ezután is marad tanuló, akkor annak vagy azoknak gazdagitó programot adunk a feladatbankból. Ellenőrzése folyamatos.

A 3. csoport önállóan dolgozó tagjai szükséglet szerint folyamatosan kapják az itemekhez összeállitott feladatrenszereket. A segitségre szorulók pedig 2. csoporthoz hasonlóan tutorok segitségével dolgoznak tovább.

A második előkompenzáló óra munkaformái:

1. gazdagitó program /várhatóan kevés/
2. önálló kompenzálás
3. mikro csoport /tutorral/

E három csoport munkáját kell egyénekre lebontva, szervezni ellenőrizni, áttekinteni. Jó ha az ülésrend ennek a tagolásnak megfelelően alakitjuk.

Házi feladat a 2. kompenzáló óra után:

A hibátlanul dolgozó tanulók gazdagitó programból kapnak feladatokat, számszerüen 1-2 feladatot.

Az osztály többi tanulója az előfeltétel-tudást mérő teszt mintájára kap néhány példát.

A megtanitási program első órájának elején ellenőrizzük a házi feladatokat, még pótlunk ahol lehet, és ezzel az előkompenzálás befejeződik. A továbbiakban a folyamatos kompenzálás, folyamatos felfelé differenciálás az egyik cél, a megtanitási stratégia keretén belül.

Tájékoztatás a megtanitási programtervekhez

Órakezdő feladatok: Az erre a célra összeállitott feladatbank feladatai letakarják a témában szükséges és előforduló szöveges feladatok belső matematikai összefüggéseit. Az innen választott óránkénti 1-2 feladat azt a célt szolgálja, hogy a szöveges feladatok belső szerkezetét permanens ismétlésként felelevenitsék, és egyben a témában szükségeseket folyamatosan elsajátitsák. Szükséges ez elsősorban azért is, mert a szöveges egyenletek megoldási készségének kialakitása nagyban attól függ, milyen készségeik alakultak ki a nyolc év folyamán a szöveges feladatok megoldása tekintetében. Ez utóbbinak a folyamatos kompenzálása a cél.

A végrehajtásra pedig az a javaslat, hogy minden órán órakezdő feladatként vagy irásvetitővel, vagy diktálás ill. felolvasás alapján adunk az osztálynak egy v. kettő szöveges problémát. Ezt a tanulók jól megértve, elemezve értelmezik, és a szöveg leirása nélkül egy megoldási tervet készitenek a füzetükbe. Mindezt röviden csinálják. Rövid visszacsatolás után, ha szükséges tanulói v. tanári magyarázat egésziti ki a jelentkező hiányokat. Ebből tanulnak az egyének. Ezt természetesen jól segiti, ha egyéni hibaelemzést valósit meg a tanár. Ezeket a megoldásokat, ha kapcsolatban vannak az óra anyagával, az ismeretszerzés folyamatában be kell kapcsolni, ki lehet aknázni, rájuk lehet épiteni.

Házi feladatok ellenőrzése: A házi feladatok szerepe megnő a kisérletben több szempont miatt. Egyrészt a differenciált házi feladatok ellenőrzése, mégha szerény is, a differenciálás ezt megköveteli, másrészt kompenzáló, mégpedig folyamatos kompenzáló funkciót is betölt. Nem közömbös az sem, hogy a megtanitási stratégia nem hagyhatja figyelmen kivül az otthoni felkészülésben rejlő hathatós segitséget, melynek indukálója a házi feladatok ellenőrzése. Ez utóbbi gondolatot támogatja a szülőkhöz intézett levél, az otthoni munka és főleg a házi feladat gondos ellenőrzése, továbbá az otthoni tanulópár rendszer kialakitása.

A differenciálást úgy javasoljuk, hogy a kiemelkedő egy-két gyermeknek külön programot adjunk, és külön ellenőrizzük - természetesen, ha van ilyen gyermek. Továbbá a mindenkinek szóló feladatok minőségileg is differenciáltak legyenek olyképpen, hogy a szükséges ismeretek megszerzésén belül meglelje minden tanuló erőfeszitését. Ezen kivül adunk és differenciálunk külön 1 szorgalmi feladattal, melynek nehézségi foka nagyobb. A mindenkinek szóló feladatok kötelezőek, a szorgalmi nem. Azonban arra kell törekedni megfelelő belső és esetleg külső motiválással, hogy minél több tanuló kapcsolódjék be ezek megoldásába. Külső motiválás lehetséges egy pontrendszer kialakitásával pl. 3 v. 5 jó megoldás után kaphat a tanuló ötöst. Ezt meg is érdemli! A fő motivum azonban a feladat megoldása felett érzett egyéni öröm és a tanár ellenőrzése során tanusitott igaz öröm legyen. Ez adja a további erőfeszitésekre az energiát, a lelkierőt.

További differenciálást a stratégia nem javasol, és nem tervez a házi feladatoknál, mert akkor az ellenőrzés megoldhatatlan, ill. csupán adminisztrativ jellegüvé válna. Elveszitenénk a házi feladatok elemzéséből fakadó olyan kompenzatórikus értékeket, melyek messze felülmúlják az esetleg divatként alkalmazott differenciálás eredményét.

A folyamatos kompenzálás házi feladat ellenőrzése során történő megvalósitása érdekében az időfaktort általában 8-lo perc körül javasoltuk. Ez elegendő az ellenőrzésre, motiválásra és a részbeni folyamatos kompenzálásra is. Olyan gyakorlatot is javaslunk, hogy a szorgalmi feladatot részletesebben elemezzük, hogy a nem megoldó tanulók is kedvet kapjanak, és részesedjenek a szorgalmi feladat nehézségi szintjének megfelelő ismeretekből.

A konkrét végrehajtásról

a/ A külön programmal dolgozók /1-2 tanuló feltételesen/: kaphatják a szorgalmi feladatot kötelezően. Ebben az esetben úgy, és akkor ellenőrizzük, ahogy és amikor a szorgalmi feladatot. Ha külön programot kapnak, akkor lapra dolgozzanak, és a következő órára javitja ki a tanár és óra elején akár az órakezdő feladat idejében megbeszélheti, vagy ha hosszabb időt igényel akkor tizpercben vagy tanitás után. Az is előfordulhat, hogy az óra valamely önálló munkáltatása közben van annyi ideje, hogy átnézi, és akkor tizpercben megbeszélheti a jelzett tanulókkal.

b/ A mindenkinek szóló feladatok ellenőrzése minőségileg és mennyiségéileg történhet. Mennyiségileg egyszerüen megkérdezzük a tanulókat. Jó kapcsolat, motiváltság esetén ez nem probléma. Minőségileg sokféleképpen ellenőrizhetjük és kompenzálhatunk. Egy megoldás lehet: a táblára előre felirjuk a megoldásokat, vagy ugyanezt tesszük irásvetitőre. Felszólitjuk a tanulókat az összehasonlitásra és javitásra. Ugyanakkor kikérünk 2-3 füzetet. Magunk is ugyanazt tesszük, összehasonlitunk, javitunk. Ezután feladatonként magunk számára is visszajelzünk a megoldás eredménye tekintetében, ez általában kézfeltartással történik. Ennek a visszacsatolásnak függvényében foglalkozunk a feladattal. Ha egy két tanulónak van csak problémája, úgy azokkal egyénileg rendezzük problémáikat, ha pedig sok a hibás megoldás, úgy osztály szinten alapos elemző, foglalkoztató módon megoldjuk, rögzitjük a probléma megoldási módozatait. Esetleg egy hasonló probléma újra felvetésével erősitjük az elsajátitást. Közben az előttünk lévő 2-3 füzetben lévő, szóbanforgó feladat megoldásait is figyelemmel kisérjük és javitjuk. Ez igy megy mig a feladatokat a leirt módon nem ellenőriztük. A végén a füzeteket indoklással, értékeléssel visszaadjuk gazdáiknak.

c/ <u>A szorgalmi feladatok javitása, megbeszélése</u>:
A szorgalmi feladatok ellenőrzésének módja attól függ, hogy csak a megoldókra vonatkoztatjuk, vagy a nem megoldókra is. Az előbbi esetben az ellenőrzés módja hasonló a mindenkinek szóló feladatok ellenőrzéséhez, mig az osztály többi tagja javitja a hibás házi feladatokat. Ha viszont mindenki számára fontosnak tartjuk, akkor a nem megoldó tanulóknak kivetitjük a feladatot, és ők is bekapcsolódnak az elemző megbeszélésbe.

<u>Osztályfoglalkoztatás, szóbeli számolás</u>: A megtanitási programokban esetenként elsősorban az alkalmazást igénylő szóbeli számolás hangsúlyozódik. Matematikából az alkalmazásnak és annak kapcsán felmerülő fogalmak, szabályok, törvények ismétlésének, erősitésének van csak létjogosultsága. Ezen belül a szóbeli számolás funkciója többirányú lehet. Bemelegit, ráhangol, ismétel, készséget alakit, gondolkodtat, előkészit, emlékezőképességet fejleszt, számolási készséget fejleszt, gyorsaságra késztet, motivál, gyakorlati életre nevel, összefüggéseket gyakoroltat és tár fel, aktivizál, kompenzál stb. Éppen ezért alkalmazását javasoljuk.

A végrehajtás tekintetében szakitva a régi gyakorlattal a tanár program adása után a tanulók irásban válaszolnak. De minden tanuló! "Csak az eredményt ird le" utasitással, minden tanulót véleményalkotásra "kényszeritünk", és ezzel aktivizáljuk. Tehát valamit le kell neki irnia; ez elég ok, motiválás, hogy presztizs-problémát csináljon abból, hogy mit ir le. Mikor a 8-lo program v. kevesebb megoldást nyert, a visszacsatolás történik. A helyes eredményt közöljük szóban vagy irásban, majd magunk számára is visszajelzünk. Ebből megállapithatjuk a beavatkozás mérétkét, ha lehet egyénekre lebontva. Ezt meg is tesszük. Mindenkor ügyelve, hogy a leszürt tanulságok rögzödjenek is minden fejben!

<u>Célkitüzés</u>: Általában probléma felvetéssel történik és történjék. Adunk egy problémát és annak megoldása vagy számukra való megoldhatatlansága kapcsán tüzzük ki a célt. A cél megjelölése rendkivül fontos, mert anélkül nincs energia a munkához, nincs motiváltság. Ilyenkor fordul elő, hogy a tanulók igy a szüleik sem tudják, hogy miről is tanultak az órán. Ehhez hozzájárul még a füzetek üressége és újabban az un. „turmix" óra, amelyen lényegében összefüggéstelenül érintőlegesen nem tanulnak, csak hallanak matematikai problémákról. Ennek az állapotnak a megelőzése és ezzel a megtanitás reménye indokolja a pontos célok kitüzését. Tehát nem egy ránkmaradt megkövült óramozzanatról van szó, amit tessék lássék módra meg kell emliteni. Éppen ezért kerüljük, ha lehet az egyszerü bejelentést a cél megjelölése vonatkozásában.

<u>Uj ismeretek szerzése</u>: Ennek feldolgozási módja kis részt a frontális munka, nagyrészt a csoportmunka. A

frontális munka csak a téma nyitásakor valamint elemző bemutatáskor engedhető meg a jelen kisérletben. Tehát az előkészitő munka frontális megoldása után a csoportfoglalkozásoknak és az önálló munkáltatásnak kell dominálnia. A jelen program -- matematikáról lévén szó, továbbá ezen belül egyenletek megtanitása -- különösen alkalmas az egyéni, önálló munkára is. Ezért is kap hangsúlyt ez a munkaforma és a csoportfoglalkozáson belül az un. differenciált csoportmunka, mely egyéni önálló munkán alapszik. Ugyanis a matematikai problémák és ezen belül a jelen téma problémái megoldhatóságának sokszor több útja lehetséges, és ebben az egyén, a tanuló adottságai, tapasztalatai, fejlődése érvényesülésének nagyobb tér nyilik egyéb tárgyakkal szemben. Az egyéni út sajátossága jobban érvényesülhet. Továbbá fontos tényező, hogy a végzett munka eredményének ellenőrzését -- külső segitség nélkül -- a tanuló maga elvégezheti. Fontos még e tekintetben az is, hogy lexikális tudás helyett az alkalmazni tudás érvényesül elsősorban, ami azt indokolja, hogy önálló alakalmazásra kapjon teret. Ezért tehát a megtanitási program a csoportmunka mellett az egyéni önálló munkaformát is szép számmal követi és ajánlja.

A csoportfoglalkozásoknál külön mellékletben beszámoltunk, tehát azok érvényessége ide is vonatkozik.

Gyakorlás: Az új ismeretek szerzése cimü fejezetben leirtak érvényesek a gyakorlási részre is. A különbség annyi, hogy itt csupán a csoportfoglalkozás és az egyéni önálló munka szerepel. Attól függően a fejlettség melyik szakaszában vagyunk, és mi az amit gyakorolhatunk. Ezekre tett javaslatok a megtanitási programban megtalálhatók.

Alkalmazott összefoglalás - versenyfeladat

Az osztályfoglalkoztatáshoz hasonlóan itt is az alkalmazással együtt, annak következményeként lehet a különféle fogalmak szabályok, törvények összefoglalását, bevésését eszközölni. Az új gyakorlattal ellentétben a cél kitüzése mellett ez a stratégia súlyt fektet az óravégi, esetleg óraközben is az összefoglalásra. A tanulóknak úgy kell elhagynia az osztályt, az órát, hogy tudják mit tanultak, a füzetek tükrözzék a tanultakat, és igy a szülők is tudjanak tájékozósni. Ezenkivül az összefoglalás lehet un. alkalmazó, mely egy komplettebb esetleg versenyfeladatból és annak elemzéséből, értékeléséből áll. A programcsomagban található megtanitási stratégia erre ad főleg példát.

Lehetséges azonban az un. alkalmazott összefoglalás, amely nem egyszerüen feladatmegoldás csupán, hanem több ennél. Ennek adni kell valami többletet újat és főleg nem reproduktiv. Külső megjelenési formája is más mint ami az órán szerepelt. Pl. Venn-diagram /halmaz ábra/, Karoll-diagram /táblázat/, igaz-hamis állitások, diszkusszió stb. Az óravégi versenyfeladatoknál néhány gondolatot még szükséges leirni. Ezek szerepe elsősorban az érdeklődés felkeltésével, a versenyszellem kialakitása, a tantárgy és a benne lévő szellemi szépség, harmónia megszrettetése. Másodszorban van csak tantárgyi, ill. ismeretszerzési szerepe. Továbbá lényeges új, pontosabban szigorubb megkötést jelent az időfaktor belépése. Ez már a fejlettség legmagasabb fokát jelenti elvileg. Ezért azután a versenyfeladat erősen differenciál. Mivel ez a differenciálsá nem mindig ugyanabba az irányba történik; nem mindig az alapos, mindentudó gyermek kerül az élre, hanem a gyors átlátó képességü, talpraesett tanuló, igy gyakorlatilag a jól megválasztott feladat megoldásában majd minden tanuló esélyazonos.

<u>Házi feladat feladása</u>: A házi feladatok ellenőrzésénél irottak az érvényesek, már ami a differenciálást jelenti. Tehát külön program adása a kiemelkedően fejlödő 1-2 tanulónak, egységes 2-3 feladat mindenkinek, és szorgalmi feladat a külön érdeklődőknek. A feladatok kijelölése táblára v. irásvetitőre egységes jelöléssel felirva történjék. pl. Tk/2o3/48/a, Ml/46/1 ... Azoknál a feladatoknál melyeknél olyan nehézség látszik, melynek megoldása kétséges mindenki számára, bizonyos előkészitést kell végezni. Vagy ha különleges megoldást kivánunk, ezt érthetően a tanulók tudomására kell hozni. A feladatok bemutatott jelölését a tanulók is irják le füzetükbe, sőt abban a sorrendben, ahogy mi felirtuk. A megoldás során is tartsák

ezt, mert szervezésileg rendkivül előnyös az ellenőrzésnél. Ugyanis amikor a füzeteket elkérjük és szinkronban az osztállyal ellenőrizzük, szükséges, hogy a mi óravázlatunkban feltüntetett sorrendet találjuk a tanulók füzetében is a keresgélési időveszteség elkerülése céljából. De fontos ez egy bizonyos szokásrend kialakitása céljából is. Ez pedagógiailag több eredménnyel jár, mint a feladatok tetszőleges sorrendben való megoldhatóságának szabadsága. De a feladatok sorrendje tartalmilag is olyan -- egyre nehezedő -- mely indokolja annak betartását.

A megtanitási programterv - használatáról

Rendkivül feszitett a program, igy a benne szereplő feladatok mennyisége csupán lehetőség. Az időbeosztást is igy kell tekinteni. A feldolgozás tartalmát, módját és szellemét programozza elsősorban. Tág teret ad a feladatok és alkalmazott módszerek megválasztására, variálására. A problémák elemzése, a megtanitás gondolata, a visszacsatolások, a beavatkozások, a csoportfoglalkozások elhelyezése viszont több mint javaslat illetve lehetőség. Ezek mellett szerepelni kell a megvalósitott programban: az órakezdő feladatoknak, a házi feladatoknak, a célkitüzéseknek, a csoportfoglalkozásoknak, a rögzitéseknek, az ellenőrző felméréseknek, a házi feladat feladásának, az irásvetitő transzparenseknek. Módszertani szempontból a lényeg a megtanitáson van, egyénekre lebontva. Megfelelő fejlődés biztositása minden tanuló számára. Természetesen, aki a lehetőségekhez képest vállalja a program teljes megvalósitását, az jár a legjobb úton, bár egyéni és helyi adaptáció, alkalmanként korrekció, feltétlenül szükséges.

A folyamatos kompenzálás módszerei és eszközei

A megtanitási stratégiában a folyamatos kompenzálás három fő területen történik:

1. Előkompenzálás folyamatában
2. A megtanitási programban
3. Utókompenzálás folyamatában

Mivel az elő és utókompenzálás programját egy külön leiratban tisztáztuk, itt most a megtanitási program folyamatos kompenzálásáról lesz szó.

A kisérletben ez kát tevékenységből tevődik össze:

a/ A megtanitási programban szereplő óra programok különböző fázisaiban megvalósitandó folyamatos kompenzálás.

b/ Minden téma végén - számszerüen négy - ellenőrző teszt alapján történő folyamatos kompenzálás.

a/ Az óra programok leirása tulajdonképpen tükrözik a folyamatos kompenzálást, de néhány fontosnak látszó mozzanat külön elemzése szükséges.

Mindenek előtt szeretnénk kiemelni a házi feladatok folyamatosan kompenzáló szerepét. Bár egyéb helyen ezt már kifejtettük, de a dolog exponálása mégegyszer fontos.
- A házi feladatok tartalma természetesen az előző óra vagy órák anyagát ölelik fel.Arra ad lehetőséget, hogy a tanulók otthon, önálló munkával mélyitsék el az órán tanultakat. Ismereteik alkalmazására tegyenek kisérletet. Tehát a tanitási óra, kiegészitő része a reá szorosan épülő otthoni munka. Ennek a közös munkának az eredményességét tük-

rőzi a házi feladatok elkészitése, illetve ellenőrzése. Nyilvánvaló feladat ebben az óramozzanatban, hogy az eredmények függvényében foglalkozzunk az anyaggal, vagyis kompenzáljunk. Ennek módszerével nem foglalkozunk mégegyszer. Azt azonban hangsúlyoznánk, hogy a folyamatos kompenzálás alapvető helye a matematikában ill. a matematika tanitásában van. Az esetleges olyan ellenvetések, melyek az otthoni munka realitására vonatkoznak, azt mondhatjuk, a kompenzálás az órán történik elsősorban. A mérés realitása pedig csak megközelitő, de nincs itt többre szükség. Azonkivül elképzeléseink egy nem feltétlenül ideális, de természetes tanár - diák kapcsolatra épülnek, ahol munkakapcsolat van, megfelelő erkölcsi értékrenddel. - Éppen a funkció fontossága miatt a szokásosnál több időt javaslunk a házi feladatok ellenőrzésére. Igy ad egy érdekes egységet, az új ismeretek szerzését szolgáló tanitási óra, az erre épülő házi feladat és a folyamatos kompenzálást megvalósitó ellenőrzés. Az egység tértől időtől független, csak az adott ismeret elsajátitását ill. elsajátithatását veszi figyelembe. Ezért nevezhetjük a megtanitási stratégia egy részének.

A másik ilyen, vagy hasonló funkciót ellátó óramozzanat az <u>órakezdő feladat</u>. Ennek szerepe a kisérletben kettős: Egyrészt a már előzőleg leirt szöveges egyenletek megoldására való előkészités, mely magában is előkompenzálás, másrészt a folyamatos kompenzálás. Ez utóbbi kerül itt bonckés alá.

Az órakezdő feladatokat tartalmazó bankból választott feladatok az előkészités mellett a konkrét tanitási anyagot is segitik kompenzálják. Hisz pl. a szöveges feladatokkal foglalkozó 8 órán alkalmazott órakezdő feladat tartalmában szorosan illeszkedik az adott szöveges problémákhoz. Az azokban rejlő összefüggések meglátását hivatottak elmélyiteni, folyamatosan kompenzálni azzal is, hogy csak szorosan a szöveg adta problémák megoldását kéri, mellőzve a számitásos végrehajtást. Ezen kivül tanártól függően, de a megtanitási program is tartalmaz olyan órakezdő feladatot, melyek folyamatos kompenzálást teljesitenek. Ugyanis az egyes órák végén mindig van összefoglaló v. más cimen szereplő önálló feladat. Ezek megoldása után mindig megtörténik a visszacsatolás mind a diák, mind a tanár részére. Ebből a tanár bizonyos következtetéseket vonhat le a házi feladatok minősége és mennyiségére vonatkozóan, de ezen túlmenően találhat olyan megoldatlan problémákat, melyek otthoni rendezését nem remélheti. Ilyenkor határozza el, adott dolog napirendre tüzését órakezdő feladatként. Ez is folyamatos kompenzálás. De az előbbi okától függetlenül is szerepel az oktatás folyamatában -- még a tanmenetekben is -- a permanens ismétlés. Ennek adott órára lebontott témáját beleszervezheti a tanár az órakezdő feladatába. Ez is a folyamatos kompenzálást jelenti, szolgálja.

A következő emlitésre méltó óramozzanat lehet az osztályfoglalkoztatás, a <u>szóbeli számolás</u>. Ennek sokféle célja között lényeges helyet foglal el a permanens ismétlés, ami a folyamatos kompenzálást szolgálja. Kompenzálást mégpedig egyénit, hisz a kisérletben leirtak szerint ezt minden tanuló egyénileg végzi. Igaz, a javitás már frontálisan történik. De akkor is kompenzálás.

De folyamatos kompenzálás történik az óraprogramok gyakorló és összefoglaló részében is. Igaz ugyan, hogy mindkét mozzanatban az adott tanitási óra anyagának jobb megismerésére, alkalmazni tudása, elmélyitése a cél, de ugyanakkor a tartalom kapcsán az ismeretek egymásra épitettsége következményeként, korábbi anyagrészek folyamatos kompenzálása folyik. Erre tudatosan törekedni is kell a kisérletben. Ezenkivül pl. az alkalmazott összefoglalás fogalmának leirásánál tudatos ez a munka, hisz új, legalább is az órához viszonyitva, formában javasol, ez utóbbi pedig csak ezen az órán új, egyébként régi témák felelevenitését célozza. Pl. halmazdiagramm, táblázat, igaz-hamis állitások, diszkusszió stb.

Szólni kell még a megtanitási programban általánosan alkalmazott illetve javasolt azon eljárásról, mely az ismeretek szerzésére, rögzitésére, alkalmazására hivatott. Nem szólva itt külön a csoportfoglalkozásról, egyrészt mert azt külön részben elemeztem, másrészt az ezután leirtak részben oda is vonatkoztathatók.

Az ismeretek nyújtása zömmel -- beszámitva a matematika és ezen belül az egyenletek specifikumát -- frontális munkával, elemző bemutatással történik első lépésként. Ebben is fellelhetők folyamatos kompenzálási momentumok. Pl. mikor törtegyütthatós egyenletek megoldására térünk át, a frontális munkánál nélkülözhetetlen a következő korábbi problémák felelevenitése, alkalmazása, és igy kompenzálása: közös nevezőre hozás, bővités, összeg szorzása, szorzat szorzása, előjel szabály ... Az első, alapvető ismeretet adó elemző frontális munka minősége határozza meg részben a folyamatos kompenzálás minőségét is. A következő lépés a fenntartott probléma félig önálló vagy önálló alkalmazása. Itt már a közvetlen új anyag mellett funkcionálni kell az előzőekben kompenzált tudástartalomnak is. Sőt ez az első próbája az előbbiek sikerének. E feladat megoldása közben-- az egyéni próbálkozáson kivül -- segitséget kap az egyén, a csoport vagy tipus probléma esetén az osztály. A megoldás után a visszacsatolás két irányú, egyrészt a tanuló részére, másrészt a tanár részére. Ez utóbbi a beavatkozás szükségessége céljából kell. Ezután jön az adott probléma szükséglet szerinti kompenzálása. Ez történhet egyénileg, csoportosan, vagy az egész osztálynak. - A visszacsatolás, és az elsajátitandó anyag mennyiségének függvényében folytatódik a munka. Vagy következő teljesen önálló feladatmegoldás következik, az előbb leirtak szerinti metodikával, vagy új témára, pontosabban tudáselemre való áttérés következik az elején leirtak szerint. - A rögzités a feladatmegoldáson kivül, szóban minden esetben, néha irásban is megtörténik. Ugyanez vonatkozik a folyamatos kompenzálás tárgyát képező tudástartalmakra, csak ott irásban ritkán rögzitünk, hisz az felesleges időtöltés lenne.

b/ A megtanitási program öt témát ölel fel. A folyamatos kompenzálás tekintetében az első két témát összevonva, lényegében négy témában gondolkodunk. Ennek megfelelően összeállitottunk négy tesztet ellenörző mérés céljára, aminek alapján azután a folyamatos kompenzálást megvalósithatjuk illetve kiegészithetjük. A megiratás időpontja a téma utolsó órájának befejező része, igy az 1. téma 4. óra, 2. téma 7. óra, 3. téma 11. óra, 4. téma 19. óra. Az óraprogramok számozása folyamatos 1-21-ig. Időtartam: 5-lo-15 perc, tartalomtól, időtől függően. Tartalma: a szóbanforgó téma leglényegesebb tudástartalmát igénylő néhány feladatból álló feladatsor. Ellenőrző tesztek cimen megtalálhatók.

A felhasználás és kompenzálás úgy történik, hogy a jelzett időben minden tanuló kap egy személyre szóló feladatlapot /A-B változat/. Azt óra végéig megoldja és leadja a tanárnak. Már ezzel kompenzálódik. A tanár a feladatlapokat következő matematika órára kijavitja, értékeli és főleg elemzi, abból a célból, hogy az un. tipus problémákat és a kirivó elmaradást regisztrálja. A következő óra elején rövid értékelést ad, de osztályzást nem. Ezután az előre megtervezett folyamatos kompenzálási programját beépiti az elkövetkezendő órák anyagába. Erre felhasználja a már jól ismert óramozzanatokat, és ha kell otthonra egyéni feladatokat is adhat. A lényeg a tudatos, tervezett és pontosan végrehajtott munkán van.

A folyamatos kompenzálás ellenőrző tesztjei

Tematikus egység: Egyenletek

Témák:

1. { A lineáris egyenlet, és grafikus megoldása
   A lineáris egyenlet algebrai megoldása
2. Azonos átalakitások
3. Azonos átalakitásokkal megoldható egyenletek
4. Egyenletekkel megoldható szöveges feladatok

Az egyes témákhoz tartozó, megtanitási programban feltüntetett órák megjelölése:

1. téma: 1. 2. 3. 4. program /4 óra/
2. téma: 5. 6. 7. program /3 óra/
3. téma: 8. 9. lo. 11. program /4 óra/
4. téma: 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. /8 óra/

Minden téma végén ellenőrző teszt megiratása történik, majd a továbbiakban ennek alapján folyamatos kompenzálás.

Ellenőrző tesztek

1. téma: "A" változat

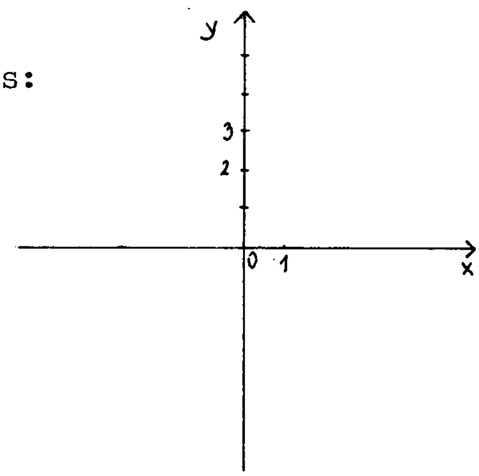
1. Oldd meg grafikusan értéktáblázat nélkül a következő egyenletet: Előbb a függvényeket ird egyszerübb alakba ?

$$\frac{6x + 9}{3} = -\frac{1}{2}\,/2x - 4/$$

$y = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$y_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Ábrázolás:



2. $S = v \cdot t$ képletből fejezd ki először v-t, majd t-t!

$v = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $t = \ldots\ldots\ldots\ldots$

3. Oldd meg mérlegelvvel a következő egyenleteket:

a. $z - 0{,}15 = 0{,}3$

....

....

b. $4{,}2x = 8{,}82$

....

....

c. $\frac{x}{25} = -1{,}8$

....

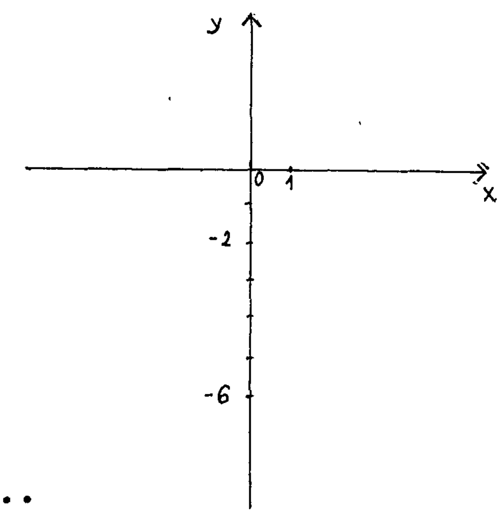
....

1. téma: "B" változat

1. Oldd meg grafikusan értéktáblázat nélkül a következő egyenletet: $\frac{8x-4}{2} = -\frac{2}{3}$ /6x + 9/ Előbb a függvényeket ird egyszerübb alakba!

y = ...

y_1 = ...



2. $v = \frac{s}{t}$ képletből fejezd ki először s-t, majd t-t!

s = ... ; t = ...

3. Oldd meg mérlegelvvel a következő egyenletet:

a. 4,2 + x = 16,3 b, 2,1x = 4,41

....

....

c. $\frac{x}{1,5} = -3,8$

....

....

Javitókulcs - az ellenőrző tesztekhez

1. téma: "A" változat:

1. grafikus ábrázolás: $y = 2x + 3$, $y_1 = -x + 2$ $\Longrightarrow$ $\underline{\underline{x = -\frac{1}{3}}}$

2. $s = v \cdot t \Longrightarrow \underline{\underline{v = \frac{s}{t}}}$; $\underline{\underline{t = \frac{s}{v}}}$

3. a. $\underline{\underline{z = 0{,}45}}$ b. $\underline{\underline{x = 2{,}1}}$ c. $\underline{\underline{x = -4{,}5}}$

1. téma: "B" változat:

1. grafikus ábrázolás: $y = 4x - 2$, $y_1 = -4x - 6$ $\Longrightarrow$ $\underline{\underline{x = -\frac{1}{2}}}$

2. $v = \frac{s}{t} \Longrightarrow \underline{\underline{s = v \cdot t}}$; $\underline{\underline{t = \frac{s}{v}}}$

3. a. $\underline{\underline{x = 12{,}1}}$ b. $\underline{\underline{x = 2{,}1}}$ c. $\underline{\underline{z = -5{,}7}}$

2. téma: "A" változat:

1. Végezd el az összevonást:

$/z + 2o/ - /z - 8/ + /5z + 1/ - /3z - 2o/ =$

$= \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2. Alakits szorzattá:

a. $14y^3 - 42y = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b. $-k + 3k^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

vagy: $= \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

3. Végezd el a kijelölt szorzást és a lehetséges összevonást!

$/2x + 1/ \cdot /-x -1/ = \dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots$

4. Végezd el a következő osztást!

$\frac{5,1x - 3,4x^2}{-1,7x} = \dots\dots\dots\dots\dots$

2. téma: "B" változat:

1. Végezd el az összevonást:

   $r - (s - 3) + (r - s) - (11 - s) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2. Alakitsd szorzattá:

   a. $27x^3 + 81x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

   b. $q - 7q^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

3. Végezd a kijelölt szorzást és a lehetséges összevonást!

   $(4y - 1)(-y + 1) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

4. Végezd el a következő osztást!

   $\frac{8a^2 - 12a}{-2a} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Javitókulcs

2. téma: "A" változat:

1. összevonás: $2z + 49$

2. kiemelés: a. $14y/y^2-3/$

b. $-k/1 - 3k/$

vagy: $k/-1 + 3k/$

3. szorzat: $-2x^2- 3x - 1$

4. hányados: $-3 + 2x$

2. téma: "B" változat:

1. összevonás: $2r - s - 8$

2. kiemelés: a. $27x /x^2+ 3/$

b. $q/1 - 7q^2/$

3. szorzat: $-4y^2+ 5y -1$

4. hányados: $-4a + 6$

3. téma: "A" változat:

1. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd is!

$4/x - 1/ = 24$ E: ....

....

....

....

2. $3x - 8 - 5x + 6 = 6x + 2$ Nem kell ellenőrizni!

....

....

....

....

3. $8 -/6 - x/ = 12 -/x + 2/$

....

....

....

....

4. $\frac{3z - 1}{6} - \frac{z + 1}{3} = - \frac{1}{4}$

....

....

....

....

....

3. téma: "B" változat:

1. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd is!

$5/x - 2/ = 0$ E: ....

....

....

....

2. $11z - 8 + 5z - 8z + 10 = 0$ Nem kell ellenőrizni!

....

....

....

....

3. $12 -/x - 5/ = 20 -/9 - x/$

....

....

....

....

....

4. $\frac{3x - 5}{7} - \frac{2x - 4}{3} = -2$

....

....

....

....

....

....

Javitókulcs

3. téma: "A" változat:

1. beszorzás: $x = 7$
2. összevonás: $x = -\frac{1}{2}$
3. zárójelfelbontás: $x = 4$
4. törtegyüttható: $z = \frac{3}{2}$

3. téma: "B" változat:

1. beszorzás: $x = 2$
2. összevonás: $z = -\frac{1}{4}$
3. zárójelfelbontás: $x = 3$
4. törtegyüttható: $x = 11$

4. téma: "A" változat:

1. A könyvesboltba kétféle könyvből összesen 5o db érkezett, 198o Ft értékben. Az egyik fajta könyv ára kötetenként 36 Ft, a másik fajtáé 42 Ft volt. Mennyit hoztak az és mennyit a másik fajta könyvből?

db Ft

I. fajta: 36 Ft ....→.... → .....

5o db 198oFt ....

II. fajta: 42 Ft ....→.... → .....

Egynlet:................. E. I. fajta: ...db→ .... = ...Ft

.... II. " : ... "→ .... = ...".

.... összesen: ......Ft

....

....

....

2. Imre reggel 8 órakor kerékpáron elindult a szomszéd faluba és 16 $\frac{km}{h}$ átlagsebességgel haladt. Fél órával később motorkerékpárral utánament Béla, aki 4o km/h átlagsebességgel követte Imre. Mikor érte utol Imrét a motoros? Ekkor hány km-re voltak a falujuktól?

Imre: $8^{h} \xrightarrow{16 km/h}$

A $\longmapsto$

Béla: $8^{30} \xrightarrow{40 km/h}$?éri utol?

?km-re?

	v	t	s
Imre			
Béla			

Egyenlet: ....

....

....

....

.... ⟶ óra =........ perc

Az utak:

Imre: .... = ... = ... km	egyenlők!
Béla: .... = ... = ... km	

4. téma: "B" változat:

1. Egy métetárú üzletbe kétféle szövetet hoztak, összesen 152 m-t, 15450Ft értékben. Az egyik fajta szövet métere 75Ft, a másiké 120Ft volt. Mennyit hoztak az egyik és mennyit a másik fajtából?

		m.	Ft	
I. fajta: 75Ft	152m → 15450Ft	→	→	...... Ft
II. fajta: 120Ft		→	→	

Egyenlet:

....

....

....

....

....

....

Ellenőrzés:

I. fajta: ..... = ... Ft

II. fajta: ..... = ______ Ft

összesen: .... Ft

2. Két egymástól 14 km távolságra fekvő faluból egy időben indul el egymással szemben egy-egy gyerek; az egyik gyalog 3,5 km/h, a másik kerékpáron 16,5 km/h sebességgel halad. Az indulás után hány perc múlva találkoznak, és ekkor mekkora távolságra voltak a két faéutól?

Gy: $\xrightarrow{3{,}5\ km/h}$?találk? $\xleftarrow{16{,}5\ km/h}$ K

A ——— 14 km ——— B

	v	t	s
gyalogos:			
kerékpáros:			

Egyenlet: ....

....

.... = ... = ... perc

Ellenőzés:

Gyalogos: .... = ... = ... km

Kerékpáros: .... = ... = ... km

összesen: .... km

Javitókulcs

4. téma: "A" változat:

1. egyik fajta: 2o db $\longrightarrow$ 72o Ft
   másik fajta: 3o db $\longrightarrow$ 116o Ft

$\left.\begin{array}{l} 72o \text{ Ft} \\ 116o \text{ Ft} \end{array}\right\}$ 198o Ft

2. Imre: $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ óra $= \underline{\frac{5}{6} \text{ óra}} \longrightarrow \frac{5}{6}\, 16 = \underline{13\frac{1}{3} \text{ km}}$

   Béla: $\underline{\frac{1}{3} \text{ óra}} \longrightarrow \frac{1}{3}\, 4o = \underline{13\frac{1}{3} \text{ km}}$

4. téma: "B" változat:

1. egyik fajta: $\underline{62 \text{ km}} \longrightarrow 62 \cdot 75 = 465o$ Ft
   másik fajta: $\underline{9o \text{ km}} \longrightarrow 9o \cdot 12o = 1o\ 8oo$ Ft

$\left.\begin{array}{l} 465o \text{ Ft} \\ 1o\ 8oo \text{ Ft} \end{array}\right\}$ 1545o Ft

2. gyalogos: $\frac{7}{1o}$ óra múlva találk. $= \underline{42 \text{ perc}} \rightarrow 2,45$ km
   kerékpáros: $\frac{7}{1o}$ óráig megy $= \underline{42 \text{ perc}} \rightarrow \underline{11,55 \text{ km}}$

összesen: 14,oo km

Órakezdő feladat - bank

I. Alapmüveletek és összefüggéseik

1. Palkónak z forintja van. Pistának 19 Ft-al több a pénze. Hány forintja van Pistának?
2. Annuska a könyvből már 65 oldalt elolvasott. Marika b oldallal kevesebbet. Hány oldalt olvasott Marika?
3. Jóska p forintot költött az egyik üzletben, k forintért vásárolt a másikban. Mennyi pénz költött?
4. Mónika a megtakaritott x Ft-ból ajándékra kiadott y Ft-ot. Mennyi pénze volt a vásárlás után?
5. Zolinak már 96 bélyegje van, 7-tel több, mint Lacinak. Mennyi bélyegje van Lacinak?
6. Béla v éves, 4 évvel fiatalabb Gézánál. Hány éves Géza?
7. Hulladékgyüjtésnél Évi m kg papirt gyüjtött, Jutka 2,5-szer annyit. Mennyi papirt gyüjtött Jutka?
8. 8 kg alma e Ft-ba kerül. Mennyit fizettünk az alma kg-jáért?
9. Az üzletben lévő gyümölcskészletből eladtak d kg-ot, az egész mennyiség negyedrészét. Hány kg gyümölcs volt a bolt eredeti készlete?
10. A nyári úttörőtáborban f tanulót tudnak elhelyezni egy turnusban, ez a tábor átépitése és felújitása elötti létszám 1,5-szerese. Hány gyerek üdült az épités előtt a táborban?

11. Két szám összege 8. A kisebb szám b. Jelöld a nagyobb számot!
12. Két szám összege 6. A nagyobb szám z. Jelöld a kisebb számot!
13. Két szám összege 12. Jelöld a két számot!
14. Két szám különbsége 9. Ha a kisebb szám x, mekkora a nagyobb szám?
15. Két szám különbsége 7. Ha a nagyobb szám y, mekkora a kisebb szám?
16. Két szám különbsége 3. Jelöld a két számot!
17. Két szám szorzata 16. Az egyik szám p. Mi lehet a másik?
18. Két szám szorzata 2o. Jelöld a két számot!
19. Két szám hányadosa 5. A kisebb szám v. Mekkora a nagyobb szám?
2o. Két szám hányadosa 9. A nagyobb szám r. Mekkora a kisebb szám?
21. Két szám hányadosa 4. Jelöld a két számot!
22. Egy dobozban x, egy másik dobozban y kg szeg van. Hány kg lesz az egyes dobozokban, ha z kg-ot áttesznek az első dobozból a másodikba?
23. A papirboltban vásároltunk: x Ft-ért füzetet, y Ft-ért golyóstollat, v Ft-ért körzőkészletet. Mennyi pénzünk maradt, ha loo Ft-ossal fizettünk és a számla nem tett ki loo Ft-ot?
24. A postán m db 1 Ft-os és n db 2 Ft-os bélyeget vettünk, és képeslapot p Ft értékben. Mennyit fizettünk érte?

25. Karcsinak d Ft-ja volt, Robinak pedig c Ft-ja. Minden hónapban egyenlő összegeket tettek hozzá, Karcsi 2o Ft-ot, Robi 25 Ft-ot. z hónap múlva mennyivel lesz több pénze Robinak?

II. Szöveges feladatokban szereplő mennyiségek közötti összefüggések felirása, egyenletekkel is.

1. Egy fiú most a éves, apja háromszor annyi.
   a. Hány éves volt az apa és a fiú d évvel ezelőtt?
   b. Hány évesek lesznek e év múlva?
2. Egy fiú most 15 éves, apja háromszor annyi.
   a. Hány évvel ezelőtt volt az 7-szer olyan idős mint a fia?
   b. Hány év múlva lesz az apa kétszer olyan idős, mint a fia?

   Ird fel az összefüggéseket egyenlet formájában!
3. Egy háromszög kerülete 35 cm. Egyik oldala 4-szerese a másodiknak és 1 cm-rel hosszabb a harmadiknál. Mekkorák az oldalak?
4. Mennyi az ára x db hanglemeznek, ha 1db 85 Ft?
5. Egy kulturház zenei szakköre 5o db hanglemezt vett 35 Ft-os és 5o Ft-os áron, összesen 22oo Ft-ot fizetett. Hány 35 Ft-os és hány 5o Ft-os lemezt vettek?
6. Kétféle vászonból összesen 3o m-t vásároltunk és 512 Ft-ot fizettünk. Az egyik anyag métere 18 Ft-ba, a másiké 16 Ft-ba került. Hány m-t vásároltunk a két anyagból?

7. A 8.a. osztályban x, a 8.b.-ben y tanuló jár. Az a osztályból áttesznek b tanulót a b-be.
   a. Hány tanuló lesz a 8.a.-ban?
   b. Hány tanuló lesz a 8.b.-ben?
   c. Hány tanulóval vannak többen most a 8.b.-ben?
8. Egy osztályban z számú pad van. Ha minden padba 3 tanulót ültetnek, akkor 2 tanuló hely nélkül marad. Hány tanuló van az osztályban?
9. Iskolánk 8. osztályaiban összesen 116 tanuló iratkozott be. Az a osztályba 2-vel többen, a c osztályba 6-tal kevesebben, mint a b osztályba. Hány tanuló iratkozott be az egyes osztályokba?

III. Százalékszámitási feladatok

1. Mennyi a c szám 5 %-a?
   d szám 76 %-a?
   e szám 15o %-a?
   f szám 12,5 %-a?
2. Mennyivel kell egy számot megszorozni, hogy 12 %-al több, 3 %-al kevesebb legyen?
   Hány %-al változik a szám, ha megszorozzuk:
   1,83 -dal
   1,236-del
   1,4 -del
   o,82 -dal
   o,09 -dal

3. Egy árú árát az árleszállitásnál 25 %-kal leszállitották. Az új ár az eredeti hány %-ka lesz? Hogyan számitanád ki az új árat, ha az eredeti ár 12oo Ft?
4. A téglalap egyik oldala 2o %-al növekedett. Hányszorosára változott ez az oldal?
5. Mennyibe kerül az a kabát amelynek ára a 3o %-os árleszállitás előtt <u>a</u> Ft volt?
6. 2o %-os árleszállitás után egy ruha ára 32o Ft. Mennyi az eredeti ára?
7. Melyik az a szám, amelynek 8o %-a 12-vel több, mint a 6o %-a?
8. Melyik az a szám, amelynek 15 %-a 7-tel kevesebb, mint a 4o %-a?

IV. <u>Együttes munkára vonatkozó feladatok</u>

1. Egy traktor egy bizonyos területet 7 nap alatt szánt fel. A munka hányadrészét végzi el 1 nap alatt, 3 nap alatt, z nap alatt?
2. Két brigád dolgozik egy új házban a gáz bevezetésén. Az egyik 2o nap altt, a másik 24 nap alatt végezné el egyedül a munkát. A munka hányadrészét végzik el, ha együtt dolgoznak 1 nap alatt, 15 nap alatt, v nap alatt?
3. Egy szerelési munkát az I. brigád 3 nap, a II. brigád 4 nap alatt, a III. brigád 8 nap alatt végezné el külön-külön. Hány nap alatt készül el a szerelés, ha a 3 brigád együtt dolgozik?

V. Helyiértékes feladatok

1. Egy kétjegyü számban a tizesek helyén álló számjegy x, az egyesek helyén álló számjegy y. Ird fel ezt a kétjegyü számot!
2. Egy kétjegyü számban az egyesek helyén álló számjegy z. A tizesek helyén álló számjegy 5-tel nagyobb. Melyik ez a kétjegyü szám?
3. Egy kétjegyü számban a tizesek helyén álló számjegy 4-gyel nagyobb, mint az egyesek helyén álló számjegy. A tizesek száma c. Ird le a kétjegyü számot!
4. Egy kétjegyü számban az egyik jegy 3-mal nagyobb mint a másik. Melyik lehet ez a kétjegyü szám? Hány féle eset lehet?
5. Egy kétjegyü szám egyesei helyén álló szájegy v. A két jegy összege 8. Jelöld ezt a kétjegyü számot!
6. Egy kétjegyü szám jegyeinek összege 9. Jelöld ezt a kétjegyü számot!
7. Egy kétjegyü szám jegyeinek különbsége 4. Az egyesek helyén álló y jegy a kisebb. Melyik ez a kétjegyü szám?
8. Egy kétjegyü szám jegyeinek különbsége 7. A tizesek helyén álló számjegy p. Ez a jegy a nagyobb. Ird fel a kétjegyü számot.
9. Egy kétjegyü számban az egyesek helyén álló számjegy r. A tizesek helyén álló számjegy háromszor akkora. Melyik kétjegyü számról lehet szó?

1o. Egy kétjegyü számban a tizesek helyén álló számjegy b. Az egyesek helyén álló számjegynek ez a fele. Melyik ez a kétjegyü szám?

11. Egy kétjegyü számban az egyik jegy 4-szer akkora, mint a másik. Jelöld ezt a kétjegyü számot, és azt is, amelyiket ezen jegyek felcserélésével kapsz!

12. Egy kétjegyü számban a tizesek és egyesek aránya 2:3. Ird le ezt a számot! Mely kétjegyü számok tesznek eleget a feltételnek?

VI. Mozgási feladatok

1. Egy motoros sebessége 5o km/h. Mit jelent ez? Mekkora utat tesz meg 2 óra alatt, r óra alatt?
2. Egy autó sebessége 65 km/h, egy motorosé 45 km/h. Mennyivel több utat tesz meg az autó 3 óra alatt, mint a motoros?
3. Két jármü sebessége különböző. A gyorsabb jármü óránként lo km-rel több utat tesz meg. Jelöld a sebességüket! Mekkora utat tesznek meg 4 óra alatt?
4. Pista v óráig halad 4 km/h sebességgel gyalog, majd t óra hosszáig 16 km/h sebességgel kerékpáron. Mekkora utat tett meg összesen?
5. Két falu távolsága 24 km. Két gyalogos halad szemben egymással. Sebességük 3,5, illetve 4,5 km/h. Hány óra múlva találkoznak? Találkozásuk pillanatában mit állithatsz a kettejük által megtett út hosszáról?

6. Két kerékpáros halad szemben egymással a 42 km távolságban lévő két városból. Két óra múlva találkoznak.
   a. Hány km-t haladnak óránként, ha egyikük 3 km-rel többet megy óránként?
   b. Mekkora az általuk megtett utak összege?
   Válaszolj kétféle módon!
7. A kikötőből B felé elindul egy lo km/h sebességü gőzhajó. 4 órával utána szintén A-ból B-be indul egy másik gőzhajó 12 km/h sebességgel. A két gőzhajó egyszerre ér B-be.
   a. Hány óráig voltak úton az egyes gőzhajók?
   b. Mekkora az általuk megtett út?
   c. Milyen összefüggés van a két út között? Ird fel egyenlettel!
8. Egy kerékpáros 16 km/h sebességgel elindul az országúton. 42 perccel később utána indul egy társa 2o km/h sebességgel. Mikor éri utol? Mekkora a menetideje a két kerékpárosnak? Mekkora utat tettek meg? Hasonlitsd össze az általuk megtett utakat!
9. Egy folyami gőzhajó sebessége lo km/h. Mekkora sebességgel haladhat a folyón lefelé ill. felfelé ténylegesen, ha a folyó sebessége 2 km/h.
10. A gőzhajó a két kikötő közti utat lefelé 3 óra alatt, felfelé 6 óra alatt teszi meg. A folyó sebessége 3 km/h Mekkora a két kikötő távolsága?

11. Két falu távolsága 22 km. A két faluból egyszerre indul el két kerékpáros. Mikor találkoznak, ha
    a. egy irányban haladnak? A kisebb sebességü kerékpáros 12, a nagyobb 16 km/h sebességgel halad?
    b. szemben haladnak!

    Milyen összefüggésben van, a két kerékpáros által megtett út a. és b. esetben?

VII. Aránnyal kapcsolatos feladatok

1. Két fogaskerék egyikén 45 fog van, a másikon 52 fog van. Melyik fogaskerék forog gyorsabban, ha fogaikkal össze vannak kapcsolava? Mennyi a két keréken lévő fogak aránya? Hányszorosa a nagyobb kerék fogainak a száma a kisebb kerék fogszámának, és hányadrésze a kis kerék fogainak száma a nagy kerék fogai számának?
2. Két összekapcsolódó fogaskeréknek a fogak számának aránya 3:2. Mit jelent ez? Hányszor gyorsabban forog a kisebb kerék, mint a nagy? Írd fel a fordulatszámok közötti arányt!
3. Két kerék szijáttétellel van összekapcsolva. Az egyik átmérője 8o cm, a másiké 6o cm. Melyik kerék forog gyorsabban? Milyen arány van az átmérők között, és milyen az arány a fordulatszám között?
4. Szijáttételnél a két kerék sugarának aránya 4:9. A kisebbik percenként 72 fordulatot tesz. Mennyit fordul azalatt a nagyobbik kerék?

5. Két fogaskerék fogainak aránya 7:6. Hányat fordul percenként a nagyobb, ha a kicsi fordulatszáma 56 ford/perc?

6. Derékszögü háromszög legkisebb és legnagyobb szögeinek az aránya 1:4. Mekkorák a derékszögü háromszög hegyes szögei?

7. Két munkás a kereseten munkájuk arányában osztozik. Egyikük beteg volt, és igy a munkadijat 1:4 arányban osztották szét. Hány forintot kap az egyik és a másik, ha a végig dolgozó munkás keresete 264 Ft-al több?

8. Egy háromszögben a szögek aránya 2:3:4. Hány fokosak a háromszög szögei?

VIII. Keverési feladatok

1. Összekeverünk 1-1-1 kg 114 Ft-os, 120 Ft-os, és 180 Ft-os kávét. Mennyibe kerül a keverék 1 kg-ja?

2. Összekeverünk 2 kg I. osztályú kávét - kg-ja 160 Ft - és 3 kg II. osztályú kávét - kg-ja 140 Ft - Mennyibe kerül a keverék kilógramja?

3. Összekeverünk v kg a egységárú és z kg b egységárú árut. Mennyibe kerül a keverék kg-ja?

4. Mennyi tiszta alkohol van

a. 2 liter	65 %-os	alkoholban?		
b. y	"	80 %	"	" ?
c. 4	"	x %	"	" ?
d. m	"	p %	"	" ?

5. Összekeverünk kétféle alkoholt. Az egyik 8o %-os, a másik 6o %-os. Igy 18 l 7o %-os alkoholt kapunk. Hány litert vettünk az egyes alkoholokból?

IX. Geometriai feladatok

1. Hároszög alakú telek területe 46oo m^2. A háromszög egyik oldala 86 m, a hozzá tartozó magasság milyen hosszú?
2. Trapéz alakú háztető ereszcsatornájának hossza 24,8 m, a tetősik magassága 8,5 m. A tető területe 184 m^2. Milyen hosszú a tető felső párhuzamos oldala?
3. Egy háromszög oldalainak aránya 3:4:5. A háromszög kerülete 122,4 cm. Mekkorák az oldalai?
4. Egy kúp térfogata 1oo4,8o cm^3, sugara 8,o cm. Mekkora a kúp magassága?
5. Egy kör keresztmetszetü öreg fát 3,2o m hosszú vasabroncs vesz körül. Milyen vastag a fa? /átmérő/
6. Egy téglalap kerülete 44,8 cm. A téglalap egyik oldala 3-szorosa a másik oldalnak. Mekkorák a téglalap oldalai?
7. Egy négyzetes oszlop alapéle 4o cm, térfogata 512 dm^3. Mekkora az oszlop magassága?
8. Egy téglalap alakú kert hossza 48 m, területe 72o m^2. Mekkora a kert szélessége?
9. Téglalap alakú spotpálya hossza 69 m-rel nagyobb, mint a szélessége. Területe megegyezik a szomszéd falú sportpályályáéval, melynek méretei: a = 132m; b = 67,5m.

1o. Közelitően milyen magas legyen az a henger alakú viztartály, melynek az alaplapja 5m átmérőjü kör, és a befogadóképessége 25 m^3?

X. Egyéb szöveges feladatok

1. Melyik az a szám, amelynek $\frac{5}{7}$ része egyenlő a szám $\frac{2}{3}$ részének és $\frac{1}{4}$ részének az összegével?
2. Egy szám 1/5 részéhez hozzáadunk 7,2-öt. Ekkor ugyanannyit kapunk, mint amikor az eredeti szám negyed és hatodrészéhez hozzáadunk 36/5-öt. Melyik ez a szám?
3. Melyik az a szám, amelynek 15 %-a 7-tel kevesebb, mint a 4o %-a?
4. Két szám összege 4o. Ha az egyik számot 4-gyel, a másik számot 7-tel osztjuk, a hányadosuk összege 7 lesz. Melyik ez a két szám?
5. Gondoltam egy számot. Elvettem belőle 2o-at. Elvettem még a maradék harmadrészét, és igy 12o-at kaptam. Melyik számra gondoltam?
6. Egy üzem 3 mühelyében összesen 19o ember dolgozik. Az I. mühelyben 15-tel kevesebben dolgoznak mint a II-ban, a III.-ban 4o-nel többen, mint az I-ben. Hány munkás van az egyes mühelyekben?
7. Ird fel hány kg alma van együtt abban a három kosárban, amelyik közül a másodikban 3-szor annyi, a harmadikban 4-szer annyi alma van, mint az elsőben! Hány kg alma van az egyes kosarakban, ha a háromban együttesen 56 kg alma van?

8. Három egymást követő páros szám összege 642. Melyik ez a három páros szám?
9. Három egymást követő páratlan szám összege 45. Melyik ez a három páratlan szám? Jelöld!

<u>A feladatok száma a tiz témából összesen loo</u>!

Órakezdő feladat - bank javitókulcsa:

I. Alapmüveletek és összefüggéseik

1. Pistának $z + 19$ Ft-ja van.
2. Marika $65 - b$ oldalt olvasott.
3. Jóska $p + r$ Ft-ot költött.
4. Móninak $x - y$ Ft-ja maradt.
5. Lacinak $96 - 7 = 89$ db bélyegje van
6. Géza $v + 4$ éves
7. Jutka $2{,}5 \cdot m$ kg papirt gyüjtött
8. 1 kg $c : 8 = \frac{c}{8}$ Ft-ba kerül.
9. d kg az egész $\frac{1}{4}$ része

   az egész $d \cdot 4 = 4 \cdot d$ /kg/

10. Az eredeti létszám 1,5-szerese f tanuló

    az eredeti létszám $\frac{f}{1{,}5}$ gyerek.

11. $\left.\begin{array}{l}\text{kisebb szám: } b \\ \text{nagyobb szám: } 8-b\end{array}\right\} 8$ E. $b+8-b = 8$

12. $\left.\begin{array}{l}\text{nagyobb szám: } z \\ \text{kisebb szám: } 6-z\end{array}\right\} 6$ E. $z+6-z = 6$

13. $\left.\begin{array}{l}\text{I. szám: } x \\ \text{II. szám: } 12-x\end{array}\right\} 12$

14. kisebb: x E. $/x+9/-x = 9$

    nagyobb: $x+9$

15. nagyobb: y E. $y-/y-7/ = y-y+7 = 7$

    kisebb: $y-7$

16. a. kisebb: z — b. nagyobb: r

nagyobb: z+3 — kisebb: r-3

17. egyik: p — E. $\cancel{p}\,\frac{16}{\cancel{p}} = 16$

másik: $\frac{16}{p}$

18. I. n

II. $\frac{2o}{n}$

19. kisebb: v — E. 5v:v = 5

nagyobb: 5v

2o. nagyobb: r — E. $r : \frac{r}{9} = \cancel{r}\,\frac{9}{\cancel{r}} = 9$

kisebb: r:9

21. a. egyik /kisebb/: a — b. egyik /nagyobb/: b

másik /nagyobb/: 4a — másik /kisebb/: $\frac{b}{4}$

22. I. doboz x /kg/ $\longrightarrow$ x-z /kg/

II. doboz y /kg/ zkg $\rightarrow$ y +z /kg/

23. $\left.\begin{array}{r} \text{füzet: x Ft} \\ \text{toll: y Ft} \\ \text{körző: v Ft} \end{array}\right\}$ x+y+v Ft

maradt: loo-/x+y+v/ Ft

vagy: loo-x-y-v Ft

24. m+2n+p Ft-ot

25.

[illegible]:	most	z hónap múlva
Karcsi:	d Ft	d+2oz Ft
Robi:	c Ft	c+25z Ft

/c+25z/-/d+2oz/ Ft-tal lesz több pénze

II. Javitókulcsa

1.

		most	d évvel ezelőtt	e év múlva
Fiú		a	a - d	a + e
Apa		3a	3a - d	3a + e

2.

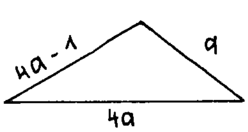
		most	x évvel ezelőtt	
a.	Fiú	15 év	15 - x év	
	Apa	45 év	45 - x év	→ 7-szer olyan idős

$\underline{/15-x/\ 7 = 45-x}$

		most	y év múlva	
b.	Fiú	15 év	15 + y év	
	Apa	45 év	45 + y év	→ 2-szer olyan idős

$\underline{/15+y/\ 2 = 45+y}$

3.



$a+4a+4a-1 = 35$

4. 1db ára 85 Ft

xdb ára 85x Ft

5. 35 Ft-osból: x db — 35x Ft

50 Ft-osból: 50-x db — /50-x/ 50 Ft

} 2200 Ft

$\underline{35x+/50-x/\ 50 = 2200}$

6. I. anyag: 18 Ft/m — a/m/ — 18a /Ft/

II. anyag: 16 Ft/m — 30-a/m/ — 16/30-a/ /Ft/

} 512 Ft

$18a+16/30-a/ = 512$

7. 8.a. x tanuló — x-b tanuló

8.b. y tanuló — y+b tanuló

b tanuló

$/y+b/-/x-b/ = y-x+2b$

8. 1 padban 3 tanuló

$$\begin{array}{ll} z \text{ padban} & \left.\begin{array}{l} 3z \text{ tanuló} \\ 2 \text{ tanuló hely nélkül} \end{array}\right\} 3z + 2 \end{array}$$

9.

$$\left.\begin{array}{ll} 8.a. & v+2 \text{ tanuló} \\ 8.b. & v \quad \text{tanuló} \\ 8.c. & v-6 \text{ tanuló} \end{array}\right\} 116 \text{ tanuló}$$

$$\underline{/v+2/+v+/v-6/ = 116}$$

III. <u>Javitókulcs</u>

1. 0,05c

   0,76d

   1,50e

   0,125f

2. 100 % + 12 % = 112 % ⟶ 1.12-szeres

   100 % - 3 % = 97 % ⟶ 0,97-szeres

   83 %-kal nő

   23,6 %-kal nő

   40 %-kal nő

   18 %-kal csökken

   91 %-kal csökken

3. az eredeti ár: 100 %

   leszállitották: 25 %-kal

   új ár: 100 % - 25 % = 75 %-a a réginek

   $\underline{x = 1200 \; 0,75}$

4. az oldal eredetileg: 100 %

   növekszik: 20 %-kal

   új méret: 100 % + 20 % = 120 %-a az eredetinek

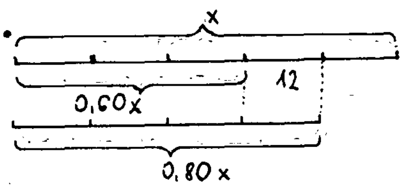
   tehát 1,20 szorosára változott.

5. eredeti ár: <u>a</u>

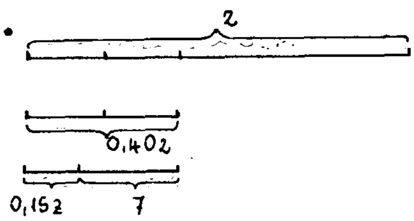
új ár: <u>o,7oa</u> Ft

6. loo % - 2o % = 8o % ára 32o Ft

loo %-os ára 32o:o,8o /Ft/

7. 

<u>o,8ox = o,6ox+12</u>

8. 

<u>o,15z+7 = o,4oz</u>

IV. <u>Javitókulcs</u>

1. egész munka 7 nap

1 nap	$\frac{1}{7}$ része
3 nap	$\frac{3}{7}$ része
z nap	$\frac{z}{7}$ része

2.

	<u>1 nap</u>	<u>15 nap</u>	<u>v nap</u>
I. 2o nap →	$\frac{1}{20}$ r.	$\frac{15}{20}$ r.	$\frac{v}{20}$ r.
II. 24 nap →	$\frac{1}{24}$ r.	$\frac{15}{24}$ r.	$\frac{v}{24}$ r.

1 nap: → $\frac{1}{20} + \frac{1}{24}$ rész ⟶ v nap: $\frac{v}{20} + \frac{v}{24}$ rész

15 nap: $\frac{15}{20} + \frac{15}{24}$ rész

3.

		1 nap alatt	z nap alatt	
I. b. 3 nap	⟶	$\frac{1}{3}$ r.	$\frac{z}{3}$ rész	az egész munka
II. b. 4 nap	⟶	$\frac{1}{4}$ r.	$\frac{z}{4}$ rész	
III.b. 8 nap	⟶	$\frac{1}{8}$ r.	$\frac{z}{8}$ rész	

$$\frac{z}{3} + \frac{z}{4} + \frac{z}{8} = 1$$

V. Javitókulcs

1.		tizes	egyes	a szám
		x	y	lox+y
2.		tizes	egyes	a szám
		z+5	z	lo/z+5/+z
3.		tizes	egyes	a szám
		c	c-4	loc+/c-4/
4.		tizes	egyes	a szám
	a.	y	y+3	loy+/y+3/
	b.	d+3	d	lo/d+3/+d
5.		tizes	egyes	a szám
		8-v	v	lo/8-v/+v
6.		tizes	egyes	a szám
		a	9-a	loa+/9-a/
7.		tizes	egyes	a szám
		y+4	y	lo/y+4/+y
8.		tizes	egyes	a szám
		p	p-7	lop+/p-7/
9.		tizes	egyes	a szám
		3r	r	3or+r = 31r
lo.		tizes	egyes	a szám
		b	2b	lob+2b = 12b

11.

	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x	4x	lox+4x = 14x
új:	4x	x	lo 4x+x = 41x

12.

tizes	egyes	a szám
2x	3x	lo/2x/+3x = 23x

Megfelelő számok: 23, 46, 69

VI. <u>Javitókulcs</u>

1. v=5o km/h ⟶ 1 h alatt 5o km-es út
   2 " " 2·5o /km/
   r " " r·5o = 5or /km/

2. autó 1 h alatt 65 km motor 1 h alatt 45 km
   3 " " 3 65 km 3 " " 3 45 km
   3 65 - 3 45 km a többlet

3. I. jármü: x km/h 4 órai út: 4x /km/
   II. " : x+lo km/h 4 órai út: 4/x+lo/ km

4. 4 km/h sebességgel v/h/-ig ⟶ 4v /km/
   16 km/h " t/h/-ig ⟶ 16t /km/
   } 4v+16t /km/

5. A ⟵ 24 km ⟶ B
   z^h múlva
   ⟶ ⟵
   3,5z /km/ 4,5z /km/
   $\underbrace{\qquad\qquad}_{24\ \text{km}}$
   ⟹ <u>3,5z+4,5z = 24</u>

6. 42 km
   x km/h ⟶ ⟵ x+3 km/h
   2x /km/ 2/x+3/ km
   $\underbrace{\qquad\qquad}_{42\ \text{km}}$

   az utak összege: 2x+2/x+3/ km = 42km

7. A ——— B

$\xrightarrow{}$
lo km/h

4^h múlva: z^h múlva
12 km/h

a. I. gőzhajó z+4 óráig b. lo/z+4/ km

II. " z " 12z /km/

c. A két út egyenlő: $\underline{10(z+4) = 12z}$

mindkettő a két kikötő távolsága

8. 42 p. múlva /42 perc= o,7 óra/

20 km/h t óra múlva éri utol

16 km/h

I. kerékpáros t+o,7 /h/ ⟶ 16/t+o,7/ km
II. " t /h/ ⟶ 2ot /km/

$$\left.\begin{array}{l}16(t+0{,}7)\ \text{km}\\ 20t\ \text{/km/}\end{array}\right\} =$$

A két út egyenlő: $\underline{16(t+0{,}7)=20t}$

9. hajó sebessége: lo km/h

sebessége lefelé: lo+2 km/h

" felfelé: lo-2 km/h

lo. x+3 km/h ⟶ 3/x+3/ km

3h

A ——— B

x-3 km/h ⟶ 6/x-3/ km

6 h

A két távolság azonos: $\underline{3(x+3) = 6(x-3)}$ ⟶ $\underline{36\ \text{km}}$

11. a. 22 km

16 km/h 12 km/h
16 y /km/ 12 y /km/ y^h múlva ⟹ $\underline{16y-12y=22}$

b. $\xrightarrow{12\ km/h}$ $\xleftarrow{16\ km/h}$

x^h múlva

$\Longrightarrow \underline{12x+16x=22}$

12x /km/ 16x /km/

a. Kettejük által megtett utak különbsége = a két falu távolságával

b. Kettejük által megtett utak összege = a két falu távoságával

VII. Javitókulcsa

1. A kisebb kerék gyorsabban forog

$f_1 : f_2 = 45:52$

$f_1 = \frac{45}{52} \cdot f_2$ $f_2 = \frac{52}{45} \cdot f_1$

2. $f_1 : f_2 = 3:2$

1. keréken $\frac{3}{2}$ -szer annyi fog van, mint a 2.-on vagy a 2. keréken $\frac{2}{3}$ -szor annyi fog van mint az 1-en.

fordulatok aránya: 2:3

A 2. kerék $\frac{3}{2}$ -szer olyan gyorsan forog mint az első.

3. A 6o cm átmérőjü kerék gyorsabban forog

$d_1 : d_2 = 80:60 = 4:3$

$ford_1 : ford_2 = 3:4$

4. $r_1 : r_2 = 4:9$

72 ford:x ford $\frac{x}{72} = \frac{4}{9}$

$9x = 72 \cdot 4 \longrightarrow$ esetleg magyarázat

$\underline{\underline{x = 32}}$

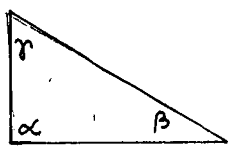
5. $f_1 : f_2 = 7:6$

x ford/perc:56 ford/perc $\quad \frac{x}{56} = \frac{6}{7}$

$7x = 56 \cdot 6 \rightarrow$ esetleg magyará-

$\underline{x = 48}$ zat!

6.



$\beta : \alpha = 1:4 \qquad \underline{\alpha = 9o^\circ}$

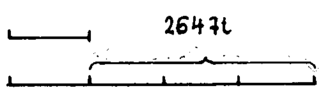
$\underline{\beta} = 9o \cdot \frac{1}{4} = \underline{22{,}5^\circ}$

$\underline{\gamma} = 9o - \beta = 9o - 22{,}5 = \underline{67{,}5^\circ}$

7. I. $x \longrightarrow$ 88 Ft

II. $4x \longrightarrow$ 264Ft-tal több $\longrightarrow$ 352 Ft

$4x - x = 264$



$3x = 264$

$\underline{x = 88}$

8. $\alpha : \beta : \gamma = 2:3:4 \longrightarrow \quad 2+3+4 = 9$ rész

$\alpha = 18o \cdot \frac{2}{9}$; $\quad \beta = 18o \cdot \frac{3}{9}$; $\quad \gamma = 18o \cdot \frac{4}{9}$

VIII. Javitókulcs

1. $\frac{114+12o+18o}{3}$ /Ft/

2. $\frac{2\ 16o+3\ 14o}{5}$ /Ft/

3. $\frac{v\ a+z\ b}{v+z}$ /Ft/

4. $2 \cdot o{,}65$ /1/

$o{,}8 \cdot y$ /1/

$4 \cdot \frac{x}{1oo}$ /1/

$m \cdot \frac{p}{1oo}$ /1/

5. $\left.\begin{array}{ll} 6o\ \%\text{-os} & x\ /1/ \\ 8o\ \%\text{-os} & 18-x\ /1/ \end{array}\right\}\ 18\ 1 \qquad 7o\ \%\text{-os}$

$$\frac{6ox}{1oo} + \frac{8o/18-x/}{1oo} = \frac{18\cdot 7o}{1oo} \qquad \ldots$$

IX. Javitókulcs

1. $t_{\triangle} = \dfrac{a\cdot m_a}{2} \longrightarrow \quad 46oo = \dfrac{86x}{2}$

$$2\cdot 46oo = 86x$$

$$\frac{2\cdot 46oo}{86} = x$$

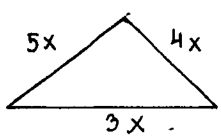
2. $t_{\square} = \dfrac{/a+c/m}{2}$

$$184 = \frac{/24{,}8+x/8{,}5}{2} \longrightarrow \quad 2\cdot 184 = /24{,}8+x/8{,}5$$

$$\frac{2\cdot 184}{8{,}5} = 24{,}8+x$$

$$\underline{\frac{2\cdot 184}{2} - 24{,}8 = x}$$

3.



$$K = a+b+c$$

$$3x+4x+5x = 122{,}4$$

$$12x = 122{,}4$$

$$\underline{x = \frac{122{,}4}{12}}$$

4. $V_k = \dfrac{r^2\pi m}{3}$

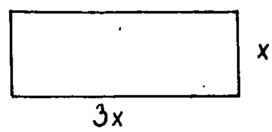
$$1oo4{,}8o = \frac{8^2\cdot 3{,}14\ m}{3} \longrightarrow \quad \underline{m = \frac{3\cdot 1oo4{,}8o}{8^2\cdot 3{,}14}}$$

5. $k = d\pi$

$$3{,}2o = d\cdot 3{,}14$$

$$\underline{d = \frac{32o}{3{,}14}}$$

6.



$k = 44{,}8$ cm

$k = /a+b/2$

$44{,}8 = /3x+x/2$

$22{,}4 = 3x+x$

$22{,}4 = 4x$

$\underline{\frac{22{,}4}{4} = x}$

7. $V_k = a^2 \cdot m$

$512 = 4^2 \cdot m$

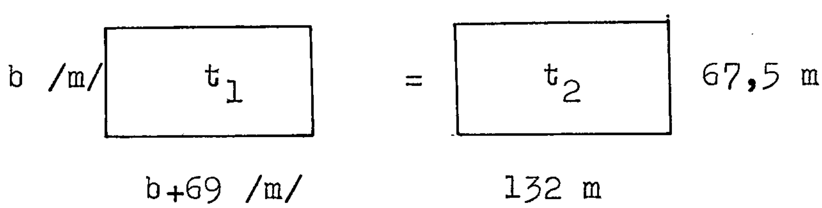
$\underline{\frac{512}{4^2} = m}$

8. $t_{\square} = a \cdot b$

$720 = 48b$

$\underline{b = \frac{720}{48}}$

9.



$\underline{b/b+69/ = 132\ 67{,}5}$

10. $d = 5$m

$V = 25$ m³

$V_k = r^2 \pi m$

$25 = 2{,}5^2 \cdot \pi m$

$m = \frac{25}{2{,}5^2 \cdot \pi}$

X. <u>Javitókulcsa</u>

1. $\underline{\frac{5z}{7} = \frac{2z}{3} + \frac{z}{4}}$

2. $\underline{\frac{y}{5} + 7{,}2 = \frac{y}{4} + \frac{y}{6} + \frac{36}{5}}$

3. $\underline{0{,}15x + 7 = 0{,}40x}$

4, I. v

II. 40-v $\longrightarrow$ $\underline{\frac{v}{4} + \frac{40-v}{7} = 7}$

5. $\underline{a - 20 - \frac{a-20}{3} = 120}$

6. $\left.\begin{array}{llll} \text{I. műhely:} & & t & \text{munkás} \\ \text{II.} & \text{" :} & t+15 & \text{"} \\ \text{III.} & \text{" :} & t+40 & \text{"} \end{array}\right\}$ 190

$\underline{t+/t+15/+/t+40/ = 190}$

7. $\left.\begin{array}{lll} \text{I.} & x & /kg/ \\ \text{II.} & 3x & \text{"} \\ \text{III.} & 4x & \text{"} \end{array}\right\}$ 56 kg

$\underline{x+3x+4x = 56}$

8. $\left.\begin{array}{ll} \text{I.} & 2x \\ \text{II.} & 2x+2 \\ \text{III.} & 2x+4 \end{array}\right\}$ 642

$\underline{2x+/2x+2/+/2x+4/ = 642}$

9. $\left.\begin{array}{ll} \text{I.} & x \\ \text{II.} & x+2 \\ \text{III.} & x+4 \end{array}\right\}$ 45

$\underline{x+/x+2/+/x+4/ = 45}$

<u>Összesen loo feladat</u>!

Irásvetitő transzparens - bank

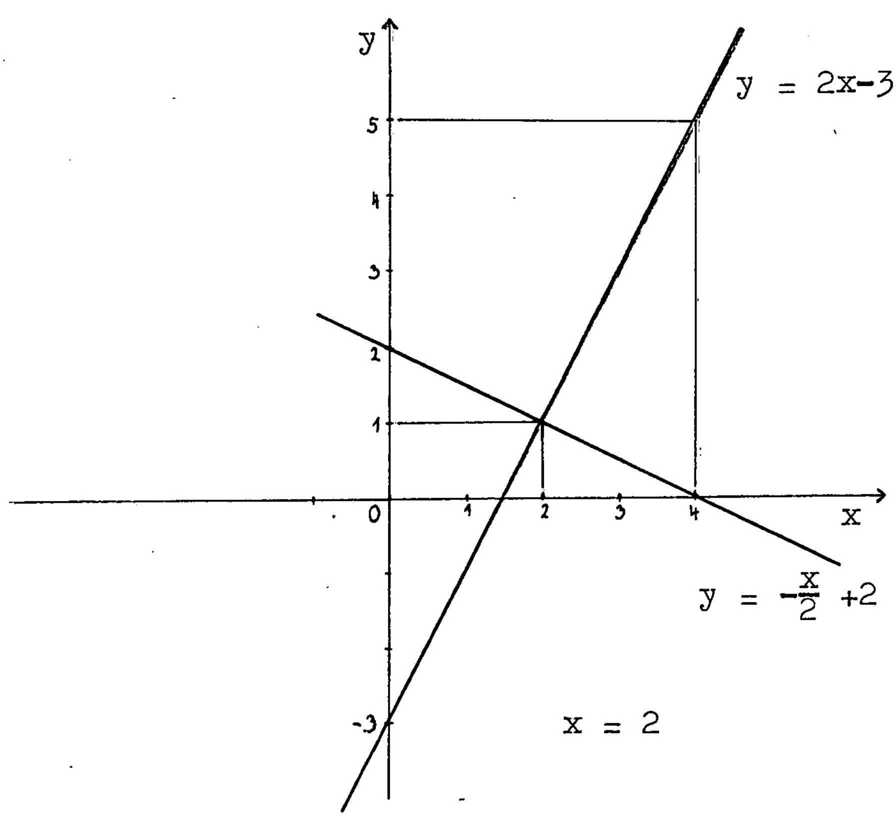
1/1. program

Ábrázoljátok egy koordináta-rendszerben értéktáblázattal:

$y = 2x-3$; $y = -\frac{x}{2} + 2$ függvényeket!

x	...	o	1	2	3	4	...
$y = 2x-3$	...	-3	-1	1	3	5	...

x	...	o	1	2	3	4	...
$y = -\frac{x}{2} + 2$	...	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	o	...



1/2. program

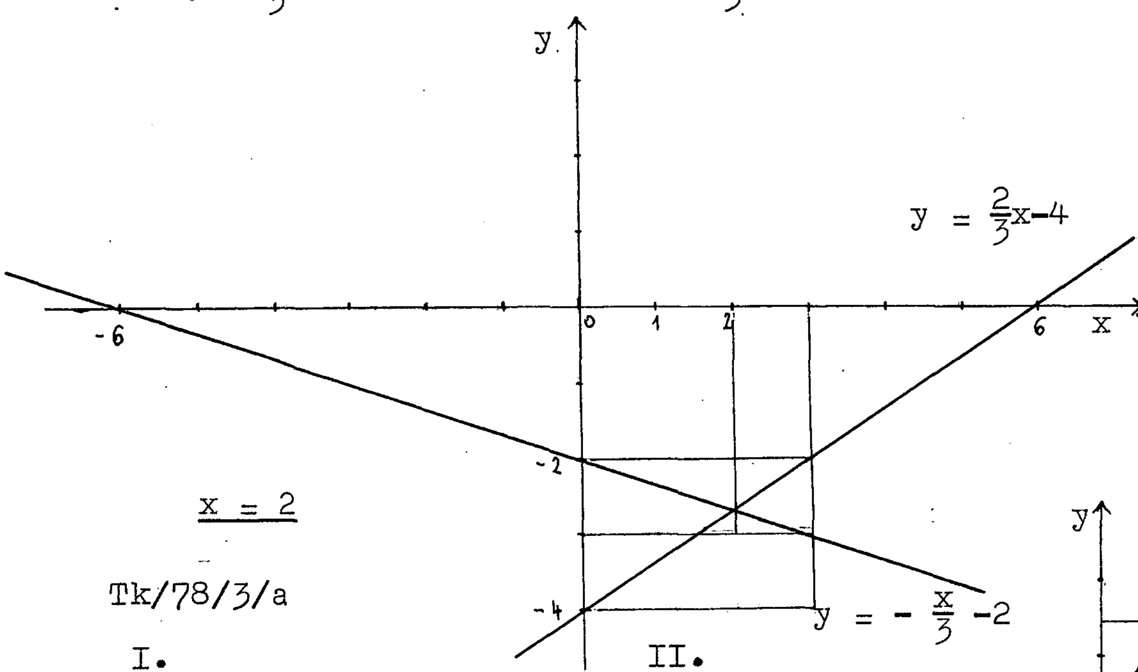
Tk/1. 2. 3. 4. 5. feladatának a grafikonja

/Tk/73. 74. 75. 76. oldal/

2/1. program

Tk/77/1/b

$$y = \frac{2}{3}x - 4 \quad ; \qquad y = -\frac{x}{3} - 2 \; ;$$

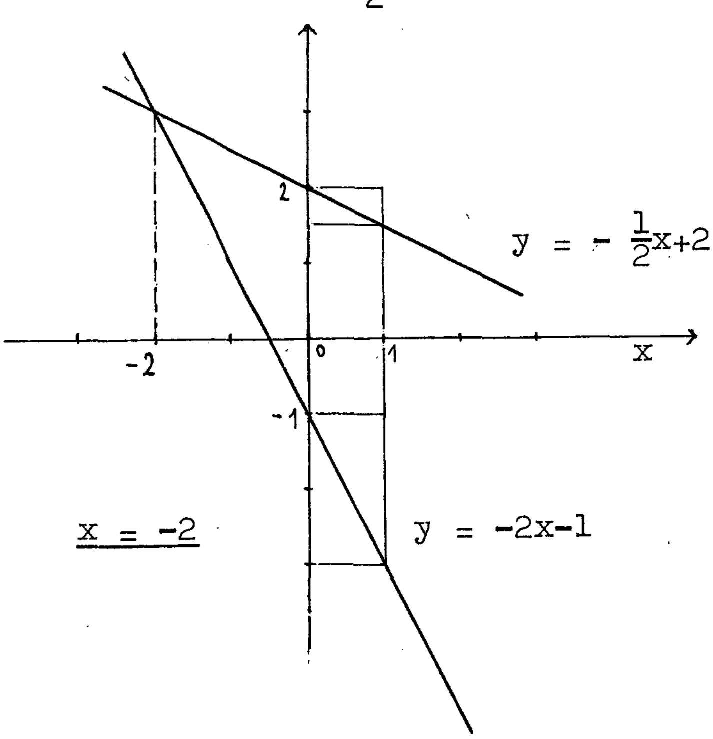


x = 2

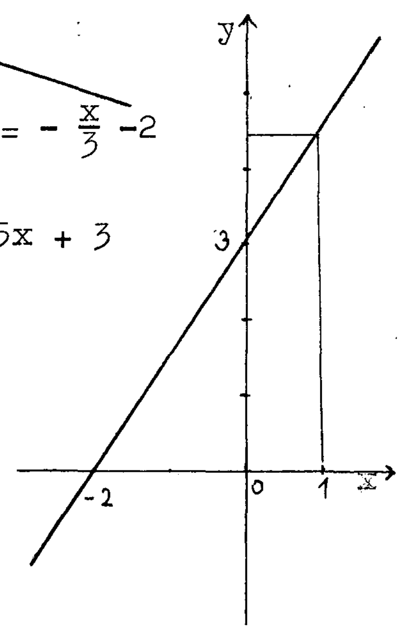
Tk/78/3/a

I. II.

$$-2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 2 \qquad\qquad o = 1{,}5x + 3$$

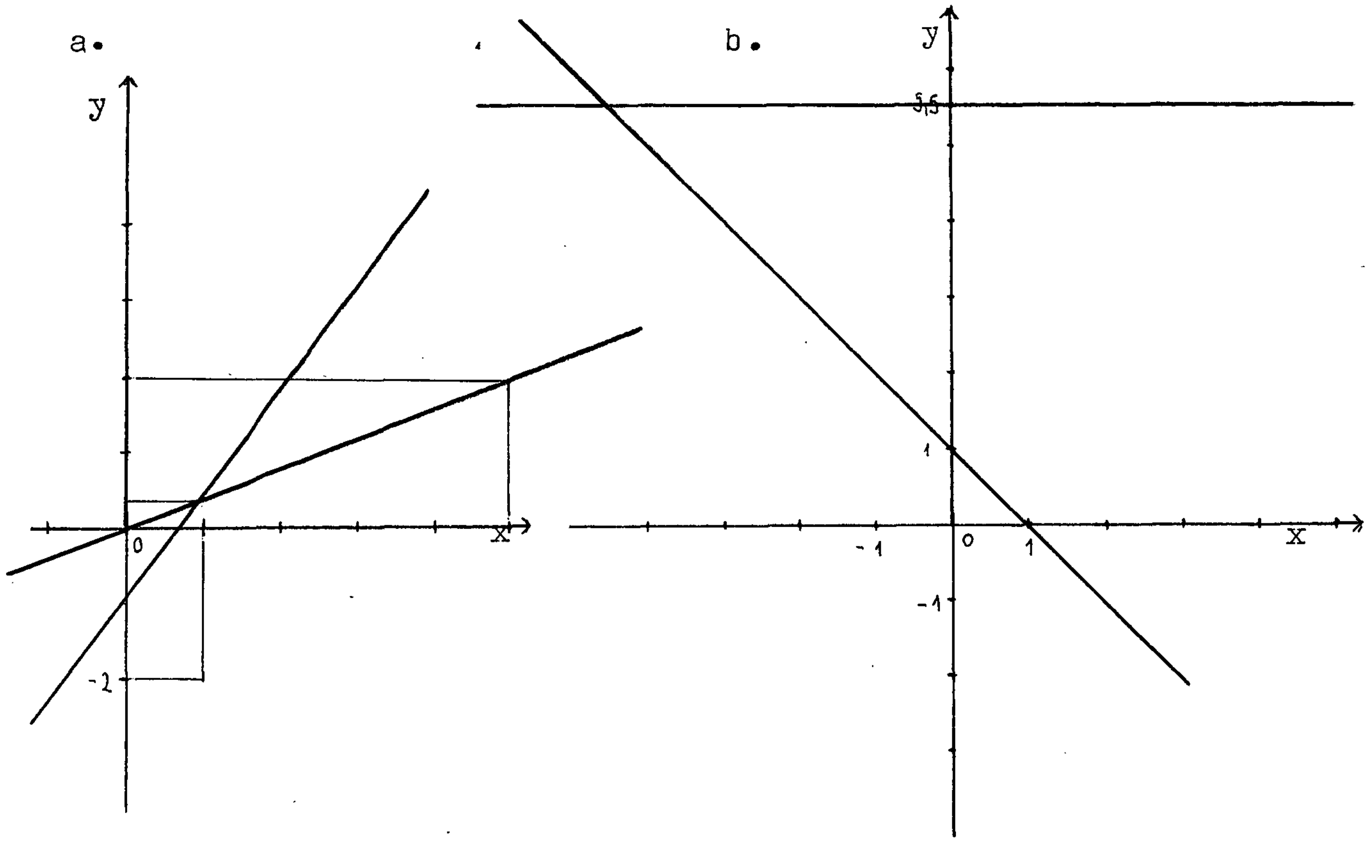


x = -2



2/2. program

Olvasd le a grafikonról a függvények a változó mely értékei mellett egyenlők! Majd ird fel a függvények képletét!



a.

$x = 0{,}95\ldots$

$y = 2{,}5 - 2$

$y = \frac{2}{5}x$

b.

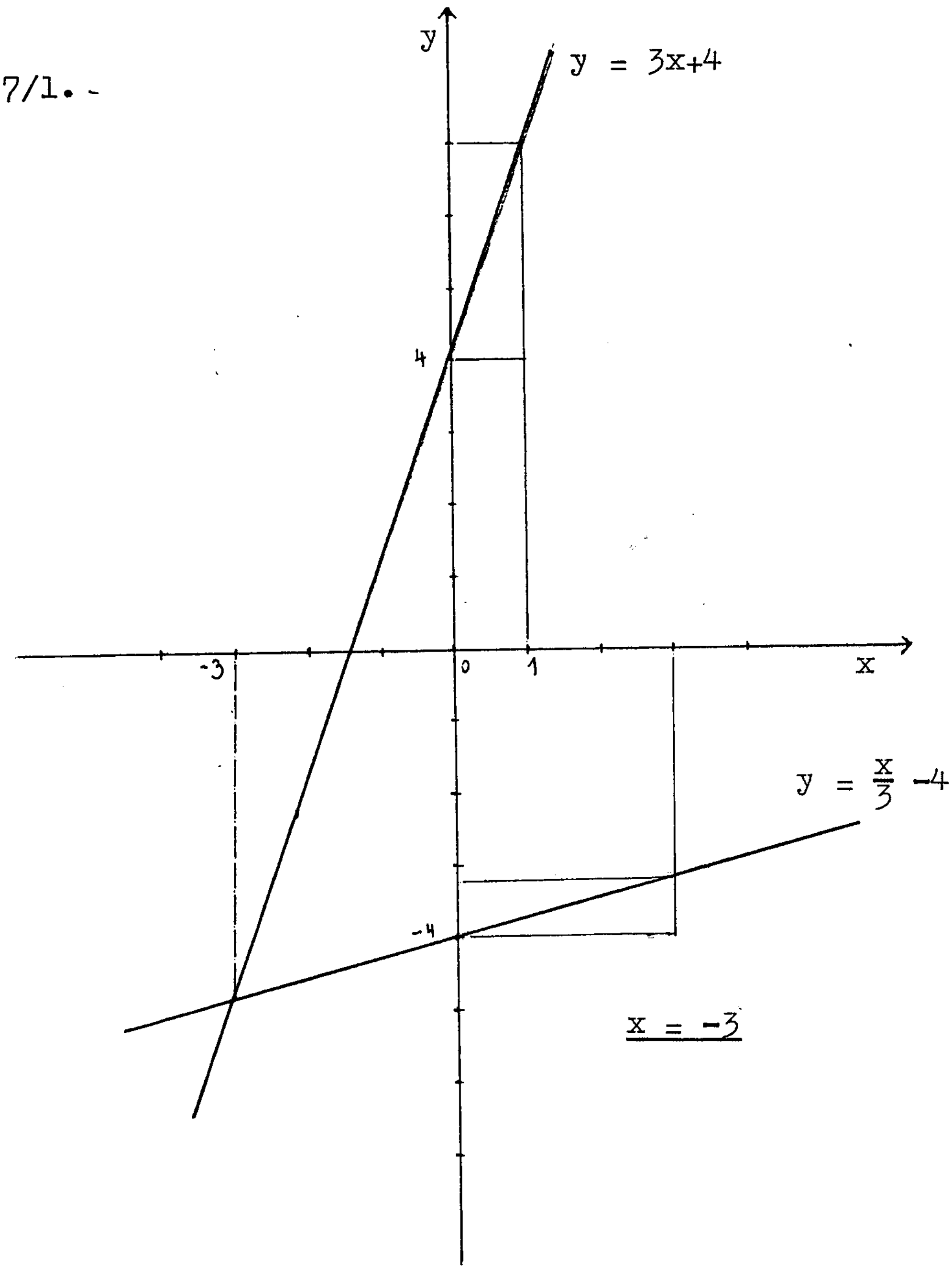
$x = -4{,}5$

$y = 5{,}5$

$y = -x + 1$

2/3. program

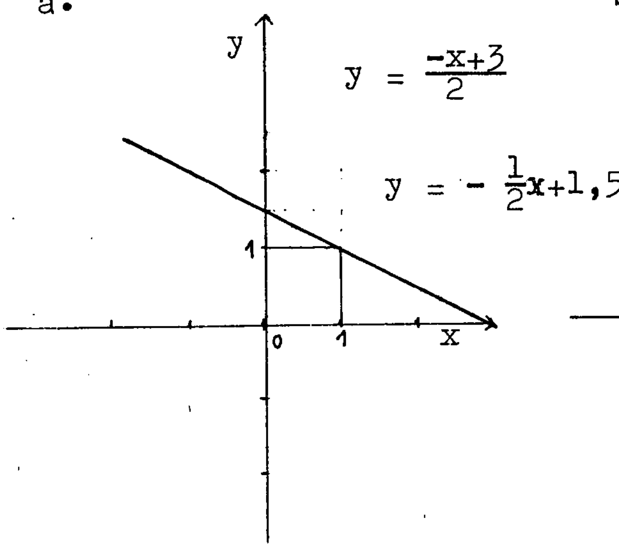
M1/37/1. -



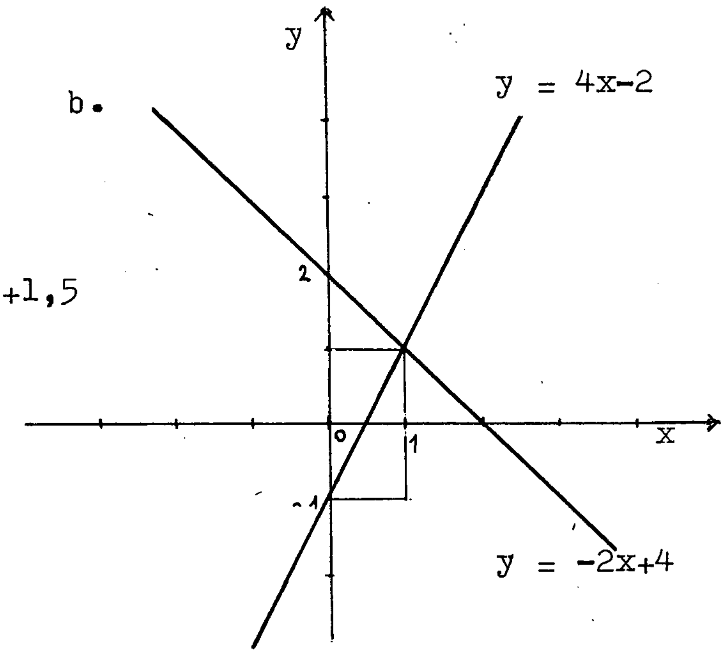
2/4. program

Tk/78/4/a,b,c,d

a.



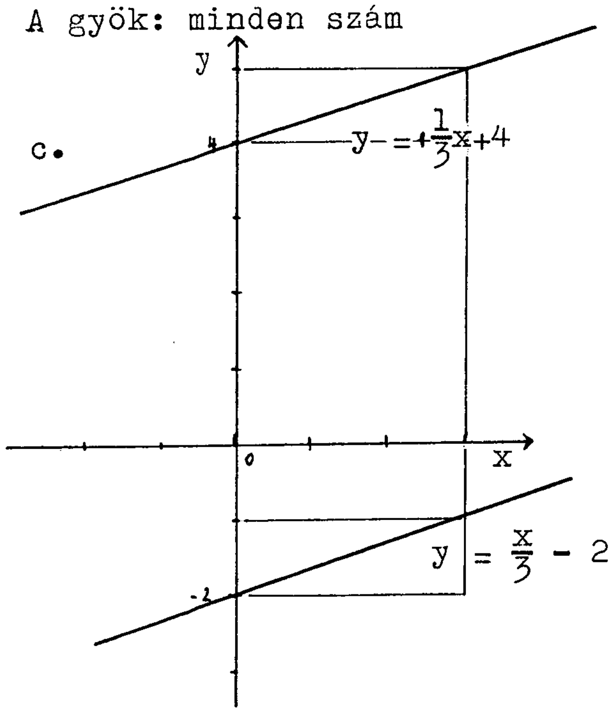
b.



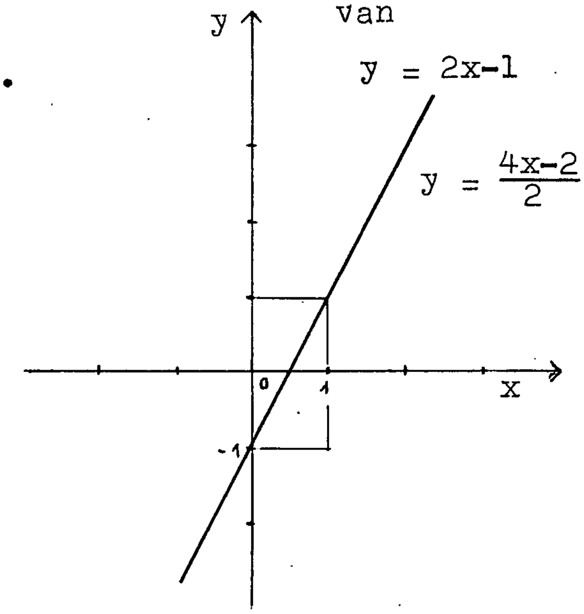
A gyök: minden szám

x = 1 egy gyöke van

c.



d.



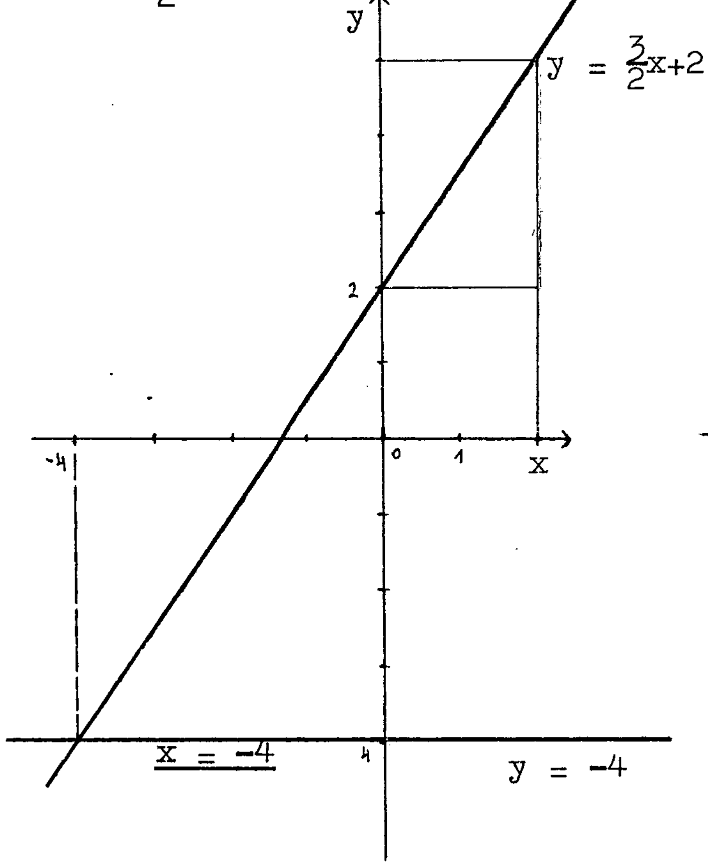
Nincs gyöke

A gyök: minden szám

3/1. program

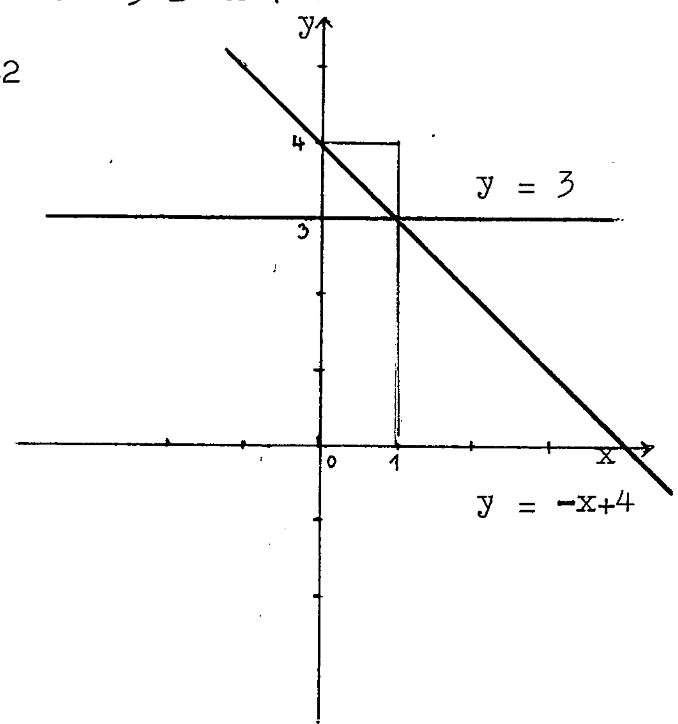
Tk/78/3/b,c

b. $\frac{3}{2}x + 2 = -4$



$\underline{x = -4}$

c. $3 = -x + 4$

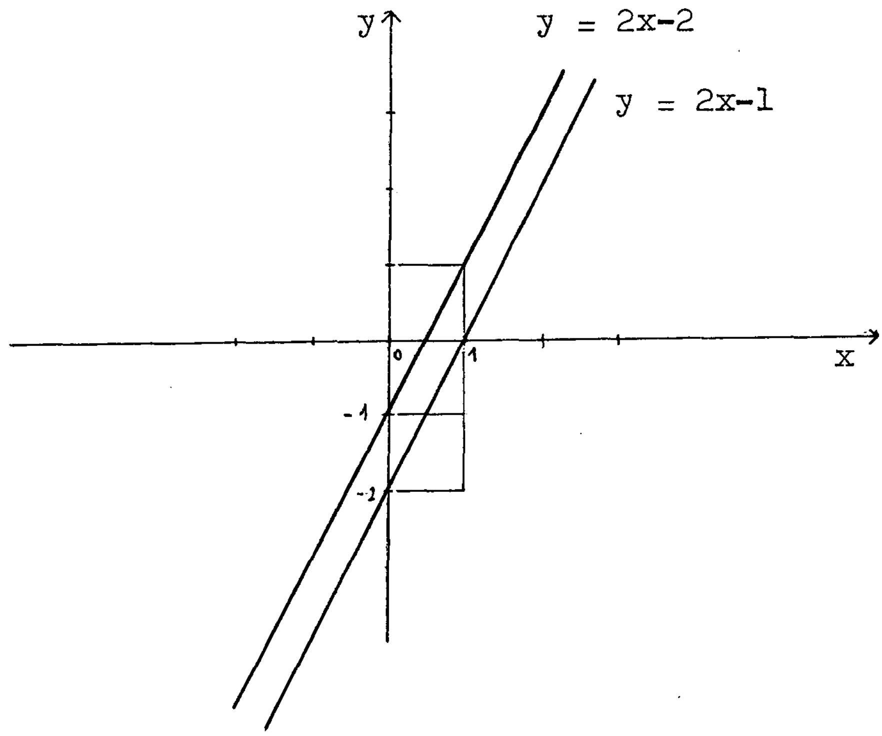


$\underline{x = 1}$

3/2. program

Oldd meg grafikusan a következő egyenletet:

$$2/x - 1/ = \frac{2/2x - 1/}{2}$$



Nincs megoldása az egyenletnek

4/1. program

Rögzitsd a füzetedben is!

- milyen változtatásokat végezhetünk az egyenlet mindkét oldalán
- a cél: a változó /x/ meghatározása, kifejezése
- ebből a célból a rendezés lényege: mindig ellenkező müvelettel rendezhetjük az adott elemet úgy, hogy azt mindkét oldalon elvégezzük.
- az ismeretlent is rendezhetjük, sőt ha negativ, vagy a nevezőben van, akkor azzal kezdjük a rendezést, megegyezés szerint.

5/1. program

Tk/1/b,c,d

a	9	1,6	$\frac{3}{5}$	-3,2	$\frac{5}{6}$	-12,6
b	7	6,8	$-\frac{1}{15}$	-4	$-\frac{1}{2}$	-13
b-a	-2	5,2	$-\frac{2}{3}$	-0,8	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{5}$

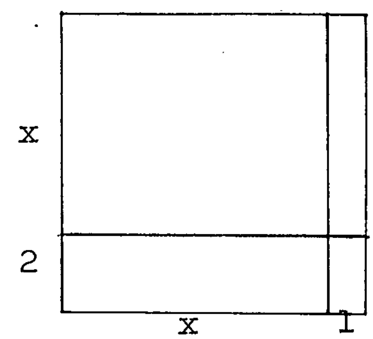
x	1,2	4,3	$\frac{3}{5}$	-1,5	-0,7	o,o1
y	3,5	-3	$-\frac{2}{3}$	-62,4	-21	-10
x·y	4,2	-12,9	$-\frac{2}{5}$	93,6	14,7	-o,1

x	4	$\frac{3}{2}$	-1,5	o,o1	67,24	$\frac{3}{7}$
y	5	2	-0,2	o,1	-4,1	$\frac{3}{5}$
x:y	0,8 $\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	7,5	0,1	-16,4	$\frac{5}{7}$

7/1.2. program

Ml/44/l/a

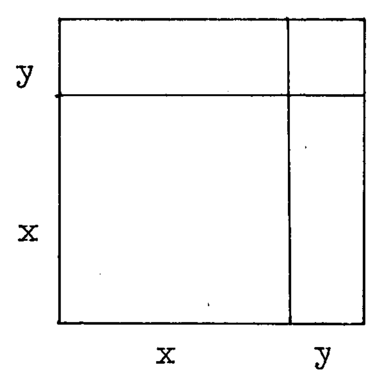
Az összeállitott téglalap:



$$x^2 + 2x + x + 2 = [x + 1][x + 2]$$

Ml/44/l/c

Az összeállitott téglalap:



$$x^2 + 2xy + y^2 = [x + y][x + y]$$

8/1. program

Rögzitsd a füzetedben is az egyenletek megoldásának, rendezésének célszerü sorrendjét!

- zárójelek felbontása /ha van, és nem mindig/ ...
- törtek eltávolitása
- összevonás mindkét oldalon
- rendezés: az ismeretlen egyik oldalon legyen ...
- a változó kifejezése

Alkalmazó összefoglalás:

$$4/3x + 3/-2/2x - 2/ = 3/5x - 18/$$

$$12x + 12 - 4x + 4 = 15x - 54$$

$$70 = 7x$$

$$\underline{10 = x}$$

9/1. program

Rögzitsd a füzetedbe is a törtegyütthatós egyenletek megoldásának tanult lépéseit:

- egy nevező esetén: az egyenletet végigszorozzuk a nevezővel /minden tagját/
- több nevező esetén: a közös nevező, a nevezők lk.k.t. ezzel beszorozzuk az egyenletet.
- az egyenlet minden tagját megszorozzuk
- a szorzást a törtek esetében úgy végezzük el, hogy előbb gondolatban közös nevezőre hozunk, tehát bővitjük a törtet, és egyben beszorzunk, igy csak a számlálót irjuk le! Ugyanis ha egy törtet a nevezőjével szorozzuk, a számlálót kapjuk eredményül.
- ez utóbbit végezhetjük két lépésben is:

  a. közös nevezőre hozunk

  b. beszorzunk

lo/l. program

M1/45/6

$$\frac{\cancel{2}/x - 5/}{\underset{11}{\cancel{22}}} - \frac{4/3 - x/}{7} = x - 2 \qquad /\cdot 77$$

$$7/x - 5/ - 44/3 - x/ = 77x - 154$$

$$7x - 35 - 132 + 44x = 77x - 154$$

$$51x - 167 = 77x - 154$$

$$-167 = 26x - 154$$

$$-13 = 26x$$

$$\underline{-\frac{1}{2} = x}$$

11/1. program

A-B csoport: d feladat:

$$\frac{x+3}{2} - \frac{2x+1}{3} + \frac{3x-1}{4} - \frac{5x-3}{8} = 1 \quad /24$$

$$12x + 36 - /16x + 8/ + 18x - 6 - /15x - 9/ = 24$$

$$12x + 36 - 16x - 8 + 18x - 6 - 15x + 9 = 24$$

$$-x + 31 = 24$$

$$\underline{7 = x}$$

A-B csoport: e feladat: Hány éves Pista, ha 12 év múlva 5-ször annyi éves lesz, mint 12 évvel ezelőtt?

ezelőtt	most	12 év múlva
x - 12 év	x éves	x + 12 év

$$5/x - 12/ = x + 12$$

$$5x - 60 = x + 12$$

$$4x = 72$$

$\underline{x = 18}$ Tehát Pista 18 éves

Ellenőrzés! Értelemszerüen:

ezelőtt	12 év múlva
18 - 12 = 6 év	x + 12 = 18 + 12 = 30 év

$$5 \cdot 6 = 30$$

11/2. program

Szorgalmi: Egy ember fizetésének nyolcadrészét állandó kiadásokra, harmadrészét élelemre, negyedrészét egyéb kiadásokra költötte, 700 Ft-ot pedig megtakaritott. Mennyi volt a fizetése?

Megoldás:

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 700 = x \quad /\cdot 24$$

$$3x + 8x + 6x + 700\cdot 24 = 24x$$

$$17x + 700\cdot 24 = 24x$$

$$700\cdot 24 = 7x$$

$$100\cdot 24 = x$$

$\underline{2400 = x} \longrightarrow$ Ft a fizetés!

E.

állandó kiadás: $\frac{2400}{8} = 300$ Ft

élelem: $\frac{2400}{3} = 800$ Ft

egyéb: $\frac{2400}{4} = 600$ Ft

megtakarit: $\underline{700}$ Ft

Összesen: 2400 Ft

12/1. 2. 3. program

2/b Pista 9 évvel idősebb öccsénél, Péternél. Ketten együtt lo évesek. Hány éves a két testvér?

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Péter életkora:} & y \text{ év} \\ \text{Pista } \text{"} \text{ :} & y+9 \text{ év} \end{array}\right\} 10 \text{ év} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} y+/y+9/ &= 10 \\ y+y+9 &= 10 \\ 2y &= 1 \\ y &= \frac{1}{2} \text{ /év/ Péter} \\ y+9 &= 9\frac{1}{2} \text{ /év/ Pista} \end{aligned}$$

2/c Gondoltam egy számot. Elvettem belőle 2-t, majd a maradék hatodrészét. Maradt 3,5. Melyik számot gondoltam?

$$\begin{aligned} x-2-\frac{x-2}{6} &= 3{,}3 \quad /\cdot 6 \\ 6x-12-/x-2/ &= 21 \\ 6x-12-x+2 &= 21 \\ 5x-10 &= 21 \\ 5x &= 31 \\ \underline{x} &\underline{= 6\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

2/d Irj szöveget a következő egyenlethez, majd oldd is meg!

$$\begin{aligned} y-12-\frac{2}{3}/y-12/ &= 18 \quad /\cdot 3 \\ 3y-36-2/y-12/ &= 54 \\ 3y-36-2y+24 &= 54 \\ y-12 &= 54 \\ \underline{y} &\underline{= 66} \end{aligned}$$

Szöveg pl:

Egy fiú megevett a kosárból 12 szem szilvát, a második megette a maradék $\frac{2}{3}$ részét, igy a harmadiknak 18 szem szilva maradt. Hány szem szilva volt a kosárban?

Ellenőrzés: gondolatmenet: az első, a második, és a harmadik által megevett szilva mennyiségének az összege egyenlő a kosárban lévő szilva mennyiségével.

első: 12 szem
második: $/66-12/\cdot\frac{2}{3} = 36$ szem
harmadik: 18 szem

együtt: $12+36+18 = 66$ szem szilva

12/4. program

Rögzitsd a füzetedbe is a szöveges feladatok megoldásánál tanultakat!

- a szöveg figyelmes elolvasása, megjegyzése
- a jelölés bevezetése és megnevezése /ismeretlen .../
- az adatok összefüggést tükröző felirása
- az egyenlőség felirhatóságának <u>megfogalmazása</u>, tehát nem szimbólumokkal, hanem a szöveg alapján.
- az egyenlőség felirása szimbólumokkal
- más felirási lehetőség felkutatása
- az egyenlet megoldása
- értelemszerü ellenőrzés, aminek az alapja az egyenlőség felirásának gondolatmenete.

13/1. program

Hf./1. Kertünkből eladtunk 3oo m^2-nyi területet. A megmaradt résznek a tizedrészén házat épitettünk. Beépitetlenül maradt 81o m^2. Hány m^2 volt a telkünk eredetileg?

Ird fel kétféleképpen az egyenlőséget és mindkettő megoldásával igazold az elgondolásod helyességét. Pl.

a. A szöveg folyamata szerint, a történésnek megfelelően.

b. Az egész kert területét fejezd ki!

14/o. program

I.

$$x-3oo-\frac{x-3oo}{1o} = 81o$$

$$1ox-3ooo-/x-3oo/ = 81oo$$

$$1ox-3ooo-x+3oo = 81oo$$

$$9x-27oo = 81oo$$

$$9x = 1o8oo$$

$$\underline{x = 12oo} \ /m^2/$$

II.

$$3oo+\frac{x-3oo}{1o}+81o = x$$

$$3ooo+x-3oo+81oo = 1ox$$

$$1o8oo = 9x$$

$$\underline{12oo = x}$$

14/1. 2. 3. program

1. Pista ipari tanuló, 7 munkadarabot készit el 12 óra alatt. Müvezetője ugyanezt a 7 munkadarabot 6 óra alatt késziti el. Hány óra alatt készülnek el, ha együtt készitik el a 7 munkadarabot?

2. Egy asszony két kisebb és egy nagyobb kosár almát vitt a piacra. A legkisebb kosárban lévő almát kilógramonként 5Ft-ért adta. A másik kosárban 1 kg-mal több alma volt, ennek kg-onként 4,5o Ft volt az ára. A legnagyobb kosárban 3 kg-mal több alma volt, mint a másik kettőben együttvéve. Ennek 4 Ft volt kg-ja. Hány kg volt az egyes kosarakban, ha az asszony összes bevétele 16o,5o Ft volt?

Hf. Egy kulturház zenei szakköre 5o hanglemezt vesz 35 és 5o Ftos árban. Fizetnek érte 22oo Ft-ot. Hány lemezt vettek külön-külön a két fajtából?

14/1. 2. 3. megoldása

Megoldás: pl. v óra alatt

Pista: 1 óra alatt a munkadb. $\frac{7}{12}$ r. v óra alatt $\frac{7v}{12}$ r.

Müvez: 1 " " " $\frac{7}{6}$ r. v " " $\frac{7v}{6}$ r.

együtt elkészitik a 7 munkadarabot.

Tehát az egyenlőség:

$$\frac{7v}{12} + \frac{7v}{6} = 7 \quad /:7$$

$$\frac{v}{12} + \frac{v}{6} = 1 \quad /\cdot 12$$

$$v + 2v = 12$$

$$3v = 12$$

$$\underline{v = 4}$$ óra együtt!

Ellenőrzés:

Pista: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ r.

Müvez: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ r.

$$\left.\begin{matrix}\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3}\end{matrix}\right\} \frac{3}{3} = 1$$

Megoldás:

A legkisebb kosárban x kg → 5x Ft

a középső " x+1 " → 4,5o/x+1/Ft 16o,5oFt

a legnagyobb " 2x+4 " → 4/2x+4/ Ft

Igy: 5x+4,5/x+1/+4/2x+4/ = 16o,5o

5x+4,5x+4,5+8x+16 = 16o,5o

17,5x = 14o

$\underline{x = 8}$

Tehát:

→ 8 kg
→ 9 kg
→ 2o kg

alma volt

15/1/a. b. program

a. Egy kétjegyü szám egyik jegye 3-szor akkora, mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti kétszeresénél lo-zel nagyobb lesz. Melyik ez a szám?

b. Egy kétjegyü szám egyik jegye kétszer akkora mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti felénél 6-tal nagyobb lesz. Melyik ez a szám?

15/1/a. b. megoldása

Megoldás: Az új szám tehát nagyobb. Vagyis az eredetiben a kisebb jegy áll a tizesek helyén!

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	y	$3y$	$10y+3y = 13y$
új:	$3y$	y	$10\cdot 3y + y = 31y$

Egyenlet: $2\cdot 13y+10 = 31y$

$26y+10 = 31y$

$10 = 5y$

tizes: $\underline{2 = y}$

egyes: $\underline{6 = 3y}$

A szám: 26

Ellenőrzés:

$2\cdot 26+10 = 62$ az új szám

Megoldás: Az új szám tehát kisebb, vagyis az eredeti szám tizesek helyén áll a nagyobb jegy:

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	$2x$	x	$10\cdot 2x+x = 21x$
új:	x	$2x$	$10\cdot x+2x = 12x$

Egyenlet: $\frac{21x}{2} +6 = 12x \quad /2$

$21x+12 = 24x$

$12 = 3x$

egyes: $\underline{4 = x}$

tizes: $\underline{8 = 2x}$

A szám: 84

Ellenőrzés:

$84:2+6 = 48$ az új szám

15/2/e. d. program

c. Egy kétjegyü szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti négyszeresénél 3-mal kisebb lesz. Melyik ez a szám?

d. Egy kétjegyü szám egyik jegye 7-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredetinek 4,5 szerese lesz. Melyik ez a szám?

15/2/e. d. megoldása

Megoldás: Az új szám tehát nagyobb, vagyis az eredetiben a kisebb jegy áll a tizesek helyén!

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x	x+5	1ox+x+5 = 11x+5
új:	x+5	x	1o/x+5/+x = 1ox+5o+x = 11x+5o

Egyenlet: /11x+5/4 -3 = 11x+5o

44x+17 = 11x+5o

33x = 33

tizes: x = 1

egyes: x+5 = 6

A szám: 16

Ellenőrzés:

16·4 -3 = 61 az új szám

Megoldása

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x	x+7	1ox+x+7 = 11x+7
új:	x+7	x	1o/x+7/+x = 11x+7o

Egyenlet: 4,5/11x+7/ = 11x+7o

49,5x+31,5 = 11x+7o

38,5x = 38,5

tizes: x = 1

egyes: x+7 = 8

A szám: 18

Ellenőrzés:

18·4,5 = 81 az új szám

16/1/a. b. program

a. Egy kétjegyü szám egyik jegye kétszer akkora, mint a másik jegye. Ha a két jegyet felcseréljük, 18-cal nagyobb számot kapunk. Melyik ez a kétjegyü szám?

b. Egy kétjegyü szám jegyeinek összege lo. Ha a számjegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti kétszeresesénél 1-gyel kisebb lesz. Melyik ez a szám?

16/1/a. b. megoldása

Megoldás: A csere folytán a szám nagyobb lesz, tehát az eredeti számban a tizesek helyén áll a kisebb szám.

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x	2x	lox+2x = 12x
új:	2x	x	lo·2x+x = 21x

Egyenlet: 12x+18 = 21x

18 = 9x

tizes: 2 = x

egyes: 4 = 2x

A szám: 24

Ellenőrzés:

24+18 = 42 az új szám

Megoldás:

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x	lo-x	lox+lo-x = 9x+lo
új:	lo-x	x	lo/lo-x/+x = loo-9x

Egyenlet: 2/9x+lo/-l = loo-9x

18x+2o-l = loo-9x

27x+19 = loo

27x = 81

tizes: x = 3

egyes: lo-x = 7

A szám: 37

Ellenőrzés:

37·2 -l = 73 az új szám

16/2/a. b. program

a. Egy kétjegyü szám jegyeinek aránya 3:2. Ha jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti felénél 14-gyel nagyobb lesz. Melyik ez a szám?

b. Egy kétjegyü szám jegyeinek aránya 4:3. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti 1,5-szeresénél 16-tal kisebb lesz. Melyik ez a szám? Jelőlésre vigyázz!

16/2/a. b. megoldása

Megoldás: A jegyek nagyságrendjét az arányszámok mutatják. Tehát az eredeti számban 3 rész a tizesek helyén, 2 rész az egyesek helyén áll. Jelöljük az egy részt x-el!

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	$3x$	$2x$	$10\cdot 3x+2x = 32x$
új:	$2x$	$3x$	$10\cdot 2x+3x = 23x$

Egyenlet: $\frac{32x}{2} + 14 = 23x \quad /\cdot 2$

$32x+28 = 46x$

$28 = 14x$

egy rész: $2 = x$

egyes: két rész: $4 = 2x$

tizes: három r.: $6 = 3x$

A szám: 64

Ellenőrzés:

$\frac{64}{2} + 14 = 46$ az új szám

Megoldás:

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	$3x$	$4x$	$10\cdot 3x+4x = 34x$
új:	$4x$	$3x$	$10\cdot 4x+3x = 43x$

Egyenlet: $34x\ 1{,}5-16 = 43x$

$51x-16 = 43x$

$8x = 16$

egy rész: $x = 2$

tizes három rész: $3x = 6$

egyes: négy rész: $4x = 8$

A szám: 68

Ellenőrzés:

$68\cdot 1{,}5-16 = 86$ az új szám

16/3. 4. program

3. Egy kétjegyü számban a tizesek száma 4-gyel több, mint az egyesek száma. Ha a két számjegy közé harmadik számjegyként beiktatjuk az egyesek számának 4-szeresét, olyan 3 jegyü számot kapunk, mely az eredeti szám 11-szerese. Mi volt az eredeti szám?

Megoldás:

	százas	tizes	egyes	a szám
eredeti:		$x+4$	x	$10(x+4)+x = 11x+40$
új:	$x+4$	$4x$	x	$100(x+4)+10\cdot 4x+x = 141x+400$

Egyenlet:

$$11(11x+40) = 141x+400$$

$$121x+440 = 141x+400$$

$$40 = 20x$$

$$\underline{2 = x}$$

	százas	tizes	egyes		A szám: 62
eredeti:		6	2		
új:	6	8	2	$\Rightarrow$	682

Ellenőrzés: $62\cdot 11 = 682$ az új szám

4. Hf. Egy kétjegyü számban a tizesek száma 5-tel több mint az egyeseké. Ha a számjegyeket felcseréljük, olyan kétjegyü számot kapunk, amely 3-mal több az eredeti kétjegyü szám harmadrészénél. Mi volt az eredeti kétjegyü szám?

17/o program → **hf.**

Megoldás:

	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x+5	x	11x+5o
új:	x	x+5	11x+5

Egyenlet:

$$\frac{11x+50}{3}+3 = 11x+5 \quad /\cdot 3$$

$$11x+50+9 = 33x+15$$

$$44 = 22x$$

$$\underline{2 = x}$$

$$\underline{7 = x+5}$$

<u>A szám: 72</u>

Ellenőrzés:

$\frac{72}{3}+3 = 27$ az új szám

17/1. 2. program

1. a.

	v	t	s
csónak	3	x	3x
vitorlás	2	x	2x

$$3x+2x = 15 \Rightarrow 5x = 15$$
$$\underline{x = 3}$$

Három óra múlva találkoznak

b.

	v	t	s
Imre	16	x+o,5	16/x+o,5/
Béla	4o	x	4ox

$$40x = 16/x+0{,}5/ \Rightarrow 40x = 16x+8$$
$$24x = 8$$
$$\underline{x = \tfrac{1}{3}} \rightarrow 2o \text{ perc}$$

Tehát 2o perc múlva éri utol Béla Imrét.

2. Versenyfeladat:

Két úszó ússza át a tavat. Az egyik 7o m-t, a másik 6o m-t úszik percenként. A gyorsabb úszó 3 perccel előbb ér célba. Hány perc alatt usszák át a tavat? Milyen széles a tó?

Megoldás:

I. úszó: 7o m/min   x min → 7ox /m/   az utak
II. úszó: 6o m/min   x+3 " → 6o/x+3/ m   egyenlők

Egyenlet:

$$70x = 60/x+3/$$
$$70x = 60x+180$$
$$10x = 180$$
$$\underline{x = 18}$$

I. úszó: 18 min alatt
II. úszó: 18+3=21 min "
úszza át a tavat.

I. úszó: 18·7o /m/ = 126o m-t úszik

II. úszó: 21·6o /m/ = 126o m-t úszik

Tehát a tó 126o m széles.

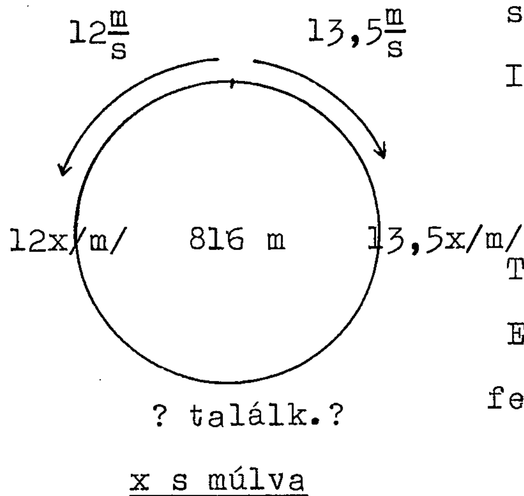
18/1 program

2.a. Egy köralakú versenypálya 816 m-es. Egy pontjáról egyszerre indul ellenkező irányba egy 12 $\frac{m}{s}$, ill. egy 13,5 $\frac{m}{s}$ sebeséégü kerékpáros. Mikor találkoznak? Készits rajzot!

b. Egy köralakú kerékpáros-versenypálya hossza 84o m. Két szemben fekvő pontjáról egyszerre indul ugyanabba az irányba két kerékpáros. Az egyik 11,5 m-t, a másik 12,5 m-t tesz meg másodpercenként. Mennyi idő alatt éri utol a gyorsabb a lassubbat?

18/1. megoldása

Megoldás:



Amikor találkoznak, együtt megteszik az egész utat

Igy: $12x+13,5x = 816$

$$25,5x = 816$$

$$\underline{x = 32}$$

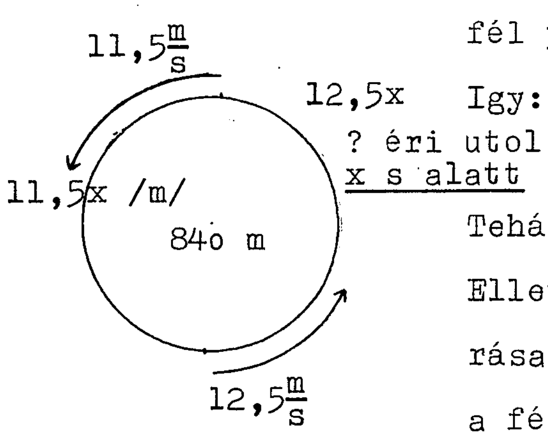
Tehát 32 s múlva találkoznak.

Ellenőrzés: alapja az egyenlőség felirása. I. útja: $12 \cdot 32 = 384$ m

II. útja: $13,5 \cdot 32 = \underline{432 \text{ m}}$

az egész pálya: 816 m

Megoldás:



Egyenlőség: Mikor utol éri a gyorsabb fél pálya hosszával több utat tesz meg!

Igy: $11,5x+420 = 12,5x$

$420 = x \rightarrow 7$ perc

Tehát 7 perc múlva éri utol.

Ellenőrzés: Alapja az egyenlőség felirása is lehet, vagy a két út különbsége a félpálya hossza.

a gyorsabb útja: $12,5 \cdot 420 = 5250$ m

a lassubb útja: $11,5 \cdot 420 = \underline{-4830 \text{ m}}$

a különbség: a félpálya hossza: 420 m

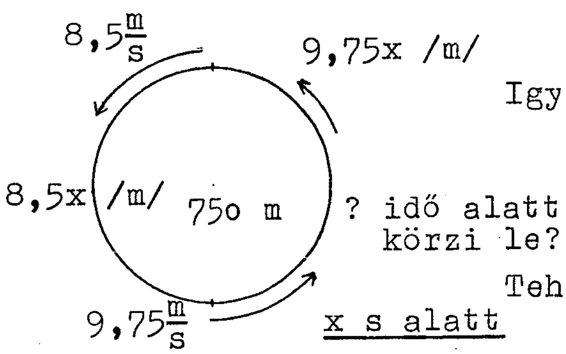
18/2/4. 5. program

4. Egy 75o m-es versenypálya két szemben fekvő pontjáról egyszerre indul ugyanabba az irányba két lovas. Az egyik $9\frac{3}{4}$ m-t a másik 8,5 m-t tesz meg másodpercenként. Mennyi idő alatt körzi le a gyorsabb a lassubbat?

5. A tavon 24 km távolságról halad egymással szemben egy vitorlás és egy gőzhajó. A gőzhajó sebessége óránként 5 km-rel több a vitorlásénál. Négy óra múlva találkoznak. Mekkora a sebbességük?

18/2/4. 5. megoldása

Megoldás:



Egyenlőség: A gyorsabb 1,5 körrel többet tesz meg.

Igy: $9{,}75x = 8{,}5x+1125$

$1{,}25x = 1125$

$\underline{x = 9oo}$ → 15 perc

Tehát 15 perc alatt körzi le.

Ellenőrzés:

a gyorsabb útja: $9{,}75 \cdot 9oo = 8775$ m

a lassúbb " : $8{,}5 \cdot 9oo = \underline{-765o \text{ m}}$

különbség: 1125 m

Megoldás:

24 km +5 km/h

V ⊢—— 4 óra múlva találk. ——→ G

? a sebességük?

x km/h x+5 km/h

$\underbrace{4x \text{ /km/} \qquad 4/x+5/ \text{ km}}_{\text{együtt: 24 km}}$

Igy: $4x+4/x+5/ = 24$ /:4

$2x+5 = 6$

$2x = 1$

$\underline{x = \frac{1}{2}}$

V. sebessége: $\frac{1}{2}$ km/h

G. " $\frac{1}{2} +5 = 5\frac{1}{2}$ km/h

Ellenőrzés alapja az egyenlőség felirása.

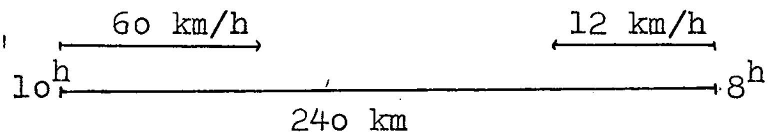
V. útja: $4 \cdot o{,}5 = 2$ km

G. " : $4 \cdot 5{,}5 = \underline{22 \text{ km}}$

az egész út: 24 km

18/3. program

5. Irj szöveget a következő vázlat alapján! Oldd is meg a feladatot!



Megoldás: pl. Két egymástól 24o km-re lévő városból elindul egymással szemben egy kerékpáros és egy motoros. A motoros reggel lo^h-kor indul és 6o km/h sebességgel halad. A kerékpáros 8^h-kor indul és 12 km/h sebbességgel halad. Hány óra múlva találkoznak?

	v	t	s
motoros	6o	x	6ox
kerékpáros	12	x+2	12/x+2/

$$6ox+12/x+2/ = 24o$$
$$6ox+12x+24 = 24o$$
$$72x = 216$$
$$\underline{x = 3}$$

Tehát a motoros indulásához viszonyitva 3 óra múlva, vagyis 13^h-kor találkoznak.

Ellenőrzés:

a motoros útja : $6o \cdot 3 = 18o$ km

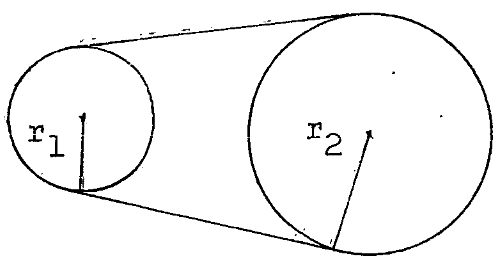
a kerékpáros útja: $12 \cdot 5 = \underline{\ \ 6o\ km}$

együtt az egész út: 24o km

19/1. program

2/c. Szijjáttételnél a két kerék sugarának aránya 3:8. A nagyobbik percenként 48-at fordul. Mennyit fordul a kisebbik kerék?

Megoldás:



$r_1 : r_2 = 3:8$
x ford/min   48 ford/min

Egyenlőség: A sugarak és a fordulatszámok forditottan arányosak.

Igy: $3x = 8 \cdot 48$

$\underline{x = 128}$

A kisebbik kerék fordulatszáma 128 ford/min

Mennyi idő alatt fordul a kisebbik kerék 1000-rel többet a nagyobbik keréknél?

Megoldás:

$$\underbrace{\text{kisebbik kerék } 128 \text{ ford/min.} \qquad \text{nagyobbik kerék } 48 \text{ ford/min.}}_{\text{a különbség 80 ford/min}} \Longrightarrow 100\cancel{0}:8\cancel{0} = \underline{12{,}5} \text{ min.}$$

alatt fordul 1000-rel többet

19/2. program

3/b. Egy homokkúp sugara 5,o m, térfogata 15o m^3. Számitsuk ki a homokkúp magasságát!

c. Egy trapéz területe 264 cm^2, egyik párhuzamos oldala 16 cm, magassága 12 cm. Mekkora a trapéz másik párhuzamos oldala?

19/2. megoldása

Megoldás: A kúp térfogat: $V_k = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot m}{3}$ helyettesitsük be!

Vagy: $V_k = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot m}{3}$

oldjuk meg m-re:

$3V_k = r^2 \cdot \pi \cdot m$

$\frac{3V_k}{r^2 \cdot \pi} = m \longrightarrow$ ezután ebbe helyettesitünk be!

$150 = \frac{5^2 \cdot \pi m}{3}$

$450 = 25 \cdot \pi \cdot m$

$\frac{450}{25 \cdot \pi} = m$

$\underline{5,7 \approx m}$

Megoldás: $t_t = \frac{/a+c/m}{2}$ helyettesitsünk be!

$264 = \frac{/16+c/\cancel{12}^{6}}{\cancel{2}}$ /:6

$44 = 16+c$

$\underline{28 = c}$

Ellenőrzés: Kiszámitjuk a területet.

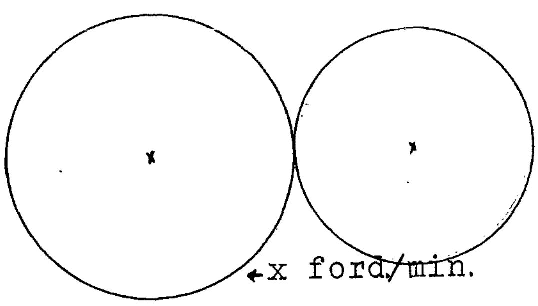
$t = \frac{/a+c/m}{2} = \frac{/16+28/\cancel{12}^{6}}{\cancel{2}} = 44 \cdot 6 = \underline{264 \text{ cm}^2}$

19/3. program

4/a Két fogaskerék fogainak aránya 7:6. Hányat fordul percenként a nagyobbik, ha a kisebbik fordulatszáma $56\ \frac{\text{ford}}{\text{min.}}$

Megoldás: 7 : 6

Egyenlőség: A fogak száma és a fordulatszám forditottan arányos.



Igy: $7x = 6 \cdot 56$

$7x = 336$

$\underline{x = 48}$

Tehát a nagyobbik kerék fordulatszáma 48 ford/min.

20/1/3/2. 3. 4. program

2. Két szám összege -14. Különbsége 6. Melyik ez a két szám?

3.a. $\frac{3x+0,5}{4} - \frac{4x-5}{5} = \frac{5x-0,5}{4}$

b. 4/3x+3/-/2x-2/2 = 3/5x-18/

4. Irj szöveget a következő egyenletre! Oldd is meg!

$$x-15- \frac{x-15}{5} -3 = 15+ \frac{x-15}{5}$$

20/1/3/2. 3. 4. megoldása

Megoldás: Pl.

I. sz. x	$x+x+6 = -14$	Ellenőrzés:
II. sz. $x+6$	$2x+6 = -14$	$-10-4 = -14$
	$2x = -20$	$-4-/-10/ = -4+10 = 6$
	$\underline{x = -10}$	
	$\underline{x+6 = -4}$	

Megoldás:
$$15x+2{,}5-/16x-20/ = 25x-2{,}5$$
$$15x+2{,}5-16x+20 = 2{,}5x-2{,}5$$
$$-x+22{,}5 = 2{,}5x-2{,}5$$
$$25 = 3{,}5x$$
$$\frac{25}{3{,}5} = x \qquad x = \frac{250}{35} = \frac{50}{7} = \underline{7\tfrac{1}{7}}$$

Megoldás:
$$12x+12-4x+4 = 15x-54$$
$$8x+16 = 15x-54$$
$$70 = 7x$$
$$\underline{10 = x}$$

Megoldás: Pl. Bizonyos mennyiségü cukorból elhasználtak 15 kg-ot, majd a maradék ötödrészét. Még igy is 3 kg-mal több maradt, mint amennyit eddig elhasználtak. Mennyi cukor volt eredetileg?

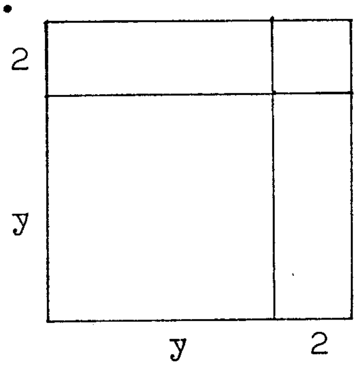
$$x = 45 \text{ /kg/}$$

2o/1/3/5. 6. program

5. Oldd meg grafikusan a következő egyenletet:

$$\frac{16x-2o}{4} = 2/x+1/$$

6/a. Ird fel a területet kétféleképpen!



/b. Alakitsd szorzattá: $-z+y$ = ...

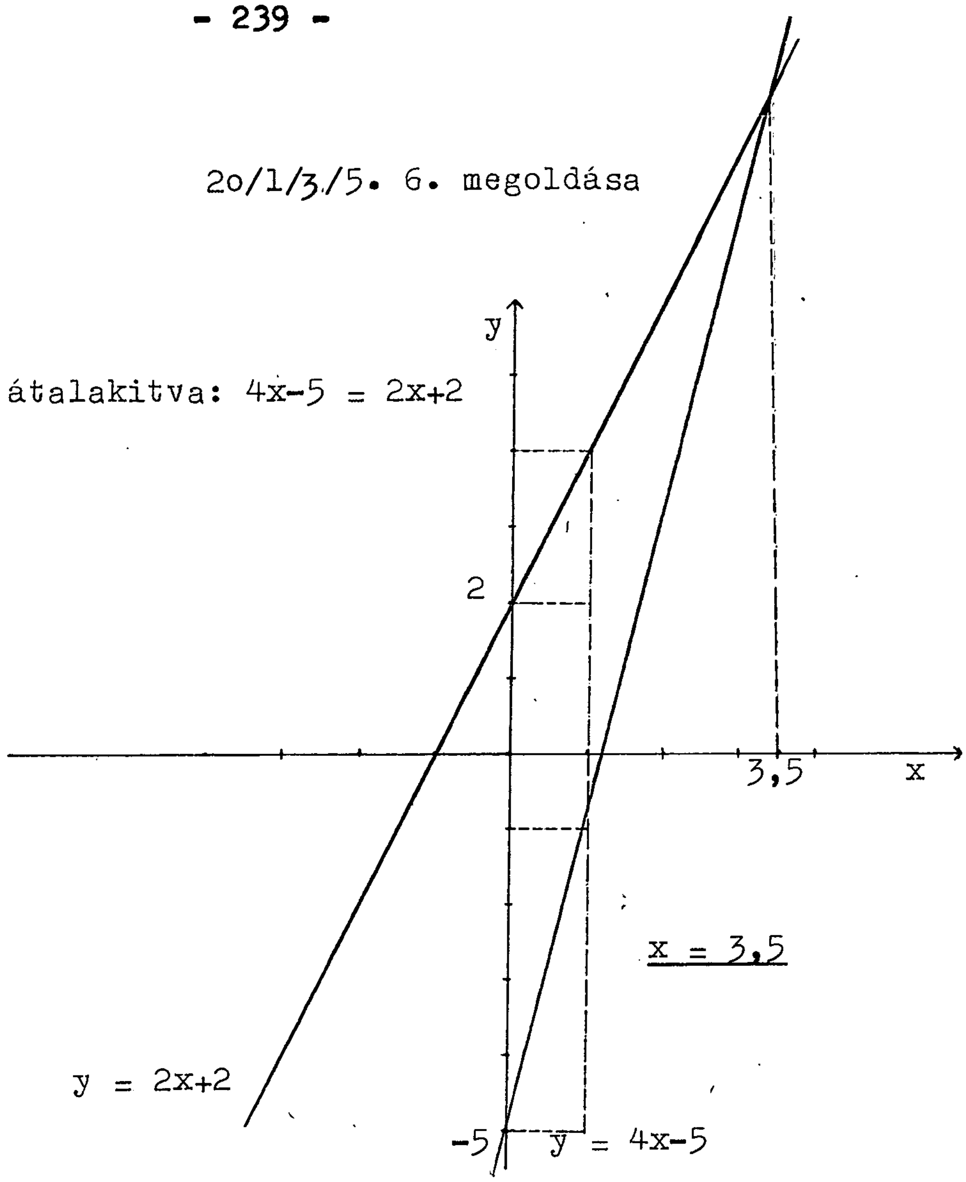
$-27a^2+48a-3a$ = ...

2o/1/3./5. 6. megoldása

Megoldás: átalakitva: $4x-5 = 2x+2$

$y = 4x-5$

$y = 2x+2$



Megoldás: $/y+2/\cdot/y+2/ = y^2+2y+2y+4 = y^2+4y+4$

Megoldás: $-z+y = -1/z-y/ = -/z-y/$

vagy: $1/-z+y/$

$-27a^2+48a-3a = -3a/9a-16+1/$

vagy: $3a/-9a+16-1/$

2o/1/3/7. 8. program

7. Egy kétjegyü szám egyik jegye háromszor akkora, mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti felénél 2,5-del kisebb lesz. Melyik ez a szám?

8. Csónakázni indulnak lefelé a folyón. A csónakkal állóvizben 8 km-t haladunk óránként. A folyó sebessége 3 km/h. Milyen távolságra evezhetünk, ha 4 óra múlva vissza kell érni a kiindulási helyünkre?

2o/1/3./7. 8. megoldása

Megoldás: A szám a csere folytán kisebb lesz, tehát az eredeti számban a tizesek helyén áll a nagyobb számjegy.

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	$3x$	x	$10\cdot 3x+x = 31x$
új:	x	$3x$	$10\cdot x+3x = 13x$

$$\Rightarrow \frac{31x}{2} - 2{,}5 = 13x \quad /2$$

$$31x-5 = 26x$$

$$x = 1$$

$$3x = 3$$

A szám: 31

Ellenőrzés:

$$\frac{31}{2} - 2{,}5 = 15{,}5-2{,}5 = 13$$

Megoldás:

oda: $8+3 = 11$ km/h   x ó-ig → 11x /km-t tesz meg/

vissza : $8-3 = 5$ km/h   4–x " → 5/4–x/ km-t " "

az utak egyenlők

Egyenlet: $11x = 5/4-x/$

$$11x = 20-5x$$

$$16x = 20$$

$$x = \frac{20}{16} = 1{,}25 \ /h/$$

$1{,}25\cdot 11 = 13{,}75$ km-re távolodhatnak

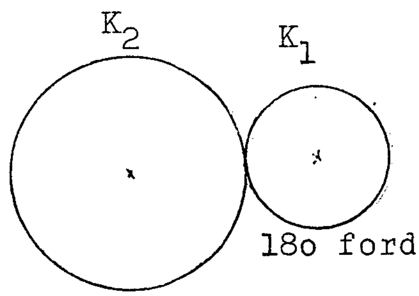
Ellenőrzés: az utak egyenlők

$$\left.\begin{array}{l} \text{oda: } 1{,}25\cdot 11 = 13{,}75 \text{ km} \\ \text{vissza: } 2{,}75\cdot 5 = 13{,}75 \text{ km} \end{array}\right\} \text{egyenlők}$$

20/1/3/9. program

9. Egy kocsi nagyobb kereke 150-et, a kisebb 180-at fordul ugyanazon a távolságon. Mekkora ez a távolság, ha a nagyobbik kerék kerülete 30 cm-rel nagyobb, mint a kisebb?

<u>Megoldás:</u>



$K_2 = x+30$ /cm/ $K_1 = x$ /cm/

Egyenlőség: Az utat a kerület és a fordulatok szorzata adja, és ezek egyenlők.

Igy: $180x = 150/x+30/$

$$18\cancel{0}x = 15\cancel{0}x + 150\cdot 30$$

$$3x = 450$$

$$\underline{x = 150}$$

$$\underline{x+30 = 180}$$

$$\left.\begin{array}{l} K_1 = 150 \text{ cm} = 1{,}5 \text{ m} \\ K_2 = 180 \text{ cm} = 1{,}8 \text{ m} \end{array}\right\} \text{az utak} \quad \left.\begin{array}{l} 1{,}5\cdot 180 = 270 \text{ m} \\ 1{,}8\cdot 150 = 270 \text{ m} \end{array}\right\} \text{egyenlők}$$

A tematikus egység feldolgozási programja

Egyenletek, ált. isk. 8.o.

előfeltétel tudás mérése	1 óra
előkompenzálás	2 óra
a tematikus egység megtanitása	2o óra
témazáró megiratása	1 óra
utókompenzálás	2 óra
A kisérletre forditott óraszám összesen:	26 óra

A tematikus egység megtanitása:

- grafikus megoldás	3 óra
- algebrai megoldás	3 óra
- azonosságok	3 óra
- aznosságok alkalmazása egyenletekben	2 óra
- szöveges egyenletek	9 óra
összesen:	2o óra

M e g t a n i t á s i   p r o g r a m

II./13./1 - 2o -ig

1. program

Lineáris egyenletek fogalma. Annak vizsgálata, hogy két függvény értéke a változó mely értékénél egyenlő

Önálló

1. Órakezdő feladat: A mellékelt feladatbankból.

 2 p.

2. Házi feladatok: Az előkompenzálás utolsó óráján adott differenciált /esetleg/ feladatok minőségi és mennyiségi ellenőrzése. Visszacsatolás két irányú: a helyes eredmény megadása a tanulók részére, és a tanár tájékozodása a megoldások sikere ill. sikertelensége felöl. Ez utóbbi függvényében avatkozzék be! a felmerülő nehézségek, problémák leküzdése céljából! Mindezt egyénekre lebontva végezze. Mivel ez az **óra**mozzanat még mindig az előkompenzálást célozza, ezért az időráforditás több lehet az általában elfogadottnál: pl. lo perc. Jó ha a házi feladatban van függvény ábrázolás is, mert igy közvetlen kapcsolatot lehet teremteni a jelen óra anyagával.

 8 perc

3. Célkitüzés: Az egész osztálynak egyéni munkára probléma felvetésként adjuk a Tk. 1 példáját, de nem a könyvből. Ábrázoljátok egy koordináta rendszerben értéktáblázattal $y = 2x - 3$ és $y = -\frac{x}{2} + 2$ függvényeket. Tapasztalatotokat irjátok le! A táblára irjuk a függvényeket. A tanulók önállóan dolgoznak kb. 5 percig a tanár egyéni segitséget ad. Majd irásvetitővel kivetitjük a két függvényt ábrázoló grafikont. Hasonlitsátok össze! Milyen megfigyelést tette-

tek a grafikonon és a táblázaton? A feladat elemzése következik. A két függvény értéke egyenlő ha $x = 2$, tehát a két függvényt összekapcsolhatjuk az egyenlőség jelével $2x - 3 = -\frac{x}{2} + 2$ mely egyenlőség $x = 2$ esetén fenn áll. Más helyen nem lehet egyenlő. Visszacsatolás - egyéni hiba elemzés.

A mai órán ilyen feladatok megoldásával foglalkozunk csoport munkával.

5 p.

4. Csoport munka: Az előre kialakitott kb. 6 heterogén kis csoport önállóan dolgozik. Közben tanári segitséget kapnak. A csoportok azonos feladatokat kapnak. A feladatokat nem egyszerre, hanem a megoldási tempónak megfelelően. A csoportok feladata a célkitüzésben megoldott és bemutatott feladathoz hasonló. A függvényeket ezuttal értéktáblázat nélkül ábrázolják, igy 1 feladatra legfeljebb 5 perc szánható. A feladatok száma 4.→ Tk. 2.3.4.5. feladat. Minden feladat megoldás után irásvetitővel bemutatás, értékelés, rögzités a célkitüzésben bemutatottak szerint. Ha valamelyik feladat minden csoportban jó, úgy a bemutatástól eltekintünk. Ha mind a négy feladat megoldást nyert, akkor a célkitüzésben vett feladattal együtt kivetitjük az 5 feladatot, rövid áttekintés után a tanulókkal összegeztetjük a tapasztalatokat, és kialakitjuk az egyenlet fogalmát, a Tk-ban foglaltak szerint.

20 p.

Közös:

5. Alkalmazott összefoglalás: Tartalma: egyenlet grafikus megoldásának bemutatása más módon. Pl. $-3x + 2 = x - 4$ Ezt ábrázolhatnánk az órán bemutatott módon két függvényként. Most lássunk valami egyszerübb módot. Rendezzük az egyenletet úgy, hogy az egyik oldalon 0 legyen!

Közös munka a tanulókkal: $-3x + 2 = x - 4$

$-4x + 6 = 0$ Itt is két függvény van: $y = -4x + 6$

$\Updownarrow$ $y = o \rightarrow$ x tengely

Az ábrázolás úgy történik, hogy az $y = -4x + 6$ függvényt ábrázoljuk csupán, mert az $y = o \rightarrow$ az x tengely adott. Igy az egyenlet megoldása az $y = -4x + 6$ függvénynek az x tengellyel alkotott metszéspontja lesz. Ez a további tanulmányaitokban fontos szerepet fog játszani. Igy a gyök $x = 1\frac{1}{2}$ Mindez tanulói segitséggel, de tanári vezetéssel a táblánál történik. Odahaza ellenőrizzétek a másik módon!

5 p.

6. Önálló gyakorlás: Táblára felir a tanár egy egyenletet pl: $-3x + 1 = 3x + 1$ Oldd meg grafikusan! Visszacsatolás elemzés, értékelés /$x = o$/ Ezt a fogalom alkotás után ki lehet jelölni!

7. Házi feladat: Tanulni: Tk. 76. old. lap alján és 77. o. felül a dölt betüs részt. Olvasd el az apróbetüs részt is figyelmesen.

Irásbeli mindenkinek: Tk/77/1/b, 77/2 a tankönvbe oldják meg 78/3/a

ezt irjátok be. ill. jelöljétek ki a könyvben, hogy a szülő is láthassa az ellenőrzés során.

szorgalmi: a grafikus ábrázolást kétféleképpen megoldani

a. két függvényként

b. egy függvényként

6-7 pont: 5 perc

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. A célkitüzés feladata: értéktáblázat + grafikon

$$y = 2x - 3 \quad , \quad y = -\frac{x}{2} + 2$$

2. A csoportmunka 4 feladata: Tk. 2.3.4.5. csak a grafikon együtt a 4 feladat, de letakarhatóan. Plusz, az előbbi ábra is az elejére.
Tehát: Tk. 1.2.3.4.5. feladatának grafikonja

2. program

A lineáris egyenletek grafikus megoldása. Grafikonok olvasása. Függvények egyszerübb alakra hozása.

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

 2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése

A Tk. 77/1/b és 78/3/a feladatokat irásvetitőn kivetiteni a kétféle megoldással - hasonlitsd össze! Néhány füzetet is meg kell nézni! Visszacsatolás, elemzés,egyéni korrigálással. A 77/2 tankönyvi feladatot a tankönyv alapján ellenőrizzék eredmény és főleg a két függvény felirása szempontjából.

 5 p.

Önálló:

3. Az utolsó házi feladat mintájára adunk irásvetitővel két grafikont ,ahol le kell olvasni mindenkinek a változó azon értékeit, melyek mellett a két függvény értéke egyenlő. További fel kell irniuk a függvények képletét.

Pl. $y = 2{,}5x - 2$; $y = 5{,}5$
$y = \frac{2}{5}x$; $y = -x + 1$ } fólián nagyon leolvashatóvá tenni!

A leolvasás eredményét is és a függvényeket is minden tanuló füzetébe irja le. Visszacsatolás, egyéni hibaelemzés. Külön problémát okozhat a függvények algebrai felirása. Erre megtanitási programot kell adni! /:konstans, meredekség, irány:/

 5 p.

Önálló:

4. Rövid program a függvények egyszerübb alakra hozására. Táblára előre felirva, vagy egyenként felirni az egész osztály számára. Hivatkozni kell az előző óra 3. ill. 4. feladatára: $y = \frac{x+1}{2} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \underline{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$

Példák: $y = \frac{4x-2}{2} = \underline{2x-1}$; $y = \frac{8x-6}{2} = \underline{4x-3}$

$y = \frac{2x+2}{2} = x+1$; $y = \frac{2x}{3} = \underline{\frac{2}{3}x}$;

$y = \frac{4/x-2/}{2} = 2/x-2/ = \underline{2x-4}$

. . . időtől függően!

Minden feladatot külön visszacsatolva szükséglet szerint elemezve. A szükséges azonos átalakitást felelevenitve. Táblát használni!

4 p.

Önálló:

5. Ml/37/1. grafikus megoldás: $3x+4 = \frac{x}{3} - 4 \longrightarrow$ egyéni munka. Közben a tanár segit, magyaráz. Visszacsatolás <u>irásvetitővel</u>. Közös megbeszélés, egyéni javitás. Közben az Ml-ben végzett munkát is ellenőrizni kell.

4 p.

6. <u>Mikro csoportos munka</u>: a csoportok 2-2 fő és ebben az egyik tanuló tutor. A csoportok a Tk/78/4. feladatát kapják. Minden csoport ugyanezt. A tanár segiti a csoportok munkáját. Amelyik csoport végzett, gondolkozzék a Tk/78/5. feladaton. Ha minden csoport végzett a munkával, akkor <u>irásvetitővel</u> kivetitve a grafikonokat az egyes csoportokkal elemeztetjük a feladatokat. Ennek célja a beszéltetés a megfe-

lelő indokoltatás gyakorlása. A végén visszacsatolás és beavatkozás. A füzetekben lévő munka ellenőrzése fontos. A megbeszélésnél gondot kell forditani: az átalakitásokra, ábrázolásokra: konstans, irány, meredekség, megoldások → esztétikai kép.

lo p.

Közös:

7. Közös megoldással egy szöveges probléma. Tk/78/5. Mi adott a feladatban? A sebességük és az, hogy egyik félórával többet ment. Mit keresünk? Mikor találkoznak ill. hány km-re távoztak? Mit jelöljünk ismeretlennel? Pl. Karcsi menetidejét → legyen ez x óra.

Vázlat: Karcsi ment x óráig → sebessége 4o $\frac{km}{h}$ →

→ a megtett útja 4ox /km/

Péter ment x+o,5 óráig → sebessége 15 $\frac{km}{h}$ →

→ a megtett útja 15/x+o,5/ km

Ezeket az utakat kell ábrázolni mint két függvényt

y_1= 4ox

y_2= 15/x+o,5/

Legjobb ezt a táblára felrajzolni!

A megoldás egyike: x = o,3 óra = 18 perc

másik: 12 km-re voltak az indulástól

lo p.

Félig ö:

8. Rögzitsük az út, idő, sebesség összefüggését a táblára!

A látott példán keresztül út - sebesség idő $s = v\ t$ | meg-

ebből egyenlet rendezéssel: sebesség $= \frac{\text{út}}{\text{idő}}$ | ta-

idő $= \frac{\text{út}}{\text{sebesség}}$ | nulni!

Mindhárom összefüggést értelmezni is!

3 p.

9. Házi feladat feladása

mindenkinek: Ml/37/2 ; Tk/78/d

szorgalmi: Tk/78/6 → következő órán részletes ismeretetés!

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. Hf. feladata Tk/77/1/b és 78/3/a kétféle megoldással

2. 3. feladatként: $y = 2{,}5x-2$; $y = 5{,}5$ és: $y = \frac{2}{5}x$; $y = -x+1$ } leolvashatóan!

3. 5. feladatként: $3x+4 = \frac{x}{3} - 4$ graf. ábrázolása

4. 6. feladatként: mikro csoportos munkához: Tk/78/4.

3. program

Lineáris egyenletek grafikus megoldása. Grafikonok olvasása. Szöveges problémák is.

Önállóan:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése M1/37/2 és TK/78/d Osztályszintü ellenőrzés eredmény szerint. Az eredményt felirjuk a táblára, az ábrázolást nem. Összehasonlitás, egyéni hibaelemzés, 3 füzet megtekintése és értékelése. Szorgalmi feladat ellenőrzése, eredmény szerint, majd közös bemutatás a táblánál.

A ⟶ B

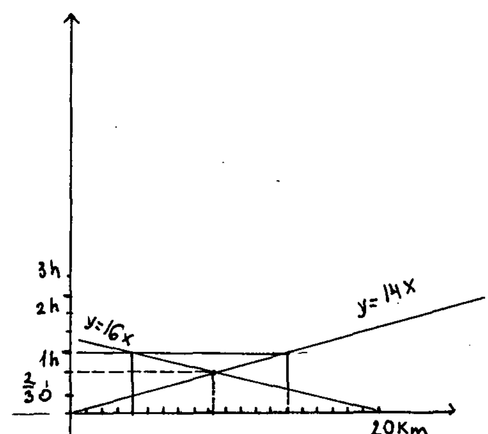
Jancsi ⟶ találk? ⟵ Pista

du. 2^h x óra múlva du. 2^h

14 lm/h 16 km/h

14x /km/ 16x /km/

$y_1 = 14x$ $y_2 = 16x$



$S = 16 \frac{2}{3} = 10\frac{2}{3}$ km B-ből $x = \frac{2}{3}$ óra

A feladatot alaposan elemezzük ki frontális osztálymunkával a szorgalmi feladatot megoldók segitségével. Az ábrázolást önálló munkára lehet adni, felhivva a figyelmet a helyes tengelybeosztásra. A jó megoldást nagyon elismerni!

8 p.

Osztályfoglalkozás Önálló:

3. A felirt függvények közül válaszd ki azokat, amelyek $y = x-4$ függvénnyel azonosak:

$$y = \frac{2/x-4/}{2};\ y = \frac{x-4}{2};\ y = 2\left(\frac{x}{2} - 2\right);\ y = 4\left(\frac{x}{4} - 1\right);$$

$y = -2\left(-\frac{x}{2} + 2\right)$ Önálló munka, egyéni segitség. Visszacsatolás, táblai bemutatás szükséglet szerint.

5 p.

Önálló:

4. Feladatok megoldása: Oldd meg grafikusan a Tk/78/3/b/c

$\frac{3}{2}x+2 = -4$; $3 = -x+4$ Önálló, egyéni munka. Utána irásvetitővel visszacsatolás, rövid elemzés, értékelés. Ezzel lényegében a téma lezárult. 5 p.

5. Csoportfoglalkozás: Szöveges egyenletek Tk/78/7-8. A csoportok felváltva oldják meg a két feladatot. A lényeg a szöveg értelmezése.

7. feladat: a. A —— 20 km —— B egymástól

Tk/78/7.

$\underset{\longrightarrow}{30\ km/h}$ $\underset{\longleftarrow}{10\ km/h}$

$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{5}\ 30 = 12\ km \quad \frac{2}{5}\ 10 = 4\ km \end{array}\right\}\ 20 - /12+4/ = \underline{4km\text{-}re}$

b. —— 20 km —— B

$\left.\begin{array}{ll} A \xrightarrow[12\ km]{30\ km/h} & \xrightarrow[4.\ km]{10\ km/h} \end{array}\right\}$ egymástól 24-12 = 12 km-re

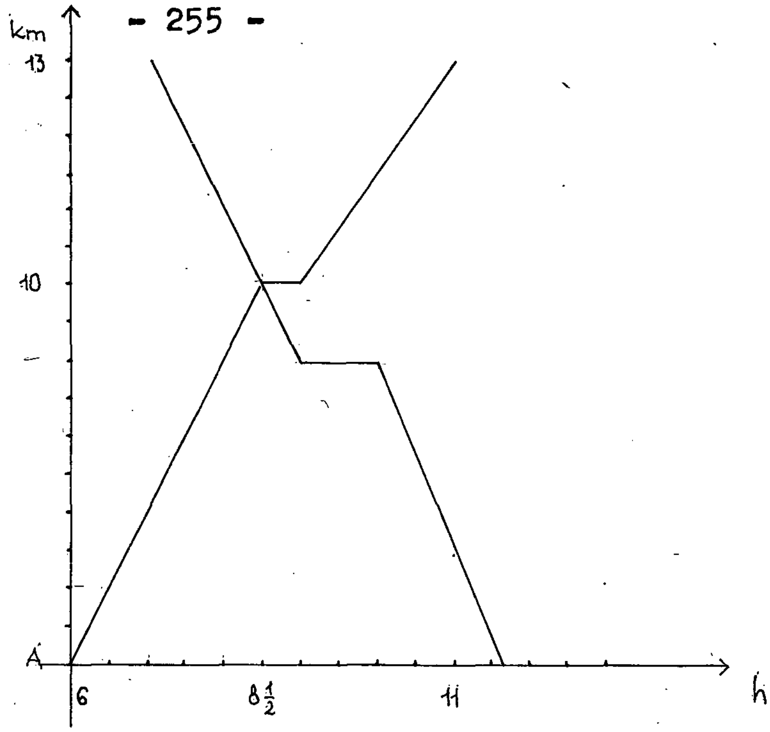
Grafikus megoldást is, ha lehet!

8. feladat: Tk/78/8

Találkoznak: 1/2 9^h-kor

A városból: 10 km-re

A városba: kb. 11^{36}-kor



B városba: 11^h-kor

Menet közben megfelelő segitséget kell adni a csoportoknak. Végül is a cél: a megtanitás. Öszzegezni az ilyen feladatok megoldhatóságát.

2o p.

Önálló:

6. Minden tanuló önállóan oldja meg a következő egyenletet grafikusan. $2/x-1/ = \frac{2/2x-1/}{2} \Rightarrow 2x-2 = 2x-1$

A lényeg annak megláttatása, hogy egyszerübb alakra hozhatók a függvények, továbbá annak észrevétele, hogy nincs megoldása az egyenletnek, és miért?! Visszacsatolás <u>irásvetitővel</u>, elemzés, értékelés. A leirtak észrevételét minden tanulónál biztositani kell. 5 p.

7. <u>Házi feladat</u> feladása

mindenkinek: Oldd meg grafikusan: $\frac{8x-4}{2} = -2/x-2/$

átalakitás! <u>x = 1</u>

Müveletek összefüggéseinek áttekintése ...

Tk/85/4,5,6,7,8

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. Az óra 4. feladata Tk/78/3/b/c grafikus megoldása

2. Az óra 6. feladata $2/x-\frac{1}{2}) = \frac{2/2x-1/}{2}$ grafikus megoldása

4. program

Lineáris egyenletek megoldása a két oldal egyenlő változtatásával. A megoldás ellenőrzése. Egyszerü müvelettel megoldható egyenletek. Egyszerü szövegekkel is.

Önálló:

1. Órakezdő feladat Tk/84/1/a táblázat kitöltése /összeg .../. Önálló munka. Kb. 3 perc. Egyéni segitség. Visszacsatolás, ennek függvényében megfelelő beavatkozás. A visszacsatolás csak szóban. Lényeges, hogy minden fejben tisztázódjék az összeg és tagjai közötti összefüggés, valamint a törtekkel és előjeles számokkal való müveletek. Aki készen van megoldja a b részt.

3 p.

2. Házi feladat ellenőrzése A grafikus megoldás a táblára előre felrajzolva $\frac{8x-4}{2} = -2/x-2/$ bemutatás, összehasonlitás, visszacsatolás, füzetek ellenőrzése ... Tk/85/4,5, 6,7,8. Csak eredmény szerint, és közben szóban is rögzitsük az összefüggést.

4. $39{,}25-12{,}75 = \underline{26{,}5}$ 5. $65{,}79:6{,}45 = \underline{10{,}2}$

6. $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{15}{20} - \frac{12}{20} = \underline{\frac{3}{20}}$ 7. $2{,}45-/-1{,}72/ = \underline{4{,}17}$

8. $72{,}2:9{,}5 = \underline{2{,}6}$

3 p.

3. Szóbeli számolás különbség, szorzat és hányados összefüggése.

Csak az eredményt ird le pl. a margóra! A tanár adja szóban a példát, a tanuló pedig az eredményt irja le. Utána rövid visszacsatolás, szükséglet szerinti elemzés, rögzítés.

1. mennyi a kisebbitendő? /12/ ha a kivonandó 6,8 a különbség 5,2 ...

2. mennyi a szorzandó /-3/ ha a szorzó 4,3 a szorzat -12,9 ...

3. mennyi az osztandó/$\frac{3}{2}$/ ha az osztó 2 a hányados $\frac{3}{4}$ ...

Mindegyik tipusból legalább 2 ilyen feladat legyen. 4 p.

Közös:

4. <u>Célkitüzés</u>: Az egyenletek megoldása grafikusan nehézkes és pontatlan. Ebből kell kiindulni. Tk/79. bevezető. Lehet a mérlegre is hivatkozni.

Uj anyag:

A két oldal egyenlő változtatásával oldjuk meg, és néhányat mutassunk be közös munkával. Ezeket az egyszerü feladatokat igazolásul átgondolhatjuk a müveletek összefüggései alapján is. Mindenkor mútassuk meg a célt, ezért mit kell tenni, tegyük is meg!

Pl. <u>1.</u> $12{,}28 = x-3{,}04$ /+3,04

<u>Közös</u>: $12{,}28+3{,}04 = x$

$\underline{15{,}32 = x}$

E. ... !

Mi a célja az egyenletek megoldásának? A benne szereplő ismeretlen változó meghatározása, kifejezése. Ebből a célból arra törekszünk x változó legyen az egyik oldalon s minden más a másik oldalon. Ezért tehát mit kell rendeznünk az egyenletben? a-3,o4-et. Hogyan érhetjük el, hogy az x maradjon csak a jobb oldalon? Ugy, hogy hozzáadunk a jobb oldalhoz +3,o4-et. De ha a jobb oldalhoz hozzáadunk mit; kell tenni a bal oldalon is, hogy az egyenlőség fenn maradjon?

Közös: 2. $\frac{11}{12} + x = \frac{3}{4}$

$x = \frac{3}{4} - \frac{11}{12}$

$x = -\frac{1}{6}$

Cél: x kifejezése. Mit kell rendeznünk? $\frac{11}{12}$ -et. Hogyan? Mindkét oldalból elveszünk $\frac{11}{12}$ -et. Kisegités: milyen müvelettel szerepel a $\frac{11}{12}$ a bal oldalon? /+/ Akkor, hogy érhetjük el, hogy a bal oldalon csak x maradjon? Ugy, hogy elveszünk mindkét oldalból $\frac{11}{12}$ -et, mert igy az egyenlőség fennmarad.

E. ... !

3p

Félig önálló:

3. $\frac{x}{2,5} = 0,52$

$x = 0,52 \cdot 2,5$

$x = 1,3$

Mit kell rendezni, hogy az x-et kifejezhessük? a 2,5-öt! Milyen müvelettel szerepel a bal oldalon? osztó! Hogyan rendezhetjük? Mindkét oldalt szorozzuk 2,5-tel.

E. ... !

3 p.

Visszacsatolás, szükséglet szerinti beavatkozás.

Önálló. 4. $1,6x = -4,8$

$x = \frac{-4,8}{1,6}$

$x = -3$

Mit kell rendezni? az 1,6-öt. Milyen müvelettel szerepel a bal oldalon? szorzásként. Hogyan rendezhetjük?...

E. ... !

3p.

Közös munka:

5. $\frac{2}{3} - x = \frac{5}{12}$ $\longrightarrow$ $\frac{2}{3} = \frac{5}{12} + x$ | Ismeretlent is adhatunk mindkét oldalhoz. Ez azért jó, hogy ne legyen negativ ...

vagy $-x = \frac{5}{12} - \frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3} - \frac{5}{12} = x$

$-x = -\frac{3}{12} = -\frac{1}{4}$ /-1 | $\underline{\frac{1}{4} = x}$

$\underline{x = \frac{1}{4}}$ $\longrightarrow$ vagy a különbség alapján!

E. ... !

3 p.

Közös munka:

6. $\frac{1,8}{x} = 3,6$ /x ... $x \neq o$ nem lineáris!

$1,8 = 3,6x$ /:3,6 ...

$x = \frac{1}{2}$

E. ... !

3 p.

Elemzés és hivatkozás után fogalomalkotás a mérlegelv alapján.

Rögzitsük: - milyen változtatásokat végeztünk az egyenlet mindkét oldalán

Irásvetitővel:

- a cél tudatositása - az x változó meghatározása, kifejezése
- ebből a célból a rendezés lényege: mindig ellenkező müvelettel rendezhetjük az adott elemet úgy, hogy azt mindkét oldalon elvégezzük.
- az ismeretlent is rendezhetjük, sőt ha negativ vagy a nevezőben van akkor azzal kezdjük a rendezést megegyezés szerint.

2 p.

5. Gyakorlás: Teljesen önálló munkára Tk/85/2/a/e/f
Visszacsatolás, közben egyéni segitségadás ...
5 p.

6. Ellenőrző felmérés a témából /első 4 óra anyaga/ Ellenőrző tesztből!
lo p.

7. Házi feladat feladása:

Tk/85/4,5,6,7,8

mindenkinek:

Tk/85/3/b,d,e,f,g

szorgalmi: Tk/84/1/b,c,d 1 p.

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. Rögzités, összefoglalás ...

5. program

Azonos átalakitások: összevonás, összeg szorzása egy taggal és többtagú összeggel. Terület felirása algebrai kifejezéssel.

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladatok ellenőrzése: Füzetcserével: a szomszédok a közös javitás alapján aláhuzzák a hibás megoldásokat és kipipálják a helyeseket. Ez történik a mindenkinek szóló Tk/85/4,5,6,7,8 és Tk/85/3/b,d,e,f,g feladatokkal. A visszacsatolás csak szóban történik. Szükséglet szerint a táblánál bemutatunk egy vagy két helyes megoldást. A házi feladatot ki kell dolgozni.

A szorgalmi helyes kitöltését irásvetitővel kivetitjük. Összehasonlitás, értékelés. Tk/84/1/b,c,d

5 p.

Célkitüzés

Önálló:

3. Oldjuk meg grafikusan 2x+3x = /2+3/x egyenlőséget. A két oldalon álló függvény egyenlősége az x minden lehetséges értékére nézve igaz ⟶ azonosság! Azonos átalakitást végeztünk.

/2+3/x = 2x+3x   forditva 2x+3x = x/2+3/

összeget szorzunk   kiemelünk

A tanulók önállóan oldják meg, majd közös elemzés és közlés következik. A mai órán ilyen azonos átalakitásokkal foglalkozunk.

3 p.

Önálló:

4. Ml/43/1. $/a+3/b = ab+3b$ a két terület összege

összeg szorzása

Közös:

általánosan: $/a+b/x = ax+bx$ összeg szorzása egy taggal

3 p.

Önálló:

5. Elsődleges rögzitésként, gyakorlás: Tk/91/a,b,d

$/2a-1/2,5 = \underline{5a-2,5}$; $3,2/4-y/ = \underline{12,8-3,2y}$;

$/o,6+y//-1/= \underline{-o,6-y}$

Visszacsatolás értelmezés ...

5 p.

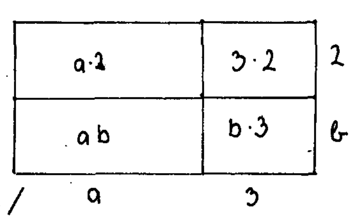
Önálló:

6. Ml/43/3 $/a+3//b+2/ = ab+3b+2a+6 = ab+2a+3b+6$

Közös:

általánosan: $/a+b//z+c/ = az+bz+ac+bc =$

$= \underline{az+ac+bz+bc}$



Szabály! Elolvasása a könyvből /88. old./

5 p.

7. Elsődleges rögzités + összevonás:

$/2x+3//4-x/ = 8x+12-2x^2-3x =$

összevonás =

<u>az egynemüeket!</u> ⟶ ezt kialakitani!

5 p.

Közös:

8. Feladatok összevonása:

Tk/9o/1/a,b $2x-5+3x-8 = \underline{5x-13}$

$2x-3+4x-1-7x+8 = \underline{-x+4}$

közös megoldás ennek mintájára

- kettő x meg plusz négy x az hat x, meg minusz két x, az minusz egy x /-x/
- minusz három meg minusz egy az minusz négy, meg plusz nyolc, az plusz négy

5 p.

Önálló:

9. Önálló feladat összevonásra

Tk/9o/1/c, $-4a+7-5a-12+9a = -5$

Tk/91/6/a $2/x+y/+3/x-y/+4/2x+3y/= \underline{2x}+2y+\underline{3x}-3y+\underline{8x}+12y =$

$= \underline{13x+11y}$

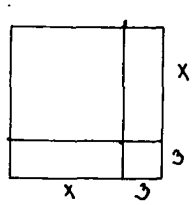
Visszacsatolás szóban vagy a táblánál.

5 p.

Önálló:

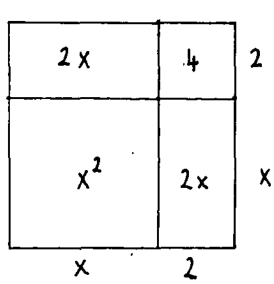
1o. Alkalmazott összefoglalás

Ml/43/4



$/x+3//x+3/ = x^2+3x+3x+9 = \underline{x^2+6x+9}$

Ml/43/2



$/x+2/^2 = /x+2//x+2/ = x^2+2x+2x+4 =$

$= \underline{x^2+4x+4}$

Visszacsatolás, indoklás ...

5 p.

11. <u>Házi feladat</u> feladása

mindenkinek: Tk/9o/1/d

Tk/91/6/b

Tk/91/9

Tk/91/1o előkésziteni egy keveset!

szorgalmi: Ml/43/5,6

<u>Irásvetitő transzparens szükséges:</u>

1. Az előzőleg feladott szorgalmi házi feladat ellenőrzé-

-séhez. Tk/84/1/b,c,d

6. program

<u>Azonos átalakitások: összeg és szorzat osztása, kiemelés - szorzattá alakitás, összeg hozzáadása és kivonása</u>

Önálló:

1. <u>Órakezdő feladat</u>: Ml/42/1/a,b,c

$t = 24\ cm^2$; $t = 24-x\ /cm^2/$ $\quad t = 24-/x-1/\ cm^2$

Az ellenőrzés a Ml. megtekintése és a területek felirása alapján történik. Szükséglet szerinti megbeszélés. A c részre majd később visszatérünk.

3 p.

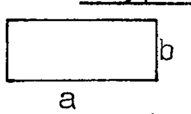
2. <u>Házi feladat ellenőrzése</u>

mindenkinek:

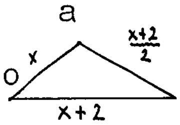
Tk/9o/1/d $\quad \underline{2,3z}-5,2+\underline{4,6z}+9,6 = \underline{6,9z+4,4}$ számszrü ell.

Tk/91/6/b $\quad 0,3/a-b/-2/a+b/-3/a-b/ = \underline{0,3a}-0,3b-\underline{2a}-2b-\underline{3a}+3b =$

$= \underline{-4,7a+0,7b}$ esetleg elemzés is!

Tk/91/9 

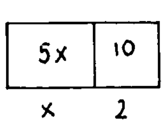
$k = /a+b/2 = \underline{2a+2b}$ röviden

Tk/91/1o 

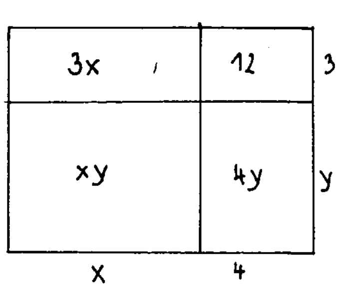
$k = x+x+2+\frac{x+2}{2} = x+x+2+\frac{x}{2}+1 = \underline{2\frac{1}{2}x+3}$

Ezt részletesen elemezni kell!

Szorgalmi:

Ml/43/5,65 

$5x+10 = \underline{5/x+2/}$ táblára felrajzolni!

/6 

$xy+4y+3x+12 = \underline{/x+4//y+3/}$ táblára felrajzolni, és akik hf-ként nem oldották meg, most oldják meg ...

7 p.

Önálló

3. Célkitüzés: Az elmúlt órához hasonlóan további azonos átalakitásokkal foglalkozunk. Megvizsgáljuk például az órakezdő c feladatát t = 24-/x-1/ kifejezést hogyan irhatnánk fel egyszerübben. Ehhez tanulmányozzátok át a Tk/ 88/2

Közösen:

általánosan: -/a+b/ = -a-b   Pl. -/5-3/ = 0-/5-3/ = -5+3

Összeg ellentetje egyenlő a tagok ellentetjének összegével

Közös:

Ennek alapján az órakezdő c feladata t = 24-/x-1/ =

= 24-x+1 = 25-x

Esetleg: 15-/4-1/ = 15-3 = 12 "hagyományos" út, de biztos!

vagy = 15-4+1 = 12 szintén 12 ⟶ Ha valamiből négynél 1-gyel kevesebbet vonunk ki, úgy a különbség 1-gyel nő! Hisz ha 4-et vonunk ki 15-ből, 11-et kapunk, de 1-gyel kevesebbet kivonva nyilvánvaló 1-gyel többet kapunk.

7 p.

Önálló:

4. Az előzőek rögzitése begyakorlással Tk/9o/3/a

5a+3+/4a-5/= 5a+3+4a-5 = 9a-2 a zárójelet elhagyhatjuk!

tk/9o/4/a 5a+3-/4a+5/ = 5a+3-4a-5 = a-2

b. 5a+3-/-4a-5/ = 5a+3+4a+5 = 9a+8

Rögzités: negativ előjelü zárójelek felbontása ...

Visszacsatolás, esetleg beavatkozás

3 p.

Közös m.

5. Kiemelés elmélyitése. Az előző órán: $/a+b/x = ax+bx$

Elemzés: a közös tényezőt $/x/$ kiemeltük, azzal elosztottunk minden tagot és a zárójelbe a hányadosok összegét irtuk.

Igy: összeg szorzása, ezt már tudjuk $ax+bx = x/a+b/$ igy: kiemelés $\longrightarrow$ szorzattá alakitása az összegnek

Pl. emeljük ki a közös tényezőt és alakitsuk szorzattá:

$4a-12 = 4/a-3/$ ellenőrizd!

$6x^2-8x = 2x/3x-4/$; $30-45z = 15/2-3z/$ ...

Önálló munkára $14a+7 = 7/2a+1/$

$-x-2 = -1/x+2/ = -/x+2/$ $\longrightarrow$ az indukciós feladat!

A lényeg: szorzattá alakitás, a közös tényezővel osztjuk a tagokat

Teljes begyakorlást kell elérni! Vizsgálják először a betüket, majd a számokat, vagy mindkettőt.

Előjel - szám - betü!

lo p.

Közös:

6. Összeg osztása: Már a kiemelésnél előfordultak hasonló problémák pl. $6x^2-8x$ -nél $2x$ kiemelése után mindkét tagot el kellett osztani 2x-el. Ez igy irható $\frac{6x^2-8x}{2x} = \frac{6x^2}{2x} - \frac{8x}{2x}$ $= \underline{3x-4}$ vagyis minden tagot elosztottunk.

Hasonlóan: $\frac{8x-6}{2} = 4x-3$

Önállóan: Tk/91/7/b $\frac{2,1z+7,2}{3} = \underline{0,7z+2,4}$

c. $\frac{12x-9y+21}{3} = \underline{4x-3y+7}$

5 p.

Közös:

7. <u>Szorzat osztása</u>

$\frac{\cancel{4}^2/6y-2/}{\cancel{2}} = ?$ ... $\frac{8\cdot\cancel{4}^2}{\cancel{2}} = 16$

Gyakorló feladatok: hisz $\frac{32}{2} = 16$ ...

Önállóan: ...

Teljes elsajátitás kell!

5 p.

Önállóan:

8. <u>Alakalmazott összefoglalás</u> Tk/91/8/a,b,c,d,e

$y = x+4$ függvények egyenlőek: $y = 2\left(\frac{x}{2} + 2\right)$

$y = x-/-4/$

3 p.

Önálló:

9. az $/a+b//z+c/ = az+ac+bz+bc$ azonosság mintájára végezd el a szorzást. Előbb bontsd fel összegre a számokat!

$31\cdot 42 = /3o+1/\cdot/4o+2/ = 3o\cdot 4o+3o\cdot 2+1\cdot 4o+1\cdot 2 =$

$= 12oo+6o+4o+2 = \underline{13o2}$

2p.

lo. <u>Házi feladat feladása</u> Alakitsd szorzattá:

mindenkinek: Tk/9o/3/c $-a-b = -/a+b/$

/4/c,d $48z^2-16 = 16/3z^2-1/$

91/7/c

Szorgalmi: M1/44/1/a

Irásvetitő transzparens: -

7. program

Feladatok azonos átalakitásokra

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

Közös:

2. Házi feladat ellenőrzése: mindenkinek:

Tk/9o/3/c 3,2x-4+/4,o5+9,1/ = 3,2x-4+4,o5x+9,1 = 7,25x+5,1

/4/c 23,2v-4,2-/6,5v+6,2/ = 23,2v-4,2-6,5v-6,2 =

= 16,7v-1o,4

d -1o,5z+3,1-/o,27z-2/ = -1o,5z+3,1-o,27z+2 =

= -1o,77z+5,1

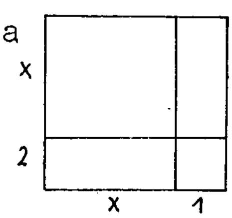
91/7/c $\frac{4{,}5a+\frac{a}{2}+5}{5} = \frac{4{,}5a+\frac{1}{2}a+5}{5} = \frac{5a+5}{5} = a+1$

Alakitsd szorzattá: -a-b = -/a+b/

$48z^2-16 = 16/3z^2-1/$

Irásvetitővel:

Szorgalmi: M1/44/1/a



$/x+1//x+2/ = x^2+2x+x+2$

A szorgalmi feladatot irásvetitőn az egész osztálynak bemutatni és elemezni. A többi feladatot számszerüen - esetleg a táblára előre felirva. Visszacsatolás, beavatkozás akár újra tanitással is!

7 p.

Önálló:

3. <u>Szóbeli számolási program</u>

szorzat szorzása: $5x^2 \cdot 3x = 15x^3$; $/-v/\cdot/-2v/ = 2v^2$

Szorzat osztása: $\frac{-3,2v}{o,4} = -8v$; $\frac{o,25x}{5} = o,o5x$

összevonás: $-7+4-12+1-8+3 = -19$

összeg kivonása: $12x-/3x-x/ = 12x-3x+x = 1ox$

kiemelés: $-u-v = -/u+v/$; $12y^2-y = y/12y-1/$

összeg szorzása: $/2a-3/a = 2a^2-3a$ ...

összeg osztása: $\frac{5x^2-3x}{x} = 5x-3$ ...

Csak az eredményt ird le! Visszacsatolás ...

4 p.

4. <u>Az azonosságok gyakorlása</u>: <u>Mikro csoportos munka</u>: 2-2 tanuló egy tanuló a "tutor". Minden csoport azonos feladatot kap táblára felirva. A feladatokat egyenként kapják, de amelyik csoport készen van és jó a megoldása, az kaphatja a következőt. A tanár figyeli a csoportok munkáját és segit v. megerősit ha kell. El kell érni, hogy a gyengébb tanuló tanuljon a tutortól, az utóbbi pedig megerősödjék.

<u>Feladatok</u>:

Tk/9o/1/e. $o,1k+8,75-o,24k+7 = \underline{-o,14k+15,75}$

f. $1,2a+3,5a-2,3a+5,3b-2,5b = \underline{2,4a+2,8b}$

Tk/9o/2/a. $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3} - \frac{5}{6}x-2 = -\frac{2}{6}x-1\frac{1}{3} = \underline{-\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}}$

b. $-\frac{4}{5}y-3+\frac{7}{3}y+4-y = \underline{\frac{8}{15}y+1}$

Tk/9o/3/b. $5a+3+/-4a+5/ = 5a+3-4a+5 = \underline{a+8}$

4/e. $5,7x-/x-3,8/+/2,5x-3/ = \underline{5,7x}-\underline{x}+3,8+\underline{2,5x}-3 =$

$= \underline{7,2x+o,8}$

Tk/91/5/c $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)\cdot/y-2/ = \frac{3}{4}y - \frac{3}{2} - \frac{2}{3}y+\frac{4}{3} = \underline{\frac{1}{12}y- \frac{1}{6}}$

Tk/91/6/c $o,2/2x-y/+4/2x-y/+7,8/2x-y/ =$

$= \underline{o,4x}-o,2y+\underline{8x}-4y+\underline{15,6x}-7,8y = \underline{24x-12y}$

Alakitsd szorzattá: $x^3-x^2 = \underline{x^2/x-1/}$

$25-35y = \underline{5/5-7y/}$ ...

Végezd el a következő osztásokat:

$\frac{6z-9}{15} = \underline{\frac{2z-3}{5}}$; $\frac{5,1x-3,4x^2}{x} = \underline{5,1-3,4x}$

$\frac{32b^2-24b}{4b} = \underline{8b-6}$; $39y^2:/-13y/ = \underline{-3y}$

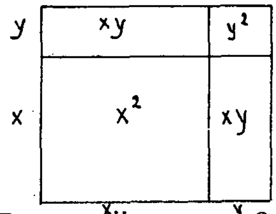
$\frac{4}{5}x:\frac{2}{3}x = \frac{12}{10} = \underline{\frac{6}{5}}$; $4x^3:2x = 2x^2$ ...

2o p.

5. <u>Egyéni feladatra</u>: esetleg versenyfeladatként

Irásvetitő:

Ml/44/1/c. $x^2+2xy+y^2 = /x+y//x+y/$



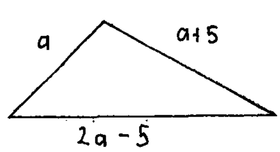
A témában utolsó elemzés és rögzítés itt történik. <u>Irásvetitőn</u> kivetiteni!

6. <u>Egy szöveges feladat</u>: verseny feladatra

Tk/91/12. $4a-[a+/a+5/]= 4a-2a-5 = \underline{2a-5}$

/a 3. oldal/

E.



$\underline{k} = a+/a+5/+/2a-5/ =$

$= a+a+5+2a-5 = \underline{4a}$ valóban!

5-6. pont választás alapján!

3 p.

7. <u>Ellenőrző felmérés</u> az azonosságokból. Ellenőrző tesztből!

8 p.

8. <u>Házi feladat</u>: mindenkinek:

Tk/9o/2/c,d

Tk/9o/3/d

Tk/91/14

Szorgalmi: Tk/91/11. 1 p.

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. Házi feladat szorgalmi: M1/44/1/a

2. verseny feladat: M1/44/1/c

8. program

Példák több müvelettel megoldható egyenletekre

Önálló:

1. Órakezdő feladat: Tk/85/16.

$x/6,4-2,5/ = 8,19$

$6,4x-2,5x = 8,19$

$3,9x = 8,19$

$\underline{x = 2,1}$

A megoldási idő lejárta után nem ellenőrizzük, majd csak a célkitüzés alkalmával.

3 p.

2. Házi feladat ellenőrzése

mindenkinek:

Tk/9o/2/e $\quad o,6y+\frac{2}{3} - \frac{2}{5}y+\frac{1}{2} = \underline{o,2y+\frac{7}{6}}$

d $\quad 2,7z- \frac{4}{5} - \frac{z}{1o}+1,2 = \underline{2,6z+o,4}$

Tk/9o/3/d $\quad -7,8y+3,2+/5,12-6,4y/= \underline{-14,2y+8,32}$

Tk/91/14 $\quad y+/2y-25/+/y+4/ = y+2y-25+y+4 = \underline{4y-21}$

Szorgalmi:

Tk/91/11 $\quad x+/x+1,2/+/x+2,4/+/x+3,6/+/x+4,8/+/x+6/ = \underline{6x+18}$

Csak eredmény szerint, esetleg táblára előre felirva. Rövid visszacsatolás.

7 p.

3. Célkitüzés: az órakezdő feldat ellenőrzése és problémakénti felfogása. Több müvelettel megoldható egyenlet. Összeg szorzása v. anélkül. Ilyen egyenletekkel foglakozunk ma.

2 p.

Önálló:

4. <u>Szóbeli számolás</u>: Felolvassuk a feladatot és a tanulók egyenlet alakjában irják a megoldást, de csak ennyit.

Tk/85/9 $y-\frac{4}{5}=\frac{3}{2}$; /1o. $-1,6x = 11,52$ /11. $\frac{z}{12,4} = -1,5$

/12. $a+12,5 = -3,1$; /14. $\underline{\frac{x}{3} +3 = 12}$ . . .

fontos

3 p.

Közös:

5. <u>Feladatok megoldása</u>: először közös munkával bemutatás, majd önálló. <u>Táblára irja a tanár</u>: Tk/94/1/d

$11x-8+5x-8x+1o = o$

$8x+2 = o$

$8x = -2$

$\underline{x = -\frac{1}{4}}$

<u>Cél</u>: az x meghatározása, vonjunk össze! Az x meghatározása céljából a+2-t kell rendezni, mindkét oldalból elveszünk 2-t. Igy a bal oldalon 8x marad. Most az x együtthatóját a 8-at rendezzük ...

A megoldás lépéseit a tanulók diktálják ... 3 p.

Önáálló:

Tk/94/1/c $-z+2z-5,1z+z = 62$ Visszacsatolás, esetleg elemzés

$-3,1z = 62$

$\underline{z = -2o}$

5 p

F. önálló:

Tk/94/3/a

$4/x-1/ = 24$

$4x-4 = 24$

$4x = 28$

$\underline{x = 7}$

Az első lépést esetleg megbeszélni!

Közös:

Tk/82/7

$$\frac{2x-lo}{3} + 5o = loo$$

$$\frac{2x-lo}{3} = 5o$$

$$2x-lo = 15o$$

$$2x = 16o$$

$$\underline{x = 8o}$$

A tanulók bekapcsolásával!

Cél: az x meghatározása, kifejezése, ezért arra törekszünk, hogy valamelyik oldalon csak az ismeretlen, mig a másik oldalon az ismertek szerepeljenek. Tehát minden mást rendezzünk el mellőle. Sorrend: 5o, majd a 3, azután a -lo és végül az együttható a 2. A rendezést mindig ellentett müvelettel végezzük ...

5 p.

Önálló ismeretszerzés:

Tanulmányozzátok át a Tk/83/8 példa megoldását! . . .

6. <u>Legyen mindkét oldalon ismeretlen</u>:

Közös:

Tk/95/a

$$/3z-4/+2 = 2z-1$$ bontsuk fel a zárójelet!

$$3z-4+2 = 2z-1$$ vonjunk össze!

$$3z-2 = 2z-1$$

$$z-2 = -1$$

$$\underline{z = 1}$$

Cél: egyik oldalon legyen csak ismeretlen! Rendezzük megegyezés szerint onnét ahol kevesebb van! Tehát mindkét oldalból vonjunk ki 2z-t. Mit kell ezután rendezni? a -2-t! hogyan? ...

5 p.

Önálló m.

Tk/95/b

$$2/y+4/-1 = y+5$$

$$2y+8-1 = y+5$$

$$2y+7 = y+5$$

$$\underline{y = -2}$$

Visszacsatolás, egyéni hibaelemzés.

3 p.

Közös:

Tk/94/2/d

$-5 = /3x+2/-/5x+1/$	bontsuk fel a zárójelet!
$-5 = 3x+2-5x-1$	vonjunk össze!
$-5 = -2x+1$	más utakra is utaljunk
$-6 = -2x$	
$\underline{x = 3}$	

Kérdések alapján a tanulók végzik!

3 p.

A feladatok megoldásai során 1-2 alkalommal jó az ellenőrzést is elvégezni vagy elvégeztetni! Nem elég tudni a hogyant, végre is kell hajtani!

<u>Rögzitsük</u> a megoldás, rendezés célszerü sorrendjét.

1 p.

Irásvetitőre:
- zárójelek felbontása /ha van/
- összevonás mindkét oldalon
- rendezés: az ismeretlen egyik oldalon legyen ...
- a változó kifejezése

Önálló:

7. <u>Alkalmazó összefoglalás</u>:

Irásvetitőre:

$$4/3x+3/-2/2x-2/ = 3/5x-18/$$
$$12x+12-4x+4 = 15x-54$$
$$8x+16 = 15x-54$$
$$70 = 7x$$
$$\underline{x = 10}$$

Visszacsatolás, elemzés, értékelés. Irásvetitővel kivetit-ve!

4 p.

8. <u>Házi feladat feladása</u>:

mindenkinek: Tk/94/2/c
3/b,c
Tk/95/5/c,d

Szorgalmi: Ml/45/2

Gondoltam egy számot. Kivontam belőle 5-öt, megszoroztam 7-tel, hozzáadtam 2-t. Az eredmény loo. Melyik számot gondoltam?

$$/x-5/7+2 = 100$$
$$7x-35+2 = 100$$
$$7x-33 = 100$$
$$7x = 133$$
$$\underline{x = 19}$$

1 p.

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. Rögzités és az összefoglaló feladat.

9. program

Törtegyütthatós egyenletek megoldása, törtvonal mint zárójel

Önálló:

1. Órakezdő feladat

Tk/94/1/b $\frac{x}{3}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}x=2$

$$\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}=2$$

$$-\frac{5}{12}x=1\frac{1}{2}$$

$$x=\frac{3}{2}:\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{3}{\cancel{2}}\left(-\frac{\overset{6}{\cancel{12}}}{5}\right)=\underline{-\frac{18}{5}}$$

A feladatot megoldják a korábban tanultak alapján. Ellenőrzése a célkitüzésben lesz, mert ezzel vezetjük be a törtegyütthatós egyenletek megoldását.

5 p.

2. Házi feladatok ellenőrzése

mindenkinek: Tk/94/2/c

$$10=4x-1+/2x-1/$$
$$10=4x-1+2x-1$$
$$12=6x$$
$$\underline{x=2}$$

Tk/94/3/b

$$2/3y-2/+4/y+2/=16$$
$$6y-4+4y+8=16$$
$$10y=12$$
$$y=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

Tk/94/3/c

$$0,2/1,5x+2/-2/x-1/=0,7$$
$$0,3x+0,4-2x-2=0,7$$
$$-1,7x-1,6=0,7$$
$$-1,7x=2,3$$
$$\underline{x=-1\frac{6}{17}}$$

Tk/95/5/c

$3/2x-\frac{1}{3}/+1 = 2/x-2/$

$6x-1+1 = 2x-4$

$4x = -4$

$\underline{x = -1}$

Tk/95/5/d

$5/x-2/ = 0$

$5x-10 = 0$

$5x = 10$

$\underline{x = 2}$

Gondoltam egy számot, kivontam belőle 5-öt, megszoroztam 7-tel, hozzáadtam 2-t. Az eredmény loo. Melyik számot gondoltam? $/x-5/7+2 = 100$

$7x-35+2 = 100$

$7x-33 = 100$

$7x = 133$

$\underline{x = 19}$

Szorgalmi: Ml/45/2 $/3x-6/2-/x-3/3 = 2x+9$

$6x-12-3x+9 = 2x+9$

$3x-3 = 2x+9$

$\underline{x = 12}$

A házi feladatokkal keveset foglalkozunk, kivéve ha nagyon indokolt. Elegendő szóban, elsősorban az eredményekre szoritkozni. A szorgalmi feladatot a táblánál be lehet mutatni.

lo p.

3. <u>Célkitüzés</u>: az órakezdő feladatot oldjuk meg más módon Ezekkel a töregyütthatós egyenletekkel foglalkozunk ma.

Közös bemutatás:

$\frac{x}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}x = 2 \quad /12$ Keressük meg a nevezők legkisebb

$4x+6-9x = 24$ közös többszörösét, ez 12. Mivel szabad

$-5x = 18$ az egyenlet mindkét oldalát szorozni egy

$x = -\frac{18}{5}$ o-tól különböző számmal, szorozzuk meg

12-vel. Minden tagot meg kell szorozni.

Tulajdonképpen közös nevezőre hozzuk és a közös nevezővel azonnal beszorozzuk. Pl. $\frac{x}{3} = \frac{4x}{12}$ beszorozva 12-vel, 4x lesz. Ha a nevezőjével szorozzuk a törtet a számlálót kapjuk eredményül. Vagyis: a nevező /régi/ négyszeresére nőtt, igy a számláló is négyszeresére nő, és mivel beszorzunk lesz 4x.

Vagy: a következő tört nevezője 6-szorosára nőtt, a számláló is 6-szorosára nő, lesz tehát 6 /persze ez lehet másként is./

5 p.

Önálló:

Tk/94/4/a $\frac{x}{3}+\frac{2x}{4} = 5 \quad /12$

$4x+6x = 60$ visszacsatolás, elemzés!

$10x = 60$

$\underline{x = 6}$

3 p.

Közös:

Tk/93/3 $\frac{2+x}{3} - \frac{x+3}{5} = 0 \quad /15$

Innét önálló: $5/2+x/-3/x+3/ = 0$

5 p.

A tanultak <u>rögzitése</u> igen lényeges: - közös nevező a legkisebb közös többszörös - ezzel beszorzzuk ill. végigszorozzuk az egyenletet - egy nevező esetén azzal szorozzuk végig az egyenletet - a szorzás a törtek esetében úgy végezzük el, hogy előbb gondolatban közös nevezőre hozunk, tehát bővitjük a törtet, és egyben beszorozzuk, igy csak a számlálót irjuk le! Nagyon gyenge osztályban két lépésben végezzük: 1. közös nevezőre hozás. 2. beszorzás

4. <u>A törtvonal mint zárójel</u>

Közös munka. Felolvassuk a feladatokat az adatokat rögzitjük a táblára.

A Tüzép telepen a szénkészletből eladtak 14 t-t, azután a maradék harmadrészét. Maradt 24 t szén. Mennyi volt a készlet? <u>x tonna</u> eladtak 14 t-t. A maradék x-14 tonna. Ennek eladták harmadrészét:

$\frac{x-14}{3}$ t. Maradt 24 t.	$x-14-\frac{x-14}{3} = 24 \quad /3$
volt x tonna	$3x-42-/x-14/ = 72$
eladtak 14 t	$3x-42-x+14 = 72$
el a maradék harmadr. $\frac{x-14}{3}$ t	$2x-28 = 72$
maradt 24 t	$2x = 100$
Ellenőrzés szöveg alapján!	$\underline{x = 50}$

Hogyan irhatunk fel egyenlőséget. Kétféle út is kézenfekvő. Fogalmazzuk is meg!

Amikor mindkét oldalt szoroztuk 3-mal, az x-14-et zárójelbe tettük, mert a kivonás az egész törtre vonatkozik! A törtvonal itt zárójelet is helyettesit.

5 p.

Felirjuk a táblára:

Önálló:

5. $\frac{3x-21}{8} - \frac{x+8}{2} = 64 \quad /8$

$3x-21-/4x+32/ = 512$

$3x-21-4x-32 = 512$

$-x = 565$

$\underline{x = -565}$

Visszacsatolás, szükség szerint beavatkozás.

5 p.

Csoport m.:

6. <u>Mikrocsoportos megoldás</u> a tutorok segitségével

Tk/94/4/c

$\frac{3z-1}{6} - \frac{z+1}{3} = -\frac{1}{4} \quad /12$

$6z-2-/4z+4/ = -3$

$6z-2-4z-4 = -3$

$2z = 3$

$\underline{z = \frac{3}{2}}$

/d

$\frac{3x-5}{7} - \frac{2x-4}{3} = -2 \quad /21$

$9x-15-/14x-28/ = -42$

$9x-15-14x+28 = -42$

$55 = 5x$

$\underline{x = 11}$

Menet közben segitség adás, a végén visszacsatolás, értékelés!

6 p.

7. <u>Házi feladatok feladása</u>

mindenkinek: Tk/86/17 M1/45/1.
szöveges

szorgalmi: Tk/86/2o M1/45/5.
szöveges

1 p

Az is elképzelhető a törtes egyenleteknél, hogy előbb közös nevezőre hozzuk, majd beszorozzuk a nevezővel. Mindenesetre ezt csak az elején tegyük!

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. A töregyütthatós egyenletek megoldásának rögzitése

lo. program

Azonos átalakitással megoldható egyenletek.

Vegyesen

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladatok ellenőrzése: Ml-ok és füzetek némelyikét nézzük meg. A szöveges feladatokat elemezzük, a többit szükséglet szerint. Tanulni kell belőle! Az eredményeket irjuk előre a táblára. A problémás feladatot a táblánál oldassuk meg.

Mindenkinek:

Tk/86/17

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x = 94 \quad /60$$

$$20x+15x+12x = 94\ 60$$

$$47x = 94\ 60 \quad /:47$$

$$\underline{x = 120} \quad \text{/a szám/}$$

Ml/45/1

$$5x+7x-3x+6 = 10x$$

$$9x+6 = 10x$$

$$\underline{x = 6}$$

Szorgalmi:

Tk/86/20

$$\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}x+5 = x \quad /12$$

$$3x+4x+60 = 12x$$

$$7x+60 = 12x$$

$$60 = 5x$$

$$\underline{x = 12} \text{ éves Ildikó}$$

Ml/45/5

$$\frac{x-10}{5} - \frac{x-6}{12} = \frac{x+10}{10} - \frac{2x-50}{5} \quad /60$$

$$12x-120-5x+30 = 6x+60-24x+600$$

$$7x-90 = -18x+660$$

$$25x = 750$$

$$\underline{x = 30}$$

lo p.

3. Célkitüzés:

Közvetlen: a mai órán már minden fajta egyenlet megoldással megbirkozhatunk. Ezt ma csoportmunkával oldjuk meg az óra nagy részén. A végén pedig megvizsgáljuk, mit és mennyire sajátitottátok el az egyenletek megoldását.

2 p.

4. Csoportmunka: 5-6 fős csoportok, kis csoportok és heterogének. Minden csoport azonos feladatot kap.

a. Tk/94/1/a

$$2x-3x-\frac{1}{2}x = 1 \quad /2$$
$$4x-6x-x = 2$$
$$-3x = 2$$
$$\underline{x = -\frac{2}{3}}$$

94/2/a

$$\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x+2x-1,5x = 12$$
$$\frac{1}{4}x+2x-1,5x = 12$$
$$0,25x+2x-1,5x = 12$$
$$0,75x = 12$$
$$\underline{x = 16}$$

8 p.

b. Tk/94/3/d

$$2,5 = 3/x-1/-2/x+1/$$
$$2,5 = 3x-3-2x-2$$
$$\underline{7,5 = x}$$

Táblára:

$$4/3r-1/+r = 5/2r+1/$$
$$12r-4+r = 10r+5$$
$$3r = 9$$
$$\underline{r = 3}$$

5 p.

c. A kertészetben szenet vásároltak a melegház fütésére. Decemberben eltüzelték a negyedrészét, januárban a harmadrészét, februárban az ötödrészét, s igy 6,5 q maradt. Mennyit vettek eredetileg?

tehát: $y-\frac{y}{4}-\frac{y}{3}-\frac{y}{5} = 6,5$ - ahogy történt, lehet másként is!

$$\underline{y = 30}$$

30 q szenet vettek.

vettek y /q-t/

elhasználták
$$\begin{cases} \text{dec. } \frac{1}{4} \text{ részét } \frac{y}{4} \text{ /q/} \\ \text{jan. } \frac{1}{3} \text{ " } \frac{y}{3} \text{ "} \\ \text{febr. } \frac{1}{5} \text{ " } \frac{y}{5} \text{ "} \\ \text{maradt: } 6{,}5 \text{ q} \end{cases}$$

Milyen mennyiségek között irhatunk fel egyenlőséget? Hogyan? ...

Ellenőrzés: <u>értelemszerüen</u>! az egyenlőség alapján!

5 p.

d. Ml/45/4

$$\frac{2x}{3}+\frac{3x}{8}+\frac{x}{6} = x+5 \quad /24$$
$$16x+9x+4x = 24x+12o$$
$$5x = 12o$$
$$\underline{x = 24}$$

Tk/94/4/b

$$\frac{5+2y}{2}+\frac{3y+1}{5} = 7{,}5 \quad /1o$$
$$25+1oy+6y+2 = 75$$
$$16y = 48$$
$$\underline{y = 3}$$

5 p.

Csoportfoglalkozásra 25 percet szánunk. Minden csoport saját ütemének megfelelően haladhat, tehát kapja a feladatokat. A tanár csoportonként segit és értékel. A csoportok jelezhetik a jól megoldott feladatok számát és igy a végén lehet értékelni a csoportok munkáját.

5. <u>Önálló feladatmegoldás</u>

Ml/45/6
$$\frac{\cancel{2}/x-5/}{\underset{11}{\cancel{22}}} - \frac{4/3-x/}{7} = x-2 \quad /77$$
$$7/x-5/-44/3-x/ = 77x-154$$
$$7x-35-132+44x = 77x-154$$
$$51x-167 = 77x-154$$
$$-167 = 26x-154$$
$$-13 = 26x$$
$$\underline{-\frac{1}{2} = x}$$

Megbeszélést igényelhet!

5 p.

6. Házi feladat feladása

mindenkinek: M1/46 - az egész!

Az órán készitsük elő úgy, hogy 1-2 megoldást együtt vizsgáljunk át!

Szorgalmi: Irj szöveget: $x-2-\frac{x-2}{4}=12$ egyenlethez!

Pl. ...

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. 5. pont önálló feladata

M1/45/6 $\frac{2/x-5/}{22}-\frac{4/3-x/}{7}=x-2$

11. program

Egyenletek megoldása vegyesen. Egyszerü szöveges is. Szöveg irása numerikus egyenletekre

1. Órakezdő feladat: Mindenki irjon szöveget a következő egyenlethez: Szorgalmi: Hf: $x-2-\frac{x-2}{4}=12$; aki Hf-ként megoldotta az irjon rá még egyet. Utána oldjuk is meg!

$$x-2-\frac{x-2}{4}=12 \quad /4$$
$$4x-8-x+2=48$$
$$3x-6=48$$
$$3x=54$$
$$\underline{x=18}$$

Több megoldást elfogadunk ill. meghallgatunk. A numerikus megoldást is gondosan ellenőrizzük.

3 p.

2. Házi feladat ellenőrzése: a szorgalmi az órakezdőben megtörtént. A többit M1/46 /az egész/ a tanulók a kezükbe veszik a szinest és a visszacsatolás szerint javitanak. Minden megoldást más-más tanuló mond el és indokol is. A legjobb megoldásokat v. a meglepő produktomot értékelhetjük. A megoldást mindenki a M1-on jelölje meg előre! A feladatokban a hibás megoldást kell megjelölni!

7 p.

3. Differenciált csoportfoglalkozás

A	B	C
legjobbak	közepesek	gyangébbek

Pontosabban: a pillanatnyi fejlettség szerint: jó - közepes - - elégséges

Ez folyamatos megfigyelés alapján történik

Mindhárom csoport lényegében önálló programot kap. Az A és B csoport főleg önállóan dolgozik, a C csoport sok segitséget kap, de önállóan is dolgozik. A csoportok kialakitását az előző órák önálló munkáinak alapján kell megállapitani. A munka úgy történik, hogy A és B kap önálló feladatot, mig a C-vel közösen megoldunk egyet. Azután a C kap megfelelő önállót, mig az A-t ellenőrizzük, majd a B-t úgyszintén. De lehet, hogy A után vissza kell menni a C-hez ... Ez forog egészen a program végéig. Az A és B csoport több feladatot kaphat /felirva - irásvetitőn stb/, hogyha a tanár nem ér oda időre a munkájuk meg ne szakadjon stb.

Differenciált csoportfoglalkozás

A cs.

a. Tk/95/6/b

$$\frac{y+4}{5} - \frac{3/y-1/}{2} + 11,5 = -o,5 \quad /1o$$

$$2y+8-15y+15+115 = -5$$

$$-13y = -5-138$$

$$y = \frac{-143}{-13}$$

$$y = 11$$

B cs.

Ml/45/3

$$\frac{/2x+3/2-/3x+2/3}{2} = 6-x \quad /2$$

$$4x+6-9x-6 = 12-2x$$

$$-3x = 12$$

$$\underline{x = -4}$$

C cs. közös Tk/94/2/b

$$12y-6,5y-y+o,5y = 2o$$

$$5y = 2o$$

$$\underline{y = 4}$$

4 p.

A cs.

b. Ml/47/1

$4x = 1o+/1o-x/$

$4x = 2o-x$

$5x = 2o$

$\underline{x = 4}$ /hal/

E. is! Szöveg alapján!

B cs.

Ml/47/2

$\frac{x}{3}+\frac{1ox}{27}+24 = x \quad /27$

$9x+1ox+24\cdot 27 = 27x$

$24\cdot 27 = 8x \quad /:8$

$3\cdot 27 = x$

$\underline{x = 81}$

Bólyai 81 éves

E. is!

C cs. diktálni v. felirni!

$4/x-1/ = 3/x+1/$

$4x-4 = 3x+3$

$\underline{x = 7}$

Önálló. Természetesen a végén segiteni főleg a rendezésben

4 p.

A cs.

c. Tk/95/6/d

$\frac{4}{5}x-3/2x-3/+\frac{\cancel{4}^{2}/x-1/}{\cancel{2}} = -5/x-5/$

$o,8x-6x+9+2x-2 = -5x+25$

$-3,2x+7 = -5x+25$

$1,8x = 18$

$\underline{x = 1o}$

B cs.

/a

$\frac{3/x-2/}{4}+\frac{2/x-1/}{3} = 3,5 \quad /12$

$9x-18+8x-8 = 42$

$17x = 42+26$

$17x = 68$

$\underline{x = 4}$

C cs. diktálni: Félig önálló munka

$x-\frac{x}{5} = \frac{x}{2}+6 \quad /1o$

$1ox-2x = 5x+6o$

$3x = 6o$

$\underline{x = 2o}$

4 p.

A - B együtt diktálni ill. felirni

C cs. diktálni: Önálló:

$$\frac{x}{2}+\frac{x+1}{3}+\frac{x+2}{4} = 16 \quad /12$$

$$6x+4x+4+3x+6 = 16\cdot 12$$

$$13x+10 = 16\cdot 12$$

$$13x = 182$$

$$\underline{x = 14}$$

d. Irásvetitővel

$$\frac{x+3}{2} - \frac{2x+1}{3} + \frac{3x-1}{4} - \frac{5x-3}{8} = 1 \quad /24$$

$$12x+36-/16x+8/+18x-6-/15x-9/ = 24$$

$$12x+36-16x-8+18x-6-15x+9 = 24$$

$$-x+31 = 24$$

$$\underline{7 = x}$$

4 p.

e. Irásvetitővel

Szöveges feladat: Hány éves Pista, ha 12 év múlva 5-ször annyi éves lesz, mint 12 évvel ezelőtt volt?

x éves /most/

12 év múlva ezelőtt

x+12 év x-12 év

$$x+12 = /x-12/5$$

$$x+12 = 5x-60$$

$$72 = 4x$$

$$\underline{x = 18}$$

E. is értelemszerüen!

diktálni, felirni:

$$\frac{2x-4}{4} - \frac{x-2}{3} = -2 \quad /12$$

$$6x-12-/4x-8/ = -24$$

$$6x-12-4x+8 = -24$$

$$2x-4 = -24$$

$$2x = -20$$

$$\underline{x = -10}$$

4 p.

Ki lehet alakitani egy pontozási v. egyéb motiváló rendszert és az önálló feladatmegoldásokat jegyezhetik a tanulók. A végén pedig ezt közösen értékelni kell. Az A csoportnál irásvetitő segitségét is igénybe lehet venni a visszacsatolásnál.

4. Az óra értékelése, az egyéni munkák értékelése, a tipus problémák mégegyszeri megbeszélése, bemutatása a táblánál.

5 p.

5. <u>Ellenőrző felmérés</u> a numerikus egyenletek megoldásából. Azonosságok alkalmazása egyenlet megoldásokban. Ellenőrző tesztekből.

lo p.

6. <u>Házi feladat feladása</u>: Mindenki a hibásan megoldott feladatát újból megoldja házi feladatként. Továbbá átnézi az utolsó órák feladatait.

Szorgalmi: Irásvetitőre: Egy ember fizetésének nyolcadrészét állandó kiadásokra, harmadrészét élelmiszerre, negyedrészét egyéb kiadásokra költötte, 7oo Ft-ot pedig megtakaritott. Mennyi volt a fizetése?

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 7oo = x \quad /24$$

$$3x+8x+6x+7oo \cdot 24 = 24x$$

$$7oo \cdot 24 = 7x$$

$$\underline{24oo = x} \quad \text{Ft a fizetés!}$$

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. A-B csoport. d. e. feladatai - letakarásos ...
2. Házi feladat szorgalmi

12. program

Szöveges feladatok megoldása egyenlettel /szöveg irása/.összegre, különbségre, törtrészre vonatkozó feladatok

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat - a házi feladatként adott szorgalmi feladatot irásvetitővel kivetitjük, aki megoldotta próbálja másként felállitani az egyenletet, a többiek pedig oldják meg. Megoldás után ez egyben Hf. ellenőrzés is lesz. Ezen kivül még az egyéb házi feladat dolgában néhány füzetet is nézzünk meg.

8 p.

3. Feladatok /szöveges/ közös megoldása, legalább is az elemzések ...

a. Közös: Tk/95/1 minta példa: oldjuk meg következtetéssel a tankönyv szerint, majd egyenlettel:

- felolvassuk a feladatot
- rögzitjük az adatokat
- jelöléseket vezetünk be
- jelöljük az összefüggést
- megfogalmazzuk a lehetséges egyenlőségét
- leirjuk szinbólumokkal az egyenlóséget ⟶ ez lesz az egyenlet

volt x Ft-ja

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3}\text{r körző } \frac{2}{3}x \text{ /Ft/} \\ \frac{1}{5}\text{r füzet } \frac{1}{5}x \text{ ''} \\ \frac{1}{10}\text{r toll } \frac{1}{10}x \text{ ''} \end{array}\right\} \text{együtt x Ft-ot tesznek ki}$$

maradt 2Ft

Milyen mennyiségek között irhatunk fel egyenlőséget? <u>Fogalmazzuk meg</u>! A körzőre, füzetre, tollra költött pénzösszeg és a maradék együtt kiteszi a pénzét.

Innét önállóan: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + 2 = x \quad /30$

$$20x+6x+3x+60 = 30x$$

$$\underline{60 = x}$$

<u>Tehát 60 Ft-tal ment vásárolni</u>.

E. Fogalmazzuk meg az ellenőrzés módját. Alapja az a gondolatmenet, ahogy az egyenlőséget felirtuk. Tehát kiszámitjuk mennyit költött körzőre, füzetre, tollra és ezek összegéhez hozzáadva a maradékot megkapjuk a vásárláshoz vitt pénz összegét.

körző: $\frac{2}{3} \cdot 60 = 40$ Ft

füzet: $\frac{1}{5} \cdot 60 = 12$ Ft

toll: $\frac{1}{10} \cdot 60 = 6$ Ft

maradt $= \underline{2 \text{ Ft}}$

összesen: $\underline{60 \text{ Ft}}$

<u>Lényeges minden szöveges feladatnál</u>:

- a jelölés bevezetése és megnevezése
- az adatok összefüggést tükröző felirása
- az egyenlőség felirhatóságának <u>megfogalmazása</u>, tehát nem szimbólumokkal.
- az egyenlősége felirása - alternatívákkal
- ellenőrzés értelemszerüen aminek alapja az egyenlőség felirása

8 p.

Irásvetitővel: Önálló:

Csoportfoglalkozás: mikro csoportokban

b. Pista 9 évvel idősebb öccsénél, Péternél. Ketten együtt lo évesek. Hány éves a két testvér? Adjuk először önálló feladatként, hogy aki teheti birkózzék meg vele. Azután segitsünk!

Mit jelöljünk ismeretlennel?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Pl. Péter életkora: } y \text{ év} \\ \text{akkor Pista " : } y+9 \text{ év}\end{array}\right\} \text{lo év}$$

E. Fogalmazzuk meg az ellenőrzés módját. Hogyan kaptunk egyenlőséget? Pista és Péter életkora= = lo év. De ez rátekintésre is látszik.

Hogyan, milyen mennyiségek között irhatunk fel egyenlőséget! Fogalmazzuk meg!

Péter életkora + Pista életkora = lo év

$$y + y + 9 = \text{lo}$$

$$2y = 1$$

$$y = \frac{1}{2} \text{ /év/ Péter}$$

9,5 év Pista

Mindig gonduhk legyen a többféle gondolatmenetet prezentáló egyenlet felállitására, sőt a jelölés más-más lehetőségeire is.

5 p.

Önálló:

c. Gondoltam egy számot. Elvettem belőle 2-t, majd a maradék hatodrészét. Maradt 3,5. Melyik számot gondoltam?

Elemzés:

Kihangsúlyozni azt, hogy az egyenlőséget hogyan lehet felirni: 1. a történésnek megfelelően: a gondolt számból egymás után elveszek és végül marad ... 2. amiket elvettem és a maradék együtt a gondolt számot adja ...

$$2+ \frac{x-2}{6} + 3,5 = x$$

$$x-2- \frac{x-2}{6} = 3,5 \quad /6$$
$$6x-12-/x-2/ = 21$$
$$6x-12-x+2 = 21$$
$$5x-10 = 21$$
$$5x = 31$$
$$x = \frac{31}{5} =$$
$$= \underline{6\frac{1}{5}}$$

5 p.

Önálló m.

d. Irj szöveget a következő egyenlethez, majd oldd is meg!

$$y-12- \frac{2}{3}/y-12/ = 18 \quad /3$$
$$3y-36-2/y-12/ = 54$$
$$3y-36-2y+24 = 54$$
$$\underline{y = 66}$$

Pl: Egy fiú megevett a kosárból 12 szem szilvát, a második megette a maradék $\frac{2}{3}$ részét, igy a harmadiknak 18 szem szilva maradt. Hány szem szilva volt a kosárban?

E. is szöveg alapján!

eddig a csoportmunka!

5 p.

Közös:

e. Tk/101/7. százalékos feladat: Elemzés:

$$1,08x\ 1,1 = 52272$$
$$x = 44000$$

1950-ben x lakás

1960-ban 1,08x "

1970-ben 1,08x 1,1 → 52272

Annak kihangsúlyozására fontos, hogy 8 %-os növekedés az 1,08 szoros és 10 %-os növekedés az 1,1 szeres növekedést jelent. Továbbá fontos az egyenlőség felirása.

5 p.

4. <u>Alkalmazott összefoglalás</u>: Mégegyszer rötzitsük az első feladatnál a szöveges feladatakról irtakat. Ezután egy kis szóbeli számolási programot lehetne összehozni a <u>törtrészre</u>, a <u>maradékokra</u> és a <u>százalékokra</u>, de algebrai kifejezésekkel is. A kiszámitás módján legyen a hangsúly! Pl. Béla életkorának $\frac{2}{5}$ része, meg $\frac{2}{3}$ része 16 év. Hány éves Béla? ha z éves $\frac{2}{5}z + \frac{2}{3}z = 16$, de a $\frac{2}{5}z$ és a $\frac{2}{3}z$ kifejezésen legyen a hangsúly. <u>Vagy</u>: A szalonnámból megettem lo dkg-ot, a maradék hatodrészét megsütöttem, maradt 2 dkg. Mennyi szalonnám volt? Hogy lehet meghatározni? Mennyi a maradék a-lo /dkg/, mennyi a hatodrésze? $\frac{a-lo}{6}$ /dkg/ mennyi szalonnám maradt? $a-lo- \frac{a-lo}{6} = 2$ <u>Vagy</u>: az e feladathoz hasonló ..

5 p.

5. <u>Házi feladat feladása</u>

mihdenkinek: Tk/loo/1	
/3	Gondoltam egy számot, elvettem belőle 79-et, majd a maradék hetedrészét. Maradt 84. Melyik számot gondoltam?

szorgalmi: Tk/lol/9

2 p

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>

1. 3/b szöveges feladat
2. 3/e szöveges feladat
2. 3/d feladat
4. Lényeges tudnivalók a szöveges feladatok megoldásánál.

13. program

Szöveges feladatok: életkorra vonatkozóan, két szám összegéből és különbségéből a számok meghatározása, szöveg irása numerikus egyenletre ...

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése: mindenkinek:

Tk/100/1 $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 9$ $\underline{x = 180}$ a szám

/3 $\frac{x}{3} + \frac{3x}{7} + 10 = x$ $\underline{x = 42}$ /km/

Gondoltam egy számot elvettem belőle 79-et, majd a maradék hetedrészét. Maradt 84. Melyik számot gondoltam?

$y-79-\frac{y-79}{7} = 84$ $\underline{y = 177}$ a szám

Szorgalmi: Tk/101/9 részletesebb tanári elemzés és bemutatás:

1. ing: x db 40 % engedmény 102Ft/db
8 db ... 954Ft
2. ing: 8-x db 28 % " 129,60Ft/db

$102x+129,60/8-x/ = 954$

$x = 3$ /db/ 1. ing

$8-x = 5$ /db/ 2. ing

1 ingből 3 db → $3 \cdot 102 = 306$ Ft → 60 %

2 " 5 " → $5 \cdot 129,60 = 648$ Ft → 72 %

1 ing: $306:0,6 = 3060:6 = 510$ Ft az eredeti ára 1410 Ft lett volna

2. ing: $648:0,72 = 64800:72 = \underline{900}$ az " " 954 Ft volt

1410 Ft lett volna 456 Ft a megtakarítás

8 p.

Közös:

3. Felolvasás, adatok rögzitése:bemutatás:

a. Édesapa 42 éves, háromszor annyi idős, mint Annus és Feri együtt. Annus $5\frac{1}{2}$ éves. Hány éves Feri?

Feri életkora legyen	x év	Hogy irhatunk fel és milyen
Annus "	5,5 év	mennyiségek között egyenlőséget?
együtt	x+5,5 év	A gyerekek életkora együtt az
Apa életkora ennek három-		apa életkorának harmadrészével
szorosa: 42 év		egyenlő. Vagy a gyerekek élet-
		korának háromszorosa egyenlő az
		apa életkorával.
	3/x+5,5/ = 42	Feri 8,5 éves

x = 8,5 E. is! értelemszerüen!

5 p.

Önálló:

Diktálás:

b. Az apa 42 éves, fia 14 éves. Hány év múlva lesz az apa kétszer olyan idős, mint a fia?

x év múlva → Apa 42+x éves, fia 14+x éves ⇒ 42+x = 2/14+x/ → 56 év

x = 14 → 28 év

év múlva

5 p.

Közös m.

4. Felolvasás:

Bemutatás:

Melyik az a két szám, amelynek az összege 304, különbségük pedig 206.

a. x + x + 206 = 304 | egyik szám a másik szám
x = 49 egyik szám
x+206 = 255 a másik szám
E. össz: 304

a különbség értelmezése alapján: a különbség azt mutatja meg, hogy az egyik szám mennyivel nagyobb mint a másik. Lehet másként is okoskodni ...

5 p.

Önálló:

Diktálás:

b. Két negativ szám összege -720, különbségük -40. Melyik a két szám?

1 sz. 2. sz.

x + x-40 = -720

2x = -680

x = -340

x-40 = -340-40 = -380

E. -340-380 = -720

5 p.

Rávezetés: Oldjuk meg a feladatot úgy is, ha az összeget -720-at és a két szám arányát ismerjük: 17:19

17x+19x = -720

36x = -720

x = -20

17/-20/+19/-20/ = -720

-340-380 = -720

1.sz.2.sz.

Az önálló feladatoknál különösen fontos a visszacsatolás és annak függvényében a hathatós beavatkozás, felzárkoztatás! Rögziteni az összeg és különbség ismeretében a számok meghatározásának gondolatmenetét.

Önálló:

5. Felirjuk a táblára:

$$z-2o-\frac{z-2o}{3}=-42$$

$$2o+\frac{z-2o}{3}-42=x$$

$$\underline{x=-43}$$

Irj megfelelő szöveget és akkor ird fel az egyenletet úgy, hogy ezzel a felirással ekvivalens legyen. Megoldással igazold a két felirás helyességét.

Számitani kell a segitség adás igényére. Értelemszerü elemzés kell. Pl. Gondoltam egy számot, elvettem belőle 2o-at, majd elvettem a maradék harmadrészét és igy -42-t kaptam. Ezt a történés sorrendjében irtuk fel. Igy kaptuk az egyenlőséget ... De gondolkodhatunk úgy is, hogy amit először elvettünk, meg amit másodszor, no és a maradék együtt kiteszi a számot ...

5 p.

6. <u>Összefoglalásként</u> adjunk néhány olyan egyszerü szöveges feladatot melyekben összegből, különbségből, szorzatból és arányból kell a számokat meghatározni. Elég ha felállitják az egyenletet indoklással, ha egyszerüen fejben kiszámitható, számitsák is ki.

Diktálás: Önállóan:

Pl. - Két szám összege 738. Arányuk 2:7. Melyek a számok?

$2x+7x = 738$ I. 164

$\underline{x = 82}$ II. $\underline{574}$

738

- Két negativ szám összege -63, hányadosa 5. Melyek a számok?

Mit fejez ki a hányados? $x+5x = -63$ I. -10,5

$\underline{x = -10,5}$ II. $\underline{-52,5}$

összesen: $\underline{-63,0}$

- Melyik az a két szám, amelynek az összege 5, szorzatuk pedig 6?

Jelölni kell a két számot! 1sz. 2sz. $3 \cdot 2 = 6$

lehet: $x/5-x/ = 6$ $x + \frac{6}{x} = 5$ $3+2 = 5$

Jelölése: x ; $5-x$ $x_{12} = <{3 \atop 2}$

8 p

7. Házi feladat feladása: mindenkinek:

Irásvetitőn kivetitjük: Kertünkből eladtunk 300 m^2-nyi területet. A megmaradt résznek a tizedrészén házat épitettünk. Beépitetlenül maradt 810 m^2. Hány m^2 volt a telkünk eredetileg? Ird fel kétféleképpen az egyenlőséget és mindkettő megoldásával igazold az elgondolásod helyességét.

szorgalmi: Ml/47/3

2 p.

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. Hf. feladása: mindenkinek: szövege
2. megoldása a következő órára

14. program

Együttes munkára, százalékra vonatkozó egyenletek

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt órakezdő feladatból.

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése:

mindenkinek: írásvetítőn kivetített szöveges feladat megoldásai $x-300-\frac{x-300}{10}=810$ /10 vagy $300+\frac{x-300}{10}+810=x$

$x = 1200$ /m^2/ E. is! értelemszerüen!

Elegendő a tábla használata a visszacsatolásnál és indoklásnál.

szorgalmi: M1/47/3

A	B	C	D	E	F	G

$$2/12x+6/+12x+6+12x+4+12x+\frac{12x+6}{5}+\frac{12x+4}{7}+x=154 \text{ év}$$

60év + 30év + 28év + 24év + 6év + 4év + 2év = 154 év

Értelemszerü elemzés szükséges! Az ismeretlen kiválasztása ...

8 p.

Közös m.

3. Célkitüzés: Probléma felvetése: Tk/102/12. Ilyen feladatok megoldásával foglalkozunk ...

a. I. cső 4 ó alatt → 1 ó alatt $\frac{1}{4}$ részét → x ó alatt $\frac{x}{4}$ r.

II. cső 5 " " → 1 " " $\frac{1}{5}$ " → x ó " $\frac{x}{5}$ r.

együtt megtöltik az egész tartályt

5 p.

Önálló:

$\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 1$ /2o

$5x+4x = 2o$

$9x = 2o$

$x = 2\frac{2}{9}$ óráig kell nyitva tartani

E. $\frac{2o}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2o}{36} = \frac{5}{9}$

$\frac{2o}{9} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2o}{45} = \frac{4}{9}$ $\Big\} \frac{9}{9}$

b. Tanulmányozzátok át a Tk/99/6 példát!

5 p.

Önálló:

c. Tk/lo2/14

I. gyár 4 hó alatt 1 hó alatt $\frac{1}{4}r \rightarrow y$ hó alatt $\frac{y}{4}$ részét

II. gyár 6 " " 1 " " $\frac{1}{6}r \rightarrow y$ " " $\frac{y}{6}$ "

együtt elvégzik az egész munkát /1/

$\frac{y}{4} + \frac{y}{6} = 1$

$y = 2\frac{2}{5}$ E. is!

Visszacsatolás után elemzés. Rögzíteni kell a részekben gondolkodást. Ugyanez történik az ellenőrzésnél is.

5 p.

Közös m.

4. <u>Százalékos feladatok</u>: rövid emlékeztető a százalékszámításról!

a. Tk/lol/5 22 %-os árleszállítás marad 78 % $\longrightarrow$ 1326 Ft.

Az eredeti ár x Ft. $0,78x = 1326$ E. is! $x = 17oo$

Egyenlőséget kapunk, ha az eredeti ár 78%-át egyenlővé tesszük az 1326 Ft-al.

$$\begin{array}{r} 17oo \text{ Ft} \\ \underline{-1326} \\ 374 \longrightarrow 22\ \% \end{array}$$

Tehát 374 Ft-al lett olcsóbb.

5 p.

Közös:

b. Tk/101/11 1. üzem 2. üzem

az eredeti termelés x /m²/ $12400-x$ /m²/

termelés növekedése: 12% → 112 %-ra 8% → 108 %-ra

1,12 szorosára ↓ 1,08 szorosára ↓

1,12x /m²/ 1,08/12400-x/ m²

ebben az esetben:

+ 798 m²

Igy az egyenlőség: $1,12x-798 = 1,08/12400-x/$

$1,12x-798 = 13392-1,08x$

$2,2x = 14190$

$\underline{x = 6450}$

együtt: I. 7224 → /1,12 6450/

13650 m² II. 6426 → /1,08[/12400-6450/]

798 a különbség → ellenőrzés!

A közös munkában minél több tanulót be kell vonni, a <u>részfeladatokat</u> pedig <u>önálló munkára adni</u>!

10 p.

Önálló:

5. <u>Alkalmazó összefoglalás</u> - versenyfeladatok:

a. <u>Irásvetitővel</u>: Pista ipari tanuló, 7 munkadarabot készit el 12 óra alatt, Müvezetője ugyanezt a 7 munkadarabot 6 óra alatt késziti el. Hány óra alatt készülnek el, ha együtt készitik el a 7 munkadarabot? pl. <u>y</u> óra alatt

Pistá 1 ó alatt a munkadb. $\frac{7}{12}$ r., v ó alatt $\frac{7v}{12}$ db-ot

Müvez.1 " " " " $\frac{7}{6}$ " v " " $\frac{7v}{6}$ " "

együtt elkészitik a 7 munkadarabot

tehát az egyenlőség: $\frac{7v}{12} + \frac{7v}{6} = 7$ /:7

$$\frac{v}{12} + \frac{v}{6} = 1 \quad /12$$

$$v + 2v = 12$$ Ellenőrzés is!

$$3v = 12$$

5 p. $\underline{v = 4}$ óra együtt!

Önálló:

b. Irásvetitővel: Egy asszony két kisebb és egy nagyobb kosár almát vitt a piacra. A legkisebb kosárban lévő almát kg-onként 5 Ft-ért adta. A másik kosárban 1 kg-mal több alma volt, ennek kg-onként 4,5o Ft. volt az ára. A legnagyobb kosárban 3 kg-mal több alma volt, mint a másik kettőben együttvéve. Ennek 4 Ft volt kg-ja. Hány kg volt az egyes kosarakban, ha az asszony összes bevétele 16o,5o Ft volt? Ellenőrzés is! Értelemszerüen!

legkisebb kosárban: x kg → 5x /Ft/
a középső " : x+1 kg → 4,5o/x+1/Ft
legnagyobb " : 2x+4 " → 4/2x+4/ Ft
} 156,5o Ft

Igy: 5x+4,5o/x+1/+4/2x+4/ = 16o,5o

$$\underline{x = 8}$$

Minden tanulónak választania kell egy feladatot a kettő közül. Rövid visszacsatolás, elemzés, értékelés.

6. Házi feladat: mindenkinek: az a feladat amelyiket nem oldott meg. Valamint amit rosszul oldott meg. Ezen kivül: Irásvetitővel: Egy kulturház zenei szakköre 5o hanglemezt vesz 35 és 5o Ft-os árban. Fizetnek érte 22oo Ft-ot. Hány lemezt vettek külön-külön a két fajtából.

Szorgalmi: Tk/lol/4

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. Összefoglalás a. feladat szövege
2. Összefoglalás b. feladat szövege
3. Házi feladat szöveges feladása

15. program

Helyiértékes egyenletek

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése:mindenkinek szóló első hf. az előző óra összefoglaló részében megtalálható. Fólia is van róla. A 2. feladat: Egy kulturház zenei szakköre ...

a 35 Ft-ból x db	35x+5o/5o-x/ = 22oo	E. 35·2o = 7oo Ft
az 5o Ft-ból 5o-x db	35x+25oo-5ox = 22oo	5o·3o = 15oo Ft
Szorgalmi: Tk/1o1/4	3oo = 15x	22oo Ft
$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + 5{,}4 = x$ /12	x = 2o	
x = 21,6 /ha/	5o-x = 3o	
a gyümölcsös		

5 p.

3. Osztályfoglalkoztatás - alaki, helyi és valóságos érték értelmezésére felelevenitő gyakorlat

Közös:

Irjuk fel helyiérték szerinti felbontásban: 1345 = 1·1ooo + + 3·1oo + 4·1o + 5·1 esetleg: $1\cdot 10^3 + 3\cdot 10^2 + 4\cdot 10^1 + 5\cdot 10^0$

alaki érték: a számok alakjától függ

Helyiérték: a számok helyétől függ → helyiérték táblázat felelevenitése valóságos, tényleges értéke a számjegyeknek: az alak és helyiérték szorzata ...

a szám: úgy jön létre: a számjegyek valóságos értékének összege. Pl. 3333 = 3·1ooo + 3·1oo + 3·1o + 3·1 → Ezt tökéletesen begyakorolni! Ezután a betűabsztrakció jöhet. Irjuk fel azt a számot mely z százasból, y tizesbő, w egyesből áll!

z·loo + y·lo + w·l = looz+loy+w

Önálló:

Mennyit ér az x tizesből y százasból z ezresből v egyesből álló szám?   loooz+looy+lox+v

7 p.

Közös:

4. Célkitüzés Problémafelvetéssel: Alkalmazzuk egyenletekben az előbb felelevenitetteket. Pl. Tk/lo2/16. A szövegben javitani kell 15 helyett 27.

a. a csere után a szám csökken. Jelöljük a jegyeket, majd irjuk fel a számokat:

	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x /db/	9-x /db/	lox+/9-x/
új:	9-x "	x "	lo/9-x/+x

a régi szám = az új szám + 27

lox + 9 - x = 9o-lox+x+27

18x = lo8

x = 6

Miután a számjegycserével az új szám csökken 27-tel hogyan kaphatunk egyenlőséget? Az új számhoz hozzáadunk 27-et vagy ...

A tizesek helyén 6, az egyesek helyén 3 áll. A szám 63→ felcserélve: 36 → valóban 27-tel kevesebb.

Igen lényeges a nagyságrend megállapitása a csere után, az elemzés felirása, az egyenlőség megfogalmazása és az értelemszerü ellenőrzés.

6 p.

Félig önálló:

Tk/1o2/17 Egyéni segitséget adunk ahol kell. Ha a jegyeket felcseréljük a szám nagyobb lesz, tehát az eredeti szám első jegye a kisebb.

	tizes	egyes	a szám
eredeti:	x /db/	7-x /db/	1ox+7-x
új:	7-x "	x "	1o/7-x/+x

$$10x+7-x+27 = 70-10x+x$$
$$9x+34 = 70-9x$$
$$18x = 36$$
$$\underline{x = 2}$$
$$\underline{7-x = 5}$$

Ha kell újra bemutatjuk az egész osztálynak az előbb elmondottak szerint. Visszacsatolás, beavatkozás, rögzités!

<u>a szám: 25</u> 52-27 = 25

5 p.

5. <u>Heterogén csoportfoglalkozás</u> 5-6 fős csoportok /kis csoport/ A csoportok azonos feladatokat kapnak.

a. <u>Irásvetitővel</u>: Egy kétjegyü szám egyik jegye 3-szor akkora, mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti kétszeresénél 1o-zel nagyobb lesz. Melyik ez a szám? Az új szám tehát nagyobb! Vagyis az eredetiben a kisebb jegy áll a tizesek helyén!

Igy:	tizes	egyes	a szám
eredeti:	y	3y	1oy+3y
új:	3y	y	1o·3y+y

$$2/10y+3y/+10 = 10\cdot 3y+y$$
$$26y+10 = 31y$$
$$10 = 5y$$
$$\underline{y = 2}$$
$$3y = 6$$ <u>A szám: 26</u> E. $2/26/+10 = 62$

5 p.

b. <u>Irásvetitővel</u>: Egy kétjegyü szám egyik jegye kétszer akkora mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti felénél 6-tal nagyobb lesz. Melyik ez a szám? Az új szám tehát kisebb, vagyis a régi szám tizesek helyén áll a nagyobb jegy!

Igy:	tizes	egyes	a szám	
eredeti:	2x	x	$10\cdot 2x+x = 21x$	$\frac{21x}{2}+6 = 12x$ /2
új:	x	2x	$10x+2x = 12x$	$21x+12 = 24x$
			<u>A szám: 84</u>	$3x = 12$
			E. $84:2+6 = 48$	$\underline{x = 4}$
				$\underline{2x = 8}$

5 p.

c. <u>Irásvetitővel</u>: Egy kétjegyü szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti négyszeresénél 3-mal kisebb lesz. Melyik ez a szám? Az új szám tehát nagyobb ...

Igy:	tizes	egyes	a szám	$/11x+5/4-3 = 11x+50$
eredeti:	x	x+5	$10x+x+5 = 11x+5$	$44x+17 = 11x+50$
új:	x+5	x	$10/x+5/+x=11x+50$	$33x = 33$

A szám: 16 $\quad x = 1$

E. $16 \cdot 4-3 = 61 \quad x+5 = 6$

5 p.

d. Irásvetitővel: A csoportok tagjai egyénileg dolgozzanak!

Egy kétjegyü szám egyik jegye 7-tel nagyobb a másiknál, ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredetinek 4,5 szerese lesz. Melyik ez a szám?

eredeti: $x \quad x+7 \quad 10x+x+7 = 11x+7$

új: $x+7 \quad x \quad 10/x+7/+x = 11x+70$

$4,5/11x+7/ = 11x+70$

$49,5x+31,5 = 11x+70$

$38,5x = 38,5$ A szám: 18

$x = 1$ E. $18 \cdot 4,5 = 81$

5 p. $x+7 = 8$

Visszacsatolás minden feladat után.

6. Házi feladat mindenkinek: a csoportmunka feladatait pótolni! Vagy az esetleges maradék feladatok. Tanulmányozzák át a mintafeladatokat.

Szorgalmi: Tk/102/18

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. A csoportmunka a,b, feladatai szövegéhez, megoldásához ...
2. A csoportmunka c,d feladatai szövegéhez, megoldásához ..

16. program

Helyiértékes egyenletek

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése: a mindenkinek szóló feladat megoldásai az előző óra anyagában megtalálható. Ellenőrzésük a szokott módon történhet.

Szorgalmi feladat: Tk/1o2/18 százas tizes egyes

$x + \frac{x+y}{2} + y = 21 \;/2$

egyenlet: $2x + x+3 + 2y = 42$

1oox+7o+14-x+198 = 1oo/14-x/+7o+x $\qquad 3x + 3y = 42$

99x+282 = 14oo-1oox+7o+x $\qquad \underline{x+y = 14}$ a szám

99x+282 = -99x+147o $\qquad$ 14-x $\quad$ 1oox+7o+14-x

198x = 1198 | régi x $\qquad$ x $\quad$ 1oo/14-x/+7o+x

x = 6 $\qquad$ | új 14-x

A szám: 678 E. is!

8 p.

3. Célkitüzés - közvetlen: további helyiértékes feladatokat oldunk meg, de ma már nem nagy csoportban, hanem kis csoportokban /tutorokkal/

Önálló:

a. Irásvetitővel: Egy kétjegyü szám egyik jegye kétszer akkora, mint a másik jegye. Ha a két jegyet felcseréljük, 18-cal nagyobb számot kapunk. Melyik ez a kétjegyü szám?

A csere folytán a szám nagyobb lesz, tehát az eredeti számban a tizesek helyén áll a kisebb szám.

	tizes	egyes	a szám	
eredeti:	x	2x	lox+2x = 12x	12x+18 = 21x
új:	2x	x	lo 2x+x = 21x	18 = 9x
			A szám: 24	x = 2
			E. 24+18 = 42	2x = 4

5 p.

Önálló:

b. Irásvetitővel: Egy kétjegyü szám jegyeinek összege lo. Ha a számjegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti kétszeresénél 1-gyel kisebb lesz. Melyik ez a szám?

eredeti:	9x + lo	2/9x+lo/-1 = loo-9x	
új:	loo - 9x	x = 3	A szám: 37
		lo-x = 7	E. 37 2-1 = 73

5 p.

Ezeket a feladatokat már készség szinten kell megoldaniuk a tanulók legnagyobb részének.

Félig önálló:

4. A témában új tipus bemutatása: Az egyenlet felállitása közösen, a megoldás kis csoportban.

Irásvetitővel:

a. Egy kétjegyü szám jegyeinek aránya 3:2. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti felénél 14-gyel nagyobb lesz. Melyik ez a szám? A jegyek nagyságrendjét az arányszámok mutatják. Tehát az eredeti számban 3 rész a tizesek helyén, 2 rész az egyesek helyén áll. Jelöljük az egy részt x-el: Igy:

	tizes	egyes	a szám
eredeti:	$3x$	$2x$	$10 \cdot 3x+2x = 32x$
új:	$2x$	$3x$	$10 \cdot 2x+3x = 23x$

Innét önálló m.

$$\frac{32x}{2} + 14 = 23x \quad /2$$
$$32x+28 = 46x$$
$$28 = 14x$$
$$\underline{x = 2}$$

Lényeges annak beláttatása, hogy az új szám kisebb lesz, a jegyek jelölését eszerint vezetjük be!

$3 \cdot 2 = \underline{6}$ $\quad 2 \cdot 2 = \underline{4}$ $\quad$ A szám: 64

E. $\frac{64}{2} + 14 = 46$

7 p.

Félig önálló:

b. Irásvetitővel: Egy kétjegyü szám jegyeinek aránya 4:3. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti 1,5-szeresénél 16-tal kisebb lesz. Melyik ez a szám?

tizes	egyes	a szám
$3x$	$4x$	$10 \cdot 3x+4x = 34x$
$4x$	$3x$	$10 \cdot 4x+3x = 43x$

Lényeges annak kiemelése, hogy a csere után a szám nagyobb lesz, tehát a jelölést úgy kell bevezetni!

Innét önálló:

$$34x \cdot 1{,}5-16 = 43x$$
$$51x-43x = 16$$
$$8x = 16$$
$$x = 2$$

$3 \cdot 2 = \underline{6}$ $\quad 4 \cdot 2 = \underline{8}$ $\quad$ A szám: 68

E. $68 \cdot 1{,}5-16 = 86$

7 p.

Kiemelendő: a szöveg alapján annak megitélése, hogy a szám a jegyek cseréje után kisebb vagy nagyobb lesz e. A jelölés ennek függvényében történik.

Eddig a kis csoportos munka.

Önálló:

5. <u>Alkalmazott összefoglalás</u>: versenyfeladat:

<u>Irásvetitővel</u>: Egy kétjegyü számban a tizesek száma 4-el több, mint az egyesek száma. Ha a két számjegy közé harmadik számjegyként beiktatjuk az egyesek számának 4-szeresét, olyan 3 jegyü számot kapunk, mely az eredeti szám 11-szerese. Mi volt az eredeti szám?

Elemzés:

	százas	tizes	egyes	a szám
eredeti:		x+4	x	1o/x+4/+x = 11x+4o
új:	x+4	4x	x	1oo/x+4/+1o·4x+x = 141x+4oo

egyenlőség: 11/11x+4o/ = 141x+4oo

121x+44o = 141x+4oo

4o = 2ox

<u>x = 2</u>

eredeti:		6	2	<u>62</u>	E.
új:	6	8	2	<u>682</u>	62 11 = 682

A teljes megoldásokat 5-sel is lehet honorálni! Az elemzés lényege a sablonoktól mentes rugalmas gondolkodás elősegitése.

1o p.

6. <u>Házi feladat feladása</u>: <u>Irásvetitővel</u>: mindenkinek: Egy kétjegyü számban a tizesek száma 5-tel több, mint az egyeseké! Ha a számjegyeket felcseréljük, olyan kétjegyü számot kapunk, amely 3-mal több az eredeti kétjegyü szám harmadrészénél. Mi volt az eredeti kétjegyü szám? Valamint az órán meg nem oldott és hibásan megoldott feladatok. A versenyfeladatot is beleértve.

1 p.

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. 3. program a, és b, feladatának szövege
2. 4. program a, és b, feladatának a szövege
3. 5. program versenyfeladatának szövege
4. a házi feladat feladatának szövege

17. program

Mozgással kapcsolatos egyenletek

Önálló:

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése: Füzetcserével, a szomszédok piros ceruzával javitják egymás megoldását. A helyes eredmény felkerül a táblára /72/ vagy irásvetitőre. Majd visszacsatolás, és ennek függvényében egyéni vagy közös elemzés.

	tizes	egyes	a szám
eredeti	x+5	x	11x+50
új	x	x+5	11x+5

$$\frac{11x+50}{3}+3 = 11x+5$$

$$x = 2$$

$$x+5 = 7$$

A szám: 72 E. $\frac{72}{3} + 3 = 27$

5 p.

3. Osztályfoglalkoztatás út, idő, sebesség összefüggése
Mindenki oldja meg az $s = v \cdot t$ egyenletet t-re és v-re is!

Lehet egyszerü szóbeli számolási programot adni az összefüggésekre: ... $v = \frac{s}{t}$; $t = \frac{s}{v} \rightarrow$ értelmezzük is mindhárom összefüggést.

3 p.

4. Célkitüzés: a mai órán ezen összefüggések felhasználására fogunk megoldani szöveges feladatokat, egyenlettel.

Tankönyv használat:

Önálló:

a. Tanulmányozzátok át a Tk/97/3 példát. Rögzitsük az áttanulmányozás után: nem ismertük a sebességet, ezt jelöltük ismeretlennel. A sebesség és az idő szorzata adja az utat. Tehát $\frac{5}{4}x = 16$ ...

5 p.

Önálló: Tankönyv használat:

b. Tanulmányozzátok át a Tk/98/4 példát. Rögzitsük: a hajó és a folyó sebessége összegeződik /x+3/ km/h. A többi az előzőhöz hasonló.

5 p.

Közös:

c. Tk/98/5 példa. A feldolgozás lényege: - az utat kétféleképpen kifejezhetjük, mint a sebesség és idő szorzatát és azok egyénlőek!

lefelé x+3 /h/ → /x+3/$\frac{4}{3}$ /km/
felfelé x-3 " → /x-3/2 "

a két út egyenlő, tehát összekapcsolhatjuk az egyenlőség jelével

Innét a feladat lehet önálló: ... x = 15

Ellenőrzés: alapja az egyenlőség felirása, vagyis a két út egyenlősége

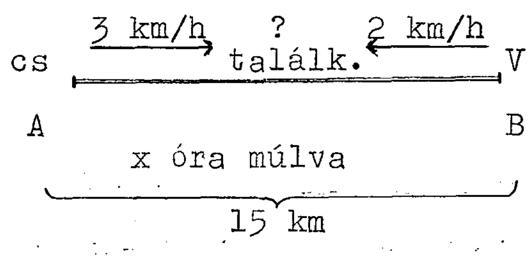
lefelé: /15+3/$\frac{4}{3}$ = 24 km
felfelé: /15-3/2 = 24 km

Fontos: - az egyenlet felirását megeleőző elemzés
- az egyenlőség felirása
- az értelemszerü ellenőrzés.

5 p.

Önálló:

5. Irásvetitő: Rajz alapján szöveg készitése. Oldd is meg.



a feladatot egészitsük ki a két pont távolságával /15 km/

a. a megtett utak 3x /km/ 2x /km/ 3x+2x = 15

mikor találkoznak megteszik az egész utat: 5x = 15

$\underline{x = 3}$ óra

múlva találkoznak

Ellenőrzés: az egyenlőség alapján: Csónak útja + vitorlás útja = az egész út: 3·3 + 2·3 = 15

9 + 6 = 15 valóban egyenlő

Cs. 15:3 = 5 óra alatt ér át

V. 15:2 = 7,5 óra alatt ér át

8 p.

Mutassuk meg a táblánál a feladat megoldását: Irásvetitővel: esetleg a mértékegységet is fel lehet tüntetni. Mutassunk rá a táblázat könnyitő hatására. Ugyanakkor a rajzos vázlat igen jó kiegészités, sőt a gondolkodást jobban segitő.

	v	t	s
Csónak	3	x	3x
Vitorl.	2	x	2x

Félig önálló:

b. Tk/1o2/21.

16 km/h
Imre 8^h ⟶
40 km/h
Béla 8^{30} ⟶ ? éri utol

? km-re vannak a falutól

Irásvetitővel a táblázat

	v	t	s
Imre	16	x+0,5	16/x+0,5/
Béla	40	x	40x

ez addig x+0,5 órát megy ⟶ 16/x+0,5/ km-t tesz meg

x óra múlva ⟶ 40x " " "

Amikor utoléri egyenlő utat tettek meg. Tehát ⟶

Innét önálló: $40x = 16/x+0,5/$

$$40x = 16x+8$$

$$24x = 8$$

$$x = \frac{1}{3}\ /\acute{o}/ = 20 \text{ perc múlva éri utol Béla Imrét.}$$

Ellenőrzés: alapja: a két ember által megtett út egyenlősége

Igen fontos Elemezni!

Imre: $\cancel{16}^{8} \cdot \frac{5}{\cancel{6}_3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ km-re vannak a falutól.

Béla: $\frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ km-re vannak a falutól.

A két út tehát valóban egyenlő!

Önálló:

6. Alkalmazó összefoglalás: - versenyfeladat

Irásvetitőn: Két úszó ussza át a tavat. Az egyik 70 m-t, a másik 60 m-t úszik percenként. A gyorsabb úszó 3 perccel előbb ér célba. Hány perc alatt ússzák át a tavat? Milyen széles a tó?

I. úszó: 18 min. $18 \cdot 70 \cdot /m/ = 1260$ m-t úszik

II. úszó: 18+3 = 21 min   21·6o /m/ = 126o m-t úszik

A teljesen jó megoldókat a kialakitott értékelés szerint kell értékelni.

5 p.

7. <u>Házi feladat feladása</u>: mindenkinek: Tk/1o2/22

szorgalmi: Tk/1o2/23

<u>Irásvetitő transzparens alkalmazása</u>:

1. 5/a és b feladat táblázata, rajza
2. 6. feladat szövege, megoldása

18. program

Mozgással kapcsolatos egyenletek

Önálló:

1. Órakazdő feladat: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése: mindenkinek: Tk/1o2/22

Előre felirva a táblára: Összehasonlitás:

	v	t	s
Gábor	x	1,2	1,2x
Péter	x+8	o,4	o,4/x+8/

1,2x = o,4/x+8/ E. G: 4 1,2 = 4,8 km

1,2x = o,4x+3,2 P: 12 o,4 = 4,8 km

x = 4 A két falu 4,8 km-re van.

3 p.

Szorgalmi: Tk/1o2/23 Visszacsatolás után közös megoldás, mert valószinü sok lesz a probléma a váltásokkal.

4,5 km/h találk.? 16,5 km/h

$$\underbrace{\text{x ó múlva}}_{\text{14 km}}$$

$$4,5x+16,5x = 14$$

$$21x = 14$$

$$x = \frac{14}{21} \text{ /óra/}$$

$$4,5x \text{ /km/} \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{14 km}} 16,5x \text{ /km/}$$

Tehát 4o p múlva találkoznak.

$\frac{21}{21}$ óra 6o p.

$\frac{1}{21}$ " $\frac{60}{21}$ p.

$\frac{14}{21}$ " $\frac{60}{21}$ 14 = 4o p.

I. $\frac{\cancel{45}^{15}}{10}\,\frac{14}{\cancel{21}_{7}} = 3$ km → 3 km-re van a falujától

14 km

II. $\frac{\cancel{165}^{55}}{10}\,\frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{21}_{7}} = \frac{110}{10} = 11$ km → 11 km-re van a falujától

5 p.

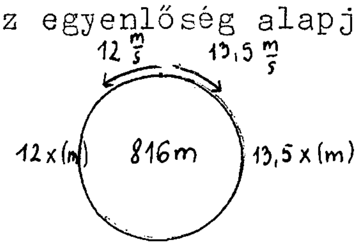
3. Célkitüzés: Mikrocsoportok /tutorokkal/ kialakitása: a mai órán további mozgással kapcsolatos feladatokat oldunk meg. Egyenesvonalú mozgás mellett körmozgásra is oldunk meg feladatokat.

Önálló:

Irásvetitővel:

a. Egy köralakú versenypálya 816 m-es. Egy pontjáról egyszerre indul ellenkező irányba egy 12 m/s ill. 13,5 m/s sebességü kerékpáros. Mikor találkoznak? Készitsenek rajzot.

E. az egyenlőség alapján ...



? találk.

x s múlva

$12x+13,5x = 816$

$25,5x = 816$

$x = 32$ s múlva találk.

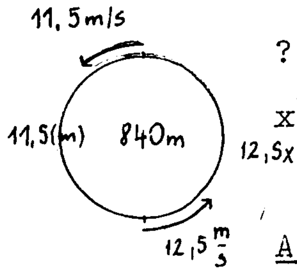
Amikor találkoznak, együtt megteszik az egész utat.

Itt legfeljebb a rajzzal lehet és kell segiteni. Visszacsatolás, beavatkozás, a csoportok értékelése.

Önálló:

Irásvetitővel:

b. Egy köralakú kerékpárosversenypálya hossza 840 m. Két szemben fekvő pontjáról egyszerre indul ugyanabba az irányba két kerékpáros. Az egyik 11,5 m-t, a másik 12,5 m-t tesz meg másodpercenként. Mennyi idő alatt éri utol a gyorsabb a lassubbat?



? éri utol   11,5x+42o = 12,5x

x s alatt   x = 42o → 7 p.

E. is! értelemszerüen!

A lényeg az egyenlőség felirásán ill. indoklásán van. Amelyik utoléri az a pálya felével több utat tesz meg.

Visszacsatolás ...

5 p.

Önálló:

c. Tk/1o3/25   Rajz!   12y+22o = 12,5y

E. 12,5y ⟶ 55oo   y = 44o /s/

12y ⟶ 528o

5 p.   22o

A lényeg az egyenlőségen van! Amelyik lekörözi a másikat az egy körrel több utat tesz meg. /22o m/

A három feladat után rögziteni kell egy kis osztályfoglalkozás keretében a körmozgással kapcsolatos feladatok tanulságait. Ezzel a csoportfoglalkozás lezárult.

5 p.

Önálló:

4. Irásvetitővel: Egy 75o m-es versenypálya két szemben fekvő pontjáról egyszerre indul ugyanabba az irányba két lovas. Az egyik $9\frac{3}{4}$ m-t, a másik 8,5 m-t tesz meg másodpercenként. Mennyi idő alatt körözi le a gyorsabb a lassubbat?

E. is!

$9{,}75x = 8{,}5x + 1125$ Lényeg: a gyorsabb 1,5 körrel

$1{,}25x = 1125$ többet tesz meg!

$\underline{x = 900}$ /s/$\rightarrow$15 perc

Visszacsatolás, korrigálás, értékelés

5 p.

5. Irásvetitővel: A tavon 24 km távolságról halad egymással szemben egy vitorlás és egy gőzhajó. A gőzhajó sebessége óránként 5 km-rel több a vitorlásénál. Négy óra múlva találkoznak. Mekkora a sebességük?

$V \overbrace{\longleftrightarrow}^{24\ km} G$ + 5 km/h

4 h múlva talál.

? a sebességük

x km/h x+5 km/h

$4x$ /km/ $\underbrace{\qquad\qquad}_{24\ km}$ $4/x+5/$ km

$4x+4/x+5/ = 24$ /:4

$2x+5 = 6$

$2x = 1$

$\underline{x = \frac{1}{2}}$

E. $4\,\frac{1}{2} = \underline{2\ km}$ $\underbrace{\qquad\quad}_{24\ km}$ $4 \cdot 5{,}5 = \underline{22\ km}$

Folyóvizben: lefelé: a folyó sebessége hozzáadódik

felfelé: a folyó sebességét le kell vonni. pl. ...

Itt ki kell emelni az állóviz jelleget. Egyuttal a folyóvizben fellépő problémákat is tisztázni kell!

/Közben folyamatos segitséget kell adni a csoportoknak!/

5 p.

Önálló:

6. Alkalmazó összefoglalás: Irásvetitőn:

Irj szöveget a következő ábra alapján. Oldd is meg a feladatokat! Mikor találkoznak?

a. 60 km/h → ← 12 km/h

10^h ———— 8^h

240 km

x^h múlva! $x+2$ /h/

$\underbrace{60x \text{ /km/} \qquad 12/x+2/}_{240 \text{ km}}$

$60x+12/x+2/ = 240$

$60x+12x = 216$

$72x = 216$

$\underline{x = 3 \text{ h}}$ múlva

a 10^h-kor indulóhoz viszonyitva, tehát $\underline{13^h\text{-kor}}$

E. is!

5 p.

7. <u>Házi feladat</u>: mindenkinek. Irj szöveget a táblára felrajzolt vázlat alapján. Oldd is meg a feladatot.

40 km/h → 12 km/h →

18 km

Szorgalmi: Tk/103/24

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. Az óra 3/a,b feladatai
2. Az óra 4. feladata
   5. feladata
3. Összefoglalás feladata

19. program

<u>Arányosságra vonatkozó /fogaskerék stb./ egyenletek</u>

<u>Geometriai tárgyú egyenletek</u>

Önálló:

1. <u>Órakezdő feladat</u>: a mellékelt feladatbankból

2 p.

2. <u>Házi feladat ellenőrzése</u>: <u>mindenkinek</u>: Irj szöveget: több tanuló meghallgatásá. Mikor éri utol? <u>x h múlva</u>

40 km/h 12 km/h

18 km

40x /km/ 12xkm

$$40x = 12x+18$$
$$28x = 18$$
$$x = \frac{18}{28} \quad 0{,}64 \text{ óra}$$

egyidőben indultak

szorgalmi: Tk/103/24

motor 120 km autó

A — B

$8^h \longrightarrow 9^{30}$találk. $\xleftarrow{+15km/h}$ $1/29^h$

seb. x km/h x+15 km/h

idő 1,5 óra 1 óra

út $\underbrace{1{,}5x \text{ /km/} \qquad x+15 \text{ /km/}}_{120 \text{ km}}$

$$1{,}5x+x+15 = 120$$
$$\underline{x = 42}$$

E. 42 1,5 = 63

57 1 = <u>57</u>

120 /km/

Arra kell törekedni, hogy mindkét feladat az egész osztálynak adjon bőséges záró tanulságot.

5 p.

Közös:

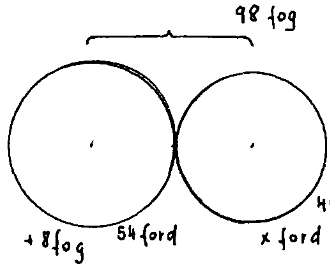
3. <u>Célkitüzés</u>: problémafelvetéssel

a. Tk/lo4/33 Rajz!

1 fordulattal 53 fog

54 " 53·54 fog

<u>Lényeges:</u> A fordulatszám és a fogak száma között forditott arányosság van.



45+8 = 53 fog

98-8 = 9o 9o:2 =45

fog a kisebb

A találkozásnál "leadott" fogak között irhatunk fel egyenlőséget. Vagyis a fogak száma szorozva a fordulatszámmal egyenlők.

$45x = 53 \cdot 54$

$x = \frac{2862}{45} = \underline{63{,}6 \text{ ford.}}$

E. $\left.\begin{array}{l} 45 \cdot 63{,}6 = 2862 \\ 53 \cdot 54 = 2862 \end{array}\right\}$ fogat „adnak le"

4 p.

Félig önálló: Kis csoport

b. Tk/lo4/34

$d_1 = 70$cm ?ford x ford $\Longrightarrow$ $70x = 90 \cdot 1064$

$d_2 = 90$ cm $\longrightarrow$ lo64 ford $\underline{x = 1368 \text{ ford.}}$ a kisebb k.

E. $\longrightarrow$ $95760 = 95760$

<u>Lényeges:</u> A fordulatszám és a kerék sugara ill. átmérője között forditott arányosság van.

3 p.

Önálló: Kis csoport

c. <u>Irásvetitővel:</u> Szijáttételnél a két kerék sugarának aránya 3:8. A nagyobbik percenként 48-at fordul. Mennyit fordul a kisebbik kerék?

$3x = 8 \cdot 48$ E. $3 \cdot 128 = 8 \cdot 48$

$\underline{x = 128}$ /ford/ $384 = 384$

Visszacsatolás, az előbbiek mintájára rögzités! Esetleg javitás.

- Mennyi idő alatt fordul a kisebbik kerék looo-rel többet a nagyobbiknál?

Segitséget egyeseknek:

kisebb	nagyobb	
128 ford/p.	48 ford/p.	looø:8ø = 12,5 p. alatt ford.

$\underbrace{\text{128 ford/p. \quad 48 ford/p.}}$

a különbség 8o ford/p looo-rel többet!

5 p.

Közös bemutatás:

4. Most oldjunk meg geometriai tárgyú egyenleteket: Tk/1o4/35

a. $t = \frac{a \cdot m_a}{2}$ helyettesitsük be: $36o = \frac{18 \cdot m_a}{2}$ oldjuk meg m_a-ra

E. Számitsuk ki a területét!

$72o = 18 \cdot m_a$

$\underline{m_a = 4o}$

Lehet úgy is, hogy az eredeti terület összefüggést megoldjuk m_a-ra, majd a végén helyettesitünk be. ⟶ rögziteni a tanulságot!

3 p.

Önálló; mikro csoport

b. Irásvetitővel: Egy homokkúp sugara 5 m, térfogata 15o m³. Számitsuk ki a homokkúp magasságát!

$$V_k = \frac{r^2 \pi m}{3} \qquad 3V_k = r^2 \pi m \qquad m = \frac{3V_k}{r^2 \pi} \quad \ldots \quad \underline{m \approx 5{,}7m}$$

E. csak szóban!

Visszacsatolás, beavatkozás, rögzités.

2 p.

Önálló:mikro csoport.

c. Irásvetitővel: Egy trapéz területe 264 cm^2, egyik párhuzamos oldala 16 cm, magassága 12 cm. Mekkora a trapéz másik párhuzamos oldala?

$$t_t = \frac{(a+c)m}{2} \longrightarrow \cancel{264}^{44} = \frac{(16+c)\cancel{12}^{6}}{\cancel{2}}$$

$$44 = 16+c$$

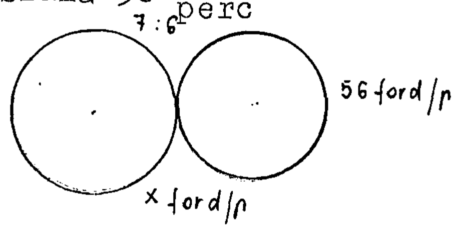
$$\underline{c = 28}$$

E. is!

3 p.

Önálló:

5. Alkalmazó összefoglalás: Irásvetitővel: Két fogaskerék aránya 7:6. Hányat fordul percenként a nagyobbik, ha a kisebbik fordulatszáma 56 $\frac{\text{ford}}{\text{perc}}$



$7x = 6 \cdot 56$

$7x = 336$

$\underline{x = 48}$ ford/p

a nagyobb

Végérvényesen tisztázni a fogak száma, a sugár, az átmérő és a fordulatszám kapcsolatát.

3 p.

Önálló:

b. Oldjuk meg: Táblára irjuk:

$t = ab \longrightarrow$ b-re: $b = \frac{t}{a}$

$t = \frac{a \cdot m_a}{2} \longrightarrow$ a-ra: $a = \frac{2t}{m_a}$

$t = \frac{(a+c)m}{2} \longrightarrow$ m-re: $m = \frac{2t}{a+c}$

$k = 2a+2b \longrightarrow$ b-re $b = \frac{k-2a}{2}$

4 p.

6. Ellenőrző felmérés: a szöveges egyenletekből. Ellenőrző tesztekből.

lo p.

7. Házi feladat feladása:

mindenkinek: Tk/lo4/36

Diktálni: Szijáttételnél a két kerék sugarának aránya 4:9. A kisebbik percenként 72 fordulatot tesz. Mennyit fordul ezalatt a nagyobbik kerék?

Szorgalmi: Tk/lo4/32

1 p.

Irásvetitő transzparens szükséges:

1. 3/c feladat szövege
2. 4/b,c feladat szövege
3. 5/a feladat szövege

2o. program

Témazáró előkészitése - helyiértékes, mozgásos, arányosság stb.

1. Órakezdő feladat: a mellékelt feladatbankból

Önálló:

2 p.

2. Házi feladat ellenőrzése: mindenkinek: Tk/1o4/36

Diktált feladat:	$K = 2a+2b$
$4:9 \longrightarrow$?ford	$K = 2/x+9/+2x$
72 ford $9x = 4\cdot 72$	$47{,}8 = 2/x+9/+2x$
$\underline{x = 32}$	$\underline{x = 7{,}45}$
E. is!	$\underline{x+9 = 16{,}45}$ E. is!

Szorgalmi: Tk/1o4/32 24o kg kávé összesen

22o Ft/kg	18o Ft/kg	$22\cancel{0}x+18\cancel{0}/24o-x/ = 24o\ 19\cancel{0}$
a keverék 19o Ft/kg	$\Rightarrow$	további egyszerüsitgetés és
x kg	24o-x kg	rendezés után: $\underline{x = 6o\ /kg/}$
E. is!		$\underline{24o-x = 18o\ kg}$

A szorgalmi feladatot alaposan elemezve ellenőrizzük, hogy minden tanuló megértse.

8 p.

3. A következő órán megirjátok a témazáró dolgozatot ezért a mai órán előkészülünk erre a nagy feladatra. Feladatokat fogunk megoldani a dolgozat előkészitéseként.

Differenciált csoportfoglalkozás: C csop. kapja a legtöbb segitséget ...

A feladatok azonosak lesznek, de az időráforditás különböző. Amelyik csoport készen van, kapja a következő feladatot.

A cs.	B cs.	C cs.
1. Tk/lol/lo	$x+\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}x = 867$	megpróbálnak önállóan,
	$12x+8x-3x = 867\cdot 12$	majd segitséget kapnak.
	$17x = 867\cdot 12$	Itt az ellenőrzés szó-
	$\underline{x = 612}$	ban történik

A és B önállóan dolgozik $\longrightarrow$ ellenőrzést is végezzék el!

2. Irásvetitővel: Két szám összege -14. Különbsége 6. Melyik ez a két szám?

I. sz. x $\Longrightarrow$ $x+x+6 = -14$ E. $-1o-4 = -14$

II. sz. $x+6$ $\quad 2x+6 = -14$ $\quad -4-/-1o/ = -4+1o = 6$

$$\underline{x = -1o}$$

$$x+6 = -4$$

3. Irásvetitőre:

a. $\frac{3x+o,5}{4} - \frac{4x-5}{5} = \frac{5x-o,5}{4} \rightarrow x = \frac{25}{3,5} = \frac{25o}{35} = \frac{5o}{7} = \underline{7\frac{1}{7}}$

b. $4/3x+3/-/2x-2/2 = 3/5x-18/$

$12x+12-4x+4 = 15x-54$

$8x+16 = 15x-54$

$7o = 7x$

$\underline{x = 1o}$

Itt külön gondot kell forditani a negativ előjelü zárójelre és a beszorzásra.

4. Irásvetitőre: Irj szöveget a következő egyenletre: oldd

is meg! /feltételesen/ A-B cs.

$x-15-\frac{x-15}{5}-3=15+\frac{x-15}{5}$ Pl. Bizonyos mennyiségü cukorból elhasználtak 15 kg-ot, majd a maradék ötödrészét. Még igy is 3 kg-mal több maradt, mint amennyit eddig elhasználtak. Mennyi cukor volt eredetileg? /x=45 kg/

5. <u>Irásvetitőre</u>: Oldd meg grafikusan a következő egyenletet: $\frac{16x-2o}{4}=2/x+1/\longrightarrow 4x-5=2x+2$ A lényeg az egyszerübb

$\underline{x=3,5}$ alakra hozáson van, majd az ábrázoláson ...

Az eredményt irásvetitőn kivetitjük.

6. <u>Irásvetitőre</u>: Ird fel a területet kétféleképpen

a.

2	2y	4
y	y^2	2y
	y	2

$/y+2//y+2/=y^2+2y+2y+4=y^2+4y+4$

b. alakitsd szorzattá: $-z+y=-1/z-y/=-/z-y/$

vagy $=1/-z+y/$

$-27a^2+48a-3a=-3a/9a-16+1/$

vagy $=3a/-9a+16-1/$

7. <u>Irásvetitőre</u>: Egy kétjegyü szám egyik jegye háromszor akkora, mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti felénél 2,5-del kisebb lesz. Melyik ez a szám? A szám csökken a csere folytán, tehát az eredeti számban a tizesek helyén áll a nagyobb abszolut értékü számjegy. Tehát:

tizes	egyes	a szám
$3x$	x	$10\cdot 3x+x = 31x$
x	$3x$	$10x+3x = 13x$

$$\Rightarrow \frac{31x}{2} - 2,5 = 13x \quad /2$$

$$31x-5 = 26x$$

<u>A szám: 31</u> $\qquad$ $\underline{x = 1}$

E. $\frac{31}{2} -2,5 = 15,5-2,5 = 13$ $\qquad$ $\underline{3x = 3}$

8. <u>Irásvetitőre</u>: Csónakázni indulnak lefelé a folyón. A csónakkal állóvizben 8 km-t haladunk óránként. A folyó sebessége 3 km/h. Milyen távolságra evezhetünk, ha 4 óra múlva vissza kell térni a kiindulási helyünkre?

$$\left.\begin{array}{llll} \text{oda: } 8+3 = 11 \text{ km/h} & x \text{ óráig} & 11x/\text{km}/ & \text{tesz meg} \\ \text{vissza: } 8-3 = 5 \text{ km/h} & 4-x \text{ "} & 5/4-x/ \text{ "} & \text{" "} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{az utak}\\ \text{egyenlők}\end{array}$$

Tehát: $11x = 5/4-x/$ $\qquad$ $1,25 \cdot 11 = \underline{13,75 \text{ km-re}}$ távolodhatnak. E. is!

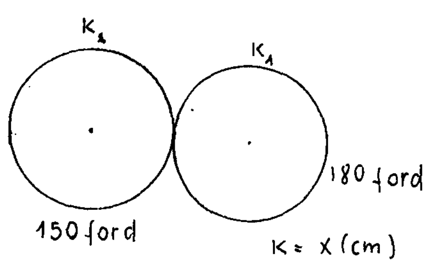
$$11x = 20-5x$$

$$16x = 20$$

$$x = \frac{20}{16} = 1,25 \text{ /h/}$$

A lényeg a folyón lefelé és felfelé történő mozgás sebességének értelmezése.

9. <u>Irásvetitőre</u>: Egy kocsi nagyobb kereke 150-et, a kisebb 180-at fordul ugyanazon a távolságon. Mekkora ez a távolság, ha a nagyobb kerék kerülete 30 cm-rel nagyobb, mint a kisebbé?



Az utat a kerület és a fordulat szorzata adja és ezek egyenlőek.

$$180x = 150/x+30/$$

$$x = 150 \text{ /cm/}$$

$k = x+30$ /cm/

$K_1 = 15o$ cm $= 1,5$ m   Az utak: $1,5 \cdot 18o = \underline{27o\ m}$

$K_2 = 18o$ cm $= 1,8$ m $1,8 \cdot 15o = \underline{27o\ m}$

A feladatok megoldása folyamatosan óra végéig tart. A lehetőségekhez mérten tanulniuk kell a feladatok megodásából. Bizonyos értékelési rendszert ki lehet dolgozni az órára.

4. <u>Házi feladat feladása</u>: Az órán nem megoldott feladat mind házi feladat mindenkinek. Külön gondoskodni kell ezen a napon az otthoni tanulópár rendszer müködéséről és a szülői gondoskodásról. Az órán tapasztaltak alapján a nagyon gyenge néhány tanulónak délután felzárkoztató korrepetálást kell tartani a számukra még elérhető témákból. Minden feladatnak ezen a napon szerepelni kell, minden tanulóra nézve!

<u>Irásvetitő transzparens szükséges</u>:

1. A differenciált foglalkozás összes feladat szövege, majd a megoldása visszacsatolás céljából.

Ha szükséges még egy órát lehet forditani az előkészitésre!

Témazáró mérőlap

Általános iskola

Matematika 8. osztály

/:Ideiglenes:/

"A" változat

Név: ....

Iskola: ....

Osztály: ....

Egyenletek

1./ Számháborút játszottak a gyerekek. A "harcok" alatt az "ellenség" leolvasta a zászlóvédő csapat létszámának felét, foglyul ejtette $\frac{2}{5}$ részét, és végül 12-en győztesen megvédték a zászlót. Hányan védték kezdetben a zászlót?

Ellenőrizd!

....

....

....

....

....

....

....

a	b	c	d	e

2./ Két szám összege –4, különbsége 16. Melyik ez a két szám? Egyenlettel oldd meg! Ellenőrizd!

....

....

....

....

....

a	b	c	d	e

3./ Oldd meg a következő egyenletet!

$$x + \frac{5}{2} = \frac{4x+3}{4} - \frac{2-3x}{8}$$

....

....

....

....

a	b	c

4./ Irj szöveget az alábbi egyenlethez /röviden/:

$$x - 20 - \frac{x - 20}{3} = 120$$

....

....

....

....

....

....

a	b	c	d

5./ Oldd meg grafikusan értéktáblázat nélkül!

$$\frac{/x + 2/^{2}}{4} = -x + 4$$

a	b	c

Teljesitmény: .... % pont

Javitókulcs

Témazáró mérőlap "A" változat

8.o.

Egyenletek

1. a. Vázlat: kezdetben x tanuló

leolvastak $\frac{1}{2}x$ tanulót
foglyul ejt. $\frac{2}{5}x$ "
megvédte 12

együtt x tanuló

b. az egyenlet: $\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x + 12 = x$ /és változatai/

c. közös nevező, beszorzás: $5x + 4x + 12o = 1ox$

d. rendezés, összevonás, megoldás: $9x + 12o = 1ox$

$\underline{x = 12o}$

e. ellenőrzés: $\frac{1}{2}x \longrightarrow$ 6o tanuló

$\frac{2}{5}x \longrightarrow$ 48 tanuló

védett 12 tanuló

összesen: 12o tanuló

2. a. Vázlat: 1 sz. ..... 2 sz.
x x+16

más jelölést is elfogadjuk
/:x+6x-16/=-4:/

b. egyenlet $x + /x + 16/ = -4$

c. megoldása $2x + 16 = -4$

$2x = -2o$

$x = -1o$

d. a keresett számok: 1. sz. = $\underline{-1o}$

2. sz. = $-1o + 16 = \underline{6}$

e. ellenőrzés: $6 + /-1o/ = -4$

$6 - /-1o/ = 6 + 1o = 16$

Javitókulcs

Témazáró mérőlap "A" változat

8.o.

Ha nem egyenlettel oldja meg nem adunk pontot.

3. a. közös nevező, törtvonal mint zárójel

$8x + 2o = 2/4x + 3/ - /2 - 3x/$

b. zárójelfelbontás: $\cancel{8x} + 2o = \cancel{8x} + 6 - 2 + 3x$

c. összevonás, rendezés, eredmény: $16 = 3x$

$\underline{x = 5\frac{1}{3}}$

4. a. annak felismerése, hogy x mennyiségből használtunk fel és maradt 12o

b. először felhasználtunk 2o-at: $x - 2o$

c. másodszor a maradék harmadrészét: $\frac{x - 2o}{3}$

d. szöveg irása

5. a. annak felismerése, hogy a két oldalon 1-1 függvény van: $y_1 = \frac{/x + 2/2}{4}$; $y_2 = -x + 4$

b. átalakitás:

$y_1 = \frac{/x + 2/\cancel{2}}{\cancel{4}} = \frac{/x + 2/1}{2} = \underline{\frac{1}{2}x + 1}$

$y_2 = \underline{-x + 4}$

c. ábrázolás, leolvasás: $\underline{x = 2}$

Ha egy függvényként ábrázolja $y = \frac{3}{2}x - 3 \neq 0$ elfogadjuk.

Témazáró mérőlap

Általános iskola

Matematika 8. osztály

/:Ideiglenes:/

"B" változat

Név: ....

Iskola: ....

Osztály: ....

Egyenletek

1./ Oldd meg az alábbi egyenletet:

$$\frac{8}{12} = -\left(\frac{x}{5} - \frac{3}{2}\right)\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$$

....

....

....

....

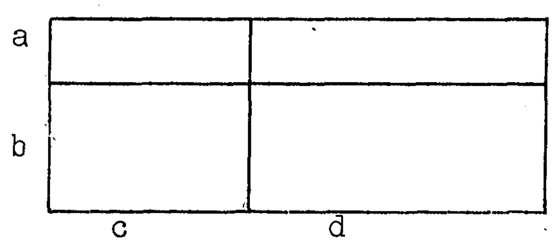
a	b	c

2./ Mekkora a nagy téglalap területe?

Ird fel kétféleképpen!

I. ....

....



T = ?

II. Alakitsd szorzattá a következő összegeket:

$-3x^2 + 6x - 3 =$ ....

$-x - y =$ ....

a	b	c	d

3./ Egy kétjegyü szám egyik jegye háromszor akkora, mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti kétszeresénél 15-tel nagyobb lesz. Melyik ez a szám? ....

....

....

....

....

a	b	c	d

4./ Egy folyami gőzhajó két kikötő közt 4 óra, felfelé 5 óra alatt teszi meg az utat. A folyóviz sebessége 2 km/h.

Hány km-re van egymástól a két kikötő? ....

....

....

....

....

....

....

a	b	c	d	e

5./ Szijáttételnél a két kerék sugarának aránya 8:5. A kisebbik percenként 96 fordulatot tesz. Mennyit fordul ezalatt a nagyobbik kerék? ....

....

....

....

....

....

....

a	b	c

Teljesitmény: .... % pont

Javitókulcs

Témazáró mérőlap "B" változat

8.o.

Egyenletek

1. a. zárójelfelbontás: $\frac{8}{12} = -\frac{x}{10}+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}$ /60 } esetleg két lépésben

   b. közös nev. hozás: $40 = -6x + 45 + 36$

   c. rendezés, összevonás, eredmény:

$$40 = -6x + 81$$
$$-41 = -6x$$
$$x = \frac{41}{6} = 6\frac{5}{6}$$

2. I. a. a terület felirása: $(a + b)\cdot(c + d)$

   b. a terület felirása: $ac + bc + ad + bd$

   II. c. kiemelés: $-3(x^2-2x+1)$ esetleg: $-3(x-1)(x-1)$

   d. kiemelés: $-1(x+y) = -(x+y)$

3. a. Vázlat:

tizes	egyes	a szám
x	3x	10x + 3x
3x	x	10·3x + x

   b. egyenlet: $2(10x + 3x) + 15 = 10\cdot 3x + x$

   c. megoldása: $26x + 15 = 31x$

$$x = 3$$

   d. a keresett szám: 39

Más jelöléssel és elfogadjuk a feladatot $\left(\begin{array}{ll} x ; & \frac{x}{3} \\ \frac{x}{3} ; & x \text{ stb.} \end{array} \right)$

Javitókulcs

Témazáró mérőlap "B" változat

8.o.

4. a. ha a hajó sebessége állóvizben x km/h, akkor lefelé: x+2 km/h; felfelé: x-2 km/h

b. a hajó 4 órai útja: lefelé: 4/x + 2/ km

5 órai útja: felfelé: 5/x - 2/ km

c. egyenlet: a két út hossza egyenlő

4/x + 2/ = 5/x - 2/

d. megoldás: 4x + 8 = 5x - lo

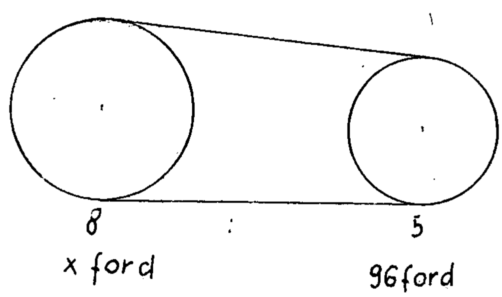
x = 18 /: km/h a sebessége állóvizben:/

e. ellenőrzés, megoldás:

4/x + 2/ 8o km

5/x-2/ 8o km

5. a. Vázlatrajz



b. egyenlet: 96·5 = 8x

c. megoldás: 48o = 8x

x = 6o fordulat a nagyobb keréknél.

Sorszám	T - itemek																					
	Név "A" vált.	1 a	b	c	d	e	2 a	b	c	d	e	3 a	b	c	4 a	b	c	d	5 a	b	c	Ny.pont össz.
1.																						
2.																						
3.																						
4.																						
5.																						
6.																						
7.																						
8.																						
9.																						
10.																						
11.																						
12.																						
13.																						
14.																						
15.																						
16.																						
17.																						
18.																						
19.																						
20.																						

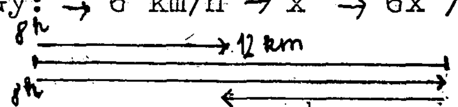
Sorszám	Név "B" vált.	T - itemek																			Ny.pont össz.
		1			2				3				4					5			
		a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	e	a	b	c	
1.																					
2.																					
3.																					
4.																					
5.																					
6.																					
7.																					
8.																					
9.																					
10.																					
11.																					
12.																					
13.																					
14.																					
15.																					
16.																					
17.																					
18.																					
19.																					
20.																					

Gazdagitó program /6o - 7o - 8o % esetén/

Azoknak a tanulók részére, akik a legmagasabb százalékos eredmény közelében teljesitették a témazárot, és tutorként nem müködnek. Ezen tanulók önálló programokat kaphatnak elsősorban a feszitett megtanitási programokból abban az esetben, ha azok a megtanitás során nem kerülhettek teritékre. A jelen program ezt kivánja kiegésziteni. Az itt feltüntetett és megoldott feladatokból válogathat a tanár a tanulóknak egyénileg.

1. TK/1o3/26. Mozgási feladat

Gy: $\rightarrow$ 6 km/h $\rightarrow x^h \rightarrow$ 6x /km/



$\frac{1}{3}^h$ -t pihent $\Rightarrow$ Együtt, mint a rajz is mutatja 24 km-t tesznek meg.

K: 18 km/h $\left(x-\frac{1}{3}\right)^h$ $18\left(x-\frac{1}{3}\right)$ km

Gy: $\frac{5}{4}$ óráig $\frac{5}{\cancel{4}_{2}}\,\cancel{6}^{3} = \frac{15}{2} = \underline{7\frac{1}{2}}$ km-t tett meg

K: $\frac{5}{4} - \frac{1}{3} = \frac{15}{12} - \frac{4}{12} = \frac{11}{12}$ óráig

$\frac{11}{\cancel{12}_{2}}\,\cancel{18}^{3} = \frac{33}{2} = \underline{16\frac{1}{2}}$ km-t tett meg

Egyenlőség:

$$6x + 18\left(x - \frac{1}{3}\right) = 24$$
$$6x + 18x - 6 = 24$$
$$24x = 30$$
$$x = \frac{30}{29} = \frac{5}{4}\ /h/$$
$$\underline{}\ x = 75 \text{ perc}$$

A városból $16\frac{1}{2} - 12 = \underline{\underline{4\frac{1}{2}}}$ km-re találkozik a kerékpáros a gyalogossal.

$x - \frac{1}{3} = \frac{11}{12}^h = 55$ p.

Tehát $\frac{5}{4}$ óra mulva, vagyis amennyi ideig a gyalogos ment, találkozik a kerékpáros a gyalogossal.

2. TK/1o4/37. Két szám arányából és különbségéből a számot!

A két szám aránya 4 : 5 különbség 12,5

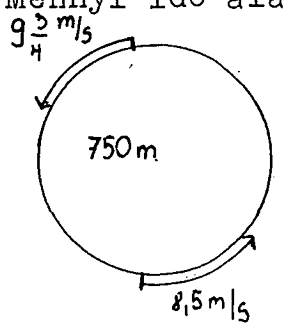
Jelöljük az egy részt x-el. $\Rightarrow$ 4 : 5 $\rightarrow$ 4x : 5x $\Rightarrow$ különbségük

5x - 4x = 12,5 egyik szám: 5·12,5 = 62,5

x = 12,5 másik szám: 4·12,5 = 5o,o

a különbség: 12,5 $\rightarrow$ valóban!

3. Mozgási feladat: Egy 75o m-es versenypálya két szemben fekvő pontjáról egyszerre indul ugyanabba az irányba két lovas. Az egyik $9\frac{3}{4}$ m-t, a másik 8,5 m-t tesz meg másodpercenként. Mennyi idő alatt körzi le a gyorsabb a lasubbat?



Jelöljük azt az időt mig lekörzi y s-nak

Ez alatt I. lovas 9,75y m-t } tesz meg
II. lovas 8,5y m-t

Igy: $8,5y + 1125 = 9,75y$

$1125 = 1,25y$

$\underline{y = 900}$ /s

A gyorsabb útja több egyszer egy fél pályával, egyszer egy körrel.

Összesen: 1125 m-rel

Ellenőrzés: az egyenlőség felirásának a gondolatmenete:

a gyorsabb útja: 9,75·9oo m = 8775 m

a lassubb útja: 8,5·9oo m = <u>765o</u> m

a különbség: 1125 m→valóban!

4. Kerékkel, aránnyal kapcsolatos feladat:

Egy kocsi első kerekének kerülete 36o cm, a hátsóé 42o cm. Mekkora távolságon fordul az első kerék 5o-nel többet, mint a hátsó, és hányat fordul ezen az úton egy-egy kerék?

$k_1 = 2r\pi = 360$ cm

$k_2 = 2r\pi = 420$ cm

Jelöljük az utat x-el! Akkor egyenlőséget a fordulatszámok között irhatunk fel, ha figyelembe vesszük, hogy az első kerék 5o-nel többet forduljon. A fordulatot úgy kapjuk, hogy az utat osztjuk a kerülettel.

Igy: $\frac{x}{360} - 50 = \frac{x}{420}$ $k_1 \rightarrow \frac{12600\cancel{0}}{36\cancel{0}} = \underline{350}$ fordulat

$\frac{x - 360\cdot 50}{360} = \frac{x}{420}$ $k_2 \rightarrow \frac{12600\cancel{0}}{42\cancel{0}} = \underline{300}$ fordulat

$42\cancel{0}(x - 360\cdot 50) = 36\cancel{0}x$

$42x - 42\cdot 360\cdot 50 = 36x$

$6x = \cancel{42}^{7}\ 360\ 50$ <u>A távolság 1260 m</u>

$\underline{x = 126000\ cm}$

5. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$\frac{0{,}007x + 0{,}082}{0{,}01} = 8{,}34 - 0{,}08(0{,}3x - 0{,}06) \longrightarrow \underline{\underline{x = 0{,}2}}$$

$$\frac{3x - \frac{3}{4}}{4x - \frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \longrightarrow \underline{\underline{x = \frac{5}{12}}}$$

6. M1/44/b

eredeti: $x^2 + 6x + 5x + 30$

új: $(x + 5)\cdot(x + 6)$

Megoldható a munkalapban!

7. M1/42/3/a,b,c

a. $t = ab$ b. $t = ab - cd$ c. $t = \begin{cases} ab - dc + xy \\ ab - dc - xy \end{cases}$

8. Számitsd ki, hogy milyen betükifejezést irhatunk az alábbi egyenletekben az x helyére, hogy az egyenlőség igaz legyen!

a. $3(x - a) = (2 - x)$

$$3x - 3a = 2 - x$$
$$4x = 2 + 3a$$
$$\underline{\underline{x = \frac{3a + 2}{4}}}$$

b. $ax + a^2 = x + a$

$$ax - x = a - a^2$$
$$x(a - 1) = a - a^2$$
$$\underline{\underline{x = \frac{a - a^2}{a - 1}}}$$

T/A/1/a-b item

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Megoldási terv készitése és az egyenlet felállitása:

1. Kéttagú összeg egyik tagja 12,75, az összeg 39,25. Mekkora az összeg másik tagja?

Nem ismerjük a másik tagot. Jelöljük ismeretlennel /x/

egyik tag	12,75	összeg 39,25	Hogyan kapunk egyenlőséget?
másik tag	x		Milyen mennyiségek között?

12,75 + x = 39,25 ⟵ A tagokat összeadva az összeget kapjuk.

2. Mindig fogalmazd meg, hogy milyen mennyiségek között és hogyan irhatsz fel egyenlőséget!

2. Pista füzetébe felirt egy számot, azt elosztotta 12-vel és hányadosnak 2-től kapott. Mennyi volt az eredeti szám?

eredeti szám ..... Fogalmazd meg hogyan kapsz egyenlőséget!

osztó ....

hányados ..... egyenlőség: ....

3. Zoli karácsonyra ajándékot vásárol szüleinek. Elköltötte pénzének harmad részét, marad 12o Ft-ja. Mennyi pénze volt eredetileg?

eredetileg volt ..... Ft-ja Fogalmazd meg, hogyan, milyen

elköltött ..... Ft-ot mennyiségek között irhatsz fel

maradt ..... Ft. egyenlőséget! ....

....

Egyenlőség: ....

4. Éva egy számra gondolt, és ahhoz hozzáadott 6-ot, majd az összeg háromszorosát vette. Eredményül 33-at kapott. Melyik számra gondolt?

a gondolt szám	Fogalmazd meg az egyenlőséget!
hozzáad 6-ot lesz	....
szorozza 3-mal lesz	....
eredmény	egyenlőség: ....

5. Melyik az a szám amelyiknek $\frac{1}{3}$ -a, $\frac{1}{4}$ -e, $\frac{1}{5}$ -e összesen 94?

Megoldási terv:	Fogalmazd meg az egyenlőséget!
....	....
....	....
....	egyenlőség: ....
....	

T/A/1/d item

Feladatrenszer az utókompenzáláshoz

Rendezés, összevonás, eredmény

1. Az 1/c feladatainak folytatása

$$18x + 2 = 11 \quad /-2$$
$$18x = 9 \quad /:18$$
$$x = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

Cél: Az ismeretlen meghatározása, kifejezése
Ebből a célból mit kell rendezni?
A 2-t. Hogyan? Mindkét oldalból elveszünk 2-t.
Ezután a 18-al rendezzük. Hogyan?
Mindkét oldalt osztjuk 18-cal.

2. $8x + 9 = 12x \quad /\ldots$

.... /...

....

3. $3x - 4x = 23 \cdot 24$

....

....

Bemutatás:

4. $5x + 4x + 24 = 8x$ — vonjunk össze a bal oldalon!

$9x + 24 = 8x \quad /-8x$ — két oldalon van ismeretlen, egyik oldalról rendezzük. Megállapodás: ahol kevesebb az ismeretlen onnét rendezzük! Jelen esetben a jobb oldalról. Hogyan ? mindkét oldalból vegyünk el 8x-et!

$x + 24 = 0$ — Hogy x értékét megkapjuk a 24-et kell rendeznünk! Hogyan? Mindkét oldalból elveszünk 24-et!

$\underline{x = -24}$

5. lox + 9x + 15 = 15x /...

.... /...

.... /...

.... /...

....

6. 3x - 8 = x

....

....

.....

7. lox + 8x + 48 = 16x

....

....

....

....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Szöveges egyenlet ellenőrzése T/A/1/a-b alapján!

Bemutatás:

1. Kéttagú összeg egyik tagja 12,75 az összeg 39,25. Mekkora az összeg másik tagja? Egyenlőséget kapunk: a tagokat összeadva az összeget kapjuk

$$\left.\begin{array}{l}\text{egyik tag } 12{,}75\\ \text{másik tag } x\end{array}\right\}\text{ összeg } 39{,}25$$

$$12{,}75 + x = 39{,}25$$

$$\underline{x = 26{,}5o}$$

Az ellenőrzés alapja az egyenlőség felirása:

E. tag + tag = összeg ⟶ a két tag összege az összeget adja! első tag: 12,75

2. tag: 26,5o

az összeg: 39,25

2. Pista füzetébe felirt egy számot azt elosztotta 12-vel, és hányadosnak 2-tőt kapott. Mennyi volt az eredeti szám?

$\frac{x}{12} = 2$ Egyenlőséget kaptunk: ....

$x = 24$ ....

Ellenőrzés gondolatmenete: ....

....

E. mit jelöltünk ismeretlennel? ....

osztandó: ...... : ...... = ...

3. Kati karácsonyra ajándékot vásárol szüleinek. Elköltötte pénzének harmadrészét, maradt 12o Ft-ja. Mennyi pénze volt eredetileg?

eredetileg volt ..... Ft-ja ⟶ Egyenlőséget kapunk pl. Az eredeti pénze és az elköltött pénz különbsége egyenlő a maradékkal

elköltött ..... Ft-ot

maradt ..... Ft

Ellenőrzés:

$$x - \frac{x}{3} = 12o \quad / \ 3$$

alapja az egyenlőség

$$3x - x = 36o$$

felirása! $2x = 360$

Fogalmazd meg! .... $\underline{x = 180}$

.... volt: .... Ft-ja vagy:

elköltött: .... Ft-ot

elkölt: ....

marad : ....

marad: .... Ft volt: ....

4. Éva egy számra gondolt, és ahhoz hozzáadott 6-ot, majd az összeg háromszorosát vette. Eredményül 33-at kapott. Melyik számra gondolt?

$3(x + 6) = 33$ Ellenőrzés: ....

$3x + 18 = 33$ ....

$3x = 15$ ....

$\underline{x = 5}$ ....

5. Melyik az a szám amelyiknek $\frac{1}{3}$ -a, $\frac{1}{4}$ -e, $\frac{1}{5}$ -e összesen 94? Hogyan kapsz egyenlőséget? Fogalmazd meg! ....

....

Fogalmazd meg az ellenőrzés gondolatmenetét is! ....

....

....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Egyfajta szöveges feladat elemzése és egyenlet felállitása

1. Adott két szám összege és az egyik szám, melyet jelöljünk x-el. Fejezd ki a másik számot az összeg és az x segitségével.

a két szám összege	egyik szám	másik szám
19	x	$19 - x$
0	x	$0 - x = -x$
-20	x	....
-5	x	....
2	$2 - x$	$2 - (2 - x) = 2 - 2 + x =$
-11	$-11 - x$	....
-3	$-3 - x$	....
-1	$-1 - x$	....

2. Adott két szám különbsége és az egyik szám, melyet jelöljünk x-el. Fejezd ki a másik számot a különbség az x segitségével!

különbség	kisebbitendő egyik szám	kivonandó másik szám
3	x	$x - 3$
-6	x	$x - (-6) = x + 6$
5	x	....
-1	x	....
8	x	....
11	$11 + x$	$(11 + x) - 11 = x$
-20	$-20 + x$	....
-5	$-5 + x$	....
0	x	....

3. Adott két szám összege. Ird fel a két számot!

összeg	egyik szám	másik szám
10	x	10 - x
-5	x	-5 - x
1	x	....
8	8 - x	....
-19	x	....

4. Adott két szám különbsége. Ird fel a két számot!

különbség	kivonandó egyik szám	kissebbitendő másik szám
8	x	x + 8
-10	x	x +(-10) = x - 10
-32	x	....
21	21 + x	....
-9	-9 + x	....
1	1 + x	....
-1	-1 + x	....

5. Adott két szám összege. Ird fel a két számot, majd képezd a két szám különbségét! Ügyelj a zárójel helyes használatára!

összeg	egyik szám	másik szám	különbség
-36	x	-36 - x	x -(-36 - x)
18	...	....	....
-10	...	....	....
5	...	....	....
-1	...	....	....

6. Adott két szám különbsége. Ird fel a két számot majd képezd a két szám összegét! Ügyelj a zárójel helyes használatára!

különbség	kisebbitendő egyik szám	kivonandó másik szám	összeg
-18	x	x + 18	x +(x + 18)
-1o	...	......	....
o	...	......	....
5	...	......	....
13	...	......	....
-1	x - 1	x	x - 1 + x
1	...	......	....
-9	...	......	....
7	...	......	....

7. Két szám összeg -4 különbsége 16. Melyik az a két szám? Egyenlettel oldd meg!

Különbség	egyik szám	másik szám	a két szám összege
...	...	....	....
...	...	....	....

Oldd is meg! ⟶ ....

Ellenőrizd is! ....

....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Egyszerübb egyenlet megoldása:

1. Oldd meg a következő egyenleteket! Az ismeretlen értékének behelyettesitésével ellenőrizd a megoldás helyességét!

$x + (1 + x) = 1$ zárójel felbontás

.... /... E. ....

.... /... ....

......

2. $x + (-10 + x) = 6$ E. ....

.... /... ....

.... /... ....

....

3. $(-x - 13) - (x + 2) = 7$ Zárójel felbontás: negativ előjelü zárójelet úgy bontunk fel, hogy a zárójel elhagyása után a tagok előjelei ellenkezőre változnak.

....

....

....

E. ....

....

....

4. $x - (5 - x) = -3$ E. ....

....

....

5. Húzd alá a hibás lépést az egyenlet megoldásában!

$y - (-10 + 2y) = 20$ Oldd meg helyesen!

$y - 10 + 2y = 20$ ....

$3y - 10 = 20$ ....

$3y = 30$ ....

$\underline{y = 10}$ ......

T/A/2/d-e Tulajdonképpen az egész 2. feladat

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Az egyenlet megoldásának értelmezése, ellenőrzése

1. Adott két szám különbsége lo, és összege 24. Melyik a két szám?

	különbség	egyik szám	másik szám	a két szám összege
I.	lo	x	x + lo	x +(x + lo) = 24
II. vagy	lo	x - lo	x	(x - lo) + x = 24

I. x + x + lo = 24 II. x - lo + x = 24

x= 7 egyik szám x = 17 másik szám

Tehát a jelöléstől függ, hogy melyik számot kapjuk eredményül.

Vegyük az első jelölést:

A keresett számok: 1. szám: 7

2. szám: 7 + lo = 17

Ellenőrzés: összegük: 7+17=24
különbségük: 17-7=lo
A megoldás tehát helyes!

2. Adott két szám különbsége -9, és összege 21. Melyik két szám?

egyik szám	másik szám	a két szám összege
....	....	....
		....

A keresett számok: 1. szám: ....

2. szám: ....

Ellenőrzés: összegük: .... = ...
különbségük: .... = ...
A megoldás tehát helyes!

3. Két szám összege -4, különbsége 16. Melyik ez a két szám?

egyik szám	másik szám	a két szám összege
....	......	....
		....
		....
		....

A keresett számok: 1. szám: ....

2. szám: ....

Ellenőrzés: összegük: .... = ...
különbségük: .... = ... A megoldás tehát helyes!

Lényeges: a különbség azt mutatja meg, hogy egyik szám mennyivel nagyobb v. kisebb a másiknál.

T/A/3/a item

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Közös nevezőre hozás - törtvonal mint zárójel

1. $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{}{12} + \frac{}{12} = \dots = \dots$ Ahányszorosára nőtt a nevező annyiszorosára nő a számláló is. $\longrightarrow$ bővités!

2. $6x + \frac{2}{3} = 11$ /.... Egy nevező esetén az egyenletet végig szorozzuk a nevezővel. Az egyenlet minden tagját megszorozzuk. Ha egy törtet a nevezőjével szorozzuk, a számlálót kapjuk eredményül. Pl. $\frac{3}{\cancel{4}} \cancel{4} = 3$ ...

....

A közös nevezőre hozást és a beszorzást egy lépésben végezzük el! A közös nevezővel megszorozzuk az egyenlet minden tagját, de közben a nevező változásának megfelelően a számlálót is változtatjuk - bővitünk!

3. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} + 1 = x$ /...

....

- A nevezők legkisebb közös többszöröse .... Ezzel végigszorozzuk az egyenlet minden tagját.
- Az első tört nevezője ..... szörösére nőtt, tehát a számlálója is ..... szörösére nő. Lesz: ...$\cdot$2x = = ... Mivel a közös nevezővel beszorzunk, igy eredményül a számlálót, vagyis .... -et irunk le.
- a második tört nevezője .... szorosáta nőtt, tehát a számlálója is .... szorosára nő. - bővités - Lesz: ....$\cdot$3x = ...
- ....$\cdot$1 = ...
- ....$\cdot$x = ...

A megoldás menete eszerint történhet $\longrightarrow$

4. Irjátok fel tört nélkül a következő egyenleteket:

$\frac{3x+2}{2} + x = \frac{9x+6}{4}$ /... lk.k.t.= .....

.... + ... = ...

Bemutatás:

5. $x + \frac{5}{2} = \frac{4x+3}{4} - \frac{2-3x}{8}$ / ... lk.k.t. = ...

$8x + 20 = 2(4x+3)-(2-3x)$ – Minden tagot megszorozzuk!

.... – 8szor x = 8x

.... – az első törtnél a nevező

.... négyszeresére nőtt, igy a

.... számláló is négyszeresére nő.

– a második törtnél a nevező kétszeresére nőtt, tehát a számláló is kétszeresére nő.

– a harmadik tört esetében a nevező nem változott, tehát a számláló sem változik.

Mivel azonban a tört előtt "–" jel van a törtvonal zárójelet pótol, ezért a tört elhagyása /a beszorzás/ után a számlálót zárójelbe kell tenni!

6. Ird fel tört nélkül a következő egyenletet!

$x - 14 - \frac{x-14}{3} = 24$ /....

....

7. Ird fel tört nélkül!

$\frac{4x}{3} + \frac{3x-1}{4} - \frac{x+5}{2} = 2$ /.... lk.k.t. = ...

....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Zárójelfelbontás - beszorzás - negativ előjelü zárójel, összevonás, rendezés, eredmény

1.

$x + 2 = 3(x - 2)$

$x + 2 = 3x - 6 \quad / -x$

$2 = 2x - 6 \quad / +6$

$8 = 2x \quad / :2$

$\underline{4 = x}$

- bontsuk fel a zárójelet! Végezzük el a beszorzást.
Összeget úgy szorzunk, hogy az összeg minden tagját megszorozzuk.
- Rendezzük az egyenletet: az ismeretleneket az egyik oldalra, az ismerteket a másik oldalra. Hogyan? Mindkét oldalból vegyünk el x-et! Megállapodás!: onnét rendezzük az ismeretlent, ahol kevesebb van. Rendezzük -6-ot; adjunk mindkét oldalhoz 6-ot.
Rendezzük a 2-t! Osszuk az egyenlet mindkét oldalát 2-vel.

2. $x - 8 = -2(x + 1)$

.... /...

.... /...

.... / ...

....

Az előjelet vedd figyelembe!

3. $x + 5 = -/x - 11/$

$x + 5 = -x + 11$

.... /...

.... /...

....

- bontsuk fel a zárójelet!
negativ előjelü zárójelet úgy bontunk fel, hogy a zárójel elhagyása után a tagok előjelét ellen kezőre változtatjuk. A zárójelben az x előjele pozitiv!

4. Bontsd fel a zárójelet a következő egyenletekben! Oldjuk is meg!

$12y -/10y - 14/ = 20 - 2y$

....

....

$4/x - 1/ = 3/x + 1/$

....

....

5. Oldd meg a következő egyenletet!

8x + 2o = 2/4x + 3/ -2/2 - 3x/

. . . .

. . . .

. . . .

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Megoldási terv készitése:

1. Készits megoldási tervet a következő szöveges feladatokról! Édesanya 5oo Ft-tal ment italt vásárolni szilveszterre. Összesen 185 Ft-ért vásárolt. Hogy számitod ki, mennyi pénze maradt? Megoldás: az elvitt pénzösszegből kivonjuk az italra költött pénz összegét:........5oo - 185.......... Ft-ja maradt

2. Édesapa karácsony előtt z Ft jutalmat kapott. Ebből ajándékokra elköltött x Ft-ot. Mennyi pénzt tudott Édesanyának karácsonyra adni? .... Ft-ot.

3. Jóska 25o Ft-os szebpénzéből ajándékot vásárolt kishugának 125 Ft-ért, öccsének 121 Ft-ért. Mennyi maradt a pénzébőé? Jelöld ki, hogy számitod ki! ....

és még hogyan?:..................................

Fogalmazd is meg!: ....

....

4. Az osztály három napos kirándulásra megy, összesen 9o km-re. Első nap megtettek 35 km-t, 2. napon 23 km-t. Hány km marad a 3. napra? Jelöld ki egy müveletsorral a kiszámitás módját!

.... km maradt

Fogalmazd is meg a kiszámitás módját!:......................

....

5. Jóska segitett Édesapjának az ablakok festésébe. Külön kapott 2 kg festéket. Ebből első nap elhasznált $\frac{3}{4}$ kg-ot, második nap a maradék felét. Mennyi maradt a 3. napra? Jelöld ki! Majd fogalmazd is meg a kiszámitás módját!

Egyik módon: ....

Másképpen: ....

Megfogalmazás: ....

T/A/4/b

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

A maradék meghatározása, kijelölése

1. Pista 12o Ft-ot gyüjtött össze. Édesanyjának 35 Ft-ért ajándékot vett. Mennyi pénze maradt? Először csak jelöld ki, hogy számitod ki! ....

Fogalmazd meg a kiszámitás módját!

2. Irj a következő kifejezéshez szöveget!

volt: 23o Ft
elment: x Ft
maradt: ....

A szöveg: ....
....
....

3. Augusztus 26-án délben a hőmérő higanyszála 29 °C mutatott. A délutáni zivatar miatt a hőmérséklet éjszakára 11 °C-al csökkent. Hány °C-t mutatott a hőmérő higanyszála? Először csak jelöld ki!..

Fogalmazd is meg! ....

4. A mókus őrs mezei futóversenyt rendezett. A táv hossza 6 km. Jancsi y km után feladta a versenyt. Hány km-re volt a céltól? Jelöld a megfelelő müveletekkel!..............................

Fogalmazd is meg! ....

5. Béla karácsonyi ajándékként loo Ft-os ajándékcsomagot akart összeállitani! Vett b forintért egy könyvet. Mennyi maradt a többi ajándékra? Jelöld ki! ....

Fogalmazd is meg!

6. Irj szöveget a következő kifejezéshez, megoldási tervhez!

$a - b - c =$ .... ⟶ Szöveg: ....
....

$a -/b + c/ =$ .... ⟶ Szöveg: ....
....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

A maradék és annak valahányad részének kijelölése

1. Karcsi őszi hulladékgyüjtéskor 12o Ft-ot kapott. Hugának vett egy tábla mogyorós csokit 21 Ft-ért. A maradék pénzének $\frac{1}{3}$ -án édesanyjának vett bonbont. Mennyibe került a bonbon?
Először csak jelöld ki, hogy számitod ki!.................
.... = ... = ... Ft.
Fogalmazd meg! ....

2. Klári autóstoppal indult haza. Az út hazáig 165 km. 4o km-t szigulival a hátralévő út $\frac{1}{5}$ részét trabanttal tette meg. Menynyit utazott trabanttal?
Először csak jelöld ki! ....
Fogalmazd is meg!

3. Irj szöveget a következő kifejezéshez!
$\frac{148 - y}{6}$ ⟶ Szöveg: ....
....

4. Péter vasárnap délután 7 órától 9-ig TV-t nézett. Ebből x óráig nézett sportmüsort. A fennmaradó idő harmadrészében filmet. Mennyi ideig nézett filmet? Jelöld ki a számitás módját!
....
Fogalmazd is meg! ....
....

5. Egy oldalairól a következőket tudjuk. A leghosszabb oldala lo cm. A másik oldala "a" cm. A harmadik oldalról tudjuk, hogy a két oldal különbségének $\frac{3}{2}$ része. Mekkora a 3. oldal?
Jelöld ki! ....
Fogalmazd is meg a kiszámitás módját? ....
....

6. Irj szöveget a megadott kifejezésre!

$$253 - 121 - \frac{253 - 121}{6} = 110$$

Szöveg: ....

....

....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Szöveg irása kifejezéshez:

1. Irj szöveget a következő kifejezésekhez!

I. $364 - 126 - \frac{364 - 126}{2} = 119$

Szöveg: ....

....

II. $126 + \frac{364 - 126}{2} = 364$

Szöveg: ....

....

2. Irj szöveget!

I. $15o - 45 - \frac{15o-45}{3} = 7o$

Szöveg: ....

....

II. $45 + \frac{15o - 45}{3} + 7o = 15o$

Szöveg: ....

....

3. Irj szöveget!

$39 - x - \frac{39 - x}{4} = \text{a maradék}$

Szöveg: ....

....

4. Irj szöveget az alábbi egyenlethez /röviden/!

$x - 2o - \frac{x - 2o}{3} = 12o$

Szöveg: ....

....

T/A/5/a

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Annak felismerése, hogy az egyenlet két oldalán 1-1 függvény van.

1. Mit kell felismerni az egyenletek grafikus megoldásához?

Azt hogy az egyenlőség két oldalán egy egy függvény van!

2. Ird külön függvény alakjában a következő egyenletek jobb és bal oldalát!

$2x - 3 = -\frac{x}{2} + 2 \longrightarrow$ y = ... y = ...

$\frac{x+1}{2} = 2 \longrightarrow$ y = ... y = ...

$x + 1 = \frac{2x+2}{2} \longrightarrow$ y = ... y = ...

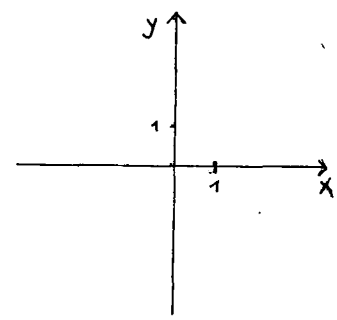
$4x - 2 = -2x + 4 \longrightarrow$ y = ... y = ...

$2x - 1 = \frac{4x-2}{2} \longrightarrow$ y = ... y = ...

$5x - 10 = 0 \longrightarrow$ y = ... y = ...

$\frac{2/x+2/}{4} = -x + 4 \longrightarrow$ y = ... y = ...

3. y = 2 képe milyen egyenes? Rajzold be!



y = o képe mi lesz? ....

4. a. $4x - 2 = -2x + 4$ esetében hány függvényt kell ábrázolnod? ....

Rendezd az egyenletet 0-ra /: egyik oldalon 0 legyen csak!:/

....

Igy hány függvényből áll az egyenlet? ....

b. ....

Hány függvényt kell ábrázolnod? ....

Melyiket? .... Miért? ....

Melyik grafikus megoldás egyszerűbb?

a. .... b. ....

T/A/5/b item

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Függvények ábrázolása egyszerübbé tétele

1. Ird külön függvényként az egyenlet jobb és bal oldalát.

   $x + 1 = \frac{2x + 2}{2} \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

   Ird egyszerübb alakban: összeg osztása: minden tagját elosztjuk ...

   $2x - 1 = \frac{4x - 2}{2} \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots$

2. Ird fel az egyenletet egyszerübben!

   $4x - 2 = -2x + 4$ /: .. Ird fel a függvényeket ezután!

   .... $y = \dots\dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots\dots$

3. Ird a következő függvényeket könnyen ábrázolható alakban!

   $y = -/2x + 4/ \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ Bontsd fel a zárójelet

   $y = 8 - /6 - x/ \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ " " "

   $y = 4/x - 1/ \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ " " "

   $y = \frac{3x - 6}{3} \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ Összeg osztása: tagonként történik

   $y = \frac{25/2x - 1/}{5} \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$

   $y = \frac{/x + 2/ \; 12}{4} - 2 \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

4. Ird az alábbi egyenletet a legegyszerübb két függvényként!

   $\frac{2 \, /x + 2/}{4} = -x + 4 \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots$

   $y = \dots\dots\dots\dots$

T/A/5/c

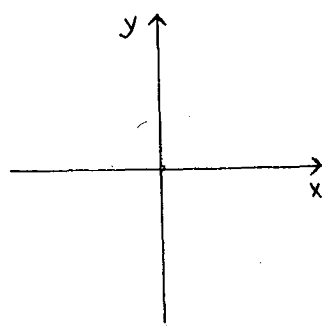
Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Egyenletek grafikus ábrázolása, a gyök leolvasása:

1. Oldd meg grafikusan a következő egyenletet:

$2x - 1 = -x + 2 \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots\dots$

Ábrázolás:



Pl. $y = 2x - 1$ esetében:

a. hol metszi az y tengelyt? ....

b. emelkedő v. süllyedő a függv.? ....

c. mekkora a meredeksége? ....

d. hogyan határozzuk meg az ábrázolásnál a meredekséget? Jelen esetben: minden x-re két y jut. Egyet lépünk jobbra a konstans pontjából, és kettőt felfelé /y/ mert emelkedő a függvény.

Az x mely értékénél egyenlő a két függvény képe? ....
Ezt úgy olvassuk le, hogy ahol a grafikonok metszik egymást, a metszésponttól merőlegest állitunk az x tengelyre, és ahol ez metszi az x tengelyt az az x érték az egyenlet megoldása, vagy gyöke. Röviden: a metszéspont abszcisszája. Jelen esetben:
x = ...

2. A lineáris egyenletnek hány megoldása lehetséges?

....

3. Oldd meg grafikusan a következő egyenletet!

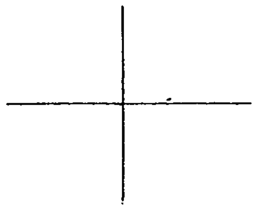
$x + 1 = \frac{2x + 2}{2} \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Hány megoldása van az egyenletnek? ....

A függvényjek képei milyen helyzetüek? ....

4. Oldd meg grafikusan a következő egyenletet! Az egységet nagyobbra vedd!

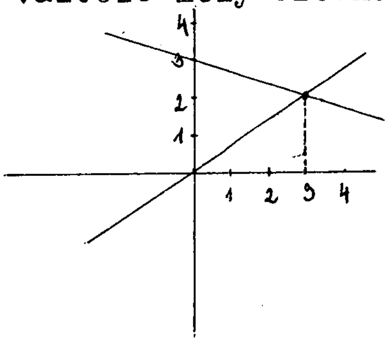
$2x - 3 = -4x - 1 \rightarrow y = \dots\dots\dots\dots \quad y = \dots\dots\dots\dots$



Az x mely értékénél egyenlő a két függvény?

....

5. A grafikonról olvasd le, hogy a két függvény értéke a változó mely értéke mellett egyenlő!



x = ...

Ird le hogyan olvasod le! ....

....

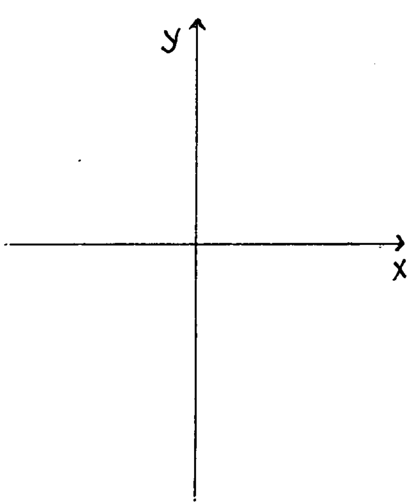
....

....

6. Oldd meg grafikusan a következő egyenletet!

$\frac{2/x+2/}{4} = -x + 4 \qquad y = \dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots\dots$



Mi lesz az egyenlet megoldása?

....

Hogyan olvastad le? ....

....

....

....

T/B/1/a

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Zárójelfelbontás:

1. Bontsuk fel a zárójelet a következő egyenletekben!

x + 2 = 3/x - 2/	Végezzük el a beszorzást! Összeget úgy
....	szorzunk, hogy az összeg minden tagját
	megszorozzuk.
x - 8 = -2/x + 1/	Az előjelet vedd figyelembe!
....	
x + 5 = -/x - 11/	Negativ előjelü zárójelet úgy bontunk fel,
....	hogy a zárójel elhagyása után a tagok elő-
	jelét ellenkezőre változtatjuk. A zárójel-
	ben az x előjele pozitiv!

2. Bontsd fel a zárójelet a következő egyenletekben!

12y -/1oy - 14/ = 2o - 2y   4/x - 1/ = 3/x + 1/

....

8x + 2o = 2/4x + 3/ -2/2 - 3x/

....

3. Bontsd fel a zárójelet!

-1o = -/x - o,5/2 + 3	Itt egy lépéssel két dolgot kell meg-
....	oldani: A negativ előjelü zárójel fel-
	bontásakor a tagok előjelei ellenkező-
	re változnak, ugyanakkor be kell szo-
	rozni minden tagot kettővel!

4. Bontsd fel a zárójelet két lépésben!

$\frac{3}{4} = -\left(\frac{y}{5} - \frac{1}{2}\right)\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$	Először a beszorzást végezd el $\frac{2}{3}$ -dal,
....	majd bontsd fel a negativ előjelü záró-
....	jelet!

5. Bontsd fel a zárójelet egy lépésben!

$$\frac{8}{12} = -\left(\frac{x}{5} - \frac{3}{2}\right)\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$$

....

T/B/1/b item

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Közös nevezőre hozás – beszorzás

1. $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{}{12} + \frac{}{12} = \ldots = \ldots$ Ahányszorosára nőtt a nevező annyiszorosára nő a számláló is. – bővités!

2. $6x + \frac{2}{3} = 11$ /·... Egy nevező esetén az egyenletet végigszorozzuk a nevezővel. Az egyenlet minden tagját megszorozzuk. Ha egy törtet nevezőjével szorozzuk, a számlálót kapjuk eredményül Pl. $\frac{3}{\cancel{4}} \cancel{4} = 3$ ...

   ....

A közös nevezőre hozást és a beszorzást egy lépésben végezzük el. A közös nevezővel megszorozzuk az egyenlet minden tagját, de közben a nevező változásának megfelelően a számlálót is változtatjuk. – bővitünk!

3. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} + 1 = x$ /·... Teendők: – a nevezők lgkisebb közös többszöröse ....

   ....

   Ezzel végigszorozzuk az egyenlet minden tagját.

   – Az első tört nevezője ..... szöröségre nőtt, tehát a számlálója is .... szorosára nő. Lesz: ....·2x = ...

A megoldás menete eszerint történhet ⟶ Mivel a közös nevezővel beszorzunk, igy eredményül a számlálót, vagyis ..... -et irunk le.

   – A második tört nevezője .... szorosára nőtt, tehát a számlálója is ..... szorosára nő. – bővités.

   Lesz: ....·3x ....

$- \dots\cdot 1 = \dots$

$- \dots\cdot x = \dots$

4. Irjátok fel tört nélkül a következő egyenletet!

$\frac{3x+2}{2} + x = \frac{9x+6}{4}$ /$\cdot$... lk.k.t. = ...

...... + .. = ...

5. Bontsd fel a zárójelet és hozd közös nevezőre, ill. ird fel tört nélkül!

$\frac{3}{4} = -\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right)\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$ lk.k.t. = ...

zárójel nélkül:

....

tört nélkül:

....

6. Oldd meg a következő egyenletet!

$\frac{8}{12} = -\left(\frac{x}{5} - \frac{3}{2}\right)\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$

.... zárójel felbontás

.... közös nevezővel való beszorzás.
lk.k.t. = ...

.... összevonás

.... rendezés

.... rendezés

.... eredmény

T/B/1/c

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Rendezés, összevonás, eredmény

1. Oldd meg a következő egyenleteket!

a. $x + 2 = 3x - 6 \quad / -x$

$2 = 2x - 6 \quad / +6$

$8 = 2x \quad / :2$

$\underline{4 = x}$

b. $x - 8 = -2x - 2 \quad /+..$

.... /+..

....

.... /:..

....

Cél: az ismeretlen meghatározása. Mindkét oldalon van ismeretlen. Először azt rendezzük egyik oldalra. Megállapodás szerint azt, amelyik a kisebb. Jelen esetben a bal oldalon lévő x-et rendezzük. Hogyan? Mindkét oldalból elveszünk x-et. Ezután a jobb oldalon lévő -6-ot rendezzük. Hogyan? Mindkét oldalhoz hozzá adunk 6-ot. Végül az x együtthatóját a 2-t rendezzük. Mindkét oldalt osztjuk 2-vel.

2. Oldd meg az egyenletet!

12y - lo y - 14 = 2o - 2oy

.... vonjunk össze!

.... az ismeretlen rendezése

.... az ismert rendezése

.... az együttható rendezése

.... az eredmény

3. Zárójelfelbontás után oldd meg az egyenletet!

8x + 2o = 2/4x + 3/ -2/2 - 3x/

.... összevonás

.... /-.. az ismeretlen rendezése

.... /-.. az ismert rendezése

.... /:.. az együttható "

.... az eredmény

4. Oldd meg az egyenletet:

-lo = -/x - o,5/2 + 3

.... /...

.... /...

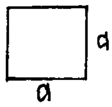
.... /...

....

T/B/2/a-b item

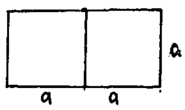
Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Terület felirása - összeg szorzása összeggel

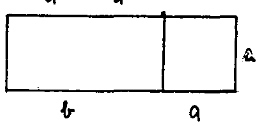
1. 

$t = a\ a = a^2$ 

$t = a\ b$

2. 

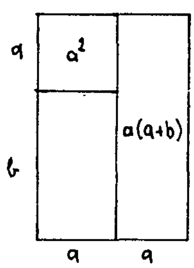
$t = /a + a/a = a\ a + a\ a = a^2 + a^2$

3. 

Ird fel a területét kétféleképpen!

I. t = ...

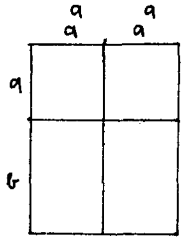
II. t = ,....................

4. 

Ird fel a területét kétféleképpen! 2. esetben irde fel a legegyszerübben!

I. t = ...

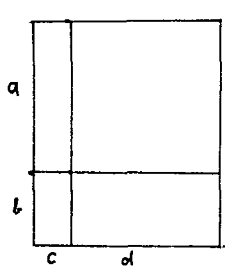
II. t = ... = ... = ...

5. 

Kijelölés után végezd is el a müveleteket!

I. t = ... = ...

II. t = ... = ...

6. 

Ird fel a területet kétféleképpen!

I. t = ...

II. t = ...

7. Rajzold le milyen területet fejez ki a következő kifejezés!

/x + y//u + v/ = xu + yu + xv + yv

....

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Kiemelés: összeg szorzattá alakitása

1. $3\cdot 2 + 3\cdot 5 + 3\cdot 8 = 3/2 + 5 + 8/ = 3\cdot 15 = 45$

Emeljük ki az összeg tagjaiból a közös tényezőt úgy, hogy a közös tényezővel elosztjuk minden tagot. A kiemelt közös tényző lesz a szorzat egyik tényezője, a másik tényező pedig az osztással nyert hányadosok összege. Igy az összeg kiemeléssel szorzattá alakult.

Hasonlóan végezd el a szorzattá alakitást!

$4/-3/ + 2/-3/ + /-3/5 =$ .... = ... = ...

$3\cdot 2 + 6\cdot 4 + 9\cdot 2 =$ felirható: $3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 4 + 3\cdot 3\cdot 2$ alakban, ahol jól látható már a közös tényező: .... Ennek felhasználásával alakitsd szorzattá a fenti összeget!

$3\cdot 2 + 6\cdot 4 + 9\cdot 2 =$ .... = ... = ...

$75 + 125 - 25 =$ .... = ... = ...

2. Emeld ki a közös tényezőt és alakitsd szorzattá!

$2x^2 + 2x + 2 =$ ....

$3x^2 + 12x + 12 =$ .... = ... = ...

$15y^2 - 6y + 9y =$ .... = ...

3. $12z^3 - 6z^2 =$ ....

$48xy + 16y - 8x =$ ....

4. $x + y + z =$ ....

$-x - y - z =$ ....

5. $-3x^2 + 6x - 3 =$ ....

Ellenőrizd a kiemelés helyességét!

.... = ...

a kiemelés az ellenőrzés

A kiemelés menete:
- meghatározzuk a közös tényezőt az együtthatók és számok esetében előjellel együtt
- meghatározzuk a közös tényezőt a betük esetében.
- az együttes közös tényezőt szorzóként leirjuk, majd az összeg minden tagját elosztjuk vele. A zárójelben lévő tényező a kapott hányadosok összege lesz.

T/B/3/a-b-c-d itemek

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Helyiértékes egyenletek megoldása

1. Adott egy kétjegyü szám. Tizeseinek száma 7, egyesek száma pedig x. Cseréljük fel a jegyeket, és a felcserélt szám 9-cel nagyobb mint az eredeti. Melyik az a szám?

	tizes	egyes	a szám
eredeti ⟶	7	x	$10\cdot 7 + x = 70 + x$
új ⟶	x	7	$10x + 7 = 10x + 7$

$10x + 7 - 9 = 70 + x$ – rendezés, összevonás

$9x - 2 = 70$ – rendezés

$9x = 72$ – rendezés

$\underline{x = 8}$

A szám: 78

Ellenőrzés: $87 - 9 = 78$

2. Adott egy kétjegyü szám. Tizeseinek száma 6, egyesek száma 3x. Cseréljük fel a számjegyeket, az igy kapott szám 27-tel nagyobb az eredetinél; Melyik az a szám?

	tizes	egyes	a szám		egyenlőség	
eredeti	...	...	....	⟹	....	összevonás
új	...	....	....		....	rendezés

A szám:...........

Ellenőrzés: .... = ...

3. Egy kétjegyü szám egyik jegy 5-ször akkora mint a másik. Ha a számjegyeket felcseréljük az új szám az eredetinél 36-tal nagyobb. Tehát az .... helyén álló számjegy lesz a nagyobb. Vagyis a .... helyén álló számjegyet jelöljük ismeretlennel.

	t.	e.	sz.	egyenlőség	
eredeti	..	..	.....	.... /...	rendezés
új	..	..	......	.... /...	rendezés

A szám:.............

Ellenőrzés: .... = ...

4. Egy kétjegyü szám egyike 4-gyel kisebb mint a másik. Ha a jegyeket felcseréljük akkot 36-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a szám?

	t.	e.	sz.	egyenlőség	
eredeti:	..	...	.....	....	rendezés
új:	..	...	.....	....	mit kapunk ....

Mit jelent ez? ....

Ird le azokat a számpárokat melyekre érvényes: ....

....

T/B/4/a

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Sebesség állóvizben, folyón lefelé és felfelé

1. 2 km/h sebességü folyóvizen úszik. Mekkora a farönk sebessége a parthoz viszonyitva?

....

2. 2 km/h sebességü folyóvizen a sodrás irányában halad egy gőzhajó, melynek sebessége állóvizben 2o km/h. A parton szemlélő mérései alapján mekkorának számolja a hajó sebességét?

....

Indoklás: ....

3. 2km/h sebességü folyón sodrással szemben megy egy hajó, mekkora a hajó sebessége a parthoz viszonyitva, ha allóvizben 2o km/h a sebessége? ....

Indoklás: ....

4. Ha egy hajó sebessége állóvizben y km/h akkor mekkora a sebessége egy folyón lefelé és felfelé?

lefelé: .... km/h Indoklás: ....

felfelé: .... km/h Indoklás: ....

5. Miből tevődik össze a folyó vizen úszó test sebessége a sodrás irányában és sodrással szemben.

sodrás irányában: ....

....

sodrással szemben: ....

....

T/B/4/b

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

A folyón mozgó test útjának meghatározása

1. 2km/h sebességü folyó vizen úszó farönk mekkora utat tesz meg 1, 2, 5 óra alatt?

   1 óra alatt: .... km-t

   2 " " : .... km-t

   5 " " : .... km-t

2. Egy 2 km/h sebességü folyón gőzhajó megy lefelé, amely állóvizben 2o km-t képes megtenni óránként. Mennyi utat tesz meg a folyón 4h alatt?

A gőzhajó sebessége állóvizben: .... km/h

A folyó sebessége : .... km/h

A gőzhajó sebessége folyón lefelé: .... km/h

   1 óra alatt megtesz : .... km-t

   4 " " " : .... km-t

3. Egy 2 km/h sebességü folyón fölfelé halad egy gőzhajó. Mekkora a megtett útja a folyón 5 h alatt, ha állóvizben ugyanennyi idő alatt loo km-t tenne meg?

5h alatt loo km

1h " ... km

a gőzhajó sebessége állóvizben: .... km/h

a folyó sebessége : .... km/h

a gőzhajó sebessége folyón felfelé: .... km/h

1 óra alatt megtesz: .... km-t

5 " " " : .... km-t

4. Hogyan határozzuk meg a megtett utat a sebesség és a menetidő ismeretében?

megfogalmazva: ....

képlettel: ....

T/B/4/c

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Egyenlőség felirása az egyenlő utak között

1. a. Egy autó Budapestről Szegedre megy "v" $\frac{km}{h}$ sebességgel, az útja "t" h ideig tart. Mennyi a megtett út? ....

b. Visszafelé szintén "v" $\frac{km}{h}$ sebességgel haladt, igy útja most is "t" h ideig tart. Mennyi ebben az esetben a megtett út? .....

c. Irdefel a két út közötti kapcsolatot relációjellel!

/< : > : = / ....

2. a. Az autónak két egymás utáni napon kellett Szegedre menni. Első nap odafelé 8o km/h sebességeel tudott menni, útja t_1 ideig tartott. A második napon odafelé a rossz útviszonyok miatt csak 4o km/h sebességgel tudott haladni. Ird fel t_1 segitségével, mennyi ideig fog tartani az útja most? ....

b. Ird fel a gépkocsi által megtett utat a két esetben!

először: ....

másodszor: ....

c. Ird fel relációjellel a két út közti kapcsolatot!

....

3. A 2, feladatot módositsuk úgy, hogy a második napi odafelé útja feleljen meg az első napi visszafelé útnak. Változik-e a most felirható egyenlet? ....

4. Odafelé v_1 sebességgel t_1 ideig halad. Visszafelé $/v_1 + 2/$ sebességgel t_2 ideig. Irjuk fel a két esetben a megtett utat! Majd az ezek felhasználásával adódó egyenletet!

oda: ....

vissza: ....

Milyen mennyiségek között irhatunk fel egyenlőséget? ....

....

az egyenlet: ....

5. Odafelé v_1 sebesség 2^h-ig. Visszafelé $v_1 + 2$ seb. 2^h-ig. Irjuk fel a két esetben a megtett utat, majd az ezek felhasználásával adódó egyenletet!

oda: .... egyenlet: ....

vissza: ....

6. Odafelé $x + 2$ km/h sebességgel 4^h-ig halad. Visszafelé $x - 2$ km/h sebességgel 5^h-ig halad. Irjuk fel a két esetben megtett utat, majd a felirható egyenlőséget!

oda: .... egyenlet: ....

vissza: ....

T/B/4/d

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Egyenlet rendezése, megoldása

1. Rendezd a következő egyenleteket x-re!

a. x + 8 = o /-8   Cél: az ismeretlen kifejezése. Mindkét oldalból elveszünk 8-at.

   x = -8

b. 4x = 8 /:...

......

c. 4x + 8 = -lo /-....

.... /:....

....

d. 4x + 8 = 5x /...

....

e. 4x + 8 = 5x - lo /.... Előbb az ismeretlent rendezzük megállapodás szerint. Onnét ahol kevesebb van.

.... /....

....

2. Oldd meg a következő egyenletet!

a. x - 8 = -2x - 2 /+...

.... /+...

.... /:...

....

b. 12y - loy - 14 = 2o - 2y - vonjuk össze

.... - az ismeretlen rendezése

.... - az ismert rendezése

.... - az együttható rendezése

.... - az eredmény

3. Zárójelfelbontás után oldd meg az egyenletet!

8x + 2o = 2/4x + 3/ -2/2 - 3x/ - zárójel felbontás

.... - összevonás

.... - az ismeretlen rendezése

.... - az ismert rendezése

.... - az együttható rendezése

.... - eredmény

Összeget úgy szorzunk, hogy minden tagját külön külön megszorozzuk. Az előjelet vedd figyelembe!

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Szöveges mozgásos egyenlet ellenőrzése - utak meghatározása

1. Hogyan számitjuk ki az utat a sebesség és a menetidő ismeretében? Ird le szóban: ....

Képlettel : ....

Mozgásos feladatoknál gyakran irunk fel egyenlőséget az utak között anélkül, hogy a feladat kérdezné. Ilyenkor vagy a sebességet vagy a menetidőt keressük. Az egyenlet megoldásával az ismeretlenre kapott érték megadja a keresett sebességet vagy időt. De a feladatunkat ellenőrizni kell! Szöveges feladatokról lévén szó ez csak értelemszerüen a szöveg alapján körténhet. Kézenfekvő az egyenlőség felirásának gondolatmenete. Eszerint egyenlőséget a két út között irtunk fel. Természetes tehát, hogy meghatározzuk az egyik utat, majd a másikat, és a feladat megoldása akkor helyes, ha a két út egyenlő.

I. út = II. út

$s = v\,t \qquad s = v\,t$

Ilyenkor még a megoldásunk is teljesebb lesz, hisz megkapjuk a sebesség v. az idő mellett azt az utat is ahol a mozgás történik.

2. Egy hajó sebessége állóvizben y km/h. A folyó sebessége melyen egy adott távolságot megtesz 2 km/h. Két kikötő között sodrás irányában 4 óra alatt, ellenkező irányban 5 óra alatt teszi meg az utat. Milyen távol van a két kikötő?

a sebessége állóvizben: ..... km/h

folyón lefelé: ..... km/h $\longrightarrow 4^h$ alatt: .... km-t tesz meg

folyón felfelé: ..... km/h $\longrightarrow 5^h$ " : .... km-t tesz meg

Mekkora utat tett meg a hajó oda és vissza .... km

Hogyan irhatunk fel tehát egyenlőséget: fogalmazd meg: .....

....

Ird fel az egyenlőséget: .... y = 18

Mit fejez ki az y értéke? .... Ezzel tehát a feladat nincs megoldva. Mit kell még meghatározni? az ....

Hogyan lehet ellenőrizni? ....

az út lefelé: .... Az utak ....!

az út felfelé: .... Tehát y értéke megfelelő!

Feladatrendszer az utókompenzáláshoz

Vázlatrajz - terület és sugár összefüggése

I. Szijjáttételnél két kerék sugarának aránya 8:5. A kisebb kerék percenként 96 fordulatot tesz. Mennyit fordul ezalatt a nagyobbik kerék?

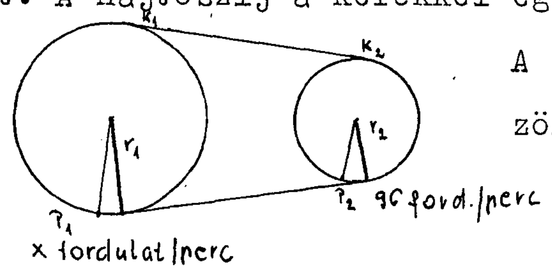
A kör kerülete:

$$r_1 = 8\times cm \Rightarrow k_1 = 2r\pi = 16\pi\times \qquad \frac{r_1}{r_2} = ? \qquad \frac{k_1}{k_2} = ? \longrightarrow$$
$$r_2 = 5\times cm \Rightarrow k_2 = 2r\pi = 10\pi\times$$

$$\rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{8}{5} \quad ; \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{16\pi\times}{10\pi\times} = \frac{8}{5} \Longrightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{k_1}{k_2}$$

Hasonlitsd össze a sugarak és a kerületek arányát! Ird le tapasztalatod:...

Vázlatrajz: Rajzolj két kört és rajzold le, hogyan lehet őket szijjal összekötni? jelölj meg mindkét keréken P_1 és P_2 pontot. A hajtószij a kerékkel együtt csúszás nélkül mozog.



A kiszemelt pontok egyenlő időközök alatt egyenlő iveket futnak be.

1	fordulat	alatt	megtett	út	k_2
2	"	"	"	"	....
3	"	"	"	"	....
:					
96					
:	"	"	"	"	....

Mennyit fordul a kerék percenként? .... ford.

Hogyan számitjuk ki, mennyi utat tesz meg a kerék /P pontja/ 1 perc alatt? ....

Az r_1 sugarú kör is ennyi utat tesz meg. Mekkora a fordulatszáma percenként? ....

1	fordulat	alatt	megtett	út	k_1
2	"	"	"	"	....
3	"	"	"	"	....

⋮

x fordulat alatt megtett út ....

Ird fel a két út egyenlőségét!

....

Az elején kimutattuk a sugarak és a kerületek arányának egyenlőségét. Mit irhatunk akkor a k_1 és k_2 helyébe? ....

Irjuk fel az egyenlőséget a feladatban megadott sugarak arányával. ....

Oldjuk meg az egyenletet:

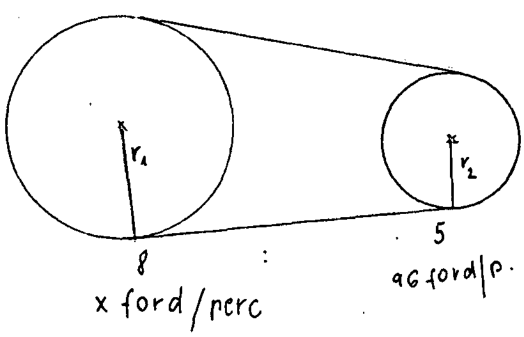
$96 \cdot 5 = 8x$ végezzük el a szorzást!

.... / .... rendezzük!

....

Mit jelöl x értéke? ....

II. Más meggondolással:



Szijjmeghajtásnál a kerék sugarai és fordulatszámai forditottan arányosak. Ahányszor nagyobb a kerék sugara anynyiad része a fordulatszáma, és forditva ....

$x = \overset{12}{\cancel{96}} \cdot \frac{5}{\cancel{8}} = \underline{60}$ fordulat

Az ismert fordulatszámot szorozzuk az arány 8:5 reciprok értékével $\frac{5}{8}$ -dal, és megkapjuk az ismeretlen fordulatszámot.

Egyenlettel: az egyes kerekekhez tartozó arányszámok és a hozzájuk tartozó fordulatszámok szorzatai egyenlőek. Az összetartozó értékek szorzata állandó.

$5 \cdot 96 = 8x$

Utókompenzálási programtervezet

Az utókompenzálásra a kisérlet szintén 2 órát tervez, plusz egy óra korrepetálást az egészen gyenge tanulók részére.

A témazáró teszt megiratását úgy tervezzük, hogy utána a 2. napon legyen csak matematika óra, hogy a tanár a javitással és az utókompenzálás megszervezésével elkészülhessen. De itt sem okoz gondot, ha következő nap van matematika óra. A javitást a tanitó tanárok végzik javitókulcs alapján úgy, hogy minden tudáselemre o vagy 1 pontot irnak aszerint, hogy az adott item megoldása jó vagy rossz. A teszten ezért feladatonként és tesztenként összegzik, és megkapják a nyerspontok számát. Igy lényegében elegendő információhoz jutnak az utókompenzálás megtervezéséhez. Az áttekinthetőség érdekében egy kimutatást kapnak minden tanulóra és itemre, ahová csak a jelzett értékeket /o v. 1/ be kell irniuk. Ennek alapján tervezheti meg az utókompenzálás programját.

A teszt iratás órájának utolsó néhány percében az előkompenzálásnál leirt módon meg kell állapitani - lejegyezni - a leggyengébben és legjobban sikerült dolgozatok tulajdonosait. Az előbbi tanulókból korrepetálásra alakit csoportot, kikkel aznap vagy következő nap délután kompenzáló foglalkozást tart a korrepetálásnál leirtak szerint. Az utóbbi tanulók már most óra végén kevés hibájuk kijavitására a feladatrendszer bankból megfelelő programot kapnak. Továbbá belőlük verbuváljuk a tutorokat. Azok a tanulók, akik nem lesznek tutorok, gazdagitó programot kapnak majd ez első utókompenzáló órán. Itt is előnyös ha a tutorokat váltjuk.

A teszt megiratása után házi feladatként mindenki a másik csoportja beli tesztet kapja kézhez feldolgozásra, amire esetleg két nap áll rendelkezésükre. Itt jut először lényeges szerephez az otthoni tanulópárrendszer és a szülők segitsége.

A kimutatásban találtakat három részre kell osztályozni:

1. Kiválasztani azokat a tanulókat - ez már tulajdonképpen megtörtént - akiknek teljesitménye hibátlan, illetve néhány item ismerete pótlandó. Egyik részük már megkapta a pótlás lehetőségét önálló munkára.

2. Kiválasztani azon tanulókat, akiknek a teljesitménye nem éri el az 5o-6o %-ot.

3. Végül azon tanulók megjelölése következik, akik egyrészt önállóan, másrészt tutor segitségével tudják pótolni hiányukat. Ez tehát tulajdonképpen két csoportba sorolást jelent.

Az l. csoport rendezése tulajdonképpen megtörtént a teszt megiratása után. A 2. és 3. csoport utókompenzálása az első és második utókompenzáló órán történik. Alapvetően itt is az előkompenzálásnál leirtak szerint kellene eljárni.

Az első utókompenzáló óra: Az erre az órára elkészitett házi feladat teszteket beszedjük, odahaza átnézzük, tájékozodunk és a 2.kompenzáló óra vezetésében részben figyelembe vesszük.

Ennek az órának funkciója két irányú: Egyik a 2. pontban tartozó tanulók utókompenzálása, "újra megtanitása" kiscsoportokban. A reájuk jellemző problémákat sorra véve, a csoportfoglalkozás gyakorlata szerint kell végezni az utókompenzálást. A tanár feladata a program adása, segités, koordinálás. Ez a folyamat óra végéig tart. A másik a 3. pontba tartozó tanulók kik két részre oszlanak:

a./ az önállóan dolgozni tudók,

b./ a tutorok segitségével dolgozók

a./ esetben a feladatbankból ezen az órán megoldható mennyiségü feladatot kapnak egyéni megoldásra. Menetközben ellenőrizhetők.

b/. esetben a párok szintén feladatlapokat kapnak, amit azután a segitségre szoruló próbál megoldani, és ha megakad, akkor kap segitséget a tutortól. Ha ő sem tud segiteni, akkor a tanárhoz fordul.

Mindkét csoport saját nem v. rosszul megoldott itemeire kap sorba egymás után feladatrendszert.

Házi feladat az első utókompenzáló óra után:

- 1. csoportbéliek egységesen gazdagitó programot kapnak. Természetesen minden tutor is ide tartozik.
- a 2. csoportbéliek a csoportfoglalkozás után fennmaradó problémák folytatásaként 1-2 itemre feladatrendszert

kapnak. Minden tanuló a neki szükségeset, bár itt egységesités lehetséges.

- a 3. csoport tagjai szintén kapnak a fennmaradó problémákból 1-2 feladatlapot.

Az első utókompenzáló óra munkaformái:

1. gazdagitó program
2. kis csoportos kompenzálás
3. mikro csoportos kompenzálás
4. önálló kompenzálás

A második utókompenzáló óra: Ezen az órán az összes egyéni problémának már teritékre kell kerülni. Itt más lesz a szervezés, mint az első órán. Nem tartunk kis csoportos foglalkozást, hanem a megmaradt ismeret hiányokat mikró csoportos megoldással próbáljuk lerendezni. Tehát a 2. csoport tagjai mellé tutorokat állitunk. A foglalkozás tartalmát, a segitségre szoruló tanuló még hiányzó, megoldatlan itemjei határozzák meg. Ők kapják tehát a feladatlapokat, és a tutorok segitségével oldják meg. Ha nincs annyi olyan tutor, aki problémamentes, akkor a tutor is kaphat neki szükséges feladatrendszert. Az együtt foglalkozást igy is megoldhatják, bár ezt a módot ha lehet kerüljük.

Elvileg az 1. csoport tagjai tutorok a 2. és 3. csoport tagjai számára. Ha még ennek az igénynek a kielégitése után is marad tanuló az 1. csoportból, akkor azoknak gazdagitó programot adunk a feladatbankból. Ellenőrzése folyamatosan történik.

A 3. csoport önállóan dolgozó tagjai szükséglet szerint folyamatosan kapják az itemekhez összeállitott feladatrendszereket. A segitségre szorulók pedig a 2. csoporthoz hasonlóan tutorok segitségével dolgoznak tovább.

Házi feladat a 2. utókompenzáló óra után:

- A hibátlanul vagy kevés hibával dolgozó tanulók gazdagitó programból kapnak 1-2 feladatot.
- Az osztály többi tanulója a témazáró teszt mintájára kap néhány példát.

A második utókompenzáló óra munkaformái:

1. gazdagitó program
2. önálló kompenzálás
3. mikró csoportos kompenzálás

E három csoport munkáját kell egyénekre lebontva szervezni, ellenőrizni, áttekinteni. Az ülésrendi elhelyezést ilyen tagolásban jól megoldani.

III.

- Alapadatok, az előfeltétel- tudást mérő teszt alapján
- Az előfeltétel- tudást mérő teszt /E/ statisztikai eredményeinek vizsgálata, elemzése.
- Az előkompenzáló program megvalósitásának tapasztalatai
- Alapadatok, a témazáró teszt alapján.
- A témazáró teszt /T/ statisztikai eredményeinek vizsgálata, elemzése.
- Az utókompenzáló program megvalósitásának tapasztalatai.
- A megtanitási stratégia végrehajtásának értékelése.

Alapadatok

Előfeltétel - tudást /E/ mérő teszt alapján

E: A súlyok átalakitása százalékponttá: "A" változat

Sorszáma			Empirikus súly		Szintsúly		Fontossági súly			Egyéb
			Ep	E%p	Sp	S%p	Fp	F%p	$\frac{E\%p+S\%p+F\%p}{3}$	
1.	1.	a	o,44	3,6	3	4,4	2	4,2	4,o	
2.		b	o,6o	4,8	2	3,o	2	4,2	4,o	13,2
3.		c	o,64	5,o	3	4,4	3	6,4	5,2	
4.	2.	a	o,21	1,6	3	4,4	2	4,2	3,o	
5.		b	o,29	2,4	3	4,4	1	2,2	3,o	11,8
6.		c	o,31	2,4	3	4,4	1	2,2	3,o	
7.		d	o,35	2,8	2	3,o	1	2,2	2,8	
8.	3.	a	o,57	4,6	3	4,4	2	4,2	4,4	8,4
9.		b	o,64	5,o	2	3,o	2	4,2	4,o	
1o.	4.	a	o,58	4,6	4	6,o	3	6,4	5,6	
11.		b	o,36	2,8	3	4,4	3	6,4	4,6	

1. táblázat

Sorszáma			Empirikus súly		Szintsúly		Fontossági súly			Egyéb
			Ep	E%p	Sp	S%p	Fp	F%p	$\frac{E\%p+S\%p+F\%p}{3}$	
12.		c	o,69	5,6	3	4,4	2	4,2	4,8	
13.		d	o,77	6,2	4	6,o	3	6,4	6,2	36,4
14.		e	o,64	5,o	3	4,4	3	6,4	5,2	
15.		f	o,75	6,o	3	4,4	3	6,4	5,6	
16.		g	o,61	4,8	3	4,4	2	4,2	4,4	
17.	5.	a	o,68	5,4	4	5,8	1	2,2	4,4	
18.		b	o,63	5,o	3	4,4	2	4,2	4,6	
19.		c	o,68	5,4	4	5,8	2	4,2	5,2	2o,o
2o.		d	o,81	6,4	4	5,8	2	4,2	5,8	
21.	6.	a	o,73	5,8	3	4,4	2	4,2	4,8	
22.		b	o,61	4,8	3	4,4	3	6,6	5,4	1o,2
Ö:			12,59	1oo,o	68	1oo,o	47	1oo,o	1oo,o	1oo,o

1. táblázat

E: A súlyok átalakitása százalékponttá: "B" változat

Sorszáma		Empirikus súly		Szintsúly		Fontossági súly			Egyéb
		Ep	E%p	Sp	S%p	Fp	F%p	$\frac{E\%p+S\%p+F\%p}{3}$	
1.	1. a	o,37	3,6	4	5,o	3	5,2	4,6	
2.	b	o,19	1,8	3	3,6	3	5,2	3,6	
3.	c	o,41	3,8	3	3,6	2	3,6	3,8	
4.	d	o,65	6,o	4	5,o	3	5,2	5,4	3o,o
5.	e	o,44	4,2	3	3,6	3	5,2	4,4	
6.	f	o,61	5,8	3	3,6	2	3,6	4,4	
7.	g	o,44	4,2	3	3,6	2	3,6	3,8	
8.	2. a	o,23	2,2	3	3,6	1	1,8	2,6	
9.	b	o,36	3,4	4	5,o	2	3,6	4,o	9,2
1o.	c	o,2o	1,8	2	2,4	2	3,6	2,6	
11.	3. a	o,76	7,2	4	5,o	2	3,6	5,2	
12.	b	o,89	3,4	4	5,o	2	3,6	5,6	1o,8
13.	4. a	o,21	2,o	3	3,6	2	3,6	3,o	

2. táblázat

Sorszáma			Empirikus súly		Szintsúly		Fontossági súly		$\frac{E\%p+S\%p+F\%p}{3}$	Egyéb
			Ep	E%p	Sp	S%p	Fp	F%p		
14.		b	o,31	3,o	3	3,6	2	3,6	3,4	6,4
15.	5.	a	o,o5	o,4	3	3,6	3	5,2	3,o	
16.		b	o,o5	o,4	3	3,6	3	5,2	3,o	6,o
17.	6.	a	o,45	4,2	4	5,o	2	3,6	4,2	4,2
18.	7.	a	o,27	2,6	2	2,4	2	3,6	2,8	
19.		b	o,23	2,2	2	2,4	2	3,6	2,8	8,6
20.		c	o,33	3,o	2	2,4	2	3,4	3,o	
21.	8.	a	o,29	2,8	3	3,6	2	3,4	3,2	
22.		b	o,64	6,o	4	5,o	2	3,4	4,8	12,4
23.		c	o,65	6,2	3	3,4	2	3,4	4,4	
24.	9.	a	o,35	3,2	4	5,o	2	3,4	3,8	
25.		b	o,56	5,2	2	2,4	2	3,4	3,6	12,4
26.		c	o,69	6,4	4	5,o	2	3,4	5,o	
Ö:			1o,63	1oo,o	82	1oo,o	57	1oo,o	1oo,o	1oo,o

2. táblázat

E - itemek "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	%p
1.	H.B.	o	o	o	3,0	3,0	3,0	2,8	o	o	o	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	16,4
2.	É.M.	4,0	o	5,2	3,0	3,0	3,0	2,8	4,4	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	25,4
3.	D.P.	o	o	o	o	o	o	o	4,4	o	o	4,6	o	o	o	o	4,4	o	o	o	o	o	o	13,4
4.	T.I.	4,0	o	5,2	o	o	o	o	4,4	o	o	4,6	o	o	o	o	4,4	o	o	o	o	o	o	22,6
5.	N.T.	o	o	o	3,0	3,0	3,0	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	11,8
6.	F.K.	4,0	o	5,2	3,0	3,0	3,0	2,8	4,4	4,0	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	o	o	o	o	o	o	65,8
7.	M.E.	o	o	5,2	3,0	3,0	3,0	2,8	o	o	5,6	4,6	o	o	o	o	o	o	4,6	5,2	o	o	o	37,0
8.	B.I.	o	o	o	3,0	3,0	3,0	2,8	4,4	4,0	o	o	4,8	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	o	38,6
9.	Z.T.	4,0	4,0	o	3,0	3,0	3,0	o	4,4	o	o	4,6	o	o	o	o	4,4	o	o	o	o	o	o	30,4

3. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	f	g	2 a	b	c	3 a	b	4 a	b
1.	S.A.	o	3,6	o	o	4,4	o	3,8	2,6	o	o	o	o	o	o
2.	M.M.	o	3,6	o	o	4,4	o	3,8	o	4,o	2,6	o	o	o	3,4
3.	B.Z.	o	3,6	3,8	o	4,4	o	3,8	o	4,o	2,6	o	o	o	3,4
4.	K.C.	o	3,6	3,8	o	4,4	o	3,8	o	o	o	o	o	3,o	3,4
5.	D.Z.	o	o	o	o	o	o	o	o	4,o	2,6	o	o	o	3,4
6.	C.A.	o	3,6	o	o	4,4	o	3,8	o	o	o	o	o	o	3,4
7.	A.I.	o	3,6	3,8	o	o	o	3,8	o	o	2,6	o	o	o	o
8.	B.I.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
9.	F.A.	o	3,6	3,8	o	o	o	3,8	o	o	o	o	o	o	o

4. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	5 a	b	6 a	7 a	b	c	8 a	b	c	9 a	b	c	%p
1.	S.A.	3,o	3,o	o	o	2,8	o	3,2	o	o	o	o	o	26,4
2.	M.M.	3,o	3,o	o	2,8	o	o	3,2	o	o	3,8	o	o	37,6
3.	B.Z.	3,o	3,o	o	o	2,8	o	3,2	o	o	o	o	o	37,6
4.	K.C.	3,o	3,o	o	o	2,8	o	o	o	o	3,8	o	5,o	39,6
5.	D.Z.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	3,8	o	o	31,6
6.	C.A.	3,o	3,o	o	o	2,8	o	3,2	o	o	3,8	o	o	31,o
7.	A.I.	3,o	3,o	o	o	o	o	3,2	o	o	o	o	o	23,o
8.	B.I.	3,o	3,o	o	o	2,8	o	3,2	o	o	3,8	o	5,o	2o,8
9.	F.A.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	11,2

4. táblázat

E - itemek "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	%p
1.	B.K.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	o	o	o	5,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,4	18,o
2.	E.P.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	o	5,6	4,6	o	6,2	o	o	o	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	5,4	76,o
3.	H.J.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	11,8
4.	H.A.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	5,4	91,6
5.	I.E.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	o	4,4	o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	o	o	5,2	o	4,8	5,4	62,8
6.	K.H.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	o	o	o	o	o	o	48,2
7.	K.L.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	35,2
8.	K.A.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	5,4	55,2
9.	L.A.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	5,4	86,8
lo.	M.Á.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	o	51,6
11.	M.A.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	11,8
12.	N.Z.	4,o	4,o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	5,4	94,8
13.	P.P.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	11,8
14.	R.B.	4,o	4,o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	o	o	o	o	4,8	5,4	45,o
15.	R.C.	4,o	4,o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	6,2	o	o	o	o	o	o	o	4,8	o	45,8
16.	S.Z.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	o	o	o	o	4,8	5,4	8o,o
17.	V.E.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	5,4	7o,2
18.	V.E.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	o	o	o	o	o	o	o	4,4	4,6	5,2	5,8	o	o	4o,2

5. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	f	g	2 a	b	c	3 a	b	4 a	b
1.	A.K.	4,6	3,6	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
2.	B.K.	4,6	3,6	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
3.	C.E.	4,6	o	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
4.	G.F.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	o
5.	H.É.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	o
6.	H.I.	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,o	o
7.	K.N.	4,6	o	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	o
8.	M.E.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
9.	M.Z.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	3,4
1o.	N.G.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	o
11.	S.P.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
12.	T.R.	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,2	o	3,o	3,4
13.	T.C.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
14.	T.Z.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
15.	T.M.	o	o	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	3,4
16.	V.J.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	2,6	o	o	3,o	3,4
17.	K.T.	4,6	o	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	3,4

6. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	5 a	b	6 a	7 a	b	c	8 a	b	c	9 a	b	c	%p
1.	A.K.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	o	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	52,4
2.	B.K.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	o	o	o	3,8	o	o	51,6
3.	C.E.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	3,8	o	o	47,o
4.	G.F.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	3,8	3,6	o	7o,o
5.	H.É.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	o	86,o
6.	H.I.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	o	o	34,6
7.	K.N.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	o	o	54,6
8.	M.E.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	3,8	3,6	o	58,o
9.	M.Z.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	o	95,o
1o.	N.G.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	85,o
11.	S.P.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	o	o	76,8
12.	T.R.	o	o	o	2,8	2,8	3,o	o	o	o	o	3,6	o	28,4
13.	T.C.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	o	o	o	o	o	o	65,4
14.	T.Z.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	o	o	o	3,8	o	o	55,4
15.	T.M.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	o	o	57,6
16.	V.J.	3,o	3,o	o	2,8	o	o	o	o	o	3,8	o	o	21,6
17.	K.T.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	o	o	62,2

6. táblázat

E - itemek "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	%p
1.	B.B.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	16,4
2.	D.J.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	5,2	o	o	o	4,6	5,2	5,8	o	o	25,4
3.	F.E.	4,o	4,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	8,o
4.	G.T.	4,o	4,o	5,2	o	o	o	o	o	o	5,6	4,6	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	5,4	33,4
5.	K.G.	4,o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,6	5,2	5,8	o	o	31,4
6.	N.M.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	o	4,6	4,8	o	5,2	5,6	4,4	4,4	o	o	o	o	5,4	67,8
7.	P.É.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,8	5,4	35,2
8.	S.G.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	4,6	o	6,2	5,2	o	o	o	o	o	o	4,8	o	32,6
9.	T.K.	4,o	o	5,2	o	o	o	o	4,4	4,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,4	23,o
1o.	T.G.	4,o	o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	5,6	4,6	o	6,2	5,2	o	o	4,4	4,6	5,2	5,8	o	5,4	68,o
11.	V.P.	4,o	4,o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	o	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,8	5,4	43,o
12.	D.F.	o	o	o	3,o	3,o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	5,2	o	o	4,4	o	o	o	o	o	2o,2

7. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	f	g	2 a	b	c	3 a	b	4 a	b
1.	Á.A.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	o	o	o	o	3,o	3,4
2.	C.J.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	o	o	3,o	3,4
3.	F.A.	o	3,6	o	o	4,4	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
4.	F.T.	o	3,6	o	o	4,4	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
5.	M.M.	o	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
6.	M.M.	4,6	3,6	o	5,4	4,4	o	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
7.	O.A.	o	o	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
8.	P.S.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	o	o	o	3,o	3,4
9.	P.Z.	o	3,6	3,8	o	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
1o.	S.L.	4,6	3,6	o	5,4	4,4	o	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
11.	T.E.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4

8. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	5 a	b	6 a	7 a	b	c	8 a	b	c	9 a	b	c	%p
1.	Á.A.	3,0	3,0	4,2	0	0	0	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	5,0	74,0
2.	C.J.	3,0	3,0	4,2	2,8	0	0	0	0	0	3,8	3,6	5,0	67,0
3.	F.A.	3,0	3,0	4,2	0	0	0	0	0	0	3,8	3,6	5,0	46,2
4.	F.T.	3,0	3,0	0	2,8	0	0	0	0	0	3,8	3,6	5,0	41,4
5.	M.M.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	5,0	66,6
6.	M.M.	3,0	3,0	0	0	0	0	0	0	0	3,8	3,6	5,0	52,4
7.	O.A.	3,0	3,0	4,2	0	2,8	3,0	0	0	0	0	0	0	31,6
8.	P.S.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	0	0	0	3,8	3,6	5,0	74,2
9.	P.Z.	3,0	3,0	4,2	0	0	0	3,2	0	0	3,8	3,6	5,0	61,4
10.	S.L.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	5,0	81,0
11.	T.E.	0	0	0	2,8	2,8	3,0	0	0	0	3,8	3,6	5,0	66,6

8. táblázat

E - itemek "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	%p
1.	B.P.	o	o	o	3,0	3,0	3,0	2,8	o	4,0	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	30,8
2.	B.M.	4,0	4,0	5,2	3,0	3,0	3,0	2,8	4,4	4,0	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	o	4,8	5,4	94,2
3.	G.A.	4,0	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	8,6
4.	H.A.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	o	9,2
5.	N.N.	4,0	4,0	o	3,0	3,0	3,0	2,8	4,4	4,0	5,6	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,4	43,8
6.	N.G.	4,0	4,0	o	3,0	3,0	3,0	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	19,8
7.	P.N.	4,0	4,0	o	3,0	3,0	3,0	2,8	o	o	o	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,8	o	29,2
8.	R.M.	4,0	4,0	5,2	3,0	o	o	o	4,4	4,0	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	5,8	4,8	o	85,8
9.	S.P.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,6	4,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,4	15,6
1o.	S.A.	4,0	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	5,6	o	o	o	o	o	o	5,4	19,6
11.	T.E.	4,0	4,0	5,2	3,0	3,0	3,0	2,8	4,4	4,0	o	o	o	o	o	o	o	4,4	4,6	5,2	o	4,8	5,4	57,8
12.	Ü.K.	4,0	4,0	o	o	3,0	3,0	2,8	o	o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	o	4,6	5,2	o	o	o	41,6

9. táblázat

E-itemek "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	f	g	2 a	b	c	3 a	b	4 a	b
1.	B.G.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	5,6	3,o	3,4
2.	D.Z.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	o	o	o	3,o	3,4
3.	F.T.	o	3,6	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
4.	F.K.	o	3,6	o	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
5.	H.L.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
6.	L.Z.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	5,2	5,6	3,o	3,4
7.	L.A.	4,6	3,6	o	5,4	4,4	4,4	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
8.	M.A.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
9.	N.Á.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	o	o	o	o	o	o
1o.	N.M.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
11.	P.Z.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	o	o
12.	P.A.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
13.	S.A.	o	3,6	3,8	o	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	o	o	3,o	3,4
14.	T.C.	4,6	3,6	3,8	o	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4

lo. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	5		6	7			8			9			%p
		a	b	a	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
1.	B.G.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	o	o	o	73,2
2.	D.Z.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	o	o	o	o	42,8
3.	F.T.	3,o	o	4,2	o	2,8	o	3,2	o	o	3,8	3,6	5,o	38,4
4.	F.K.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	3,8	3,6	5,o	52,6
5.	H.L.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	3,8	3,6	5,o	62,o
6.	L.Z.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	3,6	o	91,2
7.	L.A.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	o	o	o	56,6
8.	M.A.	3,o	3,o	o	2,8	2,8	3,o	3,2	o	o	o	o	o	68,6
9.	N.Á.	3,o	3,o	o	o	o	o	3,2	o	o	o	3,6	o	27,4
1o.	N.M.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	o	3,8	3,6	5,o	63,4
11.	P.Z.	3,o	3,o	4,2	o	o	o	3,2	o	o	o	o	o	34,6
12.	P.A.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	4,4	o	o	o	64,o
13.	S.A.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	3,o	3,2	4,8	o	3,8	3,6	5,o	7o,8
14.	T.C.	3,o	3,o	4,2	2,8	2,8	o	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	5,o	8o,8

lo. táblázat

E - itemek "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	%p
1.	T.F.	4,o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	4,o	o	o	o	o	5,2	o	4,4	o	o	o	o	o	o	29,4
2.	E.T.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	5,2	o	4,4	o	o	o	o	o	o	21,4
3.	D.T.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	o	o	o	o	o	o	5,2	o	4,4	o	o	o	o	o	o	34,6
4.	M.L.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	o	o	4,o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,6	o	o	o	o	17,6
5.	V.G.	4,o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	o	4,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	19,8
6.	F.G.	4,o	4,o	o	o	o	o	o	4,4	o	o	o	o	o	5,2	5,6	o	o	o	o	o	o	o	23,2
7.	M.M.	o	4,o	o	3,o	o	o	2,8	4,4	o	o	o	o	o	5,2	5,6	4,4	o	o	5,2	o	o	o	34,6
8.	Z.G.	4,o	o	5,2	3,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,2	5,6	4,4	o	4,6	o	o	o	o	32,o
9.	K.I.	4,o	4,o	5,2	3,o	o	o	o	o	o	5,6	o	o	o	o	o	o	o	o	5,2	o	o	5,4	32,4
1o.	T.V.	4,o	4,o	5,2	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,2	5,6	4,4	o	o	o	o	o	o	28,4
11.	S.S.	4,o	o	o	3,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,2	o	o	o	o	o	o	o	o	12,2

11. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	f	g	2 a	b	c	3 a	b	4 a	b
1.	A.A.	o	o	o	o	4,4	o	3,8	o	o	2,6	o	o	o	o
2.	F.S.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	o	o	3,o	3,4
3.	K.R.	o	o	o	o	4,4	o	o	o	o	2,6	o	o	o	3,4
4.	H.A.	4,6	3,6	3,8	5,4	o	o	o	2,6	o	2,6	o	o	3,o	3,4
5.	S.A.	o	3,6	3,8	o	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
6.	N.A.	4,6	o	o	5,4	4,4	4,4	3,8	o	o	o	o	o	3,o	3,4
7.	K.Z.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	o	o	o	3,4
8.	P.P.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	o	o	3,o	3,4
9.	B.L.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
1o.	H.Z.	o	o	o	o	4,4	4,4	o	2,6	4,o	2,6	o	o	o	3,4
11.	V.S.	4,6	o	o	5,4	4,4	4,4	o	2,6	o	o	o	o	o	3,4

12. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	5 a	b	6 a	7 a	b	c	8 a	b	c	9 a	b	c	%p
1.	A.A.	3,0	3,0	o	o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	19,6
2.	F.S.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	76,6
3.	K.R.	3,0	3,0	o	o	o	o	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	32,6
4.	H.A.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	o	4,4	3,8	o	o	59,2
5.	S.A.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	o	4,4	3,8	o	o	67,0
6.	N.A.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	o	o	o	o	3,6	o	51,4
7.	K.Z.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	73,6
8.	P.P.	3,0	3,0	4,2	o	o	o	3,2	o	4,4	3,8	3,6	5,0	71,8
9.	B.L.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	77,2
1o.	H.Z.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	o	o	o	3,8	o	o	44,0
11.	V.S.	3,0	3,0	4,2	o	o	3,0	o	o	o	o	o	o	38,0

12. táblázat

E - itemek "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	4 a	b	c	d	e	f	g	5 a	b	c	d	6 a	b	%p
1.	L.B.	o	o	o	o	o	o	o	4,4	o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	o	o	o	o	o	4,8	o	24,2
2.	T.J.	o	o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	o	o	4,8	5,4	81,o
3.	B.M.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	o	o	o	6,2	5,2	5,6	4,4	o	o	o	o	o	o	41,6
4.	R.S.	4,o	4,o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	o	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	5,8	o	5,4	89,6
5.	B.T.	o	o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	o	4,6	o	o	o	o	4,4	4,4	o	o	o	o	5,4	39,o
6.	T.A.	4,o	4,o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	o	5,6	4,6	o	o	o	o	4,4	4,4	4,6	5,2	o	o	5,4	58,4
7.	K.M.	o	o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	o	5,6	4,6	o	6,2	5,2	o	4,4	4,4	4,6	5,2	5,8	o	5,4	72,8
8.	S.S.	o	o	o	o	o	o	o	4,4	o	5,6	4,6	o	o	5,2	5,6	4,4	o	o	o	o	o	o	29,8
9.	V.H.	4,o	4,o	5,2	3,o	o	o	o	o	4,o	o	4,6	o	o	o	o	4,4	4,4	o	o	o	o	o	33,6
1o.	H.J.	o	o	5,2	3,o	o	o	o	o	4,o	o	4,6	o	o	o	o	o	4,4	4,6	o	o	o	o	25,8
11.	F.D.	4,o	o	5,2	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	o	o	o	4,4	4,4	4,6	5,2	o	o	o	63,o
12.	K.T.	o	o	o	o	o	o	o	o	4,o	o	4,6	o	o	o	o	o	4,4	o	o	o	o	5,4	18,4
13.	C.B.	4,o	4,o	o	3,o	3,o	3,o	2,8	4,4	4,o	5,6	4,6	4,8	6,2	5,2	5,6	4,4	4,4	4,6	5,2	o	o	5,4	84,2

13. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	f	g	2 a	b	c	3 a	b	4 a	b
1.	G.R.	o	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	o
2.	T.G.	4,6	3,6	3,8	o	4,4	4,4	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
3.	G.A.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
4.	K.G.	4,6	3,6	o	o	o	o	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
5.	K.Z.	4,6	3,6	3,8	5,4	4,4	4,4	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
6.	G.E.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	3,8	2,6	o	2,6	o	o	3,o	3,4
7.	K.É.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	3,8	o	4,o	2,6	o	o	3,o	o
8.	H.C.	o	3,6	3,8	o	o	o	3,8	o	o	o	o	o	3,o	3,4
9.	R.A.	o	3,6	o	o	4,4	4,4	3,8	2,6	o	2,6	o	o	3,o	o
1o.	K.Á.	o	3,6	3,8	o	4,4	o	3,8	2,6	o	2,6	5,2	o	3,o	3,4
11.	B.Á.	4,6	3,6	3,8	o	o	o	o	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4
12.	S.M.	o	3,6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
13.	S.A.	4,6	3,6	o	o	o	o	3,8	2,6	4,o	2,6	o	o	3,o	3,4

14. táblázat

E - itemek "B" változat

Ssz.	Név	5 a	b	6 a	7 a	b	c	8 a	b	c	9 a	b	c	%p
1.	G.R.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	o	o	68,4
2.	T.G.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	5,0	75,8
3.	G.A.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	o	3,6	o	62,0
4.	K.G.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	o	o	3,8	o	5,0	54,2
5.	K.Z.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	4,4	3,8	3,6	5,0	89,2
6.	G.E.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	o	o	o	3,8	3,6	o	53,6
7.	K.É.	3,0	3,0	o	o	o	o	o	o	o	3,8	o	o	35,2
8.	H.C.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	o	o	o	3,6	o	39,0
9.	R.A.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	o	o	o	3,8	3,6	o	46,4
1o.	K.Á.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	4,8	o	3,8	o	o	58,8
11.	B.Á.	3,0	3,0	o	2,8	2,8	3,0	3,2	o	o	3,8	3,6	o	52,8
12.	S.M.	3,0	3,0	o	2,8	o	o	o	o	o	o	o	o	12,4
13.	S.A.	3,0	3,0	4,2	2,8	2,8	3,0	3,2	o	o	3,8	3,6	5,0	62,0

14. táblázat

E: Mennyiségi sor - rangsorolt számadatok: "A" és "B" változat

Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p
1.	8,o	24.	21,4	47.	32,o	7o.	41,4
2.	8,6	25.	21,8	48.	32,4	71.	41,6
3.	9,2	26.	22,6	49.	32,6	72.	41,6
4.	11,2	27.	23,o	5o.	32,6	73.	42,8
5.	11,8	28.	23,o	51.	33,4	74.	43,o
6.	11,8	29.	23,2	52.	33,6	75.	43,8
7.	11,8	3o.	24,2	53.	34,6	76.	44,o
8.	11,8	31.	25,4	54.	34,6	77.	45,o
9.	12,2	32.	25,4	55.	34,6	78.	46,2
1o.	12,4	33.	25,8	56.	34,6	79.	46,4
11.	13,4	34.	26,4	57.	35,2	8o.	47,o
12.	15,6	35.	27,4	58.	35,2	81.	48,2
13.	16,4	36.	28,4	59.	35,2	82.	48,8
14.	16,4	37.	28,4	6o.	37,o	83.	51,4
15.	17,6	38.	29,2	61.	37,6	84.	51,6
16.	18,o	39.	29,4	62.	37,6	85.	51,6
17.	18,4	4o.	29,8	63.	38,o	86.	52,4
18.	19,6	41.	3o,4	64.	38,4	87.	52,4
19.	19,6	42.	3o,8	65.	38,6	88.	52,6
2o.	19,8	43.	31,o	66.	39,o	89.	52,8
21.	19,8	44.	31,4	67.	39,o	9o.	53,6
22.	2o,2	45.	31,6	68.	39,6	91.	54,2
23.	2o,8	46.	31,6	69.	4o,2	92.	54,6

15. táblázat

Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p
93.	55,2	113.	66,6	133.	76,8
94.	55,4	114.	66,6	134.	77,2
95.	56,6	115.	67,0	135.	80,0
96.	57,6	116.	67,0	136.	80,8
97.	57,8	117.	67,8	137.	81,0
98.	58,0	118.	68,0	138.	81,0
99.	58,4	119.	68,4	139.	84,2
100.	58,8	120.	68,6	140.	85,0
101.	59,2	121.	70,0	141.	85,8
102.	61,4	122.	70,2	142.	86,0
103.	62,0	123.	70,8	143.	86,8
104.	62,0	124.	71,8	144.	89,2
105.	62,0	125.	72,8	145.	89,6
106.	62,2	126.	73,2	146.	91,2
107.	62,8	127.	73,6	147.	91,6
108.	63,0	128.	74,0	148.	94,2
109.	63,4	129.	74,2	149.	94,8
110.	64,0	130.	75,8	150.	95,0
111.	65,4	131.	76,0		
112.	65,8	132.	76,6		

16. táblázat

Mennyiségi sor

E: "A" és "B" változat

	A tanulók teljesitménye százalékpontban /: csoportképzés :/	A tanulók száma
1.	0 - 5	0
2.	6 - 1o	3
3.	11 - 15	9
4.	16 - 2o	11
5.	21 - 25	1o
6.	26 - 3o	9
7.	31 - 35	17
8.	36 - 4o	1o
9.	41 - 45	8
1o.	46 - 5o	5
11.	51 - 55	12
12.	56 - 6o	7
13.	61 - 65	11
14.	66 - 7o	11
15.	71 - 75	7
16.	76 - 8o	6
17.	81 - 85	5
18.	86 - 9o	4
19.	91 - 95	5
2o.		

összesen: 15o tanuló

Intervallum terjedelme: /95-8/:16 = 5,4 $\Longrightarrow$ 5

17. táblázat

Gyakorisági sor átlag kiszámitásához

E: "A" és "B" változat

Sorszám	A tanulók teljesitménye		A tanulók száma	Az osztályközépbe tartozó tanulók Összes % p értéke
	osztályköz	osztályközép x	Gyakoriság f.	Osztályközép és gyakoriság szorzata f·x
1.	o - 5	2,5	0	0
2.	6 - 1o	8	3	24
3.	11 - 15	13	9	117
4.	16 - 2o	18	11	198
5.	21 - 25	23	1o	23o
6.	26 - 3o	28	9	252
7.	31 - 35	33	17	561
8.	36 - 4o	38	1o	38o
9.	41 - 45	43	8	344
1o.	46 - 5o	48	5	24o
11.	51 - 55	53	12	636
12.	56 - 6o	58	7	4o6
13.	61 - 65	63	11	693
14.	66 - 7o	68	11	748
15.	71 - 75	73	7	511
16.	76 - 8o	78	6	468
17.	81 - 85	83	5	415
18.	86 - 9o	88	4	352
19.	91 - 95	93	5	465
2o.				
Összesen:		-	15o	7o4o

átlag: 7o4o:15o = 46,93 $\approx$ 47%

18. táblázat

E: A szórás számitása: "A" és "B" változat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
1.	8,o	-39	1521
2.	8,6	-38,4	1474,56
3.	9,2	-37,8	1428,84
4.	11,2	-35,8	1281,64
5.	11,8	-35,2	1239,o4
6.	11,8	-35,2	1239,o4
7.	11,8	-35,2	1239,o4
8.	11,8	-35,2	1239,o4
9.	12,2	-34,8	1211,o4
1o.	12,4	-34,6	1197,16
11.	13,4	-33,6	1128,96
12.	15,6	-31,4	985,96
13.	16,4	-3o,6	936,36
14.	16,4	-3o,6	936,36
15.	17,6	-29,4	864,36
16.	18,o	-29	841,oo
17.	18,4	-28,6	817,96
18.	19,6	-27,4	75o,76
19.	19,6	-27,4	75o,76
2o.	19,8	-27,2	739,84
21.	19,8	-27,2	739,84
22.	2o,2	-26,8	718,24

19. táblázat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
23.	2o,8	-26,2	682,44
24.	21,4	-25,6	655,36
25.	21,8	-25,2	635,o4
26.	22,6	-24,4	595,36
27.	23,o	-24	576,oo
28.	23,o	-24	576,oo
29.	23,2	-23,8	566,44
3o.	24,2	-22,8	519,84
31.	25,4	-21,6	466,56
32.	25,4	-21,6	466,56
33.	25,8	-21,2	449,44
34.	26,4	-2o,6	424,36
35.	27,4	-19,6	384,16
36.	28,4	-18,6	345,96
37.	28,4	-18,6	345,96
38.	29,2	-17,8	316,84
39.	29,4	-17,6	3o9,76
4o.	29,8	-17,2	295,84
41.	3o,4	-16,6	275,56
42.	3o,8	-16,2	262,44
43.	31,o	-16	256,oo
44.	31,4	-15,6	243,36
45.	31,6	-15,4	237,16

2o. táblázat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
46.	31,6	-15,4	237,16
47.	32,o	-15	225,oo
48.	32,4	-14,6	213,16
49.	32,6	-14,4	2o7,36
5o.	32,6	-14,4	2o7,36
51.	33,4	-13,6	184,96
52.	33,6	-13,4	179,56
53.	34,6	-12,4	153,76
54.	34,6	-12,4	153,76
55.	34,6	-12,4	153,76
56.	34,6	-12,4	153,76
57.	35,2	-11,8	139,24
58.	35,2	-11,8	139,24
59.	35,2	-11,8	139,24
6o.	37,o	-1o	1oo,oo
61.	37,6	-9,4	88,36
62.	37,6	-9,4	88,36
63.	38,o	-9	81,oo
64.	38,4	-8,6	73,96
65.	38,6	-8,4	7o,56
66.	39,o	-8	64,oo
67.	39,o	-8	64,oo
68.	39,6	-7,4	54,76

21. táblázat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
69.	4o,2	-6,8	46,24
7o.	41,4	-5,6	31,36
71.	41,6	-5,4	29,16
72.	41,6	-5,4	29,16
73.	42,8	-4,2	17,64
74.	43,o	-4,o	16,oo
75.	43,8	-3,2	1o,24
76.	44,o	-3,o	9,oo
77.	45,o	-2,o	4,oo
78.	46,2	-o,8	o,64
79.	46,4	-o,6	o,36
8o.	47,o	o,oo	o,oo
81.	48,2	1,2	1,44
82.	48,8	1,8	3,24
83.	51,4	4,4	19,36
84.	51,6	4,6	21,16
85.	51,6	4,6	21,16
86.	52,4	5,4	29,16
87.	52,4	5,4	29,16
88.	52,6	5,6	31,36
89.	52,8	5,8	33,64
9o.	53,6	6,6	43,56
91.	54,2	7,2	51,84

22. táblázat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\overline{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\overline{x}/^2$
92.	54,6	7,6	57,76
93.	55,2	8,2	67,24
94.	55,4	8,4	7o,56
95.	56,6	9,6	92,16
96.	57,6	1o,6	112,36
97.	57,8	1o,8	116,64
98.	58,o	11,o	121,oo
99.	58,4	11,4	129,96
1oo.	58,8	11,8	139,24
1o1.	59,2	12,2	148,84
1o2.	61,4	14,4	2o7,36
1o3.	62,o	15,o	225,oo
1o4.	62,o	15,o	225,oo
1o5.	62,o	15,o	225,oo
1o6.	62,2	15,2	231,o4
1o7.	62,8	15,8	249,64
1o8.	63,o	16,o	256,oo
1o9.	63,4	16,4	268,96
11o.	64,o	17,o	289,oo
111.	65,4	18,4	338,56
112.	65,8	18,8	353,44
113.	66,6	19,6	384,16
114.	66,6	19,6	384,16

23. táblázat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
115.	67,o	2o,o	4oo,oo
116.	67,o	2o,o	4oo,oo
117.	67,8	2o,8	432,64
118.	68,o	21,o	441,oo
119.	68,4	21,4	457,96
12o.	68,6	21,6	466,56
121.	7o,o	23,o	529,oo
122.	7o,2	23,2	538,24
123.	7o,8	23,8	566,44
124.	71,8	24,8	615,o4
125.	72,8	25,8	665,64
126.	73,2	26,2	686,44
127.	73,6	26,6	7o7,56
128.	74,o	27,o	729,oo
129.	74,2	27,2	739,84
13o.	75,8	28,8	829,44
131.	76,o	29,o	841,oo
132.	76,6	29,6	876,16
133.	76,8	29,8	888,o4
134.	77,2	3o,2	912,o4
135.	8o,o	33,o	1o89,oo
136.	8o,8	33,8	1142,44
137.	81,o	34,o	1156,oo

24. táblázat

A tanulók sorsz.	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
138.	81,o	34,o	1156,oo
139.	84,2	37,2	1383,84
14o.	85,o	38,o	1444,oo
141.	85,8	38,8	15o5,44
142.	86,o	39,o	1521,oo
143.	86,8	39,8	1584,o4
144.	89,2	42,2	178o,84
145.	89,6	42,6	1814,76
146.	91,2	44,2	1953,64
147.	91,6	44,6	1989,16
148.	94,2	47,2	2227,84
149.	94,8	47,8	2284,84
15o.	95,o	48,o	+ 23o4,oo

8o57o,4o

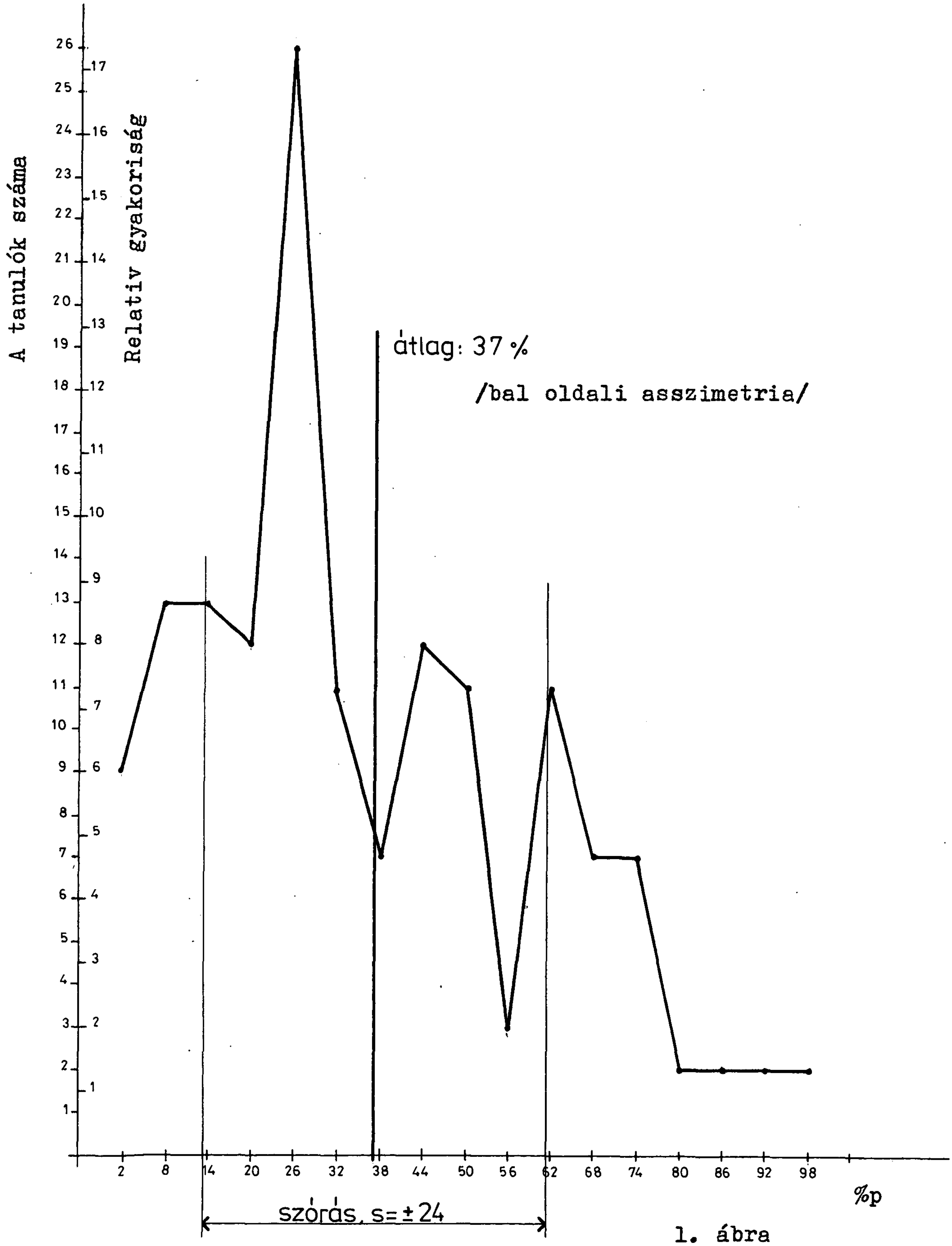
25. táblázat

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum /x_i-\bar{x}/^2}{n}} = \sqrt{\frac{8o57o,4}{15o}} = \sqrt{537,136} \approx \pm 23,o$$

$$V = \frac{S \cdot 1oo}{\bar{x}} = \frac{23 \cdot 1oo}{47} = 48,9 = 49,o \ \% \longrightarrow \text{szélsőséges}$$

Gyakorisági sor gyakorisági poligonja /1981/

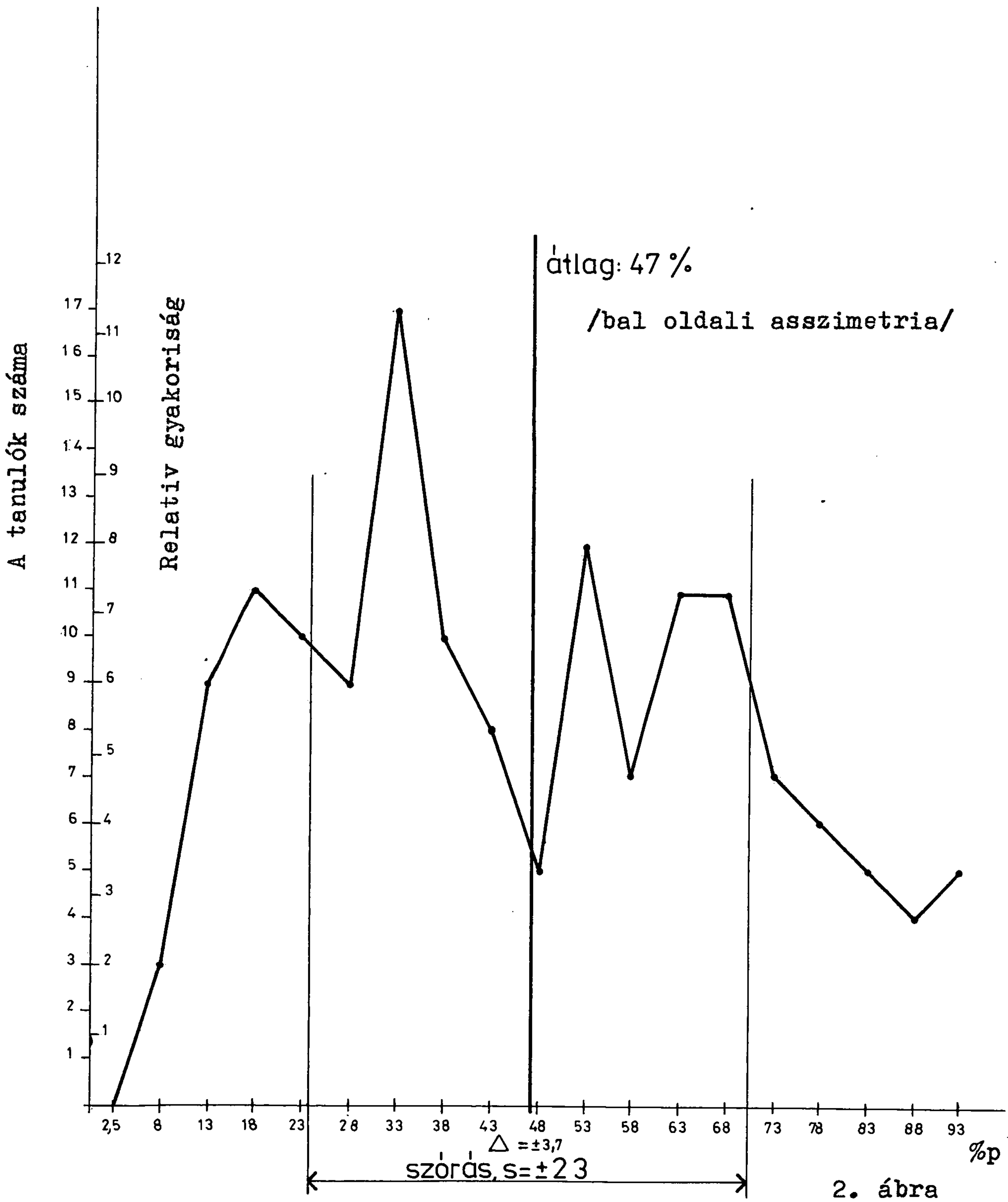
E: "A" és "B"



1. ábra

Gyakorisági sor gyakorisági poligonja /1982/

E: "A" és "B"



2. ábra

Az előfeltétel- tudást mérő teszt /E/ statisztikai eredményeinek vizsgálata, elemzése

A statisztikai eredményeket az alapadatok cimen közölt táblázatok tartalmazzák. /1., 2., 3., .../ Az elemzés szempontjából számunkra az átlag 47 %, a szórás ± 23, a relativ szórás 49 % valamint a gyakorisági poligon / 2. ábra/ fontosak elsősorban. Célszerünek látszik egy két év előtti szakdolgozati szintü mérési eredménnyel való összehasonlitás. Igaz, a populáció más, de a mérés eszköze /a teszt/ a mérés helye, a tanulók életkora /8. osztály/ a minta nagysága /15o fő/ megegyezik.

Eredmények:

Év	átlag	szórás	relativ szórás
1981	37%	± 24	65%
1982	47%	± 23	49%

Ezenkivül emlitésre méltó a gyakorisági poligonok hasonlósága is /1. és 2. ábra/. Ez utóbbi láthatóan mutatja a két vizsgálat előbb emlitett azonosságát. Mindkét grafikon bal oldali asszimetriát ad. A grafikonok alakja eléggé azonos. A szórás alig különbözik egymástól. Ugyanakkor az átlag és a relativ szórás lényegesen jobb, bár a relativ szórás igy is szélsőséges. Mivel magyarázható a javuló tendencia? Az okok között két tényezőt érdemes megemliteni. Az egyik lényeges változás, hogy a hat osztály közül kettő már az új tanterv szerint dolgozott. Ezt látszik igazolni a két osztály elért eredménye is /54%; 49,3%/. Itt a vizsgálat melléktermékeként valami olyan is körvonalazódik, hogy az új matematika tanterv eredményesebb lesz mint a régi. Igaz, számitásba kell venni az adott osztályokat tanitó tanári munka kiemelkedő szinvonalát és a tanulói összetétel előnyeit is. A másik tényező amire gondolhatunk, a vizsgálat előzményeire vonatkozik. Ahhoz, hogy a megtanitási stratégia sikeres legyen, az I. kötetben leirtak szerint fel kellett készülnie a tanároknak és tanulóknak egyaránt. Erre a megkapott program szerint fel is készültek. Tehát lényegében szeptember közepétől, egészen a kisérlet kezdetéig, tehát október 2o.-ig tartalmi vonatkozásban, módszerek kipróbálásában, megszervezésében /csoportfoglalkozások, differenciáció stb./ és pszichikailag fokozatos felkészülés folyt a jelzett osztályokban. Ennek az aktiv munkának gyümölcsei részben már az előfeltétel- tudást mérő tesztben beértek. Ezzel szemben az 1981-es felméréskor semmilyen felkészülés nem történt.

A két vizsgálat legalább kvalitativ összehasonlitásából az új matematika és a kompenzatórikus oktatás előnyeire következtethetünk.

Szükségesnek látszik még az átlag szignifikanciájának meghatározása. A kiszámitáshoz szükséges adatok:

$n = 15o$

$\bar{x} = 47\%$

$S_x = \pm 23$

$t = 1{,}96$ a valószinüségi szinthez tartozó érték, mely a tévedés lehetőségét mutatja

Standard hiba: $S_{\bar{x}} = \dfrac{S_x}{\sqrt{n}} = \dfrac{23}{\sqrt{15o}} = 1{,}87\%$ p

Konfidenciaintervallum: $= t \cdot S_{\bar{x}} = 1{,}96 \cdot 1{,}87 = \pm 3{,}7o$

Tehát $\Delta = \pm 3{,}7o > T_{4\%} = 1{,}88 \Longrightarrow$ a mintaátlag nem szignifikáns, tehát nem általánositható.

Az előkompenzáló program megvalósitásának tapasztalatai

A pedagógus szemszögéből:

Az I. kötetben feltüntetett időpontban és a leirt program szerint zajlott le az előkompenzálás két órája, a hozzátartozó korrepetálással együtt. A kérdés kellő exponálása a megtanitási stratégián belül különösen fontos, mert leginkább eltér a szokásostól mind tartalmában, mind módszerében. Idegen a pedagógusoktól. Az évszázados átöröklés és néha több évtizedes saját gyakorlat, a hagyományos osztályrendszerü oktatáson belüli frontális osztálymunka olyan reflexeket és szokásrendszereket alakitott ki, melyek szinte lehetetlenné teszik a szokásos módszerektől való eltérést. Ráadásul itt nem is egyszerü eltérésről van szó, hanem gyökeres változásról. Az oktatást ha csak néhány órára is, egyénre szabottan és tudáselemenként kell megvalósitani, mégpedig lehetőleg hiánytalanul! Ez eleinte hitetlenséget, a megvalósithatatlanság érzetét kelti. A program áttanulmányozása után zavart értetlenséget, számos félreértést szült. Csak a többszöri elképzelés és a lényeg tudatos kiemelése győzte meg a tanárokat a program használhatóságáról ill. megkisérelhetőségéről. Tiszteletre méltó hősiességgel vállalták a munkát, bár kételkedtek. Annak ellenére, hogy elöttük volt a teszt eredményeiről a kimutatás tanulókra és itemekre lebontottan, tartottak a szervezéstől. Természetesen nem véletlenül. Rendelkezésükre állt megfelelő példányszámban az itemekre irt feladatrendszer, egyéni és csoportmunkára egyaránt. Kaptak továbbá kellő számú gazdagitó programot. Igy látszólag kevés dolguk volt, hisz mindent kézhez kaptak. Nem volt könnyü, hogy azt a rengeteg holt anyagot élővé, a tanitási mechánizmust életképessé tegyék. Mégpedig úgy, hogy abból valami egészen új eredményes megtanitási fázis szülessék, és a tanulók fejlődését ugrásszerü változás jellemezze. S mindez ne csupán oktatási, hanem nevelési eredményt is biztositsa.

Hallatlan szervezési készséget kiván a tanártól. Előre meg kell terveznie az óra forgatókönyvét, melyik feladatrendszert mely tanulóknak adja először, másodszor, stb. Kik lesznek a tutorok, és ki mellett? Kik kapnak gazdagitó programot és melyiket stb. De ez csupán az első forduló. Meg kell határoznia a saját órabeli szerepét. Pl. Első kompenzáló órán egy csoporttal közösen dolgozik itemről itemre ill. a reájuk irott feladatrendszerről feladatrendszerre. Hogyan végezze ezt úgy, hogy közben a többi mikro csoport és az egyéni munkát is figyelemmel kisérhesse, sőt segitsen, ha kell? Folytatni lehetne a gondokat azzal, hogy 48 itemre itemenként irt átlag 5 feladatot, tehát kb. 24o feladatot kell ismernie, de legalábbis rátekintésre átlátnia. Olyan memóriára, figyelmének megosztására van szükség, amilyent soha nem gyakorolt, sőt el sem tudott képzelni, hogy valaha szüksége lehet rá.

Hasonló a helyzet ezzel a néhány órai programmal, mint a programozott oktatással a külföldi gyakorlatban, csak meghatározott minimális számban lehet alkalmazni pl. hetente. Igaz, ezt elsősorban a tanuló oldala indokolja, de analóg a következőkkel. Ugyanis az itt ecsetelt előkompenzáló órák oly idegrendszeri, pszichikai megterhelést jelentenek a pedagógus számára, hogy valóban határok között kell tartani még akkor is, ha mindent kézbe adunk. Szerencse, hogy erre csupán tematikus egységként kétszer, elő és utókompenzáláskor kerül sor. Igy általában osztályonként ill. tárgyanként 4-5 tematikus egységgel számolva 8-1o alkalomnak megfelelően 16-2o óra jut évente. Ez sem kevés, hisz az évi óraszám 12,5-15,6 %-a. Jobban érzékelhető a havi bontás, ami legfeljebb két óra lehet. Ha ezt beszorozzuk tanáronként két-három osztállyal, akkor kapjuk a reális 4-6 kompenzáló óra igényét. Ezt a megterhelést enyhitik a következő tényezők: 1./ Az utókompenzálás, a megtanitási stratégia, a folyamatos kompenzálás következtében lényegesen kevesebb megterhelést jelent a pedagógusnak. 2./ Ha a kompenzálás rendszere egyszer folyamatossá válik pl. 5. osztálytól, akkor az egyes előkompenzáló programok megterhelő volta minimálisra csökkenthető. 3./ Miután rendszerré vált a kompenzálás, kialakul a rendszeresitett stratégia és az egyes pedagógus egyéni módszere. Ezek a tényezők lényegesen enyhitik a jövő várható problémáit és egyben biztositják a jelen kisérlet beugrásszerü nehézségeinek feloldását. Továbbá valószinüsitik a stratégia általánosithatóságát a pedagógus oldaláról.

Összegezve a pedagógus oldaláról a kérdést, megállapitható:

1./ A kezdeti tartózkodás ellenére igen hasznosan alkalmazható tanitási formának tekintik az előkompenzáló programot.

2./ Különösen hasznosnak itélik az itemekre irt feladatrendszereket a használhatóság szempontjából. A legegyszerübb problémából kiindulva, esetenként bemutatás, magyarázat stb. útján fokozatosan nehezedő problémákon át jut el a tanuló a tesztben előforduló tudáselem nehézségi fokáig. Ez alapfeltétele az előkompenzálásnak.

3./ A legtöbb problémát az órák szervezése okozta. Az esetenként igen sokirányú figyelem megosztás, a visszacsatolás és beavatkozás igénye csak olyan megoldást tett lehetővé, hogy a feladatrendszerek egy részét odahaza tudták javitani, majd következő órán azt elemezni. Sőt olyan is előfordult, hogy az előkompenzáló befejezése után folyamatos kompenzációt kellett megvalósitani bizonyos megmaradt problémák rendezése céljából.

4./ Ebből adódik az a tapasztalat, hogy ilyen beugrásszerü előkompenzálásra tervezett 2 óra és korrepetálás nem sok. Egyben igazolja a korrepetálás szükségességéről, az I. kötetben kifejtettek valóságát. Vagyis általános bevezetés esetén, a folyamatosság következményeként elegendő az itt tervezett időhányad, de különben kevésbé.

5./ Az előkompenzálás feltételezi az önálló és csoportmunkát. Ez utóbbi két fajtáját müködtették; a heterogén kis csoport /5-6 fő/ és a mikro csoportot /2 fő/. A nehézséget a csoportok áttekintése, munkáltatásuk megszervezése és főleg a visszacsatolás okozta. Szükség volt a tervezésben is feltüntetett közös tanári vezetéssel történő munkaformára is. Főleg a korrepetáláson szereplő gyermekek részére és egyik másik osztálynál az első kompenzáló órán. Attól függően, hogy milyen volt az eredmény.

6./ Szép számmal alkalmazhatták a gazdagitó programot is azon tanulók részére, akik nem voltak tutorok. Ezek ellenőrzése többnyire otthoni munkára maradt.

7./ Az eredményt nem hiánytalannak, de feltétlenül sikeresnek nyilvánitották a tanárok.

8./ Szakmai és pedagógiai repertoárjuk új szinfolttal gazdagodott. Egy merőben más, új szempontú kitekintést nyertek a jövő tanári munkájára. Feltétlenül felfrissültek, megmozdultak.

A legtöbb tanár alapvető törekvésének megvalósulását látják a kompenzációban, mellyel a reájuk bizott gyermekek fejlődését soha nem remélt mértékben segithetik elő, és ezzel biztosithatják saját értékük növekedését is.

<u>A tanulók szemszögéből</u>:

Általános tapasztalat, hogy a tanulók zöme értékelte a sok feladatrendszerbe befektetett munkát, és igyekezett lelkiismeretes munkával hiányainak pótlására. Előzetes tájékoztatásuk az előkompenzálás céljáról meglepte őket, hisz ilyen törekvéssel még nem találkoztak. Az, hogy hiányaik teljes pótlását igéri a program, kivétel nélkül aktiv munkára hangolta őkat. Igy örömmel vették egyéni problémáikkal való foglalkozást, s a tutor, vagy a tanár segitségét is önkéntes aktivitással vették igénybe. Még a leggyengébbek, az alig kettesek is tudtak és akartak közös munkával úgy pótolni, hogy hiányaiknak csak kisebb része várt további kompenzálásra. A második órán már ezek is részben vagy egészen önállóan dolgozhattak. A legkomolyabb fejlődés azoknál a gyengéknél volt mérhető, akik legalább erős kettesek, de hanyagságból, hiányzásból, iskolaváltoztatásból stb. adódóan nagyon sok volt a hiányuk. Ezeknél az emlitett motiváltság következtében egyértelmüen komolyan változott a munkaerkölcs pozitiv irányba a kompenzáló órák módszere során.

Külön emlitésre méltó a tutorok ill. a gazdagitó programmal is dolgozók rétege. Ezek aránya igen változó az egyes osztályokban. Éppen ezért is az előkompenzáló program módszerének megadása csak keret jellegü lehet. Érdekes, de érthető jelenség, hogy ezek a tanulók szivesebben vállaltak tutorságot. Ebben a munkaformába a tanárok korábban bevezették a tanulókat, tehát volt már némi tapasztalatuk. Nagyon komolyan vették feladatukat, és munkájuk eredményes volt. Csak annyit segitettek amennyire feltétlenül szükség volt és azt is lehetőleg rávezetéssel. Természetesen ki-ki saját képességeinek, fejlettségének megfelelően. A gazdagitó programok adási lehetősége szintén változó a különböző osztályokban. A tanulók igényelték az igényszintjüknek megfelelő feladatokat. A megoldott feladatok értékelése vagy az órákon, vagy pedig otthoni javitás után történhetett. Az első órán inkább eltolódott otthonra ez a munka a sokféle egyéb gond miatt, a második órán jobbára az órán történt a visszacsatolás.

Szólni kell még a csoportfoglalkozásokról. Ezek akkor voltak a legeredményesebbek, amikor a csoport 5-6 tagja azonos problémákat pótolt, és igy azonos feladatlapokat kapott. Igy ugyanis a csoportvezető megtudta osztani figyelmét társai között. Érvényesült a vezető szerep, a tanárral ő tartotta a kapcsolatot, s rajta keresztül irányitani tudta a tanár a csoportot. A tagok becsülettel igyekeztek a megoldandó feladatokat lehetőleg hibátlanul megoldani. Nem akartak másolni, de elfogadták a vezető korrigáló tanácsait. A munka ezzel a formával sokkal egyénre szabottabb, aktivabb, közösségibb és eredményesebb volt. A gyermekek szeretik és várják ezt a munkaformát.

Végezetül had álljon itt az egyik kolléganő szószerinti leirása és értékelése az előkompenzálásról abból a célból, hogy kapjunk egy életképet a végrehajtásról ill. annak tapasztalatairól.

"Az előfeltétel tudást mérő teszt eredményei alapján a nagyon kevés pontot elért tanulók korrepetáláson vettek részt, ahol igyekeztünk azon hiányok kiküszöbölését megoldani, amelyeknek egyéni kompenzálása nem remélhető /irányitott önálló munka/. Sajnos azon tanulók, akik itt nem jelentek meg, külön problémát jelentenek, hisz az ő felzárkoztatásuk elhuzódik.

Az első kompenzáló órán a kevés hibaszámú tanulók négyes csoportokban dolgoztak, a csoport létesitése az azonos problémák alapján történt. Önálló munkájukat egyeztetés /egymás közötti/ után összehasonlíthatták az asztalon lévő eredménnyel, jelölhették a hibát, majd a helyükön igyekeztek kijavitani. Házi feladatként a fennmaradó problémákra kaptak feladatrendszert ill. egy tanuló gazdagitóból. Az osztály másik fele képezte a gyenge tanulók csoportját, kikkel közvetlen foglalkozást valósitottam meg, ügyelve a kellő önállóság biztositására. Ők teljesen azonos programot kaptak a mindannyiuknál rosszul megoldott feladatokból. Házi feladatnak is azonos problémára kaptak feladatokat.

A tanulók egy részének kompenzálása az első órán befejeződött, ők alkották a második órán a tutorokat, s feladatuk a melléjük beosztott tanulók segitése volt. A kevés problémával rendelkezőket szintén kettes csoportokba osztottam az azonos, vagy hasonló problémák szerint, ügyelve arra, hogy lehetőleg képesek legyenek egymásnak segiteni. Néhány tanuló, akik egyedi problémájuk és tutor hiányában segitség nélkül maradt, az én segitő irányitásommal dolgozott, de közben ügyeltem a többiek munkájára is. Kézfeltartással jelezték, ha megakadtak. Házi feladatot differenciáltan kaptak a megmaradt problémákból, a tutorok pedig a gazdagitó programból.

A tanulók órai munkáit ill. házi feladatait beszedtem, javitottam és visszaadtam mindaddig, amig a probléma megszünt.

A tanulók többsége a hiányok nagyobb részét tudta pótolni ezalatt az idő alatt. A jók teljesen önállóan használták a jól szerkesztett feladatlapokat. A gyenge tanulók több esetben szorultak útmutatásra, mert nem értettek valamit. Az egészen gyenge tanulók felzárkóztatása ennyi idő alatt lehetetlen, hiszen a problémáik kompenzálásához szükséges feladatlapok megoldása sokkal több időt vesz igénybe. Őket menet közben is állandó részfeladatok adásával lehet csak felzárkóztatni."

Alapadatok

A témazáró /T/ teszt alapján

T: A súlyok átalakitása százalékponttá: "A" változat

Sor-szám	Empirikus súly		Szint súly		Fontossági súly		$\frac{E\%p+S\%p+F\%p}{3}$	Egyéb
	Ep	E%p	Sp	S%p	Fp	F%p		
1.	1. a o,2	4,8	4	6,o	2	4,4	5,o	
2.	b o,13	3,o	4	6,o	2	4,4	4,4	
3.	c o,14	3,4	3	4,6	3	6,4	4,8	25,2
4.	d o,14	3,4	3	4,6	3	6,4	4,8	
5.	e o,42	lo,o	3	4,6	2	4,4	6,2	
6.	2. a o,17	4,o	4	6,o	2	4,4	4,8	
7.	b o,17	4,o	3	4,6	2	4,4	4,2	
8.	c o,2	4,8	3	4,6	3	6,4	5,4	26,2
9.	d o,25	6,o	3	4,6	2	4,4	5,o	
lo.	e o,48	11,4	3	4,6	2	4,4	6,8	
11.	3. a o,17	4,o	4	6,o	3	6,4	5,4	
12.	b o,16	3,8	4	6,o	3	6,4	5,4	16,6
13.	c o,28	6,6	3	4,6	3	6,4	5,8	
14.	4. a o,o5	1,2	4	6,o	1	2,2	3,2	
15.	b o,o9	2,o	3	4,6	2	4,4	3,6	
16.	c o,26	6,2	4	6,o	2	4,4	5,6	16,6
17.	d o,o8	1,8	4	6,o	2	4,4	4,2	
18.	5. a o,12	2,8	1	1,4	2	4,4	3,o	
19.	b o,34	8,o	3	4,6	2	4,4	5,8	15,4
2o.	c o,37	8,8	3	4,6	3	6,6	6,6	
Össz.	4,22	loo,o	66	loo,o	46	loo,o	loo,o	loo,o

26. táblázat

T: A súlyok átalakitása százalékponttá: "B" változat

Sor-szám	Empirikus súly		Szint súly		Fontossági súly		$\frac{E\%p+S\%p+F\%p}{3}$	Egyéb
	Ep	E%p	Sp	S%p	Fp	F%p		
1.	1. a 0,16	6,2	4	6,4	3	7,6	6,8	
2.	b 0,16	6,2	3	5,0	3	7,6	6,2	20,2
3.	c 0,30	11,4	3	5,0	2	5,2	7,2	
4.	2. a 0,05	2,0	3	5,0	2	5,2	4,0	
5.	b 0,09	3,4	4	6,4	2	5,2	5,0	20,2
6.	c 0,22	8,4	3	5,0	2	5,2	6,2	
7.	d 0,09	3,4	4	6,4	2	5,2	5,0	
8.	3. a 0,06	2,2	4	6,4	2	5,2	4,6	
9.	b 0,10	3,8	3	5,0	2	5,2	4,8	19,4
10.	c 0,13	5,0	3	5,0	2	5,2	5,0	
11.	d 0,18	6,8	2	3,0	2	5,2	5,0	
12.	4. a 0,12	4,6	4	6,4	2	5,2	5,4	
13.	b 0,09	3,4	3	5,0	2	5,2	4,6	
14.	c 0,14	5,2	3	5,0	2	5,0	5,0	27,6
15.	d 0,16	6,2	3	5,0	2	5,0	5,4	
16.	e 0,30	11,4	3	5,0	2	5,0	7,2	
17.	5. a 0,16	6,2	3	5,0	1	2,6	4,6	
18.	b 0,05	2,0	3	5,0	2	5,0	4,0	12,6
19.	c 0,06	2,2	3	5,0	2	5,0	4,0	
Össz.	2,62	100,0	61	100,0	39	100,0	100,0	100,0

27. táblázat

T - itemek

Kertvárosi Ált. Isk. "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	2 a	b	c	d	e	3 a	b	c	4 a	b	c	d	5 a	b	c	%p
1.	T.F.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	o	o	4,2	3,o	5,8	6,6	9o,8
2.	E.T.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	14,o
3.	D.T.	o	o	4,8	4,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	23,6
4.	M.L.	o	4,4	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,2	3,6	5,6	4,2	o	o	o	21,o
5.	V.G.	o	o	o	o	o	4,8	o	o	o	o	5,4	5,4	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	41,6
6.	F.G.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	o	o	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	o	6o,o
7.	M.M.	o	o	4,8	4,8	o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	23,6
8.	T.G.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	o	5,o	o	5,4	5,4	5,8	o	o	o	o	o	o	o	55,8
9.	K.I.	o	4,4	o	o	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	3,o	5,8	o	59,4
1o.	T.V.	o	o	o	o	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	o	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	3,o	5,8	o	5o,4
11.	S.S.	o	o	o	o	o	4,8	4,2	5,4	o	o	o	o	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	o	39,8

28. táblázat

T - itemek

Kertvárosi Ált. Isk. "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	c	d	4 a	b	c	d	e	5 a	b	c	%p
1.	A.A.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	o	o	o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	o	4,o	4,o	61,6
2.	F.S.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	86,6
3.	K.R.	o	o	o	o	5,o	o	5,o	o	o	5,o	o	5,4	4,6	o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	43,o
4.	H.A.																				1oo,o
5.	S.A.																				1oo,o
6.	N.A.																				1oo,o
7.	K.Z.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	95,o
8.	P.P.	o	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	93,2
9.	H.Z.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	o	o	o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	74,4
1o.	V.S.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	86,6
11.	B.L.																				1oo,o

29. táblázat

T - itemek

I.sz. Gyakorló Ált. Isk. "A" változat

Ssz.	Név	1/a	b	c	d	e	2/a	b	c	d	e	3/a	b	c	4/a	b	c	d	5/a	b	c	%p
1.	B.K.																					1oo,o
2.	E.P.																					1oo,o
3.	H.J.	o	4,4	4,8	o	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	5,8	6,6	72,6
4.	H.A.																					1oo,o
5.	I.E.																					1oo,o
6.	K.H.																					1oo,o
7.	K.L.																					1oo,o
8.	K.A.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	3,o	5,8	6,6	94,4
9.	L.A.																					1oo,o

3o. táblázat

T - itemek

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	2 a	b	c	d	e	3 a	b	c	4 a	b	c	d	5 a	b	c	%p
1o.	M.Á.																					1oo,o
11.	M.A.																					1oo,o
12.	N.Z.																					1oo,o
13.	P.P.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	o	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	94,6
14.	R.B.																					1oo,o
15.	R.C.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	o	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	3,o	5,8	6,6	89,6
16.	S.Z.																					1oo,o
17.	V.E.																					1oo,o
18.	V.E.	o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	6,6	83,o

3o. táblázat

T - itemek

I. sz. Gyakorló Ált. Isk. Uj tantervü osztály "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	c	d	4 a	b	c	d	e	5 a	b	c	%p
1.	A.K.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	9o,o
2.	B.K.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	92,8
3.	C.E.																				loo,o
4.	G.F.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	92,8
5.	H.É.	6,8	6,2	7,2	4,o	o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	95,o
6.	H.I.																				loo,o
7.	K.N.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	95,o
8.	M.E.	6,8	6,2	7,2	4,o	o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	95,o
9.	M.Z.																				loo,o

31. táblázat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	c	d	4 a	b	c	d	e	5 a	b	c	%p
1o.	N.G.																				1oo,o
11.	S.P.																				1oo,o
12.	T.R.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	9o,o
13.	T.C.	6,8	o	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	86,6
14.	T.Z.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	92,8
15.	T.M.																				1oo,o
16.	V.J.	o	6,2	o	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	72,6
17.	K.T.	6,8	6,2	7,2	4,o	o	6,2	5,o	4,6	4,8	o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	85,o

31. táblázat

T - itemek

Dr Hal József Ált. Isk. "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	2 a	b	c	d	e	3 a	b	c	4 a	b	c	d	5 a	b	c	%p
1.	B.B.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	o	4,2	5,4	5,o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,o	o	o	36,6
2.	P.Z.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	o	o	5,4	5,4	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	6,6	76,6
3.	N.G.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	o	6,8	5,4	5,4	o	3,2	3,6	5,6	4,2	o	o	o	73,8
4.	G.T.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	o	o	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	o	6o,o
5.	K.G.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	o	o	o	66,o
6.	N.M.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	82,o
7.	P.É.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	63,2
8.	S.G.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	7o,o
9.	T.K.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	o	o	o	o	o	o	o	3,o	o	o	41,4
1o.	T.G.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	o	o	o	o	o	o	o	o	3,2	3,6	o	4,2	3,o	5,8	6,6	51,6
11.	V.P.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	o	5,6	4,2	3,o	o	6,6	77,6
12.	D.F.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	o	87,2

32. táblázat

T - itemek

Dr Hal József Ált. Isk. "B" változat

Ssz.	Név	1/a	b	c	2/a	b	c	d	3/a	b	c	d	4/a	b	c	d	e	5/a	b	c	%p
1.	Á.A.																				1oo,o
2.	C.J.																				1oo,o
3.	F.A.	o	o	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	o	o	o	4,6	4,o	4,o	62,2
4.	F.T.	o	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	87,o
5.	M.M.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	95,o
6.	M.M.	6,8	o	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	86,6
7.	O.Á.	6,8	6,2	o	4,o	o	o	o	4,6	4,8	o	o	5,4	4,6	o	o	o	4,6	o	o	47,8
8.	P.S.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	95,o
9.	R.Z.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	o	o	o	o	4,6	4,o	4,o	72,4
1o.	S.S.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	92,8
11.	T.E.																				1oo,o

33. táblázat

T - itemek

Dr Hal József Ált. Isk. Uj tantervü osztály "A" változat

Sszám	Név	1 a	b	c	d	e	2 a	b	c	d	e	3 a	b	c	4 a	b	c	d	5 a	b	c	%p
1.	B.P.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	93,2
2.	B.M.																					1oo,o
3.	G.A.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	3,o	o	o	69,o
4.	H.A.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	93,2
5.	N.N.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	o	o	o	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	67,6
6.	S.C.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	o	o	5,4	5,4	o	3,2	o	o	o	o	o	o	41,4
7.	P.M.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	o	o	o	o	3,o	5,8	6,6	7o,4
8.	R.M.																					1oo,o
9.	S.P.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	87,o
1o.	S.A.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	o	3,o	5,8	o	89,2
11.	T.E.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	93,2
12.	Ü.K.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	88,2

34. táblázat

T - itemek

Dr Hal József Ált. Isk. Uj tantervü osztály "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	c	d	4 a	b	c	d	e	5 a	b	c	%p
1.	B.G.																				1oo,o
2.	D.Z.																				1oo,o
3.	F.T.																				1oo,o
4.	H.K.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	93,8
5.	N.Á.	o	o	o	4,o	o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	o	o	o	o	o	o	o	28,4
6.	N.M.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	o	o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	9o,o
7.	T.C.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	o	o	o	o	o	o	o	59,8
8.	H.L.																				1oo,o
9.	L.Z.																				1oo,o
1o.	L.A.																				1oo,o
11.	M.A.																				1oo,o
12.	P.Z.																				1oo,o
13.	P.A.																				1oo,o
14.	S.A.																				1oo,o

35. táblázat

T - itemek

II. sz. Gyakorló Ált. Isk. "A" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	d	e	2 a	b	c	d	e	3 a	b	c	4 a	b	c	d	5 a	b	c	%p
1.	H.B.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	o	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	6,6	76,8
2.	E.M.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	93,2
3.	D.P.																					1oo,o
4.	T.I.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	o	o	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	76,6
5.	N.T.	o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	o	o	o	5,4	o	o	3,2	3,6	5,6	4,2	o	o	6,6	57,8
6.	F.K.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	93,2
7.	M.E.	5,o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	o	75,6
8.	B.I.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	o	4,2	o	o	6,6	78,8
9.	Z.T.	o	o	o	o	o	4,8	4,2	5,4	5,o	o	o	o	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	o	o	o	41,8

36. táblázat

T - itemek

II. sz. Gyakorló Ált. Isk. "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	c	d	4 a	b	c	d	e	5 a	b	c	%p
1.	S.A.	6,8	6,2	7,2	o	5,o	6,2	5,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	4,o	4,o	44,4
2.	M.M.	6,8	6,2	o	o	5,o	6,2	o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	o	o	o	o	o	4,o	4,o	51,6
3.	B.Z.	6,8	6,2	o	4,o	o	o	o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	o	4,o	4,o	64,8
4.	K.C.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	o	4,o	4,o	88,2
5.	K.F.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	o	o	o	o	5,4	o	o	o	o	4,6	4,o	4,o	51,2
6.	C.A.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	o	4,o	4,o	89,2
7.	A.I.	6,8	6,2	o	o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	o	4,o	4,o	77,o
8.	B.I.	6,8	6,2	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	o	o	o	o	o	4,o	4,o	66,o
9.	F.A.	6,8	o	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	4,6	5,o	5,4	7,2	o	4,o	4,o	76,6

37. táblázat

T - itemek

II. sz. Gyakorló Ált. Isk. "A" változat

Ssz.	Név	1/a	b	c	d	e	2/a	b	c	d	e	3/a	b	c	4/a	b	c	d	5/a	b	c	%p
1.	L.B.	o	4,4	4,8	4,8	o	4,8	4,2	o	5,o	o	5,4	o	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	65,4
2.	B.M.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	o	5,8	o	9o,4
3.	R.S.																					1oo,o
4.	B.T.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	o	42,o
5.	T.A.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	o	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	95,2
6.	K.M.																					1oo,o
7.	S.S.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	o	o	o	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	73,8
8.	V.H.	5,o	4,4	o	4,8	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	o	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	83,2
9.	H.J.	5,o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	o	41,2
1o.	F.D.	5,o	o	o	o	o	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	o	73,2
11.	K.T.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	5,o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	o	o	87,6
12.	C.B.	5,o	4,4	4,8	4,8	6,2	4,8	4,2	5,4	o	6,8	5,4	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	95,o
13.	T.J.	o	4,4	4,8	4,8	6,2	o	o	5,4	5,o	6,8	o	5,4	5,8	3,2	3,6	5,6	4,2	3,o	5,8	6,6	8o,6

38. táblázat

T - itemek

II. sz. Gyakorló Ált. Isk. "B" változat

Ssz.	Név	1 a	b	c	2 a	b	c	d	3 a	b	c	d	4 a	b	c	d	e	5 a	b	c	%p
1.	G.R.	o	6,2	7,2	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	o	89,2
2.	T.G.	6,8	o	o	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	73,2
3.	G.A.																				1oo,o
4.	K.G.	o	o	o	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	61,o
5.	K.Z.																				1oo,o
6.	G.E.	o	6,2	7,2	4,o	5,o	o	o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	4,o	76,6
7.	K.É.	o	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	o	4,6	o	o	o	4,6	4,o	4,o	64,o
8.	H.C.	o	o	o	4,o	5,o	o	5,o	4,6	o	5,o	o	5,4	4,6	5,o	o	o	4,6	4,o	4,o	51,2
9.	R.A.																				1oo,o
1o.	K.Á.	6,8	o	o	4,o	5,o	6,2	5,o	4,6	o	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	4,o	o	77,8
11.	B.Á.	6,8	o	o	4,o	5,o	6,2	o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	7,2	4,6	o	4,o	77,6
12.	S.M.	o	o	o	4,o	o	6,2	5,o	4,6	o	o	o	5,4	4,6	5,o	o	o	o	4,o	4,o	42,8
13.	S.A.	6,8	6,2	7,2	4,o	5,o	o	5,o	4,6	4,8	5,o	5,o	5,4	4,6	5,o	5,4	o	4,6	4,o	4,o	86,6

39. táblázat

Mennyiségi sor - rangsorolt számadatok

T: "A" és "B" változat

Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p
1.	14	22.	51,6	43.	72,6	64.	83,2
2.	21	23.	55,8	44.	72,6	65.	85
3.	23,6	24.	57,8	45.	73,2	66.	86,6
4.	23,6	25.	59,4	46.	73,2	67.	86,6
5.	28,4	26.	59,8	47.	73,8	68.	86,6
6.	36,6	27.	6o	48.	73,8	69.	86,6
7.	39,8	28.	6o	49.	74,4	7o.	86,6
8.	41,2	29.	61	5o.	75,6	71.	87
9.	41,2	3o.	61,6	51.	76,6	72.	87
1o.	41,4	31.	62,2	52.	76,6	73.	87,2
11.	41,6	32.	63,2	53.	76,6	74.	87,6
12.	41,8	33.	64	54.	76,6	75.	88,2
13.	42	34.	64,8	55.	76,8	76.	88,2
14.	42,8	35.	65,4	56.	77	77.	89,2
15.	43	36.	66	57.	77,6	78.	89,2
16.	44,4	37.	66	58.	77,6	79.	89,2
17.	47,8	38.	67,6	59.	77,8	8o.	89,6
18.	5o,4	39.	69	6o.	78,8	81.	9o
19.	51,2	4o.	7o	61.	8o,6	82.	9o
2o.	51,2	41.	7o,4	62.	82	83.	9o
21.	51,6	42.	72,4	63.	83	84.	9o,4

4o. táblázat

Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p	Sorsz.	%p
85.	9o,8	lo2.	95	119.	loo	136.	loo
86.	92	lo3.	95	12o.	loo	137.	loo
87.	92,8	lo4.	95	121.	loo	138.	loo
88.	92,8	lo5.	95	122.	loo	139.	loo
89.	92,8	lo6.	95,2	123.	loo	14o.	loo
9o.	93,2	lo7.	loo	124.	loo	141.	loo
91.	93,2	lo8.	loo	125.	loo	142.	loo
92.	93,2	lo9.	loo	126.	loo	143.	loo
93.	93,2	11o.	loo	127.	loo	144.	loo
94.	93,2	111.	loo	128.	loo	145.	loo
95.	93,2	112.	loo	129.	loo	146.	loo
96.	93,8	113.	loo	13o.	loo	147.	loo
97.	94,4	114.	loo	131.	loo	148.	loo
98.	94,6	115.	loo	132.	loo	149.	loo
99.	95	116.	loo	133.	loo	15o.	loo
loo.	95	117.	loo	134.	loo		
lol.	95	118.	loo	135.	loo		

41. táblázat

Mennyiségi sor

T: "A" és "B" változat

Sor-szám	A tanulók teljesitménye százalékpontban /:csoportképzés:/	A tanulók száma
1.	o - 5	o
2.	6 - 1o	o
3.	11 - 15	1
4.	16 - 2o	o
5.	21 - 25	3
6.	26 - 3o	1
7.	31 - 35	o
8.	36 - 4o	2
9.	41 - 45	9
1o.	46 - 5o	1
11.	51 - 55	5
12.	56 - 6o	6
13.	61 - 65	6
14.	66 - 7o	6
15.	71 - 75	9
16.	76 - 8o	11
17.	81 - 85	5
18.	86 - 9o	18
19.	91 - 95	22
2o.	96 -1oo	45
	összesen:	15o

Intervallum terjedelme: /1oo - 14/:16 = 5,37⇒ 5

42. táblázat

Gyakorisági sor - átlag kiszámitásához

T: "A" és "B" változat

Sor-szám	A tanulók teljesitménye %p		A tanulók száma		
	oszt.köz.	oszt.közép x	gyak. f.	rel.gyak. %	f·x
1.	o - 5	2,5	o	o	o
2.	6 - 1o	8	o	o	o
3.	11 - 15	13	1	o,6	13
4.	16 - 2o	18	o	o	o
5.	21 - 25	23	3	2	69
6.	26 - 3o	28	1	o,6	28
7.	31 - 35	33	o	o	o
8.	36 - 4o	38	2	1,3	76
9.	41 - 45	43	9	6	387
1o.	46 - 5o	48	1	o,6	48
11.	51 - 55	53	5	3,3	256
12.	56 - 6o	58	6	4	348
13.	61 - 65	63	6	4	378
14.	66 - 7o	68	6	4	4o8
15.	71 - 75	73	9	6	657
16.	76 - 8o	78	11	7,3	858
17.	81 - 85	83	5	3,3	415
18.	86 - 9o	88	18	12	1584
19.	91 - 95	93	22	14,6	2o46
2o.	96 -1oo	98	45	3o	441o
	összesen	-	15o	-	11981

átlag: 11981:15o = 79,87 $\approx$ 8o%

43. **táblázat**

A szórás számitása

T: "A" és "B" változat

Sorszám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\bar{x}/$	$/x_i-\bar{x}/^2$
1.	14	-66	4356
2.	21	-59	3481
3.	23,6	-56,4	318o,96
4.	23,6	-56,4	318o,96
5.	28,4	-51,6	2662,56
6.	36,6	-43,4	1883,56
7.	39,8	-4o,2	1616,o4
8.	41,2	-38,8	15o5,44
9.	41,2	-38,8	15o5,44
1o.	41,4	-38,6	1489,96
11.	41,6	-38,4	1474,56
12.	41,8	-38,2	1459,24
13.	42	-38	1444
14.	42,8	-37,2	1383,84
15.	43	-37	1369
16.	44,4	-35,6	1267,36
17.	47,8	-32,2	1o36,84
18.	5o,4	-29,6	876,16
19.	51,2	-28,8	829,44

44. táblázat

Sorszám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\bar{x}/$	$/x_i-\bar{x}/^2$
2o.	51,2	-28,8	829,44
21.	51,6	-28,4	8o6,56
22.	51,6	-28,4	8o6,56
23.	55,8	-24,2	585,64
24.	57,8	-22,2	492,84
25.	59,4	-2o,6	424,36
26.	59,8	-2o,2	4o8,o4
27.	6o	-2o	4oo
28.	6o	-2o	4oo
29.	61	-19	361
3o.	61,6	-18,4	338,56
31.	62,2	-17,8	316,84
32.	63,2	-16,8	282,24
33.	64	-16	256
34.	64,8	-15,2	231,o4
35.	65,4	-14,6	213,16
36.	66	-14	196
37.	66	-14	196
38.	67,6	-12,4	153,76
39.	69	-11	121
4o.	7o	-1o	1oo

45. táblázat

Sor-szám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\bar{x}/$	$/x_i-\bar{x}/^2$
41.	7o,4	-9,6	92,16
42.	72,4	-7,6	57,76
43.	72,6	-7,4	54,76
44.	72,6	-7,4	54,76
45.	73,2	-6,8	46,24
46.	73,2	-6,8	46,24
47.	73,8	-6,2	38,44
48.	73,8	-6,2	38,44
49.	74,4	-5,6	31,36
5o.	75,6	-4,4	19,36
51.	76,6	-3,4	11,56
52.	76,6	-3,4	11,56
53.	76,6	-3,4	11,56
54.	76,6	-3,4	11,56
55.	76,8	-3,2	1o,24
56.	77	-3	9
57.	77,6	-2,4	5,76
58.	77,6	-2,4	5,76
59.	77,8	-2,2	4,84

46. táblázat

Sorszám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\bar{x}/$	$/x_i-\bar{x}/^2$
6o.	78,8	-2,2	4,84
61.	8o,6	o,6	o,36
62.	82	2	4
63.	83	3	9
64.	83,2	3,2	1o,24
65.	85	5,o	25
66.	86,6	6,6	43,56
67.	86,6	6,6	43,56
68.	86,6	6,6	43,56
69.	86,6	6,6	43,56
7o.	86,6	6,6	43,56
71.	87	7	49
72.	87	7	49
73.	87,2	7,2	51,84
74.	87,6	7,6	57,76
75.	88,2	8,2	67,24
76.	88,2	8,2	67,24
77.	89,2	9,2	84,64
78.	89,2	9,2	84,64
79.	89,2	9,2	84,64

47. táblázat

Sorszám	A tanuló teljesitménye %p x_i	Az átlagtól való eltérés $/x_i-\bar{x}/$	Az eltérés négyzete $/x_i-\bar{x}/^2$
8o.	89,6	9,6	92,16
81.	9o	lo	loo
82.	9o	lo	loo
83.	9o	lo	loo
84.	9o,4	lo,4	lo8,16
85.	9o,8	lo,8	116,64
86.	92	12	144
87.	92,8	12,8	163,84
88.	92,8	12,8	163,84
89.	92,8	12,8	163,84
9o.	93,2	13,2	174,24
91.	93,2	13,2	174,24
92.	93,2	13,2	174,24
93.	93,2	13,2	174,24
94.	93,2	13,2	174,24
95.	93,2	13,2	174,24
96.	93,8	13,8	19o,44
97.	94,4	14,4	2o7,36
98.	94,6	14,6	213,16
99.	95	15	225

48. táblázat

Sorszám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\bar{x}/$	$/x_i-\bar{x}/^2$
1oo.	95	15	225
1o1.	95	15	225
1o2.	95	15	225
1o3.	95	15	225
1o4.	95	15	225
1o5.	95	15	225
1o6.	95,2	15,2	231,o4
1o7.	1oo	2o	4oo
1o8.	1oo	2o	4oo
1o9.	1oo	2o	4oo
11o.	1oo	2o	4oo
111.	1oo	2o	4oo
112.	1oo	2o	4oo
113.	1oo	2o	4oo
114.	1oo	2o	4oo
115.	1oo	2o	4oo
116.	1oo	2o	4oo
117.	1oo	2o	4oo
118.	1oo	2o	4oo
119.	1oo	2o	4oo

49. táblázat

Sorszám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\overline{x}/$	$/x_i-\overline{x}/^2$
12o.	loo	2o	4oo
121.	loo	2o	4oo
122.	loo	2o	4oo
123.	loo	2o	4oo
124.	loo	2o	4oo
125.	loo	2o	4oo
126.	loo	2o	4oo
127.	loo	2o	4oo
128.	loo	2o	4oo
129.	loo	2o	4oo
13o.	loo	2o	4oo
131.	loo	2o	4oo
132.	loo	2o	4oo
133.	loo	2o	4oo
134.	loo	2o	4oo
135.	loo	2o	4oo
136.	loo	2o	4oo
137.	loo	2o	4oo
138.	loo	2o	4oo
139.	loo	2o	4oo

5o. táblázat

Sor-szám	A tanuló teljesitménye %p	Az átlagtól való eltérés	Az eltérés négyzete
	x_i	$/x_i-\bar{x}/$	$/x_i-\bar{x}/^2$
14o.	loo	2o	4oo
141.	loo	2o	4oo
142.	loo	2o	4oo
143.	loo	2o	4oo
144.	loo	2o	4oo
145.	loo	2o	4oo
146.	loo	2o	4oo
147.	loo	2o	4oo
148.	loo	2o	4oo
149.	loo	2o	4oo
15o.	loo	2o	4oo

összesen: 67664,92

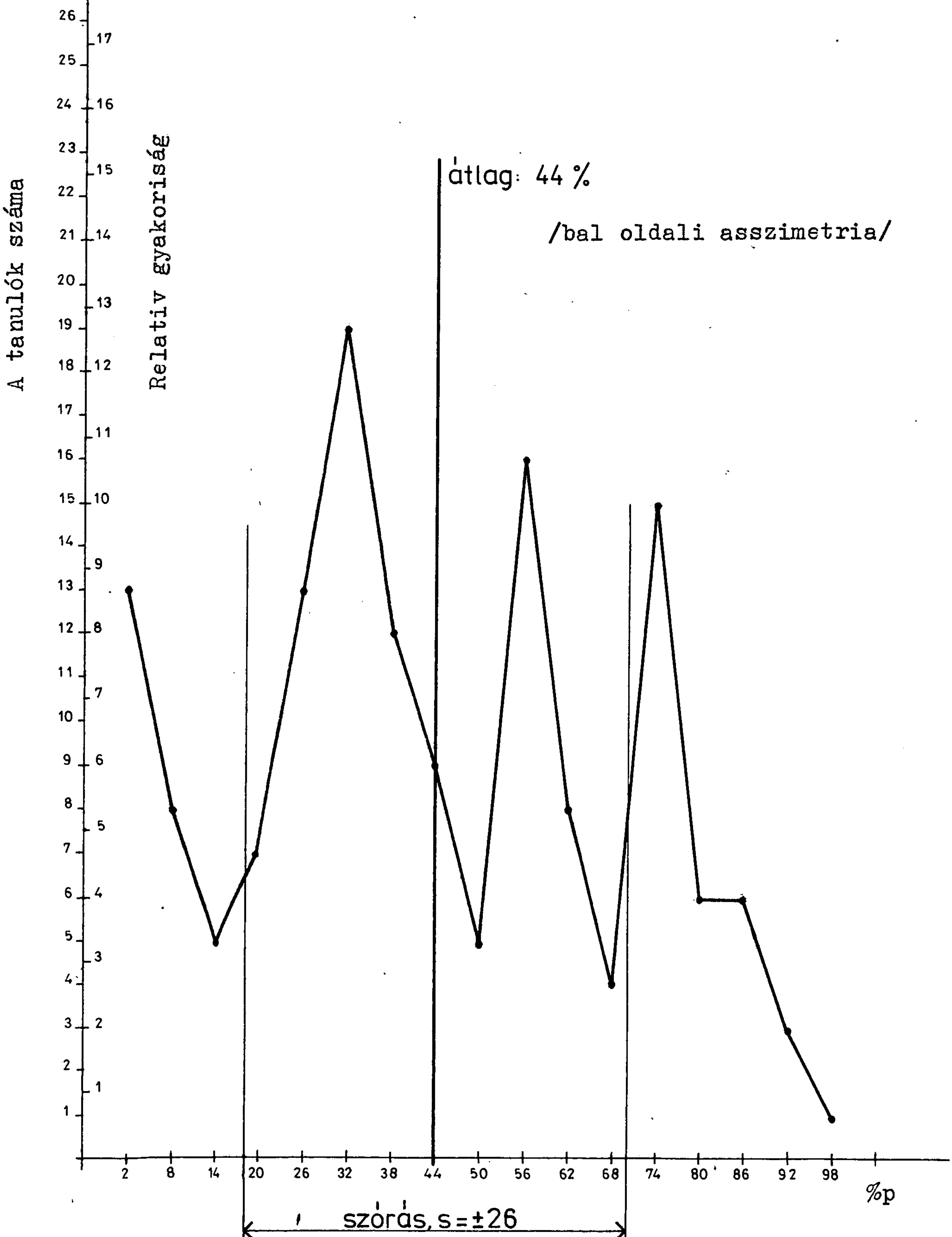
Szórás: $\sqrt{\frac{\Sigma/x_i-\bar{x}/^2}{n}} = \sqrt{\frac{67664,92}{15o}} = \sqrt{451,o99} \approx \pm 21$

Relativ szórás: $V = \frac{S \cdot loo}{\bar{x}} = \frac{21 \cdot loo}{8o} = 26,25 \approx 26\% \longrightarrow$ erős

51. táblázat

Gyakorisági sor gyakorisági poligonja /1981/

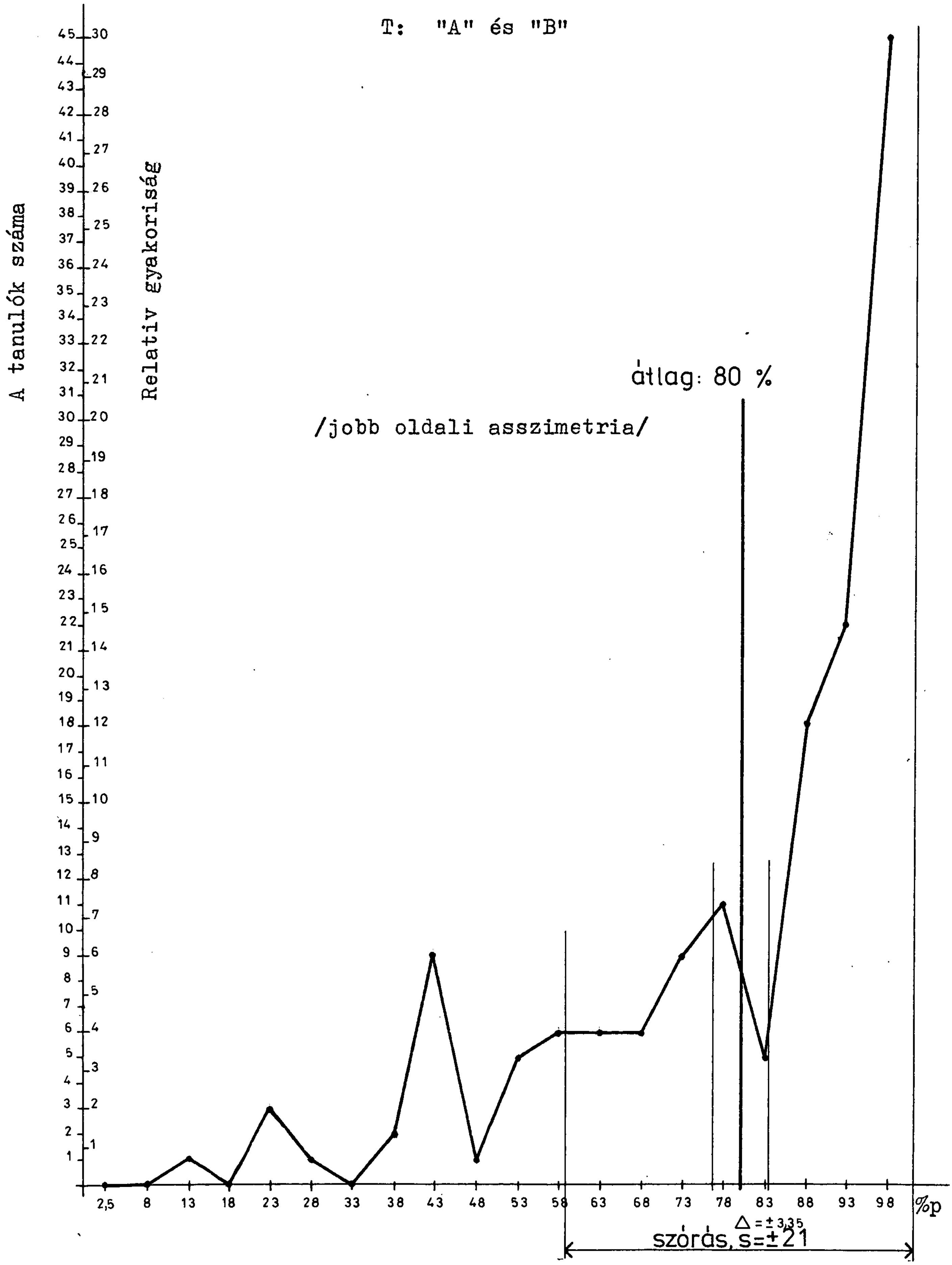
T: "A" és "B"



3. ábra

<u>Gyakorisági sor gyakorisági poligonja</u> /1982/

T: "A" és "B"



4. ábra

A témazáró teszt /T/ statisztikai eredményei-nek vizsgálata, elemzése

A statisztikai eredményeket az alapadatok cimen közölt táblázatok tartalmazzák /26., 27., 28., .../. Az elemzés szempontjából számunkra az átlag 8o%, az szórás ± 21, a relativ szórás 26%, valamint a gyakorisági poligon /3. 4. ábra/ fontosak elsősorban. Az előfeltétel- tudást mérő teszt /E/ statisztikai eredményeinek vizsgálatakor emlitett indokok alapján célszerünek látszik itt is egy két év előtti szakdolgozati szintü mérési eredménnyel való összehasonlitás.

Összehasonlitás:

Ev	átlag	szórás	relativ szórás
1981	44%	± 26	59% szélsőséges
1982	8o%	± 21	26% erős

Mig az előfeltétel- tudást mérő tesztek elemzésénél a gyakorisági poligonok /1. és 2. ábra/ hasonlósága volt a jellemző, addig a témazáró tesztek alapján készült gyakorisági poligonok /3. és 4. ábra/ esetében szembetünő a különbözőség. Az 1981. év eredményét mutató grafikon bal oldali asszimetriát, az 1982. évi, vagyis a jelen témazáró alapján készült grafikon erősen jobb oldali asszimetriát mutat. 1981-ben csupán az előfeltétel- tudás és az elsajátitás összefüggését vizsgáltuk két mérés alapján, jelenleg pedig pedagógiai programcsomag alapján megtanitásra tettünk kisérletet.

Az 1981-es mérés előfeltétel- tudás eredménye 37%, a témazáró pedig 44%. A különbség, a fejlődés, hagyományos mód mellett mindössze 7%. Az 1982-es, tehát a jelenlegi előfeltétel- tudás eredménye 47%, a témazáró pedig 8o%. A növekedés, a fejlődés, a stratégia alapján 33%. A többlet tehát 33% - 7% = 26%.

A számszerü adatok és a grafikonok összehasonlitásából a megtanitási stratégia eredményességére következtethetünk. Ez azonban legfeljebb kvalitative történhet, hisz a két mérés sok azonos feltétele mellett a legfontosabb, a populáció nem azonos. /csak a korosztály/

Elemzés: a megtanitási stratégia, a folyamatos kompenzálás kritériuma szerint

a/ Az egész mintára vonatkozóan:

Átlag: 8o%

Hibátlan dolgozatok száma: 44 ⟶ 29,3%

Négyes és ötös dolgozatok száma: 111 ⟶ 74% /több mint $\frac{2}{3}$ része a mintának/

/Országos tudásszinthez alkalmazkodóan/

Elégtelen dolgozatok száma: 4 ⟶ 2,6%

b/ <u>Osztályokra lebontva</u>:

Elérte a kritériumot /75%/: 4 osztály: 75%; 78%; 87%; 95% /≈/

Nem érte el a kritériumot: 2 osztály: 65%; 72% /≈/

Uj matematika tanterv szerint tanult: 2 osztály: 87%; 95%

Az osztályok kétharmad része elérte a 75%-os kritériumot. A leggyengébb eredményt produkáló osztályból származik a négy elégtelen dolgozat. Ebben a peremkerületi iskolában a kisérletet vezető pedagógus csupán a megelőző két héten és a kisérlet alatt tanitotta az osztályt.

A teljesitmények magasak, különösen kiemelkedő a hibátlan dolgozatok száma /44/. Ezzel függ össze az a megfigyelés, hogy a jelen stratégia ugyan felfelé differenciált, de elsősorban a kevesebb hiánnyal rendelkező tanulókat. Az egészen fejletlen tanulók lényeges felzárkóztatását nem tudta megoldani.
Igaz, a tanitó tanár előzetes tanulói teljesitmények vizsgálata alpján azt állitotta, hogy az elért pontszámok eredményt mutatnak. Az okokat keresve két tényezőt kellene itt figyelembe venni:

1./ Az általános iskola utólsó osztályában folyt a kisérlet. Az ide feljutott tanulók egy része 8 év kudarcát, annak minden következményét hordozzák magukkal. Ezt sem szaktárgyi sem nevelési szempontból egy-két hónap alatt kompenzálni nem lehet.

2./ Bár a matematika zárt, de nem belépő tantárgy, ahol az előismeretek könnyebben átfoghatók /pl: kémia, fizika stb./ A matematika tanitása jelen esetben nyolc évre elhúzodó folyamat, és egy adott megtanitási stratégia megvalósitásában nagy szerepet játszanak a hosszabb idő alatt kialakuló készségek, jártasságok, képességek. Ennek igazolására szabad legyen ismét hivatkozni a két év előtti szakdolgozat idevágó részére.

"Az előfeltétel- tudás befolyásoló hatásának mértéke /18%/ az elsajátitásra az általános felfogás szerint kevésnek látszik a tantárgy sajátosságait - logikai felépitettségét - figyelembe véve, de ha a matematika tanitására és tanithatóságára figyelemmel vagyunk akkor elegendő mértékü. Ugyanis, mint a jelen példa mutatja 8 év összegyülemlett matematikai és egyéb tudás tartalma nem mérhető egyetlen tesztben, de nem is képez előfeltétel-tudást a téma elsajátitásához. Ezt ragyogóan mutatja a regressziós egyenes $y = 0{,}45x + 27$ konstans értéke: a 27.

Ha szoros volna - tökéletesen szoros - az összefüggés, akkor az x = 0-ra y = 0 esnék, vagyis nulla előfeltétel- tudásra nulla elsajátitás következnék. De a függvény azt mutatja, hogy az előfeltétel- tudás nulla értékére, tetemes /27/ elsajátitási érték jut. Ez adódhat az elsajátitás minőségéből, az előfeltétel- tudást megelőző ismeretekből, készségekből, vagy mindkettőből. Nincs okunk a jelen tesztek alapján /37% és 44%/ feltételezni csak az előbbit"...

Az 1. és 2. pontban foglaltakat figyelembe véve arra a következtetésre jutunk, hogy szélsőséges esetek megoldását csak a témakompenzációs oktatás általánossá tételétől várhatjuk. Jelen esetben az utókompenzálás volt hivatott a hiányok mérséklésére.

A felfelé differenciálódás szempontjából érdemes a következő táblázatot figyelembe venni:

Osztályzat	a tanulók száma	százalékos megoszlás
jeles jó	111	74%
közepes	22	≈ 14,6%
elégséges	13	≈ 8,6%
elégtelen	4	≈ 2,6%

150

Az elsajátitást prezentáló 111 tanulóval összevethetjük a gyengén vagy egyáltalán nem teljesitő 13+4=17 /11,4%/ számát. Ebből adódik, hogy az elsajátitó tanulók száma 6,5 szerese a gyengéknek. De ha a közepes, elégséges és elégtelen tanulók együttes létszámát 22+13+4=39 hasonlitjuk a tudástartalmat teljesen birtoklókkal, közel háromszoros eredményt kapunk.

Megállapithatjuk, hogy a jelen megtanitási stratégia elérte a kritériumot, felfelé differenciált, de nem oldotta meg teljesen a rendkivüli hiányokkal rendelkező kevés számú tanuló gondját.

Szükségesnek látszik még az átlag szignifikanciavizsgálatának elvégzése.

$n = 15o$

$\bar{x} = 8o\%$

$S_x = \pm 21$

$t = 1{,}96$ a valószinüségi szinthez tartozó érték, mely a tévedés lehetőségét mutatja

Standard hiba: $S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \frac{21}{\sqrt{15o}} = 1{,}71\%p$

Konfidenciaintervallum: $t\, S_{\bar{x}} = 1{,}96 \cdot 1{,}71 = \pm 3{,}35$

Tehát $\Delta = \pm 3{,}35 > T_{4\%} = 3{,}2o \Longrightarrow$ a mintaátlag nem szignifikáns, tehát nem általánositható.

Az utókompenzáló program megvalósitásának tapasztalatai

Az utókompenzálás tapasztalatai részben az előkompenzálásnál leirtakkal egyező. A tervezés is hasonló volt. A gyakorlat, az eredmények következményeként azonban lényegesen csökkentette az utókompenzálás szerepét. A kritériumot elért négy osztályban elegendő volt a tervezett két óra helyett egy óra. Korrepetálásra pedig sehol sem került sor. Megjegyzendő, hogy ez utóbbi nem általánositásra szánt munkaforma! Néhány tanuló kivételével újra tanitásra sehol nem volt szükség. Általában önállóan, vagy tutor segitségével pótolták a hiányokat. Lényegesen könnyebben ment tanár és diák részéről egyaránt. Azt lehet mondani, egy folyamatos, általánositott témakompenzációs rendszerben szerepe leszükül legfeljebb egy órai munkára, igen kevés segédanyaggal.

A megtanitási stratégia végrehajtásának értékelése

A stratégia elő és utókompenzálásáról külön részben szóltunk. Itt most az óraprogramok megvalósitásának értékelése történik.

Az értékelés szempontjai:

1./ A tartalmi összeállitás, hogy szolgálta az elsajátitást?

2./ Mennyire sikerült az órakezdő feladatokkal a szöveges egyenletek megoldási készségét elősegiteni?

3./ A csoportmunka elemzése.

4./ Hogyan sikerült magvalósitani a gyakorlatban és milyen eredménnyel a bemutatás, önálló munkáltatás, visszacsatolás, beavatkozás, rögzités folyamatát?

5./ Okozott-e gondot a frontális munka lényeges csökkenése?

6./ A témák utáni lo perces informativ mérés, majd a beavatkozás, hogy szolgálta a folyamatos kompenzálást?

7./ Milyen tényezők segitették az egyéni tanulást?

8./ Hogyan vették figyelembe az oktatás folyamán az egyént, és hogyan segitették fejlődését?

9. Elérték-e az otthoni tanulás ideális formáját?

- füzetekben lévő mintapéldák áttanulmányozása
- munkalapon lévő mintapéldák áttanulmányozása
- a tankönyv vonatkozó részének tanulmányozása
- házi feladat gondos megoldása

1o./ Hogyan dolgoztak az otthoni párok?

11./ Hogyan alkult a munkaerkölcs, a tanulás motiváltsága?

12./ Miben látják a megtanitási stratégia újszerüségét, megoldhatóságát és eredményességét?

13./ Szivesen vállalkoznának-e folyamatosan, ilyen tanitásra? Miért?

1./ A tartalmi összeállitás struktúraelemzés alapján történt. Igy természetes, hogy a továbbhaladáshoz legszükségesebb ismereteket tartalmazta, hiánytalanul. A tematikus egység az óraprogramokban szemmel láthatóan témákra bontott, de a program gondoskodott a folyamatos ismétlésről a tudástartalmak variációs előfordulálásáról. A tartalom a cálnak - a legfontosabb tudáselemek elsajátitásának - alárendelten terveződött és funkcionált. Talán legkevésbé az egyenletek grafikus megoldásának tervezése szolgálta a permanens elvet, de az nagyrészt a speciális tartalomból következett. Ezt a problémát kissé az eredmények is tükrözik. /"A" változat 5. feladat/

Az órakezdő feladatbank, a gazdagitó program feladatsora, a versenyfeladatok, a jó értelemben vett bőség zavarát okozták. Jól megválasztottaknak bizonyultak a problémafelvető célkitüzések. Fokozatosan nehezültek, mélyültek és bővültek problémájukat nézve az új anyag feladatai. A versenyfeladatok, az alkalmazott összefoglalás feladatai és a differenciált szorgalmi feladatok jól szolgálták a fölfelé differenciálás programját. A kisérletet végző tanárok egybehangzó véleménye szerint is a tartalmi programozottság adta az eredmény igen nagy hányadát.

2./ Az órakezdő szöveges feladatok rendszere a szükséges előzetes ismeretek felelevenitését, az összefüggések, kapcsolatok áttekinthetőségét tették lehetővé aránylag kevés idő ráforditásával. Jól szolgálták a folyamatos kompenzálás és előkészités feladatát. A szöveges feladatok megértésének, elemző felirásának, értelemszerü ellenőrzésének alapvető feltétele volt, ennek a lehetőségnek a kihasználása. Eredményessége a táblázatokból is tükröződik. Az általános iskola egyik legnehezebb problémája a szöveges feladatok megoldása, melynek alapozása első osztálytól folyik.

3./ A csoportmunkát a kezdeti idegenkedés után minden tanár és minden diák szivesen fogadta. A gyerekek lelkesedtek érte. Igen sok segitséget kaptak és adtak a tanulók. A tanulók zöme szivesen segitett, legfeljebb a hogyan okozott néha problémát. Felelősségérzetük, munkamoráljuk érezhetően fejlődött. Sokat problémáztak dolgokon, és elárasztották tanáraikat kérdéseikkel. Volt olyan iskola, ahol szocializációjuk olyan szintü volt, hogy nehezen szoktak rá az új formára. Nem segitettek egymásnak! <u>A csoportfoglalkozásokból a gyengébbek nyertek többet tartalmilag és pszichikailag egyaránt</u>. A tanárok mindhárom tervezett csoporttanulást funkcionáltatták. A "tutoros" megoldást találták legkönnyebbnek, a másik kettő igen intenziv szervező és koncentrált munkát igényelt.

4./ A bemutatás, önálló munkáltatás, visszacsatolás, természetes velejárója volt a tanári munkának. A beavatkozást, az egyéni korrekciót mint új formát, nehezen szokták meg. A rögzités sem volt mindig gyakorlat. A visszacsatolás mindkét irányban megtörtént, de a tanár irányába történő visszacsatolás sorrendje általában forditott. Nehezen szokják meg azt a helyes sorrendet, hogy visszacsatolás után, annak függvényében kell történnie a beavatkozásnak, egyéni vagy csoportos hibaelemzésnek. A Forrainé-féle módszer következtében alakult ki a pedagógus társadalomban az a gyakorlat, hogy a feladat önálló megoldása után mégegyszer megoldják közösen, mert a Forrainé módszerében a tanulók egy része abból tanulhatott csupán.

5./ A frontális osztálymunka lényeges csökkenése nem okozott gondot a tanároknak. Ma már Forrainé óta az önálló munkáltatás annyira elterjedt, hogy az ellenkezője a feltünő. Az egyenletek tanitása tartalmában is erősiti a frontális munka csökkenthetőségének gondolatát. Egy-egy tipus bemutatása után részben félig önálló, részben önálló munkával, közben természetesen tutori vagy tanári egyéni segitségadással szerezhetik a tanulók ismereteiket. Ha csoportmunkára szerveződött az óra, akkor a frontális munka teljesen kiszorult az oktatás folyamatából. A tanulók különösen szerették, ha nem a tanár végtelen magyarázatát kellett hallgatniuk. A tevékenység, a munkában való aktiv részvétel, az elemző okoskodás, az önkontroll, teljesitményük szintjének mérése, a sikerélmény, mind a tanulás motivációs bázisát erősitő tényező.

6./ Tanár és diák számára igen hasznos kezdeményezés. Igaz, többlet munkát rótt a tanárra, de megérte. A felmérések után differenciált órakezdő és házi feladatok adásával, azok ellenőrzésével pótolták a hiányokat. Az informativ tesztekkel egyértelmüvé, kézzel foghatóvá váltak az egyéni problémák és visszacsatolást jelentett a tanár tanulás vezetésére is. Az egyéni pótlásokon kivül itt főleg a tanulótársak jelentettek nagy segitséget. Természetesen tömeges probléma jelentkezése esetén tanári beavatkozás segitett a bajokon. Volt olyan felmérés, hogy 3 nap múlva a pótlások megtörténte után megismételve a mérést 55%-os javulás mutatkozott. A tanulók igen kedvelték e formát, hisz önvizsgálatuk alapja volt a témán belül anélkül, hogy számukra előnytelen következményekkel járt volna /pl. osztályzat/. Ellenkezőleg, igy nyilt lehetőségük a javitásra, hiányos ismereteik kiegészitésére. Szociálisan ez volt számukra a legértékesebb mozzanat az egész stratégiában. Ez a gondolat a tanulói véleményekből nyomon követhető. Tehát a lo perces informativ tesztek a folyamatos kompenzálás igen lényeges elemét adták.

7./ Mindenkelőtt a tartalom, a feladatok szoros logikai felépitettsége a tematikus egység minden részén, az egyéni tanulás lehetőségét nyújtotta. A kompenzáló feladatrendszerek alapvetően egyéni munkára készültek, és ott is realizálódtak. A gyakori mérés és a hiányok pótlásának lehetősége segitette talán leginkább az egyéni tanulást. Az órák különböző mozzanataiban megvalósitott differenciált foglalkozások, a házi feladatok elkészitése, azok komoly elemzése és értékelése, mind az egyéni tanulást segitették. Kiemelendő a versenyek és szorgalmi házi feladatok szerepe. A versenyben a tanulók kb. 6o%-a rendszeresen szerepelt. Ez, és a szorgalmi házi feladatokat megoldók egyre növekvő száma segitette az egyén fejlődését, melynek eredményei a felfelé differenciálódás statisztikai mutatóiban fellelhetők.

8./ Az egyén figyelembe vétele a 7. pontban foglaltak alapján történt elsősorban. Az oktatás folyamán a lehetőségekhez mérten mindig az egyén fejlődését tekintették célnak és feladatnak. A hangsúly az egyénre lebontott elsajátitáson volt. Minden munkaforma, tanári tevékenység, mérés, ennek a célnak alárendelten müködött. Ezt megértették a tanárok és a kezdeti nehézségek után egyéni lehetőségeikhez mérten gyakorolták is.

9./ Az otthoni tanulás ideális formája tekintetében megtették amit lehetett. Olyan "füzetképet" biztositottak, melyből valóban tanulni lehetett. Más kérdés, hogy a tanulók felhasználták-e ezt a lehetőséget. Nehéz erre válaszolni. Az viszont biztos, hogy a házi feladatok rendre elkészültek, egyre gondosabban. Rájöttek az állandó ellenőrzés, elemző tanulás következtében, hogy az ő érdeküket szolgálja, minden más tanitási - tanulási tevékenységgel együtt. Számtalan esetben mentek problémáikkal, ötleteikkel /pl. szorgalmi feladatoknál/ tanáraikhoz, és sokszor érdekes, egyéni megoldásokkal örvendeztették meg őket.

lo./ Az otthoni tanulópár rendszer megszerveződött ahol lehetett, és ahol szükséges volt, ott möködött is. A nehézséget két dolog okozta, egyrészt a szétszórtan lakók összejövetele /települési helyzet következtében/, másrészt a tanulók délutáni elfoglaltsága. A segitség zömmel órák előtt, tanitás előtt vagy után valósult meg. A problémák ellenére arra lehet gondolni, hogy hatnak még az erőfeszités nélküli liberális "hagyományos" oktatás szokásai. Nehéz ezt máról holnapra megoldani ill. megváltoztatni. Ha majd a szigorú követelményekkel, az ellenőrzésekkel, minden segitség megadásával ráébresztjük a szülőt és gyermeket a tudás örömére, egy új értékrendre, ahol csak a befektetett munka és ennek nyomán keletkező teljesitmény az érték, a létezés lehetősége, akkor majd fontos lesz az otthoni munka és kialakul egy egészséges munkakapcsolat a tanulók között is.

11./ A feszitett munkaprogram, a sokféle lehetőség a tudás megszerzésére magával ragadta a tanulókat. Motiváltságuk abból eredt elsősorban, hogy a megtanitási stratégia minden mozzanata az ő fejlődésüket szolgálta, úgy, hogy nem elégedett meg a tanár a tanitással, hanem törekedett a megtanitásra minden tanuló számára. Ez legtöbb tanulónak új és egyben serkentő tényező volt. Ezért érdemes volt küzdeni! A tanár nemcsak az osztállyal foglalkozott, hanem fontos volt neki az egyének előmenetele. A tudás, mint érték, mint érték mérő nagyobb lépett előre elsősorban azoknál a gyenge tanulóknál, akik magukat eddig úgy könyvelték el ,hogy a matematika tanulása terén semmi esélyük soha nem lehet. Nem tulzás azt mondani, hogy a tanulók ezen rétegének egy részénél tanpasztalni lehetett, az értelem tükröződését az arcán, a szemében. Olyan gyerekeknél, akiknél az otthoni környezet semmi aktiválást nem tud adni a tanulás terén. Ebben a pontban megfogalmazódott eredmény a legnagyobbika a stratégiának. Ebben van a jövő igérete, az embernevelés szempontjából.

12./ Csak néhány jellemző választ emlitek:

- Minden gyermek, minden anyagra, a tartalmi minimum szintjén, de néha ennél magasabb szinten is megtanitható.
- Minden gyermekben kialakitható az az igény, hogy akarjon ő is tudni, vagyis a tudás igénye.
- A jobbak fölfelé differenciálják, emelik saját igényszintjüket. Tisztán látják, hogy mi a követelmény, és ennek elérésében tudják segiteni a gyengébb társukat.
- Fejlődik önállóságuk, erősödik az akaratuk, emelkedik teljesitményük, s nől a motiváltságuk.
- A tanulók szociális fejlődése lényegesen felül mulja a hagyományos oktatás hatását.
- Megvalósitható és szükséges.

13./ Egyértelmüen bármikor, bármely képességü osztályban alkalmaznák, ha legalább a jelen feltételek biztositottak. Sőt elhatározásuk a tanároknak, hogy az alapgondolatokat, a megtanitást, a lehetőségekhez mérten alkalmazni is fogják. Az okok között az 1-12. pontban kifejtetteket emlitik. Kiemelték az eredményességet, valamint azt, hogy nemcsak a matematika tudásszintjük jobb, hanem sok egyéb már korábban többször leirt tulajdonságuk alakul pozitivan.

IV.

- Tanulói és tanári vélemények
- Általánosithatóságról
- Összegzés

Tanulói és tanári vélemények

A megtanitási stratégia általánosithatósága szempontjából nem közömbös az előzetes kisérletekben résztvevők szubjektiv véleménye. Hisz egy részük mint végrehajtó, más részük pedig mint a kisérlet alanya a legközvetlenebbül érintettek. Megnyilatkozásuk egyaránt tanulságos a jelen vizsgálat lefolyása és a jövő tanulsága szempontjából. Ezért közlünk néhány véleményt szószerint.

Tanulói vélemények:

- "Szerintem jó ez a tanitási mód, mert az előtudást mérő tesztlap után kaptunk olyan lapokat amelyeken gyakorolni tudtam azokat a feladatokat amelyeket nem tudtam. A csoportmunka is jó, mert amit nem tudtam, azt megkérdezhettem mástól. Tavaly matematikából 4-es voltam."

- "Az utóbbi időben matematikából előtudást felmérő teszteket oldottunk meg, csoportmunkában. Szerintem ez nagyon jó, mert főleg a gyengék sokat tanulnak belőle. A csoportmunka során egymásnak magyarázunk, s ezért a jobbak is kiegészithetik hiányaikat. Az is jó benne, hogy ezekre nem kapunk jegyet, igy jobb kedvvel csináljuk. Amit elrontottunk visszakapjuk és kijavithatjuk hibáinkat. Azelőtt nekem ezek a feladattipusok nem nagyon mentek, de most úgy érzem, sokkal jobban értem őket. Tavaly 4-es voltam matematikából."

- "Szerintem ez a módszer nagyon jó és hasznos, de csak matematikában érdemes alkalmazni. Többször vissza lehet kapni a dolgozatokat és alkalom nyilik rá, hogy javitsunk is. Nekem ez nem jelent nehézséget, sőt érdekesnek találom. Öröm számomra az, ha a gyengébb tanuló megérti azt, amit magyarázok, és alkalmazni is tudja. Amióta igy dolgozunk, sokkal jobban szeretem a matematikát, és örülök ha matematika óránk lesz. Tavaly 4-es voltam matematikából."

- "Szerintem ez a matematika tanulás nagyon jó, és a csoportfoglalkozások is, mert a gyengébbek jobban megértik. Az is jó, hogy a hibás feladatokat visszakapjuk, megtudjuk, hogy mit hibáztunk és ezt a következőkbe már nem követjük el. Az órákon jobban megértem a feladatokat és otthon nem okoz problémát a házi feladat. A felmérőkben is már csak elvétve van hibám. Matematika jegyem tavaly: 3. "

- "Én azt tartom nagyon jónak, hogy amit beadunk dolgozatot azt visszakapjuk és ha rosszul sikerült akkor a tanár elmagyarázza. Ilyenkor csak a jók kapnak jegyet. Amióta igy megy ez, nem zavar a matematika, mert könnyebb is, meg jobban is birom. Azt is szeretem mikor csoportban dolgozunk, mert ha elrontok valamit akkor a többiek segitenek.

Jó, hogy segitő társakat szervezett a tanárnéni, mert könnyebb a tanulás. A házi feladatok ellenőrzése után is segitséget kapunk, ha kell. Tavaly 2-es voltam."

- "A csoportmunkát szeretem az egészben, mert ott a jobb tanuló segit a gyenge tanulónak. Nekem ez némi segitséget ad és a jobb tanuló is gyakorolja a feladatmegoldást. A házi feladatot utána egyedül megtudom oldani /legtöbbször/, vagy egy kis segitséggel. Most már kezdem érteni a matematikát. Eddig nem értettem. Most már a hibákra is rájövők. Tavalyi matematika jegyem: 1."

- "Év elején rengeteget felejtettem. Sok feladatnál úgy volt, hogy azt se tudtam, hogyan álljak neki. De most már megszerettem a matematikát. Főleg az egyenleteket. Most már nincs olyan, hogy nem értem a házi feladatot. Szerintem jó lenne, ha több tantárgyból is bevezetnék. Tavalyi osztályzatom: 3."

- "Nekem az a véleményem, hogy ez a tanulás sokat segit a gyengébb tanulóknak, mert a tanár sokkal többet foglalkozik velük. Elöző évi jegyem 2-es volt."

- "Szerintem azért jobb ez a módszer, mert több röpdolgozatot irunk, és ha valakinek nagyon rosszul sikerül, akkor azzal külön is foglalkoznak és pótolják vele a hiányait. A csoportmunka is jó, mert akkor munka közben is meg lehet kérdezni azt amit nem tudunk. Tavaly kettesem volt matematikából."

- "Amikor csoportokban vagyunk az a jó, hogy együtt megbeszéljük a feladatokat. Ha valakinek egy lapra irt feladata rosszul sikerült, akkor fokozatosan visszakapja addig, mig meg nem érti és jól meg nem csinálja. Az is jó ha időnként különböző csoportokba ülünk, pl. jó tanulók A csoportba, közepesek B csoportba és a gyengébbek C csoportba. Igy a tanár mind a három csoportnak más feladatot tud adni. A jó tanulók nehezebbet és igy tovább. Nekem igy könnyebb a matematika és otthon is jobban megy a házi feladat megoldása. Tavaly 3-as voltam matematikából."

- "Nekem könnyebb megértést ad a szöveges feladatok megoldásakor. Nagyon jó, hogy kitalálták, és szerintem ezt más tárgyakból is meg lehetne valósitani. Jó volt, hogy csoportokban lehettünk és kitértünk apróbb részletekre is. Tavaly 5-ös voltam."

- "Szerintem jó, hogy ezt a módszert alkalmazzuk. Nekem elég sokat segit. Tetszik az, hogy egyes tanulókkal külön foglalkozik a tanárnő és igy jobban megértik a feladatokat. A tanulópáros megoldás is nagyon jó dolog. Nekem sok hasznom van belőle. A csoportmunka különösen tetszett. Hármas voltam."

- "Ez az egy hónapos kisérletezés azért jó a társaim szempontjából figyelve, mert külön foglalkoznak velük és több esélyük van arra, hogy megértsék az alapokat. Számomra is sokat segitett, mert a hibáimat hamar kijavitottam. Nekem jó ez az egész. Tavaly 4-esem volt matematikából."

- "Én ezt a "kisérleti matematikát" értékesnek tartom. Valahogy szeretem ezt a részt, pedig magát a matematikát nem kedvelem. Értem is, pedig két hetet hiányoztam. Nagyon jó, hogy van javitási és pótlási lehetőség. Haszna is van. Egy kicsit előkészit a középiskolai tantervre matematikából. És fejleszti a gondolkodásunk, logikusan gondolkodunk. Ez nemcsak a matematikára értendő, hanem az életre is. A csoportmunka különösen jó volt, mert segiteni tudtunk egymásnak. Tavaly 3-as voltam."

- "Nekem ezzel a módszerrel sokkal könnyebb a tanulás. Ezeket a feladatokat szinte szivesen csináltam. Kár, hogy csak egy hónapig lesz, és nem tart tovább. Igy, ezt a matekot jobban meg lehet érteni mint az eddigit. Most valahogy szivesebben tanulok matematikát. Négyesem volt tavaly."

<u>Tanári vélemények</u>:

1./ "Tapasztalataim, gondolataim a megtanitási stratégia kipróbálása közben:

- Legfőbb gond az idő, különösen gyenge osztályban.
- Néhány óra után a gyerekek tudomásul vették, hogy

bizonyos anyagokat meg kell tanulniuk. Számonkérem tőlük, ellenőrzöm tudásukat, pótlásukat.

- Már a második héten meg tudták fogalmazni a gyengék is, hogy mit nem tudnak, mit nem értenek, mit kell pótolniuk. Segitséget tudnak kérni és kérnek is.

- A differenciált foglalkozás bátorságot ad a gyengéknek a megnyilvánuláshoz. Lassan ráéreznek arra, hogy van amit ők is tudnak.

- Ha van mód egyénenként figyelni az önálló vagy csoportos munkát, sokkal eredményesebb a gyengéknek a személyre szóló konkrét segitség, a hibás lépésre való rámutatás, mint a frontális munka. Igy azonnal tudják hibás lépésüket korrigálni, s esetleg a következőt önállóan, hibátlanul megtenni. Ha ebben megerősitést kapnak, bátrabban dolgoznak önállóan.

- Néha már addig fejlődnek, hogy vitába is szállnak saját elgondolásuk megvédésére.

- Akarnak pótolni, javitani tudni, megérezték a tudás izét.

- Kialakult már ilyen kevés idő alatt is egy megfelelő munkamorál. Természetesnek tekintik mind az órai mind az otthoni munkát.

- Az eddigi munka kihat a szakköri ill. tanfolyami munkára is. A jobbak szivesen vállalnak előre felkészülést és önálló foglalkozás vezetést. Szivesen segitenek, magyaráznak a gyengébbeknek. Céltudatosan törekszenek egy-egy probléma megmagyarázására, megértésére.

- Rendszeresen megoldják a szorgalmi feladatokat. Versengenek, hogy óra elején ki számoljon be róla.

- A negyedik héten, a szöveges problémák megjelenése után mind többen, mind gyakrabban törekszenek a feladatok többféle felirására. Sőt gyakran ellenőrzésként használják föl a más módon való megoldást.

- A csoportmunkát szerették. A jobbak tágabb teret kapnak vagy azzal, hogy fejlettségükhöz mért feladatokat kapnak, vagy azzal, hogy egyéni munkatempóval, saját elképzeléseik megvalósitásával foglalkoznak. Felelősséget éreznek a gyengébb tanulók munkájának eredményességéért. A lehetőségként kapott plusz más megoldási módok, versenyfeladatok megoldásával érzik, hogy a tudás megszerzésének nincs egy felső határa. Csak többet, vagy még többet lehet tudni.

- A stratégia sugallta szemléletmód csak akkor lenne maradandó, ha továbbra is folytatni lehetne, ill. más tárgyaknál is alkalmaznák, és pedig jóval korábban.

- A következőkban is hasonló szellemben óhajtom tanitani a matematikát. Munkám során a megtanitás és megtanulás célként fog szerepelni."

2./ - "Az előkompenzálási órák feladatlapjai felépitésükben - a tudáselemek egymásraépülésében - igen jók voltak. A problémát számomra a szervezés jelentette. A gyengén teljesitő tanulóknak annyi feladatrendszert kellett volna megoldani, ami nem fért bele a 2 órába. Őket a folyamatos kompenzálás során kellett felzárkóztatni.

- A megtanitási programot egészében és órákra lebontva is jónak tartom. Egy jó képességü osztályban elvégezhető. Szivesen felhasználom a "csomagot" a párhuzamos osztályban is. Külön tetszik, hogy ismét szerepel az órakezdő feladat és tanári bemutató elemzés. Az elkövetkező években is szivesen felhasználnám a rendelkezésemre álló anyagot az egyenletek feldolgozásában. A feladatok szoros logikai egymásra épülése biztositéka a tananyag elsajátithatóságának. Az egyes óraprogramok "felülterveзettek". Itt, az utasitásnak megfelelően arra kell törekedni a tanárnak, hogy a betervezett feladatokat lehetőségnek tekintse és az adott témán belül valamennyi tipus megtanitására törekedjék, megfelelő kiválasztással.

- A tanulók a mikro csoportos munkát kedvelik legjobban. Az 5-6 fős csoportok is jól funkciónálnak. Szivesen dolgoznak csoportosan."

3./ - "A tartalmi összeállitás jó, a feladatok összeválogatása, elrendezése jól szolgálta az elsajátitást. Az én gyermekanyagom képességének - fejlettségének - általában soknak bizonyultak mind mennyiségileg, mind pedig minőségileg.

- Az órakezdő feladatbank apró lépésekre bontott problémái jól előkészitették a tananyagot. A gyenge tanulók is eredményesen használátåk.

- A csoportmunkát a gyerekek szerették. Sajnos ennek ellenére nem töltötte be maradéktalanul a rendeltetését. A gyerekek nem szoktak hozzá az egymás segitéséhez, a másiktól való tanuláshoz, igy a felelősség sem alakult ki az adott szinten. Valószinü ebben az idő is probléma. A differenciált csoportmunka volt a legeredményesebb, mert igy a gyengékkel való közvetlen foglalkozás azonnal feltárta a problémákat ill. megerősitette a jó elképzeléseket, a siker pedig motiválta a tanulókat. Mindezt a tartalmi differenciálás is segitette.

- Sajnos a tanulók többsége megszokta az évek óta neki szánt szerepet, s nincs kellő igénye és akaratereje, hogy eredményesebben dolgozzon. Ez különösen a házi feladatok kimunkálásánál érződött. A tanulók nehezen szoktak hozzá, hogy hibás munkáikat visszakapják, és azokat újra kell javitani. Természetesen ha sikerült jobb eredményt elérniük annak örültek.

- A jók szivesen bekapcsolódtak a versenyfeladatok megoldásába, vállalva a többlet munkát.

- A résztémánkénti felmérések ragyogóan rávilágitottak a problémákra, személyre lebontva megmutatták a hiányt, sajnos ezek folyamatos pótlása csak részben sikerült, hiszen az órák anyaga enélkül is tömött volt. Jó volt, hogy a tanuló maga is látta, hol van hiánya, mit kell pótolnia, hova kell, hogy eljusson.

- A szülői háztól a kisérlet nem kapta meg a kellő támogatást, sok esetben a minimális szinten sem.

- Ugy érzem, hogy ez a megtanitási stratégia sokkal többet nyújthat minden tanulói rétegnek, de a siker akkor biztositottabb ha 5. osztálytól kerülne bevezetésre.

- A magam részéről ezt a szemléletet szeretném tovább vinni a gyakorlatban, sajnos a jelenleg használt segitőeszközök nélkül."

/E sorokat iró tanárnő csak a kisérletet megelőző két hétben és a kisérlet alatt tanitotta matematikából diákjait./

4./ - "A program jól átgondolt, dokumentumai adják meg a megvalósithatóság lehetőségét. Enélkül napi 4-5 órát megtartani lehetetlen volna.

- A mintapéldák jó modellt szolgáltattak minden tanulónak az elsajátitáshoz.

- Az órakezdő feladatok állandóan felszinen tartották az anyagot és előkészitették az órát. Jó odafigyeléssel nagyban elősegitették az elsajátitást, a hézagok betöltését.

- Elöször furcsa, majd egyre megszokottabbá vált a csoportmunka valamilyen formájának alkalmazása. Legjobban bevált a tutoros rendszer, mert akkor kellő volt a fegyelem is, valamint az együttdolgozás.

- Örvendetes volt, hogy a munkáltatás, begyakorlás egyre kevesebb tanári irányitással történt. Az állandó visszajelzést a tanulók el is várták, csak a szükséges segitséget igényelték. A frontális munka háttérbe szorulása ugyancsak előnyös volt.

- A szervezés főleg az elején volt nehézkes a magas osztálylétszám /37 fő/ miatt. Ha a tanár mindig igy szervezhetné minden osztályban a munkáját, sokkal jobb lenne a tanulás - tanitás hatékonysága.

- A gyakori tesztek jól beváltak, meggyőztek tanulót és tanárt egyaránt az elsajátitás szintjéről.

- A sok fólia meggyorsitotta az órák menetét.

- A versenyfeladatokat a tanulók kb. 6o %-a oldotta meg rendszeresen, ezek jól szolgálták a begyakorlást, az ismeretek mélyebb elsajátitását.

- A házi feladatok helyes megoldása általában 85-9o %-os volt, a nehezebb szorgalmi feladatok jelentettek gondot a gyengébb tanulóknak.

- Jó lenne ha központilag előállitott segédanyagok minden tanár rendelkezésére állnának, mert a stratégia jó, de igy felkészülni napi 4-5 órára lehetetlen.

- Az eredményességet a tesztek igazolják."

Általánosithatóságról:

Egy kisérlet értéke azon is múlik, mennyit lehet belőle általánosan is megvalósitani. Igy a jelen vizsgálatot elemezzük ebből a szempontból.

Ez az elemzés kiterjed:

1./ az elő- és utókompenzálásra

2./ a tematikus egység megtanitására

3./ a folyamatos kompenzálásra

1./ Vizsgáljuk meg először a nyomtatott programok igényét. Matematikából osztályonként általában 4 tematikus egységgel lehet számolni. Ez 8 kompenzálást jelent /4 elő és 4 utókompenzálás/. A mérésre szolgáló tesztek a jelen tapasztalatok szerint 22+26 = 48≈5o itemet tartalmaznak egyenként. Igy egy tematikus egység esetében loo, 4 tematikus egységet számolva 4oo item lehet. Erre a 4oo itemre kell elkésziteni a feladatrendszert az elő és utókompenzáláshoz. Ahogy a jelen kisérletre elkészült loo itemre, úgy csupán elhatározás, vállalkozás és pénz kérdése, hogy a 4oo-ra is, és a 4·4oo-ra is elkészüljön /5., 6., 7., 8. osztályokra/

A szükséges példányszámok egy osztályra számolva: a mostani tapasztalat az, hogy egy 3o-as létszámú osztály kompenzálásához itemenként legfeljebb kb. 12-13 feladatrendszer szükséges. Igy 1 osztály évi szükséglete 4oo·13 = 52oo db feladatrendszer. Mivel a megtanitási stratégia folyamatos kompenzálást valósit meg, igy az utókompenzálás problémája lényegesen csökken, ezért mérlegelendő, hogy kompromisszumos megoldásként csak az előkompenzálásra dolgoznánk ki a feladatrendszereket. Ebben az esetben a példányszám 1 osztálynál 26oo db-ra mérséklődne. Ha most még számitásba vesszük az egyes itemekre irt feladatrendszer esetleges, de valószinü felhasználatlanságát évente - hisz az alapadatok tanulsága szerint szép számmal van olyan item, melyek rossz megoldása csekély számú - akkor az évi feladatrendszer mennyiségi igénye tovább mérséklődik.

Ehhez járul még osztályonként a tesztek száma ami elenyésző az itemekre irt feladatrendszerekhez képest. Ez utóbbi probléma a valóságban a struktúra elemzés alapján összeállitott feladatbank feladataiból készülne, ill. a standardizált tesztek lennének feladatbankká fejlesztve. Mindenképpen igen komoly szellemi munkát igénylő feladat, de megoldható. A legfeljebb 26oo példányszámú feladatrendszer még bizonyos szükithetőség mellett is meglehetősen nagy. Ennek ellenére költségkihatásait nem mérlegelve, megvalósithatónak látszik.

Összegezve:

a/ A szellemi munka igényessége - feladatbank vagy tesztek, itemekre irott feladatrendszer - fokozatosan és közép távon megoldható.

b/ A költségkihatások a nyomtatott programok tekintetében a kompromisszumos 26oo-as példányszámban talán biztositható, legalábbis a kisérlet szerint jó befektetés volna. Ez a szám az általánossá tétel esetén lényegesen csökken.

c/ A módszer az a/ és b/ feltétel biztositása esetén feltétlenül általánositható, osztálytendszerben, tehát közösségben, mégis egyénhez szólóan. Lényeges eleme e munkának az előfeltétel- tudás és az utókompenzálás alapadatainak a tanuló csoportok teljesitményéről adott kimutatása.

Ezek rendszeresitése - általánositása - egyszerü és nélkülözhetetlen. A tanár számára pontos információt nyújt, a beavatkozáshoz. Kiemelendő még az elő- és utókompenzálásnál leirt csoportmunkák általánosithatósága. Ebben a munkafázisban a tanárok meggyőzése, a megoldhatóság, lényegesen egyszerübb a jelzett a/ és b/ feltétel teljesülése esetén, mint pl. új ismeretek szerzése csoportmunkával.

d/ A pedagógus oldalát tekintve, a már korábban kifejtett havi 4-6 kompenzáló órai megterhelés, beszámitva a már kialakult szervezési stb. rutint, nem lehet akadálya az általánosithatóságnak.

e/ Nem igényel könnyen meg nem oldható át vagy továbbképzést.

f/ A jelenlegi tanulság szerint szivesen vállalnák a pedagógusok. Ennek alapvető oka a sikerélmény reménye.

g/ A jelenlegi iskolarendszerben megrázkódtatás nélkül alkalmazható.

2./ Itt elsősorban azt kell megvizsgálni az általánosithatóság szempontjából miben is áll a jelen megtanitási stratégia lényege. Miben hoz újat és az mennyiben valósitható meg általánosan.

Két területet érdemes elemezni:

a/ a tartalmat

b/ a módszert

a/ A tartalom lényeges meghatárózója az elsajátitásnak. Első lépésként a tematikus egység minden lényeges tudáseleme teritékre kerül a struktúraelemzéssel, hiánytalanul. A megtanitási program, tehát az elsajátitáshoz, a továbbhaladáshoz előirt tudástartalmak hiánytalan feldolgozását adja. Ezen belül az egyes tartalmakat elsajátithatóságuk és fontosságuk függvényében annyiszor szerepelteti különféle variációkban, ahányszor a kritériumnak megfelelő elsajátitás megköveteli. Minden óramozzanatot ennek rendel alá. Röviden: a tartalmat a megtanulásnak megfelelően programozza.

A dolognak tehát ez a része az amúgyis elkerülhetetlenné vált struktúraelemzéssel általánositható. Itt két út között lehet választani. Vagy a lényeges tudástartalmak feltüntetése, majd ezekre adott bőséges feladat adása után a pedagógusra bizzuk az adott körülményekhez való kiválasztást. Vagy a jelen kisérletben szereplő kész óraprogramokat adunk, természetesen ezen belül is megtartva a rugalmas választási ill. alkalmazkodási lehetőséget.

b/ A módszer vonatkozásában a leglényegesebb eltérés a hagyományos óravezetéstől: - a frontális osztálymunkát a minimumra csökkenti - általános gyakorlattá teszi a csoportfoglalkozás különböző formáit - az ismeretszerzés folyamatában intenziven alkalmazza a bemutatás - önálló munkáltatás - visszacsatolás - beavatkozás - rögzités fokozatait.

- az egyes témák után tájékozódó felmérőt iktat be a folyamatos kompenzálás érdekében.
- a közösségen belül az egyén figyelembe vételével, minden pedagógiai meggondolással és akcióval, a megtanitásra törekszik.
- a hagyományos oktatásnál - a gyakorlatnál - jobban épit az otthoni munkára, a házi feladatok megbeszélése alapján, a kompenzálásra.

A fentiek általánosithatóságához kétség nem fér egy kompenzatórikus oktatás keretén belül. Az egyenletek cimü témában a frontális osztálymunka lényeges csökkentése, a csoportfoglalkozások alkalmazása egyáltalán nem okoz gondot. A matematika más területén lehet ez probléma. A többi, hagyományos óravezetéstől eltérő tényező általánosithatósága csupán szemléletváltozás, tehát idő kérdése. Mivel ebben a vonatkozásban a sikerélmény reménye motivál minden pedagógust, nem reménytelen eredményt elvárni.

Részletesebb vizsgálatot indokol a frontális munka csökkenése és a csoportmunka alkalmazása. A frontális munka gyökerei régre nyúlnak vissza, igy azok megváltoztatása nem csupán szemléleti kérdés. Szorosan összefügg a megtanitandó tartalom tálalásával pl. a tankönyvvel. Tankönyveink felépitése, a tematikus egységek feldolgozásai, inspirálják a tanárt a frontális munkára. A szükséges eredmény elérését a tankönyvek más szellemü megiratásával kellene elősegiteni! Ugyanez vonatkozik a csoportmunka területére is. Miért nem ösztönözhetnek a tankönyvek a csoportmunkára? Mint ahogy voltak és vannak programozott tankönyvek, lehetne a tankönyvekben programozni az oktatás optimális folyamatát, ahol helyt kapna a frontális, az önálló és a csoportmunka egyaránt. Az általánosithatóság kérdése tehát e két lényeges kérdésben elsősorban a tervezésben dől el. A struktúra elemzéssel készült és a megtanitási stratégiának megfelelően programozott tankönyvek és segédletek megalkotásával, majd közzétételével. Sajnos tehát nem minden, hogy a pedagógus részére elérhetővé tesszük a szükséges dokumentumokat, programcsomagokat stb. Szükséges az alapdokumentumok célnak megfelelő átdolgozása! A szemlélet megváltoztatása is igy a legkönnyebb és leghatásosabb. Hagyományos körülmények között rendszer idegen elemnek tekintettük a csoportmunkát, programpzást stb. Ebben a kisérletben ahol függetlenitett a program a dokumentumoktól, már ami a tanári felkészülést illeti, hisz külön megkaptaki minden segédanyagot, már nem tekinthető rendszer idegen elemnek a csoportmunka. De mihelyt vissza kell térniük a tanároknak a hagyományos útra, azzá válhat. Szemléletük változott, törekedni fognak ebből a lehetséges megtartására, de a külső közeg, a nyomtatott és egyéb programok hiánya lassan visszatereli őket az eredeti rosszabb útra.

Szólni kell még a gazdagitó programok és a versenyek problematikájáról. A gazdagitó programok összeállitása vagy egy elkészült feladatbank részeként, vagy az elő és utókompenzálás feladatrendszereinek kiegészitéseként mint a jelen munkában, megtervezhetők és kiadhatók. Szükségességük miatti általánosithatóságukhoz a célokat tekintve kétség nem fér. Ez a stratégia azon lényegéből fakad, mely szerint a lehetőséghez mért egyéni fejlődést kivánja biztositani. Mivel pedig a tapasztalatok szerint jelenleg is de a kompenzálás általánossá tétele után méginkább, szélesedik azon tanulói réteg száma, kik az előismeretek és az elsajátitás után ilyen külön programokat igényelnek igényszintjüknek kielégitésére, valóban igaz a fenti állitás.

Hasonló célzatu általában, de a stratégiában is a versenyprogram. Indoklása felesleges. Általánosithatóságát elvileg is gyakorlatilag is segiti a mai iskolai gyakorlat. Az alkalmazás menetrendje, metodikája is kevés problémát okoz. Az egy-egy tanulói rétegnek szóló feladatok létrejötte a korábbiakhoz hasonlóan megfelelő szellemi munka befektetését igényli vagy külön-külön vagy az adott tematikus egységre irt feladatbank részeként. Minden esetre rövid távon külön kiadványként elöbb lenne kivitelezhető, természetesen az adott tematikus egység struktúraelemzésének alapján történő összeállitás megtartása mellett.

3./ Az általánosithatóság szempontjából itt csupán a megtanitási program, tehát a tanitási órák folyamatos kompenzálásáról szólunk. A programcsomag szerint ez két fő területen történik.

a/ az óraprogramok különböző fázisaiban /házi feladat, órakezdő feladat, szóbeli számolás, gyakorlás, összefoglalás .../

b/ a témák utáni informativ tesztek segitségével

a/ A vizsgálat és a gyakorlati tapasztalat egyaránt az alkalmazott módszerek hasznosságát és megvalósithatóságát igazolja. A különféle óramozzanatok folyamatos kompenzálását szolgáló szerepe elsősorban a tervezés feladata. Ennek biztositása a jelen téma feldolgozásához hasonlóan megoldható. A végrehajtás módszere a legtöbb pedagógushoz közel áll, nem igényel különösebb át- vagy továbbképzést. A programok, szellemükkel rövid időn belül átalakitják azon pedagógusok szokásrendszerét, kik korábban ezt kevéssé gyakorolták.

b/ A témák után szereplő informativ tesztek jelen vizsgálata két szempontú lehet:

1./ Megirásuk és megfelelő számú sokszorositásuk, valamint ezek anyagi kihatásai.

2./ Felhasználásuk módszere.

1./ Ahogy a jelen tematikus egységhez elkészült, úgy másikhoz, sőt négyszer ennyihez is elkészülhet. Vagyis matematikából osztályonként 4-5 tematikus egységet és ugyanannyi témát számolva az összes igény: $/4 \cdot 4-5 \cdot 5/ \cdot 4=$ $= 64$-loo informativ teszt. Ennek a négy osztály anyagát átfogó tesztsorozat előállitásának szellemi feltétele biztositható. Ezek a tesztek általában egy oldalra elférnek, igy 4 osztályra vetitett évi szükséglet 3o fős osztályokkal számolva 3o·64-3o·loo = 192o-3ooo db tesztet igényelne. Mivel pedig évfolyamonként legalább két osztállyal kell számolni, a szükséglet megduplázódik. Igy iskolánként 384o-6ooo db informativ teszt elégitene ki az igényeket. Ennek költségkihatásai 2o-3o ezer forintra tehetők. Annak megitélése, hogy ez teljesithető-e nem ennek a dolgozatnak a feladata. Az általánosithatóság tehát erről az oldalról nem közelithető meg. Az viszont kétségtelen, hogy az informativ tesztek tanári példányai mind szellemileg, mind anyagilag biztosithatók. Akkor viszont a gyakorlati alkalmazásuk a szokásos módon pl. irásvetitővel kivetitve, tökéletesen általánositható. Igaz, ez utóbbi megoldás pedagógiai értéke kevesebb az előbbinél. Megjegyzendő viszont, hogy a tantárgyakra készitett pedagógiai programcsomag általános bevezetése esetén nem jelentkezik külön költségkihatásként az informativ tesztek sorozata, mert az a csomagok szerves része.

2./ Az informativ tesztek megiratása a témák utolsó órájának utolsó tiz percében történtek. Ez a hely és ez az időtartam megfelel az általánosithatóság kritériumának. A tanulók irásvetitőn kapták a feladatokat. Munka közben a tanárok feljegyzéseket vezettek a tanulók munkájáról oly értelemben, hogy kiszürjék az egészen gyengén teljesitőket, de legalább is egy részüket, és a tipus hibákat. Ennek és a rövid visszacsatolásnak eredményeként már házi feladatként megkezdhették a folyamatos kompenzálást. Programok adásával működésbe hozták az otthoni tutor rendszert és az egyéni felzárkózást. Ez a megoldásmód általánosságban gyakorlattá tehető, ha a pedagógus megérti a megtanitás rendszerében a jelen tesztek szerepét. A dolgozatok javitása után a tanárok a következő csoportokba sorolták a tanulókat:

- segitségre nem szorulók
- önálló munkával pótolni tudók
- tanuló segitségével felzárkózni tudók
- tanári segitséget igénylők
- tipus problémák kigyüjtése

A segitségre nem szorulók nem kaptak semmilyen programot, hanem a tanulói segitséget adták az arra rászorulóknak. Azok a tanulók kik önállóan képesek hiányaikat pótolni, feladatokat kaptak elsősorban házi feladatként. Azok a tanulók kik társaik segitségét igényelték és ez elegendőnek látszott, szintén házi feladatként kaptak elegendő számú feladatot. A tanári segitséget igénylők és a tipus problémák az elkövetkezendő órák folyamatos kompenzálási lehetőségeit kihasználva kerültek teritékre. Pl. a tanári segitségre szorulók szöveges egyenletek megoldása esetén a numerikus egyenlet megoldásakor kaptak egyéni vagy csoportos segitséget - mig a többiek önállóan dolgoztak - az informativ tesztben elkövetett hibáik javitása céljából. Feltételezve a gondos tanári munkát a tanulók egyéni hiányainak pótlására való törekvést, ez a rendszer megvalósitható és eredményes.

Összegezés

1./ Az egyenletek cimü tematikus egység tartalmát és fontosságát tekintve a nehezebben megvalósitható anyagrészek közé sorolható. Tartalmi szempontból két tényezőt emelnénk ki: a/ Évtizedek tapasztalata szerint a numerikus egyenletek megoldása a nyolcadik osztályok egyik legnagyobb gondja volt. Nem véletlen tehát az új tantervben ennek korai előkészitése és hosszú időre elnyúló oktatása.

b/ Ugyancsak régi tapasztalat a szöveges egyenletek megoldásának nehézsége. Ennek kettős oka van: egyrészt általános szöveges feladat megoldó készséget feltételez, aminek kialakitása köztudottan nyolc évre elhúzódó folyamat; másrészt az ugyanezen hosszú idő alatt kialakult megoldó szisztémával ellenkező, de legalább is más felfogású gondolkodásmódot kiván.

A fenti nehézségek alapján a 75%-os kritérium jó eredménynek mondható folyamatos kompenzálás esetén. Minthogy a minta eredménye 8o%-os, és a kritériumot elérő tanulók száma lol /vagyis 67,3%/, a stratégia a kritériumot teljesitette.

2./ A folyamatos kompenzálás lényegesen megnövelte az oktatás hatékonyságát a hagyományos oktatási formához viszonyitva. Pl. Az 1981-es témazáró 44%-os eredményéhez viszonyitva, a jelenlegi 80%-os eredmény 36%-al több.

3./ A témakompenzációs oktatás a matematikára is alkalmazható. A tárgy specifikumából adódóan folyamatos alkalmazásától várható a kifogástalan eredmény. Mivel nem belépő tantárgy, az előfeltétel ismeretek oly hosszú időre nyúlnak vissza, hogy a felhalmozódó hiányok pótlása csak folyamatos kompenzálással oldható meg. Bizonyos mértékig a tartalmi felzárkóztatásnál fontosabb, vagy legalább is vele szoros összefüggésben van, a tanulók fejlődése a nevelés szempontjából. A sikerélmény folyamatos biztositása kialakitotta a tanulókban a tudásszomj érzését, emelte igényszintjüket, majd ennek kapcsán tudásszintjüket. Az önálló munkák során fejlödött önértékelésük, akaraterejük. A csoportmunka különböző formái elősegitették a közösségi szellem fejlődését, az egymáson való segités igényét és gyakorlatát. A stratégia minden mozzanata külön-külön és együtt a tanulók munkamoráljját a korábbinál jóval magasabb szintre emelte.

A számtalan pozitiv eredmény végső kiteljesedését azonban a folyamatos alkalmazástól várhatjuk.

4./ A kompenzálás szükséges eszközei matematikából középtávon kidolgozhatók és biztosithatók. Fontos a munkához szükséges eszközök, anyagok: tankönyvek, munkalapok ... megtanitás célját szolgáló összeállitása. Feladat továbbá a tanári munka programozása ill. pedagógiai programcsomagok összeállitása.

5./ A megtanitási stratégia a jelenlegi oktatási struktúrába beilleszthető, megvalósitása könnyen elsajátitható, de lényegesen megnöveli a pedagógus felelősségét és munkáját. A jelen stratégia a csoportmunkák rendszeres alkalmazásán kivül nem kivánt új módszer alkalmazását a pedagógustól. Inkább szemléletének megváltoztatására tett kisérletet. A csoportfoglalkozásoknak is csupán egy része, elsősorban az 5-6 fős megoldások jelentettek gondot. A felelősség kérdésében az jelent lényeges többletet, hogy mig a hagyományos oktatásban a tanár az osztály egésze fejlődésének csupán elvárható mértékéig tartozik felelősséggel, addig a témakompenzációs oktatásban minden tanuló fejlődéséért felelősséget kell vállalnia. Ebből ered azután munkájának többlete, főleg az állandó figyelemmegosztás a gond és a differenciált javitó munka következményeként.

6./ A jelen vizsgálat legfontosabb pedagógiai eredménye a tanárok és tanulók megtanitási stratégiával való azonosulása, amely a tanári és tanulói véleményekben is részben nyomon követhető. A tanárok régi vágyuk teljesithetőségét látják a pedagógiai programcsomagokban. Szerintük ezzel a módszerrel minden tanuló elvezethető a matematikai tudás lehetőségéhez.

A tanulók oldaláról nézve két nagyon fájó probléma látszik megoldhatónak a megtanitási stratégiával. Egyrészt a kudarcot kudarcra halmozó tanulói réteg életre szóló problémáit, másrészt részben a gyorsabban fejlődni tudó tanulók szinten tartásának feloldását. Ez utóbbi réteg, ha nem is kap teljesen szabad utat, de a gazdagitó programokkal igazodni lehet igényszintjükhöz, mélyiteni tudásukat és megszabaditani őket attól a negativ pedagógiai hatástól, amit az unalom, az alulterheltség érzése kelt bennük. A másik réteg tekintetében elérhető eredmények a legnagyobbak. A kudarcsorozatok közismert következményei, melyek az ember életét szinte meghatározzák, a stratégia szerint kizártak. Hisz rossz teljesitmény esetén elvileg addig folyik a pótlás mig elfogadható eredmény nem születik.

Matematika oktatásunkban nagy lehetőségek vannak még a módszerbeli megújulásra. Ennek egyik, jó eredményekkel kecsegtető területe a disszertációban bemutatott megtanitási stratégia, a közös munkával végzendő kompenzációs feladatmegoldás, amelynek során nemcsak a szaktárgyi ismeretekben való gyarapodás szemlélhető, hanem /a szocializáció révén/ a nevelés-önnvelés szinvonalának javulása is.

Irodalom

Ágoston - Nagy - Orosz /1971/: Méréses módszerek a pedagógiában
Tankönyvkiadó, Budapest

Általános iskolai tanterv - matematika 5-8. o.
OPI, Budapest, 1976

Balogh Viktoria /197o/: Matematika kiegészitő tankönyv az általános iskolák szakositott tantervü 8. osztálya számára
Tankönyvkiadó, Budapest

Csapó Benő /1978/: A mastery learning elmélete és gyakorlata
Magyar Pedagógia 1978. 1. sz.

Falus Iván: Oktatócsomagok készitése és értékelése
OOK, 1977.

Gazsó István /1975/: Standardizált témazáró tesztek
Szeged

Kunstár Jánosné /1977/: Feladatgyüjtemény az általános iskolai ideiglenes matematika tantervhez
Módszertani Közlemények Könyvtára
Szeged

Mészölyné Fehér Katalin: Alapvető fontosságú tananyag-
részek optimális elsajátitásának módszerei
Pedagógiai Szemle, 1981. 2. sz.

Nagy József /1974a/: Iskolaelőkészités és beiskolázás,
Akadémia Kiadó, Budapest

Nagy József /1974b/: Kompenzáló beiskolázási modell
Akadémia Kiadó, Budapest

Nagy József /1972/: A témazáró tudásszintmérés gyakor-
lati kérdései
Tankönyvkiadó, Budapest

Nagy József /1977/: A tanulók irányitó értékelése fela-
datbankok segitségével a témakompenzációs okta-
tásban
JATE, Szeged

Nagy József /1981a/: Az információhordozók rendszer
szervezése
Pedagógiai Technológia 1981. 1. sz.

Nagy József /1981b/: A megtanitás stratégiája
Köznevelés, 1981. 33. sz.

Nagy József: A megtanitás stratégiája - Kézirat -
Szeged, 1981

Szivás János /1976/: Feladatgyüjtemény a matematika
tanitásához
Tankönyvkiadó, Budapest

Tartalomjegyzék az I. és II. kötethez

I. kötet